

VIII-2001-1/V-2002

2001
Diary

KIAS 한국과학기술원 부설
고등과학원

2001

WED/수	THU/목	FRI/금	SAT/토
25/12 2001	<u>New papers on m. dots.</u>		1 #10-17
(1) PRB 64 (18), 4400 (2001), LC Sampayo,...			
(2) APL 72, 3848 (2001) C.T. Yu,...			
(3) JMMM, 237, 90-96 (2001) G. Grinstein,...			
(4) APL 79, 2228 (2001), Y. Aezemann,...			
5 #10-22	6 #10-22	7 #10-23	8 #10-24
(5) JMMM 237, 231 (2001), K. Takahashi,...			
(6) PRB 63 4418 (2001), SM Rezende,...			
(7) PRB 62 11585 (2000) G.M. Wyder,...			
(8) JAP 69, 6216, P2B, 1991			
12 #10-28	13 #10-29	14 #10-30	15 #11-1
(9) Physica B 306, 47-51, 106-111, G. Bertotti,...			
(10) PRL 87(24), 2203 (2001), G. Bertotti,...			
(11) JAP 90 5768 (2001) N. Smith			
(12) JAP 89, 6982 (2001), P.2, J. Miltat,...			
19 #11-5	20 #11-6	21 #11-7	22 #11-8
RA (13) D. Waller ... IEEE TM, 2000, 36, N1, Pt. 1, 10-15			
EA (14) J.W. Harrel, (IEEE TM) APL 79 4393-5 (2001).			
26 #11-12	27 #11-13	28 #11-14	29 #11-15

13/VIII 20012.

Aug. 2001 - 1 May 2002

2000

12 DECEMBER

금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

28 Thu 목요일
음12·3План работы на зиму. Времена:

- 1) Закончить и отправить SW-PRB и проговорить SW-witaz paper о Счастье (APL-?)
- 2) Разобраться в merge процесса Беркова и SW-paper Chantrell'a (Lamellen - dynamics).
- 3) Намекаю Thode и Chantrell'u по поводу выжигания. Задержки с отбегом из-за visa.
- 4) Намекаю анонимусу $H_d(z)$ в "flower" state of rectangular dot grid SW.
- 5) MFD vortex'a в зим. горе $R_c(L)$ с отказом от vortex'a Юкова где $L > L_{cr}$ и с уходом в "flower" state.

29 Fri 금요일
음12·4
MMM'01

- 6) Разбер с Убановым закон vortex'a и MMM-paper
- 7) (где $R_c(L)$ и $f(\psi_k)$, $H_{nan}(\psi_k)$) в dot arrays с Ковалем
- 8) Интерпретация exp. Ков.-Grimsditch по SW-BLS в rectangular dots.
- 9) Намекаю закон vortex'а, савб. канебаннем разнепа "core" ($m=0$) → Выход на MFD при $L > L_{cr}$.
- 10) Внесу в закон проговорю на 2 гна Ковал'а Визы.
- 11) Slides где Shiva по SRT in s.d. dot arrays.

30 Sat 토요일
음12·531 Sun 일요일
음12·6

January

14/VIII

Задача Колебаний Vortex'a

JANUARY

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \frac{\gamma M_s}{\gamma(0)}$$

1

Mon 월요일
음 12.7
신정

$$M_s = 860 \text{ G}$$

$\beta = \frac{L}{R}$	0.04	0.05	0.1	0.133	0.15	0.2	0.25	0.267	0.3	0.4
$\frac{\omega_{HG}}{2\pi}, \text{GHz}$	0.20	0.24	0.45	0.59	0.63	0.87	0.94	1.03	1.18	1.48
$\frac{\omega_0}{2\pi}, \text{GHz}$	0.48	0.57	0.97	1.19	1.31	1.58	1.87	1.95	2.08	2.51
ω_0/ω_{HG}	2.4	2.38	2.16	2.02	2.08	1.82	1.99	1.89	1.76	1.70

$$\chi^{-1} \approx 2\beta \left[\ln \frac{8}{\beta} - \frac{1}{2} \right] \rightarrow \left(\frac{\omega_0}{2\pi} \right) = \left(\frac{\gamma}{2\pi} \right) M_s \cdot \beta \left[\ln \frac{8}{\beta} - \frac{1}{2} \right], \beta = \frac{L}{R}$$

2

$$\frac{\gamma}{2\pi} = 2.95 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$$

$$\text{from } \frac{\omega_0(\beta)}{2\pi} = \left(\frac{\gamma}{2\pi} \right) \frac{1}{2} M_s \chi^{-1}(\beta) = (1.27 \text{ GHz}) \cdot \chi^{-1}(\beta)$$

$$\chi^{-1}(\beta) = 4\pi F_1(\beta) - \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = 4\pi F_1(\beta) - \beta^2 \left(\frac{R_0}{L} \right)^2$$

Вывод, что $\omega_0/\omega_{HG} \approx 2$ в зависимости от β .
 a) момент α "2" не важен в расчете ω_0 .

$$\omega_0 = \frac{x}{G}, \quad G = 2\pi \frac{M_s L}{\gamma}, \quad W = \frac{1}{2} x \chi^2$$

3

$$W = \frac{1}{M_s^2 V_d} W = \frac{1}{M_s^2 \pi R^2 L} \frac{1}{2} x \chi^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\pi L M_s^2} \right) s^2, \quad s = \frac{x}{R}$$

$$W(s) = W(0) + \frac{1}{2x} s^2, \quad \frac{1}{x} = \frac{x}{\pi L M_s^2}, \quad x = \frac{\pi L M_s^2}{\gamma}$$

$$\rightarrow \omega_0 = \frac{x}{G} = \frac{\pi L M_s^2}{\gamma} \frac{\gamma}{2\pi M_s L} = \frac{1}{2} \frac{\gamma M_s}{\gamma} -$$

- power, slope, берем.

- b) момент не важен в расчете $\omega_0 \approx 2$ раза.
- c) момент G важен в 2 раза (вспомогательный момент G и 2 раза - orbital motion (moment)?
 или ω_0 two-vortex sol. c. тонкой. Задача $q=2$?

B yun. 2001. $\nabla \Psi(p, \varphi, z) = \hat{p} \frac{\partial \Psi}{\partial p} + \hat{\varphi} \frac{1}{p} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \hat{z} \frac{\partial \Psi}{\partial z}$

2001

2 FEBRUARY

목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 . . .

4 Berman G. Kaga namu $\int_{S_d} d^2 \vec{p} \sin \theta (\nabla \Phi \times \nabla \theta)$, re $m_z = \cos \theta$
 $m_x + i m_y = \sin \theta e^{i \Phi}$.

Due vertices Jacob (a B rigid v. model on coxamerat
 n/m Gberman): $\sin \theta(p) = \begin{cases} \frac{2bp}{b^2 + p^2}, & p \leq b \\ 1, & p > b \end{cases}$

$\Phi = \varphi + \pi/2$.

$\nabla \Phi = \hat{\varphi} \frac{1}{p}$, $\theta(p) = \begin{cases} 2 \arctg \frac{p}{b}, & p \leq b \\ \pi/2, & p > b \end{cases}$

5 $\nabla \theta(p) = \hat{p} \frac{\partial \theta}{\partial p}$ u $\neq 0$ non-zero b/m "core".

$\nabla \Phi \times \nabla \theta = \begin{vmatrix} \hat{p} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ 0 & 1/p & 0 \\ \theta'_p & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\hat{z} \frac{1}{p} \frac{\partial \theta}{\partial p}$

$\int_{S_d} d^2 \vec{p} \sin \theta(p) (\nabla \Phi \times \nabla \theta)_z = \int_{p \leq b} dp p \int d\varphi \sin \theta(p) (-1) \frac{1}{p} \frac{\partial \theta}{\partial p} =$
 $= -2\pi \int_0^b dp \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial p} = 2\pi \int d(\cos \theta) = 2\pi \cos \theta(p) \Big|_0^b =$
 $= 2\pi [\cos \theta(b) - \cos \theta(0)] = 2\pi [0 - 1] = -2\pi$.

6 $\vec{G} = \hat{z} \frac{M_s L}{\gamma} \int_{S_d} d^2 \vec{p} \sin \theta (\nabla \Phi \times \nabla \theta)_z = \hat{z} \frac{M_s L}{\gamma} (-2\pi)$ Gyrovector
 um $G_z = -2\pi \frac{M_s L}{\gamma}$.

7 From ω_0 (Kobayashi-Guina, January 2001): $\frac{\omega_0}{2\pi} = 2.2 \text{ GHz}$ ($M_s \approx 800 \text{ G}$)
 que $L = 100 \text{ nm}$, $R = 500 \text{ nm} \rightarrow \beta = 0.2$.

For exm. racosa b/m Eq. (14) calc $(\omega_0/2\pi) = 1.6 \text{ GHz}$ u
 Ghermoneis b/m LLG calc $(\omega_0/2\pi) = 0.6 \text{ GHz}$ (un. Table).

Wurina: $L = 100 \text{ nm} \approx 5.5 L_{ex}$ common b/m, roobn
 vortex translation mode b/m. No mabnae
 n/m tawm L zabucmoro os "u" Honebepac yme nanzu.

8

$$\vec{F} + \vec{G} \times \vec{V} = M \vec{V}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}, \quad \vec{G} = G\vec{u}$$

One hypothesis given is $\omega = \text{const}$ of vortex center $\vec{x}$

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{X} \quad \dot{\vec{V}} = \vec{\omega} \times \vec{V} = -\omega^2 \vec{X}$$

$$\vec{G} \times \vec{v} = \vec{G} \times \vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{\omega} (\vec{G} \cdot \vec{r}) - \vec{r} (\vec{G} \cdot \vec{\omega}) = -\omega \vec{G} \times \vec{r}$$

$$\vec{F} = - \frac{\partial W}{\partial \vec{x}} = - \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \left[W(0) + \frac{1}{2} x^0 x^0 \right] = - x \vec{x}$$

$$-x\vec{X} - \omega G\vec{X} = -M\omega^2\vec{X} \quad \text{um} \quad \omega^2 - \frac{G}{M}\omega - \frac{x}{M} = 0$$

Докуда собор. Тасови
(Wysin 96)

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2M} \left[G \pm \sqrt{G^2 + 4\kappa M} \right]$$

9

Znam G nakon 15.8.8 muna $G_2 = -2\pi \left(\frac{M_S L}{r} \right)$, $G < 0$,
ay Wyzn'96 $G = 2\pi p q \left(\frac{M_S L}{r} \right) = 2\pi \left(\frac{M_S L}{r} \right)$, $p=1, q=1$.

$$G = 2\pi p q \left(\frac{M_S L}{\gamma} \right) = 2\pi \left(\frac{M_S L}{\gamma} \right), \quad p=1, q=1.$$

a) G70. $\lim_{M \rightarrow 0}$

$$M \rightarrow 0$$

 $(\chi M \ll G^2)$

$$\sqrt{G^2 + 4xM} \underset{(G \gg 0)}{=} G \sqrt{1 + \frac{4xM}{G^2}} = G \left[1 + \frac{1}{2} \frac{4xM}{G^2} + \frac{1}{8} \left(\frac{4xM}{G^2} \right)^2 \right]$$

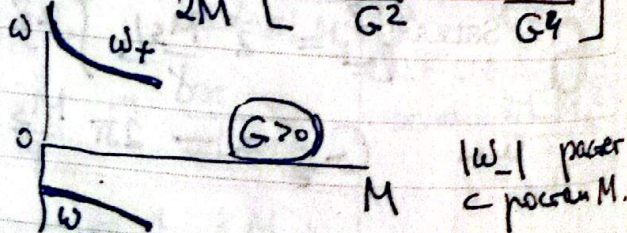
$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2M} \left[G \pm G \left\{ 1 + \frac{2\kappa M}{G^2} + \frac{2\kappa^2 M^2}{G^4} \right\} \right], \quad \kappa \geq 0, M \geq 0.$$

$$\rightarrow \omega_{+} = \frac{1}{2M} \left[G + G \left\{ 1 + \frac{2xM}{G^2} \right\} \right] = \frac{G}{M} \left[1 + \frac{xM}{G^2} \right]$$

$$\omega_- = -\frac{1}{2M} G \left[1 - \left\{ 1 + \frac{2xM}{G^2} + \frac{2x^2 M^2}{G^4} \right\} \right] = \frac{G}{2M} \left[-\frac{2xM}{G^2} - \frac{2x^2 M^2}{G^4} \right]$$

10

$$\omega_- = -\frac{1}{G} \left[1 + \frac{xM}{G^2} \right] \frac{1}{\omega} = \frac{G}{2M} \left[-\frac{2xM}{G^2} - \frac{2x^2 M^2}{G^4} \right]$$



b) $G < 0$.

$$G = -|G|, \quad \sqrt{G^2 + 4\lambda M} = |G| \sqrt{1 + \frac{4\lambda M}{G^2}}$$

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2M} \left[-|G| \pm |G| \left\{ 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + \dots \right\} \right], \quad x = \frac{4\pi M}{G^2}$$

$$\omega_- = -\frac{|G|}{2M} \left[1 + \left\{ 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 \right\} \right] = -\frac{|G|}{2M} \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 \right] = \frac{x}{|G|} \left[1 + \frac{xM}{G^2} \right]$$

$$W_- = -\frac{|G|}{2M} \left[1 + \left\{ 1 + \frac{1}{2} x + \dots \right\} \right] = -\frac{|G|}{2M} \left[\frac{1}{2} \right]$$

T.e. que mantém M

→ T.e. que manei M

11 → For low-lying ω across cM , so that M increases
very slowly and then decreases no smaller than ω_{LLC} .

Критерии разложения по $M \rightarrow 0$ если $x = \frac{4\pi M}{G^2} \ll 1$,
или $M \ll \frac{1}{4} \frac{G^2}{\pi}$, $\frac{G^2}{\pi} = \left(\frac{2\pi M_s L}{8} \right)^2 \frac{x}{\pi L M_s^2} = 4\pi L f \frac{1}{f^2}$

Масса грав. сечения на ед. площади ($г/см^2$) $m_w \approx \frac{1}{f^2 b}$, где
 b - характерный размер неоднородности

$$M \ll \frac{1}{4} \frac{G^2}{\pi} = \frac{\pi L f}{f^2}, \quad M_w = m_w S_{ef} = \frac{1}{f^2 b} \pi R L = \frac{\pi L (R/b)}{f^2},$$

$$S_{ef} = \frac{V_d}{R} = \pi R L \text{ как } 21/\pi$$

M_w - масса "гравитационного сечения". $R/b \approx 1$

12 Поскольку $M \ll \gamma M_w$ - критерии ^{применимости} разложения
 $\omega \pm$ across по малым M (когда минимальная ω across M):

$$M_w \approx \frac{\pi L}{f^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{L}{(8/2\pi)^2} = \frac{L}{4\pi (3 \cdot \frac{G H^2}{40e})^2} = \frac{L}{4\pi \cdot 9} \frac{10^6 (e)^2}{10^{18} (H^2)^2} =$$

$$= \frac{L}{4\pi \cdot 9} 10^{-12} \frac{эрг \cdot c^2}{см^3} \approx L \cdot 10^{-14} \frac{эрг \cdot c^2}{см^3}$$

$$\text{Для } L \approx 10 \text{ nm} \quad M_w = 10 \cdot 10^{-7} \text{ см} \cdot \frac{эрг \cdot c^2}{см^3} \cdot 10^{-14} = 10^{-20} \text{ эрг}, [2] = \frac{эрг}{см^2}.$$

То-то M_w микроскопическое, проверяется.

13

14

Mon 월요일

음 12 · 21

т.е. $c\vec{v} = \text{const}$, не завис. ни от t ни от $\vec{x}$.

$$M_i = M_i (x_j - \bar{x}_j), \text{ но по формуле Стьюдента } \bar{x}_j = \frac{\sum x_j}{n_j}$$

$$\frac{dM_i}{dt} = \frac{\partial M_i}{\partial x_j} (-1) \frac{dx_j}{dt} = \frac{\partial M_i}{\partial x_j} (-1) i\omega x_j$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = X(-\omega \sin \omega t, \omega \cos \omega t) = i\omega X (i \sin \omega t + \cos \omega t) = i\omega X e^{i\omega t} = i\omega \vec{X}$$

$$H_i^g = -\frac{1}{M_{3f}} \epsilon_{ijk} M_j \frac{dM_k}{dt} = -\frac{1}{M_{3f}} \epsilon_{ijk} M_j (-i\omega) \frac{\partial M_k}{\partial x_\ell} x_\ell$$

Фирсия

$$f_i^g = -H_i^g \frac{\partial M_i}{\partial x_j} = \frac{1}{M_s^2 \chi} (-i\omega) M_m \frac{\partial M_k}{\partial x_e} \chi_e e_{imk} \cdot \frac{\partial M_i}{\partial x_j} =$$

$$= \frac{1}{M_{sy}^2} (-i\omega) \lim_k M_m \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \frac{\partial M_k}{\partial x_l} X_l = \sum_{M_{ij}} (-i\omega) g_{ijl} X_l$$

$$g_{jl} = \frac{1}{N_{zy}} \lim_k M_m \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \frac{\partial M_k}{\partial x_l} - \text{mpo-senzor}$$

und $f_j^g = (-i\omega) e_{jie} g_i X_e$, $g_i = -\frac{1}{2} e_{ije} \hat{g}_{je}$

$$f_j^g = e_{jic} g_i \frac{dx_c}{dt}, \quad \vec{f}^g = \vec{g} \times \frac{d\vec{x}}{dt} \quad - \text{Gyromagnetic}$$

Thiele tube supposes $\frac{P}{V}$ (varyr. $\text{gms } v = \text{const}$) Coefficient

17. $\vec{v} \rightarrow \frac{d\vec{x}}{dt}$ там.

B) Hydrodynamic Thiele tube vortex method ("liquid vortex"):

на $\vec{X} \Rightarrow \vec{M}_0(\vec{\beta} - \vec{X})$ $\in$ $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ $\vec{\beta} = \vec{X}(t)$. Это эквивалентно тому, что

то есмь сдана $f(z)$ то же shifted vertex сдана $f(z-s) = \frac{1}{z}$
 - у нас сменены координаты, но не значения, значения мы не меняем
 → Если то у нас $\vec{E} = 0$

но движение не является трансляционным, так как
 (ds/dt ≠ 0), но не движение, так как $\frac{dc}{dt} \neq 0$.

18 Забавно $\vec{X} = \vec{v}t$ не является, $\vec{X}(t)$ moves
since $\vec{v} = \text{const}$
всплывающий в бесконечности "rigid" v. model type 4D
 $\vec{G} \times \frac{d\vec{X}}{dt} + \vec{F} = 0$ que translation vortex mode.

Всплывающий vortex. Задача $q=1$ и минимизация энергии
и минимизация two-vortex моды $f(z) = \frac{1}{c} [iz + \frac{1}{2}(a - \bar{a}z^2)]$
с $q=2$. Ответ: $z \rightarrow z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ с $|z|=1$.

I Quadr. model $\mu a \ll 1$ (наше численное vortex'a не видно):
 $f(z) = \frac{1}{c} [iz + \frac{a}{2}(1-z^2)] \approx |z| \ll 1 = \frac{1}{c} (iz + \frac{a}{2}) =$

19 $= \frac{i}{c} (z - i\frac{a}{2}) = \frac{i}{c} z'$, $z' = z - i\frac{a}{2}$ substitution "rigid"
vortex model с $s = i\frac{a}{2}$ (точка). Derivatives
 $f(z) = -\frac{a}{2c} (z-z_1)(z-z_2)$ $\mu a \ll 1$ $z_1 = i\frac{a}{2}$, $|z_1| \ll 1$, $z_2 = i\frac{2}{a}$.

II Conformal model $z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z} \approx z-a$ some substitution
to "rigid" v. model с $s=a$.

Substitution $\mu a \ll 1$ no bug $\vec{m}(\vec{p})$, но не $W(a)$.
Due conf. mode $W(a) = W(0) + \frac{1}{2}(4\pi)F_1(\beta) \cdot 4 \cdot a^2$, т.к. добавка
задача (см. 12/1002.) в 2-й раз same rigid v. model $\mu a \ll 1$ с $s=a$.

20 $W(a) = W(0) + \frac{1}{2} 4 [4\pi F_1(\beta)] s^2$, $s=a$ где константа
в минимуме.
 $\alpha = 4 \alpha_{\text{rigid}} \rightarrow \omega_0 = \frac{\alpha}{G} = 4 \cdot \frac{\alpha_{\text{rigid}}}{G} = 4 \cdot \omega_0 (\text{rigid})$
 $G \sim 98$ some conformal model some ybl...
of translation oscil. mode vortex (которая и так была).

21 I Ослабевает quadratic model.

См. JEMS-JMM paper (см. 28/1002) в quadratic model
 $W(a) = W(0) + [2\pi F_1^V - \frac{1}{4}(R_0/R)^2] a^2$, но $|s| = \frac{a}{2}$ - global vortex.
 $W(s) = W(0) + 4 [2\pi F_1^V - \frac{1}{4}(R_0/R)^2] s^2 \rightarrow \omega_0 = \frac{\alpha_q}{G}$, $\alpha_q \sim [\dots]$.

22

$$W(s) = \frac{W(x)}{(\pi R^2 L) M_s^2} = \frac{1}{2} \frac{x_q}{L} X^2 \frac{1}{\pi R^2 L M_s^2} = \frac{1}{2} \frac{x_q}{\pi L M_s^2} \left(\frac{X}{R}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{x_q}{\pi L M_s^2}\right) s^2$$

$\rightarrow W(s) = W(0) + \tilde{a} \cdot s^2$, $\tilde{a} = \frac{1}{2} \frac{x_q}{\pi L M_s^2}$, $x_q = 2(\pi L M_s^2) \tilde{a}$

$$\omega_0 = \frac{x_q}{G} = \frac{1}{G} 2\pi L M_s^2 \tilde{a} = \frac{1}{2\pi q \frac{M_s}{\gamma}} 2\pi L M_s^2 \tilde{a} = \gamma M_s \frac{1}{L} \tilde{a}$$

$\omega_0 = \gamma M_s \frac{1}{L} \tilde{a}$ - radius transl. model, q - radius. Zaprav ($q=2$ que quadr. model), $\tilde{a}$ - koef u s^2 v $W(s)$.

Quadratic model gas $\tilde{a} = 4 \left[\pi F_1^V(\beta) - \frac{1}{4} (R_0/R)^2 \right] \approx 8\pi F_1^V(\beta)$ $q=2$

Target $\omega_0 = (\gamma M_s) \frac{1}{2} 8\pi F_1^V(\beta)$ v pamyay quadratic model.

23

$$\left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right) = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) M_s \cdot 4\pi F_1^V(\beta) = (1.27 \text{ GHz}) \cdot 8\pi F_1^V(\beta), \quad M_s = 860 \text{ G}$$

$F_1^V(\beta) = \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(\beta k) \left[\int_0^{\infty} J_1(k\beta) \right]^2 = \int_0^{k_m} dk(\dots) + I(k_m), \text{ Cu.}$

$\rightarrow$ even β part $q=2$, so $\omega_0 \approx 6.2$ para mesmo ω_0 -LLG.

$f(z) = \frac{1}{z} z' = \frac{1}{c} \left[z + \frac{a}{2i} (1-z^2) \right]$ $z=0$ - center gas.

$x'oy'$ - center koefines c center b center buxpa.

24

$s = i\frac{a}{2}$



$\vec{m}(z) \Rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{\partial m}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial t} = \frac{\partial m(z')}{\partial z'} \frac{1}{2i} \frac{da}{dt} (1-z^2) \Rightarrow$

$\vec{m}(z') - \text{vector l. co-ord. Cuz me koefines}$

$$= \left| s = i\frac{a}{2} = -\frac{a}{2i} \right| = \frac{\partial m(z')}{\partial z'} \left(-\frac{ds}{dt} \right) (1-z^2)$$

$(1-z^2)$ nepejdet b bovinenie $\vec{G} \sim \int d^2 \vec{p} \vec{g} \sim \int d^2 \vec{p} \frac{dm}{dt}$

Ho $\int d^2 \vec{p}(\dots)$ que $\vec{C}$ doperas num no core' rze $m_z \neq 0$, T.E. $z^2 \ll 1$, T.K. $|z|^2 \leq c^2 \ll 1$, que $R \gg R_0$.

Am benny $\vec{G}$ Cuzace u $a = 2s = 0$ b min. approximate T.K. cross

pagom c $\frac{ds}{dt}$ $\vec{F} \vec{g} = \vec{G} \times \frac{d\vec{s}}{dt} \rightarrow (\vec{G})_{s=0} \times \frac{d\vec{s}}{dt}$

Ho $(\vec{G})_{s=0} = (\vec{G})_{a=0}$ Cocher. $f(z) = \frac{1}{z}$, T.E. roner. Zaprav $q=1$, a ne $q=2(!)$.

$$(G)_{a=0, c \leq 1} \times \frac{d\vec{x}}{dt} - \frac{\partial W(\vec{x})}{\partial \vec{x}} = 0$$

→ Die rig. v. model $\omega_0 = (8M_g) \left[2\pi F_1(\beta) - \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \right]$

Надо проверить булдог G для квадрата

$$w(z, \bar{z}) = \begin{cases} f(z), & |f(z)| < 1 \\ \frac{f(z)}{|f(z)|}, & |f(z)| \geq 1 \end{cases}, \quad f(z) = \frac{1}{c} \left[iz + \frac{1}{2}(a - \bar{a}z^2) \right]$$

a - Beluzov

→ G-bounded. $\int \Delta^2 f$ no "core", + am $w(z, \bar{z}) = f(z)$.

$$m_x + im_y = \sin\theta e^{i\varphi} = \frac{2w}{1+|w|^2}, \quad m_z = \cos\theta = \frac{1-|w|^2}{1+|w|^2}$$

$$|f(z)|^2 = f(z)f(\bar{z}) = \frac{1}{c^2} \left[p^2 - ap(1+p^2)\sin\theta + \frac{a^2}{4}(1-z^2)(1-\bar{z}^2) \right]$$

$$\sin \theta = \frac{2|w|}{1+|w|^2} \geq 0, \quad w = |w|e^{i \arg w}, \quad \varphi = \arg w.$$

30 Две обн. функции "core" $\Phi(\vec{z}) = \arg f(z)$

$$\arg f(z) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ y > 0}} \frac{f(z)}{|f(z)|} = \arctan \frac{\operatorname{Im} f(z)}{\operatorname{Re} f(z)}$$

$$c_f(z) = iz + \frac{1}{2}a(1-z^2) = ip e^{i\varphi} + \frac{1}{2}a(1-p^2 e^{i2\varphi}) =$$

$$= f(i \cos \theta - \sin \theta) + \frac{1}{2} a \{1 - \rho^2 (\cos 2\theta + i \sin 2\theta)\}$$

$$\therefore \operatorname{Re} f(z) = -\rho \sin \varphi + \frac{1}{2} a (1 - \rho^2 \cos 2\varphi)$$

$$c \operatorname{Im} f(z) = \rho \cos \varphi - \frac{1}{2} a \rho^2 \sin 2\varphi$$

$$\tan \Phi(\vec{r}) = \frac{\text{Im } f(z)}{\text{Re } f(z)} = \frac{+p \cos \varphi - \frac{1}{2} a p^2 \sin 2\varphi}{-p \sin \varphi + \frac{1}{2} a p^2 \sin 2\varphi}$$

31

$$= \frac{\operatorname{Re} f(z) - \rho \sin \varphi + \frac{1}{2} a (1 - \rho^2 \cos 2\varphi)}{-\sin \varphi + \frac{1}{2} \frac{a}{\rho} (1 - \rho^2 \cos 2\varphi)} = \text{расклад. по "a" нуле}$$

Cornago Thiele '73:

$$\hat{g}_{ij} = \frac{M_s}{r} e_{kln} m_k \frac{\partial m_l}{\partial x_i} \frac{\partial m_n}{\partial x_j}, \quad m^2 = 1, \quad x_i - \text{географ. координ.}$$

T. N. $c_{ken} = \begin{cases} 1, & \text{ken} = 123 \text{ и ивл. перестан.} \\ -1, & \text{ken} = 132 \text{ и ивл. перест.} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

$$g_{xx} = \frac{M_z}{r} e^{k \ln} \frac{\partial m_z}{\partial x} \frac{\partial m_n}{\partial x} m_k = (.) \left[m_x \left(\frac{\partial m_y}{\partial x} \frac{\partial m_z}{\partial x} - \frac{\partial m_z}{\partial x} \frac{\partial m_y}{\partial x} \right) + m_y \left(\frac{\partial m_z}{\partial x} \frac{\partial m_x}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial x} \frac{\partial m_z}{\partial x} \right) + m_z \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_y}{\partial x} \frac{\partial m_x}{\partial x} \right) \right] = 0$$

$$1 \sum_p \delta_{knp}^{ijk} = e_{ijk} e_{lmp} = \delta_{ie} \delta_{jm} - \delta_{in} \delta_{je}$$

$$\hat{g}_{xy} = \left(\frac{M_s}{J}\right) e_{kln} m_k \frac{\partial m_l}{\partial x} \frac{\partial m_n}{\partial y} = (\cdot) \left[m_x \left(\frac{\partial m_y}{\partial x} \frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\partial m_z}{\partial x} \frac{\partial m_y}{\partial y} \right) + m_y \left(\frac{\partial m_z}{\partial x} \frac{\partial m_x}{\partial y} - \frac{\partial m_x}{\partial x} \frac{\partial m_z}{\partial y} \right) + m_z \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \frac{\partial m_y}{\partial y} - \frac{\partial m_y}{\partial x} \frac{\partial m_x}{\partial y} \right) \right]$$

$$\hat{g}_{xz} = 0, \hat{g}_{yz} = 0 \quad \text{+ k.} \quad \frac{\partial m_z}{\partial z} = 0 \quad \text{ner zaburamocen do z.}$$

$$\rightarrow \hat{g}_{\alpha\beta} = \begin{matrix} & x & y & z \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & g_{xy} & 0 \\ g_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}, \quad \hat{g}_{yx} = -\hat{g}_{xy} \quad \text{6 2D-cyzae}$$

2

$$\text{Symmetrija } g_i = -\frac{1}{2} e_{ijk} \hat{g}_{jk}, \quad g_x = -\frac{1}{2} e_{ijk} \hat{g}_{jk} = -\frac{1}{2} (\hat{g}_{xz} - \hat{g}_{zx}) = 0$$

$$g_y = -\frac{1}{2} (\hat{g}_{zx} - \hat{g}_{xz}) = 0$$

$$\rightarrow g_z = -\frac{1}{2} (\hat{g}_{xy} - \hat{g}_{yx}) = -\frac{1}{2} (\hat{g}_{xy} + \hat{g}_{xy}) = -\hat{g}_{xy} \quad \text{ogiva komponenta, g' 110z}$$

$$f_i^g = e_{ijk} g_j v_k = (\vec{g} \times \vec{v})_i, \quad \vec{f}^g \cdot \vec{a} = f_i^g a_i = e_{ijk} a_i g_j v_k = \vec{a} \cdot (\vec{g} \times \vec{v})$$

4. $\hat{g}_{ij} = \frac{M_s}{J} \vec{m} \cdot \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_i} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_j} \right)$ - m materijal

3 B 2D cyzae $\vec{g} = g_z \hat{z} = -\frac{1}{2} \frac{M_s}{J} \vec{m} \cdot \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial y} \right)$

B uzm. koordinatax:

$$\nabla \psi = \hat{x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \hat{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \hat{\phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{z}$$

$$(\nabla \psi)_{xy} = \hat{x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \hat{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \hat{\phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} = (\hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi) \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + (-\hat{x} \sin \phi + \hat{y} \cos \phi) \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \phi}$$

4

$$\hat{x}: \frac{\partial}{\partial x} = \cos \phi \frac{\partial}{\partial \rho} - \sin \phi \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\hat{y}: \frac{\partial}{\partial y} = \sin \phi \frac{\partial}{\partial \rho} + \cos \phi \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{\rho}(\hat{i}) & \hat{\phi}(\hat{j}) & \hat{z}(\hat{k}) \\ \frac{\partial m_x}{\partial x} & \frac{\partial m_y}{\partial x} & \frac{\partial m_z}{\partial x} \\ \frac{\partial m_x}{\partial y} & \frac{\partial m_y}{\partial y} & \frac{\partial m_z}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial x} \frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\partial m_z}{\partial x} \frac{\partial m_y}{\partial y} = \left(\cos \phi \frac{\partial m_y}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \sin \phi \frac{\partial m_y}{\partial \phi} \right) \left(\sin \phi \frac{\partial m_z}{\partial \rho} + \cos \phi \frac{\partial m_z}{\partial \phi} \right) - \left(\sin \phi \frac{\partial m_z}{\partial \rho} + \cos \phi \frac{\partial m_z}{\partial \phi} \right) \left(\cos \phi \frac{\partial m_y}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \sin \phi \frac{\partial m_y}{\partial \phi} \right)$$

5

$$-\left(\cos\varphi \frac{\partial m_z}{\partial \rho} - \frac{\sin\varphi}{\rho} \frac{\partial m_z}{\partial \varphi}\right) \left(\sin\varphi \frac{\partial m_y}{\partial \rho} + \frac{\cos\varphi}{\rho} \frac{\partial m_y}{\partial \varphi}\right) =$$

$$= -\frac{1}{\rho} \sin^2\varphi \frac{\partial m_y}{\partial \varphi} \frac{\partial m_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \cos^2\varphi \frac{\partial m_y}{\partial \rho} \frac{\partial m_z}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} \sin^2\varphi \frac{\partial m_z}{\partial \varphi} \frac{\partial m_y}{\partial \rho} - \frac{\cos^2\varphi}{\rho} \frac{\partial m_z}{\partial \rho} \frac{\partial m_y}{\partial \varphi}$$

$$= \frac{1}{\rho} \sin^2\varphi \left(\frac{\partial m_z}{\partial \varphi} \frac{\partial m_y}{\partial \rho} - \frac{\partial m_y}{\partial \varphi} \frac{\partial m_z}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho} \cos^2\varphi \left(\frac{\partial m_y}{\partial \rho} \frac{\partial m_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial m_z}{\partial \rho} \frac{\partial m_y}{\partial \varphi}\right)$$

$$= \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial m_y}{\partial \rho} \frac{\partial m_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial m_y}{\partial \varphi} \frac{\partial m_z}{\partial \rho}\right)$$

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial y} = \left[\cos\varphi \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} - \frac{\sin\varphi}{\rho} \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi}\right] \times \left[\sin\varphi \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} + \frac{\cos\varphi}{\rho} \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi}\right] =$$

$$= \left|\text{скалярное произведение}\right| = \frac{\cos^2\varphi}{\rho} \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} - \frac{\sin^2\varphi}{\rho} \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi} =$$

6

$$= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi}$$

В 2D случае в упр. координ.:

$$\vec{g} = g_z \hat{z} = -\hat{z} \frac{M_s}{\gamma} \vec{m} \cdot \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi}\right) - \text{упрощение}$$

Для $\vec{m}$ возможны упр. выражения $\vec{m} = (m_\rho, m_\varphi, m_z)$ или комплексные выражения $m_x + im_y = \sin\theta e^{i\varphi}$, $m_z = \cos\theta$ и, конечно, глобальные $\vec{m} = (m_x, m_y, m_z)$.

Для $\vec{z}$ -координат возможны глобальные (x, y) , или (ρ, φ) и комплексные $z, \bar{z}$ -координаты, $z = x + iy$.

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y}\right), \quad \frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}\right), \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$$

7

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial y} = \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{m}}{\partial \bar{z}}\right) \times i \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial z} - \frac{\partial \vec{m}}{\partial \bar{z}}\right) =$$

$$= i \left[-\frac{\partial \vec{m}}{\partial z} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \vec{m}}{\partial \bar{z}} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial z} \right] = 2i \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial \bar{z}} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial z}\right)$$

$$\rightarrow \vec{g} = -\hat{z} \frac{M_s}{\gamma} \vec{m} \cdot 2i \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial \bar{z}} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial z}\right) - \text{можно выразить}$$

через компл. функцию $w(z, \bar{z})$, $m_x + im_y = \frac{2w}{1+|w|^2}$, $m_z = \frac{1-|w|^2}{1+|w|^2}$

$$w(z, \bar{z}) = \tan\left[\frac{1}{2}\theta(x, y)\right] e^{i\varphi(x, y)}$$

, θ, φ - сфер. углы $\vec{m}$.

В области "оре" $w(z, \bar{z}) = f(z)$ и $m_x + im_y = \frac{2w}{1+|w|^2}$, $m_z = \frac{1-|w|^2}{1+|w|^2}$

Посмотреть:

Кас после 1991 г.

9

• Euro Mugs. JB 7(4), 607-18 (1999).

10

11

February 26/VIII

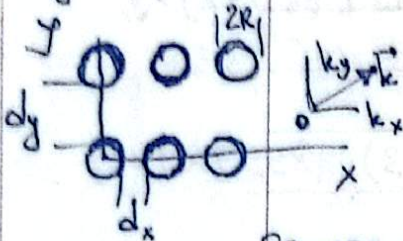
Pavlov Han, Y & Zectan. dot array (zabucumoru on φ_H)

2 FEBRUARY

복금토일월화수복금토일월화수복금토일월화수복금토일월화수

12

→ Helicog a Shima cgeram u narepneu
From φ_H , Han(φ_H) ne Zectan. dot arrays RNi
Cylindrical dots. $L = 76 \text{ nm}$, $2R = 0,8 \mu\text{m}$, RNi , $d_z = 60 \text{ nm}$



A) $d_x = 0,2 \mu\text{m}$; $d_y = 3R = 1,2 \mu\text{m}$

B) $d_x = 0,2 \mu\text{m}$; $d_y = R = 0,4 \mu\text{m}$

Square → C) $d_x = 0,2 \mu\text{m}$; $d_y = 0,2 \mu\text{m} = \frac{1}{2}R$

$\xi = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_x}{T_y}$. Symmetry zabucumoru on φ_H .

Con. arrays 8/III, 12/III, 20-21/III, 21-26/III

13

Landau ($\vec{k}$)

$W(s, \varphi_H) = \frac{1}{M_s^2 V_d} W(s, \varphi_H) = W(s=0) + F(\beta, d, \varphi_H) \cdot 2\pi s^2 - sh$

$\frac{1}{V_d} W_H = -\langle \vec{M} \rangle \cdot \vec{H} = -s M_s \frac{\vec{H}}{H}$. $\vec{H} = -s M_s \vec{H} = -sh (M_s^2)$ -
b paramax "rigid" v. model $\vec{S} \perp \vec{H}$, $\langle \vec{M} \rangle \parallel \vec{H}$.

→ $F(\beta, d, \varphi_H) = \frac{4\pi}{T_1 T_2} \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \cos^2(\varphi_k - \varphi_H)$

Wm yare osmena $F(\beta, d, \varphi_H) \rightarrow F(\dots) - \frac{1}{4\pi} (R_0/R)^2$.

$W(s, \varphi_H) = W(0) + A(\varphi_H) s^2 - sh$, $F(\beta, d, \varphi_H) = \frac{1}{2\pi} A(\varphi_H)$

14

One dispersion. paramax vortex dots b wave $\vec{H}(\varphi_H)$
b paramax "rigid" v. model

$\chi_{int}(0) = \frac{1}{2A(\varphi_H)}$ " $H_{an} = 2M_s A(\varphi_H)$

$\cos^2(\varphi_k - \varphi_H) = [\cos\varphi_k \cos\varphi_H + \sin\varphi_k \sin\varphi_H]^2 = \cos^2\varphi_k \cos^2\varphi_H +$
 $+ 2 \sin\varphi_k \cos\varphi_k \cos\varphi_H \sin\varphi_H + \sin^2\varphi_k \sin^2\varphi_H =$
 $= \cos^2\varphi_k \cos^2\varphi_H + (1 - \cos^2\varphi_H) \sin^2\varphi_k = \sin^2\varphi_k + \cos^2\varphi_k \cdot \cos^2\varphi_H$

→ $F(\beta, d, \varphi_H) = \sum_{\vec{k}} G(k) \cos^2(\varphi_k - \varphi_H) = \sum_{\vec{k}} G(k) \sin^2\varphi_k + \left[\sum_{\vec{k}} G(k) \cos^2\varphi_k \right]$
 $\vec{k} = 2\pi \left(\frac{n_1}{T_1}, \frac{n_2}{T_2} \right)$ & $\vec{k}$ - wave vector.

15 $G(k) = \frac{4\pi}{T^2} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \sim \sum_k G(k) \cos 2\varphi_k$
 - x-разрез, uniaxial anisotropy due to interdot m. coupling
 $\rightarrow W(\varphi_H) = \text{const} + K_H \cos^2 \varphi_H, K_H = 2\pi s^2 \sum_k G(k) \cos 2\varphi_k$
 (для Han, $s=1$).

16 $\chi_{\text{Han}}(\varphi_H) = \chi_{\text{int}}(\varphi_H) = 4\pi F(\beta, d, \varphi_H)$ - преобразование

Омечено, что $\langle M \rangle_d \sim s, Q \sim s^2$ преобразован. Т.е. параметр Han, χ в "rigid" model - это гомогенное взаимодействие между соседними интердот m. coupling, где константа для чистого spin, moment $\vec{\mu} = \langle \vec{M} \rangle_d \cdot V_d$, параметром β это $\chi_{\text{Han}}(\varphi_H)$.

16 II сноска ($\vec{R}_n$ - вектор) - вводит в д.р. взаимодействие
 Com. 24/VII в spin, взаимодействие, где interdot coupling (no rotation yet)
 $W_m = \text{dot}$

$$W_m(s) = W_m^s(0) + 2\pi F(\beta, d, \varphi_H) s^2$$

$$\rightarrow F(\beta, d, \varphi_H) = F_1(\beta) + \frac{V_d}{4\pi} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{R_n^3} [1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H)], V_d = \pi R^2 L$$

$$F(\beta, d, \varphi_H) = F_1(\beta) + \frac{1}{4} \beta \sum_{n \neq 0} \left(\frac{R}{R_n} \right)^3 [1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H)]$$

$$\cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H) = \sin^2 \varphi_{R_n} + \cos 2\varphi_{R_n} \cdot \cos 2\varphi_H$$

$$17 \quad 1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H) = 1 - 3 \sin^2 \varphi_{R_n} - 3 \cos 2\varphi_{R_n} \cdot \cos 2\varphi_H$$

$$\rightarrow F(\beta, d, \varphi_H) = F(\beta, d, \varphi_H = \pi/2) - \frac{3}{4} \beta \cdot \cos^2 \varphi_H \sum_{n \neq 0} \left(\frac{R}{R_n} \right)^3 \cos 2\varphi_{R_n} =$$

$$= F(\beta, d, \varphi_H = \pi/2) + F_a(\beta, d) \cos 2\varphi_H$$

$$18 \quad F_a(\beta, d) = -\frac{3}{4} \beta \sum_{n \neq 0} \left(\frac{R}{R_n} \right)^3 \cos 2\varphi_{R_n}$$

$F_a < 0$, что соответствует ОН вглубь ОХ - от момента взаимодействия ($\varphi_H = 0$):

Тогда как в $\vec{r}$ -преобразовании $F_a(\beta, d) = \sum_k G(k) \cos 2\varphi_k$

$G(k) = \frac{4\pi}{T^2} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR)$ - Остаток спинное взаимодействие, но это более важно (см. 3).

Janis pascua Recten - Cat - Vortex, mcd
 $d_1 = d_v = \text{const}$ $d = 1$

$$\frac{R}{R_n} = \frac{R}{\sqrt{n_1^2 T_1^2 + n_2^2 T_2^2}} = \frac{R}{T_1 \sqrt{n_1^2 + n_2^2 (T_2/T_1)^2}} = \frac{R}{T_1 (n_1^2 + \frac{n_2^2}{3^2})^{1/2}}$$

$$F_a(\beta, d) = -\frac{3}{4} \beta \sum_{n \neq 0} \left(\frac{R}{R_n} \right)^3 \cos 2\varphi_{Rn} = -\frac{3}{4} \beta \left(\frac{R}{R_1} \right)^3 \sum_{n \neq 0} \frac{\cos 2\varphi_{Rn}}{\left(\frac{n_1^2 + n_2^2}{3^2} \right)^{3/2}}$$

$$\cos 2\varphi_{Rn} = \cos^2 \varphi_{Rn} - \sin^2 \varphi_{Rn} = \frac{n_1^2 T_1^2 - n_2^2 T_2^2}{n_1^2 T_1^2 + n_2^2 T_2^2} = \frac{n_1^2 \zeta^2 - n_2^2}{n_1^2 \zeta^2 + n_2^2}$$

$$\rightarrow F_a(\beta, d) = -\frac{3}{4} \beta \left(\frac{R}{T_1} \right)^3 \sum_{n_1, n_2 \neq 0} \frac{1}{\left[n_1^2 + \frac{n_2^2}{\zeta^2} \right]^{3/2}} \left(\frac{n_1^2 \zeta^2 - n_2^2}{n_1^2 \zeta^2 + n_2^2} \right)$$

$$20 \quad \sum_{n_1, n_2} F(n_1^2, n_2^2) = 2 \sum_{n_1=1} F(n_1^2, 0) + 2 \sum_{n_2=1} F(0, n_2^2) + 4 \sum_{\substack{n_1=1 \\ n_2=1}} F(n_1^2, n_2^2)$$

$$F(\beta, d, \varphi_n = \pi/2) = F_1(\beta) + \frac{1}{4} \beta \sum_{n \neq 0} \left(\frac{R}{R_n} \right)^3 \left[1 - 3 \sin^2 \varphi_{Rn} \right]$$

$$\rightarrow F(\beta, d_2, \varphi_u = \pi/2) = F_2(\beta) + \frac{1}{4} \beta \left(\frac{R}{T_1} \right)^3 \sum_{n_1, n_2} \frac{1}{\left[n_1^2 + \frac{n_2^2}{\frac{2}{3}} \right]^{3/2}} \left[1 - 3 \frac{n_2^2}{n_1^2 \frac{2}{3} + n_2^2} \right]$$

$d = d_y = d_z$ unverändert, $d \rightarrow d/r$

$$\beta = \frac{76 \text{ km}}{400 \text{ km}} = 0.19.$$

$$\frac{1}{p/d} = \underline{3}, \underline{1}, \underline{1/2}$$

е.т.р. образ (A) (B) (C) - N образует dot array

21 (A) $F(\beta, 3, \frac{\pi}{2}) = 0.09980$; $F_a(\beta, 3) = -0.01688$

$$h_{an}(\psi_H) = \chi^{-1}(\psi_H) = 4\pi \mathbb{F}(\beta, 3, \psi_H) = 4\pi \left[\mathbb{F}(\beta, 3, \frac{\pi}{2}) + \mathbb{F}_a(\beta, 3) \cos^2 \right]$$

$$\underline{h_{an}(\psi_H) = \chi^{-1}(\psi_H) = 1,254 - 0,213 \cdot \cos^2 \psi_H}, \quad h_{an} = H_{an}/M_s$$

• (B), $d/r = 1$ $F(\beta, 1, \sqrt{2}) = 9.065 \cdot 10^{-2}$; $F_a(\beta, 1) = -0.754 \cdot 10^{-2}$
 $\ln_{\text{an}}(\varphi_H) = \chi^{-1}(\varphi_H) = 1,139 - 0,095 \cdot \alpha s^2 \varphi_H$.

• (C) $\frac{1}{k} = \frac{1}{2}$ quadratic lat. $F(\beta, 1/2, 1/2) = 8.377 \cdot 10^{-2}$; $F_a(\beta, 1/2) = 0$
 $\tan(\varphi_k) = x^{-1}(\varphi_k) = 1.053$

Ковбася Станислав

$$\frac{1}{2} [h_{an}(4\pi) - h_{an}(0)] = 2\pi [F_1(p_n) - F_1(p)] =$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{4\pi} = 2\pi \cdot \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r_n}\right)^3 [1 - 3\cos^2(\varphi_n - \varphi)]$$

Terga van $K_u = 2\pi F_a(p, d) = (2\pi) \left(\frac{-3}{4}\right) \beta \sum_{h \neq 0} \left(\frac{p}{p_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{p_n}$

T.K. $1 - 3 \cos^2(\varphi_{Rn} - \varphi_H) = 1 - 3 \sin^2 \varphi_{Rn} - 3 \cos 2\varphi_{Rn} \cos^2 \varphi_H$, so

$$\frac{1}{2} [P_{\text{ant}}(d, \varphi_n) - P_{\text{ant}}(300)] = 2\pi \cdot \frac{1}{4} \rho \sum_n \left(\frac{R}{R_n}\right)^3 (1 - 3 \sin^2 \varphi_{R_n}) -$$

$$27 \quad - 2\pi \left(\frac{+2}{4}\right) \beta \sum_n \left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{R_n} \cdot \cos^2 \varphi_H$$

Решно, тоакозр. при $\cos^2 \varphi_n$ из $\frac{1}{2} [\tan(d\varphi_n) - \tan(\text{isol})]$ гаче
берне K_u , га и то б не евре тоуам $\vec{R}$ -изгесавленис
(вечер-гунади).

$$\rightarrow h_{av}(\varphi_k) = 4\pi F(\beta, d, \varphi_k) \quad \text{u} \quad K_4 = 2\pi F_a(\beta, d)$$

$$\mathbb{F}(\beta_H, \varphi_H) = \mathbb{F}(\beta, d, \frac{\pi}{2}) + \mathbb{F}_a(\beta, d) \cos^2 \varphi_H$$

Noting $K_u = \frac{1}{2} [h_{an}(\varphi_u=0) - h_{an}(\pi/2)]$

Всего $\frac{1}{p} K_{ii}$ будет универсальн. функцией d/R и

до наф. сбрегов.

→ Due $han(\alpha)$ yumbeyan. $q - 9$ or $\frac{d}{R}$ or $\frac{han(\beta, d, q_n)}{han(\beta)}$ or

1 PRL & PRB submitted papers.

Уорман пауер от 26/VIII 82-урагавн:

Spasen

$d/R = 3 \rightarrow h_{an}(\varphi_H) = 1,267 - 0,283 \cdot \cos^2 \varphi_H$, $h_{an}(\beta = 0,19) = 1,267$
 $K_u = -0,141$ (c exch. yr. 1,223)

③ $L/R = 1 \rightarrow h_{an}(\varphi_H) = 1,130 - 0,142 \cdot \cos^2 \varphi_H$
 $K_H = -0,071$

• (C) $d/r = 1/2 \rightarrow$ $h_{\text{an}}(\psi_H) = 1,001$; $K_H = 0$
(quadrant-lat.)

第	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十	三十一
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----

т.е. $H_{an}^{isol} = H_{an} (d/k=3, \varphi_H = \pi/2)$, а это $\max H_{an}(k_H)$ на экваторе.

Due Sample A (a two $\approx$ chain) $\mu_{an}^{max} = 937$ oe - max.,

$$M_s = 800 \text{ oe}, h_{an}^{isol} = \frac{937 \text{ oe}}{800 \text{ oe}} = 1,171 - \text{гаворимо да изгледа к твр. } h_{an}^{isol} = 1,225$$

(A) $\frac{h_{an}(\varphi_H)}{h_{an}^{isol}} = 1,034 - 0,231 \cdot \cos^2 \varphi_H$; $\frac{h_{an}(\frac{\pi}{2})}{h_{an}(0)} = 1,29 \rightarrow \text{excn. } \frac{h_{an}(\frac{\pi}{2})}{h_{an}(0)} = 1,53$
 origin - Rock_vort - lat - Han. opj

(B) $h_{an}(\varphi_H) = 0,222 - 0,116 \cdot \cos^2 \varphi_H$

• (B) $\frac{h_{an}(w)}{h_{an}} = 0,922 - 0,116 \cdot \cos^2(\varphi_H)$

2

Calc. $\frac{\tan(\pi/2)}{\tan(0)} = 1.144 \rightarrow \text{excn. } \frac{\tan(\pi/2)}{\tan(0)} = \frac{758}{568} = 1.335$

$K_u \text{ excn} = -0.119$

Вывод: $\gamma K_{\text{н}}^{\text{жсн}} > K_{\text{н}}^{\text{ссл}} \sim \text{в } 1.5 \text{ раза (меньше } K_{\text{н}}^{\text{жсн}} \text{ по сравнению с увеличивая } M_2 = 800 \text{ се)}$;

можно уменьшить увеличивая $M_2 = 800 \text{ се}$;

2) амплитуда разброса $\frac{h_{\text{ан}}(\pi/2)}{h_{\text{ан}}(0)}$ - экв. ~ ка 20%

Большое скач. $\gamma_{\text{ан}}(0)$
т.е. эксп. анизотропия $\gamma_{\text{ан}}(\varphi_H)$ заметно больше скач.

3

4

8 $\Theta = 0$ (mass $\perp$ s.d.)? Если в case min ke $\Theta_0(\rho) \ll 1$ $\frac{1}{p^2} \approx 0$?

$W_{ex}(\Theta_0 + \delta)$ - new. как $\pi/\sqrt{2}$, а для $W_m(\Theta_0 + \delta)$ new. $\frac{1}{p^2} \approx 0$ (не требуется $\beta \rightarrow 0$). $\Theta_0 = 0$ - particular case. $\Theta_0 = 0$, возмущ. $\delta(\rho) \ll 1$.

$$\begin{aligned} W_m(0 + \delta) &= - \int d\rho \rho \int d\rho' \rho' g(\rho, \rho') \cos \delta(\rho) \cos \delta(\rho') = \\ &= - \int d\rho \rho \int d\rho' \rho' g(\rho, \rho') \left[1 - \frac{1}{2} \delta^2(\rho)\right] \left[1 - \frac{1}{2} \delta^2(\rho')\right] = \\ &= - \int d\rho \rho \int d\rho' \rho' g(\rho, \rho') \left[1 - \frac{1}{2} \delta^2(\rho) - \frac{1}{2} \delta^2(\rho')\right] = |g(\rho, \rho') = g(\rho', \rho)| = \\ &= W_m(0) + \int d\rho \rho \int d\rho' \rho' g(\rho, \rho') \delta^2(\rho) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 \quad W(0 + \delta) &= W_{ex}(0 + \delta) + W_m(0 + \delta) = W(0) + \\ &+ \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\rho \rho \left[-\nabla^2 \Theta_0 + \frac{\sin \Theta_0 \cos \Theta_0}{\rho^2} \right]_{\Theta_0=0} \delta(\rho) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\rho \rho \left[\delta'^2 + \frac{1}{\rho^2} \delta^2 \right] + \\ &+ \int d\rho \rho \int d\rho' \rho' g(\rho, \rho') \delta^2(\rho) = W(0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\rho \rho \left[-\delta \cdot \nabla^2 \delta + \frac{1}{\rho^2} \delta^2 \right] + \\ &+ \int d\rho \rho \Gamma(\rho) \delta^2(\rho) = W(0) + \int d\rho \rho \left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ -\nabla^2 \delta + \frac{1}{\rho^2} \delta \right\} + \Gamma(\rho) \delta(\rho) \right] \delta(\rho) \end{aligned}$$

He $\Theta_0 = 0$: $W(0 + \delta) = W(0) + \int d\rho \rho \left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ -\nabla^2 \delta + \frac{1}{\rho^2} \delta \right\} + \Gamma(\rho) \delta(\rho) \right] \delta(\rho)$

10 где $F(\rho) = \int d\rho' \rho' g(\rho, \rho') = \mathcal{J}(\rho)$ or $25/\sqrt{2}$ um $\mathcal{J}(\rho, \rho)$.

→ Мога new. yckazhbocan $\Theta_0 = 0$ - пази $\delta(\rho)$ uz :

$$\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ -\nabla^2 \delta + \frac{1}{\rho^2} \delta \right\} + \mathcal{J}(\rho) \delta(\rho) = 0$$

$$-\nabla^2 \delta + \left(\frac{1}{\rho^2} + F(\rho) \right) \delta(\rho) = 0, \quad F(\rho) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \mathcal{J}(\rho) < 0 \text{ u } \left. \frac{d\delta}{d\rho} \right|_{\rho=1} = 0.$$

11 Было $23/\sqrt{2}$ $\kappa^2 = -\frac{1}{2} \mathcal{J}(0) = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \mathcal{J}(0) > 0$

$$\delta'' + \frac{1}{\rho} \delta' + \left[-F(\rho) - \frac{1}{\rho^2} \right] \delta(\rho) = 0. \quad \text{u/m } \rho \rightarrow 0 \quad F(0) = -\kappa^2$$

u y.p. где $\delta(\rho)$ для y.p. - Бесселе (23/ $\sqrt{2}$). Отсюда, too y.p. - a где $\delta(\rho)$ - логарифмический $\delta(\rho)$ $\delta(\rho) \sim J_1(\kappa \rho)$ u/m $\rho \ll 1$.

March

3월 27/18

3 MARCH

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

12

$$J(\rho, \rho) = -\frac{4\pi}{\rho} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\rho x}] \frac{J_1(x)}{x} J_0(\rho x)$$

$$J(\rho, \rho+0) = -4\pi, \quad J(\rho+0, \rho) = -\frac{4\pi}{\rho} [1 + \rho - \sqrt{1 + \rho^2}]$$

Углублен. $\delta(\rho)$ - это масса нуклеона в единицах ρ , $\theta=0$?

Можно найти $\theta \ll 1$ из самого уравнения Шредингера

$$\nabla^2 \theta - \frac{1}{\rho^2} \theta(\rho) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^1 ds' s' g(s, s') \cdot \theta(\rho)$$

$$\nabla^2 \theta - \frac{1}{\rho^2} \theta(\rho) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 J(\rho) \theta(\rho) - \text{связь с } \rho, \text{ где } \delta(\rho).$$

т.е. $\delta(\rho) = \theta(\rho) \ll 1$ для $\rho \ll 1$ и $\rho \gg 1$ $\theta \ll 1$.

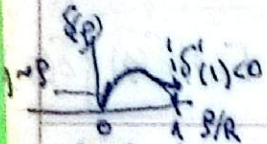
13

$$\Rightarrow W(\delta) = W(0) + \underbrace{\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^1 ds s' [\delta'^2 + \frac{1}{\rho^2} \delta^2]}_{\text{exch. energy} > 0} + \underbrace{\int_0^1 ds s J(\rho) \delta^2(\rho)}_{\text{m. energy} < 0}$$

$$W(0) = \frac{4\pi}{\rho} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\rho x}] \left[\int_0^1 ds s J_0(\rho x) \right]^2 = W(\text{L.S.D.})$$

$$\text{Вариант: } \int_0^1 ds s \delta'^2 = \rho \delta'(\rho) \delta(\rho) \Big|_0^1 - \int_0^1 ds s \delta(\rho) \nabla^2 \delta, \quad \nabla^2 \delta = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho^2 \delta') = \frac{\partial^2 \delta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta}{\partial \rho}$$

$$W(\delta) = W(0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \rho \delta'(\rho) \delta(\rho) \Big|_0^1 + \int_0^1 ds s \left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ -\nabla^2 \delta + \frac{1}{\rho^2} \delta \right\} + J(\rho) \delta(\rho) \right] \delta(\rho)$$



$\delta(\rho) \sim J_1(x\rho) \sim \rho$ при $\rho=0$, поэтому $\delta(0) = 0$

14

$$W(\delta) = W(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \delta'(1) \delta(1), \quad \delta(\rho) \geq 0$$

т.е. масса $\rho \gg 1$ $\delta(\rho) \ll 1$ удовлетворяет $\nabla^2 \delta - \left[\frac{1}{\rho^2} + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 J(\rho) \right] \delta(\rho) = 0$

и условие $\frac{d\delta}{ds} \Big|_{s=1} = \delta'(1) < 0$ соответствует к полной энергии

меньшей, чем $W(\theta=0) = W(\text{L.S.D.})$. $m_2(\rho) = \cos \delta(\rho) \approx 1 - \frac{1}{2} \delta^2(\rho)$

$$\text{или } m_2(\rho) = \cos \theta(\rho) = \frac{\sin x\rho}{x\rho}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\sin x\rho}{x\rho} \right)$$

Но обмен. член. условие $\frac{\partial m_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = 0$ дает $\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = 0$, т.е. $\frac{\partial}{\partial \rho} = 0$

т.е. для $\rho=1$ $\frac{d\delta(\rho)}{ds} \Big|_{s=1} = \delta'(1) = 0$.

Если $\frac{\partial m_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = 0$, то $W(\delta) = W(0)$ с точностью до δ^2 .

15 → 16th International Youth Physics Olympiad 2001

$$\theta'' + \frac{1}{p} \theta' - \frac{1}{p^2} \sin \theta \cos \theta = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p)$$

Умножим на $p^2 \theta'$ и проинтегрируем по p от 0 до p , учитывая, что $\theta(0) = \pi/2$.

$$\int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp = \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp =$$

$$= \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp = \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp =$$

$$= (-1) \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp = (-1) \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp =$$

$$\frac{1}{2} \left[\left(p \frac{d\theta}{dp} \right)^2 - \sin^2 \theta(p) \right] = (-1) \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp -$$

$$16 = 2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp - \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp + C$$

$$- \frac{1}{2} \left[\left(p \theta' \right)^2 - \sin^2 \theta(p) \right] = \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 p^2 \cos \theta(p) \left[\theta'' + \frac{1}{p} \theta' - \frac{1}{p^2} \sin \theta \cos \theta \right] \frac{1}{\sin \theta(p)} -$$

$$- 2 \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp - \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp =$$

$$\text{Умножим на } p \theta' = 0: \quad \frac{1}{2} \sin^2 \theta(1) = \cos \theta(1) \left[\theta'(1) - \sin \theta(1) \cos \theta(1) \right] \frac{1}{\sin \theta(1)} + C$$

$$+ \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 2 W_m - \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp = C -$$

и проинтегрируем по p от 0 до 1, учитывая, что $\theta(0) = \pi/2$.

17 → 18th International Youth Physics Olympiad 2001

$$\nabla^2 \theta - \frac{1}{p^2} \sin \theta \cos \theta = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p)$$

Умножим на $p^2 \theta'$ и проинтегрируем по p от 0 до p , учитывая, что $\theta(0) = \pi/2$ и $\theta(1) = \pi/2$.

$$E(p) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p) dp, \quad E(p) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \sin \theta_0 \int_0^p p' g(p, p') \cos \theta(p') \sin \theta(p)$$

$$18 \quad a) \quad I_0(p) = \int_0^p p' g(p, p') \frac{c^2 - p'^2}{c^2 + p'^2} dp' = \left(\frac{4\pi}{\beta}\right) \int_0^p p' g(p, p') \frac{c^2 - p'^2}{c^2 + p'^2} dp' \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0(px) J_0(p'x) =$$

$$\leq |J_0(p'x) - J_0(0)| \leq \left(\frac{4\pi}{\beta}\right) \int_0^p p' g(p, p') \frac{c^2 - p'^2}{c^2 + p'^2} dp' \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0(px) =$$

$$= - \left(\frac{4\pi}{\beta}\right) \frac{1}{2} \int_0^c \frac{c^2 - t}{c^2 + t} \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{\sqrt{p^2 + t^2}} \right] dt = - \left(\frac{4\pi}{\beta}\right) c^2 \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{\sqrt{p^2 + c^2}} \right]$$

$$|E(p)| \leq \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \sin \theta_0(p) \frac{4\pi}{\beta} \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) c^2 \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{\sqrt{p^2 + c^2}} \right], \quad c = \theta/R$$

19

$$|E(\rho)| \leq \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{4\pi}{\beta} \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) \left[\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \beta^2}}\right] \frac{2c\rho}{c^2 + \beta^2} \text{ Jsc}$$

$$|E(\rho=0)| = \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{4\pi}{\beta} \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) \frac{2}{c}, \text{ но мы имеем } E(\rho) \text{ равно } E(0)=0.$$

$$\bullet \text{ Trans. } |E(p=c)| = \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{4\pi}{\beta} \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) \left[\frac{1}{c} - \frac{1}{\sqrt{c^2 + \beta^2}}\right] = 4\pi \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{1}{\beta c} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2/c^2}}\right]$$

$$\beta/c = L/b = \frac{L}{L_{ex}} \left(\frac{L_{ex}}{b} \right) \cdot E_{cum} \beta/c \ll 1, \text{ T.e. } L \ll L_{ex} = R_0$$

$$\begin{aligned} \text{to } |E(c)| &= 4\pi (\ln 2 - \frac{1}{2}) \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{1}{\beta c} \frac{1}{2} \beta^2 c^2 = 2\pi (\ln 2 - \frac{1}{2}) \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{Lb}{R^2} = \\ &= 2\pi (\dots) \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{L}{R_0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{b}{R_0} \sim 2\pi (\ln 2 - \frac{1}{2}) \left(\frac{b}{R_0}\right)^3 \left(\frac{L}{R_0}\right) \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \sim \frac{L}{R_0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ll 1 \end{aligned}$$

- функция действительно малая для $R \sim R_0$ и строго малая для $R \gg R_0$ - Но возвращает с увеличением R

20

Ecim $\beta/c = \frac{L}{R_0} \left(\frac{R_0}{b} \right) \geq 1$, $\rightarrow (L \geq R_0)$

$$|E(c)| \approx 4\pi \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{b}{R_0} \right)^2 \frac{R}{L} \frac{R}{b} = 4\pi \cdot 0.2 \left(\frac{b}{R_0} \right) \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \left(\frac{R_0}{L} \right) \approx 4\pi \cdot 0.2 \left(\frac{R}{R_0} \right)^2$$

$\left(\frac{R}{R_0} \right)^2$, т.е. амплитуда резонанса ~ 1 даже для $R \approx R_0$.

No more given a) χ from given $c \ll 1$, $b/R \ll 1$, $\frac{R_0}{R} \ll 1$.
($\leftarrow J_0(g'x) \rightarrow J_0(0)$)

Т.е. так можно обосновать еще, что $|\epsilon(c)| \sim \left(\frac{L}{R_0}\right) \left(\frac{R_0}{r}\right)^2 \ll 1$

при $L \ll R_0$ - полагая $\varphi_0(r)$ асимптотически точен при $\frac{R_0}{r} \ll 1$ для малых токи, вне зависимости от R .

21

Wegen $\frac{R}{R_0} \rightarrow \infty$, T.R. $c = \frac{b}{R} \approx \frac{R_0}{R} \rightarrow 0$ nach Pasc.
 (no $L \sim R_0$)

$$b) \quad I_0(p) = -\left(\frac{4\pi}{p}\right) \int_0^c dp' p' \frac{c^2 - p'^2}{c^2 + p^2} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0(px) J_0(p'x) =$$

$$= |g'_{\text{c}} = t| = - \left(\frac{\sqrt{J}}{\beta} \right) c^2 \int_0^1 dt \frac{1-t^2}{1+t^2} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0(\beta x) J_0(ctx) =$$

$$\approx \left| \frac{\text{pagan. w.o } \beta \ll 1}{1} \right| = -4\pi c^2 \int_0^1 dt \frac{1-t^2}{1+t^2} t \int_0^\infty dx \times J_0(px) J_0(ctx) =$$

$$= -4\pi c^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{1-t^2}{1+t^2} \frac{1}{ct} \delta(p-ct) = -4\pi \int_0^c dg' \frac{c^2-g'^2}{c^4+g'^2} \frac{1}{g'} \delta(p-g') =$$

$$= -4\pi \frac{c^2 - p^2}{c^2 + p^2}, \quad p < c, \quad \text{ungrze} = 0.$$

$$\epsilon(\rho) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \frac{2c\rho}{c^2 + \rho^2} (-4\pi) \frac{c^2 - \rho^2}{c^2 + \rho^2}, \quad \rho < c.$$

Роскошная Антонина

4 APRIL

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

22 28/8 - 7/8 Orban penzengeny PRB a nevezetes PRB - m. coupling paper for PRB - Reynolds.

Поверх напряжения, энергия тока система V и $\vec{M}(\vec{r})$:

$$W_m = - \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} \vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{H}_m(\vec{r})$$

$$H_m^{\alpha}(\vec{r}) = \int d^3 \vec{r}' G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') M_{\beta}(\vec{r}') = - \int d^3 \vec{r}' M_{\beta}(\vec{r}') \frac{\partial^2}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\rightarrow W_m[\vec{M}(\vec{r})] = - \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} M_{\alpha}(\vec{r}) H_m^{\alpha}(\vec{r}) =$$

$$= \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} \int d^3 \vec{r}' M_{\alpha}(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} M_{\beta}(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} =$$

$$= \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} \int d^3 \vec{r}' (\vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}}) (\vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}'}) \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad \vec{\nabla}_{\vec{r}} = \frac{\partial}{\partial \vec{r}}$$

Векторная $\Phi_m(\vec{r}) = - \vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot \int d^3 \vec{r}' \frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = - \int d^3 \vec{r}' \frac{\vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

Умн. экв. $\Phi_m(\vec{r}) = \int d^3 \vec{r}' \vec{M}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad \vec{\nabla}_{\vec{r}} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = - \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$

Умножив на $f(\vec{r})$: $\int d^3 \vec{r} (\vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot \vec{M}(\vec{r})) f(\vec{r}) = \int d^3 \vec{r} \text{div}(\vec{M} f) - \int d^3 \vec{r} \vec{M} \cdot \nabla f(\vec{r}) =$
 $= \int dS (\vec{M} \cdot \vec{n}) f - \int d^3 \vec{r} \vec{M} \cdot \nabla f(\vec{r})$ $\vec{H}_m(\vec{r}) = - \nabla \Phi_m(\vec{r})$

24 $\int d^3 \vec{r} \vec{M} \cdot \nabla f(\vec{r}) = - \int d^3 \vec{r} \nabla_{\vec{r}} \vec{M}(\vec{r}) \cdot f(\vec{r}) + \int dS f(\vec{M} \cdot \vec{n})$
 Заменяем $\vec{r} \rightarrow \vec{r}'$ и возьмем $f(\vec{r}') = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$, тогда $\nabla f(\vec{r}') = - \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$

$$W_m = + \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} \vec{M}(\vec{r}) \cdot \nabla \Phi_m(\vec{r}) = - \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} [\nabla_{\vec{r}} \vec{M}(\vec{r})] \cdot \Phi_m(\vec{r}) + \frac{1}{2} \int dS \Phi_m(\vec{r}) (\vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{n})$$

$$= - \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} \text{div} \vec{M}(\vec{r}) \left[- \int d^3 \vec{r}' \frac{\text{div} \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right] +$$

25 $+ \frac{1}{2} \int dS (\vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{n}) \left[- \int d^3 \vec{r}' \frac{\text{div} \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right] = \left[\rho(\vec{r}) = \text{div} \vec{M}(\vec{r}) \right]$
 $\left[\partial(\vec{r}) = \vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{n} \right]$

$$= \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} \int d^3 \vec{r}' \frac{\rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{2} \int d^3 \vec{r} \int dS' \frac{\rho(\vec{r}) \partial(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} -$$

$$+ \frac{1}{2} \int dS \int d^3 \vec{r}' \frac{\partial(\vec{r}) \rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{2} \int dS \int dS' \frac{\partial(\vec{r}) \partial(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$(v) \quad 26 \quad W_m = \frac{1}{2} \int_V \int_V \frac{\rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{2} \int_S \int_S \frac{\sigma(\vec{r}) \sigma(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int_V \int_S \frac{\rho(\vec{r}) \sigma(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

- полная и. част. энергии рефл. энергии - $\rho(r) = \text{div} \vec{M}(r)$, $\delta(r) = \vec{M}(r) \cdot \vec{n}$.
Вот так да! Проверить.

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V d^3x \varphi_m(x) \rho(x) + \frac{1}{2} \int_S dS \varphi_m(x) z(x) \quad \text{и} \quad \text{аналогично для}$$

$$\varphi_m(r) = - \int_V d^3r' \frac{\text{div} M(r')}{|r-r'|} + \oint_S dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}(r')}{|r-r'|} = \int_V \frac{\rho(r')}{|r-r'|} d^3r' + \oint_S dS' \frac{\phi(r')}{|r-r'|}$$

fuzzy goes (✓).

Но почему тогда $W_m^{VS} \sim 83$ разное не утробам?

27) Due "rigid" v. model $W_m^{VS} \sim W_m^V = 0$ $\vec{w}_3 - \vec{z}_2 \beta = -\text{div} \vec{M} = 0$

2) Due Conformal model W_m^V has no gap. $\hookrightarrow W_m^S$,
no gap in W_m^{VS} no gap. $\hookrightarrow W_m^S$?

3) Due "quadratic" model W_m^{VS} requires up to increase MQD (JEMS - JMS)
 t.k. and W_m^V lower. "Flower" - access to "quadratic" m.

→ Bce 300 ecm WVS_m ~ 90 Zen ne noražet u-za cennostju

Формально можно $\hat{g}(\vec{r}) = \hat{g}_v(\vec{r}) + \delta(p-R) \delta(\varphi)$

$$W_m = \frac{1}{2} \int d^3x \int d^3x' \frac{\hat{\rho}(x) \hat{\rho}(x')}{|x - x'|}$$

$$28 = \int d^3\vec{p} \delta(p-R) f(\vec{p}) = \int d\varphi \int dp p \delta(p-R) f(\vec{p}) = \int d\varphi \frac{1}{2} R [f(R-0, \varphi) + f(R+0, \varphi)] = \frac{1}{2} R \int d\varphi f(R, \varphi) \quad \text{uz-za } p=R \text{ y nulya}$$

W_m^{side} us-za 3(2) "quadr." model e namen $29/\sqrt{v_1}$, a $W_m^{vel} = 1/\sqrt{v_1}$

Zusagen $\text{div } \vec{m} = - \frac{2A_p \cos \varphi}{|f(z)|}$, $\varphi(z) = \frac{A}{|f(z)|} (z^2 - R^2) \cos \varphi$ — Sonstige
Zusagen

"Flower" $f(z) = A(z^3 - \frac{2}{z})$, $|f(z)| = |A| \sqrt{9^4 - 2 \cdot 9^2 \cdot 3^2 \cos 2\theta + 3^4}$

$$W_m^{\text{Vol-Surf}} = \int_V d^3r \int_S dS' \frac{\rho(r) \delta(r')}{|r - r'|} = \int d^2\rho d^2\rho' \int_0^R d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' R \frac{1}{|r - r'|} \times$$

$$\times \frac{2A\beta \cos \varphi}{|A| \sqrt{\beta^4 - 2\beta^2 \gamma^2 \cos 2\varphi + \gamma^4}} \quad \frac{A(3^2 - \beta^2) \cos \varphi'}{|A| \sqrt{\beta^4 - 2\beta^2 \gamma^2 \cos 2\varphi' + \gamma^4}} =$$

$$\begin{aligned}
 29 &= \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{\epsilon^2}) \int d\phi d\phi' \int_0^R d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' k \int_0^\infty dk e^{-k(\phi - \phi')} \sum_n J_n(k\rho) J_n(k\rho') e^{in(\varphi - \varphi')} \\
 &= \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{\epsilon^2}) (2L) \int_0^R d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' k \int_0^\infty dk f(kL) \times \\
 &\times \sum_n J_n(k\rho) J_n(k\rho') e^{in\varphi} e^{-in\varphi'} \frac{\rho \cos \varphi}{\sqrt{(\dots)}} \frac{\cos \varphi'}{\sqrt{(\dots)}} = \\
 &= 4L (1 - \frac{1}{\epsilon^2}) R \int_0^R d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(kL) \sum_n J_n(k\rho) J_n(k\rho') \rho J_n(\rho, 1) J_n(R, 3) = \\
 &= \left| \frac{\rho k + \rho'}{k k' + 1} \right| = 4L (1 - \frac{1}{\epsilon^2}) R^2 \int_0^R d\rho \rho^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(\rho x) \sum_n J_n(\rho x) J_n(x) \frac{1}{R^2} J_n(\rho, 1) \frac{1}{R^2} J_n(1, 3)
 \end{aligned}$$

$$30 \cdot \epsilon_m^{V-Surf} = \frac{1}{4\pi V_d} W_m^{V-S} = \frac{1}{4\pi \cdot \pi R^2 L} 4L (1 - \frac{1}{\epsilon^2}) \frac{R}{R^4} \int_0^R d\rho \rho^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(\rho x) \sum_n J_n(\rho x) J_n(x) J_n(\rho, 1) J_n(1, 3)$$

$$\epsilon_m^{V-S} = \frac{1}{\pi^2} (1 - \frac{1}{\epsilon^2}) \int_0^R d\rho \rho^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(\rho x) \sum_n J_n(\rho x) J_n(x) J_n(\rho, 1) J_n(1, 3)$$

- implies W_m^{V-S} volume - surface (side) charges of "flower" state,

$$\text{y.e. } J_n(\rho, 1) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos n\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{9^4 - 2\rho^2 3^2 \cos 2\varphi + 3^4}} \quad \text{near } 1/\sqrt{n}.$$

$$\text{Grassmann } \epsilon_m^V = \frac{1}{\pi^2} \int_0^R d\rho \rho^2 \int_0^R d\rho' \rho'^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(\rho x) \sum_n J_n(x\rho) J_n(x\rho') J_n(\rho, 1) J_n(\rho', 1)$$

$$31 \cdot \epsilon_m^{Surf} = \frac{1}{4\pi^2} (1 - \frac{1}{\epsilon^2})^2 \sum_n I_n(\rho) J_n^2(1), \quad I_n(\rho) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(\rho x) J_n^2(x), \\
 J_n(1) = J_n(1, 1)$$

$$\epsilon_m \tilde{J}_n(\rho, 1) = J_n(\rho, 1) + (1 - \frac{1}{\epsilon^2}) \delta(\rho - 1) J_n(1), \quad \text{y.e.}$$

$$\epsilon_m^{tot} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^R d\rho \rho^2 \int_0^R d\rho' \rho'^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(\rho x) \sum_n J_n(x\rho) J_n(x\rho') \tilde{J}_n(\rho, 1) \tilde{J}_n(\rho', 1)$$

$$1 \text{ u.m. } W_m^{tot} = \frac{1}{2} \int d^3z d^3z' \frac{\hat{\rho}(z) \hat{\rho}(z')}{|z - z'|} = \frac{1}{2} \int_0^L dz dz' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \hat{\rho}(z) \hat{\rho}(z') \times$$

$$\times \int_0^\infty dk e^{-k|z - z'|} \sum_n J_n(k\rho) J_n(k\rho') e^{in(\varphi - \varphi')} = \frac{1}{2} 2L \int_0^L dz dz' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(kL) \times$$

$$\sum_n J_n(k\rho) J_n(k\rho') e^{in(\varphi - \varphi')} \hat{\rho}(\rho, \varphi) \hat{\rho}(\rho', \varphi') = L \int_0^L dk f(kL) \sum_n |J_n(k)|^2$$

$$J_n(k) = \int_0^{2\pi} d\varphi J_n(k\rho) e^{in\varphi} \hat{\rho}(\rho, \varphi)$$

$$J_\mu(\rho, z) = \frac{1}{z^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{z}\right)^{2n} P_{n\mu}$$

5 MAY

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

5

$$J_\mu(\rho, z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu \varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}} = \frac{1}{z^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu \varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2\left(\frac{\rho}{z}\right)^2 \cos 2\varphi + \left(\frac{\rho}{z}\right)^4}}$$

$$= \frac{1}{z^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{z}\right)^{2n} P_n(\cos 2\varphi) = \frac{1}{z^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{z}\right)^{2n} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi P_n(\cos 2\varphi)$$

$$P_{n\mu} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi P_n(\cos 2\varphi). \quad \text{якобы же правило. но } \frac{1}{z}, z \gg 1.$$

$$P_{n\mu} = \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi (\dots) = 2 \int_0^{\pi} d\varphi \cos \varphi \cos \mu \varphi P_n(\cos 2\varphi) = \left| \begin{matrix} \sin \varphi = x \\ d\varphi \cos \varphi = dx \end{matrix} \right| = (\dots).$$

$$P_{0\mu} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi = \pi(\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu, -1}), \quad P_{n0} = 0.$$

$$P_{1\mu} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi \cdot \cos 2\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \frac{1}{2} [\cos \varphi + \cos 3\varphi] = \frac{\pi}{2} (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu, -1} + \delta_{\mu 3} + \delta_{\mu, -3})$$

6

Vol-Surf
Energy & W

$$\rightarrow E_m^{V-S}(z) = \frac{2}{\pi^2} (z^2 - 1) \int_0^1 d\rho \rho^2 \int \frac{dx}{x} f(\rho x) \sum_{\mu=1}^{\infty} J_\mu(\rho x) J_\mu(x) J_\mu(\rho, z) J_\mu(1, z) =$$

$$= \frac{2}{\pi^2} (z^2 - 1) \frac{1}{z^4} \int d\rho \rho^2 \int \frac{dx}{x} f \sum_{\mu=1}^{\infty} J_\mu J_\mu \left[\pi \delta_{\mu 1} + \frac{\rho^2}{z^2} \frac{\pi}{2} (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 3}) + O\left(\frac{1}{z^4}\right) \right] \times$$

$$\times \left[\pi \delta_{\mu 1} + \frac{1}{z^2} \frac{\pi}{2} (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 3}) + O\left(\frac{1}{z^4}\right) \right] = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{1}{z^2} - \frac{1}{z^4} \right) \int d\rho \rho^2 \int \frac{dx}{x} f(\rho x) \pi^2 x$$

$$\times \sum_{\mu=1}^{\infty} J_\mu(\rho x) J_\mu(x) \left[\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 1} \frac{1}{2} \frac{1}{z^2} + \delta_{\mu 1} \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{z^2} + O\left(\frac{1}{z^4}\right) \right] =$$

$$= \frac{2}{z^2} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right) \int d\rho \rho^2 \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(\rho x) J_1(x) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{1}{z^2} (1 + \rho^2) \right] + O\left(\frac{1}{z^6}\right) =$$

$$7 \rightarrow \frac{2}{z^2} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right) \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(x) \left[\frac{1}{x} J_2(x) + \frac{1}{2} \frac{1}{z^2} \frac{J_2(x)}{x} + \frac{1}{2} \frac{1}{z^2} \int d\rho \rho^4 J_1(\rho x) \right] =$$

$$\rightarrow E_m^{V-S}(z \gg 1) = \frac{2}{z^2} \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(x) J_2(x) + \frac{2}{z^4} \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(x) \left[-\frac{1}{x} J_2(x) + \frac{1}{2} \frac{J_2(x)}{x} + \right.$$

$$8 \left. + \frac{1}{2} \int d\rho \rho^4 J_1(\rho x) \right] = \frac{2}{z^2} \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(x) J_2(x) + \frac{1}{z^4} \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(x) \left[\int d\rho \rho^4 J_1(\rho x) - \frac{J_2(x)}{x} \right]$$

$$E_{tot}(z) = E_{tot}(0) + \frac{1}{z^2} \left[2 \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(x) J_2(x) - \frac{1}{2} I_1(\rho) \right] +$$

$$+ \frac{1}{z^4} \left[\frac{1}{4\pi} (R/r)^2 + 2 \tilde{I}(\rho) - \frac{1}{8} \{ I_1(\rho) - I_3(\rho) \} + \int \frac{dx}{x} f(\rho x) J_1(x) \left[\int d\rho \rho^4 J_1(\rho x) - \frac{J_2(x)}{x} \right] \right]$$

$$J_3(x)$$

I.

A graph of a function on a coordinate plane. The x-axis has a tick mark at 1. The y-axis has a tick mark at 0. The curve starts at a high y-value for x=0, decreases to a minimum at x=1, and then increases. The minimum point is below the x-axis.

08A

.....

11

7-8-11

.....

(2)

$$3(x) -$$

$$12 \quad \mathcal{P}_{2,0} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi P_2(\cos 2\varphi) = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi \frac{1}{2} (3 \cos^2 2\varphi - 1) =$$

$$= \frac{3}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi \cos^2 2\varphi - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi = \frac{3}{2} \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi (\cos 4\varphi + 1) -$$

$$- \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi = \frac{3}{4} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi \cos 4\varphi + \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \cos \varphi =$$

$$= \frac{3}{4} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \frac{1}{2} [\cos 3\varphi + \cos 5\varphi] + \frac{1}{4} \pi \delta_{\mu,0} = \frac{3}{8} \pi (\delta_{\mu,3} + \delta_{\mu,5}) + \frac{1}{4} \pi \delta_{\mu,1}$$

$$\mathcal{E}_m^S(\xi) = \frac{1}{2\pi^2} (3^2 - 1)^2 \frac{1}{3^4} \sum_{\mu=0}^{\infty} I_{\mu} \pi^2 \left[\delta_{\mu,1} + \frac{2}{3^2} \delta_{\mu,1} \frac{1}{2} (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,3}) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3^4} \frac{1}{4} (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,3}) + \frac{2}{3^4} \delta_{\mu,1} \left[\frac{3}{8} (\delta_{\mu,3} + \delta_{\mu,5}) + \frac{1}{4} \delta_{\mu,1} \right] \right] =$$

$$13 = \frac{1}{2} (3^2 - 1)^2 \frac{1}{3^4} \sum_{\mu=0}^{\infty} I_{\mu} \left[\delta_{\mu,1} + \frac{1}{3^2} \delta_{\mu,1} + \frac{1}{3^4} \frac{1}{4} (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,3}) + \frac{1}{2} \frac{1}{3^4} \delta_{\mu,1} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^4} \right) \left[I_1 + \frac{1}{3^2} I_1 + \frac{1}{3^4} \left(\frac{3}{4} I_1 + \frac{1}{4} I_3 \right) \right] = |g_0 \gamma_3^6| =$$

$$= \frac{1}{2} \left[I_1 + \frac{1}{3^2} I_1 + \frac{1}{3^4} \left(\frac{3}{4} I_1 + \frac{1}{4} I_3 \right) - \frac{2}{3^2} I_1 - \frac{2}{3^4} I_1 + \frac{1}{3^4} I_1 \right] =$$

$$= \frac{1}{2} I_1 - \frac{1}{2} \frac{1}{3^2} I_1 - \frac{1}{8} \frac{1}{3^4} (I_1 - I_3) \quad - \text{демо, каваг. } \propto 1/\sqrt{n}.$$

$$\mathcal{E}_m^V(\xi) = \frac{1}{\pi^2} \int d\varphi^2 \int d\varphi'^2 \int \frac{dx}{x} f(\beta x) \cdot 2 \sum_{\mu} J_{\mu} J_{\mu} \frac{1}{3^4} \pi^2 \delta_{\mu,1} =$$

$$= \frac{2}{3^4} \int \frac{dx}{x} f(\beta x) \left[\int_0^1 d\varphi^2 J_1(\beta x) \right]^2 = \frac{2}{3^4} \int \frac{dx}{x} f(\beta x) \left[\frac{J_2(x)}{x} \right]^2$$

$$14 \quad B = \frac{1}{4} J_3^2 + \frac{1}{4} J_1 J_3 - \frac{2}{x^2} J_1 J_3 = \frac{1}{4} J_3 (J_1 + J_3) - \frac{2}{x^2} J_1 J_3 =$$

$$= \frac{1}{4} J_3 \frac{1}{x} J_2 - \frac{2}{x^2} J_1 J_3 = \frac{1}{x} J_3 (J_2 - \frac{2}{x} J_1) = - \frac{1}{x} J_0(x) J_3(x) \quad (!)$$

$\xrightarrow{-J_0}$

$$15 \quad \mathcal{E}_{\text{tot}}(\xi) = \mathcal{E}_{\text{tot}}(\xi=0) + \frac{1}{2} \frac{1}{\xi^2} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) J_1(x) J_3(x) +$$

$$+ \frac{1}{3^4} \left[\frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 - \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2} f(\beta x) J_0(x) J_3(x) \right] \quad \text{when } J_0 J_3 > 0$$

но не $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2} f(\beta x) J_0(x) J_3(x)$

$[...] = 0, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2} f(\beta x) J_0(x) J_3(x)$ загалом нуль $R \rightarrow \infty$ нуль

крок міні $\mathcal{E}_{\text{tot}}(\xi)$ при $\xi \gg 1$ (quasi-uniform || s.d. state), а

26 $B_n = \int_0^1 d\rho \rho^2 J_n(\rho x) Y_n(\rho, z) = (\text{исп. представл. } Y_n \text{ через г. Бесселя}) =$
 $= \int_0^1 d\rho \rho^2 J_n(\rho x) \pi \int_0^\infty dk \left[J_{\frac{1}{2}(n-1)}(k\rho^2) J_{\frac{1}{2}(n)}(kz^2) + J_{\frac{1}{2}(n+1)}(k\rho^2) J_{\frac{1}{2}(n)}(kz^2) \right]$

$$C_{\mu}^{\pm} = \int_0^1 dp p^2 J_{\mu}(p x) J_{\frac{1}{2}(\mu \pm 1)}(k p^2) - \delta_{\mu \text{ source}} \delta_{\mu \text{ sink}} \int_0^{\infty} dp (\dots).$$

А $\int_0^{\infty} k J_2(k\rho^2) J_2(kz^2) dk$ берется или через инверсион. функцию.

Косй ушар $\left(\epsilon_{ex} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln \left(\frac{\frac{R^4}{3^4}}{\frac{R^4}{3^4} - 1} \right) \right)$, тоога $\epsilon_{ex} = + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{1}{3^4} -$
- биче уш $\frac{R}{3} \gg 1$.

$$27 \quad \varepsilon_{\text{ext}}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 (-1) \ln\left(1 - \frac{1}{3^4}\right) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[\frac{1}{3^4} + \frac{1}{2} \frac{1}{3^8} \right], \quad \frac{2}{3} > 1.$$

→ Возвращаясь к x -разрезу ФП vortex - L.S.d. и устроим
от 26-28 IV и конкурр. можем BP-soliton (вплоть до $p=1$). 15/8
до π

$m_2(\rho) = \frac{\sin \alpha \rho}{\alpha \rho}$ - trial function. $\text{hyper } \alpha \ll 1$: Bogomol

$$W_{ex}(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 x^2 + O(x^4)$$

$$m_2(p) = \frac{\sin x p}{x} = 1 - \frac{1}{3!} x^2 p^2 + \frac{1}{5!} x^4 p^4 + O(x^6 p^6)$$

28 $m_{\phi}^2(p) = 1 - m_{\pi}^2(p) = 1 - \left(1 - \frac{1}{3!} x^2 p^2 + \frac{1}{5!} x^4 p^4\right)^2 =$ Inflaton ($m_g \neq 0$) $\rightarrow$ Vortex ($m_g = 0$)
 $= 1 - \left[1 - \frac{1}{3} x^2 p^2 + \frac{1}{36} x^4 p^4 + \frac{2}{5!} x^4 p^4\right] = \frac{1}{3} x^2 p^2 - \frac{2}{45} x^4 p^4$

$$m_\varphi(p) = \sqrt{\frac{1}{3} \alpha^2 p^2 \left(1 - \frac{2}{15} \alpha^2 p^2\right)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \alpha p \left[1 - \frac{1}{15} \alpha^2 p^2\right], \quad \alpha = \left(\frac{p_0}{p}\right)^2.$$

$$\begin{aligned}
 29 \quad W_{ex}(x) &= 2 \int_0^1 dy y \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_4}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{y^2} m_\phi^2 \right] = \\
 &= 2 \int_0^1 dy y \left[\frac{1}{9} x^4 y^2 + \frac{x^2}{3} \left(1 - \frac{2}{5} x^2 y^2 \right) + \frac{1}{y^2} \left(\frac{1}{3} x^2 y^2 - \frac{2}{45} x^4 y^4 \right) \right] = \\
 &= 2 \int_0^1 dy y \left[\frac{1}{9} x^4 y^2 + \frac{x^2}{3} - \frac{2}{15} x^4 y^2 + \frac{1}{3} x^2 - \frac{2}{45} x^4 y^2 \right] = \\
 &= 2 \int_0^1 dy y \left[\frac{2}{3} x^2 - \frac{1}{15} x^4 y^2 \right] = 2 \left[\frac{2}{3} x^2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{15} x^4 \cdot \frac{1}{4} \right] = \frac{1}{3} 2 \left[x^2 - \frac{1}{20} x^4 \right]
 \end{aligned}$$

$$\int_0^{\infty} dx x^3 J_0(\beta x) = \frac{1}{\beta} J_2'(x)$$

$$J_1(x) - J_3(x) = 2 J_2'(x) \quad 2001$$

6 JUNE

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

$$3 \quad + \frac{x^4}{60} \frac{4\pi}{\beta} \int dx [1 - e^{-\beta x}] \{ \dots \}, \quad J_1(x) = \frac{2}{x} J_2(x) + J_2'(x)$$

$$W_m(x) = W_m(0) - \frac{1}{3} x^2 \frac{4\pi}{\beta} \int_0^{\infty} dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x^2} J_2'(x) +$$

$$+ \frac{x^4}{60} \frac{4\pi}{\beta} \int dx [1 - e^{-\beta x}] \left\{ \frac{5}{3} \frac{1}{x^2} \frac{1}{4} [J_1(x) - J_3(x)]^2 + \frac{1}{x^2} \left(\frac{8}{x^2} - 1 \right) J_1(x) J_3(x) \right\}$$

$$W(x) = W_{ex}(x) + W_m(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 x^2 \left[1 - \frac{1}{20} x^2 \right] - \frac{1}{3} x^2 \frac{4\pi}{\beta} \int_0^{\infty} dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x^2} J_2'(x) +$$

$$+ \frac{x^4}{60} \frac{4\pi}{\beta} \int dx [1 - e^{-\beta x}] \{ \dots \} + W_m(0)$$

$$\rightarrow W(x) = W(0) + \frac{x^2}{3} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 - \frac{4\pi}{\beta} \int_0^{\infty} dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x^2} J_2'(x) \right] +$$

$$4 \quad + \frac{x^4}{60} \left[\frac{4\pi}{\beta} \int dx [1 - e^{-\beta x}] \{ \dots \} - \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \right]$$

Если $\Phi \Pi - \Pi \perp$ s.d. $\leftrightarrow$ vortex, то коэф. при $x^4 > 0$, а миним. $\Phi \Pi - \Pi$ no (коэф. при x^2) = 0:

$$\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^{\infty} dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{1}{x^2} J_1(x) J_2'(x) \quad \text{миним. } \Phi \Pi - \Pi \text{ vortex} \leftrightarrow \perp \text{ s.d. и } \frac{\sin x}{x} \text{ - неогр.}$$

$$\text{Ум } \beta \ll 1, \quad 1 - e^{-\beta x} = 1 - \left[1 - \beta x + \frac{1}{2} \beta^2 x^2 + \dots \right] = \beta x - \frac{1}{2} \beta^2 x^2$$

$$\left(\frac{R_0}{R_c} \right)^2 = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^{\infty} dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x^2} J_2'(x) = 4\pi \int_0^{\infty} dx \frac{J_1(x)}{x} J_2'(x) -$$

$$5 \quad - 4\pi \cdot \frac{1}{2} \beta \int_0^{\infty} dx J_1(x) J_2'(x) \text{ неясно разогнано.}$$

Наименьшая $\beta \ll 1$ (ср. 28/IV) есть $\frac{R_c}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$. Но она не имеет физ. смысла, т.к. ум $L < L_{cr}$ выше || s.d. (flower) state.

Ум $\beta \gg 1, \quad e^{-\beta x} \rightarrow 0$ упрощаем, тогда

$$6 \quad \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^{\infty} dx \frac{J_1(x)}{x^2} J_2'(x) = \int_0^{\infty} dx \frac{J_1(x)}{x^2} [J_1(x) - \frac{2}{x} J_2(x)] =$$

$$= \int_0^{\infty} dx \frac{J_1^2(x)}{x^2} - 2 \int_0^{\infty} dx \frac{J_1(x) J_2(x)}{x^3} = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2)}{4 \Gamma(5/2) \Gamma^2(3/2)} - 2 \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(3)}{8 \Gamma(7/2) \Gamma(3/2) \Gamma(5/2)} =$$

$$= \frac{\sqrt{\pi} \cdot 1}{4 \cdot \frac{3}{2} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} \right)^3} - 2 \frac{\sqrt{\pi} \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot \frac{5}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} \right)^3} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{2^4}{4 \cdot 3} - \frac{2^2 \cdot 2^6}{8 \cdot 5 \cdot 9} \right] = \frac{1}{\pi} \frac{28}{45}, \quad \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = \frac{4\pi R}{L \pi} \frac{1}{45} = \frac{4 \cdot 28 B}{45 L}$$

$$R/R_0 = (45/112)^{1/3} (L/R_0)^{1/3} = 0.738 (L/R_0)^{1/3}, \quad R_c(L) \text{ примерно } 28/17.$$

N

$$w_{\pm}(p) = \frac{c^2 - p^2}{c^2 + p^2}, \quad p \in [0, 1]$$

25/10

$\pi - \Pi$ L.S.D. $\rightarrow$ vortex

1) $m_2(\rho) = 1 - \frac{1}{3!} x^2 \rho^2 + \frac{1}{5!} x^4 \rho^4$ b. x-wegen
 $m_4(\rho) = \frac{1}{\sqrt{3}} x \rho \left[1 - \frac{1}{15} x^2 \rho^2 \right]$

$$m_2(p) = 1 - 2 \frac{p^2}{c^2} + 2 \frac{p^4}{c^4} \quad \text{free BP-soliton}$$

Wpew $x^2 = \frac{12}{c^2}$ for puzwomew

вотому в к-ф. $W(x), W(1/c)$ равносильны по x и $\frac{1}{c}$ $\in$ $(0,1)$

уточнее $W''(x=0) = 0$ и $W''(1/2=0) = 0$ совпадают и $[...]x^2 = 0$ и $[...] \frac{1}{c^2} = 0$.

Сохранила же ВР-у
возмездие + с. д. Стан

2. S.d. чиница с $m_z=1$, објектне својств. $m_\rho=0$, $m_\varphi \sim \rho$, $\vec{m}$

Это аксиально-сим. тв-моды, или "vortex" моды. — аксиально-сим.

Удоб в ТМММ'94, р. 275 номер на основе своей ТБ 1200

Но из ТБ $\mu_{\text{физический}} \ll \mu_{\text{химический}}$ или $\mu_{\text{физический}} \ll \mu_{\text{химический}}$ (??) — $\mu_{\text{физический}} \ll \mu_{\text{химический}}$

У членов m_p - мога газ  - flower state членов $C \geq 2$.

Ishii '97 paper. H_n given by $(M_2 = 0.2)$  H_2 как $\Theta(p)$ - полагая по p .

→ Асимптот. поведение ($\rho \rightarrow 0$) $m_\psi(\rho) = C J_1(\tilde{x}_0)$ $\tilde{x}^2 = -1/\rho$

также аб. может порождать ϕ -солитоны и BP-солитоны

c) $w_\varphi(p) = 2cp/[c^2 + p^2]$ is χ -trial func. $m_\varphi^2(p) = 1 - \left(\frac{\sin \kappa p}{\kappa p}\right)^2$ abn.

распространить теорему на весь инт. $\rho \in [0, 1]$

→ $m_\varphi(p) = (J_1(x_p))$ - too curling noge Akarzni gne $\beta \rightarrow$

10 $B \rightarrow B \quad \theta(p) = \theta_0 + \delta(p)$ того размера, что $\delta(p)$ - nontrivial и ненуль (нахождение из гр. Эйлера) $\theta_0 = \theta_{as}(p)$, а $\delta(p)$ - nontrivial и ненуль (нахождение из гр. Эйлера) θ_0 - common state, $\delta(p)$ - nontrivial и ненуль (нахождение из гр. Эйлера) $\theta_0 \ll 1$ - common state.

№ 7/2: $W_{ex}(\theta_0 + \delta) = W_{ex}(\theta_0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 2 \int_0^R dp p \left[-\nabla^2 \theta_0 + \frac{\sin \theta_0 \cos \theta_0}{p^2} \right] \delta(p) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^R dp p \left[\delta'^2 + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} \delta^2 \right] + O(\delta^3)$

$W_m(\theta_0 + \delta) = - \int dp p \int dp' p' g(p, p') \cos[\theta_0 + \delta(p)] \cos[\theta_0(p') + \delta(p')] = - \int dp p \int dp' p' g \left\{ \cos \theta_0(p) \left[1 - \frac{1}{2} \delta^2(p) \right] - \sin \theta_0(p) \delta(p) \right\} \left\{ \cos \theta_0(p') \left[1 - \frac{1}{2} \delta'^2(p') \right] - \sin \theta_0(p') \delta(p') \right\}$

11 $= W_m(\theta_0) + (-1) \int dp p \int dp' p' g \left[\cos \theta_0(p) \cos \theta_0(p') \left[-\frac{1}{2} \delta^2(p) - \frac{1}{2} \delta'^2(p') \right] - \cos \theta_0(p) \sin \theta_0(p') \delta(p') - \cos \theta_0(p') \sin \theta_0(p) \delta(p) + \sin \theta_0(p) \sin \theta_0(p') \delta(p) \delta(p') \right] =$

$= W_m(\theta_0) + 2 \int dp p \int dp' p' g(p, p') \cos \theta_0(p') \sin \theta_0(p) \delta(p) + \int dp p \int dp' p' g \left[\cos \theta_0(p) \cos \theta_0(p') \delta^2(p) - \sin \theta_0(p) \sin \theta_0(p') \delta(p) \delta(p') \right]$

$W_{tot}(\theta_0 + \delta) = W(\theta_0) + 2 \int dp p \delta(p) \left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ -\nabla^2 \theta_0 + \frac{\sin \theta_0 \cos \theta_0}{p^2} \right\} + \int dp' p' g(p, p') \cos \theta_0(p') \sin \theta_0(p) \right] + \int dp p \left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ \delta'^2 + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} \delta^2(p) \right\} + \int dp' p' g(p, p') \left\{ \cos \theta_0(p) \cos \theta_0(p') \delta^2(p) - \sin \theta_0(p) \sin \theta_0(p') \delta(p) \delta(p') \right\} \right]$

12 Вспомогательные материалы к 26/IX: $W(\theta_0 + \delta) = W(\theta_0) + \int dp p \left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ -\nabla^2 \theta_0 + \frac{\sin \theta_0 \cos \theta_0}{p^2} \right\} + \int dp' p' g(p, p') \cos \theta_0(p') \sin \theta_0(p) \right] \delta(p) = 0$

Учт. $\int dp p \delta'^2(p) = p \delta(p) \frac{d\delta(p)}{dp} \Big|_0^R - \int dp p \delta(p) \nabla^2 \delta(p)$, $p \delta(p) \delta'(p) \Big|_0^R = 0$.

13 $W(\theta_0 + \delta) = W(\theta_0) + \int dp p \left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left\{ -\nabla^2 \delta + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} \delta(p) \right\} + \int dp' p' g(p, p') \left\{ \cos \theta_0(p) \cos \theta_0(p') \delta(p) - \sin \theta_0(p) \sin \theta_0(p') \delta(p') \right\} \right] \delta(p)$

11 - slower state than new state, т.к. там не acceleration, а $m_p \neq 0$. Тензор $\theta_0(p) = 0$, т.е. common state $\perp S, d$. $\delta(p) \sim J_1(xp)$ $\delta(0) = \delta(R) = 0$

Знач. $\rightarrow \delta v^2 \delta \rightarrow (\delta')^2$ Значение.

14

6) Ур. Лапласа: (*) $\rightarrow \nabla^2 \theta + \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{\rho^2} + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \sin \theta(\rho) \int d\rho' \rho' g(\rho, \rho') \cos \theta(\rho')$

$\mathcal{D}(p) \ll \begin{cases} - \text{решение } y_1 \cdot \text{инг} \\ \text{ищем решение} \end{cases}$

$$g_{\varphi\varphi} - \nabla^2 \theta + \left[\frac{1}{\rho^2} + \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \gamma(\rho) \right] \theta(\rho) = 0, \quad \gamma(\rho) = \int \rho \rho' g(\rho, \rho')$$

Ans. $W(\theta) = \left(\frac{R_0}{r_2}\right)^2 \int d\phi \left[(\theta')^2 + \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right] = \int d\phi \int d\phi' \int d\phi'' g(\phi, \phi') \cos \theta(\phi) \cos \theta(\phi'')$

$$\rightarrow W(\theta \ll 1) = W(0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\mathbf{p} \left[(\theta')^2 + \frac{\theta^2}{p^2} \right] + \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{p}' g(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \theta^2(\mathbf{p})$$
$$= W(0) + \int dp \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left\{ (\theta')^2 + \frac{1}{p^2} \theta^2 \right\} + \gamma(p) \theta^2(p) \right] + O(\theta')$$
$$15 \quad \int_{\mathcal{C}} \frac{1}{p^2} \left(\frac{dp}{ds} \right)^2 ds = \int_{\mathcal{C}} \frac{1}{p^2} \frac{dp}{ds} \frac{dp}{ds} ds = \frac{1}{p} \frac{dp}{ds} \Big|_0^R - \int_0^R \frac{1}{p^2} \frac{dp}{ds} ds = \frac{1}{p} \frac{dp}{ds} \Big|_0^R - \left[\frac{1}{p} \right]_0^R = \frac{1}{p} \frac{dp}{ds} \Big|_0^R - \left(\frac{1}{p(R)} - \frac{1}{p(0)} \right)$$
$$W(\theta \ll 1) = W(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \rho \theta'(s) \theta(p) \Big|_0^R + \int_0^R \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left\{ -\nabla^2 \theta + \frac{\theta}{p^2} \right\} + J(p) \theta(p) \right] \theta(p) dp$$

но в основе от выбора. Вспомогательное $\delta(s) = p\delta(s)\delta'(s)|_R = 0$ где
 переменная группы Ли $p\delta'(s)\delta(s) = 0$ не определено.

Изв. формы
с точ. до θ^2

$$\left\{ \begin{aligned} W(\theta \ll 1) &= W(0) + \int d\theta \left[\left(\frac{R_0}{2} \right)^2 \left\{ (\theta')^2 + \frac{1}{p^2} \theta^2 \right\} + \gamma(\theta) \theta^2(\theta) \right] \\ W(\theta \ll 1) &= W(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{2} \right)^2 p \theta'(s) \theta(s) \Big|_0 \end{aligned} \right.$$

16

где $\theta(\rho)$ - решение уравнения $\Delta^2 \theta - \left[\frac{1}{\rho^2} + J(\rho) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \right] \theta(\rho) = 0$,
 граничное условие $\theta(\rho=0) = 0$

Грани. условие $\theta(\beta=0) = 0$.

Pressure $\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_s \sim \frac{dp}{dg} \Big|_R = 0$ no moment, T.H.
 $R \approx R_0$

Чегоб., 27/18

верно замечено: $\gamma_{\text{пр}} \approx \gamma_{\text{пр}}^0$

$\tilde{\theta}'(R) < 0$
 $\tilde{\theta}(0) = 0$
 $\tilde{\theta}(A) \neq 0$

Т.е. тангенс $\tilde{\theta}(p)$ и будет показывать, насколько $\theta(p) \neq 0$.

~ Бомежу $\rho=0$ излучено $\tilde{\theta}(\rho) = \theta I$ ~ ~ ~ ~ ~

$$\tilde{\theta}(p) \ll 1 - \text{може да се запише } \theta(p) = CJ_0(\tilde{x}p), \quad \tilde{x}^2 = -\left(\frac{p}{R_0}\right)^2 J(0).$$

$\rightarrow$ B or not? - ψ is a wave function $\psi = \psi(x, y, z, t)$ $\perp$ S.d. state $= \psi(y) = 0$.

→ B ist eine 95 x 1 BP-Lösung möglich (180 x 111) = 1 Lösung

$\rho(\rho) \ll 1$ — вынужденное излучение $\tilde{\rho}(0) = \rho I_0(\tilde{\omega})$ — амплитуда вынужденного изл.

3) over $\theta(p) = C J_1(\tilde{x}_p)$, $C \ll 1$, a $\tilde{x}$ he mass.

магнітний

17

План работы и гостевни на динне. время:

- 1) Закончить и отправить SW-PRB и SW-wires (APL) со Славиком.
- 2) Разобраться в SW-paper Chantrell'a и Panneba-dynamics
- 3) Найти анаморфический $H_2(r)$ в flower state of rectangular dot line SW-description.
- 4) R-L MPD или. газа с Kobocagom и метаболитом.
- 5) Интерпрет. exp. BLS - Kobocag-Grimsditch в rectan. dots
- 6) Рассея колебаний "vortex core" (рагнарские ноги), L/L_2
- 7) Доклады на МММ в Seattle:

18

- а) oral с Ив., Ков. - подготовка и презентация и текст dynamics
- б) poster со Славиком по SW-wires
- б) poster с Ков., Shime по m. coupling
- 2) Заезд в Hotel в Seattle
- 8) Узнаю и сообщу в Seagate:
 - а) где там живу с 17/XI и кто встретит
 - б) как отправить багаж
- в) узнать travel appl. в Seagate и сообщу. об этом
- 2) как взять машину напрокат
- 9) В KIAS go отъезд:

19

- а) промежуток о 3/м. по 17/XI, вкл. 13-ую 3/м.
- б) узнать командир-не (conf. fee, hotel, airfare-?)
- в) узнать о возмещении мед. расходов
- 2) сдать книги в библи., e-keys и карты, activity rep.
- г) переписать все важные files - компьютеры, Кор. Windows
- 2) попросить отправить mail-box до Ков. рога.

20

29/XI →

- 10) Погребать в U.S. Embassy намер Bush
- 11) Искать Otani и сделать big-PRB paper (он обман)
- 12) Поменять в на гол. и сдать гол. с себя
- 13) Заполнить в мекс. 9/XI документы на багаж

21

и/или другая з/п

качество. Творчество.
Дух. Ум.

1) α /BP - trial function mesoga u $\left(\frac{\partial W}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=0} = 0 \rightarrow R$

② решение упр. Дирихле $\tilde{\theta} < 1$ и условие $\tilde{\theta}'(R) < 0$,
 + что $|Y(1, \beta)| \left(\frac{R}{\beta}\right)^2 = \text{const} \rightarrow R_c(L)$

(если условие сущ. решения ур. Эйлера с $\tilde{\theta}'(R) < 0$ ест. условие на лев. коэф. $|Y(\rho, \beta)| (\frac{R}{R_0})^2 \geq \text{const}$)

метод Вогдан-Куберт с $\delta(p)$ — ^{неприменимый} ~~не применимый~~ $\delta(p)$ не удовлетв. поведению ур. Эйлера. $\delta(a) = \delta(a)$

$$\delta(\rho) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n J_n(\alpha_n \rho), \quad \delta(0) = \delta(1) = 0 \quad \alpha_n \text{ корни } J_n(x) = 0.$$

$$\textcircled{3} -\nabla^2 \delta + \frac{1}{p^2} \delta = - \left[\frac{d^2}{dp^2} + \frac{1}{p} \frac{d}{dp} - \frac{1}{p^2} \right] \delta(p) = - \sum_n c_n \left[\frac{d^2}{dp^2} + \frac{1}{p} \frac{d}{dp} - \frac{1}{p^2} \right] J_n(\alpha_n p)$$

Ур. Бесселя $\left[\frac{d^2}{dg^2} + \frac{1}{g} \frac{d}{dg} + (k^2 - \frac{n^2}{g^2}) \right] J_n(kg) = 0$.

22

$$\textcircled{2} \quad + \nabla^2 \theta - \frac{1}{\rho^2} \theta - \frac{1}{2} J(\rho) \theta(\rho) = 0 \quad (\text{cm. g/v}) \cdot \rho^2 \frac{d\theta}{d\rho} + \int d\rho \dots$$

$$\frac{1}{2} \left[p^2(\theta)^2 - \theta^2 \right] \Big|_{p_1}^{p_2} - \frac{1}{\alpha} \int_{p_1}^{p_2} g(g) \theta(p) p^2 \frac{dp}{dp} = C$$

$$\frac{1}{2} \left[p^2(\theta')^2 - \theta^2 \right]_{p_1}^{p_2} - \frac{1}{2} \frac{1}{2} p^2(\rho) \theta^2(\rho) \Big|_{p_1}^{p_2} + \frac{1}{2} \frac{1}{2} \int_{p_1}^{p_2} \frac{d[\rho(\rho) p^2]}{d\rho} \theta^2(\rho) d\rho = C$$

$$g_1 = 0, g_2 = 9 :$$

$$\frac{1}{2} [J^2(\theta')^2 - \theta^2(p)] - \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} J^2(p) \theta^2(p) + \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} \int_0^p dp' [2J'(p') + p' \frac{J}{p'}] \theta^2(p')$$

200 мм. где $\theta'' - f(\theta) = 0$ можно взять 1-ый инт., здесь $\uparrow$ тем меньше.

So when $p \rightarrow 1$ $\theta'' + \frac{1}{p} \theta' - \frac{1}{p^2} \theta + \hat{x}^2 \theta = 0$, $\hat{x}^2 = -\frac{1}{\alpha} J(p=1, \beta) = -\frac{1}{2} J(1, \beta)$,

23

$\approx$ plume $\Theta(p) = CJ_1(\hat{x}p), p \approx 1,$

$$\Theta'(p) = c \hat{x} \left[J_0(\hat{x}_p) - \frac{1}{\hat{x}_p} J_1(\hat{x}_p) \right], \quad \Theta'(r) = c \hat{x} \left[J_0(\hat{x}) - \frac{1}{\hat{x}} J_1(\hat{x}) \right] \gg 0$$

то $\Theta'(R) = 0$ задает совм. (2) границы уст. $\Theta = 0$ фазы.

возмущения $\hat{x}$ - корни $\underline{J_0}(\hat{x}) = \frac{1}{x} J_1(\hat{x})$, тогда

$\rightarrow \text{const} = \dot{\chi}^2 = - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \mathcal{J}(1, \beta) - \text{Zagace } R_c(L) \text{ I.S.d.} \leftrightarrow \text{vortex}$

Ans $J(\beta, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x} J_0(\beta x)$, $J(\beta, \beta < 1) = -4\pi$
 $J(0, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta} [1 + \beta - \sqrt{1 + \beta^2}]$

$$k^2 = \frac{4\beta}{(1+\beta)^2 + \beta^2} < 1. \quad J(\beta, \beta) = \int_0^1 d\beta' \beta' g(\beta, \beta')$$

28

$$+ \frac{\pi}{2} (1 + \frac{1}{4} k^2) \left\{ 1 - \ln \frac{4}{k} + \frac{1}{4} k^2 \ln \frac{4}{k} \right\} =$$

$$= \ln \frac{4}{k} + \frac{1}{4} k^2 (\ln \frac{4}{k} - 1) - \frac{1}{4} k^2 \ln \frac{4}{k} + 1 - \ln \frac{4}{k} + \frac{1}{4} k^2 \ln \frac{4}{k} + \frac{1}{4} k^2 - \frac{1}{4} k^2$$

$$\rightarrow \Delta_0(\pi/2, k) = 1 + O(k^4 \ln k) - \text{членов.}$$

$$I_{(-101)}(p, \beta) = \frac{\sqrt{p}}{\pi} \left[\frac{2}{k} \frac{\pi}{2} (1 - \frac{1}{4} k^2) + \frac{1}{2} (\frac{1}{p} - \beta) k (1 + \frac{1}{4} k^2) \frac{\pi}{2} \right] + \frac{\beta}{2} (1 - \beta)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{p} \left[\frac{2}{k} (1 - \frac{1}{4} k^2) + (\frac{1}{p} - \beta) \frac{1}{2} k (1 + \frac{1}{4} k^2) \right] - \frac{\beta}{2} = \frac{\sqrt{p}}{k} (1 - \frac{1}{4} k^2) +$$

$$+ \frac{1}{4} \sqrt{p} k (\frac{1}{p} - \beta) (1 + \frac{1}{4} k^2) - \frac{\beta}{2} = \frac{\sqrt{p}}{k} - \frac{1}{4} k \sqrt{p} + \frac{1}{4} \frac{k}{\sqrt{p}} (1 - \beta^2) (1 + \frac{1}{4} k^2) - \frac{\beta}{2}$$

29

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(1+p)^2 + \beta^2} - \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{(1+p)^2 + \beta^2}} + \frac{1}{4} \frac{2}{\sqrt{(1+p)^2 + \beta^2}} (1 - \beta^2) \left[1 + \frac{1}{4} \frac{4p}{(1+p)^2 + \beta^2} \right] - \frac{1}{2} \beta$$

В E(k) надо go k^4, тогда I_{(-101)} будет с точн. go k^3.
Но сам член ~ k^3 новая членов, но

$$I_{(-101)}(p, \beta) = \frac{1}{2} \sqrt{(1+p)^2 + \beta^2} - \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{(1+p)^2 + \beta^2}} + \frac{1}{2} \frac{(1 - \beta^2)}{\sqrt{(1+p)^2 + \beta^2}} - \frac{1}{2} \beta$$

$$\rightarrow J(p, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta^2} \left[(1+p) - \frac{p}{1+p} + \frac{1 - \beta^2}{1+p} - \sqrt{(1+p)^2 + \beta^2} + \frac{p}{\sqrt{(1+p)^2 + \beta^2}} - \frac{(1 - \beta^2)}{\sqrt{(1+p)^2 + \beta^2}} + \beta \right]$$

30

$$J(0, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta^2} \left[2 - \sqrt{1 + \beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1 + \beta^2}} + \beta \right] - \text{убавится, не сходит}$$

$$J(1, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta^2} \left[2 - \frac{1}{2} - \sqrt{4 + \beta^2} + \frac{1}{\sqrt{4 + \beta^2}} + \beta \right] - \text{сходит}$$

$$J(0, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta^2} \left[2 - \beta - \frac{1}{\beta} + \beta \right] = -\frac{4\pi}{\beta}, \text{ то сов. с } J(0, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta} \text{ при } \beta \gg 1$$

Discussion, $k^2 = \frac{4p}{(1+p)^2 + \beta^2} \ll 1$ и $\sin \theta = \frac{\beta}{\sqrt{(1+p)^2 + \beta^2}} = 1$ совпадают
тогда $J(1, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}$ в равном по $\frac{1}{\beta}$ приближению.

Квант. число L.S.d-vort. Const = $\hat{x}^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 J(1, \beta) = \frac{R^2}{R_0^2} \frac{3\pi}{\beta} = 3\pi \frac{R^3}{R_0^3} \left(\frac{R_0}{L}\right) = \frac{3\pi}{2}$

$$\left(\frac{L}{R_0}\right) = \frac{3\pi}{(1.84)^2 \left(\frac{R}{R_0}\right)^3}; \quad \frac{R_c(L)}{R_0} = \left(\frac{1.84^2}{3\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{L}{R_0}\right)^{1/3} = 0.711 (L/R_0)^{1/3}$$

$$l(r) = \frac{3}{2} \pi \frac{r^2}{r - \sqrt{r^2 - \frac{3\pi}{8} x^2}} \quad , \quad r \geq \left(\frac{3\pi}{8}\right)^{1/2} x = 2,00$$

1 mile pro
cur
pag

$\rightarrow I_{(-1,1)}(p, \beta) = \int_0^{\infty} dx e^{-\beta x} F(x), \quad F(x) = J_0(px) \frac{J_1(x)}{x}, \quad F(0) = \frac{1}{2}$
 $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \quad I_{(-1,1)}(p, \beta) = \frac{1}{2} F(0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$$\frac{\text{Omskr. } \frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}}{\text{b. kr. } I(-100) \cdot}$$

$$I_{(-1,0)}(P, \beta) = \frac{1}{\beta} F(0) = \frac{1}{2} \frac{1}{\beta}$$

$$(2\pi r^4)t^2 - 8r^3t + \hat{x}^2 = 0$$

$$t_{\pm} = \frac{1}{4\pi\tau^2} \left[8\tau^3 \pm \sqrt{64\tau^6 - 4.2\pi\tau^4\hat{x}^2} \right] = \frac{2}{\pi\tau^2} \left[\tau \pm \sqrt{\tau^2 - \frac{\pi}{2}\hat{x}^2} \right]$$

За криване ФНП
5
LSd-~~критерий~~ (4)
пересечение
каждого
b flower - LSd group

$$l(z) = \frac{\pi}{2} \frac{z^2}{z - \sqrt{z^2 - \frac{\pi}{8} z^2}} \quad , \quad z = \left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \hat{z} = 1,15 = z_c$$

$I_{(-1;0)}(\beta, \beta)$ но $\beta > 1$ как и то. Там же
указано возмущение из-за инерции, а точнее
(вект. преобразование $k^2 < -1$ и $\sin \theta = 1$ означают $\beta > 1$)
тогда тоже они совпадают.

→ $V_{\text{критер}} = \text{минимум } \Phi_{\pi-\pi}$ Л.С.д.-vertex и $\theta'_P(R) = 0$

$\chi^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 J(1, \beta)$, $J(1, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta} [I_{(-1,0)}(1,0) - I_{(1,0)}(1, \beta)]$
 $I_{(-1,0)}(1,0) = \frac{2}{\pi}$. В 0-ом приближении. $\chi^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 (-1) \frac{4\pi}{\beta} \frac{2}{\pi} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^3 \left(\frac{R_0}{L}\right) \cdot 8$
 $l(r) = \frac{8}{\pi} r^3$

$$I_{(-1,0)}(1,0) = \frac{2}{\pi} \quad \text{В } a=0 \text{ и } \text{уравнение } \hat{x}^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 (-1) \frac{4\pi}{\beta} \frac{2}{\pi} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^3 \left(\frac{R_0}{L}\right) \cdot 8$$

6. $l(r) = \frac{8}{r^2} r^3$, $l = \frac{L}{R_0}$, $\frac{R}{R_0} = r$.

В 1-ом приближении $R_c(L)$ можно считать и есть (*)

B 2-tes u/m $\delta_{\text{m}} \dots$: $I_{(-1,1)}(f, \beta) = \int_0^{\infty} x e^{-\beta x} f(x) = \frac{1}{\beta} f(0) + \frac{1}{\beta^2} f'(0) + \dots + \frac{f^{(m)}(0)}{\beta^{m+1}}$
 eam $f(0) \neq 0, f(0) = \text{const.}$

even $F(0) \neq 0, F(0) = \text{const.}$

$$F(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_0(x)}{x} = \frac{1}{2} \quad F'(x) = \frac{d}{dx} \left[J_0(\rho x) \frac{J_1(x)}{x} \right] = -\rho J_1(\rho x) \frac{J_1(x)}{x} -$$

$$-J_0(p x) J_1(x) \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} J_0(p x) J_1'(x) = -p J_1(p x) \frac{J_1(x)}{x} + \frac{J_0(p x)}{x} \left[\frac{J_1'(x)}{-J_2(x)} - \frac{J_1(x)}{x} \right]$$

$$F''(x) = \frac{d}{dx} \left[-\rho J_1(\rho x) \cdot J_1(x) \right] = \frac{d}{dx} \left[J_0(\rho x) \cdot x \cdot \frac{J_2(x)}{x^2} \right] =$$

7

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

$$7 \Rightarrow p \left[p J_1'(x) \cdot \frac{J_2(x)}{x} + J_1(px) \left(-\frac{1}{x} \right) J_2(x) \right] - J_0(px) \frac{J_2(x)}{x^2} -$$

$$- x \cdot \frac{J_2(x)}{x^2} (-p) J_1(px) - x J_0(px) \left(-\frac{1}{x^2} \right) J_2(x)$$

$$F''(x \rightarrow 0) = -p \left[p \frac{1}{2} \frac{1}{2} + 0 \right] - \frac{1}{2^2 \cdot 2!} = -\frac{1}{4} p^2 - \frac{1}{8} = -\frac{1}{4} \left(p^2 + \frac{1}{2} \right)$$

$$\rightarrow I_{(-101)}(p, p) = \frac{1}{2} \frac{1}{p} - \frac{1}{4} \left(p^2 + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{p^3} + O(1/p^5), \quad p \rightarrow 1.$$

$$\rightarrow Y(p, p) = -\frac{4\pi}{p} \left[\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2} \frac{1}{p} + \frac{3}{8} \frac{1}{p^3} + O(1/p^5) \right], \quad p \rightarrow 1.$$

Оценим 1-ю аппроксимацию. По $\frac{1}{p} \quad E(p) \leq \frac{3}{8} \frac{1}{p^3}$, $E_{\max} = \frac{3}{8} \frac{1}{(1.8/1.15)^3} = 0.096$,

8 вторая аппроксимация. По $\left(\frac{1}{2} \frac{1}{p_{\min}} \right) = 0.318$, $\Rightarrow (1/p^2)$ надо умножить на R_2 .

$$I_{(-101)}(p, p=0) = \int_0^\infty \frac{dx}{x} J_0(px) J_1(x) = \frac{\sqrt{p}}{\pi} \left[\frac{2}{k} E(k) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} - p \right) k K(k) \right],$$

где $k^2 = \frac{4p}{(1+p)^2}$. Конкретно $I_{(-1)}(1, 0) = \frac{1}{\pi} [2E(1)] = \frac{2}{\pi}$.

Разложим в окрестности $p=1$ и $p=0$.

$$I_{(-1)}(p \rightarrow 1, p=0) = \frac{\sqrt{p}}{\pi} \left[\frac{2}{k} \left\{ 1 + \frac{1}{2} k^2 \left(\ln \frac{4}{k} - \frac{1}{4} \right) \right\} + \frac{1}{2p} (1-p^2) k \left\{ \ln \frac{4}{k} + \right. \right.$$

$$\left. \left. \left| k'^2 = 1 - k^2 = 1 - \frac{4p}{(1+p)^2} = \left(\frac{1-p}{1+p} \right)^2, \quad p = \frac{1-k'}{1+k'} \right| + \frac{k'^2}{4} \left(\ln \frac{4}{k'} - 1 \right) \right\} \right]$$

$$9[...]= \frac{2}{k} E(k) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} - p \right) k K(k) = \left| k^2 (1-p^2) = \frac{4p}{(1+p)^2} (1-p^2) \right| =$$

$$= \frac{2}{k} \left[E(k) + \frac{1}{4} \frac{k^2}{p} (1-p^2) K(k) \right] = \frac{2}{k} \left[E(k) + \frac{1}{4} \frac{4}{(1+p)^2} (1-p^2) K(k) \right] =$$

$$= \frac{2}{k} \left[E(k) + \frac{(1-p^2)}{(1+p)^2} K(k) \right] = \frac{2}{k} \frac{1}{(1+p)^2} \left[(1+p)^2 E(k) + (1-p^2) K(k) \right] =$$

$$10 = \frac{2}{k} \frac{1}{1+p} \left[(1+p) E(k) + (1-p) K(k) \right] = \frac{2}{2p} \left[E(k) (1+p) + (1-p) K(k) \right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{p}} \left[2p E(k) + (1-p) \{ K(k) + E(k) \} \right] = \frac{1}{\sqrt{p}} \left[2p \left\{ 1 + \frac{1}{2} k^2 \left(\ln \frac{4}{k} - \frac{1}{4} \right) \right\} + \right.$$

$$\left. + (1-p) \left\{ \ln \frac{4}{k} + O(k^2) + 1 + O(k^2) \right\} \right] = \frac{1}{\sqrt{p}} \left[2p \left\{ 1 + \frac{1}{2} k^2 \left(\ln \frac{4}{k} - \frac{1}{4} \right) \right\} + \right.$$

$$\left. + (1-p) \left\{ \ln \frac{4}{k} + 1 \right\} \right] =$$

28

28

28

28

28

28

28

28

28

28

28

28

28

28

28



28

28

2

$$\left(\pi - \delta\right) \frac{1}{d} \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}(\pi - \delta)\right] = 1, \quad \left(\frac{\pi}{d}\right) \operatorname{ctg} \frac{\delta}{2} = 1, \quad \delta \ll 1$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\delta}{2} = \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\delta}{2}} = \frac{1}{(\delta/2)} = \frac{2}{\delta}, \quad \frac{\pi}{d} \frac{2}{\delta} = 1, \quad \delta = \frac{2\pi}{d}$$

$$x_0(d) = \pi - \delta(d) = \pi - \frac{2\pi}{d}, \quad m_0(x) = \cos\left[\pi\left(1 - \frac{2}{d}\right)x\right]$$

$$\rightarrow m_0(\pm 1/2) = \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{2}{d}\right)\right] = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{d}\right] = \sin \frac{\pi}{d} \approx \frac{\pi}{d}$$

δ - не очень велико, и $\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} \approx \frac{\delta}{2}$, поэтому $m_0(x)$

II Дирихле kernel, периодический $m_n(x) = \sin(\pi x)$

3

$$x \text{ и } \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -d$$

Если δ - не очень велико, то $x_0^a \approx 0$ и $x_1^a = 2\pi + \delta_1$,

$\delta_1 \ll 1$, (Поло $x_0^a = \delta_0 \ll 1$)

$$x_1 = 2\pi + \delta_1, \quad \delta_1 \ll 1$$

$$\frac{1}{d}(2\pi + \delta_1) \operatorname{ctg}\left[\frac{1}{2}(2\pi + \delta_1)\right] = -1$$

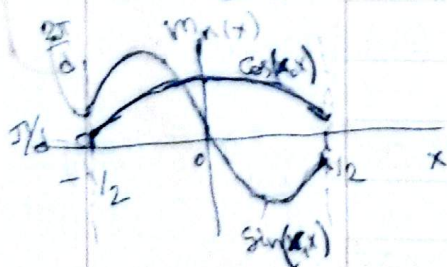
$$\frac{2\pi}{d} \operatorname{ctg}\left(\frac{\delta_1}{2}\right) = -1, \quad \frac{2\pi}{d} \left(\frac{\delta_1}{2}\right)^{-1} = -1, \quad \delta_1 = -\frac{4\pi}{d} < 0 (!)$$

4

$$x_1^a = 2\pi + \delta_1 = 2\pi - \frac{4\pi}{d} = 2\pi\left(1 - \frac{2}{d}\right)$$

Следовательно $x_0^s = \pi\left(1 - \frac{2}{d}\right)$, где $\cos(x_0^s x)$

$$m_1(\pm 1/2) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pm \sin \pi\left(1 - \frac{2}{d}\right) = \pm \sin\left(\frac{2\pi}{d}\right) \approx \pm \frac{2\pi}{d} \text{ на расстоянии } x = \pm \frac{1}{2}$$



Дирихле КФ

$$\begin{cases} a) d=0, & x_n = (2n+1)\pi, n=0,1,2,\dots \\ b) d=\infty, & x_n = 2n\pi, n=1,2,\dots \end{cases}$$

8

5. Die rer. $(\Phi \cup d \rightarrow \infty, \alpha_n = (2n+1)\pi, n=0,1,2,\dots$
 wegen $\alpha_n = (2n+1)\pi - \delta_n$ rge $\delta_n(d) \xrightarrow{d \rightarrow \infty} 0$.

$$\frac{1}{d} [(2n+1)\pi - \delta_n] \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} ((2n+1)\pi - \delta_n) \right] = 1$$

$$\operatorname{ctg}[\dots] = \frac{\sin[\dots]}{\cos[\dots]} = \frac{(-1)^n \cos(\delta_n/2)}{(-1)^n \sin(\delta_n/2)} = \operatorname{ctg} \frac{\delta_n}{2} \quad \nearrow \alpha_n = (2n+1)\pi \times \left[1 - \frac{2}{d}\right]$$

$$\frac{1}{d} \pi (2n+1) \operatorname{ctg} \frac{\delta_n}{2} = \frac{\pi}{d} (2n+1) \frac{2}{\delta_n} = 1, \quad \delta_n = \frac{2\pi}{d} (2n+1), \quad n=0,1,2,\dots$$

→ II Die rerer. $(\Phi \cup d \rightarrow \infty, \alpha_n = 2n\pi, n=1,2,\dots$

→ wegen $\alpha_n = 2n\pi - \delta_n$

$$\frac{1}{d} [2n\pi - \delta_n] \operatorname{ctg} \left[\frac{1}{2} (2n\pi - \delta_n) \right] = -1$$

$$6 \quad \operatorname{ctg}[\dots] = \frac{\cos[\dots]}{\sin[\dots]} = \frac{(-1)^n \cos(\delta_n/2)}{-\sin \frac{\delta_n}{2} \cdot (-1)^n} = -\operatorname{ctg} \frac{\delta_n}{2}$$

$$\frac{1}{d} 2n\pi \operatorname{ctg}[\dots] = \frac{2\pi n}{d} (-1) \operatorname{ctg} \frac{\delta_n}{2} = \frac{2\pi n}{d} (-1) \frac{2}{\delta_n} = -1$$

$$\delta_n = \frac{4n\pi}{d}, \quad \alpha_n = 2n\pi - \frac{4n\pi}{d} = 2n\pi \left(1 - \frac{2}{d}\right)$$

Da Phänomene wire: I rer. $(\Phi \cup m_n(\pm \frac{1}{2})) = \cos \left[(2n+1) \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2}{d}\right) \right] =$
 $= (-1)^n \sin \left[(2n+1) \frac{\pi}{d} \right] \approx (-1)^n (2n+1) \frac{\pi}{d}$

7. Die bex $(\Phi \text{ (rer. u. rerer.) rorge } \epsilon \approx \frac{1}{d^2})$: $\frac{3}{x_{11}}$

$$\rightarrow \alpha_n = n\pi \left(1 - \frac{2}{d}\right) \cup \varphi_n = \frac{\pi n}{w} \left(1 - \frac{2}{d}\right), \quad d \gg 1, \quad n=1,2,\dots$$

Die osur. os Roussigne'2001, rge $\varphi_n = \frac{\pi}{w} (n + \beta), \quad n=1,2,\dots, \quad \beta \approx -\sqrt{3}$

8. Bestimme Zarpennenne $d(p) = 2\pi / [p(1 - 2\ln p)] \rightarrow \text{gna}$

$p = \frac{L}{w}$	0,019	0,029	0,058
d	37,0	26,8	16,2
d^L	20,9	15,3	9,5
α_0	0,946 π	0,925 π	0,876 π
α_0^L	0,904 π	0,829 π	0,790 π

$$d^L = -\frac{\pi}{2\ln p} \rightarrow \text{gna}$$

$$m_0(x) = \cos(\alpha_0 x)$$

$$\alpha_0 = \pi \left(1 - \frac{2}{d}\right)$$

12 $f = 0.018$ $1 - \frac{f}{2} = 0.991$ $C_n(\cdot)$ approx, $1 - \frac{f}{2} = 0.991$ λ_{approx}
Pinning shift of λ_n

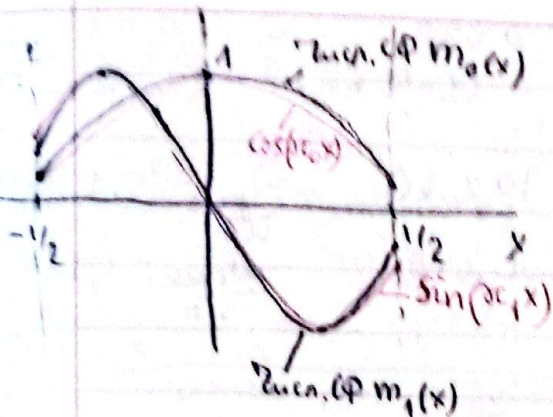
Точното зафренеление на кривата W_1 (с Лоранс-аппарат):

$$\frac{m_1(v_2)}{m_1 \text{ max}} = 0,233$$

$$m_1(1/2) \approx \frac{2\pi}{3} = 0,301;$$

$$m_1(V_2) = \sin \frac{2\pi}{4} = 0,296 - \text{Zapfen.}$$

Q wire:



Tegucigalpa APS meeting 5-7/XII

hospice Figs give SW-wires paper. 10/21

Fig. 1. Wire a hoop. Dimensions, L, w, H, M_0 .

14 Fig. 2. CQ-profiles. $m_{0,1}(x)$ — mean. u admen. pа pаrаrоv.

Q. 8. (a) : $m_0(x) = \cos(x_0 x)$, $m_1(x) = \sin(x_1 x)$ $P = 0.019$
 $(x_0 = 0.9045\pi)$ $(x_1 = 2\pi(1 - \frac{2}{d}) = 0.904 \cdot 2\pi)$

Then, CP gave me $p=0,019$ nachher - file EF-wires.opj.

15. Fig. 3. $W_n(p)$, $n=0, 1, 2$ зуч. L-пачоса.

$\rho = \frac{L}{W}$

$\rho H = 0.071 - \text{Rous. '01}$

	0.009	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045
$\frac{L}{W}$	0.279	286	295	304	312	320	327	334	341	347
$\frac{L}{W_1}$	0.285	293	319	337	352	367	380	391	402	412
$\frac{L}{W_2}$	0.290	311	339	363	384	402	418	431	444	456
$\frac{L}{W_3}$	0.295	322	358	386	410	430	447	462	474	485

16

✓ Note: Чем больше p , тем меньше N_{max}

16. Число разбиений $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ при котором $MSAD$ минимален, т.е. разлет меньше (короче) при больших ρ , хотя точность его падает с $\rho \uparrow$.

Teop. Jaccosa ФМР que Roussi 01 ; $\omega_{\perp} = \sqrt{\omega_H(\omega_H + 1)} = 0,276$

11/XII → Вернулся в Государственное Экспериментальное
Демократическое Научно-Исследовательское (с 12-13/IV).

17 δ_{60}

$p = 0,011$ ($L = 20 \text{ nm}$)	$0,022$ ($L = 40 \text{ nm}$)	$0,03$ ($L = 30 \text{ nm}, w = 1 \mu\text{m}$)
--	------------------------------------	--

$$H = 500 \text{ de}, \quad 4\pi M_S = 10,2 \text{ kOe}, \quad \omega_M = 30,1 \text{ GHz}, \quad f = 2,95$$

$$\frac{W_H}{G_M} = \frac{H}{437 M_s} = \frac{0,500 \text{ koe}}{10,2 \text{ koe}} = 0,049$$

$$\frac{\omega_{FMR}}{2\pi} = 0,227 \cdot 30,1 = 6,826$$

$$1) P = 0,612$$

n	0	1	2	3	4
Q_n	0,252	0,282	0,307	0,328	0,347

$$n = n' + 1$$

$$x_n = \pi n \left(1 - \frac{2}{a}\right)$$

Calc. A&G.	$\frac{W_n}{\sqrt{J}}$	7,59	8,49	9,23	9,88	10,45
------------	------------------------	------	------	------	------	-------

→ G_{H_2} -Zugkraft F_{H_2} 7,04 8,0 8,9 9,7 -

18

2) $p = 0,022$

n	0	1	2	3	4
ω_n	0,273	0,322	0,359	0,388	0,412

Calc. - G_{H_2-AsC} $\frac{\omega w/2\pi}$ 8,23 9,70 10,80 11,68 12,40

$\rightarrow G_{H_2}$ - 2 nd rev. f_n PRB'99	7,8	9,3	10,4	11,5	-
--	-----	-----	------	------	---

Dem. → New York. 7,5 9,0 10,3 11,4, см. → чл. 10.

3) $p = 0,03$

n	0	1	2	3	4
-----	---	---	---	---	---

Calc. - G_{H_2}	$W_{H_2}^{(1)}$	0,297	0,346	0,387	0,419	0,443
	$W_{H_2}^{(1/2)}$	0,31				

$\rightarrow G_{H2}$	$\rightarrow K_{H2}$	8,64	10,40	11,65	12,60	13,34
----------------------	----------------------	------	-------	-------	-------	-------

$p = 0,035 \rightarrow G H_2 W_w / 2\pi$	8,88	10,79	12,10	13,07	13,80
calc.					

Ans. 22/VII. How H- from no?

8 AUGUST

26

После чего $\omega_n(\rho) \in \omega_H = 0,049$, $\omega_M/2\pi = 30,1$ GHz-De_m.

$\frac{p-L}{w}$	0,002	0,005	0,01	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040	0,050
$\frac{1}{2\pi} w_0, \rho_0$	6,94	7,19	7,52	7,84	8,12	8,39	8,64	8,88	9,10	9,51
$\frac{1}{2\pi} w_1$	7,14	7,66	8,36	8,97	9,50	9,98	10,41	10,79	11,15	11,77
$\frac{1}{2\pi} w_2$	7,33	8,07	9,06	9,87	10,55	11,14	11,65	12,10	12,49	13,16
$\frac{1}{2\pi} w_3$	7,52	8,46	9,67	10,63	11,41	12,05	12,60	13,07	13,47	14,12

A close-up photograph of a single cursive letter 'z' written in dark ink on lined paper. The letter is formed with a continuous stroke, starting with a small loop at the top left, followed by a series of connected loops and curves that create a wavy, zigzag pattern. The letter is positioned on the left side of the page, with the rest of the page being blank lined paper.

→ Дуэцкаг о MSW с А. Ребеи и Т. Гроуфорд. 13/11

27 Darcy, a A Debei pacera d' meogam pathintegrals gne impurity mechanism of damping u

расчет M-CPP (FeNi) - толщина слоя ~ 1 nm thickness
of layers of FeNi and Cu. Мерз раскрыва групп. $Df(x)=0$
с учетом усреднения мерз "annealing" - minimum

$E[f] = e^{|Df(x)|}$ влечение ф. Температуры T (заметно $T \rightarrow 0$)
вм. поиска абс. минимума $of E[f]$.

→ Wegen $p \gg 1$ (geschweize nach z , also x). 16/11
 C.m. 17/III V2

28. a) $\ln(\cdot)$ appro. $\lambda m(x) = \frac{u}{p} \int_{-y_2}^{y_2} dx' \ln \frac{|x-x'|}{p} m(x'), p \gg 1$

Упр. не равенство, но $\lambda_n(\rho) \sim \frac{1}{\rho}$ при $\rho \rightarrow \infty$.

$$\lambda_n(p) = \frac{1}{N(p)} \int dx dx' g(x-x') m_n(x) m_n(x') \approx |p \gg 1| \approx$$

29 $\approx \frac{1}{N} \frac{4}{P} \int dx \int dx' \ln \frac{|x-x'|}{P} m_n(x) m_n(x') \approx \left| N(p) = \int_{-V_2}^{V_2} dx m_n^2(x) \right|_P$

$$\approx \frac{1}{2} \frac{4}{p} \left[-\log \left(\int dx m_n(x) \right)^2 + \int dx dx' \log |x-x'| m_n(x) m_n(x') \right]$$

$$\chi(p) = \frac{1}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-pq} - 1}{q} \right) \hat{m}^2(q) = \frac{1}{p} \left[\int_0^\infty \frac{\hat{m}^2(q)}{q} dq + \frac{1}{p} \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\hat{m}^2(q)}{q} \right]$$

take que neces. $\langle \phi, \hat{u}(q) \rangle = \int dx m(x) \sin qx, \lambda(p) \sim \frac{1}{p}.$

$$I_0(x, p) = \left[3g(3) - 4 \operatorname{arctg} \frac{3}{p} \right]_{-y_2-x}^{y_2-x} =$$

$$I_0(x \rightarrow -y_2, p) = \frac{4}{p} 3 \left[\ln \frac{131}{p} - 1 \right]_0 = \frac{4}{p} \cdot 1 \cdot \left[\ln \frac{1}{p} - 1 \right]$$

$$I_1(x, p) = \left[\frac{1}{2} z^2 g(z) - p \ln(z^2 + p^2) \right]_0^{\infty} \approx \left[\frac{1}{2} z^2 \frac{4}{p} \ln \frac{131}{p} - 2p \ln p - \frac{3}{2} \right]_0^{\infty}$$

$$I_1(x \rightarrow -1/2) = [\dots]_0^1 = \left(\frac{2}{p} \ln \frac{1}{p} - 2p \ln p - \frac{1}{p} \right) - (-2p \ln p) = \frac{1}{p} \left(2 \ln \frac{1}{p} - 1 \right)$$

$$I_2(x \rightarrow -\frac{1}{2}, p) = \left[\frac{1}{3} z^3 g(z) - \frac{4}{3} p z + \frac{4}{3} p^2 \arctan \frac{z}{p} \right]_0^1 =$$

$$31 \quad \therefore = \frac{1}{3} g(1) - \frac{4}{3} p + \frac{4}{3} p^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{p} = \frac{4}{3} \frac{1}{p} \ln \frac{1}{p} - \frac{4}{3} p + \frac{4}{3} p^2 \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{3p^3} \right) \\ = \frac{4}{3} \frac{1}{p} \ln \frac{1}{p} - \frac{4}{9} \frac{1}{p} = \frac{4}{3} \frac{1}{p} \left(\ln \frac{1}{p} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} : \lambda(p) m(x) = I_0(-\frac{1}{2}, p) m(x) + I_1(-\frac{1}{2}, p) m'(x) + \frac{1}{2} I_2(-\frac{1}{2}, p) m''(x)$$

$$\lambda(p)m(x) = \frac{4}{p}(\ln \frac{1}{p} - 1)m(x) + \frac{1}{p}(2\ln \frac{1}{p} - 1)m'(x) + \frac{1}{2} \frac{4}{2} \frac{1}{p} (\ln \frac{1}{p} - \frac{1}{3})m''(x)$$

В основе α предель $p \rightarrow 0$ $13/14$ теперь при $p \gg 1$ все $I_n(-\frac{1}{2})$ будут в одном порядке малости.

$$1 \Rightarrow I_S(x, p) = \int_{-y_2-x}^{y_2-x} dz g(z) z^S = \frac{y}{p} \int dz \ln \frac{|z|}{p} \cdot z^S, \quad p \gg 1$$

$$I_S(-1/2, p) = \frac{4}{p} \int_0^1 dz \, z^S \ln \frac{z}{p} = \frac{4}{p} \int_0^1 dz \, z^S [\ln z - \ln p] =$$

$$= \frac{4}{p} \left[-\ln p \cdot \frac{1}{(s+1)} + \int_0^1 dz z^s \ln z \right] \approx \frac{4}{(s+1)} \frac{\ln p}{p} \quad \text{бс } I_s(-\frac{1}{2}; p) \text{ - отрицат.}$$

т.е. при $\mu = \pm 1/2$ получаются кубы.

$$\text{Ans. gr. } \lambda_m(x) = \frac{q}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \ln \frac{|x-x'|}{p} m(x') \approx \frac{q}{p} \left[-\ln p \cdot \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') + \int_{-1/2}^{1/2} dx' \ln |x-x'| m(x') \right]$$

Для вет. (ф. $\lambda(p) \sim \frac{\ln p}{p}$ и сф. $m(x)=1$), а для нечет. (ф. $\lambda(p) \sim \frac{1}{p}$ при $p \gg 1$)

9 SEPTEMBER

2 $\omega_n(p) \rightarrow \omega_n(\omega_n + 1) = \omega_{mp}^2$ where $p \gg 1$, u
CP $\rightarrow$ uniform where $p \gg 1$, ω_{mp}^2 where $x \pm 1/2$ unphysical.

5) $\rho_{\text{pinning}} = \rho_{\text{gr}} \approx 17/\pi$.

$$\Lambda_m(x) = (-4) \int dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$$

$$g_L(\frac{z}{2}) = -\frac{4}{p^2}, p \gg 1 \text{ u } \lambda(p) = -\frac{4}{p} \ln p + \frac{C}{p} \text{ как u } g_{\text{gr}}(\frac{z}{2}) - \rho_{\text{gr}}.$$

So $m(x) = 1$ & realness no $\frac{1}{p} \rightarrow 0$ unphysical

" $\frac{\partial m}{\partial x} = 0$, pinning's res.

$$\text{So } \text{also } g_{\text{gr}} m_z(x) \text{ u } \lambda_z: \frac{\partial m_z}{\partial x} - d_z m_z(x) = 0 \Big|_{x=-1/2}$$

3 Due $\lambda_x, m_x(x)$ unphysical, log $\lambda_x = -4\pi - \lambda_z$, no u $G_{xx} = -4\pi - G_{zz}$

$$m'_x(x) + \left(\frac{I_0 - \lambda_z}{I_1} \right) m(x) = 0, \quad I_0(-1/2, p) = -2\pi + 2p$$

$$I_1(-1/2, p) = p(2\ln p - 1)$$

$$\text{Necessary } \frac{\partial m_x}{\partial x} - d_x m_x(x) = 0 \Big|_{x=1/2}, \quad -d_x = \frac{I_0 - \lambda_z}{I_1} = \frac{[-2\pi + 2p] + 4\pi}{p(2\ln p - 1)}$$

$$\lambda_z = -4\pi + Ap, \quad \Rightarrow \quad d_x(p) = -\frac{2\pi}{p(2\ln p - 1)} > 0, \quad d_z(p) > 0, \quad d_z = +d_x.$$

Pinning $m_x(x)$

4 Magnon energy. Energy wire u trans. yelobua. $17/\pi$

$$\text{M.W.} - W_m = -\frac{1}{2} \int d^3z \vec{h}_m(\vec{r}) \cdot \vec{m}(\vec{r}), \quad h_m^\alpha(\vec{r}) = \int d^3z' G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') m_\beta(\vec{r}')$$

Due wires, $G_{\alpha\beta}$ - gru. $\begin{pmatrix} G_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{zz} \end{pmatrix}$ - no $\langle \dots \rangle_z$, ylloa ne Benina.

5 da ag. message $\perp$ ox: $W_m = -\frac{1}{2} \int dx \vec{h}_m(x) \cdot \vec{m}(x)$

$$h_m^z(x) = \int dx' G_{zz}(xx') m_z(x') = \lambda_z m_z(x) \Big\} \text{ due CP "n"}$$

$$h_m^x(x) = \int dx' G_{xx}(xx') m_x(x') = \lambda_x m_x(x)$$

$$W_m^{(n)} = -\frac{1}{2} \int dx [h_m^x(x) m_x^{(n)}(x) + h_m^z(x) m_z^{(n)}(x)] = -\frac{1}{2} \int dx [\lambda_x m_x^{(n)2}(x) + \lambda_z m_z^{(n)2}(x)]$$

$$\lambda_2^{(n)} = -4\pi + A_n p$$

6

Sum CP normal vectors on "1" $\int m^{(n)} d(x) dx$

$$W_m^{(n)} = -\frac{1}{2} (\lambda_1^{(n)} + \lambda_2^{(n)}) = -\frac{1}{2} (-4\pi) = 2\pi$$

Break $m_{2,x}$ components to $W_m^{(n)}$

$$W_m^{(n)} = -\frac{1}{2} \lambda_2^{(n)} \Rightarrow W_m^{(n)} = -\frac{1}{2} \lambda_1^{(n)} = \frac{1}{2} A_n p$$

Dir. vector. choose $\frac{x}{w} = -1/2$ ($\hat{n} = -\hat{i} = -\hat{z}$), $\vec{M}_0$ is



$$\left(\frac{\partial m_z}{\partial n} + d_z m_z(x) = 0, \frac{\partial m_x}{\partial n} + d_x m_x(x) = 0 \right)$$

we $d_z > 0, d_x \geq 0$ and $d_x = +d_z$

magnetic boundary

7

if we have, perpendicularization ($\vec{M} \parallel$ surface), ex. fig. is

$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial n} - d m_x(x) = 0 \text{ and } \frac{\partial m_z}{\partial n} = 0 \right) - \text{exch. } K_s \text{ bc. condition}$$

$m_x \parallel$ normal to surface, m_z perpendicular to surface

But we have magnetic boundary conditions for m_z as well as boundary conditions otherwise K_s .

$$d = \frac{2K_s}{\alpha M_s^2}, \vec{h}_{ex} = \alpha \sigma^2 \vec{m}, W_s = -K_1 \frac{(\vec{M} \cdot \vec{n}_0)^2}{M_s^2}, K_s = \int_0^d dx$$

$K_1 > 0 \Rightarrow d > 0$ - O/N $\perp$ surface, $K_1 < 0, d < 0$ - P/N

8

if $d_z > 0$, so $x = \pm 1/2$ give m_z ? let analyze b exch. and

$d_x \geq 0$ $\frac{\partial m_x}{\partial n} + d_x m_x = 0$ case. P/N $\hat{x}$ give m_x , so

normal perpendicular. Bege $\beta = (\vec{m} \cdot \vec{n})_{\pm 1/2} = \pm m_x$ - normal

surface. Therefore β and perpendicularization $m_x(\pm 1/2) \Rightarrow$ perpendicular β

W. Scholz micromag. calc. of vortex

B/XII Discussion with W. Scholz & Michael $\vec{m}(p)$ - vortex

! We mention a approximation $\vec{m}$ surface, then γ is a minimum

W_m - minimum! (we $\beta = -\sin \theta, \theta = ?$)

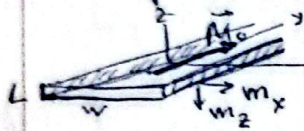
Bege < 0 N/micromag. $\beta = \sin \theta$ SW reversal

Если СФ нормирована на "1" $\int_{-\infty}^{+\infty} m^{(n)}(x) dx = 1$

By neg $m_{2,x}$ components to $W_m^{(n)}$:

$$W_m^{(n)2} = -\frac{1}{2} \lambda_2^{(n)} = W_m^{(n)x} = -\frac{1}{2} \lambda_x^{(n)} = \frac{1}{2} A p - \text{max}$$

Эр. пункт. условие при $\frac{x}{w} = -1/2$ ($\hat{n} = -\hat{e} = -\hat{x}$), $\vec{M}_0$ по



$$\frac{\partial m_z}{\partial n} + d_z m_z(x) = 0, \quad \frac{\partial m_x}{\partial n} + d_x m_x(x) = 0, \quad x = -$$

zge $d_z > 0, d_x \geq 0$ " $d_x = +d_z$.

Magnetostatic
Boundary cond

Нижн касат. камативанни ($\vec{M}$ || поверхн.), см. Гур.-менов.

$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial n} - d \cdot m_x(x) = 0 \quad \text{u} \quad \frac{\partial m_z}{\partial n} = 0 \right) - \text{exch. - Ks boundary conditions}$$

m_x || нормали к поверхности, m_z касательна поверхности

Bugno, too numerous. boundary conditions give m_z
assurance of boundary conditions assurance of K_s .

$$d = \frac{2K_S}{\alpha M_S^2}, \quad \vec{h}_{ex} = 2 \nabla^2 \vec{m}, \quad W_S = -K_1 \frac{(\vec{M} \cdot \vec{n}_0)^2}{M_0^2}, \quad K_S = \int dx K_1$$

$K_1 > 0 \Rightarrow d > 0$ — ОЛН $\perp$ поверхности (н-нормаль $\vec{n}$ к поверх.)

7. k. $d_z > 0$, to $x = \pm \frac{1}{2}$ give m_z ? Ker ananora b exch. bound. conditions

$$d_x \geq 0 \quad \frac{\partial m_x}{\partial n} + |d_x| m_x = 0 \quad \text{с ппн} \quad \text{ппн} - \hat{x} \text{ где } m_x, \text{ } \geq 0$$

вероятно физически. Всего $3 = (\vec{m} \cdot \vec{n})_{\pm 1/2} = \pm m_x$ - мюнов
верх. уровней и гравитация $m_x(\pm 1/2) \Rightarrow$ гравитация 3 и W_m

W. Scholz micromag. calc. of vortex

13/XII Discussion with W. Scholz o macro m(p) - vortex
 ~ vortex vorticity. On micro vorticity, 250
W₀ menome, a annuoyga om barbu, zen y ka. b mm-JAP.
W_m - oscillations! (uga $\beta = -\sin^2 \theta - ?$)
 Becega c O.M/microborn o bogolymen SW reversal rev.

$(\Delta + x^2) \psi(r) = u(r) \psi(r)$ (Arfken, p. 922)

$$\psi(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r \psi(r) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}, \quad \psi(r) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3k \psi(k) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

$$u(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r u(r) e^{-i\vec{k}\vec{r}}$$

$\psi(r) \sim m_2(r)$ no energy. However $\psi(\vec{k}) = \psi(k_x, k_y, k_z)$
надо брать при $k_y=0, k_z=0$ (уменьшение по "y" и "z").

14. $(-k_x^2 + x^2) \psi(k_x) = \int dk'_x u(k_x - k'_x) \psi(k'_x), \quad k_x \rightarrow q$
 $(-q^2 + x^2) \psi(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dq' u(q - q') \psi(q')$

Справн. с.

$$\lambda \hat{m}(z) = \int_0^z dq' \hat{g}(z, q') \hat{m}(q'), \quad \hat{g}(z, q') = \frac{q}{q'} [e^{-Pq'} - 1] \int_{1/q'}^{1/z} dx \cos qx \cos q'x.$$

$$\lambda \hat{m}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dq' \hat{g}(qq') \hat{m}(q'), \quad \hat{g}(qq') = \frac{4}{P(q')} [e^{-P(q')} - 1] \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \cos q x \cdot \cos q' x$$

$$\text{Therefore: } \frac{u(q-q')}{x^2 - q^2} = \frac{1}{\lambda} \hat{g}(qq') = \frac{1}{\lambda} \frac{q}{P(q')} [e^{-P(q')} - 1] \int_0^{\infty} \cos qx \cdot \cos q'x$$

$$L - L' \subseteq Q$$

$$15 \quad u(Q) = (x^2 - Q^2) \frac{4}{\lambda} \frac{1}{P|Q-Q|} [e^{-P|Q-Q|} - 1] \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos Qx \cdot \cos (Q-Q)x =$$

$$= \frac{4}{\lambda P} \frac{(x^2 - Q^2)}{|Q-Q|} [e^{-P|Q-Q|} - 1] \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(2Q-Q)}{2Q-Q} + \frac{\sin \frac{1}{2}Q}{Q} \right] - \text{Zabur}$$

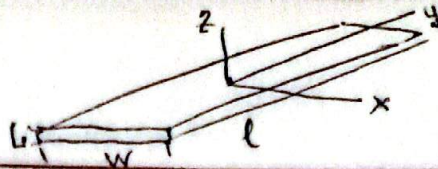
the sentence of Q, the "or" "q", 2nd member.

$$\text{Wp. } p_2 < 1, p_2 = 0 \quad u(Q) = -\frac{y}{\lambda} (a^2 - Q^2) \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(2Q - Q)}{2Q - Q} + \frac{\sin \frac{Q}{2}}{Q} \right]$$

В сум $q=0$ (сумма $\vec{q}$ не меняется), то

$$u(Q) = -\frac{4}{2} x^2 \cdot 2 \frac{\sin Q}{Q} = \int dx u(x) \cos Qx, \quad u(x) = u_0 = -\frac{4x^2}{2} = -2x^2$$

Ho $u(x) = \text{const}$ coeher. $C \Phi^{-1/2} (\Delta + x^2) \psi = u_0 \psi(x) - \cos(x^2) u \sin(x^2)$



2001

토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

9 SEPTEMBER

16. Koopman's eqn: $\psi(r) = \int d^3 r' G(r, r') u(r') \psi(r')$,
 $G(r, r') = G(r - r') = \frac{(-1)}{4\pi} \frac{e^{i\pi|r-r'|}}{|r-r'|}$. Green's function!!

우측 $\psi(r) = \psi(x, y, z)$ ne zabuchayem ot "y" - koopmanov b'z'at wire, a no "z" b'z'at temerem wire ychegnum, $\psi(r)$ ne zabuchayem ot "z" nog $d^3 r'(\dots)$.

$$\psi(x) = \langle \psi(x, z) \rangle_z = \frac{1}{L} \int_L dz \int_{y=0}^{\infty} dy (\dots) \int d^3 r' G(r, r') u(x') \psi(x')$$

noimem $y=0$ um $\int dy(\dots)$ gornim vprubem u ogunem. rez. v/w $L \rightarrow \infty$.

$$\psi(x) = \frac{1}{L} \int dz dz' \int dy' \int dx' G(r, r') u(x') \psi(x')$$

17 $\psi(x) = \int dx' g_s(x, x') u(x') \psi(x')$, $[u(x)] = 1/R^2$.

$$g_s(x, x') = \frac{1}{L} \int dz dz' \int_{y=0}^{\infty} dy' G(r, r') \text{ um } g_s(x, x') = \frac{\int dz dz' \int_{y=0}^{\infty} dy' G(r, r')}{L}$$

$$g_s(x, x') = \frac{1}{L} \int dz dz' \int_{y=0}^{\infty} dy' \left(-\frac{1}{4\pi} \right) \frac{e^{i\pi|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{1}{L} \left(-\frac{1}{4\pi} \right) \int dz dz' \int_{y=0}^{\infty} dy' \times$$

$$\times \frac{1}{2\pi^2} \int d^3 \vec{k} \frac{e^{i\vec{k} \cdot (r-r')}}{k^2 - \alpha^2} = \left| \vec{k} = (k_x, k_y, k_z) \right| = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{L} \frac{1}{2\pi^2} \int d^3 \vec{k} (\dots) =$$

$$= \left(-\frac{1}{4\pi} \right) \frac{1}{L} I(x, x', \alpha)$$

18 $I(x, x', \alpha) = \int dz dz' \int dy dy' \frac{e^{i\pi|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{1}{2\pi^2} \int d^3 \vec{k} \frac{1}{k^2 - \alpha^2} \int dz dz' dy dy' e^{i\vec{k} \cdot (r-r')}$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \int d^3 \vec{k} \frac{e^{iK_x(x-x')}}{k^2 - \alpha^2} \left(\frac{4}{K_y^2} \sin^2 K_y \frac{L}{2} \right) \left(\frac{4}{K_z^2} \sin^2 K_z \frac{L}{2} \right) = \left| L \rightarrow \infty, \frac{4}{K_y^2} \sin^2 K_y \frac{L}{2} \rightarrow 2\pi L \delta(K_y) \right| =$$

19 $= \frac{1}{2\pi^2} \cdot 2\pi L \int \frac{dk_x dk_z}{(k_x^2 + k_z^2 - \alpha^2)} \frac{4}{k_z^2} \sin^2 \left(\frac{k_z L}{2} \right) e^{iK_x(x-x')} = \left| \text{sepem na } k_z \right| =$

$$= \frac{2\pi L}{2\pi^2} \cdot 4 \int_{-\infty}^{\infty} dk_x e^{iK_x(x-x')} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{1}{(k_x^2 + k_z^2 - \alpha^2)} \frac{\sin^2 \frac{k_z L}{2}}{k_z^2} = \left| b^2 = k_x^2 - \alpha^2 \right| =$$

$$= \frac{2\pi L}{2\pi^2} \cdot 4 \int dk_x e^{iK_x(x-x')} \frac{2 \cdot \pi L}{2} \frac{1}{2(k_x^2 - \alpha^2)} f\left(2 \frac{L}{2} \sqrt{k_x^2 - \alpha^2}\right), f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1 - e^{-x})$$

20

$$I(x, x') = \frac{2\pi L \cdot 2\pi L}{2\pi^2} \int dk_x e^{ik_x(x-x')} \frac{f(L\sqrt{k_x^2 - x^2})}{(k_x^2 - x^2)}$$

$$(k_x^2 - \partial_c^2)$$

$g_s(x, x')$ и $u(x')$ должно совпадать с

$$\frac{1}{\lambda} g(x, x') = \frac{1}{\lambda} \frac{2}{p} \ln \frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2} = \frac{4}{p\lambda} \int_0^{\infty} dq \cos q(x-x') \left[\frac{e^{-pq} - 1}{2} \right]$$

$$\rightarrow g_S(x, x') = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \cos k_x (x-x') \frac{f(\sqrt{k_x^2 - x^2})}{(k_x^2 - x^2)}$$

21

2) при вращен. $I(x, x', x)$ изобразить на ф. Вектор $k_2^2 = x^2 - k^2$

$$g_s(x, x') = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) \frac{1}{L^2} \int d^2z \int d^2z' \frac{i}{2\pi} \int d^2k_x d^2k_y \frac{e^{ik(\vec{r}-\vec{r}')} e^{ik_z(z-z')}}{k_z}$$

$$\frac{1}{\ell} \int dy dy' e^{ik_y(y-y')} = 2\pi \delta(k_y), \ell \rightarrow \infty$$

$$g_s(x, x') = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) \frac{1}{L} \int dz dz' \frac{i}{2\pi} \int dk_x dk_y \frac{e^{ik_x(x-x')} e^{ik_z(z-z')}}{k_z} \cdot 2\pi \delta(k_y) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{L} \int dz dz' \frac{i}{2\pi} \cdot 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \frac{e^{ik_x(x-x')} e^{ik_z(z-z')}}{\sqrt{x^2 - k_z^2}}$$

$$\int_{0=L}^L dz dz' e^{ik_z(z-z')} = \frac{2L}{k_0} f(k_0 L), \quad k_0 = -ik_z, \quad k_z = \sqrt{k_0^2 - k_y^2}$$

22

$$g_s(x, x') = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{L} i \int dk_x \frac{e^{ik_x(x-x')}}{\sqrt{x^2 - k_x^2}} \frac{2L}{(-ik_2)} f(-ik_2 L) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int dk_x e^{ik_x(x-x')} \frac{1}{\sqrt{x^2 - k_x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 - k_x^2}} f(L\sqrt{k_x^2 - x^2}) = \frac{(-1)}{2\pi} \int dk_x e^{ik_x(x-x')} \frac{f(L\sqrt{k_x^2 - x^2})}{(k_x^2 - x^2)}$$

- $\rightarrow$ $\text{me } g_S(x, x'), \text{ too a wpm } \int d^3 \vec{k} (\dots)$

→ Fourier $g_s(x, x') = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty dk \cos kz \frac{f(L\sqrt{k^2 - x^2})}{(k^2 - x^2)}, \quad z = x - x'$

Аналогично: $\int dx_1 \dots dx_n$ и $\int dx_2 \dots dx_n$

$$k_w = q, \quad \frac{z}{w} \rightarrow \tilde{z}, \quad \frac{L}{w} = p, \quad xw \rightarrow x$$

9 SEPTEMBER

$$23 \quad g_s(x, x') = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dq \cos qz \cdot \frac{f(P\sqrt{q^2 - x^2})}{(q^2 - x^2)} \quad \text{yana, na } U(x') \\ \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{U(x)U(x')}$$

$$\frac{1}{\lambda} g(x, x') = \frac{1}{P\lambda} \int_0^{\infty} dq \cos qz \left[\frac{e^{-Pq} - 1}{q} \right]$$

$$-\frac{1}{\pi} \frac{f(P\sqrt{q^2 - x^2})}{(q^2 - x^2)} \approx -\frac{1}{\pi} \frac{(P/2)\sqrt{q^2 - x^2}}{(q^2 - x^2)} = -\frac{P}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{q^2 - x^2}}$$

hago passuro $\int_0^{\infty} dk_x(\dots)$ na $\int_0^x dk_x(\dots) + \int_x^{\infty} dk_x(\dots)$.

nu k_z -kay. $f(-ik_z L) = 1 - \frac{1}{(-ik_z L)} [1 - e^{ik_z L}] =$

$$24 \quad = 1 - \frac{e^{ik_z L/2}}{(-i)k_z L} (-2i) \sin k_z \frac{L}{2} = 1 - 2e^{ik_z \frac{L}{2}} \frac{\sin k_z \frac{L}{2}}{k_z L} =$$

$$= 1 - \frac{\sin k_z L}{k_z L} - 2i \frac{\sin^2 k_z \frac{L}{2}}{k_z L}, \quad k_z^2 = x^2 - k_x^2$$

CMU Library - 28/XII Related integrals:

Sp. - P., 3.751

$$\int_u^{\infty} \frac{\sin ax}{\sqrt{x-u}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2a}} [\sin au + \cos au], \quad \int_u^{\infty} \frac{\cos ax}{\sqrt{x-u}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2a}} [\cos au - \sin au] \quad a, u > 0$$

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin ax}{\sqrt{x^2-1}} dx = \frac{\pi}{2} J_0(a), \quad \int_1^{\infty} \frac{\cos ax}{\sqrt{x^2-1}} dx = -\frac{\pi}{2} N_0(a), \quad a > 0$$

$$25 \quad \int_0^{\infty} e^{-\beta \sqrt{\gamma^2 + x^2}} \frac{x \sin ax}{\sqrt{\gamma^2 + x^2}} dx = \frac{a\beta}{\sqrt{a^2 + \beta^2}} K_1(\beta \sqrt{a^2 + \beta^2}), \quad \text{Re } \beta > 0, \text{Re } \gamma > 0, a > 0$$

$$26 \quad \int_0^{\infty} e^{-\beta \sqrt{\gamma^2 + x^2}} \frac{\cos ax}{\sqrt{\gamma^2 + x^2}} dx = K_0(\beta \sqrt{a^2 + \beta^2}), \quad \text{Re } \beta > 0, \text{Re } \gamma > 0$$

Tempo $g_s(x, x') = -\frac{1}{\pi} \left[\int_0^x dk + \int_x^{\infty} dk \right] \cos kz \cdot \frac{f(L\sqrt{k^2 - x^2})}{(k^2 - x^2)}, \quad \text{nu } k \in [-x, x] \text{ hago } \text{Oepnyra } k e^{ikz}$

$$g_s(z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-x}^x dk e^{ikz} \frac{f(L\sqrt{k^2 - x^2})}{(k^2 - x^2)} - \frac{1}{\pi} \int_x^{\infty} dk \cos kz \frac{f(L\sqrt{k^2 - x^2})}{(k^2 - x^2)}$$

Kerem, noxog.

$$m_x + im_y = \frac{2W(z, \bar{z})}{1 + |W|^2}, \quad m_z = \frac{1 - |W|^2}{1 + |W|^2}, \quad \vec{m}^2 = 1$$

$$W(z, \bar{z}) = \begin{cases} f(z), & |f(z)| \leq 1 \\ \frac{f(z)}{|f(z)|}, & |f(z)| > 1 \end{cases}, \quad W(z, \bar{z}) = \frac{1}{2} \theta(x, y) \cdot e^{i\varphi(x, y)}$$

$$m_x + im_y = \sin\theta e^{i\varphi}, \quad m_z = \cos\theta(x, y), \quad |s| = |z|, \quad z = \rho e^{i\varphi}$$

"Rigid" vortex model: $f(z) = \frac{i}{c} (z-s)$, c^n -vortex core

radius, "s"-vortex shift to eg. R - (for plaque).

→ H_2SO_4 $S=O$ hexa - centered vertex Yesko. b Crature.

Колбаса будет только "С" (!)

Зр. л. л. $-\frac{1}{\gamma} \frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m} \times \left(-\frac{\partial W}{\partial \vec{m}}\right)$, $W(\vec{m})$ — полная энергия
системы с учетом $\vec{m}(\vec{r}, t)$.

→ $f(z, t) = i \frac{z}{c(t)}$ загальн $w(z, \bar{z}, t) \Rightarrow \vec{m}(\vec{p}, t)$ в гоні.

$$\vec{m}_{(t)} = \vec{m}_0 + \vec{\mu}(t), \quad \vec{m}_0(\vec{r}) - \text{распр. Якоби} \quad c \frac{\partial W}{\partial c} = 0, \quad c = c_0.$$

6 - правительственное заключение "сод" по делу.

$$W(c) = W(c_0) + \frac{1}{2} W_c''(c_0) (c - c_0)^2, \quad W_c'(c_0) = 0.$$

5 $\vec{\mu} \sim (c - c_0) = \Delta$. $\frac{\partial W}{\partial \vec{m}} = \frac{\partial W}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial \vec{m}}$ - ?

$$\frac{1}{\lambda} \frac{d\vec{m}}{dt} = (\vec{m}_0 + \vec{\mu}) \times \frac{\partial W}{\partial \vec{m}} = \vec{m}_0 \times \frac{\partial W}{\partial \vec{m}} + \vec{\mu} \times \left(\frac{\partial W}{\partial \vec{m}} \right)_0$$

В равновесии $c=c_0$, $\vec{J}=0$, $\vec{m}_0 \times \left(\frac{\partial W}{\partial \vec{m}} \right)_0 = 0$, $\left(\frac{\partial W}{\partial \vec{m}} \right)_0 = 0$ или

Внесем $\frac{dm}{dt}$ иго циркуляции введем $\frac{dc}{dt}$

$$L_{\text{partikel}}(\vec{w}) = \frac{1}{8}(1 - \cos\theta) \frac{\partial\Phi}{\partial t} - W(\theta, \Phi), \quad \vec{w}(\theta, \Phi)$$

можно представить как функцию: $c, \dot{c}$? $\varphi = \varphi_0 + \nu \varphi$

Монет не только ψ^4 но и Φ_0 должно колебаться?

6. Проверка, замечание, проверка и замечание. By Ivanov-Zapel no vortex-dynamics 3 (una, gaze (in, 24/11))

Замечание $\varphi \rightarrow \Phi, y \rightarrow \psi, (p, \varphi) = \tilde{p}$ - vector, coordinates.

$$\Theta(x, y) = \Theta(p, \varphi) = \Theta_0(p) + \psi(p, \varphi); \quad \Phi(p, \varphi) = \varphi + \frac{\psi}{2} + \Psi(p, \varphi)$$

$\Theta_0(p) \approx \Phi_0 = \varphi + \pi/2$ coarser, centered vortex (Yoda u, Scholza)

SW-godabun $\psi(\tilde{p}) \approx \Psi(\tilde{p})$ u.m. $\mu(\tilde{p}) = -\sin \Theta_0(p) \Psi(\tilde{p})$.

$$\vec{m} = \frac{\vec{M}}{M_s} = \vec{m}_0 + \delta \vec{m}, \quad \delta \vec{m} = \mu \hat{p} + \psi \cos \Theta_0 \hat{\varphi} - \psi \sin \Theta_0 \hat{z}$$

→ Cu. "New vortex" or 22/11 u gaze. 24/11 y p-a b p d y n a

7. замечание, где $\vec{m}(p)$ - вектор-функция, 2-го порядка, где замечание, где $\vec{m}(p)$ - вектор-функция, 2-го порядка.

$$W_{ex} = \frac{1}{2} CL \int d^2 \tilde{p} [(\nabla \Theta)^2 + \sin^2 \Theta (\nabla \Phi)^2]$$

$$W_m = -\frac{1}{2} L \int d^2 \tilde{p} \vec{H}_m(\tilde{p}) \vec{M}(\tilde{p}), \quad \vec{H}_m \text{ or } \vec{H}_m' \text{ не задано, } \vec{H}_m(\tilde{p}) = \langle \vec{H}_m(\tilde{p}) \rangle_z$$

$$W = W_{ex} + W_m.$$

$$\text{Main. } \Phi \Gamma \text{ normal } G_{\alpha\beta}(r, r') = -(\nabla_r)_\alpha (\nabla_{r'})_\beta \frac{1}{|r - r'|}$$

$$\alpha, \beta = p, \varphi, z \text{ u.m. } x, y, z. \quad \vec{H}_{ex} = \vec{H}_{ex} + \vec{H}_m.$$

$$8. \hat{g}_{\alpha\beta}(p, p', z) = \int d^2 z' d\varphi' G_{\alpha\beta}(z, z'), \quad g_{\alpha\beta}(p, p') = \frac{1}{L} \int d^2 z \hat{g}_{\alpha\beta}(p, p', z)$$

$$-\frac{1}{\delta} \frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m} \times \vec{H}_{ex}, \quad \vec{m} = m_p \hat{p} + m_\varphi \hat{\varphi} + m_z \hat{z}$$

$$9. (i) -\frac{1}{\delta} \frac{dm_p}{dt} = (\vec{m} \times \vec{H}_{ex})_p = m_\varphi H_{ex}^z - m_z H_{ex}^\varphi = \alpha [m_\varphi \nabla^2 m_z - m_z \nabla^2 m_\varphi +$$

$$+ \frac{1}{p^2} m_z m_\varphi] + m_\varphi [\int d^2 p' \hat{g}_{\varphi p}(p, p', z) m_p(p') + \int d^2 p' \hat{g}_{\varphi z}(p, p', z) m_z(p')]$$

$$(ii) -\frac{1}{\delta} \frac{dm_\varphi}{dt} = (\vec{m} \times \vec{H}_{ex})_\varphi = m_z H_{ex}^p - m_p H_{ex}^z = \alpha [m_z \nabla^2 m_p - m_p \nabla^2 m_z - \frac{1}{p^2} m_z m_p]$$

$$+ m_z [\int d^2 p' \hat{g}_{p p}(p, p', z) m_p(p') + \int d^2 p' \hat{g}_{p z}(p, p', z) m_z(p')] - m_p [\int d^2 p' \hat{g}_{z p}(p, p', z) m_p(p') + \int d^2 p' \hat{g}_{z z}(p, p', z) m_z(p')]$$

$$10(1) - \frac{1}{\rho} \frac{dm_z}{dt} = m_p h_{\phi s}^p - m_\phi h_{\phi s}^p = \alpha [m_p \nabla^2 m_\phi - m_\phi \nabla^2 m_p] + (-1) m_\phi [\int ds' s' \hat{g}_{ss} m_p(s') + \int ds' s' \hat{g}_{ss} m_z(s')]$$

→ frequency yD no "2" $\Delta \rightarrow$ gauge (bec $\hat{g}_{zz} = 0$ even $z \neq z$):

$$\begin{aligned} 0) & - \frac{1}{\rho} \frac{dm_p}{dt} = \alpha [m_\phi \nabla^2 m_z - m_z \nabla^2 m_\phi + \frac{1}{\rho^2} m_z m_\phi] + m_\phi \int ds' s' \hat{g}_{zz}(s') m_z(s') \\ 1) & - \frac{1}{\rho} \frac{dm_\phi}{dt} = \alpha [m_z \nabla^2 m_p - m_p \nabla^2 m_z - \frac{1}{\rho^2} m_z m_p] + m_z \int ds' s' \hat{g}_{ss} m_p(s') - m_p \int ds' s' \hat{g}_{zz} m_z \\ & - \frac{1}{\rho} \frac{dm_z}{dt} = \alpha [m_p \nabla^2 m_\phi - m_\phi \nabla^2 m_p] - m_\phi \int ds' s' \hat{g}_{ss} m_p(s') \end{aligned}$$

11 Unknown y_p - e (1) up $\frac{dm_p}{dt} = 0$ a uenerozoban $5/\sqrt{2}$ que noyrenne $y_{pabneme}$ $\theta(p)$ que new vortex.

Ecun $\vec{m}(p)$ rounno, to $\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p}$

noyzo
Copepuz
Lilim
 $\vec{m}(\theta, \varphi)$

$$\begin{cases} m_z = \cos \theta \\ m_p = m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi = \sin \theta \cos(\varphi - \varphi) \\ m_\phi = -m_x \sin \varphi + m_y \cos \varphi = \sin \theta \sin(\varphi - \varphi) \end{cases}$$

Dne pen yicoba $\theta_0(p)$, $\varphi_0(p) = \varphi + \frac{\pi}{2}$, $m_z^0 = \cos \theta_0(p)$, $m_\phi^0 = \sin \theta_0(p)$

$$\theta(p, \varphi) = \theta_0(p) + \ell(p, t), \quad \varphi(p, \varphi) = \varphi + \frac{\pi}{2} + \psi(p, t)$$

12

noy crupac, no SW gadabun ℓ u ψ ne zabneme ooyf
u $\Rightarrow \vec{m} = f(p)$ rounno, $\ell, \psi \ll 1$ - unca puzanua.

$$\begin{cases} m_z = \cos \theta = \cos(\theta_0 + \ell) = -\ell \sin \theta_0 + \cos \theta_0 = m_z^0 + \delta m_z \\ m_p = \sin \theta \cos(\pi/2 + \psi) = -\sin \theta \sin \psi = -\psi \sin \theta_0 = \delta m_p (!) \\ m_\phi = \sin \theta \sin(\pi/2 + \psi) = \sin \theta \cos \psi = \sin(\theta_0 + \ell) = \sin \theta_0 + \cos \theta_0 \ell = m_\phi^0 + \delta m_\phi \end{cases}$$

noy conac. e Eq. (3) ubanoba. $\delta \vec{m} = \vec{\mu}$ $= m_\phi^0 + \delta m_\phi$

→ Ppugnaronnua noy game $\psi = 0$, T.e. $m_p = 0 (!)$.

no say noyrenne rounno b coeyne, no u game $5/\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Exch} [m_\phi \nabla^2 m_z - m_z \nabla^2 m_\phi + \frac{1}{\rho^2} m_z m_\phi] &= (m_\phi^0 + \mu_\phi) \nabla^2 (m_z^0 + \mu_z) - \\ &- (m_z^0 + \mu_z) \nabla^2 (m_\phi^0 + \mu_\phi) + \frac{1}{\rho^2} (m_z^0 + \mu_z) (m_\phi^0 + \mu_\phi) = [-]_0 + \end{aligned}$$

$$\nabla^2(f_1 f_2) = f_1 \nabla^2 f_2 + f_2 \nabla^2 f_1 + 2 \nabla f_1 \cdot \nabla f_2 \quad \begin{cases} m_q^0 = \cos \theta_0 \\ m_p^0 = \sin \theta_0 \\ m_f^0 = 0 \end{cases} \quad 2001$$

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

13.
$$\frac{1}{p^2} (\mu_p m_q^0 + \mu_q m_p^0) = \left| \begin{matrix} \mu_q = v m_p^0, & \mu_p = -v \sin \theta_0 \\ \mu_z = -v \sin \theta_0 = -v m_q^0 \end{matrix} \right| =$$

$$= v m_p^0 \nabla^2 m_q^0 - m_p^0 \nabla^2 (v m_q^0) + m_q^0 \nabla^2 (-v \sin \theta_0) + v \sin \theta_0 \nabla^2 m_q^0 +$$

$$+ \frac{1}{p^2} (-v \sin^2 \theta_0 + v \cos^2 \theta_0) = m_p^0 [v \nabla^2 m_q^0 - v^2 (v m_q^0)] +$$

$$+ m_q^0 [-v^2 (v m_q^0) + v \nabla^2 m_q^0] + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} v = |m_p^0, m_q^0 = 1| =$$

$$= m_p^0 [-m_p^0 \nabla^2 v - 2 \nabla m_p^0 \cdot \nabla v] + m_q^0 [-m_q^0 \nabla^2 v - 2 \nabla m_q^0 \cdot \nabla v] +$$

$$+ \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} v = -\nabla^2 v - 2 \nabla v \cdot (m_p^0 \nabla m_p^0 + m_q^0 \nabla m_q^0) + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} v =$$

14
$$= -\nabla^2 v + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} v, \quad \text{но ввиду } cTB \ 6/2, \text{ где } \theta = \theta_{us} + \delta (!)$$

напомним.
$$m_q \Gamma_{zz} m_z = (m_q^0 + \mu_q) \Gamma_{zz} (m_z^0 + \mu_z) = [\dots]_0 +$$

$$+ m_q^0 \Gamma_{zz} \mu_z + \mu_q \Gamma_{zz} m_z^0$$

Следует, что все слагаемые в скобках [...] — одна координатная, т.е. $\partial_0(p), \Phi_0$ удовлетворяют. Зр. брауна, это же решение задачи $\partial_{us}(p), \Phi_{us}$ — бинарные функции и функции.

15
$$(1) -\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_p}{dt} = \alpha \left[-\nabla^2 v + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} v \right] + \sin \theta_0 \int dp' p' g_{zz} (-v \sin \theta_0) +$$

$$+ v \cos \theta_0 \int dp' p' g_{zz} \cos \theta_0$$

$$-\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_p}{dt} = \alpha \left[-\nabla^2 v + \frac{\cos 2\theta_0}{p^2} v \right] + v \cos \theta_0 \int dp' p' g_{zz}(p p') \cos \theta_0(p') -$$

$$- \sin \theta_0 \int dp' p' g_{zz}(p p') v(p') \sin \theta_0(p') \quad (*)$$

16
$$\eta_{p\mu} \beta \gg 0 \quad g_{zz}(p p') = -\frac{4\pi}{p} \delta(p - p') \text{ не учтем } g_{\mu\nu} \text{ и } g_{\mu\nu} \text{ и } g_{\mu\nu} \text{ и } g_{\mu\nu} :$$

(1)
$$-\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_p}{dt} = -\nabla^2 v + \left(\frac{1}{p^2} - \frac{4\pi}{\alpha} \right) \cos 2\theta_0 v$$

$$[m_z \nabla^2 m_p - m_p \nabla^2 m_z - \frac{1}{p^2} m_z m_p] = m_z^0 \nabla^2 \mu_p - \mu_p \nabla^2 m_z^0 - \frac{1}{p^2} m_z^0 \mu_p$$

$$[m_p \nabla^2 m_q - m_q \nabla^2 m_p] = \mu_p \nabla^2 m_q^0 - m_q^0 \nabla^2 \mu_p$$

September

구월 3월 30일 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$, так как не забываем $\vec{m}$ or $\vec{p}$

9 SEPTEMBER

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

(2) 17 $-\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_p}{dt} = \alpha \left[m_z^0 \nabla^2 \mu_p - \mu_p \nabla^2 m_z^0 - \frac{m_z^0}{r^2} \mu_p \right] + m_z^0 \int d\vec{s}' g_{ss'} \mu_p(s') - \mu_p \int d\vec{s}' g_{zz} m_z^0(s')$

(3) $-\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_z}{dt} = \alpha \left[\mu_p \nabla^2 m_z^0 - m_z^0 \nabla^2 \mu_p \right] - m_z^0 \int d\vec{s}' g_{ss'} \mu_p(s')$

μ_z, μ_p a μ_z nago cgenaro el:

$\mu_p m_z^0 - \mu_z m_p^0 = \ell^2 (m_z^0)^2 + \ell^2 (m_p^0)^2 = \ell^2. \quad (2) \cdot m_z^0 - (3) \cdot m_p^0 =$

$-\frac{1}{\delta} \frac{d\ell}{dt} = \alpha \left[(m_z^0)^2 \nabla^2 \mu_p - m_z^0 \mu_p \nabla^2 m_z^0 - \frac{(m_z^0)^2}{r^2} \mu_p - m_p^0 \mu_p \nabla^2 m_p^0 + (m_p^0)^2 \nabla^2 \mu_p \right] + (m_z^0)^2 \int d\vec{s}' g_{ss'} \mu_p - m_z^0 \mu_p \int d\vec{s}' g_{zz} m_z^0 + (m_p^0)^2 \int d\vec{s}' g_{ss'} \mu_p$

(4) 18 $-\frac{1}{\delta} \frac{d\ell}{dt} = \alpha \left[\nabla^2 \mu_p - \mu_p (m_z^0 \nabla^2 m_z^0 + m_p^0 \nabla^2 m_p^0) - \frac{(m_z^0)^2}{r^2} \mu_p \right] + \int d\vec{s}' g_{ss'}(s') \mu_p(s') - m_z^0 \mu_p \int d\vec{s}' g_{zz}(s') m_z^0(s')$

то $m_z^0 \nabla^2 m_z^0 + m_p^0 \nabla^2 m_p^0 = -(\nabla m_z^0)^2 - (\nabla m_p^0)^2 = -\left(\frac{\partial m_z^0}{\partial r}\right)^2 - \left(\frac{\partial m_p^0}{\partial r}\right)^2 = -(\theta_0')^2 = -(\theta_0'')^2$

$-\frac{1}{\delta} \frac{d\ell}{dt} = \alpha \left[\nabla^2 \mu_p + (\nabla \theta_0')^2 \mu_p - \frac{\cos^2 \theta_0}{r^2} \mu_p \right] + \int d\vec{s}' g_{ss'} \mu_p(s') - \cos \theta_0 \mu_p \int d\vec{s}' g_{zz} \cos \theta_0$

(*) (**) - ypravennye zhenennye gne el $\mu_p = -\psi' \sin \theta_0 = \mu - \text{uaznobi}$

19 $\lim_{p \rightarrow 0} (**) \text{ gae: } \int d\vec{s} g_{\alpha\beta}(s) = g_{zz}(s) + g_{ss}(s) = -\frac{4\pi}{r^2} \delta(s)$

См. 24/IV: $g_{ss}(s) = -4\pi \int_0^\infty dk k J_1(kr) J_1(kr') f(kL)$

$g_{zz}(s, s') = -\frac{4\pi}{L} \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(kr) J_0(kr'), \quad g_{ss}(s, s') \xrightarrow{p \rightarrow 0} 0$

$-\frac{1}{\delta} \frac{d\ell}{dt} = \alpha \left[\nabla^2 \mu_p + (\nabla \theta_0')^2 \mu_p - \frac{\cos^2 \theta_0}{r^2} \mu_p \right] + (\cos \theta_0 \mu_p \int d\vec{s}' \left\{ -\frac{4\pi}{r^2} \delta(s) \right\})$

$\left\{ \begin{aligned} -\frac{1}{\delta} \frac{d\ell}{dt} &= \nabla^2 \mu_p + (\nabla \theta_0')^2 \mu_p + \left(\frac{4\pi}{\alpha} - \frac{1}{r^2} \right) \cos^2 \theta_0 \cdot \mu_p \\ -\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_p}{dt} &= -\nabla^2 \ell + \left(\frac{1}{r^2} - \frac{4\pi}{\alpha} \right) \cos 2\theta_0 \cdot \ell \end{aligned} \right. \quad \text{См. 24/IV}$

20 $\alpha^2 = \frac{4\pi}{\alpha} + 4\pi \frac{1}{R_0^2}$. large (palnabara) $4\pi \frac{\rho^2}{R_0^2} \ll 1$, $4\pi \frac{b}{L} \approx 0.6 R_0$.
 Danyson $\ell(\rho), \mu(\rho)$ caccpeporonoi bctmgu $\rho \approx b$ fapuyor
 "core" vortex. Torga $4\pi \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 = 4\pi \left(\frac{0.6 R_0}{R_0}\right)^2 \approx 4\pi \cdot 0.36 \approx 4.5 \gg 1$
 Pearson (corr. calc. by Scholz) b nemnoo bolnoe bus, "two
 fingers" vpegeu $4\pi \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \gg 1$.
 $\ell(t) \sim e^{i\omega t}$, $\mu(t) \sim e^{i\omega t}$.

$$\begin{cases} -i\frac{\omega}{\gamma} \ell \frac{1}{\alpha} = \nabla^2 \mu_p + (\nabla \theta_0)^2 \mu_p + \left(\frac{4\pi}{\alpha} - \frac{1}{\rho^2}\right) \cos^2 \theta_0 \mu_p \\ -i\frac{\omega}{\gamma} \mu_p \frac{1}{\alpha} = -\nabla^2 \ell + \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{4\pi}{\alpha}\right) \cos 2\theta_0 \ell \end{cases} \quad (x \neq 0)$$

21 Vnony. 1-oni untepan or $3/\sqrt{2} \in \theta_0(R) = \pi/2$, $\theta_0'(R) = 0$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[\rho^2 (\theta_0')^2 - \sin^2 \theta_0(\rho) \right] + \frac{1}{2} \alpha^2 \rho^2 \sin^2 \theta_0(\rho) - \alpha^2 \int_0^\rho d\rho \rho \sin^2 \theta_0(\rho) = \\ & = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \alpha^2 R^2 - \alpha^2 \int_0^R d\rho \rho \sin^2 \theta_0(\rho) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho^2 (\theta_0')^2 &= \sin^2 \theta_0(\rho) - 1 + \alpha^2 \left[R^2 - \rho^2 \sin^2 \theta_0(\rho) \right] - 2\alpha^2 \left[\int_0^R d\rho \rho \sin^2 \theta_0 - \int_0^\rho d\rho \rho \sin^2 \theta_0 \right] \\ \rightarrow \rho^2 (\theta_0')^2 &= -\cos^2 \theta_0 + \alpha^2 R^2 \left[1 - \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2 \theta_0(\rho) \right] - 2\alpha^2 \left(\int_0^R d\rho \rho \sin^2 \theta_0(\rho) - \int_0^\rho d\rho \rho \sin^2 \theta_0(\rho) \right) \end{aligned}$$

$$\rho \gg b, \theta_0 \approx \pi/2, \rho^2 (\theta_0')^2 = -\cos^2 \theta_0 + \alpha^2 R^2 - 2\alpha^2 \frac{1}{2} (R^2 - \rho^2) = -\cos^2 \theta_0 + \alpha^2 \rho^2$$

22 $(\nabla \theta_0)^2 = \alpha^2 - \frac{1}{\rho^2} \cos^2 \theta_0 \approx \alpha^2 = \frac{4\pi}{\alpha}$ kym $\beta \rightarrow 0$. - no dypno, Ca. 4/1
 Nozoonuy maimroccar. moga $\nabla^2 \mu, \nabla^2 \ell \approx 0$ u $\theta_0 \approx \pi/2$

$$\begin{cases} -i\frac{\omega}{\gamma} \ell \frac{1}{\alpha} = \alpha^2 \mu_p \\ -i\frac{\omega}{\gamma} \mu_p \frac{1}{\alpha} = -\frac{4\pi}{\alpha} (-1) \ell = \alpha^2 \ell \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 4\pi & -i\frac{\omega}{\gamma} \\ i\frac{\omega}{\gamma} & 4\pi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_p \\ \ell \end{pmatrix} = 0$$

23 $\det R(\omega) = (4\pi)^2 - \frac{\omega^2}{\gamma^2} = 0$, $\left(\frac{\omega}{\gamma}\right) = 4\pi M_s$ - zaccosa faguanone
 u $\omega_0 = \omega_M$, gne RM: $\frac{\omega_0}{2\pi} \approx 30 \text{ GHz} (!)$.
 u b maimroccar vpegeu
 (Ubi ket, ug zafdo nelepno)

Uba,oba $\frac{\omega_0}{\gamma} = 4M_s \sqrt{\pi \beta \ln \frac{4}{\beta}} \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} 0$, zto nepuzurno,
 begu gne $L \in R_0$, $R_0 \ll R$, $L/R \ll 1$ maimroccar abn. transla-
 tion mode.

11 NOVEMBER

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

- 4 → Unordn. Figs. u Sh. wires paper.
 → Becca e Scholz o preren vortex u int. fr. wires.
 → Becca e Oleson o Dept nano (3nm) racmura, ux mact -
 can be up to 100nm, ux nepenastubnom gone high density
 recording.
 → Problema: racmura ux bren. cradunost (rep.
 opyryzheny) u gennamky b m-n-guagone u upu
 unyagobay ext. field.
 → Problema (Antunov): racmura mupny transition zone u pydury
 - cypocb nepenastubnom media upu 1-zamen.

Vortex dynamics 3/I

- 5 : Cuccina yD que vortex's ℓ u $\mu_p = -\psi' \sin \theta_0$
 at 30/xii unnes bug:

$$\left(-\frac{1}{\delta} \frac{\partial \mu_p}{\partial t} = L_1 \ell, \quad -\frac{1}{\delta} \frac{\partial \ell}{\partial t} = L_2 \mu_p \right), \text{ rge } L_{1,2} \text{ - k.m. onepapop.}$$

hoganebica $\ell(t) = a e^{i\omega t} + a^* e^{-i\omega t}$, $\mu_p(t) = b e^{i\omega t} + b^* e^{-i\omega t}$ gae

$$-\frac{1}{\delta} \left[\frac{b i}{e^{i\omega t}} + \frac{b^* (-i)}{e^{-i\omega t}} \right] \omega = L_1 [a e^{i\omega t} + a^* e^{-i\omega t}]$$

$$-\frac{1}{\delta} [i a e^{i\omega t} - i a^* e^{-i\omega t}] \omega = L_2 [b e^{i\omega t} + b^* e^{-i\omega t}]$$

$$\ell(t) = a e^{i\omega t} + a^* e^{-i\omega t} = (a' + i a'') e^{i\omega t} + (a' - i a'') e^{-i\omega t} = 2a' \cos \omega t - 2a'' \sin \omega t$$

$$6 \quad \omega [i a e^{i\omega t} - i a^* e^{-i\omega t}] = 2[-a' \sin \omega t - a'' \cos \omega t] \omega$$

$$-\frac{1}{\delta} 2\omega [-b' \sin \omega t - b'' \cos \omega t] = L_1 [2a' \cos \omega t - 2a'' \sin \omega t]$$

$$-\frac{1}{\delta} 2\omega [-a' \sin \omega t - a'' \cos \omega t] = L_2 [2b' \cos \omega t - 2b'' \sin \omega t]$$

$$7 \quad \begin{cases} \frac{\omega}{\delta} b' = -L_1 a'' \\ \frac{\omega}{\delta} a'' = L_2 b' \end{cases} \text{ u } \begin{cases} \frac{\omega}{\delta} b'' = L_1 a' \\ \frac{\omega}{\delta} a' = -L_2 b'' \end{cases} \quad \text{r r.e.}$$

u pyre v. coor. b cny deen cypkoyry yD pacnagarece na
 gbe napy, gne (a', b'') u (a'', b') u nomemo okyga b gae, "b yD 30/xii
 meno b gae $\ell(t) \sim \cos \omega t$, $\mu_p(t) \sim \sin \omega t$ u nado pax.
 300 omemo b Ivanov - PRB'92. $\left\{ \begin{aligned} \ell(p, t) &= \ell(p) \cos \omega t \\ \mu(p, t) &= \mu(p) \sin \omega t \end{aligned} \right\}$ type of pax.

$$\begin{aligned} O(g) &= O_0(g) + \mathcal{O}(g, t) \\ \Phi(g, t) &= c + \eta_2 + \Psi(g, t), \end{aligned}$$

15 $\omega_n = \sqrt{\frac{1}{d M_s}} \alpha d \omega_n$, $\omega_n = \sqrt{\frac{4\pi}{d}} \alpha d \omega_n$

Безразмер. $d = 2R^2?$

$$\frac{W_n}{d} = \sqrt{4\pi} \left(\frac{R}{R_0} \right) (\alpha R^2) M_s \alpha_{on} - ?$$

$$\text{Nytime } \alpha = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2, \text{ and } \frac{\omega_n}{\delta} = M_s \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \sqrt{4\pi \left(\frac{R}{R_0}\right)^2} \text{ don}$$

$$\frac{W_n}{\delta} = M_s \sqrt{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right) \alpha_{0n}, \quad \alpha_{01} = 2.405; \alpha_{02} = 5.520; \alpha_{03} = 8.654$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \left(\frac{\delta}{2\pi r}\right) M_s \sqrt{4\pi} \left(\frac{R_0}{r}\right) \text{ don}$$

16 Две звезди. Кобочага $R = 400 \text{ nm}$, $M_s = 0.8 \cdot 10^3 G$, $R_o = 14 \text{ nm}$

$$f_{n=1} \approx 3 \frac{\text{GHz}}{\text{keV}} \cdot 0,8 \text{ keV} \sqrt{4\pi} \left(\frac{14,2}{800} \right) 2,40 = 0,71 \text{ GHz} - \text{mano}$$

hydrogen. $\frac{\omega_n R}{\alpha} = \text{don}, \quad \frac{\omega_n}{\delta M_s} \frac{R}{\alpha} = \text{don}, \quad \alpha^2 = 4\pi \frac{1}{R_0^2},$
 $\alpha = R_0^2$

$$\frac{W_n}{\gamma M_s} = \frac{\frac{2x}{p} \Delta \sigma_n}{1} = \frac{R_0^2}{R} \frac{\sqrt{4J\pi}}{R_0} \Delta \sigma_n = \sqrt{4J\pi} \left(\frac{R_0}{p} \right) \Delta \sigma_n - \text{Beyno,}$$

то ω_n - частота колебаний. Номер n определяется $\frac{L}{R} \rightarrow 0, R = \text{const}$

$$\frac{\omega_n(\beta \rightarrow 0)}{\delta} = M_s \sqrt{4\pi} \left(\frac{\rho_0}{\mu} \right) \Delta \alpha_n$$

где можно доп. воз.
корень $J'_0(x) = 0$

5/L

17

так как в экв. координатах $\rightarrow g_{ii}(\vec{r}, \vec{r}') + g_{\varphi\varphi}(\vec{r}, \vec{r}') + g_{\theta\theta}(\vec{r}, \vec{r}') = -4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')$

$$U_{\alpha\beta} g_{\alpha\beta}(PP') = \frac{1}{L} \int dz \hat{g}_{\alpha\beta}(PP'; z) = \frac{1}{L} \int dz dz' \int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{p}; z; \vec{p}'; z') = \int d\varphi' g_{\alpha\beta}^*(\vec{p}; \vec{p}')$$

Generell $\int d\varphi(\dots) \cdot \delta(\vec{p} - \vec{p}') = \delta(p - p') \frac{1}{p} \delta(\varphi - \varphi')$, $\int d\varphi \delta(\varphi - \varphi') = 1$

$$\int d\varphi' g_{\varphi\varphi}^*(s, \varphi; s', \varphi') = 0 \rightarrow g_{zz}(s, s') + g_{\varphi\varphi}(s, s') = -4\pi \frac{1}{\rho} \delta(s - s')$$

$$\begin{aligned} & -\frac{4\pi}{L} \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(k\rho) J_0(k\rho') - 4\pi \int dk k \left[1 - \frac{1}{kL} (1 - e^{-kL}) \right] J_1(k\rho) J_1(k\rho') \\ & = -\frac{4\pi}{\rho} \delta(\rho\rho') - \frac{4\pi}{L} \int dk [1 - e^{-kL}] [J_0(k\rho) J_0(k\rho') - J_1(k\rho) J_1(k\rho')] \end{aligned}$$

11 NOVEMBER

18. Ecm. B con. Assume $\gamma_D \checkmark$ $\theta_0(p) = \pi/2$,
i.e. $\ell(p, t)$, $\mu(p, t)$ each go to zero in the "core" $p \geq b$, so

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla^2 \ell + \frac{1}{\rho^2} \ell + \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' g_{zz}(s s') \ell(s') \sin \theta_0(s') \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \ell}{\partial t} = \nabla^2 \mu + \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' g_{\rho\rho}(s s') \mu(s') \end{cases}, \quad \frac{\omega}{\rho} \rightarrow \omega.$$

$$\begin{cases} \omega \mu = \nabla^2 \ell + \frac{1}{\rho^2} \ell + \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' g_{zz}(s s') \sin \theta_0(s') \ell(s') \\ \omega \ell = \nabla^2 \mu + \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' g_{\rho\rho}(s s') \mu(s') \end{cases}$$

→ Done B mainrocar. upegeu, bandpach exch. Zuevor

$$19 \begin{cases} \omega \mu = \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' g_{zz} \sin \theta_0(s') \ell(s') \\ \omega \ell = \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' g_{\rho\rho} \mu(s') \end{cases} \rightarrow \omega^2 \mu(p) = \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' \sin \theta_0(s') \times$$

$$\times g_{zz}(s s') \int_0^R ds'' s'' g_{\rho\rho}(s' s'') \mu(s'')$$

Ans. 19 na 13

$$\omega^2 \mu(p) = \frac{1}{2} \int_0^R ds' s' \Gamma(s s') \mu(p'), \quad \Gamma(s, s') = \int_0^R ds'' s'' \sin \theta_0(s'') g_{zz}(s s'') \times g_{\rho\rho}(s' s'')$$

$$\text{eggs: } \Gamma(s, s') = \int_0^R dz z \sin \theta_0(z) g_{zz}(s, z) g_{\rho\rho}(z, s') \quad \text{--- recu.u. } s \geq s'.$$

$$g_{\rho\rho}(s, s') = -4\pi \int_0^\infty dk k f(kL) J_1(k s) J_1(k s'), \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1 - e^{-x})$$

$$20 \text{ Why } L/R \rightarrow 0: g_{\rho\rho}(s, s') = -4\pi \int_0^\infty dk k \left[1 - \frac{1}{kL}(1 - e^{-kL}) \right] J_1(k s) J_1(k s') =$$

$$= -4\pi \frac{1}{L} \delta(s - s') + \frac{4\pi}{L} \int_0^\infty dk [1 - e^{-kL}] J_1(k s) J_1(k s') \xrightarrow{L \rightarrow 0} 0.$$

$$21 \begin{cases} g_{zz}(s, s') = -\frac{4\pi}{L} \int_0^\infty dk [1 - e^{-kL}] J_0(k s) J_0(k s') \\ g_{\rho\rho}(s, s') = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_0(k s) J_0(k s') \approx (-4\pi) \frac{L}{2} \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \int_0^\infty dk J_0(k s) J_0(k s') \end{cases}$$

Variable components:

$$\vec{m} = \vec{m}_0 + \delta \vec{m}$$

$$(\delta \vec{m} \cdot \vec{m}_0) = 0$$

$$\begin{cases} \delta m_z = -\ell \sin \theta_0 \\ \delta m_\varphi = -\ell \cos \theta_0 \\ \delta m_\rho = -\psi \sin \theta_0 = \mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_z^0 = \omega \sin \theta_0 \\ m_\varphi^0 = \sin \theta_0 \\ m_\rho^0 = 0 \end{cases}$$

7/1: Recognize & Describe - vortex statics and dynamics
(Wormerston no R-L MPD, transverse. 1. Breath modes
Vincennes Crabapple, Demers, 1000, Crawford. Aut. 083. Feb 1930

f(z) holomorph $w(z, \bar{z}) \Rightarrow \vec{m}(\vec{p}) = \vec{m}(x, y)$

B. Zusammenhang Coes. $f(z) = i \frac{z}{c_0}$, $\arg c_0 = \frac{\beta}{p}$ - konst.

Колесание vortex и предположение описать и при помощи
 $(c_0 \rightarrow c = |c| e^{-i\varphi})$, кинем. радиуса "core" — c .

$$m_z(p) = \frac{1 - |w|^2}{1 + |w|^2} = \cos \Theta(p) = \begin{cases} \frac{|c|^2 - p^2}{|c|^2 + p^2}, & p \leq |c| \\ 0, & p > |c| \end{cases}, \quad |c| = c_0$$

- $\ln_2(p) = 0$ для $\kappa/\mu_{\text{гн}}$ $p = c_0 + \Delta(t)$, $\Delta/c_0 \ll 1$

d) Bne core " $\rho > |\epsilon|$ $w(z, \bar{z}) = \tan \frac{\theta}{2}(\rho) e^{i\Phi(x, y)}$ unter $|w| =$

T.e. $\lg \frac{\theta}{2} = 1$, $\theta = \pi/2$, $w(z, \bar{z}) = \frac{iz}{|z|} e^{i\psi} = e^{i\Phi} = e^{i(\psi + \frac{\pi}{2} + \psi)}$

т.е. $\Phi(s,t) = \varphi + j\psi_2 + \psi(s,t)$ — как в гра. напряжений

8) Bsp. "Core" $\rho \leq |c|$ $w(z) = f(z) = i \frac{z}{c} = i \frac{z}{|c|} e^{i\psi} = \frac{\rho}{|c|} e^{i(\theta + \psi)}$

и омер так: $\Phi(p, t) = \varphi + \pi/2 + \psi(p, t)$, т.е. $\psi(p, t)$ —
связан с ψ -угловой параметризацией $\sin$ от $30/\chi^2$.
 $A \delta m_p^2 = -\psi \sin \theta_0$.

$$\text{Aufg 9.1cl: } \cos \theta(p) = \frac{|c|^2 - p^2}{|c|^2 + p^2} = \left| \frac{|c| = \infty + \Delta}{\text{un. von } \Delta} \right| = \cos \theta_0 + \frac{\Delta}{p} \sin \theta_0 (1 - \cos \theta_0)$$
$$\cos \theta = \cos [\theta_0 + \ell] = \cos \theta_0 - \sin \theta_0 \cdot \ell, \quad \text{r.e. change } \Delta \theta$$

$$\ell = -\frac{\Delta}{p}(1 - \cos \theta_0), \quad p \leq |c| = c_0 + \Delta, \quad \cos \theta \neq 0$$

350 ccm. Heparin $\rho > |\rho| = c_0 + \Delta$, $\rho = c_0$ $\Delta < 0$.
 8 ccm $\Delta > 0$, $\rho > |\rho| = c_0 + \Delta$, $\rho = c_0$ $\Delta < 0$.
 (over $\Delta = c_0$)

Т.е. аналогично, чтобы $f(z) = i \frac{z}{c}$ был ограничен на $\mathbb{H}$,

guc



→ У Гнеба $\mu_{\text{нл}} \approx 10^{-10}$ магнитосферическое или обм. - магнитосфер.
но зависимость от τ нег ($k_2 = 0$) или есть в виде стое τ

30 SW. $c \cdot k_n^2 = \frac{n \cdot \pi}{L}$.
Torga zagara naxongenne gvar. snekpa SW
cnaonmna  - namer o cnaonmna JAP'2000

Сразу видно $\vec{D} \neq \vec{E}$ неудобно, т.к. $\vec{G}_{AB}$ в числ. координатах
и $\vec{H}$ также в числ. координатах.

$$\textcircled{D} \quad -\frac{1}{\gamma} \frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m} \times \vec{H}_{\text{eff}}, \quad \vec{m} = \frac{\vec{M}}{M_s}, \quad \vec{H}_{\text{eff}} = \vec{H}_{\text{ex}} + \vec{H}_m + \vec{H}_{\text{(anis.)}}$$

Lurcaferzagnus $\vec{m} = \vec{m}_0 + \vec{\mu}$, $\vec{\mu} \perp \vec{m}_0$, $\vec{\mu} = (\mu_B, \mu_C, 0)$, $\vec{H} \parallel \vec{m}_0$
 $\vec{m} \times \vec{H}_{ex} = \vec{m} \times \alpha \nabla^2 \vec{\mu} = \alpha \vec{m}_0 \times (\nabla^2 \vec{\mu}) = \vec{m}_0 \times \vec{h}_{ex}$

$$31 \quad \begin{vmatrix} \hat{q} & \hat{p} & \hat{z} \\ 0 & 0 & m_0 \\ h_{ex}^p & h_{ex}^p & h_{ex}^z \end{vmatrix} = \hat{q} m_0 h_{ex}^p - \hat{p} m_0 h_{ex}^p = -\hat{p} h_{ex}^p + \hat{q} h_{ex}^p \quad (m_0=1)$$

$$\vec{H}_{ex} = \vec{h}_{ex}, \quad \vec{H}_m = \vec{H}_m^0 + \vec{h}_m, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}_n, \quad h_n = 0, \quad H_0 \rightarrow H.$$

$$\vec{m} \times \vec{H}_m = (\vec{m}_0 + \vec{j}) \times (\vec{H}_m^0 + \vec{h}_m) = \vec{m}_0 \times \vec{H}_m^0 + \vec{j} \times \vec{H}_m^0 + \vec{m}_0 \times \vec{h}_m$$

$$\rightarrow -\frac{1}{\delta} \frac{d\vec{m}_i}{dt} = \vec{m}_i \times [\vec{h}_{ex} + \vec{H}_m^0 + \vec{h}_m + \vec{H}] = \vec{m}_0 \times (\vec{H}_m^0 + \vec{H}) + \vec{m}_0 \times \vec{h}_{ex} + \vec{m}_0 \times \vec{H}_m^0 + \vec{m}_0 \times \vec{h}_m + \vec{m}_0 \times \vec{H}$$

$$\langle \vec{H}_m^0 \rangle = G[\vec{m}_0] = \begin{pmatrix} G_{pp} & G_{pq} & 0 \\ G_{qp} & G_{qq} & 0 \\ 0 & 0 & G_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_0 \end{pmatrix} = \hat{z} G_{zz} m_0$$

T.e. можно считать $\langle \vec{H}_m^0 \rangle_z = \hat{z} G_{zz} m_0 \parallel Oz$, $\vec{m}_0 \times (\vec{H}_m^0 + \vec{H}^0) =$

$$\therefore H_m^0 + H = H_t \quad \parallel OZ$$

$$\vec{M} \times \vec{H}_t = \begin{vmatrix} \hat{p} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ \mu_p & \mu_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & H_t \end{vmatrix} = \hat{p} \mu_\varphi H_t - \hat{\varphi} \mu_p H_t \quad 0$$

$$\vec{m}_e \times \vec{h}_m = -\hat{g} \mu_B \vec{h}_m + \hat{p} \mu_B \vec{h}_m$$

$$-\frac{1}{\hbar} \frac{d\hat{H}}{dt} = -\hat{p}(h_{ex}^e + h_m^e) + \hat{p}(h_{ex}^p + h_m^p) + \hat{p} \mu_F H_t - \hat{p} \mu_P H_t = \hat{p}(\mu_F H_t - h_{ex}^e - h_m^e) + \hat{p}(h_{ex}^p + h_m^p - \mu_P H_t)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_p}{dt} &= \mu_p H_t - h_{ex}^p - h_{in}^p \\ -\frac{1}{\chi} \frac{d\mu_s}{dt} &= h_{ex}^s + h_{in}^s - \mu_s H_t \end{aligned} \right\}$$

В отличие от SW на ψ "vortex" ground state здесь $m_z = 0$ и к углам φ, ψ можно и не переходить. Здесь $H_m^0 = f(\rho, \varphi)$

$$2) \Delta h_{ex}^{\varphi} = (\nabla^2 \vec{u})^{\varphi} = \nabla^2 \mu_{\varphi} - \frac{1}{\rho^2} \mu_{\varphi} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial \mu_{\varphi}}{\partial \varphi}$$

$$\frac{1}{2} h_{ex}^p = (\nabla^2 \vec{M})^p = \nabla^2 M_p - \frac{1}{p^2} M_p - \frac{2}{p^2} \frac{\partial M_p}{\partial \varphi}$$

$$h_m^q(\vec{p}) = \int d^2\vec{p}' [G_{qq} M_q(\vec{p}') + G_{qp} M_p(\vec{p}')] \quad , \quad G_{\beta}(\vec{p}, \vec{p}') =$$

$$h_m^p(\vec{p}) = \int d^2\vec{p}' [G_{pp} M_p(\vec{p}') + G_{pq} M_q(\vec{p}')] \quad = -L \langle \nabla_{\vec{p}} \nabla_{\vec{p}'} \frac{1}{|\vec{p} - \vec{p}'|} \rangle$$

Geht c, ψ : $\left. \begin{aligned} m_z &= \cos \theta_0 = 1, \delta m_z = \mu_z = 0, \theta_0 = 0. & m_x + i m_y \\ \left. \begin{aligned} \langle \vec{p}(t) \rangle &= \ell \langle \vec{p}_0 \rangle \\ \langle \vec{p}(t) \rangle &= \vec{p}_0 + \psi \langle \vec{p}_0 \rangle \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} m_p &= \mu_p = \sin \theta \cos (\Phi - \psi) = \sin \ell \cos (\Phi_0 - \psi) = \ell \cos (\Phi_0 - \psi) \\ m_\varphi &= \mu_\varphi = \sin \theta \sin (\Phi - \psi) = \ell \sin (\Phi_0 - \psi) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$

3) В случае $\theta_0 = 0$ уравнение не зависит от ψ .
 $m_x + i m_y = \sin \theta e^{i\varphi} = \ell e^{i\varphi_0}$, $m_z + i m_\psi = \ell e^{i(\varphi_0 - \psi)} = e^{i(\varphi_0 - \psi)} = e^{i(\varphi_0 - \psi)}$

$$G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2}{L} \sum_m e^{im(\varphi - \varphi')} \int_0^\infty dk [e^{-kL} - 1] J_m(k\rho) J_m(k\rho')$$

$$4 \quad H_m^0(\theta, \varphi) = \int d^2 \vec{p}' G_{zz}(\vec{p}, \vec{p}') \cdot (1) = \int_0^R dp' p' \int_0^{2\pi} d\varphi' G_{zz}(\vec{p}, \vec{p}') =$$

$$= \int_0^R dp' p' \left(\frac{4\pi}{L} \right) \int_0^\infty dk [e^{-kL} - 1] J_0(kp) J_0(kp')$$

$$\int_0^R dp' p' J_0(kp') = |kp' = x| = \frac{1}{k^2} \int_0^{kR} dx x J_0(x) = \frac{1}{k^2} x J_1(x) \Big|_0^{kR} = \frac{R}{k} J_1(kR)$$

$$\frac{1}{M_s} H_m^0(p) = -4\pi R \int_0^\infty \frac{dk}{k} [1 - e^{-kL}] J_0(kp) J_1(kR) \quad \text{— zadržet}$$

Bce $\vec{h}_m$ $\vec{h}_{ex}$ b eg. Ms.

cras, qui n. none $(\frac{10}{m})^2$.

November

일요일

SW in L-saturated dot

11

NOVEMBER

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

11/11/11

5

$$\mu_p = \ell \cos(\varphi_0 - \varphi), \quad \mu_\varphi = -\ell \sin(\varphi_0 - \varphi)$$

$$\ell = \ell(r, \varphi, t), \quad -\ell(t) = \ell(\omega) e^{i\omega t}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{i\omega}{\delta} \mu_p &= \mu_\varphi H_t - h_{ex}^p - h_m^p \\ -\frac{i\omega}{\delta} \mu_\varphi &= h_{ex}^p + h_m^p - \mu_p H_t \end{aligned} \right\} \checkmark$$

the same $\ell(\vec{r}) = \ell(r)$ we get same as before

$$\mu_x + i\mu_y = e^{i\varphi} (\mu_p + i\mu_\varphi) = \mu_p \cos\varphi - \mu_\varphi \sin\varphi + i [\mu_p \sin\varphi + \mu_\varphi \cos\varphi]$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_x &= \mu_p \cos\varphi - \mu_\varphi \sin\varphi \\ \mu_y &= \mu_p \sin\varphi + \mu_\varphi \cos\varphi \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{aligned} \mu_p &= \mu_x \cos\varphi + \mu_y \sin\varphi \\ \mu_\varphi &= -\mu_x \sin\varphi + \mu_y \cos\varphi \end{aligned} \right\}$$

6

$$h_m^x = h_m^p \cos\varphi + (-1) h_m^\varphi \sin\varphi \sim \int d^2 r' G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_x(\vec{r}')$$

G_{xx} depends on $G_{pp}, G_{p\varphi}, G_{\varphi\varphi}$.

(Можно ввести $\mu^T = \mu_x + i\mu_y = e^{i\varphi} (\mu_p + i\mu_\varphi)$ но ФГ сложнее)
(Можно сделать поворотный через ℓ .)

непродуцируемость обнулен и не надо $\vec{r} = \vec{r}'(|\vec{r}|)$ - аксиально-сим. решение $\rightarrow$ тогда $\{d\varphi'(\dots)\}$ зависит от G_{pp} и $G_{p\varphi}$
Обознач. $\int d\vec{r}(\vec{r}, \vec{r}') = \int d\varphi' G_{\vec{r}\vec{r}}(\vec{r}, \vec{r}')$ Но.

7

Так можно было дать vertex'a с $\varphi_0 = \varphi + \pi/2$ тогда $\mu_x = -\ell \sin\theta_0, \mu_\varphi = \ell \cos\theta_0, \mu_p = -\psi \sin\theta_0, \theta_0 = \theta(r)$

и преобразование $\ell = \ell(r), \psi = \psi(r) \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}(r)$ и упрощало ФГ
из-за $\{d\varphi'(\dots)\}$ как 22/11 и 30/11 2012.

$$\rightarrow \text{Теперь } \mu_p(r, \varphi) = \ell(r, \varphi) \cos(\varphi_0 - \varphi) \text{ и } \mu_\varphi(\vec{r}) = \ell(r) \sin(\varphi_0 - \varphi)$$

и преобразование $\ell = \ell(|\vec{r}|)$ зависит от $\mu_p(\vec{r})$ и $\mu_\varphi(\vec{r})$ и мы не можем упростить ФГ. $\varphi_0 = \text{const}$ и неинтересно, т.к. $\vec{m}_0 \parallel \vec{oz}$.

$$\text{Берем } \varphi_0 = 0: \mu_p = \ell \cos\varphi, \mu_\varphi = -\ell \sin\varphi, \ell = \mu_x$$

т.е. рассматриваем колебание только μ_x - компоненты.

(Но μ_x и μ_y зависят от колебания одновременно и $\mu_x \neq 0, \mu_y \neq 0$ Видимо, сферич. координаты дают сбой при $\theta_0 = 0$.)

12 DECEMBER

토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

8 $h_m^x = \int d^2 \vec{p}' [G_{xx}(\vec{p}') \sin \varphi' + G_{xy}(\vec{p}') \cos \varphi']$, $\int d^2 \vec{p}' G_{xy} \cos \varphi' \neq 0$

$$\begin{cases} (-\frac{i\omega}{\delta}) M_x = H_t M_y - h_{ex}^y - h_m^y \\ (-\frac{i\omega}{\delta}) M_y = -M_x H_t + h_{ex}^x + h_m^x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M^+(-\frac{i\omega}{\delta}) = -i M^+ H_t + (h_{ex}^+ + h_m^+) \\ M^+ = M_x + i M_y, h^+ = h_x + i h_y \end{cases}$$

$$h_m^x = \cos \varphi h_m^p - \sin \varphi h_m^q = \cos \varphi \int d^2 \vec{p}' [G_{pp} M_p + G_{pq} M_q] - \sin \varphi \int d^2 \vec{p}' [G_{qp} M_p + G_{qq} M_q] =$$

$$= \cos \varphi \int d^2 \vec{p}' [G_{pp} (M_x \cos \varphi' + M_y \sin \varphi') + G_{pq} (-M_x \sin \varphi' + M_y \cos \varphi')] -$$

9 $-\sin \varphi \int d^2 \vec{p}' [G_{qp} (-M_x \sin \varphi' + M_y \cos \varphi') + G_{qq} (M_x \cos \varphi' + M_y \sin \varphi')] =$

$$= \int d^2 \vec{p}' [G_{xx} M_x + G_{yy} M_y (\vec{p}^2)]$$

$$h_m^+ = h_m^x + i h_m^y = G_{xx} M_x + G_{xy} M_y + i G_{yx} M_x + i G_{yy} M_y =$$

$$= G_{xx} M_x + i G_{yy} M_y + i G_{xy} (M_x - i M_y) \approx \mu^+,$$

а забывая о μ^+ и μ^- , т.е. вводя μ^+ (только) УД не получается.

(Т.е. то в (μ_p, μ_q) , то в (μ_x, μ_y) - вводимых из-за $G_{xy} \neq 0$ и $G_{yx} = G_{xy}$?

нормализации уравнение не расщепляется.

10 $\rightarrow$ При $\beta \rightarrow 0$ остается лишь $G_{zz} \neq 0$ и $H_{01} = -4\pi M_s$, тогда из μ^+ УД: $\frac{\omega}{\delta} \mu^+ = \mu^+ H_t - d \nabla^2 \mu^+$, $\alpha^2 = \frac{1}{2} (\frac{\omega}{\delta} - H_t)$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad \nabla^2 \mu^+ + \alpha^2 \mu^+ = 0$$

Если рассмотреть $\mu^+ = C f(p) e^{im\varphi}$, то $[\frac{\partial^2}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} + \alpha^2 - \frac{m^2}{p^2}] f(p) = 0$,

11 т.е. $f(p) = J_m(\alpha p)$.

$\Rightarrow$ В случае $\beta \rightarrow 0$ св $\mu^+(p, \varphi) = C J_m(\alpha p) e^{im\varphi}$, $(\frac{\omega}{\delta}) = H_t + d \alpha^2$, α - определяется из условия при $p=R$, т.е. $\alpha = \frac{\delta m n}{R}$, где J_{mn} n-ый корень $x J_m'(x) + d J_m(x) = 0$, $H_t = H - 4\pi M_s$, d - параметр pinning'a. При $d=0$ есть корень $\gamma=0$ - uniform FMR.

November

일월 11/1

SW → In-plane saturated dot (JAP'2000)



11 NOVEMBER 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

12

Note: When increase SW to saturation $\vec{H} \parallel \vec{M}_0$ (JAP'2000, etc.) a nonuniform $\mu_p = m_x \sim e^{i\omega t} \mu_p(0)$ ($\vec{H} \parallel \vec{M}_0$)
 $m_z \sim e^{i\omega t} m_z(0); m_x(\omega) = J_m(x_{mp}) \Phi_m(\varphi), m_z(\omega) = J_m(x_p) \Phi_m(0)$
 $\Phi_m(\varphi) = e^{im\varphi}, \cos m\varphi, \sin m\varphi, \dots$

Eq. (2) - JAP'2000 (42):

$$\begin{cases} \mathcal{D} \mu_p = -\frac{d m_z}{dt} - H_d \mu_p + M_s \int d^2 \vec{r}' F(\vec{r}, \vec{r}') \mu_p(\vec{r}') \\ \mathcal{D} m_z = \frac{d \mu_p}{dt} - H_d m_z + M_s \int d^2 \vec{r}' G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') m_z(\vec{r}') \end{cases}$$

13

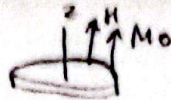
$\mu_{py} : m_p = m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi = m_x \cos \varphi, m_x = \mu_p = \frac{m_p}{\cos \varphi}$
 $\vec{M} = M_s \hat{y} + \vec{m}, \vec{m} = (m_x, 0, m_z), \theta = \theta_0 + \ell, \varphi = \varphi_0 + \psi$
 $\frac{M_z}{M_s} = \cos \theta = \cos \theta_0 - \ell \sin \theta_0 = \left| \theta_0 = \pi/2 \right| = -\ell$
 $\frac{M_p}{M_s} = \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0) = \sin(\theta_0 + \ell) \cos(\frac{\pi}{2} + \psi - \varphi_0) = -\sin(\psi - \varphi_0) = \sin \varphi + \psi \cos \varphi$
 $\frac{M_y}{M_s} = \sin \theta \sin(\varphi - \varphi_0) = \sin(\frac{\pi}{2} + \psi - \varphi_0) = \cos(\psi - \varphi_0) = \cos \varphi + \psi \sin \varphi$
 T.e. $m_z = -\ell, m_p = \psi \cos \varphi, m_y = \psi \sin \varphi \rightarrow m_x = \psi \ll 1$

14

Ukharov's $\mu = -\psi \sin \theta_0 = -\psi, \ell \sim \cos(\omega t + m\varphi)$
 $\mu \sim \psi \sim \sin(\omega t + m\varphi)$

Mini/Chabir
 JAP'00
 Bug →
 CIP
 All plane
 Saturated dot

nonuniform cylinder 2D geometry:
 $\mu_p = m_x(\vec{r}, t) = m_x(\vec{r}, \omega) \sin(\omega t + m\varphi) = J_m(x_{mp}) \sin(\omega t + m\varphi)$
 $m_z = m_z(\vec{r}, t) = m_z(\vec{r}, \omega) \cos(\omega t + m\varphi) = J_m(x_{mp}) \cos(\omega t + m\varphi)$
 a re $\mu_p \sim e^{i\omega t} J_m(x_p) \Phi_m(\varphi), m_z \sim e^{i\omega t} J_m(x_p) \Phi_m(\varphi), \mu_p \sim m_z$
 как в JAP'2000. Also $\mu_p(t), m_z(t)$ agree with
 page на $\pi/2$ - yes re agree $\mu_p \sim m_z$.
 → Because two frequencies meet. Different Φ
 $P_{mn}^{m'n'}, Q_{mn}^{m'n'}$ basis go to quadratization (!) Properly.



15 В L-saturated zone SW-компоненты $\vec{m} = \vec{m}_0 + \vec{m}'$
 где μ_x и μ_y , или μ_p и μ_φ . Для нас h_m^p, h_m^φ зависят от
 компонент μ_p и μ_φ (нормировка $\frac{d}{dt}$) и поэтому $\mu_p \sim e^{i\omega t} \mu_p(\omega)$,
 $\mu_\varphi \sim e^{i\omega t} \mu_\varphi(\omega)$ будем считать ($\mu_p(t) \sim \mu_\varphi(t)$).

Но можно перейти к одной функции $\ell(\vec{r}, t)$:

$\mu_p(\vec{r}, t) = \ell(\vec{r}, t) \cos(\Phi_0 - \varphi)$, $\mu_\varphi(\vec{r}, t) = \ell(\vec{r}, t) \sin(\Phi_0 - \varphi)$
 $\mu_p + i\mu_\varphi = \ell e^{i(\Phi_0 - \varphi)} = e^{-i\varphi} (\mu_x + i\mu_y)$, $\mu_x + i\mu_y = \ell e^{i\Phi_0}$.

УД: $-i\omega \mu_p = H_t \mu_\varphi - h_{ex}^\varphi - h_m^\varphi$; $-i\omega \mu_\varphi = h_{ex}^p + h_m^p - H_t \mu_p$.

16
$$\begin{cases} -i\omega \mu_p = H_t \mu_\varphi - \alpha \left[\nabla^2 \mu_\varphi + \frac{1}{\rho^2} \mu_\varphi \right] - \int d^2 \vec{r}' [G_{\varphi\varphi} \mu_\varphi(\vec{r}') + G_{\varphi p} \mu_p(\vec{r}')] \\ \text{УД} \begin{cases} -i\omega \mu_\varphi = -H_t \mu_p + \alpha \left[\nabla^2 \mu_p + \frac{1}{\rho^2} \mu_p \right] + \int d^2 \vec{r}' [G_{pp} \mu_p(\vec{r}') + G_{p\varphi} \mu_\varphi(\vec{r}')] \end{cases} \end{cases}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

эта часть исчезает при $\beta \rightarrow 0$.

Нужно заметить УД где $\ell(\rho)$ только, в смысле
 axial symmetry.

$$\mu_x + i\mu_y = \ell(\rho) e^{i\Phi_0}$$

17

18

November

일월 18/1

⊥ s.d. → Vortex neproxog

11

NOVEMBER

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

19

Due ⊥ s.d. → vortex neproxog pane
 21-28/10, 26/11, 10/12, 22-23/12 - 26/12 012. рассматриваем

$m_\varphi(\rho) = \Theta(\rho) \ll 1$ тогда носим генерирован $\Theta_0 = 0 \perp$ state

Упр. 20м. намечено $m_\rho = 0$ ("vortex" mode).

Note: рассмотрим χ/BP -trial functions и рел. ур. для $\Theta \ll 1$
 и $\Theta'(R) < 0$ [$\chi^2 = -(\frac{R_0}{R})^2 \chi(1, \rho)$] там вращение огибающей
 мимно neproxog $R_c(L)$.

$$W(\Theta \ll 1) = W(\Theta = 0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 R \Theta'(R) \Theta(R), \quad m_\varphi(\rho) = \sin \Theta(\rho)$$

Одн. 20м. неота основаны на предположении, что $\Theta_0 = 0 (\perp)$ -

20

разг. реперс соро сдвинутости упр $R \geq R_c(L)$ за сра
 тогда $m_\varphi(\rho)$, $m_\rho = 0$ ("vortex like")

for "curling" mode.

Для мимно соро не так из-за:

1) $\delta \vec{m}$ имеет форму "z", что мимно соро гур $\vec{z}$ - gora.
 (мимно) Компонент nucleation of non-uniform state с $m_{\text{max}} \neq 0$
 мимно паребса на сорох $z=0, L$ gora. А $z \in [1, \dots, z_2]$ - мимно
 т.е. мимно мимно не мимно мимно по "z". см. PRB-Ross.

2) возможна $m_\rho \neq 0$ тогда ("flower"-like) с $m_\varphi = 0$, и мимно
 гур мимно мимно $m_\rho = 0, m_\varphi \neq 0$ - vortex-like mode.

21

Учтем SW обозначение $\vec{m} = \vec{m}_0 + \delta \vec{m}$ (10/1)

$$\vec{m}_0 \parallel \vec{z}, \quad \delta m_z = -\ell \sin \Theta_0 = 0, \quad (\delta m_\rho = \ell \cos(\Phi_0 - \varphi), \quad \delta m_\varphi = \ell \sin(\Phi_0 - \varphi))$$

$\Phi = \Phi_0 + \psi$, но ψ зависит не в сур ground $\Theta_0 = 0$, state

Для vortex ground state $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$, $m_\rho = 0$. $\delta \vec{m} = \vec{\mu}$, $\ell = 1$

Тогда, по мимно $\omega = 0$ в yD гур SW в $\perp$ saturated state
 с H/T мимно гур $\mu_\rho = \delta m_\rho$, $\mu_\varphi = \delta m_\varphi$:

$$\begin{aligned} (1) & \left\{ H_\pm \mu_\varphi - \alpha \left[\nabla^2 \mu_\varphi + \frac{1}{\rho^2} \mu_\varphi \right] - \int d^2 \vec{r}' \left[G_{\varphi\varphi} \mu_\varphi(\vec{r}') + G_{\varphi\rho} \mu_\rho(\vec{r}') \right] \right\} = 0 \\ (2) & \left\{ -H_\pm \mu_\rho + \alpha \left[\nabla^2 \mu_\rho + \frac{1}{\rho^2} \mu_\rho \right] + \int d^2 \vec{r}' \left[G_{\rho\rho} \mu_\rho(\vec{r}') + G_{\rho\varphi} \mu_\varphi(\vec{r}') \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

Ур. (1) - (2) гур ℓ мимно мимно гур мимно

12

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

$$22 \quad G_{\varphi\varphi}(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_m m^2 e^{im(\varphi - \varphi')} a_m(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$G_{\varphi\varphi}(\vec{r}, \vec{r}') = i \sum_m m e^{im(\varphi - \varphi')} b_m(\vec{r}, \vec{r}'); \quad G_{\varphi\rho}(\vec{r}, \vec{r}') = (-i) \sum_m m e^{im(\varphi - \varphi')} b_m(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$G_{\rho\rho}(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_m e^{im(\varphi - \varphi')} c_m(\vec{r}, \vec{r}'); \quad G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_m e^{im(\varphi - \varphi')} d_m(\vec{r}, \vec{r}')$$

where a_m, b_m, c_m, d_m - unknown (can. SW-PB zero-order) $(m=0)$

$$\int d\varphi' G_{\varphi\varphi}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_{\varphi}(\vec{r}') = \ell(\vec{r}) \int_0^{2\pi} d\varphi' \sum_m m^2 e^{im(\varphi - \varphi')} a_m \sin(\varphi_0 - \varphi')$$

$$23 \quad \int d\varphi' e^{-im\varphi'} \sin(\varphi_0 - \varphi') = \int d\varphi' e^{-im\varphi'} \frac{1}{2i} [e^{i(\varphi_0 - \varphi')} - e^{-i(\varphi_0 - \varphi')}] =$$

$$= \frac{1}{2i} [e^{i\varphi_0} 2\pi \delta_{m,-1} - e^{-i\varphi_0} 2\pi \delta_{m,1}] = \frac{\pi}{i} [e^{i\varphi_0} \delta_{m,-1} - e^{-i\varphi_0} \delta_{m,1}]$$

where $\varphi_0 \neq f(\varphi')$ because of vortex, where $\varphi_0(\varphi) = \varphi + \pi/2$

$$\rightarrow \int d\varphi' G_{\varphi\varphi} \mu_{\varphi}(\vec{r}') = \ell(\vec{r}) \sum_m m^2 e^{im\varphi} \frac{\pi}{i} [e^{i\varphi_0} \delta_{m,-1} - e^{-i\varphi_0} \delta_{m,1}] \cdot a_m =$$

$$= \ell(\vec{r}) \frac{\pi}{i} [e^{i(\varphi_0 - \varphi)} a_{-1} - e^{-i(\varphi_0 - \varphi)} a_1] = 2\pi \ell(\vec{r}) \sin(\varphi_0 - \varphi) a_1$$

$$\int d\varphi' e^{-im\varphi'} \cos(\varphi_0 - \varphi') = \frac{1}{2} \int d\varphi' e^{-im\varphi'} [e^{i(\varphi_0 - \varphi')} + e^{-i(\varphi_0 - \varphi')}] = \pi [e^{i\varphi_0} \delta_{m,-1} + e^{-i\varphi_0} \delta_{m,1}]$$

$$24 \rightarrow \int d\varphi' G_{\varphi\rho}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_{\rho}(\vec{r}') = \ell(\vec{r}) \int d\varphi' (-i) \sum_m m e^{im(\varphi - \varphi')} b_m(\vec{r}, \vec{r}') \cos(\varphi_0 - \varphi') =$$

$$= \ell(\vec{r}) (-i) \sum_m m e^{im\varphi} b_m(\vec{r}, \vec{r}') \pi [e^{i\varphi_0} \delta_{m,-1} + e^{-i\varphi_0} \delta_{m,1}] =$$

$$= \ell(\vec{r}) (-i) \pi [-e^{-i(\varphi - \varphi_0)} b_{-1} + e^{-i(\varphi_0 - \varphi)} b_1] = -2\pi \ell(\vec{r}) \sin(\varphi_0 - \varphi) b_1$$

$$25 \quad b_m(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{p_1} \int dk f(kL) [J_{m-1}(kp) - J_{m+1}(kp)] J_m(kp')$$

$$b_m(\vec{r}', \vec{r}) = \frac{1}{p} \int dk f(kL) [J_{m-1}(kp') - J_{m+1}(kp')] J_m(kp)$$

$$b_1(\vec{r}', \vec{r}) = \frac{1}{p} \int dk f [J_0(kp') - J_2(kp')] J_1(kp)$$

$$b_{-1}(\vec{r}', \vec{r}) = \frac{1}{p} \int dk f [J_2(kp') - J_0(kp')] J_{-1}(kp) = b_1(\vec{r}', \vec{r})$$

5.

$$- \int d\mathbf{r}' \int d\mathbf{r}'' 2\pi a_1(\mathbf{r}\mathbf{r}') \ell(\mathbf{r}') \cdot \sin(\varphi_0 - \varphi) - \int d\mathbf{r}' \int d\mathbf{r}'' 2\pi b_1(\mathbf{r}'\mathbf{r}) \ell(\mathbf{r}') \cdot \sin(\varphi_0 - \varphi)$$

gk.

(4)

27

1907

1



17-44-2

+

(2)

Q

$$J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) = 2J'_n(x)$$

2001

12 DECEMBER

월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

29 $J_{n-1} + J_{n+1} = \frac{2n}{x} J_n(x), \quad J_0(x) + J_2(x) = \frac{2}{x} J_1(x)$
 $-\frac{2}{x} J_1(x) + J_0(x) - J_2(x) = -[J_0(x) + J_2(x)] + J_0(x) - J_2(x) = -2J_2(x)$

$$c_1(p p') - b_1(p p') = -\frac{1}{2} \int dk f [J_0(k p) - J_2(k p)] [J_0(k p') - J_2(k p')] k -$$

$$-\frac{1}{p'} \int dk f [J_0(k p) - J_2(k p)] J_1(k p') =$$

$$= -\frac{1}{2} \int dk f k [J_0 - J_2] \left[J_0(k p') - J_2(k p') + \frac{2}{k p'} J_1(k p') \right] =$$

$$= |J_0(x) - J_2(x) = 2J'_1(x)| = -\frac{1}{2} \int dk f k [J_0(k p) - J_2(k p)] 2J_0(k p')$$

30 $a_1(p p') + b_1(p' p) = -\frac{2}{p} \int dk f J_1(k p) J_2(k p')$ not con. for

$$c_1(p p') - b_1(p p') = - \int dk f k [J_0(k p) - J_2(k p)] J_0(k p') \quad ???$$

Вроде $a, \pm b, \text{ и } c, -b_1(p p')$ должны совпадать с теми же знаками.
 у нас (1) и (2) разнятся, zero не может быть,

$$\nabla^2 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad \text{В гек. коорд.} \quad \nabla^2 = \sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} =$$

$$= - \sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \sum_i G_{ii}(\vec{r}, \vec{r}') \quad \left(= -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}') \right)$$

1 В крив. коорд. $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, где $G_{\alpha\beta}?$
 $G_{\alpha, \beta = \rho, \varphi, z}$

Понятно, что при $\beta \rightarrow 0, a, b, c \rightarrow 0$ и $H_\pm(\rho) \rightarrow \text{const} = H - 4\pi M_s$

$$\Delta \nabla_\rho^2 \ell(\rho) - H_\pm \ell(\rho) = 0, \quad \frac{H_\pm}{\alpha} = \alpha_0^2 > 0 \quad \text{или} \quad H > 4\pi M_s$$

2 Но g не стабилизируются в $H=0$, $\frac{H_\pm}{\alpha} = -\frac{4\pi}{\alpha} M_s = -\alpha_0^2 < 0$.

$$\nabla_\rho^2 \ell(\rho) + \alpha_0^2 \ell(\rho) = 0, \quad \frac{\partial^2 \ell}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ell}{\partial \rho} + \alpha_0^2 \ell = 0 \quad \text{имеет}$$

решение $\ell(\rho) = C J_0(\alpha_0 \rho), \quad \alpha_0^2 = \frac{4\pi}{\alpha} = 4\pi \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \gg 1$, если $R \sim R_0$.

Но для $\rho \rightarrow 0$ требуется, т.к. тогда $\text{не } \perp$ s.d. state при $H=0$.

3) Проверяем $G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = - \left\langle \left(\nabla_{\vec{r}} \right)_\alpha \left(\nabla_{\vec{r}'} \right)_\beta \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right\rangle_{\vec{r}, \vec{r}'}$

$$\frac{1}{|z-z'|} = \int dk e^{-k|z-z'|} J_0(k|\vec{p}-\vec{p}'|) =$$

наименьшее, $\alpha, \beta = p, q$. $\langle e^{-k|z-z'|} \rangle_{zz'} = \frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L dz dz' e^{-k|z-z'|} =$

$$= \frac{1}{L^2} \frac{2L}{k_L} f(k_L) = \frac{2}{k_L} f(k_L)$$

Die g, φ -komponent $G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = -(\nabla_\alpha)_\alpha (\nabla_\beta)_\beta L \left\langle \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right\rangle_{zz'} =$

$$4 = -(\nabla)_\alpha (\nabla')_\beta L \int dk \langle e^{-k(z-z')} \rangle_{zz'} \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu J_\mu(t) =$$

$$G_{\alpha\beta}(\vec{p}, \vec{p}') = (-2) \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) (\nabla_\alpha)_\alpha (\nabla')_\beta \sum_\mu e^{i\mu(\varphi - \varphi')} J_\mu(kp) J_\mu(kp')$$

$$(\vec{\nabla})_\alpha = \hat{p} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{1}{p} \hat{\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$G_{\varphi\varphi'}(\vec{p}\vec{p}') = (-2) \left\{ \frac{dk}{k} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi'} \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') \right\} =$$

$$5 \quad = \frac{(-2)i}{\beta} \int dk f \sum_n J_n e^{i n (\varphi - \varphi')} J_n(kp) \frac{\partial J_n(x')}{\partial x'}, \quad x' = kp'$$

$$G_{p\varphi}(p, p') = (-2) \int \frac{dk}{k} f \frac{\partial}{\partial p} \frac{1}{p'} \frac{\partial}{\partial p'} \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') =$$

$$= \frac{(-2)}{p'} (i) \int dk f \sum_{\mu} \mu e^{i\mu(\varphi - \varphi')} \frac{\partial J_{\mu}(x)}{\partial x} J_{\mu}(kp'), \quad x = kp.$$

$$b_{\mu}(p, p') = \frac{(+2)}{p'} \int dk f \frac{\partial J_{\mu}(x)}{\partial x} J_{\mu}(k p'); \quad b_{\mu}(p', p) = \frac{2}{p} \int dk f J_{\mu}(k p) \frac{\partial J_{\mu}(x')}{\partial x'}$$

$$\rightarrow G_{p\varphi}(\vec{\beta}\vec{\beta}') = i \sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} f_m(\beta, \beta'); \quad G_{\varphi p}(\vec{\beta}\vec{\beta}') = (-i) \sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} f_m(\beta, \beta')$$

т.е. 18/I знак в $e^{im(\varphi-\varphi')}$ выбран неверно, надо "+".

JANUARY

7. For integers $k, p, (1)$, we

$$6 [\dots] = a_1(p, p') - b_1(p, p') = -\frac{2}{p'} \int \frac{dk}{k} f J_1(kp) J_1(kp') -$$

$$-\frac{1}{p} \int dk f [J_0(kp') - J_2(kp')] J_1(kp) = \frac{1}{p} \int dk f J_1(kp) \left[-\frac{2}{x'} J_1(x') - J_0(x') + J_2(x') \right] =$$

$$= \frac{1}{p} \int dk f J_1(kp) (-2) J_0(x') = \frac{(-2)}{p} \int dk J_1(kp) J_0(kp') f(kL)$$

$$\rightarrow G_{pp}(p, p') = (-2) \int \frac{dk}{k} f \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} \frac{\partial J_{\mu}(kp)}{\partial p} \frac{\partial J_{\mu}(kp')}{\partial p'} = \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} C_{\mu}(p, p'),$$

$$C_m(p, p') = (-2) \int \frac{dk}{k} f \frac{\partial J_m(kp)}{\partial p} \frac{\partial J_m(kp')}{\partial p'}, \quad C_m = C_{-m}.$$

$$7 \quad G_{\varphi\varphi}(p, p') = (-2) \int \frac{dk}{k} f \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{p'} \frac{\partial}{\partial \varphi'} \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') =$$

$$= \frac{(-2)}{p p'} \int \frac{dk}{k} f \sum_m m^2 e^{im(\varphi - \varphi')} J_m(kp) J_m(kp') = \sum_m m^2 e^{im(\varphi - \varphi')} a_m,$$

and $a_m = a_{-m}$. Also $b_m = b_{-m}$.

$$C_1(p, p') - b_1(p, p') = (-2) \int \frac{dk}{k} f \frac{\partial J_1(kp)}{\partial p} \frac{\partial J_1(kp')}{\partial p'} - \frac{2}{p'} \int \frac{dk}{k} f \frac{\partial J_1(kp')}{\partial p} J_1(kp') =$$

$$= (-2) \int \frac{dk}{k} f \frac{\partial J_1(kp)}{\partial p} \left[\frac{\partial J_1(kp')}{\partial p'} + J_1(kp') \frac{1}{p'} \right] = (-2) \int \frac{dk}{k} f \frac{\partial J_1(kp)}{\partial p} J_0(kp')$$

$$\rightarrow \frac{1}{k} \frac{\partial J_1(kp)}{\partial p} = \frac{1}{2} [J_0(x) - J_2(x)], \quad \frac{1}{p} J_1(kp) = \frac{1}{2} [J_0(kp) + J_2(kp)]$$

$$8 \quad \text{T.e.} \quad a_1(p, p') - b_1(p, p') = \frac{(-2)}{p} \int dk f(kL) J_1(kp) J_0(kp')$$

$$C_1(p, p') - b_1(p, p') = (-2) \int dk f(kL) \frac{\partial J_1(kp)}{\partial p} J_0(kp')$$

At this point we have $a_1(p, p') - b_1(p, p') = C_1(p, p') - b_1(p, p')$
 This is the same as $p, (1)$ and (2) give $\ell(p)$ Casimir. Member $J_2(x)$

$$9 \quad H_t(p) \ell(p) - \alpha \nabla_p^2 \ell - 2\pi \int dp' p' K(p, p') \ell(p') = 0 \quad \text{prob. na } \ell(p)$$

$$\text{we} \quad K(p, p') = \frac{(-2)}{p} \int dk f(kL) J_1(kp) J_0(kp'), \quad \text{and}$$

$$K(p, p') = (-2) \int dk f(kL) \frac{\partial J_1(kp)}{\partial p} J_0(kp')$$

$$\text{for } \frac{L}{p} \gg 1: \quad K(p, p') = (-2) \int dk \frac{k}{2} [J_0(kp) + J_2(kp)] J_0(kp') =$$

For small
 terms, we
 can get
 C. 26/1/02

$$= - \int dk k J_0(k\rho) J_0(k\rho') - \int dk k J_2(k\rho) J_0(k\rho') = -\frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho')$$

$$H_t(p) \ell(p) - \Delta \ell = 2\pi \int dp' p' \left[-\frac{1}{p} \delta(p-p') \right] \ell(p') = 0$$

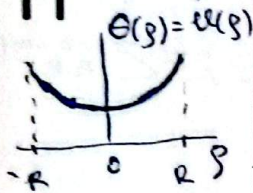
$$[H_t(s) + 2\pi] \ell(s) - \alpha \nabla^2 \ell = 0,$$

$$H_t(p) = H_m^0(p) + H, \quad H_m^0(p) = -\frac{4\pi}{\beta} \int \frac{dk}{k} [1 - e^{-kL}] J_0(kp) J_1(kR)$$

Симметричные $\kappa_{lm}^0(p)$ равны в нуле $\kappa(p, p') = -\frac{2}{p} \int_0^p dk J_1(kp) J_0(kp')$

W/m $\beta \rightarrow \infty$, $H_m^0(\beta) \rightarrow 0$ vanishes along $\parallel$ univ. wire.

$$\psi = 0 \text{ auf } R-L \text{ MPD} \Rightarrow \nabla^2 \psi(\rho) - \lambda^2 \psi(\rho) = 0, \quad \lambda^2 = \frac{2\pi}{\alpha} = 2\pi \left(\frac{R}{R_0} \right)^2$$

$$\ell'' + \frac{1}{\rho} \ell' - \lambda^2 \ell(\rho) = 0 \rightarrow \ell(\rho) = C I_0(\lambda \rho)$$


$$\left. \begin{aligned} \Sigma m_p &= \mu_p = C I_o(\lambda p) \cos(\Phi_o - \psi) \\ \Sigma m_\psi &= \mu_\psi = C I_o(\lambda p) \sin(\Phi_o - \psi) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{radiation mode} \\ \text{uniformity w.r.t } \frac{L}{\lambda} \gg 1, H=0 \end{array}$$

Now $\mu_x + i\mu_y = \ell e^{i\phi_0}$, $\mu_x = \ell \cos \phi_0$, $\mu_y = \ell \sin \phi_0$.

α_0 - задает вырождение в плоск. цилиндре.

Врозе гажено $\psi(q=0)=0$ в селу ипр. симметрии.

→ не пропускаем и считаем $\sim \frac{1}{p^2}$ раз?

Note: Due to gamma unmixing becomes nucleation
mode by Aharoni, the $\sim J_1(x_p)$ - "curling" mode.

12 $\mu \neq 0$ означает возм. $\mu_p \neq 0, \mu_e \neq 0$ означают -
- вероят. nucleation of non-uniform state (vortex ^{un} + flower)
н/е уравнения R & L.

New nucleation mode for long cylinder
(no seg yres $\delta m^2(z)$)

t.e. non-localized non-uniform mode.

He also gives $H_d(z)$ - so you may be able to
 observe the response in the frequency - so DW - time may

Vortex "breath" mode

21/1 2001

V

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

→ S/I & macroscopic. vortices form vortices
13 phenomenon in CB, CP give vortex oscillations:

$$\omega^2 \mu(p) = \frac{1}{2} \int_0^R dp' p' \Gamma(p, p') \mu(p'), \quad \mu = \mu_p = \delta m_p.$$

$$\Gamma(p, p') = \int_0^R dz z \sin \theta_0(z) g_{zz}(p, z) g_{pp}(z, p') \quad - \text{igno } \delta z \text{ yuhou.}$$

lycos $\theta_0(z) = \pi/2$ - "pendulum" baragon "core".

$$\Gamma(p, p') = \int_0^R dz z g_{zz}(p, z) g_{pp}(z, p') = \int_0^R dz z \left[-\frac{4\pi}{L} \int dk (1 - e^{-kL}) J_0(kp) J_0(kp') \right] \cdot$$

$$\cdot \left[(-4\pi) \int dk' k' f(k'L) J_1(k'z) J_1(k'p') \right] = \left| \int_0^R dz z J_0(kz) J_1(k'p') \right|$$

14 When $L/R \rightarrow 0$ $\Gamma(p, p') = \int_0^R dz z \left[-\frac{4\pi}{p} \delta(p-z) \right] g_{pp}(z, p') =$
 $= (-4\pi) g_{pp}(p, p') \rightarrow \omega^2 \mu(p) = \frac{(-4\pi)}{2} \int_0^R dp' p' g_{pp}(p, p') \mu(p'), \quad \omega = \frac{\omega}{\delta M_s} \text{ TST.}$

igno: $g_{pp}(pp') = (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(kp) J_1(kp')$ cum. no p, p' .

Esco in cylindrical coordinates $\mu/p \rightarrow p'$? When $L/R \gg 1$ ga, $\text{torga } f(kL) \approx 1$
 $\cdot \int dk k J_1(kp) J_1(kp') = \frac{1}{p} \delta(p-p'). \quad \mu(R) \neq 0$ & δm_s cyrac.

→ flago hauu yachue chizu g_{pp} & g_{zz} . - Yba, ne buguo.

15 A two elem $\mu(p) = c J_1(xp)$ um $\mu(p) = \sum c_n J_1(x_n p)$?
 given Hankel-trans. no $J_1(x_p)$

Danyam $\mu(p)$ nomazovana bomuz $p \approx R$ ne vfar gava.

Torga $\omega^2 \mu(R) = \frac{(-4\pi)}{2} \mu(R) \int_0^R dp' p' g_{pp}(R, p')$

$$\omega^2 / (\delta M_s)^2 = \frac{(-4\pi)}{2} \int_0^R dp' p' g_{pp}(R, p')$$

16 $\omega = \delta M_s \sqrt{-4\pi \int_0^R dp' p' g_{pp}(R, p')}$, no nago boca cunap znauo.

$$h_m^p(p) = \int dz \vec{p}' [g_{pp}(pp') m_{p/p'} + g_{p\varphi}(pp') m_{\varphi}(p')] , \quad \vec{m} = \vec{m}(p) \text{ romko }$$

no $g_{p\varphi}(pp') = \int d\varphi' G_{p\varphi}(\vec{p}, \vec{p}')$, nge $G_{p\varphi}(\vec{p}, \vec{p}') = \frac{1}{L} \int dz dz' G_{p\varphi}(\vec{r}, \vec{r}')$, $\text{cu } 30\%$
 hormay $g_{p\varphi} = 0, g_{\varphi p} = 0, g_{\varphi\varphi} = 0$ & $h_m^p(p) = \int dp' p' g_{pp}(pp') m_p(p')$

17

Dust grain. wave $h_m^p(\vec{r}) = \int d\vec{r}' d\varphi' [G_{pp}(\vec{r}, \vec{r}') \delta m_p(\vec{r}') + G_{pq}(\vec{r}, \vec{r}') \delta m_q(\vec{r}')] ,$ can choose $\delta \vec{m} = \vec{r}' = f(1\vec{r})$,
 so $\int d\varphi' (\dots)$ gives δm_0 in $h_m^p(1\vec{r})$:

$$h_m^p(\vec{r}) = \int d\vec{r}' g_{pp}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_p(\vec{r}'), \text{ analogously } h_m^z(\vec{r}) = \int d\vec{r}' g_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_z(\vec{r}')$$

$$-\mu_z = \ell \sin \theta_0, \mu_\varphi = \ell \cos \theta_0 \approx 0 \text{ (true core)}, \mu_p = \mu = -\psi \sin \theta_0$$

μ_z and μ_p resemble the vortex "core", & oscillation.

Even $\mu_p(\vec{r}) = \text{const}$, no monopoles as $\mu_0 = 0$ and $\mu_p = 0$.

18

$$\langle h_m^p(\vec{r}) \rangle_p = \frac{2}{R^2} \int d\vec{r} h_m^p(\vec{r}) = \frac{2}{R^2} \int d\vec{r} \int d\vec{r}' g_{pp}(\vec{r}, \vec{r}') \mu(\vec{r}') =$$

$$= 2 \mu_0 \frac{2}{R^2} \int d\vec{r} \int d\vec{r}' g_{pp}(\vec{r}, \vec{r}') = \mu_0^2 \frac{2}{R^2} \int d\vec{r} \int d\vec{r}' (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(kr) J_1(kr') =$$

$$= (-4\pi) \mu_0^2 \int dk k f(kL) \left[\int d\vec{r} J_1(kr) \right]^2 = (-4\pi) \mu_0^2 \int dk k f(kL) F^2(k),$$

$$F(k) = \int d\vec{r} J_1(kr) - \text{we separate rephases } p. \text{ because}$$

~~~~~~~~~  $\rightarrow$  Check  $Sp G_{pp} = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}')$  in unit. ~~normalization~~:

$$h_m^y = \sin \varphi h_p + h_\varphi \cos \varphi = \sin \varphi \int d^2 \vec{r}' [G_{pp} \mu_p + G_{p\varphi} \mu_\varphi] +$$

19

$$+ \cos \varphi \int d^2 \vec{r}' [G_{\varphi p} \mu_p + G_{\varphi\varphi} \mu_\varphi] =$$

$$= \sin \varphi \int d^2 \vec{r}' [G_{pp} (\mu_x \cos \varphi' + \mu_y \sin \varphi') + G_{p\varphi} (-\mu_x \sin \varphi' + \mu_y \cos \varphi')]$$

$$+ \cos \varphi \int d^2 \vec{r}' [G_{\varphi p} (\mu_x \cos \varphi' + \mu_y \sin \varphi') + G_{\varphi\varphi} (-\mu_x \sin \varphi' + \mu_y \cos \varphi')]$$

$$= \int d^2 \vec{r}' [G_{yx} \mu_x + G_{yy} \mu_y], \quad G_{xx} - \text{cm. JAP '2000.}$$

$$G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') = \sin \varphi (G_{pp} \sin \varphi' + G_{p\varphi} \cos \varphi') + \cos \varphi (G_{\varphi p} \sin \varphi' + G_{\varphi\varphi} \cos \varphi')$$

$$\rightarrow G_{xx} + G_{yy} + G_{zz} = G_{pp}(\vec{r}, \vec{r}') \cos(\varphi - \varphi') + G_{p\varphi} \sin(\varphi - \varphi') + G_{\varphi p} \sin(\varphi' - \varphi) + G_{\varphi\varphi} \cos(\varphi - \varphi') = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}')$$



V  
JANUARY

20  $\int d\varphi' G_{\rho\rho'}(\vec{p}, \vec{p}') \cos(\varphi - \varphi') = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \cos(\varphi - \varphi') \sum_m e^{im(\varphi - \varphi')} C_m(\rho, \rho') =$   
 $= \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \sum_m e^{im\varphi} C_m = + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \cos \varphi \sum_m e^{im\varphi} C_m =$   
 $= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{2} (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) \sum_m C_m (\delta_{m,-1} + \delta_{m,1}) = \int_0^{2\pi} d\varphi \pi (C_{-1} + C_1) =$   
 $= \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot 2\pi C_1(\rho, \rho'),$  no  $\varphi$ -dependence here we require.

$\int d\varphi' G_{\rho\varphi'} \sin(\varphi - \varphi') = \int_0^{2\pi} d\varphi' \sin \varphi' (i) \sum_m m e^{im\varphi} b_m(\rho, \rho') =$   
 $= i \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{2i} (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}) \sum_m m e^{im\varphi} b_m = \frac{1}{2} 2\pi \sum_m [\beta_{-1}(-1) - b_1] = -2\pi b_1(\rho, \rho')$

21 → Unterfuge  $\mathcal{L}_p G_{\alpha\beta}(\vec{p}, \vec{p}') = -4\pi\delta(\vec{p} - \vec{p}')$  no  $\varphi'$  moment  
 gogazas kaxas romgesso gme  $\varphi$ . because, no we mention  
 chazgo  $g_{\rho\rho}(\rho, \rho')$  u  $g_{zz}(\rho, \rho')$ .

• Now we  $\mathcal{L}_\mu(k, k') = \int_0^R d\rho\rho J_\mu(k\rho) J_\mu(k'\rho) = \frac{2}{\pi} \frac{\sin(k-k')R}{(k^2 - k'^2)} \rightarrow \frac{1}{k} \delta(k - k')$   
 $\frac{R}{L} \gg 1$   $\frac{R}{L} \rightarrow \infty$

Because massless Higgs CP tensor gme  $g_{zz}(\rho, \rho')$ .

→ On. gr. w/  $\frac{L}{R} \ll 1$ :  $\mu(p)\omega^2 = (-4\pi) \int_0^R d\rho\rho' g_{\rho\rho'}(\rho, \rho') \mu(\rho')$ ,  $\omega \rightarrow \frac{\omega}{\delta M_s}$ .

um  $\lambda \mu(\rho) = \int_0^R d\rho'\rho' g_{\rho\rho'}(\rho, \rho') \mu(\rho')$ , zge  $\lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi}$ ,  $\mu = \mu_p$ .

22  $\mu(\rho) = \int_0^R dt \mu(t) t J_n(\rho t)$ ,  $\mu(t) = \int_0^R d\rho\rho \mu(\rho) J_n(\rho t)$

$g_{\rho\rho'}(\rho, \rho') = (-4\pi) \int_0^R \frac{dk}{k} f(kL) \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{\partial}{\partial \rho'} J_0(k\rho) J_0(k\rho') =$   
 $= (-4\pi) \int_0^R dk k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$

23 Non-relativistic Hankel - transform:  $\infty \rightarrow R$  (T.V.  $\mu(\rho), \rho \leq R$ )

$\mu(\rho) = \int_0^R dt \mu(t) t J_n(\rho t)$ ,  $\mu(t) = \int_0^R d\rho\rho \mu(\rho) J_n(\rho t)$

$\mu(t) = \lambda \int_0^R d\rho\rho \mu(\rho) J_n(\rho t) = \int_0^R d\rho\rho J_n(\rho t) \int_0^R d\rho'\rho' g(\rho, \rho') \int_0^R dt' \mu(t') t' J_n(\rho' t') =$   
 $= \int_0^R dt' \mu(t') \left[ t' \int_0^R d\rho\rho \int_0^R d\rho'\rho' g(\rho, \rho') J_n(\rho t) J_n(\rho' t') \right]$



$n = 1$ 

$$\lambda_M(t) = (-4\pi) f(tL) \int dt' t' J^n(t') \left[ \int_0^L ds' s' J_1(t's') J_1(t's') \right]$$

$$\chi_\mu(k) = (-4\pi) f(kL) \int_0^\infty dk' k' L(k, k') \mu(k'), \quad \mu(p) = \int_0^\infty dk k \mu(k)$$

$$\Delta(k, k') = \frac{2}{\pi} \frac{\sin(k-k')R}{(k^2 - k'^2)} \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \delta(k-k') \quad \text{u. normiert}$$
$$\lambda = (-4\pi) f(kL), \quad f(kL) \approx \frac{1}{2} kL, \quad \text{r.e. } \lambda \rightarrow 0$$

•) Вспомогательная к фаз. грав. нелю  $\langle h_m^p \rangle_p$  грав. сущности

$$= R^2 \int dx \times J_1(tx) = R^2 F(t)$$

$$F(t) = \int dx \, x J_1(xt)$$

$$I(t) = \int_{\mathcal{D}} dx \times J_r(x, t) \quad \lambda = \frac{2}{R^2} \int d\theta d\phi \theta^2 \theta' \theta'' g_{\theta\theta}(\theta\theta') = (-4\pi) I(\beta) = (-4\pi) I$$

Torção  $\lambda^\mu(p) \approx g_{\mu\nu}(p, R) \int_0^R ds' s' \lambda^\nu(s')$ , - com o colapso

$$\lambda \int_0^R g_{pp} \mu(p) = \int_0^R dg' g' \mu(g') \int_0^R g_{pp}(p, R) p dp \rightarrow \lambda = \int_0^R g_{pp} g_{pp}(p, R)$$

$$\int_0^R g_{pp}(p, R) = \int_0^R (-u\pi) \int dk_L f(k_L) J_1(k_p) J_1(k_R) =$$

$$= (-4\pi) \int_0^\infty dk k f(kL) J_1(kR) F(k) = (-4\pi) \int_0^\infty dt t f(\beta t) J_1(t) \int_0^1 dx x J_1(xt)$$

$$-\lambda = (-4\pi) \int_0^\infty dt t f(\beta t) J_1(t) \int_0^1 dx x J_1(xt) = (-4\pi) I_9(\beta)$$



22/1

## Vortex "breath" mode

2001

JANUARY

화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목  
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

27. t.e.  $\lambda(\beta) : 1) \mu(p) \approx \mu_0; 2) \mu(p) \approx R$   
 $\frac{\omega^2}{4\pi} = \lambda, \omega \rightarrow \frac{\omega}{fM_s}, \left(\frac{\omega}{4\pi}\right)^2 = \frac{\omega^2}{(4\pi M_s)^2} = \frac{\omega^2}{\omega_M^2}$

1)  $\frac{\omega^2}{\omega_M^2} = I(\beta)$  and 2)  $\frac{\omega^2}{\omega_M^2} = I_s(\beta)$ . Because  $I(\beta) \sim \beta$ .

 $\mu(p) \approx \text{const}$ - Note:  $\mu(p)$ ,  $\mu$ ,  $\mu$  on the principle

Answer:  $\mu(k)$  is the maximum of  $k$  - Hankel  
 and  $\mu(k) = \frac{\text{const}}{k^\alpha}, \alpha \leq 2$ .  $\Lambda(k, k) = \frac{2}{\pi} \frac{(k-k')R}{(k+k')(k-k')} = \frac{R}{\pi} \frac{1}{k}$

28.  $\lambda \mu(k) = (-4\pi) f(kL) \frac{R}{\pi} \int_0^\infty dk' \mu(k'), \mu(k) = C f(kL)$ , no

1)  $\mu(k)$  - peak max at  $k \approx k_0$ 

$$\lambda \mu(k) = (-4\pi) f(kL) k_0 \Lambda(k, k_0) \int_0^\infty dk' \mu(k')$$

$$\mu(k) = C (-4\pi) f(kL) k_0 \Lambda(k, k_0) = C f(kL) \Lambda(k, k_0)$$

$$\mu(p) = \int_0^\infty dk k J_1(kp) \mu(k) = C \int_0^\infty dk k J_1(kp) f(kL) \Lambda(k, k_0) =$$

$$= C \int_0^\infty dk k J_1(kp) f(kL) \int_0^R dp' p' J_1(kp') J_1(k_0 p') = \frac{C}{(-4\pi)} \int_0^R dp' p' g_{pp'}(p, p') J_1(k_0 p')$$

29.  $\lim_{k \rightarrow k_0} \Lambda(k, k_0) \rightarrow \max k \approx k_0 \Rightarrow \mu(p) \approx C f(k_0 L) \int_0^R dp' p' J_1(kp') J_1(k_0 p')$

$$= C f(k_0 L) \int_0^R dp' p' \frac{1}{p} \delta(p-p') J_1(k_0 p') = C f(k_0 L) J_1(k_0 p)$$

$$\rightarrow \mu(p) = C f(k_0 L) J_1(k_0 p) = C' J_1(k_0 p), \text{ см. 29/I } p \rightarrow 0 \text{ и } p \rightarrow R$$

30.  $\mu(p) = \tilde{C} \int_0^R dp' p' g_{pp'}(p, p') J_1(k_0 p')$ , т.к.

$$\lambda \mu(p) = \int_0^R dp' p' g_{pp'}(p, p') \mu(p') - \text{см. 4p.}$$

FEN

Answer: factor "breath" mode:

$$f = 2.95 \text{ GHz}, M_s = 800 \text{ G}$$

$$g_{pp} \approx \frac{\omega_M}{2\pi} = 29.7 \text{ GHz}$$

$$\rightarrow \omega = 0.322 \cdot \omega_M =$$

$$(q \approx 0.104) \approx 9 \text{ GHz} - \text{FEN}$$

$$\approx 9.7 \text{ GHz}$$

$$I(\beta) \sim \beta \text{ same, } I(0.2) = 0.307 \rightarrow \omega = 0.554 \cdot \omega_M \approx 166 \text{ GHz}$$

$$I_s(0.2) = 0.1044; \omega_s = 2.0 \text{ GHz} \rightarrow I(0.2) = 0.2885 \omega = 15.9 \text{ GHz} \approx \omega_M = 29.7$$



31

31  $\rightarrow$  Due unknown static vortex  $\vec{M} = (0, M_\varphi, 0)$  the

$$H_m^S(\vec{p}) = \int d^2\vec{p}' G_{pp}(\vec{p}, \vec{p}') M_\varphi(\vec{p}'), \quad H_m^V(\vec{p}) = \int d^2\vec{p}' G_{\varphi\varphi}(\vec{p}, \vec{p}') M_\varphi(\vec{p}')$$

Вывод "core" гравит.  $M_z$ , но  $G_{rz}=0$ ,  $G_{\theta z}=0$  и  $M_z$  вытекает в  $H_m^P$ ,  $H_m^C$  не дает. Но  $H_m^z(p) = \int_{\text{core}} d^2p G_{zz} M_z(p')$  - core

$$M_p(\vec{p}') = f(\vec{p}) \text{ тонко и грубо } \{d\varphi'(\dots)\}.$$

1b)  $\int d\varphi' G_{\varphi\varphi}(r', \varphi') = g_{\varphi\varphi}(r') = 0$  u  $g_{\varphi\varphi}(r') = \int d\varphi' G_{\varphi\varphi}(r', \varphi') = 0$   
 t.e. static magnetostatic field  $H_m^r = 0, H_m^\varphi = 0$  u  $H_m^z(r) \neq 0$   
 $\vec{H}_m = (0, 0, H_m^z(r))$

$$\vec{H}_m = (0, 0, H_m^z(\vec{r}))$$

1) For const. grav. force  $\kappa_m^z(p) = \int ds s' g_{zz}(s, s') m_z^0(p')$ ,  $m_z^0 = \text{const.}$   
 u. noelweese b yd que el u  $\mu$ .  $\Sigma$  cum no z ne yqegm.  
 to see  $H_m^p[N_z] \neq 0$  (16.11)

→ связь динам. углов  $\vartheta$  и  $\mu = -\varphi \sin \theta_0$ .

$$\omega_\mu = \frac{1}{d} \int d\mathbf{s}' \mathbf{s}' \sin \varphi_0(\mathbf{s}') g_{zz}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') \varrho(\mathbf{s}')$$

h/m  $\beta \rightarrow 0$   $g_{zz}(s, s') = -4\pi \frac{1}{\beta} \delta(s - s')$  ,  $\omega \rightarrow \frac{\omega}{(\delta \alpha M_s)}$

$$\frac{\omega}{8M_g \alpha} \int (\varphi) = \frac{1}{2} \sin \theta_0(\varphi) (-4\pi) \ell^2(\varphi), \quad \frac{\omega}{\omega_M} \int (\varphi) = -\sin \theta_0(\varphi) \ell^2(\varphi)$$

Т.к. колебание в области  $\theta_0(p) \approx \pi/2$ , то  $\psi(p) = -\frac{\omega}{\omega_0} \mu(p)$ ,

2  $\lambda_M(p) = \int_0^p g_{pp}(p, p') M(p')$ ,  $\lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi}$  (always common)

23 u.m.

24/I Бежега - Crawford o eo SW exp. na 50x50 cm Znamenaty.  
On zimno prebava B "d" prozore. Vprezidna liny d(P) u novom SW

28-29/I Buzuk & ANL. Беседа с рабочим Гринсдичем.

Minc-cunnap c Bader, Chantrel, Grim's ditch,  
Hobocag, Boreas-Breab, Overan.

Donag Chantrell no fitting of array left  
specimen. ~4mm radius. H<sub>2</sub> & He (T)

не зависит от  $T$ . При с равномерным распределением осей



3

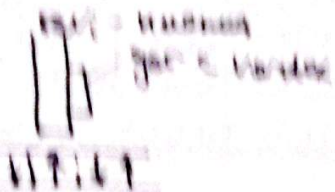
Ugole juze Natsipud e Natsipudun;

Media

(1) State: array of numbers, based to vertex state to be a function of vertex stability,  $\mu \approx 100 \text{ nm}$ ,  $\epsilon \approx 20 \text{ nm}$ ,  $\lambda \text{ bit} = M_2(\text{vertex}) / \mu \text{ and } \lambda = \text{distance} \approx 100 \text{ bits/patch}$ ,  $\text{Convergence } M_2 \approx 0.5 \text{ bits}$ ,  $M_2 \approx 1-2 \text{ bits}$

upside-down

Head Head



Strong field

4

in media - bit (4 nm) Gaussian vertex is given a probability non-uniform state not given,  $\text{unpredictable } M^2 \text{ vertex given Gaussian bubble in surface as given a 1 to nonuniform media}$ ,  $\text{unpredictable vertex non-uniform } M^2(\mu) \approx \text{vertex in } M^2$ ,  $\text{not } M^2 \text{ and } AMR - \text{given each edge with } M^2$ ,  $\text{unpredictable vertex } \mu = \text{direction of } M^2 \text{ media}$ ,  $\text{surface vertex } \lambda = M^2 \text{ nonuniform of } M^2 \text{ media}$ .

Water Head

(2) B vertices within medium with - vertex,  $\text{as surface, nonuniform vertex given}$ ,  $\text{to } M_2 \text{ surface strong field, nonuniform}$ ,  $\text{to vertex of given surface } \approx 60 \times 14 \text{ nm given } M^2$ ,  $\text{and } M_2 \text{ direction medium } M^2 \text{ and } M^2 \text{ and } M^2$ ,  $(\approx \text{surface } M_2 \text{ and } M_2 \text{ and } M^2)$

5

Parameter/Source Grounded.

6

Edge in  $M^2(P)/M^2(P) = -M^2(P)/M^2(P)$  const of "P"  $\text{as } M^2$ ,  $\text{on surface - "net"}$ ,  $\text{to } M^2$ ,  $\text{given vertex to surface } M^2$ ,  $\text{a given } M^2$ ,  $\text{surface - nonuniform } M^2 (M^2 \times M^2 \text{ media min } M^2)$ ,  $\text{I mean given } M^2 M^2/M^2 = \text{const}$ .



Note

# Vortex "breath" mode

29/E

Date.

→ Оцен. влияние гравитации на частоту  $\beta$ :

$$\lambda \mu(\rho) = \int_0^{\rho} d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho, \rho') \mu(\rho') \quad , \quad \lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi}$$

Если считать, что  $\mu(\rho) = C J_1(k_0 \rho)$ , то

$$\begin{aligned} \lambda J_1(k_0 \rho) &= \int d\rho' \rho' \left[ -4\pi \int dk k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho') \right] J_1(k_0 \rho') = \\ &= (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(k\rho) J_{-1}(k, k_0) \approx \left| \beta \ll 1 \right| = \\ &= (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(k\rho) \frac{1}{k} \delta(k - k_0) = (-4\pi) f(k_0 L) J_1(k_0 \rho), \end{aligned}$$

т.е.  $\mu_1(\rho) = C J_1(k_0 \rho)$  будет СФ с ос. значением

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (-4\pi) f(k_0 L) \text{ или } \left( \frac{\omega_1}{\omega_M} \right)^2 = f(k_0 L) = f(\beta k_0 R) \sim \beta \\ \lambda &= -\frac{\omega^2}{4\pi}, \omega \rightarrow \frac{\omega}{\beta M_2} \end{aligned}$$

$k_0$  из гранич. у.

Тогда как  $M/I$  с учетом обмена было  $\mu(\rho) \sim J_0(\frac{\omega}{2c}\rho)$   
и теперь  $\omega_1 \sim \rho^{1/2}$  и  $\omega_1 \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} 0$  (гип. распредел.)  
и  $M/I$  и связь с частотой зав. только по  $\beta \ll 1$ .

Order 15-31/I 022.

1/II Summary Chantrell в CMU по Co и PtFe - particles covers simulations. Упомянуто и некое распредел.  $M_z(t)$ ,  $H_c(t)$  с некоторым ином напараметр. Lognormal distribution of particle sizes и const distribution of axis. CMU Library: JETP Lett и Ph. Sol. St.

Becaga (31/I) с Rebei и Chantrell о корреляц.

Becaga с James Bain (CMU) о распредел.

$M_z(t)$ ,  $M_z(\rho)$  и распредел. by Kerr - spatial of.

Оценки для - карману влияния. American Science exp. by Crawford



# Note

Date. 1. II.

## Plan работы на данную неделю:

- 1) Изучение SW-PRB paper co Chantrell
- 2) Vortex "breath" m(p) mode (Kobayashi, Grimsditch + Chantrell Scholz)
- 3) Завершение exp. paper по BLS exp. on vortex oscillations
- 4) Обращение exp. Гребя (FMR) на умн. горах (gen. умн. в 1 state Hres(um), coupling-umk)
- 5) Обращение exp. by Crawford-Cavington-Bain и discuss. с умн
- 6) MPD-RL - умн. гора (Chantrell, Scholz + Nov. + Metlov)
- 7) Разобраться в recent papers by Slonczewski и Safonov
- 8) Разобраться с физик. функциями умн. умн. - Задача RPT, у нас Kv и Ks (см. Рашер)
- 9) Проверка M(H) глукс. умн. с конк. анизотропией глукс. head.
- 10) Paper SW глукс. Диканс, Chantrell в умн. сфер/умн. умн.
- 11) SW в 1 saturated dot с конк. L/R (1 column recording)
- 12) Intermag paper с Метроном "flower" → 1 - flower"
- 13) Завершение PRL на SW-wires go 4 pages и анизотропия ee.
- 14) Paper M(H) и Mz, Hc, cusp (2D array) of left cusp. (с глукс. умн.)
- 15) Изучение APS - глукс. (main - "theory of vortex dynamics")

## Тематика глукс. :

- 1) Глукс. умн. умн.;
- 2) умн. NW глукс. сср, П. А. К.;
- 3) Green card application
- 4) Travel to APS meet. / Amsterdam / AVL;
- 5) Изучение в глукс. Kobayashi и Метро;
- 6) Диканс глукс. сср (вб. с глукс. умн. phone)



### Note

Ycrimboos 1-saturated state

Date. 3 . II

→ Если в гр. брагма где  $\mu_p, \mu_e$  а 18/I холостые  
 $\mu_p = 0$  ("vortex-like" mode,  $\Phi_0 = \Phi + \pi/2$ ), то где  $\mu_e(p) = \ell(p)$  холост.

$$H_t \psi - \alpha \left[ \nabla^2 \psi + \frac{1}{\rho^2} \psi \right] = 0, \quad H_t(\rho) = H_m^{02}(\rho) + H_z$$

$$H_m^0(\rho) = -4\pi M_s \frac{1}{\beta} \int_0^\infty \frac{dx}{x} [1 - e^{-\beta x}] J_0(x\rho) J_1(x), \quad \rho \rightarrow \rho/R.$$

$$u'' + \frac{1}{p} u' + \left[ \frac{1}{p^2} - \frac{1}{2} H_t(p) \right] u(p) = 0 \quad - ?$$

Ур. Бесселя  $y'' + \frac{1}{x} y' + \left[ k^2 - \frac{n^2}{x^2} \right] y(x) = 0 \rightarrow y(x) = J_n(kx)$

Quinn & Cohen, 1990, says that vortex-like solution  $\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \phi} = \mu_\phi$ ,  $\frac{\partial \mu_\psi}{\partial \phi} = -\mu_\psi$  in homogeneous case (10/1):

$$h_{ex}^{\varphi} = \alpha \left[ \nabla^2 \mu_{\varphi} - \frac{1}{j^2} \mu_{\varphi} + \frac{2}{j^2} \frac{\partial \mu_{\varphi}}{\partial \varphi} \right]$$

$$d = r_0^2 = \frac{c}{n_s^2} = \frac{2}{n_s^2}$$

$$h_{ex}^p = \alpha \left[ \nabla^2 \mu_p - \frac{1}{\beta^2} \mu_p - \frac{2}{\beta^2} \frac{\partial \mu_p}{\partial \varphi} \right]$$

$M_0 \rightarrow 0$  msg,  $M_0 = 0$  case.  $\psi_{\text{ex}} = d \left[ \nabla^2 \psi - \frac{1}{p^2} \psi \right]$   
 u give  $\psi_0(p) = \ell(p)$   $\psi_{\text{ex}} = \psi_{\text{ex}}$

u. g.  $(\mu_\varphi(p) = \ell(p))$  wegen

$$u'' + \frac{1}{p} u' + \left[ -\frac{1}{p^2} - \frac{1}{2} H_4(p) \right] u(p) = 0$$

$$\psi'' + \frac{1}{\rho} \psi' + \left[ -\frac{1}{2} H_t(\rho) - \frac{1}{\rho^2} \right] \psi(\rho) = 0 \quad \text{--- vortex like mode}$$

Even  $\beta \gg 1$ ,  $H_m^0 \rightarrow 0$ ,  $H_t = H_z$  u wpm  $H_z < 0$  wany  $\beta$  values  
working mode by Akharoni gives  $\psi(r) = C J_1(xr)$ ,  $x^2 = -\frac{1}{2} H_z$

Полн. условительное  $H_2 = 0$ ,  $H_E(p) = H_m^0(p) < 0$

$$\psi'' + \frac{1}{\rho} \psi' + \left[ -\frac{1}{2} H_m^0(\rho) - \frac{1}{\rho^2} \right] \psi(\rho) = 0, \quad H_m^0(\rho) = M_3 Y(\rho, \rho)$$

Это уравнение сводится к уравнению Эйлера при  $\theta \ll 1$  (для условий  $\theta_0 = 0$  разн.) с  $22-26/\text{г}$  и  $0.12$ .

$$J(p, p) = \frac{1}{M_s} H_m^0(p) \quad \text{gms} \quad \uparrow$$

Coat gun. nose 1 SD 4mm/30



# Note

Date.

→ Exam в ур. Брайна (от 18/I) где  $\mu_p, \mu_v$  не заданы  
 $\mu_v = 0$  ("flower"-like mode), то значит с  $G_{pp}$  не  $= 0$ ,

$$\mu_p = \ell(r) \cos(\Phi_0 - \varphi), \quad \mu_v = \ell(r) \sin(\Phi_0 - \varphi).$$

где  $\mu_p = \ell(r) \cos \Phi_0$ ,  $\Phi_0 = \varphi \rightarrow \mu_p(r) = \ell(r)$ , тогда только  $\int d^3r' G_{pp}(r, r') \neq 0$

$$(2): -H_4 \ell + 2 \left[ \nabla^2 \ell - \frac{1}{r^2} \ell \right] + \int d^3r' G_{pp} \mu_p(r') = 0, \quad H_2 = 0,$$

$$-H_m^{(0)}(r) \ell(r) + 2 \left[ \nabla^2 \ell - \frac{1}{r^2} \ell \right] + \int_0^R d^3r' g_{pp}(r, r') \ell(r') = 0$$

↓ flower-like mode

$$\text{Exam } \beta \gg 1 \text{ значит, то } g_{pp}(r, r') = (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(kr) J_1(kr') =$$

$$= |f(kL) \times 1| = (-4\pi) \frac{1}{\beta} \delta(r - r'), \quad H_m^{(0)}(r) \rightarrow 0$$

$$2 \left[ \nabla^2 \ell - \frac{1}{r^2} \ell \right] + (-4\pi) \ell(r) = 0$$

1-Flower solution

$$\ell'' + \frac{1}{r} \ell' + \left[ -\frac{1}{r^2} - \frac{4\pi}{2} \right] \ell(r) = 0 \Rightarrow \ell(r) = C I_1(x, \beta),$$

$x_s^2 = \frac{4\pi}{2}$ , то получим где "1 flower" state. Будем  
 no very far from 0. Упр  $\beta \rightarrow 0$  "1 flower" не имеет смысла.

T.e. game  $\langle \dots \rangle_2$  у нас есть где нечем  
 justify below 1 saturated state ( $\Phi_0 = 0$ ) где может:

I "vortex"-like,  $\mu_v \neq 0, \mu_p = 0$ , в упрене  $\beta \gg 1$  gear curling может  
 Aharoni.

II "flower"-like,  $\mu_p \neq 0, \mu_v = 0$ , в упрене  $\beta \gg 1$  gear "flower" может  
 Юба.

Но то такое решение (какое из них правильное?).  
 Будем, RL nucleation mode отсюда.  $\Phi_0$ -state - это когда  
 $\mu_v \neq 0, \mu_p \neq 0$ . Тогда  $\mu_p, \mu_v$  - супергл. из уравн (1)-(2) от 18/I.

Насколько "1 flower" mode хорошее заблуждение от "2",  
 $\Rightarrow$  nucleation-RL может заблуждение от "2" и "vortex"-like тоже.

Насколько мы с вами знаем  $b = b(z)$  - vertex core  
 заблуждение от "2" и Hamilton  $b_0(z)$  из min  $W$ .



Note

# Vortex "breath" mode

Date. 4. II.

Условие для существования "breath" mode

Осн. гр.  
где  $\beta \ll 1$ :

$$\lambda \mu(p) = \int_0^R d p' p' g_{pp'}(p, p') \mu(p'), \quad \lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi \mu^2}$$

$$\frac{\omega_n^2}{\omega_M^2} \mu_n(p) = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) \int_0^R d p' p' g_{pp'}(p, p') \mu_n(p')$$

$\omega_n$  - осн. частота,  $\mu_n(p)$  - осн. ф-ция оператора.

Умн. на  $\int_0^R d p p \mu_n(p)$  и получим  $\int_0^R d p p \mu_n^2(p) = 1$  где нормировка

Тогда  $\left(\frac{\omega_n}{\omega_M}\right)^2 = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d p p \int_0^R d p' p' g_{pp'}(p, p') \mu_n(p) \mu_n(p')$

Пример (как 21/I):

1) Если  $\mu_p(p) = \mu_n(p) = \text{const} = C$ ,  $\int_0^R \mu_n^2(p) p dp = C^2 \frac{R^2}{2} = 1$   
 $C^2 = \frac{2}{R^2}$ ,  $C = \frac{\sqrt{2}}{R}$

$$\left(\frac{\omega_n}{\omega_M}\right)^2 = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) \frac{2}{R^2} \int_0^R d p p \int_0^R d p' p' g_{pp'}(p, p') = I(p) \quad (\text{как 21/I})$$

2) Если  $\mu_n(p)$  некая ф-ция. Пусть  $p \approx R$ : а) если  $\mu_n(p) \sim \delta(p-R)$

$$\left(\frac{\omega_n}{\omega_M}\right)^2 = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d p p \int_0^R d p' p' g_{pp'}(p, p') B^2 \delta(p-R) \delta(p'-R) = -\frac{B^2}{4\pi} g_{pp'}(R, R)$$

$$\int_0^R d p p \mu_n^2(p) = \int_0^R d p p \mu_n(p) B \delta(p-R) = B R \mu_n(R) \rightarrow \text{нормировка}$$

$$g_{pp'}(R, R) = (-4\pi) \int_0^\infty dk k J_1^2(kR) \sim (-4\pi) \int_0^\infty dk k J_1^2(kR) \rightarrow \infty$$

б) не очень близко  $\mu_n(p)$  макс при  $p=R$  (как 21/II)

$$\frac{\omega_n^2}{\omega_M^2} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d p p g_{pp'}(p, R) \mu_n(p) \int_0^R d p' p' \mu_n(p') \stackrel{?}{=} -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d p p g_{pp'}(p, R)$$

$$\times \int_0^R d p' p' \mu_n^2(p') = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d p p g(p, R) = I_s(p) \quad \text{как 21/I}$$

то 21/I  $\frac{\omega_n^2}{\omega_M^2} = I_s(p)$  - если некая ф-ция  $\mu_n(p) \sim g_{pp'}(p, R)$ .



Note

4-5/11 Hamekane paper no vortex dynamics & Holography

Date.

6-8/11 Hamekane INTERMAG - paper no "leaf" state  
 & Miroshnikov. Paper "Hollow" - L.S.D. nepoznata (m. 2-16/11)

E-mail Olegovskiy name PRL - paper no SW-wires  
 G. Parkerom, Olegovskiy & Scholz microm. calc. of "breath" mode.

2/11 Due nepoznata  $\beta \ll 1$  "breath" mode nepoznata znach

$$\zeta = \int_0^R d\rho \rho g_{\rho\rho}(\rho, \rho) = (-4\pi) \int_0^R d\rho \rho \int_0^\infty dk k f(kL) J_1^2(k\rho) =$$

$$= (-4\pi) \int_0^\infty dk k f(kL) \Lambda(k, k) = \left| \frac{R \rightarrow \infty}{\beta \rightarrow 0} \right| = (-4\pi) \int_0^\infty dk k f(kL) \left( \frac{R}{\beta} \right) \frac{1}{k} - \text{pachogunsa}$$

uz tochno pphogunsa  $\sum_n \lambda_n = \int_0^R d\rho \rho g_{\rho\rho}(\rho, \rho)$

Because  $\Lambda(k, k) = \int_0^R d\rho \rho J_1^2(k\rho) = |k\rho = x| = \frac{1}{k^2} \int_0^{kR} dx x J_1^2(x)$

Gen. P.-P. (S.54):

$$\rightarrow \Lambda(k, k) = \int_0^R d\rho \rho J_1^2(k\rho) = \frac{\rho^2}{2} \left[ J_1^2(k\rho) - J_0(k\rho) J_2(k\rho) \right] \Big|_0^R \frac{11/11}{}$$

$$= \frac{1}{2} R^2 \left[ J_1^2(kR) - J_0(kR) J_2(kR) \right]$$

$$J_{n+1} = \frac{n}{x} J_n - J'_n, \quad J_{n-1} = \frac{n}{x} J_n + J'_n.$$

$$x \gg 1: J_n(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos \left[ x - (n + \frac{1}{2}) \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\rightarrow \Lambda(k, k') = \int_0^R d\rho \rho J_1(k\rho) J_1(k'\rho) = \frac{\rho}{(k^2 - k'^2)} \left[ k' J_1(k\rho) J_0(k'\rho) - \right.$$

$$\left. - k J_0(k\rho) J_1(k'\rho) \right] \Big|_0^R = \frac{R}{(k^2 - k'^2)} \left[ k' J_1(kR) J_0(k'R) - k J_0(kR) J_1(k'R) \right] \Big|_0^R$$

$$= J_1^2(kR) - J_0(kR) J_2(kR) = \left| x = kR \gg 1 \right| = \frac{2}{\pi x} \left[ \cos^2 \left( x - \frac{3}{4} \pi \right) - \right.$$

$$\left. - \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left( x - \frac{5}{4} \pi \right) \right] = \frac{2}{\pi x} \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( 2x - \frac{3}{2} \pi \right) - \left\{ \cos \left( 2x - \frac{3}{2} \pi \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. - \cos \left( \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right] = \frac{2}{\pi x} \frac{1}{2} \left[ 1 - (-1) \right] = \frac{2}{\pi} \frac{1}{x}, \text{ \& from nepoznata } \rightarrow$$



# Note

Date.

$$\Lambda(k, k) = \frac{1}{2} R^2 [\dots] = \frac{R^2}{2} \frac{2}{\pi} \frac{1}{kR} = \frac{R}{\pi} \frac{1}{k} \quad \text{и} \quad \int_0^\infty dk k f(kL) \Lambda(k, k) \quad \text{— парогусе.}$$

VR Sygser  $\Lambda(k, k) \sim \frac{R}{\pi} \frac{1}{k}$

✓ Ecm upremo uenaro  $g_{PP}(PP)$ :

$$\rightarrow g_{PP}(s, s') = (-4\pi) \int_0^\infty dk k f(kL) J_1(kp) J_1(kp') = \left| f(x) = 1 - \frac{1}{x} (1 - e^{-x}) \right|$$

$$= (-4\pi) \left[ \frac{1}{s} \delta(s - s') - \frac{1}{L} \int_0^\infty dk (1 - e^{-kL}) J_1(kp) J_1(kp') \right]$$

$$\pi) g_{PP}(s, s' \rightarrow p) = \frac{1}{p} \delta(s - s') - \frac{1}{L\pi} \left[ \frac{1}{p} K\left(\frac{p}{\sqrt{L^2/4 + p^2}}\right) - \frac{2}{p} E\left(\frac{p}{\sqrt{L^2/4 + p^2}}\right) - \right.$$

(6.612 p.p.)

$$\left. - \frac{1}{p^2 \sqrt{L^2/4 + p^2}} \left\{ (2L^2/4 + p^2) K\left(\frac{p}{\sqrt{L^2/4 + p^2}}\right) - 2(L^2/4 + p^2) E\left(\frac{p}{\sqrt{L^2/4 + p^2}}\right) \right\} \right]$$

Прогнози уз-за  $K\left(\frac{p}{\sqrt{L^2/4 + p^2}}\right)$  небуха разномисе по  $L/p$ , т.к.  $p \in [0, R]$

→ J. Conway, IEEE TM, 37, M4, 2001 July, p. 2977 - 88.

$$\rightarrow I(\lambda, \mu, \nu)(R, r, z) = \int_0^\infty ds s^\lambda J_\mu(sR) J_\nu(sr) e^{-s|z|}$$

$$\lambda = 0, \mu = \nu = 1 \rightarrow$$

$$I(0, 1, 1)(R, r, z) = \frac{1}{\pi r \sqrt{rR}} \left[ (2 - k^2) K(x) - 2E(x) \right]$$

$$x^2 = \frac{4rR}{(r+R)^2 + z^2} \quad R \rightarrow p, r \rightarrow p'$$

$$I(p, p', z) = \frac{1}{\pi x \sqrt{pp'}} \left[ (2 - x^2) K(x) - 2E(x) \right], \quad x^2 = \frac{4pp'}{(p+p')^2 + z^2}$$

Хегго  $\rightarrow I(p, p', 0) - I(p, p', L) = \frac{(-1)}{\pi \sqrt{pp'}} \left[ \frac{2}{x} (K(x) - E(x)) - x K(x) \right]$

$$= \frac{1}{\pi \sqrt{pp'}} \left[ \frac{2}{x_0} \{K(x_0) - E(x_0)\} - \frac{2}{x_L} \{K(x_L) - E(x_L)\} + x_L K(x_L) - x_0 K(x_0) \right]$$

$$x^2 = 1 - x'^2 = 1 - \frac{4pp'}{(p+p')^2 + z^2} = \frac{(p+p')^2 + z^2 - 4pp'}{(p+p')^2 + z^2} = \frac{(p-p')^2 + z^2}{(p+p')^2 + z^2}$$

Упу  $p=p' : x'^2 = \frac{z^2}{4p^2 + z^2}$



Note

конфигурация параметров но  $x'^2 = \frac{z^2}{4p^2 + z^2} \ll 1$ ,  $z \rightarrow L$ .

Date.

$$D(x) = \frac{1}{x^2} [K(x) - E(x)], \quad x^2 \approx 1, \quad x'^2 \ll 1 - \text{параметры.}$$

$$K(x) = \ln \frac{4}{x'} + \frac{1}{4} \left( \ln \frac{4}{x'} - 1 \right) x'^2 + \dots, \quad x_0'^2 = 1 - x_0^2 = \frac{(p-p')^2}{(p+p')^2}, \quad x_0'^2 \ll 1$$

$$E(x) = 1 + \frac{1}{2} \left( \ln \frac{4}{x'} - \frac{1}{2} \right) x'^2,$$

$$K(x) - E(x) = \ln \frac{4}{x'} - 1 - \frac{1}{4} x'^2 \ln \frac{4}{x'} + \dots$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x_0} [K(x_0) - E(x_0)] - x_0 K(x_0) &= \frac{2}{x_0} \left[ \ln \frac{4}{x_0'} - 1 \right] - x_0 \ln \frac{4}{x_0'} = \\ &= \frac{1}{x_0} \left[ 2 \ln \frac{4}{x_0'} - 2 - (1 - x_0'^2) \ln \frac{4}{x_0'} \right] = \frac{1}{x_0} \left[ \ln \frac{4}{x_0'} - 2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(p, p', 0) - I(p, p', L) &\approx \frac{1}{\pi \sqrt{pp'}} \left[ \frac{1}{x_0} \left( \ln \frac{4}{x_0'} - 2 \right) - \frac{1}{x_L} \left( \ln \frac{4}{x_L'} - 2 \right) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{pp'}} \pi \left[ \frac{1}{x_0} \ln \frac{4}{x_0'} - \frac{1}{x_L} \ln \frac{4}{x_L'} - 2 \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L} \right) \right] \end{aligned}$$

$$x_z^2 = \frac{4pp'}{(p+p')^2 + z^2}, \quad x_z'^2 = 1 - x_z^2 = \frac{(p-p')^2 + z^2}{(p+p')^2 + z^2} \ll 1, \quad z=0, L, \quad \Delta = p - p'$$

$$\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L} = \frac{x_L - x_0}{x_0 x_L} = \frac{\sqrt{\frac{4pp'}{(p+p')^2 + L^2}} - \sqrt{\frac{4pp'}{p^2}}}{\sqrt{\frac{4pp'}{(p+p')^2 + L^2}} \sqrt{\frac{4pp'}{p^2}}} =$$

$$= \frac{p_+ - \sqrt{p_+^2 + L^2}}{2\sqrt{pp'}} = \frac{1}{2\sqrt{pp'}} \left[ (p+p') - \sqrt{(p+p')^2 + L^2} \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_0} \ln \frac{4}{x_0'} - \frac{1}{x_L} \ln \frac{4}{x_L'} &= \frac{1}{x_0} \left[ \ln \frac{4}{x_0'} - \ln \frac{4}{x_L'} \right] + \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L} \right) \ln \\ &= \frac{1}{x_0} \ln \frac{x_L'}{x_0'} + \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L} \right) \ln \frac{4}{x_L'}, \quad x_L' = \frac{\Delta^2 + L^2}{p_+^2 + L^2} - \text{не год.} \\ &\quad \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L} \right) \text{ не год. } L'' \end{aligned}$$

$$I(p, p', 0) - I(p, p', L) \approx \frac{1}{\pi \sqrt{pp'}} \left[ \frac{1}{x_0} \ln \frac{x_L'}{x_0'} + \left( \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L} \right) \left\{ \ln \frac{4}{x_L'} - 2 \right\} \right]$$

$$\text{конфигурация} \sim \frac{1}{x_0} \ln \frac{x_L'}{x_0'} = \frac{1}{x_0} \ln \frac{(\Delta^2 + L^2) p_+}{(p_+^2 + L^2) \Delta} = \frac{1}{x_0} \ln \left[ \left( 1 + \frac{L^2}{\Delta^2} \right) \frac{\Delta}{(1 + L^2/p_+^2) p_+} \right]$$



Note

## Vortex "breath" mode

Date.

t.e. есб б  $g_{pp}(p, p')$  ln-анализ  $g_{pp}$  т.е.  $\sim \ln \frac{\Delta}{L}$  и  $\sim \ln \frac{\Delta}{p} \approx \ln \frac{\Delta}{2p}$ ,  $\Delta = |p - p'|$ .

MCAD-пауза:

$$g_{pp}(p, p') = (-4\pi) \int_0^\infty dx x f(\beta x) J_1(xp) J_1(xp')$$

$$g_{pp} = \int_0^\infty dx F(x) = \int_0^{x_m} dx F(x) + \int_{x_m}^\infty dx F(x), \quad F(x) = \begin{matrix} \text{нржен} \\ F_0(x) \\ x \gg x_m \gg 1 \end{matrix}$$

$$\int_{x_m}^\infty dx F_0(x) = \int_0^\infty dx F_0(x) - \int_0^{x_m} dx F_0(x)$$

$$\rightarrow F(x) = (-4\pi) f(\beta x) x J_1(xp) J_1(xp'), \quad f(\beta x_m) \approx 1, \quad \beta \sim 0.1$$

$$F_0(x) = (-4\pi) x J_1(xp) J_1(xp')$$

$$g_{pp}(p, p') = \int_0^{x_m} dx F(x) + \int_0^\infty dx (-4\pi) x J_1(xp) J_1(xp') - \int_0^{x_m} dx (-4\pi) x J_1(xp) J_1(xp')$$

$$g_{pp}(p, p') = \int_0^{x_m} dx F(x) - \frac{4\pi}{p} \delta(p - p') + 4\pi \Lambda(p, p')$$

(можно анализ.  $p \rightarrow x_m$ )

$$\Lambda(p, p') = \frac{x_m}{p^2 - p'^2} \left[ p' J_1(p x_m) J_0(p' x_m) - p J_0(p x_m) J_1(p' x_m) \right]$$

$$\Lambda(p, p) = \frac{1}{2} x_m^2 \left[ J_1^2(p x_m) - J_0(p x_m) J_2(p x_m) \right] - \text{анализ при } p \rightarrow p'$$

Начи  $x_m$  брасс т.е.  $\Lambda(p, p)$  не в.а. и  $x_m \rightarrow \infty$ . Тогда  $\beta x_m \gg 1$  и  $f(\beta x_m) = 1$ .

$\rightarrow$  Аналогично:  $\mu(p) = J_1(k_0 p)$ , что хорошо брасс хорошо и  $p \ll 1$ , см. 22/1, 29/1.

Тогда  $\Phi J_1(k_0 p)$  соответ. с  $\left(\frac{\omega_1}{\omega_M}\right)^2 = f(k_0 p)$  и осевые волны  $k_0$ .  $k_0$  и  $\omega_0$  неогранич. и  $\omega$  из "free" и  $\omega$  условие  $p = R$   $\mu'(1) = J_1'(k_0) = 0$ , т.е.

Важно:  $k_0 = 1.841, 5.33, 8.54, \dots$

$\rightarrow$  Найдем  $\omega_1 = \omega_M \sqrt{f(n, 2, \dots)}$  (1)



Date.

Понимая как в Gns-SL-JAP'00 учасов  
 $\mu(p) = \sum_n C_n J_n(\beta_n p) e^{i\beta_n p} \rightarrow \sum_n C_n J_0(\beta_0 p)$ , полагаю  
 но  $J_0(xp)$  не  $J_0(xp)$  имеет max при  $p=0$  на vortex  
 а с фазовыми  $J_0(xp)$  там колебания  $\tilde{\mu}(p)$  нет, "core";

$$\lambda \mu(p) = \int dp' p' g(p, p') \mu(p')$$

$$\mu(p) = \sum_n C_n J_1(x_n p)$$

$$\begin{aligned} \lambda \sum_n C_n J_1(x_n p) &= \int dp' p' \left[ (-4\pi) \int dk f(kL) k J_1(kp) J_1(kp') \right] \sum_n C_n J_1(x_n p) \\ &= (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(kp) \sum_n C_n \int dp' p' J_1(kp') J_1(x_n p') = \\ &= (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(kp) \sum_n C_n \mathcal{L}(k, x_n) \end{aligned}$$

$$\text{Due } \beta \rightarrow 0 \quad \mathcal{L}(k, x_n) \rightarrow \frac{1}{k} \delta(x_n - k)$$

$$\lambda \sum_n C_n J_1(x_n p) = (-4\pi) \sum_n C_n f(x_n L) J_1(x_n p), \text{ т.е.}$$

$$\sum_n C_n J_1(x_n p) - \text{сф} \text{ и } J_1(x_n p) - \text{сф} \text{ по аргументу, где } \beta_n, \text{ соответствующим } \text{с3 } \lambda_n = (-4\pi) f(x_n L) \text{ и } \left( \frac{\omega_n}{\omega_M} \right)^2 = f(x_n L)$$

Но если  $\beta \rightarrow 0$  не становится  $\mathcal{L}(k, k')$  все равно max при  $k \approx k'$ .

$$\text{Тогда: } \left( \frac{\omega}{\omega_M} \right)^2 \mu(k) = f(kL) \int_0^\infty dk' k' \mathcal{L}(k, k') \mu(k')$$

$$\mathcal{L}(k, k') = \int_0^R dp p J_1(kp) J_1(k'p), \quad \mu(k) = \int_0^R dp p \mu(p) J_1(kp)$$

$$m(k) = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{f(kL)}} \mu(k)$$

$$\tilde{\mathcal{L}}(k, k') = \sqrt{k k' f(kL) f(k'L)} \mathcal{L}(k, k')$$

$$\omega^2 \mu(k) = \frac{\sqrt{f(kL)}}{\sqrt{k}} \int_0^\infty dk' \tilde{\mathcal{L}}(k, k') \frac{\sqrt{k'} \mu(k')}{\sqrt{f(k'L)}}$$

$$\omega^2 m(k) = \int_0^\infty dk' \tilde{\mathcal{L}}(k, k') m(k'), \quad \tilde{\mathcal{L}}(k, k') - \text{сим. по } k, k'.$$

Симметризованное ядро - где с3 и сф

$$\tilde{\mathcal{L}}(k, k) = k f(kL) \mathcal{L}(k, k) - \text{конечно, } \text{хотя } \int_0^\infty dk \tilde{\mathcal{L}}(k, k) \rightarrow \infty.$$



Note

12/11 Hamekame paper e Kobayashi (Vortex-dyn.) u Prig. 1990

Date. 13. II.

Univ. gr. b k-vortex dynamics due CP, C3

$$\omega^2 m(k) = \int_0^{\infty} dk' \tilde{\Lambda}(k, k') m(k'), \quad \omega \rightarrow \frac{\omega}{\omega_m}$$

$$\text{zge } \mu(k) = \sqrt{\frac{f(kL)}{k}} m(k), \quad \tilde{\Lambda}(k, k') = \sqrt{k k' f(kL) f(k'L)} \Lambda(k, k')$$

$$\Lambda(k, k') = \int_0^R dp p J_1(kp) J_1(k'p), \quad R \rightarrow 1, L \rightarrow \beta, kR \rightarrow k.$$

Hago  $\int dk' (\dots)$ , to kani km bzero b men. paze

$$\Lambda(k, k') \approx \frac{2}{\pi} \frac{\sin(k-k')R}{k^2 - k'^2} \quad (\rightarrow \frac{1}{k} \delta(k-k') \text{ u } R \rightarrow \infty)$$

$$\text{u } k = \text{const u } k' \rightarrow \infty \quad \tilde{\Lambda}(k, k') \approx \sqrt{k'} \Lambda(k, k') \sim \sqrt{k'} \frac{\sin(k-k')R}{k^2 - k'^2}$$

$$\tilde{\Lambda}(k, k') \sim \frac{1}{(k')^{3/2}} \sin(k-k')R \text{ u } k' \gg k, k - \text{quasiprobno.}$$

to k uzmenetsa b int.  $[0, k_m]$  takie kak u  $k'$ .

$\max \tilde{\Lambda}(k, k')$  dyget u  $k \neq k'$ .

$$\mu(\beta) = \int_0^{\infty} dk \mu(k) k J_1(k\beta) - \text{gde exogunost } \int dk (\dots) \text{ hago}$$

$$\mu(k) \sim \frac{1}{k^d}, (\dots) \sim \frac{1}{k^d} k \frac{1}{\sqrt{k}} \sim \frac{1}{k^{d-1/2}}, \quad d > 3/2 \text{ um}$$

$$m(k) \sim k^{1/2} \mu(k) \sim \frac{1}{k^{d-1/2}} \text{ u } \text{nyeno. } \text{zobor exogunost}$$

$$\int dk \tilde{\Lambda}(k, k) m(k). \quad \tilde{\Lambda}(k, k) m(k) \sim k \Lambda(k, k) m(k) \sim m(k), \quad k \rightarrow \infty$$

$$\text{elav } \Lambda(k, k) \sim 1/k.$$

$$\rightarrow \text{T.e. } \mu(k) \sim \frac{1}{k^d}, m(k) \sim \frac{1}{k^{d-1/2}} \text{ u } d > 3/2 \text{ obemeras}$$

konvergenca bez interferenob u gagev amben k-bessob upege

$$\text{Eav } \Lambda(k, k) = \int_0^1 dp p J_1^2(kp), \text{ to men. paze } \text{pogrebnogost}$$

( $k \rightarrow kR, p \rightarrow p/R$ )

$$\text{u } \text{pege } \Lambda(k, k) \sim \frac{1}{\pi} \frac{1}{k}, \text{ porytlennoi omenutrenni } 1/\pi.$$

$$\text{CP } m(k) \sim \frac{1}{k^{d-1/2}} = O(1/k), \text{ no } k_m \gg 1, \text{ tak } \text{zobor}$$

$$\frac{1}{k_m^{d-1/2}} \ll \frac{1}{k_m} \ll 1.$$



Міт

Міт

Відома  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$   $\Lambda(k, k') = (kk')^{1/2} \Lambda(k, k') =$   
 $(k(k'))^{1/2} \delta(k - k') = f(k) \delta(k - k')$  у інт. зр.  
 при  $\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 = f(k)$  у зр. зр. наприклад,  $\omega$  лінійно  
 зростає з  $k$  при  $k \rightarrow 0$ .

Відома  $\Lambda(k) = -4\pi$  при  $k \rightarrow 0$ .  
 при  $\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 = f(k)$  наприклад,  $\omega$  лінійно зростає з  $k$  при  $k \rightarrow 0$ , у  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ .

Відома  $k$  - розподіл МЧД (Breath, int. of mod)  $\omega$  зростає  
 з  $k$ . Дана  $\mu(k)$  на  $\mathbb{R} \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Відома  $f$  - розподіл:

$$\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 f(p) = \int_0^R dp' p' G(p, p') f(p'), \quad G(p, p') = \frac{(-1)}{4\pi} f(p')$$

$$G(p, p') = \int dk k f(k) J_1(kp) J_1(kp') \Rightarrow f(0) = 0 (!)$$

Відома  $\hat{G}(p, p') = \sqrt{p p'} G(p, p'), \quad m(p) = \sqrt{p} f(p), \quad \frac{\omega}{v} \rightarrow \omega.$

$$\omega^2 m(p) = \int_0^R dp' \hat{G}(p, p') m(p')$$

інт. зр.  $f$  - розподіл,  $\omega$  - мод.  
 $p$  - розподіл,  $p \in [0, R]$ .

$$x(p) = \int_0^R dk k f(k) J_1(kp), \quad f(k) = \int_0^R dp f(p) p J_1(kp)$$

$$F(k) = \int_0^1 dx x J_1(kx) \approx \int_0^1 dx x \sqrt{\frac{2}{\pi k x}} \cos(xk - \frac{3}{4}\pi) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \int_0^1 dx \sqrt{x} \cos(kx - \frac{3}{4}\pi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{1}{k^{1/2}} \int_0^k dy \sqrt{y} \cos(y - \frac{3}{4}\pi) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{k^{1/2}} \int_0^k dy y^{1/2} \left[ \cos y \cdot \cos \frac{3\pi}{4} + \sin y \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \right] = \sqrt{(\cdot)} \frac{1}{k^{1/2}} \int_0^k dy y^{1/2} [\sin y - \cos y] \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{k^{1/2}} \left[ \frac{i}{2} (-i)^{-1/2} \gamma(\frac{1}{2}, iy) - \frac{i}{2} (-i)^{-1/2} \gamma(\frac{1}{2}, -iy) - \frac{1}{2} i^{-1/2} \gamma(\frac{1}{2}, iy) - \frac{1}{2} (-i)^{-1/2} \gamma(\frac{1}{2}, -iy) \right]$$

$$\gamma(p, x) + \Gamma(p, x) = \int_0^\infty dt e^{-t} t^{p-1} = \Gamma(p), \quad \Gamma(x) \sim \sqrt{2\pi} x^{x-1/2} e^{-x}$$

$$\gamma(p, x) \approx \sqrt{2\pi} (x)^{p-1/2} e^{-x} = x^{p-1} e^{-x}$$

то ж саме,  $\Gamma(x)$  зростає з  $x$  при  $x \rightarrow \infty$ .



Date.

В пределе  $\frac{R}{L} \rightarrow \infty$   $\tilde{A}(k, k') = (kk'f)^{1/2} A(k, k') =$   
 $(kk'f(k)f(k'))^{1/2} \frac{1}{k} \delta(k-k') = f(kL) \delta(k-k')$  и ун. гр.

где  $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = f(kL)$  и для преобразования Боме  
 где  $\lambda_n = -4\pi$  при  $p \rightarrow 0$ .

Тогда для  $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = f(k_0 L)$  найдем, если  $m(k) \sim \mu(k)$  и  
 при  $k \approx k_0$ , и  $\frac{R}{L} \gg 1$ .

В  $k$ -преобразовании МЭД (Breath, int. eq. mod) рассмотрим  
 не то. Дана  $\mu(k)$  не  $\rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

В  $p$ -преобразовании:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \mu(p) = \int_0^R dp' p' G(p, p') \mu(p'), \quad G(p, p') = \frac{(-1)}{4\pi} g_{pp}(p, p')$$

$$G(p, p') = \int_0^\infty dk k f(kL) J_1(kp) J_1(kp') \Rightarrow \mu(0) = 0 (!).$$

Введем  $\hat{G}(p, p') = \sqrt{pp'} G(p, p'), \quad m(p) = \sqrt{p'} \mu(p), \quad \frac{\omega}{\omega_M} \rightarrow \omega.$

$$\omega^2 m(p) = \int_0^R dp' \hat{G}(p, p') m(p') \quad \text{ун. гр. "breath" mode}$$

$p$ -преобразование.  
 $p \in [0, R]$ .

$$\mu(p) = \int_0^\infty dk \mu(k) k J_1(kp), \quad \mu(k) = \int_0^R dp \mu(p) p J_1(kp)$$

$$F(k) = \int_0^1 dx x J_1(kx) \approx \int_0^1 dx x \sqrt{\frac{2}{\pi k x}} \cos\left(xk - \frac{3}{4}\pi\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \int_0^1 dx \sqrt{x} \cos\left(kx - \frac{3}{4}\pi\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{1}{k^{3/2}} \int_0^k dy \sqrt{y} \cos\left(y - \frac{3}{4}\pi\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{k^{3/2}} \int_0^k dy y^{1/2} \left[ \cos y \cdot \cos \frac{3\pi}{4} + \sin y \sin \frac{3\pi}{4} \right] = \sqrt{(\cdot)} \frac{1}{k^{3/2}} \int_0^k dy \sqrt{y} \left[ \sin y - \cos y \right] \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{k^{3/2}} \left[ \frac{i}{2} i^{-3/2} \gamma\left(\frac{3}{2}, iy\right) - \frac{i}{2} (-i)^{-3/2} \gamma\left(\frac{3}{2}, -iy\right) - \frac{1}{2} i^{-3/2} \gamma\left(\frac{3}{2}, iy\right) - \frac{1}{2} (-i)^{-3/2} \gamma\left(\frac{3}{2}, -iy\right) \right]$$

$$= \left[ \gamma(\mu, x) + \Gamma(\mu, x) = \int_0^\infty dt e^{-t} t^{\mu-1} = \Gamma(x), \quad \Gamma(x) \sim \sqrt{2\pi} x^{x-1/2} e^{-x} \right]$$

$$\gamma(\mu, x) \approx \sqrt{2\pi} (x)^{x-1/2} e^{-x} - x^{\mu-1} e^{-x}$$

хелсно,  
 но, конечно, что  $F(k)$  должно убывать при  $k \rightarrow \infty$ .



### Note

Also, poorer gas  $F(k) \sim 1/k^{3/2}$  que  $k \gg 1$  e o mesmo para

Date.

Сложность  $n_z - z_0$   $G(p, p')$  расходуется при  $p = p'$ .

Если как прежде  $\mu(p) = \text{const}$ , то  $\mu(k) = C F(k)$

$$u(p) = \int_0^\infty dk \, k \, J_1(kp) \, j_1(k) \sim \int dk \, k \, k^{-1/2} \frac{1}{k^{3/2}} \sim \int \frac{dk}{k}$$

Сходится или нет если  $F(k) \sim \frac{1}{k^{3/2+\varepsilon}}$  или  $\exists$   $\varepsilon$  для которого  $F(k)$  не на  $\varepsilon$ -уровне  $\Rightarrow \mu(p) = \text{const}$  - не обязательно  $\chi$ -факторизация

To in zero eku  $\mu(\rho) \sim J_1(k_0 \rho)$ , sarg

$$\mu(k) = \int_0^k dp p J_1(k_0 p) J_1(k p) = \Omega(k, k_0) \sim \frac{\sin(k-k_0)k}{k^2 - k_0^2} \sim \frac{1}{k^2} \quad (k \gg k_0)$$

$\mu(k) \sim \frac{1}{k^2}$  где  $k \gg 1$ , что дает хорошее сходимость

que  $M(p) = \int dk k J_1(kp) M(k) \sim \int dk k k^{-1/2} \frac{1}{k^2} \sim \int \frac{dk}{k^{3/2}}$  converge

Вывод: Если считать основными, которые соответствуют экв.  $M(H)$  (берем  $f_0(4K)$ ) и гирин ускорения  $L$  ширины  $L = 60 \text{ nm}$  где экв. В ЛС Ginzburg-Novosel. Тогда  $\beta = \frac{60 \text{ nm}}{400 \text{ nm}} = 0.15$ , то ускорения все равно  $\frac{22}{5}$ . берем  $\omega_M = 29,7 \text{ GHz}$  и  $f = 2,95 \frac{\text{GHz}}{\text{kor}}$ ,  $M = 5$   
 $M_S = 800 \text{ G}$

а) Поверхностные волны (покажут. и при  $p \approx R$ )  $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = I_s(0.15) = 0.847 \rightarrow \frac{\omega}{2\pi} = 8.6 \text{ GHz}$

• 2) Объемная мода  
( $\mu(p) \approx \text{const}$ )  $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^2 = I(0.15) = 0.2351 \rightarrow \frac{\omega}{2\pi} = 14,4 \text{ GHz}$

3) Общее выражение  $\mu(\rho) \sim J_1(k_0 \rho)$   $\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^2 = f(k_0 \rho) = 0.1252 \rightarrow \frac{\omega}{2\pi} = 10.5 \text{ GHz}$   
 $\beta = 0.15, k_0 = 1.841 \rightarrow J_1'(k_0) = 0$

$\mu(p) \sim J_1(k_0 p)$  ( $\omega_M$ )  $\beta=0.15, k_0=1.841 - \omega_3 J_1'(k_0) = \frac{2\pi}{\lambda}$   
  
 Измен. тем. ант. гр.  $\rightarrow \frac{\omega_1}{2\pi} = 12.8 \text{ GHz}; \frac{\omega_2}{2\pi} = 17.6 \text{ GHz}$   
 (  $\beta=0.15$  ) Это планинг. крив.  $p=R$ .



Note

# Twin in spherical particle

Date. 14. II

Мат. Уравнения сферической частицы  
с самой общей анизотропией, содержащей  
twin (self-assembl. RePt).

Не вписывается ли twin в плоскость  $M_2$  (мгновенно),  
или нет?  $\vec{H}$  имеет сферическую симметрию по  
отношению к плоскости. Оценить?  $\vec{H} = H(\cos\theta_H \cos\varphi_H, \dots)$   
и т.д.  $\vec{n} = (\theta_H, \varphi_H)$  если  $f(\vec{n}) = 1$ .

$z=0$  - граница раздела (плоскость twin)  
 $\vec{M}(z) = \begin{cases} \vec{M}_1, & z > 0 \\ \vec{M}_2, & z < 0 \end{cases}$   
Гр. условие на  $z=0$  ( $\vec{n} \parallel oz$ ):

$$\vec{H}_1 \cdot \vec{n} - \vec{H}_2 \cdot \vec{n} = -4\pi (\vec{M}_1 \cdot \vec{n} - \vec{M}_2 \cdot \vec{n}) \quad \text{и} \quad \vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n}$$

$$\left. \begin{aligned} H_{m1}^z &= -2\pi (M_{1z} - M_{2z}) \\ H_{m2}^z &= +2\pi (M_{1z} - M_{2z}) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{используем, для того} \\ &\text{Div } \vec{M} = (\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \cdot \vec{n} \\ &\text{Div } \vec{H}_m = -4\pi \text{Div } \vec{M} \end{aligned}$$

$$W_{m1,2}^{tw} = \frac{1}{8\pi} |H_{m1,2}|^2 = \frac{\pi}{2} (M_{1z} - M_{2z})^2 - \text{плотн. на гр. раздела}$$

$$W_{m1} = -\frac{1}{2} \vec{H}_{m1} \cdot \vec{M}_1 = -\frac{1}{2} (-2\pi) (M_{1z} - M_{2z}) M_1^z = \pi (M_{1z} - M_{2z}) M_{1z}$$

$$W_{m2} = -\frac{1}{2} \vec{H}_{m2} \cdot \vec{M}_2 = -\frac{1}{2} 2\pi (M_{1z} - M_{2z}) M_{2z} = -\frac{\pi}{2} (M_{1z} - M_{2z}) M_{2z}$$

$$W_m^{tw} = v_1 W_{m1} + W_{m2} v_2 = \left[ v_1 = v_2 = v_2 \right] = \frac{\pi}{2} \Delta M_z M_{1z} - \frac{\pi}{2} \Delta M_z M_{2z} =$$

$$= \frac{\pi}{2} (\Delta M_z)^2, \quad W_m^{tw} = \frac{\pi}{2} (M_{1z} - M_{2z})^2 - \text{энергия формирования twin-област. плотности.}$$

Еще учесть энергию поверхности раздела.

$M_1(\theta_1, \varphi_1), M_2(\theta_2, \varphi_2)$ , но  $\theta_2 = \pi - \theta_1$  - зеркальные сим. осн.  $z=0$  пл.  
В произвольном направлении. М. Энергия поверх. раздела (ц/д).

$$\rightarrow W_m^s = \frac{1}{2} N_x M_x^2 + \frac{1}{2} N_y M_y^2 + \frac{1}{2} N_z M_z^2$$

$$\vec{M} = \frac{1}{2} (\vec{M}_1 + \vec{M}_2), \quad \frac{1}{N} M_x = \frac{1}{2} \cos\theta_1 \cos\varphi_1 + \frac{1}{2} \cos\theta_2 \cos\varphi_2 = \frac{\cos\theta_1}{2} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$



# Note

Date.

$\left\{ \begin{array}{l} \theta_2 = \pi - \theta_1 \\ \varphi_2 = \varphi_1 \end{array} \right\}$  условие при  $H=0$  или  $H \parallel OX$

$$W = \frac{1}{2} K_1 \sin^2(\theta_1 - \theta_{A1}) + \frac{1}{2} K_2 \sin^2(\theta_2 - \theta_{A2}) + \frac{\pi}{2} M_s^2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)^2 + \frac{1}{2} \frac{4\pi}{3} \vec{M}^2 - \vec{M} \cdot \vec{h}, \quad \vec{M} = \vec{M}_1 v_1 + \vec{M}_2 v_2 = \frac{1}{2} (\vec{M}_1 + \vec{M}_2)$$

$v_1 = v_2 = 1/2$

Аналогичная работа выполняется, если  $\theta_{1,2} = 0$  не параллельно.

32) Пусть  $\cos \gamma_1 = \cos \theta_1 \cos \theta_{A1} + \sin \theta_1 \sin \theta_{A1} \cos(\varphi_1 - \varphi_{A1})$

ОПН/ПЛН-1 :  $\varphi_{A1} = \pi/2, \theta_{A1}$   
ОПН/ПЛН-2 :  $\varphi_{A2} = \pi/2, \theta_{A2}$

32) и  $\cos \gamma_2 = \cos \theta_2 \cos \theta_{A2} + \sin \theta_2 \sin \theta_{A2} \cos(\varphi_2 - \varphi_{A2})$

$$W(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = \frac{1}{2} K_1 \cos^2 \gamma_1 + \frac{1}{2} K_2 \cos^2 \gamma_2 + \frac{\pi}{2} M_s^2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)^2 + \frac{2\pi}{3} \vec{M}^2 - \vec{M} \cdot \vec{h}, \quad \vec{h} = \vec{h}(\theta_H, \varphi_H)$$

→ Пусть найдем  $M_z(\theta_H, \varphi_H) = M_{eq}(\theta_H, \varphi_H, \theta_{eq}^{1,2}, \varphi_{eq}^{1,2}, h \rightarrow 0)$

$h \ll M_s$ , поэтому линейизуем

$$\theta_1 = \theta_{10} + \ell_1, \varphi_1 = \varphi_{10} + \mu_1; \quad \theta_2 = \theta_{20} + \ell_2, \varphi_2 = \varphi_{20} + \mu_2$$

$$\ell_{1,2}, \mu_{1,2} \sim h \text{ и } \ell_i, \mu_i \ll 1$$

$$\vec{M}^2 = (\vec{M}_0 + \vec{m})^2 = M_0^2 + 2\vec{M}_0 \cdot \vec{m}, \quad \vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m}$$

$$M_x = \frac{1}{2} \cos \theta_1 \cos \varphi_1 + \frac{1}{2} \cos \theta_2 \cos \varphi_2 = \frac{1}{2} [\cos \theta_{10} - \ell_1 \sin \theta_{10}] [\cos \varphi_{10} - \mu_1 \sin \varphi_{10}] + \frac{1}{2} [2] = \frac{1}{2} \cos \theta_{10} \cos \varphi_{10} + \frac{1}{2} \cos \theta_{20} \cos \varphi_{20} - \ell_1 \sin \theta_{10} \cos \varphi_{10} - \mu_1 \sin \varphi_{10} \cos \theta_{10} - \ell_2 \sin \theta_{20} \cos \varphi_{20} - \mu_2 \sin \varphi_{20} \cos \theta_{20}$$

Зачем так? Это же не Sk или  $\chi_0$  - параметр.

→ Пусть знаем  $M(H)$  при всех направлениях  $\vec{H}$  - неясно, какое направление при  $\vec{H} \rightarrow 0$ ,  $M_z(\vec{H} \rightarrow 0)$ .

→ Будем знать  $M_z = \frac{\vec{M} \cdot \vec{H}}{H}$  при  $H \rightarrow 0$ .



Note

Дог. условия  $\mu = 0$  ( $\theta_2^0 = \pi - \theta_1^0$ ),  $\varphi_{20} = \varphi_{10} = \pi/2$

$K = K_1 = K_2$  - две турны,  $K < 0$  или

своб. магн. взаимодействие свес.  $\mu = 0$  ?

$$W(\mu=0) = \frac{1}{2} K [\cos^2 \gamma_{10} + \cos^2 \gamma_{20}] + \frac{\pi}{2} M_s^2 (\cos \theta_1^0 - \cos \theta_2^0)^2 + \frac{2\pi}{3} \vec{M}_0^2$$

$\mu = 0$  или  $\frac{z}{x} = 0$  - плоск. симметрия - зеркальной

$$\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = \pi/2, \quad -\theta_{A2} = \theta_{A1} - \pi, \quad \theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}$$

$$\cos \gamma_{10} = \cos(\theta_{10} - \theta_A), \quad \cos \gamma_{20} = \cos(\theta_{20} - \theta_{A2}) = \cos \gamma_{10}$$

$$W(\mu=0) = K \cos^2(\theta_0 - \theta_A) + 2\pi M_s^2 \cos^2 \theta_0 + \frac{2\pi}{3} \vec{M}_0^2$$

Взглян  $\vec{M}_0 = (0, M_y^0, 0)$ ,  $\frac{1}{M_s} M_y^0 = \frac{1}{2} \sin \theta_{10} + \frac{1}{2} \sin \theta_{20} = \sin \theta_0$ ,  
 $\gamma_{10} = \theta_0$ ,  $\theta_A = \theta_{A1}$  - ось симметрии.  $\vec{M}_0 \parallel Oy$ , но  $Oy$  не эквивал. ОАМ.

$$W(\mu=0) = K \cos^2(\theta_0 - \theta_A) + 2\pi M_s^2 \cos^2 \theta_0 + \frac{2\pi}{3} M_s^2 \sin^2 \theta_0 =$$

$$= K \cos^2(\theta_0 - \theta_A) + \frac{4\pi}{3} M_s^2 \cos^2 \theta_0 + \text{const}, \quad K < 0$$

$$W(\theta_0) = K_{\text{ef}} \cos^2(\theta_0 - \theta_{A\text{ef}}), \quad \frac{\partial W}{\partial \theta_0} \sim \sin(\theta_0 - \theta_A^{\text{ef}}) / \cos(\theta_0 - \theta_A^{\text{ef}}) \stackrel{\theta_0}{=} 0$$

наращ. Состояние: а)  $\theta_0 = \theta_A^{\text{ef}} \pm \pi$ ; б)  $\theta_0 = \theta_A^{\text{ef}} \pm \frac{\pi}{2}$ .

$$K_{\text{ef}} = \sqrt{\left(K \cos 2\theta_A + \frac{4\pi}{3} M_s^2\right)^2 + K^2 \sin^2 2\theta_A}, \quad K \cos 2\theta_A > 0 \quad (29/III)$$

$$\tan 2\theta_{A\text{ef}} = \frac{K \sin 2\theta_A}{K \cos 2\theta_A + \frac{4\pi}{3} M_s^2}, \quad K > 0 \text{ соотв. ПЛН.}$$

Одна:  $\theta_0 = 35^\circ$  (см. Fig 2).

Если  $K_{\text{ef}} > 0$ , ПЛН  $\rightarrow 0$  огуи  $\min W$  при  $\theta_0 = \theta_A^{\text{ef}} \pm \frac{\pi}{2}$ .

$\rightarrow W(\theta_0) = K_{\text{ef}} \cos^2(\theta_0 - \theta_{A\text{ef}})$  - свелось к экр. uniaxial взаимодействию с  $K_{\text{ef}}$ .

Введем как две uniaxial з.д. Рассмотрим сист. координат  $x'y'z' \subset Oz' \parallel \theta_{A\text{ef}}$ . Тогда  $M_z = \frac{1}{H} \vec{M} \cdot \vec{H} = \cos \theta \cos \theta_H + \sin \theta \sin \theta_H \cos(\varphi - \varphi_H) = \cos(\theta - \theta_H)$ ,  $\theta$  и  $\varphi$  аск. симметрии  $\varphi = \varphi_H$ .



# Note

Date.

Здесь  $\theta$  - угол  $\vec{M}(\theta)$  с осью  $H$ . Если  $H \rightarrow 0$ , то  
 момент  $\approx$  момент  $\theta = \theta_0$  (равномер. угловое распределение) и

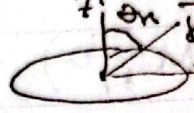
$$M_z/M_s = \cos(\theta_0 - \theta_H)$$

$$\theta_0 = 0, \pi - \theta_{MH} \text{ или } \theta_0 = \pm \pi/2 - \pi/H$$

а) Для эр. ОМН  $\theta_0 = 0$  ( $\theta_H \leq \pi/2$ ) и  $\theta_0 = \pi$  ( $\frac{\pi}{2} < \theta_H \leq \pi$ ).

$$\frac{1}{M_s} M_z(\theta_H) = \cos \theta_H \Rightarrow \frac{1}{M_s} \langle M_z(\theta_H) \rangle_{\theta_H} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta_H \sin \theta_H \cos \theta_H = \frac{1}{2} \sin^2 \theta_H \Big|_0^{\pi/2} = 1/2 - \text{для ОМН}$$

б) Для эр. ПМН  $\theta_0 = \pi/2$



$$\frac{1}{M_s} M_z(\theta_H) = \sin \theta_H$$

$$\frac{1}{M_s} \langle M_z(\theta_H) \rangle_{\theta_H} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta_H \int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin \theta_H \cdot \sin \theta_H = \int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin^2 \theta_H = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} d\theta_H [1 - \cos 2\theta_H] = \frac{1}{2} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,78 - \frac{M_z}{M_s} - \text{ПМН.}$$

Так, если поле равномерно распределено,  $f(\theta_H) = \text{const}$ .

Кейс: магнитное поле на  $H_c$ , но не на  $M_z$ .

$M_z$  зависит от знака Кейс.

Возможно  $M_s$  зависит здесь на  $M = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)$

Note:

$$J_{\text{FePt}} \approx 0,8 \text{ mK} \text{ или } 4 \cdot 10^8 \text{ эрг/см}^3 \text{ где FePt}$$

$$\text{ОМ. магнитное } A_{\text{FePt}} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/см}^2 \text{ (ОМ)}$$

18/II Discussion with Werner. Сказан ему уверенность at  
 of "breath" mode в vortex state.

Discussion с Olegom о twin's в FePt и как объяснить  
 $M_z \sim 0,75 - 78$  при ненулевых полях 14-15/II.

19/II Brownstein и правая paper по exp. Vortex dyn  
 с HeNeogen.

Упрямство: разлет Кейс. неогнорознети и неогнорознети  
 из 2D - мод сферич. фазы со взаимно ортогональными  
 OМN Vangou фазы, Магнитное. Вклад в Кейс  
 или ФМН - 98.



Note

Crystals and surfaces

$M_2$  of twin-structure in FePt nanoparticles

Date: 20.11.

Введем на эр. анизотропию и  $M_2$  сфер. аном.,  
 при протекании у нас поверхн. анизотропия ( $H=0$ ).

$$W = K \cos^2(\theta_0 - \theta_A) + \frac{4\pi}{3} M_s^2 \cos^2 \theta_0, \quad \begin{cases} \theta_{01} = \theta_{01} \\ \theta_{02} = \pi - \theta_{01} \end{cases}$$

$K < 0$  для FePt, это совб. для всего  $\theta_A = \theta_{A1}$  или  $\theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}$   
 анизотропия дает ПЛН-анизотропию.  $K = -|K|$ .

$$\begin{aligned} W &= \frac{K}{2} [1 + \cos 2(\theta_0 - \theta_A)] + \frac{1}{2} K_M (1 + \cos 2\theta_0) = \\ &= \text{const} + \frac{1}{2} \left[ (K \cos 2\theta_A + K_M) \cos 2\theta_0 + K \sin 2\theta_A \sin 2\theta_0 \right] = \\ &= \text{const} + \frac{1}{2} \sqrt{(\cdot)} \left[ \cos 2\theta_{\text{eff}} \cos 2\theta_0 + \sin 2\theta_{\text{eff}} \sin 2\theta_0 \right] = \\ &= \text{const} + K_{\text{eff}} \cos^2(\theta_0 - \theta_{\text{eff}}^A) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin 2\theta_{\text{eff}}^A = K \sin 2\theta_A \cdot \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \\ \cos 2\theta_{\text{eff}}^A = \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} (K \cos 2\theta_A + K_M) \end{cases}, \quad K_{\text{eff}} = \sqrt{(\cdot)} = \sqrt{(K \cos 2\theta_A + K_M)^2 + K^2 \sin^2 2\theta_A}$$

$$K_M = \frac{4\pi}{3} M_s^2 > 0.$$



Выведем  $\theta_{\text{tw}} = \frac{\pi}{2} - \theta_A = 35^\circ$ , т.е.  $\theta_A = 55^\circ$  (онел)

$$\sin 2\theta_A = \sin(110^\circ) > 0, \quad K < 0 \rightarrow \sin 2\theta_{\text{eff}}^A < 0$$

$$K \cos 2\theta_A + K_M = -|K| \cos(110^\circ) + K_M > 0, \quad \text{т.к. } \cos 2\theta_A < 0, K < 0.$$

$$\text{Т.е. } \cos 2\theta_{\text{eff}}^A > 0, \Rightarrow \frac{3\pi}{4} < \theta_{\text{eff}}^A < \pi, \text{ если } K_{\text{eff}} > 0.$$

$$0 < \theta_{\text{eff}}^A < \pi/4, \text{ если } \theta_{\text{eff}}^A \rightarrow \pi - \theta_{\text{eff}}^A, \text{ которое эквивалентно}$$

$$\text{Но правильно } K_{\text{eff}} < 0 \text{ (es-онн)}, \quad K_{\text{eff}} = -\sqrt{(\cdot)},$$

$$\sin 2\theta_{\text{eff}}^A = -\frac{K \sin 2\theta_A}{\sqrt{(\cdot)}} > 0, \quad \cos 2\theta_{\text{eff}}^A = \frac{K \cos 2\theta_A + K_M}{[-\sqrt{(\cdot)}]} < 0$$

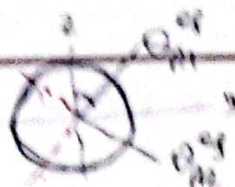
$$\frac{\pi}{2} < 2\theta_{\text{eff}}^A < \pi, \quad \frac{\pi}{4} < \theta_{\text{eff}}^A < \frac{\pi}{2} \rightarrow \theta_A < \theta_{\text{eff}}^A < \pi/2.$$

$$W = \text{const} - |K_{\text{eff}}| \cos^2(\theta_0 - \theta_{\text{eff}}^A) - \text{экстремум. для всего } \theta_{\text{eff}}^A.$$

$$\frac{\partial W}{\partial \theta_0} = -K \sin 2(\theta_0 - \theta_A) - K_M \sin 2\theta_0 = 0, \text{ равновесие } \theta_0^{\text{eff}} \text{ (es-онн)}.$$



# Note



Date. 21. II

Def. Ramanance  $\frac{M_z}{M_s} = \cos(\theta_A^{ef} - \theta_H)$ , нормализация

б. x' y' z' -  $01' \parallel \theta_A^{ef}$ , т.е. y twin ось где  $\theta_A^{ef}$ :

$$\theta_{A1}^{ef} = \theta_A^{ef} \quad \theta_{A2}^{ef} = \pi - \theta_A^{ef}$$

Сутеген.  $M_z = \frac{\vec{M} \cdot \vec{H}}{H} = \vec{M} \cdot \vec{n}_H = \frac{1}{2} [\vec{M}_1 \cdot \vec{n}_H + \vec{M}_2 \cdot \vec{n}_H] =$

$$= \frac{M_s}{2} \cos(\theta_{A1}^{ef} - \theta_H) + \frac{M_s}{2} \cos(\theta_{A2}^{ef} - \theta_H) =$$

$$= M_s \cos \left[ \frac{1}{2} (\theta_{A1}^{ef} - \theta_H + \theta_{A2}^{ef} - \theta_H) \right] \cos \left[ \frac{1}{2} (\theta_{A1}^{ef} - \theta_H - \theta_{A2}^{ef} + \theta_H) \right] =$$

$$= M_s \cos \left[ \frac{\theta_{A1}^{ef} + \theta_{A2}^{ef}}{2} - \theta_H \right] \cos \frac{1}{2} (\theta_{A1}^{ef} - \theta_{A2}^{ef})$$

В Cmyr cum. загары  $\theta_{A1}^{ef} + \theta_{A2}^{ef} = \pi$

$$\theta_{A1} - \theta_{A2} = \theta_{A1} - (\pi - \theta_{A1}) = 2\theta_{A1} - \pi$$

$$\frac{1}{M_s} M_z = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_H \right) \cos \left( \theta_{A1}^{ef} - \frac{\pi}{2} \right) = \sin \theta_H \sin \theta_{A1}^{ef}$$

$$\langle M_z(\theta_H) \rangle_{\theta_H} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta_H \sin \theta_H \int_0^{2\pi} d\theta_{A1} \left[ \sin \theta_H \sin \theta_{A1}^{ef} \right] =$$

$$= \sin \theta_{A1}^{ef} \int_0^{2\pi} d\theta_H \sin^2 \theta_H = \frac{\pi}{4} \sin \theta_{A1}^{ef}$$

т.е.  $\langle M_z(\theta_H) \rangle_{\theta_H} = \frac{\pi}{4} \sin \theta_{A1}^{ef} \cdot M_s$

Очев:  $\theta_{tw} = \frac{\pi}{2} - \theta_{A1} = 35^\circ$ ,  $\theta_{A1} \approx 55^\circ$  и г.м.

$|K| \gg K_H$  мало  $\theta_{A1}^{ef} \approx \theta_{A1}$  (предположение  $\theta_{A1}^{ef} > \theta_{A1}$ )

$$\sin(55^\circ) = 0.819 \rightarrow \langle M_z(\theta_H) \rangle_{\theta_H} = \frac{\pi}{4} \cdot 0.819 = 0.643$$

где  $K_H$  мало  $\theta_{A1}^{ef}$ .

$$\frac{1}{M_s} \langle M_z \rangle \text{ б. интерпретация } 0.643 \text{ го } \pi/4$$

т.е.  $J_{12}$  - обмен  $\theta_{A1}^{ef}$  и  $\theta_{A1}$  мало  $\theta_{A1}^{ef} > \theta_{A1}$

21-22/II Becegn & Scholz & Chantrell о "breath" mode calc., exp. и t.s.d.  $\rightarrow$  vortex transition.

Karan мало Theory of "breath" mode - paper.

Стефанов SW. wires paper (PRL) на  $\sim 20\%$ .

Becegn & Lyberatos о мало  $H_{sw}(v)$  мало  $\theta_{A1}^{ef}$ .



Міт

# FePt гранули

Відео з ФМІ'98 папер. А папер. вказує  
 на те, що немаємий момент узгладує  $\mu_1, \mu_2$   
 на  $\mu_1, \mu_2$  і на дану напругу.  
 Для подальшого моменту узгладу (середнього)  
 і порівняння з напруженнями ОН до прикладу.

$$W_m(\vec{m}) = \frac{1}{2V} \int d^3r \int d^3r' G_{\alpha\beta}(r, r') M_\alpha(r) M_\beta(r')$$

Значення  $M = M_s = \text{const}$  для всіх  $r$  і  $r'$ , якщо не  
 єдиний  $2D$  - розмір (зв'язаний з напруженнями).  
 Для подальшого  $R_n$  і  $n$ .  $\vec{M}_n = M_s \vec{m}_n$ ,  
 $\vec{m}_n$  - одиничний ОН, амплітуда вектора,  $K_1 = 7 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$ ,  
 і зв'язана з напруженнями  $f(\vec{m}) = \frac{1}{4\pi} = \text{const}$ .

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V} \int d^3r \int d^3r' G_{\alpha\beta}(r, r') \langle m_\alpha(r) m_\beta(r') \rangle_{\text{грануля}}$$

$\langle \dots \rangle$  середнє по зв'язаним напруженням ОН  $\vec{m}$  (т.е.  $\vec{m}$ ).

$$\langle m_\alpha(r) m_\beta(r') \rangle = \delta_{nn'} \langle m_\alpha(r) m_\beta(r') \rangle_{r \rightarrow R_n} + (1 - \delta_{nn'}) \langle m_\alpha(r) m_\beta(r') \rangle_{\substack{r \rightarrow R_n \\ r' \rightarrow R_{n'}}}$$

Можна сказати, що гранули single-domain  $\vec{m}_n(r) = \text{const}$   
 і розподілено в середньому сферично-грануляри  $r = R_n$ .

$$\vec{m}(r) = \sum_n \vec{m}_n \delta(r - R_n), \quad \vec{m}_n = \vec{m}_n V_g - \text{маг. момент}$$

и - гранули.

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V} \int d^3r \int d^3r' G_{\alpha\beta}(r, r') \langle m_\alpha(r) m_\beta(r') \rangle =$$

$$= \frac{M_s^2}{2V} \sum_{n, n'} G_{\alpha\beta}(R_n, R_{n'}) \langle m_n^\alpha m_{n'}^\beta \rangle$$

напруження. Другий момент  $\vec{R}_n$ .



FePt - nanoparticles

Date. 25-27/II Bugnori b Seagate Treba u Barn. Arrer.  
Ceminar Kolocaga. Duenycun c Roy, Werner, i  
Ceminar Sahol'a  
Weller (SUL) w/u 308y

28/11 Омская губерния с. 21/II, Репт - наймен.

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V} \left\{ d_{\alpha\beta} \int d^3r \int d^3r' G_{\alpha\beta}(r, r') \langle m_\alpha(r) m_\beta(r') \rangle + \right. \\ \left. + \frac{M_s^2}{2V} \sum_{\substack{n, n' \\ n \neq n'}} G_{\alpha\beta}(R_n, R_{n'}) \langle \mu_n^\alpha \mu_{n'}^\beta \rangle - \text{interaction term} \right.$$

Если  $n=n'$ , то  $\langle \dots \rangle$  можно считать .  
 $\langle \mu_n^\alpha \mu_{n'}^\beta \rangle = \langle \mu_n^\alpha \rangle \langle \mu_{n'}^\beta \rangle$  если оси аннотированы  
 распределены случайно и  $\vec{\mu}_n \parallel \text{лок. ОЛН в узле } \vec{R}_n$ .

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V} \int d^3z \int_{z, z' \in V_g} d^3z' G_{\alpha\beta}(z, z') m_\alpha(z) m_\beta(z') + \frac{M_s^2}{2V} \langle \mu_n^\alpha \rangle \langle \mu_n^\beta \rangle \sum_{n \neq n'} G_{\alpha\beta}(R_n, R_{n'})$$

т.к.  $\langle \mu_n^\alpha \rangle$  от  $n^\alpha$  не зависит.

Самый простой случай  $m_2(r) = m_2 = \text{const}$

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V} m_\alpha m_\beta \int_{\mathbf{r}, \mathbf{r}' \in V_g} d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{r}' G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{M_s^2}{2V} \langle \mu_n^\alpha \rangle \langle \mu_n^\beta \rangle \sum_{\substack{n, n' \\ n \neq n'}} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n'})$$

Orebuguo  $\int_{z, z' \in V_g} dz dz' G_{d\beta}(z, z') = N_{d\beta} \sim \delta_{d\beta}$  gme cpept.

$$W_m = \frac{M_S^2}{V} \frac{1}{2} N_{d\beta} m_d m_\beta + \frac{M_S^2}{V} \frac{1}{2} N_{d\beta}^{\text{int}} \langle m_n^\alpha \rangle \langle m_n^\beta \rangle$$

Use  $N_{dp}^{int} = V_g^2 \sum_{n \neq n'} G_{dp}(R_n, R_{n'})$  - zaburats minus os  
vsesom gramules array (lattice).



Note

направленный  $\vec{m}_n(\theta_n, \varphi_n)$ :

Date.

$$m_n^z = \cos \theta_n, \quad m_n^x = \sin \theta_n \cos \varphi_n, \quad m_n^y = \sin \theta_n \sin \varphi_n$$

Угол  $\theta_n, \varphi_n$  локальной  $\vec{m}_n$  (фрагмент в точке  $\vec{R}_n$ ) совпадает с углом  $\theta_{An}, \varphi_{An}$  суммарной локальной намагниченности (направлением век. ОЛН), если  $K_1$  доминирует в PTE-графах (L10-фаза). В n-узле ( $\theta_{An} = \theta_A$ ):

$$\langle \dots \rangle_{\vec{n}_A} = \int_0^\pi d\theta_A \sin \theta_A \int_0^{2\pi} d\varphi_A f(\vec{n}_A) (\dots)$$

для uniform distribution  $f(\vec{n}_A) = 1/(4\pi)$  и  $\langle m_n^\alpha \rangle = 0$ . Тогда  $\langle W_m^{int} \rangle = 0$ .

Можно в том же приближении считать  $\vec{m}_n = \vec{m}_n^0 + \delta \vec{m}_n$ , где  $\delta \vec{m}_n$  возникает из-за  $W_m^{int}$  (отклонение  $\vec{m}_n$  от век. ОЛН в  $\vec{R}_n$  из-за  $W_m^{int}$  с соседями).

$$\delta m_n^\alpha \sim \frac{M_S^2}{K_1} \ll 1 - \text{малы.}$$

Вобщем  $\langle m_n^\alpha m_{n'}^\beta \rangle \sim e^{-\frac{|\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}|}{R_c}}$ , но  $R_c \rightarrow 0$  и корреляции в 0-ом приближении нет.

Относительная сильнотокотр. фрагменты (PTE)

→ Обсуждение с Олегом возможных генер. структур (неоднородных соединений) в сферич. фрагментах PTE с сильной относительной анизотропией. Возможны ли генер. стенок (на 1-2 вершине решетки).



это - дискретные генер. стенки, иронично в  $E_{ex}$  конкурирует с волновым в  $E_{mag}$ .  $E_A(K_1)$  не дает вклада, т.к.  $\vec{M} \parallel \text{ОЛН}$ .

такая структура может возникнуть, если вершины стенок из группы  $K_2$  не являются  $\vec{m}$ -reversed (Hn).



# Note

Date. 01. III.

План работи на близна. време:

- 1) Прогледување SW-PRB paper со Сабунџи
- go 15/III → 2) Наместо теор./simulation paper во "breath" mode of APS-talk version (Scholz, Chant. M.)
- 3) Наместо paper во саврш. класичан vortexa, RL-MQD и симулации с rigid v. and conform. model (Scholz, Chant. M.)  
Paper  $R_c(L)$  и  $b(L)$  - core radius.
- go 16/III → 4) Објаснување exp. Губа (FMR) на cylind. dot arrays (gen. мик. & I state,  $K_{res}(H)$ , gen. coupling мик.) и погрешна core. APS-talk
- носна APS → 5) Флуидна. динамика малих 1-10 nm тачки (FePt):
  - a) new equation of motion и  $K_v, K_s$  (Paixep, Mironov)
  - b) клас. ур. глумение лок. мик.  $\hat{S}_i$  с убр. мик. полен. полен. ( $S \geq 1$ ) - објаснување ур. 1-1.
  - c) глум. спротивна малих  $FePt$  и M-reversal мик.
- 6)  $M(H)$  глум. мик. с конкур. ангажмента (GMR read heads - глум. gen. компоненти  $H$  и глум. објаснување SRT)
- носна APS → 7) Paper SW в мик. спротивно глум. Оксид/Чит (SW description of nucleation - см. Sazonov-Bertram)
- 8) Paper  $M(H), M_z, K_c$  of 2D-array of FePt тачки со мик. мик. OAK. Twins,  $K_1$  - induced by intergran. m. Comp.

Текнување глум: - 1838-13/III

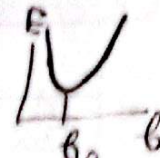
- 1) Омиава билс (српска мик. мик., мик. IV, electricity)
- 2) Проблемат NW глум. мик. и то.
- 3) Green-card application
- 4) Покрот. travels to APS/ANAB и гр. Conf. (? Moscow, Kiev)
- go 15/III → 5) Унавовање глум. глум. мик. и new Building
- go 7/IV → 6) Завојувач глум. мик. о глум. мик. 2001. (ITEN A.A., W-2 conf.)



Date. 4. III.

Note: Описано колебательное vortex core "rotating"  $\phi$

из  $\dot{\phi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial E}{\partial \phi}$ ,  $E(\phi) = E(\phi_0) + \frac{1}{2} E''(\phi_0) (\phi - \phi_0)^2$ ,  $E$  - энергия Якова, компютер.  $E(\phi)$  - энергия vortex



Наличие Vortex - dyn. theor. paper by Tex.

Резюме по papers Safonov - Bertram по m. reversal:

В основном комбинирование старых, известных идей "механизмов". Их применение к проблеме magnetization reversal в 10-нм зерне, рассогласованное.

По их механизму замедление / ускорения:

- 1) LL и LLG - damping управляют где манах "экспоненци" от равновесия и  $\alpha = f(H_z)$
- 2) Проблема damping и reversal тесно связаны
- 3) Закон  $1/\tau \sim e^{-\Delta E/kT}$  Neel - Arrhenius применим где больших барьеров  $\Delta E \gg kT$  или на достаточно больших временах  $\mu H_k t > 100 - 200$
- 4) Неверность идеи "расширения" может рассматриваться как гистерезис (применяется) в модели релаксации на paramagnetic ions ("slow" and "fast" relaxation)
- 5) Динамическая магнетостатика важна при описании reversal, создавая канал релаксации энергии от  $H_{Zeeman}$  to flex и flaws.



# Note

Date. 5. III.

Quadrupole energy & magnetostatic coupling energy of finite difference

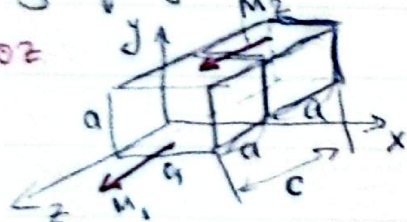
Выяснить точность "finite difference" method  
 вычисления энергии взаимодействия. Взаимодействие  
 между кубиками разбивается на кубики меньшего  
 размера  $\Delta x$  с соответствующей намагниченностью  $\vec{M}_i$ .  
 Меньше кубика есть гир. поле дипольного гирона  
 с маг. моментом  $\vec{m}_i = \vec{M}_i \Delta x^3$ , расположенного в центре  
 кубика.

$$\vec{H}_{dip}(i) = - \sum_j \left[ \frac{\vec{m}_j}{R_{ij}^3} - 3 \frac{\vec{R}_{ij} (\vec{m}_j \cdot \vec{R}_{ij})}{R_{ij}^5} \right]$$

$$\rightarrow W_m = - \frac{1}{2} \sum_i \vec{H}_d(i) \cdot \vec{m}_i = \frac{1}{2} \sum_{ij} \left[ \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j}{R_{ij}^3} - 3 \frac{(\vec{m}_i \cdot \vec{R}_{ij})(\vec{m}_j \cdot \vec{R}_{ij})}{R_{ij}^5} \right]$$

По формулам Aharoni, JAP '98 для случая  $a \times a \times c$  ( $c=2a$ )  
 ориентации намаг. параллельно оси  $z$

M1102



$$-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b \quad (b=a), -c \leq z \leq c$$

$$W_m = \frac{1}{2} M_{\alpha\beta} M_{\alpha} M_{\beta} = 2\pi D_z M_s^2$$

( $\vec{M}_1, \vec{M}_2 \parallel Oz$ )  $M_1 = M_2 = M_s$

нормированная  $\bar{W}_m(1+2 \text{ к.г.}) = 2\pi M_s^2 D_z(\rho)$ , где  $\rho = \frac{c}{a} = \frac{2a}{a} = 2$ .

$$\bar{W}_m(1 \text{ к.г.}) = 2\pi M_s^2 D_z\left(\frac{a}{a}\right) = 2\pi M_s^2 D_z(1), \quad D_z(1) = \frac{1}{3}$$

$$\bar{W}_m(1+2) = W_m(1) + W_m(2) + W_m^{int}(12) \geq 0$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_m^{int}(1-2) &= W_m(1+2) - 2W_m(1) = 2\pi M_s^2 D_z(2) - 2 \cdot 2\pi M_s^2 D_z(1) \\ &= 2\pi M_s^2 [D_z(2) - 2D_z(1)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi D_z(2) &= \frac{3}{2} \ln \frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{6}-1} + \ln(\sqrt{2}+1) + 2 \ln \frac{(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)} + 2 \arctg \frac{1}{2\sqrt{6}} \\ &+ \frac{2}{3} \frac{1}{2} (-3)\sqrt{6} + \frac{2}{3} \frac{1}{2} (-7) - \frac{2^{3/2}}{3 \cdot 2} + \frac{2}{3} \sqrt{5} \left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,198 \end{aligned}$$

$$W_m^{int}(1-2) = 2\pi M_s^2 [0,198 - 2 \cdot 0,333] = -0,468 \cdot (2\pi M_s^2)$$



$$V_c = a^3$$

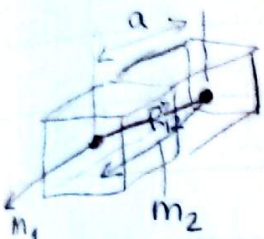
Date:

Начиная с атом. уравнения ( $V_c$  - объем кубика - атом)

$$W_m(1+2) = 2\pi M_s^2 D_z(2) \cdot (2V_c), \quad W_m(1) = 2\pi M_s^2 D_z(1) \cdot V_c$$

$$W_m^{int}(1-2) = W_m(1+2) - 2W_m(1) = 2\pi M_s^2 \cdot 2V_c [D_z(2) - D_z(1)] =$$

$$= 4\pi M_s^2 V_c [0,198 - 0,333] = (-0,135) 4\pi M_s^2 V_c = -1,696 M_s^2 a^3$$



То же, как  $B$  (гип. предположение)  $m$ . interaction (not self energy + торонизация)  $\vec{m}_i = m_2 \vec{k}$  (гипотеза)

$$W_m^{dd} = \frac{1}{2} \sum_{ij} \left[ \frac{m_2^2}{R_{ij}^3} - 3 \frac{m_2^2 R_{ij}^2}{R_{ij}^5} \right] = \frac{1}{2} m_2^2 \cdot 2 \left[ \frac{1}{a^3} - \frac{3a^2}{a^5} \right] =$$

$$= m_2^2 \left( \frac{-2}{a^3} \right), \quad m_2 = M_s a^3, \quad W_m^{dd} = -\frac{2}{a^3} (M_s a^3)^2 = -2 M_s^2 a^3$$

Т.е. предположение торон. гипотезы переосмысливает (забывает) энергию взаимодействия двух кубиков с  $M_i$  || оси соединения. (-2) по сравнению с (-1,70) -  $\sim 15\%$  ошибок.

Множ. Если  $\vec{M}_1, \vec{M}_2 \parallel Ox$ , т.е.  $\perp \vec{R}_{12}$ , то

$$W_m(1+2) = 2\pi M_s^2 D_x(2) \cdot 2V_c, \quad W_m(1) = 2\pi M_s^2 D_x(1) \cdot V_c$$

$$W_m^{int} = W_m(1+2) - 2W_m(1) = 4\pi M_s^2 V_c [D_x(2) - D_x(1)]$$

$$D_x + D_y + D_z = 1 \rightarrow D_x = \frac{1}{2}(1 - D_z)$$

$$D_x(2) - D_x(1) = \frac{1}{2} [1 - D_z(2) - \{1 - D_z(1)\}] = -\frac{1}{2} [D_z(2) - D_z(1)] =$$

$$= -\frac{1}{2} (-0,135) > 0$$

Две торон. гипотезы с  $\vec{m}_1, \vec{m}_2 \parallel Ox$ ,  $\vec{m}_i \perp \vec{R}_{12}$ :

$$W_m^{dd}(Ox) = \frac{1}{2} m_x^2 \sum_{ij} \frac{1}{R_{ij}^3} = m_x^2 \frac{1}{a^3} = 1 \cdot M_s^2 a^3$$

$$W_m^{int}(1-2) = 4\pi M_s^2 \left(-\frac{1}{2}\right) (-0,135) a^3 = \frac{1}{2} 1,696 M_s^2 a^3$$

Self energy тор. гипотезы не имеет: но  $2\pi M_s^2 D_z(1)$  если  $\vec{M}_1 \parallel z$ .   
 Разлог: метод finite difference забывает и энергию взаимодействия  $\frac{2-1,70}{1,70} = 18\%$  вл. забывает от "а" - раз-   
 ных элементов на  $\frac{2-1,70}{1,70} = 18\%$  вл. забывает от "а" - раз-



# Note

Насколько "breath" mode  
of vortex

Date.

6/III Kamenov Introduction к Vortex-Dyn-Th. paper

7/III Kamyro Zashchy gaso ushchene.. breath" mode  
Kamenov of vortex Core - radius  $b$ ?

Monocyclic modes vortices by Usos '93-94 ushchene  
no 18-6044

Cyzoan exchange in magnetostatic.

$$\frac{W_{us}}{VM_s^2} = \beta^2 \left[ 4\pi x^3 (G_u(0) - G_u(1/x)) + l^{-2} (2 - \ln(\beta x)) \right]$$

$$\beta = L/R, \quad x = b/L, \quad l = L/R_0.$$

$$G_u(t) \approx \frac{[\ln 2 - 1/2]^2}{t}, \quad t = \frac{L}{b}.$$

и при  $t \gg 1$  ( $t \approx 1$ ) происходит оседание только  $G_u(0)$ ,  
и уменьшается  $G_u(t)$

$$\rightarrow \frac{W_{us}(b)}{\beta^2 VM_s^2} \approx 4\pi G_u(0) x^3 + \frac{1}{l^2} (2 - \ln(\beta x)), \quad x = \frac{b}{L}, \quad G_u(0) = \frac{1}{12\pi G_0}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial W_{us}}{\partial b} &= 4\pi G_0 3x^2 \frac{1}{L} - \frac{1}{l^2} \frac{1}{\beta x} \beta \frac{1}{L} = 4\pi G_0 3 \frac{b^2}{L^2} L^{-1} - \frac{1}{l^2} \frac{1}{b} \\ &= 12\pi G_0 \frac{1}{L^3} b^2 - \frac{1}{l^2} \frac{1}{b} \end{aligned}$$

$$\text{Еще } \frac{\partial W_{us}}{\partial b} = 0, \text{ то найдем } b_0^3 = (12\pi G_0)^{-1} \frac{L^3}{l^2} = \frac{1}{12\pi G_0} L^3$$

$$\text{или } b_0 = \left( \frac{1}{12\pi G_0} \right)^{1/3} R_0 \left( \frac{L}{R_0} \right)^{1/3} - \text{Eq (10) Usos '94.}$$

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2} = \frac{12\pi G_0}{L^3} 2b - \frac{1}{l^2} \frac{(-1)}{b^2} = \frac{24\pi G_0}{L^3} b + \frac{1}{l^2} \frac{1}{b^2}$$

$$\frac{1}{\beta^2} \left( \frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2} \right)_{b=b_0} = b_0 \left[ \frac{24\pi G_0}{L^3} + \frac{1}{l^2} \frac{1}{b_0^3} \right] = \left| b_0^3 = \frac{L^3}{12\pi G_0 l^2} \right|$$

$$= \frac{b_0}{l^2} \left[ 2 \left( \frac{12\pi G_0 l^2}{L^3} \right) + \frac{1}{b_0^3} \right] = \frac{b_0}{l^2} \left[ 2 \frac{1}{b_0^3} + \frac{1}{b_0^3} \right] = 3 \frac{1}{b_0^2 l^2} > 0$$

$$\rightarrow \left( \frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2} \right)_{b_0} = 3 \frac{\beta^2}{l^2} \frac{1}{b_0^2} = 3 \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{1}{b_0^2}$$



Note

Date.

$$\rightarrow W_{us}(b) = W_{us}(b_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2} \right)_{b_0} (b - b_0)^2 =$$

$$= W_{us}(b_0) + \frac{3}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{1}{b_0^2} (b - b_0)^2, \quad \text{см. 29/XII 012.}$$

B rigid v. model  $f(z) = \frac{i}{c} (z - s)$  nako omya so n/pu  
 нелестно  $c = b/R$ ,  $\tau_{00} c$  - константа,  $c = |c| e^{-id}$   
 no n/puberger  $k, m_p \sim \sin \neq 0$ , см. 31/XII 012.

Бегем  $\Delta = \frac{b - b_0}{b_0}$ ,  $b = b' + i b''$ ,  $\Delta = \Delta' + i \Delta''$ ,  $\bar{\Delta} = \Delta^*$ .

$$W_{us}(\Delta) = W_{us}(b_0) + \frac{3}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \Delta \bar{\Delta}.$$

Тогда канонич. yd:

$$i\hbar \frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial b^*} \quad \text{и} \quad i\hbar \frac{\partial b^*}{\partial t} = - \frac{\partial W}{\partial b}, \quad b \rightarrow \frac{b}{b_0} \text{ nako}$$

$W$  - энергия газа (w - мощность).

$$i\hbar \frac{\partial \Delta}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial \Delta^*}, \quad i\hbar \frac{\partial \Delta^*}{\partial t} = - \frac{\partial W}{\partial \Delta}$$

$$W(\Delta) = M_s^2 V W_{us}(b_0) + \frac{3}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 V (\Delta \Delta^*) M_s^2 = W_0 + \omega_0 \Delta \Delta^*$$

$$i\hbar \frac{\partial \Delta}{\partial t} = \hbar \omega_0 \Delta \quad \text{и} \quad i\hbar \frac{\partial \Delta^*}{\partial t} = - \hbar \omega_0 \Delta^*, \quad \omega_0 = \frac{3}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{V M_s^2}{\hbar}$$

Реш.  $\Delta = \Delta_0 e^{-i\omega_0 t}$

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{3}{2} \frac{1}{(2\pi)} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 (\pi R^2 L) \frac{M_s^2}{\hbar}$$

"Breath" mode  
exch - w.

$$\gamma = \frac{g \mu_B}{\hbar} = g \frac{|e| \hbar}{2 m_e c} = \frac{g}{2} \frac{|e|}{m_e c}, \quad \frac{M_s^2}{\hbar} = M_s^2 \frac{\gamma}{g \mu_B} = \gamma M_s \left( \frac{M_s}{g \mu_B} \right)$$

$$\left( \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{3}{4} R_0^2 L \frac{M_s^2}{\hbar} \right) \rightarrow \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{3}{4} (1.4 \cdot 10^6 \text{ cm})^2 6.0 \cdot 10^6 \frac{(8 \cdot 10^3 \text{ G})^2}{1.05 \cdot 10^{-27} \text{ э.е.}} =$$

$R_0 = 14 \text{ nm}, L = 60 \text{ nm}$

$$= \frac{3}{4} \frac{(1.4)^2 \cdot 6 \cdot (0.8)^2}{1.05} \frac{10^{-12} 10^6 \cdot 10^6}{10^{-27}} \frac{\text{G}^2 \cdot \text{cm}^3}{\text{э.е.}} = 5.4 \cdot 10^{15} \text{ Гц (!) nako}$$

нako  $\omega_{\text{vortex}}$  vortex  $\omega_{\text{vortex}} \sim 10^9 - 10^{10} \text{ Гц}$ .

Квантовая теория of "breath" nako  $\omega_{\text{breath}} \sim 10^{15} \text{ Гц}$ ,  
 just submicron  $\omega_{\text{breath}}$   
 $\frac{V M_s}{\hbar} = S$  - nako  $\omega_{\text{spin}}$  classical spin.



# Note

Date.

S - макро-число

$$\omega_0 = \frac{3}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 S \cdot (YM_s), \quad \text{Величина } S = \frac{M_s V}{\hbar \cdot \hbar} = \frac{10^3 \text{ G} \cdot (10^{-6} \text{ cm})^3}{\hbar \cdot 1 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с}}$$

$$= \frac{M_s V}{g \mu_B} = \frac{10^3 \text{ G} \cdot 10^{-18} \text{ cm}^3}{2 \cdot 10^{-20} \frac{\text{эрг}}{\text{Г}}} \approx 10^5$$

где  $\mu_B$  - магнетон Бора,  $R \sim 10 \text{ nm}$ ,  $L = 10 \text{ nm}$ ,  $S = 10^3 (10^{-5} \text{ cm})^2 \frac{10^6 \text{ эрг}}{10^{-20} \text{ эрг} \cdot \text{с}} \sim 10^7$

$$\omega_0 = \frac{3}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{S}{4\pi} \omega_M, \quad S \text{ где } g \approx 2, R \approx 100 \text{ nm}, L = 10 \text{ nm}$$

если  $S = 10^3 (10^{-5} \text{ cm})^2 \frac{10^6 \text{ эрг}}{10^{-20} \text{ эрг} \cdot \text{с}} \sim 10^7$

~ манускрипт

[JAF'99] Справочник переходов от энергии  $E = \hbar \omega$  к

$$E = \frac{1}{\hbar} E, \quad E = \frac{V}{\hbar} \hbar \omega = \frac{V M_s}{\hbar} \hbar \omega = S \hbar \omega, \quad [E] = \text{H}$$

$$E = \frac{E}{\hbar} = A a^* a + \dots, \quad \text{т.е. } a^* a \text{ - генератор сдвиг энергии}$$

манускрипт  $\sim S (10^5 - 10^7 \text{ где } \mu_B \text{ - манускрипт})$

→ Нравда надо доказать, что  $\Delta, \Delta^*$  - канонически сопряженные, тогда верно  $i \frac{d\Delta}{dt} = \{ \Delta, \frac{W}{\hbar} \} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W}{\partial \Delta^*}$

где  $\{A, B\} = \frac{\partial A}{\partial \Delta} \frac{\partial B}{\partial \Delta^*} - \frac{\partial B}{\partial \Delta} \frac{\partial A}{\partial \Delta^*}$  - скобка Пуассона.

то аналог гр. Гейзенберга  $i \hbar \frac{d\hat{a}}{dt} = [\hat{a}, \hat{H}]$ .

для vortex  $m_f \approx 1$ , малым  $m_e \ll 1$  и  $m_g \ll 1$ .

См. 7/1:  $f(z) = \frac{z}{c}$ ,  $c = |c| e^{-i\psi}$ , где  $\psi$  - угол

иногда  $\Phi = \varphi + \pi/2 + \psi$ ,  $m_x + i m_y = e^{i\Phi} \sin \theta$

$\delta m_z = -\ell \sin \theta_0$ ,  $\delta m_y = \mu = -\psi \sin \theta_0$ ,  $\delta m_x = \ell \cos \theta_0$

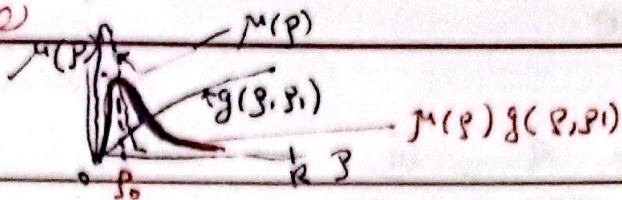
$\theta = \theta_0 + \ell$  - надо вернуться к гр. 1.-1.

$$\left( \frac{\omega}{\omega_m} \right)^2 \mu(p) = - \frac{1}{4\pi} \int_0^R p p' g(p, p') \mu(p')$$

Для системы "true-breath" mode, и/или  $\mu(p)$  соответствует  $\mu(p) \approx 1$  (с малой погрешностью)



Note True "breath" mode — magnetostatic limit



Date.

$$\mu(p) \sim \delta(p) \text{ max. t. v. } g_{pp}(p, 0) = 0$$

Нужно  $\mu(p) \sim \delta(p, p_0)$ ,  $p_0 \ll R$ , тогда (возмущ. п. газ (резонанс max  $\mu/\mu$   $p \approx p_0$ ))

$$\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^2 \mu(p) = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) g(p, p_0) \int_0^R ds' s' \mu(p')$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^2 \int_0^R ds s \mu(p) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \int_0^R ds s g(p, p_0) \cdot \int_0^R ds' s' \mu(p')$$

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega_m}\right)^2 = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R ds s g(p, p_0) \quad \text{— аналогично mode } p \sim R \text{ or } 21/I$$

$$-\frac{1}{4\pi} \int ds s g(p, p_0) = \int ds s \int dk k f(kL) J_1(kp) J_1(kp_0) = |t=kR| =$$

$$= \int dk k f(kL) J_1(kp_0) F(k) = \int dt t f(pt) J_1\left(t \frac{p_0}{R}\right) F(t)$$

$$\rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_m}\right)^2 = \int_0^\infty dt t f(pt) J_1\left(t \frac{p_0}{R}\right) F(t), \quad \text{Значит, резонанс рез. газ}$$

$$\text{нужно тогда } \left(\frac{\omega_s}{\omega_m}\right)^2 = \int_0^\infty dt t f(pt) J_1(t) F(t), \quad F(t) = \int_0^1 dx x J_1(xt),$$

$$\text{т.к. } p_0/R \ll 1. \quad \frac{p_0}{R} \approx \frac{b_0}{R} \approx 0,68 \left(\frac{R_0}{R}\right) \left(\frac{L}{R_0}\right)^{1/3} \sim \frac{R_0}{R} \sim 0,03 \div 0,05$$

→ Но эта величина не увеличивается  $W_{ex}$  которая

1) может быть велика для очень сильно локализ. моды

2) велика / где осциллирует "core" of vortex, сформированного

обращением сил.

→ возмущение резонансом  $W_{us}(b)$ .



# Note

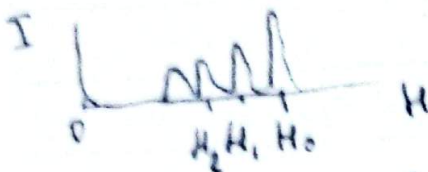
Эксп. Пучка на Ni-dot array

Date. 8. III

Thema SWR of Ni-dot array of HL micro.

$$R = 400 \text{ nm}, L = 80 \text{ nm}, \beta = \frac{R}{L} = 0.2$$

$$M_s(\text{Ni}) = 480 - 490 \text{ G} \text{ при } T = 300 \text{ K}, C = 2A = 1.54 \cdot 10^{-6} \frac{\text{G}^2}{\text{cm}}$$



$$\frac{\omega}{\gamma} = H - 4\pi M_s + \frac{C}{M_s} k_z^2 \quad \text{L. SWR}$$

Куда сравнен  $k_z$ ? а)  $k_z \parallel \text{оз. SWR}$ ; б)  $k_z \parallel \text{мощ.}$

$$a) k_z^n = \frac{n\pi}{L}, H_{ex}(n) = \frac{C}{M_s} \frac{\pi^2}{L^2} n^2, \quad n - \text{квант. (1, 3, 5, \dots)} \quad k_z^n = \left\{ \begin{matrix} \frac{n\pi}{L} \\ \frac{n\pi}{2L} \end{matrix} \right.$$

$$H_{ex}(1) = \frac{1.54 \cdot 10^{-6} \frac{\text{G}^2}{\text{cm}} (3.14)^2}{0.49 \cdot 10^3 \text{ G} (8 \cdot 10^{-6} \text{ cm})^2} = \frac{1.54 \cdot (3.14)^2}{0.49 \cdot 64} \cdot 10^3 \text{ Oe} = 484 \text{ Oe}$$

Характерные exp. значения  $(H_0 - H_1), \text{Oe}$

| Измерено | N1  | N2  | N3  | N4  |
|----------|-----|-----|-----|-----|
| 804 Oe   | 538 | 530 | 573 | 523 |

$H_1$  еще может быть излучением SWR.  $H_{ex}(0) - H_{ex}(2) \approx 190 \text{ Oe}$

$$H_{ex}(1) - H_{ex}(3) = 8 \cdot \frac{C\pi^2}{M_s L^2} \approx 3900 \text{ Oe} \quad (\text{дано})$$

Значит, разница между  $(H_1 - H_2) \approx 300 \text{ Oe}$ .

10/1 и наоборот  $\beta \rightarrow 0$  wegen  $\oplus$  gap ( $k_z \parallel \text{мощ.}$ ):

$$\frac{\omega}{\gamma} = H - 4\pi M_s + \alpha k_{mn}^2, \quad \alpha_{mn} = \frac{\gamma_{mn}}{R}$$

Для Ni бегущая pinning  $d=0$ ,  $\gamma_{01}=2.40$ ;  $\gamma_{02}=5.52$ ;  $\gamma_{03}=8.65$   
 $\rightarrow$  Но бегущая  $J_m(\gamma_{mn})=0$   $\rightarrow$   $\gamma_{11}=3.83$ ;  $\gamma_{12}=7.02$ ;  $\gamma_{13}=10.15$   
 $\gamma_{21}=2.40$ ;  $\gamma_{22}=5.52$ ;  $\gamma_{23}=8.65$   
 $\gamma_{31}=2.40$ ;  $\gamma_{32}=5.52$ ;  $\gamma_{33}=8.65$

Для coupled array надо  $4\pi \rightarrow N_{\perp} (N_{\perp} < 4\pi)$

Правильно так ( $\alpha=0$ ):  $\omega/\gamma = H - N_{\perp} M_s$

$$\text{Contin. film} \quad H_z = \frac{\omega}{\gamma} + 4\pi M_s = \frac{9.2 \text{ GHz}}{2.95 \frac{\text{GHz}}{\text{Oe}}} + 6.03 \text{ kOe} = 3.12 + 6.03 = 9.15 \text{ kOe}$$

Тогда как exp. value = 7.19 kOe (?) см.  $\rightarrow$



# Note

Date.

Plane in-plane anisotropy of rectangular dot array (observed exp. mesa no QMP Ni dots).

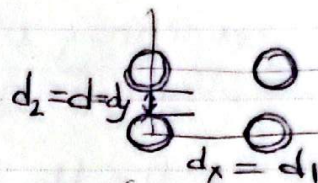
Concave 28/VIII :  $w_m(\varphi_n) = \frac{1}{M_s^2 V_d} W_m(\varphi_n) = \text{const} + K_u \cos^2 \varphi_n$   
 b saturated state,  $\varphi_n$  - угол намаг. в плоск. перпендикулярно.

$$\frac{1}{M_s^2} K_u = 2\pi F_a(\beta, d), \quad F_a(\beta, d) = -\frac{3}{4} \beta \sum_{n \neq 0} \left( \frac{R}{R_n} \right)^3 \cos 2\varphi_{R_n} \quad \text{b gen. выражение.}$$

$\vec{R}_n$  - радиусы 2D-терраномального перекрыва.

$$\frac{1}{M_s} H_A(\beta, d) = \frac{2K_u}{M_s^2} = 4\pi F_a(\beta, d/R)$$

$d_x = d_y = 0,92 \mu\text{m}$ ;  $d = d_y$  - намаг.



$$L = 80 \text{ nm}, \beta = 0.2, R = 400 \text{ nm}, \quad \xi = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1 + (d_1/2R)}{1 + (d_2/2R)} = \xi(d_2) = \xi(d)$$

$d = 40 \text{ nm}; 80 \text{ nm}; 200 \text{ nm}; 750 \text{ nm}. \quad M_{Ni} = 480 \text{ G}$

| $\frac{d}{R}$                | 0,1    | 0,2   | 0,5   | 0,7   | 1,875 (isolated) | 1,0   | 0     | 0,3   |
|------------------------------|--------|-------|-------|-------|------------------|-------|-------|-------|
| $\frac{H_A(d)}{M_s}$         | 0,382  | 0,323 | 0,200 | 0,147 | 0,017            | 0,092 | 0,454 | 0,275 |
| $M_s - H_A(d)$<br>Oe         | 183 Oe | 155   | 96    | 71    | 8 Oe             | 44    | 218   | 132   |
| $M_s - H_A - \text{gen. Oe}$ | 120 Oe | 115   | 55    |       | 0                |       |       |       |

Concave 0 экв.  $H_A$  на  $Ni$  не очень хорошее.

Calc  $H_A(d)$  бачене (d) экв.  $H_A(d) \approx 6 \cdot 1,5$  раза.

Вывод  $L$  ( $= 60 \text{ nm}?$ ) и  $M_s$  назо. уменьшится.



### Note

SW 1 - saturated dot 

Date.

SWR - Ni data (unfrozen).

Yacovlev CBP & Continuous film (Kavazeti) naga 8 bu

$$\left(\frac{\omega}{J}\right) = H + H_{A1} - 4\pi M_s \quad (x=0), \quad H_{A1}(\text{O} \parallel H) \sim 2 \text{ koe}, \quad \frac{\omega}{J} = 3.19 \text{ koe}$$

используем для нахождения  $H_{A1}$ , которое имеет  
использ.  $\chi^2$  для  $df = 1$

$$H_2 + H_{A1} = \frac{\omega}{\gamma} + 4\pi M_S = \frac{9,4 \text{ GHz}}{(8/2\pi)} + 4\pi \cdot 480 \text{ G} = 3,19 + 6,03 = 9,22 \text{ kG}$$

Jen. gas  $H_2 = 7,19 \text{ koe}$ ,  $H_{AL} = 9,22 - 7,19 = 2,03 \text{ koe}$

Берем обт array N2 (наиболее полное SWR мин)

Берем для array N/2 (найданное значение SWR умнож.)  
и 1-го SWR мого:  $H_z(1) = 6,30 \text{ кВ}$ ,  $H_z(0) = 6,83 \text{ кВ}$ .

$$\frac{\omega_n}{\delta} = H + H_{AL} - N_{\perp} M_S + \frac{C}{M_S} k_n^2, \quad N_{\perp} < 4\pi \text{ y-z d. coupling}$$

$$k=0 \quad N_L = \frac{1}{M_s} \left( H + H_{AL} - \frac{w}{f} \right) = \frac{1}{480} (6830 + 2030 - 3190) = 11.81$$

или  $\frac{N_1}{4\pi} = 0,940$

$$H_z(n) = \left( \frac{\omega}{\gamma} - H_{AL} + M_L M_S \right) - \frac{C}{M_S} k_n^2 = \left( 3,19 - 2,03 + M_L M_S \right) - \frac{C}{M_S} k_n^2$$

$$H_z(n) = 6,83 \text{ koe} - \frac{C}{M_s} k_n^2, \quad \frac{C}{M_s R^2} = \frac{1,54 \cdot 10^{-6} \text{ MPa cm}^3}{0,48 \cdot 10^3 \text{ G} (4 \cdot 10^{-5} \text{ cm})^2} = 0,20 \cdot 10^2 \text{ oe} = 0,20 \cdot 10^{-2} \text{ koe}$$

$$\mu_2(n) = 6,83 - 0,20 \cdot 10^{-2} (f_{mn})^2, \text{ kN} \quad k \rightarrow \frac{\delta_{mn}}{P}$$

$\gamma_{mn}$  seplem  $n/\mu$   $d=0$  (no pinning) - free boundary.

$$H_z(01) = 6,82 \text{ keV}; \quad H_z(11) = \frac{6,80}{\text{keV}}; \quad H_z(21) = \underline{6,78 \text{ keV}}$$

- время наивысшего,  $\ll \exp. \sim 0,5$  ксе.  $R_0(N_i) = 25,8 \text{ мм}$

$$\frac{C}{M_S R^2} = M_S \frac{C/M_S^2}{R^2} = M_S (R_0/R)^2 \ll M_S, \quad R \gg R_0.$$

$$H_2(\text{mm}) = 6,83 \text{ kPa} - 0,48 \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \gamma_{\text{mm}}^2$$

Т.е. обмен. Вкладом в  $W_{н/г}$  где  $R=400$  км можно  
пренебречь. Работы  $p \geq 0$  от  $10/I$  неограничен,  $SW$   
будут минимизироваться



Note

Date. 10. IV. 2002

1 - saturated det  $\vec{r} \uparrow \vec{H}$  to xyz - coordinate system (w. 10/1)

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{1}{\gamma} \frac{d\mu_x}{dt} &= H_z \mu_y - h_{ex}^y - h_m^y \\ -\frac{1}{\gamma} \frac{d\mu_y}{dt} &= -H_z \mu_x + h_{ex}^x + h_m^x \end{aligned} \right\} \quad \vec{m}(\vec{r}, t) = \vec{m}_0 + \vec{\mu}(\vec{r}, t)$$

$$h_m^x(\vec{r}, t) = \int d^2 \vec{r}' [G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_x(\vec{r}', t) + G_{xy}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_y(\vec{r}', t)]$$

$$h_m^y(\vec{r}, t) = \int d^2 \vec{r}' [G_{yx}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_x(\vec{r}', t) + G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') \mu_y(\vec{r}', t)]$$

$$\begin{aligned} h_m^y &= h_m^p \sin \varphi + h_m^e \cos \varphi = \sin \varphi \left\{ \int d^2 \vec{r}' [G_{pp} \mu_p + G_{pe} \mu_e] + \right. \\ &\quad \left. + \cos \varphi \int d^2 \vec{r}' [G_{ep} \mu_p + G_{ee} \mu_e] \right\} = \\ &= \sin \varphi \int d^2 \vec{r}' [G_{pp} (\mu_x(\vec{r}') \cos \varphi' + \mu_y(\vec{r}') \sin \varphi')] + G_{pe} \{-\mu_x(\vec{r}') \sin \varphi' + \mu_y(\vec{r}') \cos \varphi'\} \\ &\quad + \cos \varphi \int d^2 \vec{r}' [G_{ep} \{\mu_x(\vec{r}') \cos \varphi' + \mu_y(\vec{r}') \sin \varphi'\} + G_{ee} \{-\mu_x(\vec{r}') \sin \varphi' + \mu_y(\vec{r}') \cos \varphi'\}] = \\ &= \int d^2 \vec{r}' [G_{yx} \mu_x(\vec{r}', t) + G_{yy} \mu_y(\vec{r}', t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') &= \cos \varphi [G_{pp} \cos \varphi' - G_{pe} \sin \varphi'] - \sin \varphi [-G_{ep} \sin \varphi' + G_{ee} \cos \varphi'] \\ G_{xy}(\vec{r}, \vec{r}') &= \cos \varphi [G_{pp} \sin \varphi' + G_{pe} \cos \varphi'] - \sin \varphi [G_{ep} \cos \varphi' + G_{ee} \sin \varphi'] \\ G_{yx}(\vec{r}, \vec{r}') &= \sin \varphi [G_{pp} \cos \varphi' - G_{pe} \sin \varphi'] + \cos \varphi [G_{ep} \cos \varphi' - G_{ee} \sin \varphi'] \\ G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') &= \sin \varphi [G_{pp} \sin \varphi' + G_{pe} \cos \varphi'] + \cos \varphi [G_{ep} \sin \varphi' + G_{ee} \cos \varphi'] \end{aligned}$$

Check generalization in uniaxial. components of magnetostat.  $\Phi$ .

$G_{\alpha\beta} = G_{\beta\alpha}(\vec{r}, \vec{r}') \quad \forall \alpha, \beta$ . No "2" system.

→ therefore magnetization  $\mu_{x,y}(\vec{r}, t) = \mu_{x,y}(\vec{r}', t)$  - the values are equal.

$$\int d\varphi' G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = \cos \varphi \int d\varphi' [G_{pp} \cos \varphi' - G_{pe} \sin \varphi'] - \sin \varphi \int d\varphi' [-G_{ep} \sin \varphi' + G_{ee} \cos \varphi']$$

check again now!



# Note

Date.

Assum  $\mu_{x,y} = f(\vec{r})$  - Lagrangian method

Ygobno because  $\mu_{\pm} = \mu_x \pm i\mu_y$ .  $h_{\alpha\beta}^x$  nowa onyem

$$\begin{cases} -\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_+}{dt} = -iH_t \mu_+ - h_m^y + i h_m^x = -i [H_t \mu_+ - (h_m^x + i h_m^y)] \\ -\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_-}{dt} = iH_t \mu_- - h_m^y - i h_m^x = i [H_t \mu_- - (h_m^x - i h_m^y)] \end{cases}$$

$$h_m^+ = h_m^x + i h_m^y = \int d^2 \vec{r}' [(G_{xx} + i G_{yx}) \mu_x(\vec{r}', t) + (G_{xy} + i G_{yy}) \mu_y(\vec{r}', t)]$$

$$h_m^- = h_m^x - i h_m^y = \int d^2 \vec{r}' [(G_{xx} - i G_{yx}) \mu_x(\vec{r}', t) + (G_{xy} - i G_{yy}) \mu_y(\vec{r}', t)]$$

t.e. vago  $\mu_{x,y} = f(|\vec{r}'|, t) \sim \int d\varphi' (G_{xx} + i G_{yx}), \int d\varphi' (G_{xy} + i G_{yy})$

$$\int d\varphi' (G_{xx} + i G_{yx}) = \int d\varphi' [\cos \varphi (G_{\rho\rho} \cos \varphi' - G_{\rho\varphi} \sin \varphi') -$$

$$- \sin \varphi (-G_{\varphi\varphi} \sin \varphi' + G_{\varphi\rho} \cos \varphi') + i \sin \varphi (G_{\rho\rho} \cos \varphi' - G_{\rho\varphi} \sin \varphi') + i \cos \varphi (G_{\varphi\rho} \cos \varphi' -$$

He nomoer  $\int d\varphi' (-)$ .

$$h_m^x = \int d^2 \vec{r}' [G_{xx} \frac{1}{2} (\mu_+ + \mu_-) + G_{xy} \frac{1}{2i} (\mu_+ - \mu_-)] =$$

$$= \frac{1}{2} \int d^2 \vec{r}' [(G_{xx} - i G_{xy}) \mu_+ + (G_{xx} + i G_{xy}) \mu_-]$$

$$h_m^y = \frac{1}{2} \int d^2 \vec{r}' [(G_{yx} - i G_{yy}) \mu_+ + (G_{yx} + i G_{yy}) \mu_-]$$

$$h_m^x + i h_m^y = \frac{1}{2} \int d^2 \vec{r}' [(G_{xx} + G_{yy} - i G_{xy} + i G_{yx}) \mu_+ + (G_{xx} - G_{yy} + i G_{xy} + i G_{yx}) \mu_-]$$

vago, Cu. 9/103 π.

$$(G_{xx} + G_{yy} - i G_{xy} - i G_{yx}) = \cos \varphi (G_{\rho\rho} e^{-i\varphi'} - i G_{\rho\varphi} e^{-i\varphi'}) -$$

$$- \sin \varphi (-i e^{-i\varphi'} G_{\varphi\varphi} + G_{\varphi\rho} e^{-i\varphi'}) + \sin \varphi (-i e^{i\varphi'} G_{\rho\rho} + G_{\rho\varphi} e^{i\varphi'}) +$$

$$+ \cos \varphi (-i e^{i\varphi'} G_{\varphi\rho} + G_{\varphi\varphi} e^{i\varphi'}) = (G_{\rho\rho} - i G_{\rho\varphi}) \cos \varphi e^{-i\varphi'} +$$

$$+ i \sin \varphi (G_{\varphi\rho} + i G_{\varphi\varphi}) e^{-i\varphi'} + \cos \varphi e^{i\varphi'} (G_{\varphi\varphi} - i G_{\varphi\rho}) -$$

$$- i \sin \varphi (G_{\rho\rho} + i G_{\rho\varphi}) e^{i\varphi'}$$

$$\rightarrow \int_0^{2\pi} d\varphi' (G_{xx} - i G_{xy}) = \int d\varphi' [\cos \varphi (G_{\rho\rho} - i G_{\rho\varphi}) e^{-i\varphi'} + i \sin \varphi (G_{\varphi\rho} + i G_{\varphi\varphi}) e^{-i\varphi'}]$$

$$= \cos \varphi \int d\varphi' e^{-i\varphi'} [\sum_m C_m e^{im(\varphi-\varphi')} - i \cdot i \sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} G_m(\rho, \rho')] +$$



Date.

$$+ i \sin \varphi \int d\varphi' e^{-i\varphi'} \left[ \sum_m m^2 a_m e^{im(\varphi-\varphi')} + i(-i) \sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} b_m(\varphi') \right] =$$

$$= \cos \varphi \cdot 2\pi \left[ c_1 e^{-i\varphi} + b_{-1}(\varphi') (-i) e^{-i\varphi} \right] + i \sin \varphi \cdot 2\pi \left[ a_1 e^{-i\varphi} - b_{-1}(\varphi') e^{-i\varphi} \right] =$$

$$= 2\pi \cos \varphi e^{-i\varphi} [c_1 - b_{-1}(\varphi')] + 2\pi i \sin \varphi e^{-i\varphi} [a_1 - b_{-1}(\varphi')]$$

$$\rightarrow \int d\varphi' (G_{yy} + i G_{yx}) = \cos \varphi \int d\varphi' e^{i\varphi'} (G_{\varphi\varphi} - i G_{\varphi\varphi}) - i \sin \varphi (G_{\varphi\varphi} + i G_{\varphi\varphi}) e^{i\varphi} =$$

$$= \cos \varphi \int d\varphi' e^{i\varphi'} \left[ \sum_m m^2 a_m e^{im(\varphi-\varphi')} - i(-i) \sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} b_m(\varphi') \right] -$$

$$- i \sin \varphi \int d\varphi' e^{i\varphi'} \left[ \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} c_m + i(i) \sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} b_m(\varphi') \right] =$$

$$= \cos \varphi \cdot 2\pi e^{i\varphi} [a_1 - b_{-1}(\varphi')] - 2\pi i \sin \varphi e^{i\varphi} [c_1 - b_{-1}(\varphi')]$$

$$\int d\varphi' [G_{xx} + G_{yy} - i G_{xy} - i G_{yx}] = 2\pi \cos \varphi e^{-i\varphi} [c_1 - b_{-1}(\varphi')] +$$

$$+ 2\pi i \sin \varphi e^{-i\varphi} [a_1 - b_{-1}(\varphi')] + 2\pi \cos \varphi e^{i\varphi} [a_1 - b_{-1}(\varphi')] - 2\pi i \sin \varphi e^{i\varphi} [c_1 - b_{-1}(\varphi')] =$$

$$= (1 - i \sin 2\varphi) [c_1 - b_{-1}(\varphi')] 2\pi + 2\pi (1 + i \sin 2\varphi) [a_1 - b_{-1}(\varphi')] =$$

Докажем, что  $c_1 - b_{-1}(\varphi') = a_1 - b_{-1}(\varphi')$  как  $2\pi/I$ ,  
 where  $\mu_{x,y}(\varphi')$  (zero ne moner dno  
 b emy  $\mu_{x,y}(\varphi')$ ). moner, an. 26/VI, nago  $\int d\varphi(\dots)$  case.

$$\begin{cases} a_1(\varphi') = (-2) \frac{1}{\varphi'} \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho') \\ c_1(\varphi') = (-2) \int \frac{dk}{k} f(kL) \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_1(k\rho')}{\partial \rho'} \\ b_1(\varphi') = (+2) \frac{1}{\rho'} \int \frac{dk}{k} f(kL) \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial \rho} J_{-1}(k\rho'), \quad b_1(\varphi') = b_{-1}(\varphi') \end{cases}$$

См. 9-11/I 20032. - "Quattro" - 10 pages.



# Note

Date. 14. 11. Vortex "breath" modes - *penetration into gap*

→ Galvanic calc. "breath" modes frequencies  
c m. simulations by Novosad (Cu. 22/I).

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = I(\beta), \quad I(\beta) = 2 \int_0^{\infty} dt t f(\beta t) F^2(t), \quad F(t) = \int_0^1 dx J_1(x)$$

→ *200* ~~2000~~ quasi-uniform mode ( $M_p(\rho) \propto \text{const}$ ).

→ Holovac *crystal* ~~crystal~~  $\omega_M/2\pi = 2,95 \frac{\text{GHz}}{\text{Å}} \cdot 4\pi \cdot 0,86 \text{ Å} = 31,9 \text{ GHz}$   
( $M_s = 860 \text{ G}$ )

| $M_s = 860 \text{ G}, \omega_M = 31,9 \text{ GHz}$ |        |        |        |        |        |        |
|----------------------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\beta$                                            | 0,025  | 0,05   | 0,075  | 0,1    | 0,15   | 0,2    |
| $I(\beta)$                                         | 0,0636 | 0,0996 | 0,1384 | 0,1734 | 0,2351 | 0,2885 |
| $\frac{\omega}{\omega_M} = \sqrt{I(\beta)}$        | 0,252  | 0,316  | 0,372  | 0,416  | 0,485  | 0,537  |
| $\frac{\omega_M(\beta)}{2\pi} \text{ GHz}$         | 8,04   | 10,08  | 11,87  | 13,27  | 15,47  | 17,13  |

For *crystal* ~~crystal~~  $1 - 1,5 \text{ GHz}$  *breath*, *then*  
micromag calc  $\omega \sim \beta^{1/2}$ . *calc. analog.*  
*no dependence on  $\beta$*

→ *1/3* *frequency* *penetration into gap*  $\propto \beta$  *at  $\beta$  - *high**  
*value*  $\propto 13/11$  *uniform crystal* ( $N=200$ ):

| $M_s = 860 \text{ G}, \omega_M = 31,9 \text{ GHz}$ Breath-Int-Eq. mod |           |                        |       |       |              |       |
|-----------------------------------------------------------------------|-----------|------------------------|-------|-------|--------------|-------|
| $\beta$                                                               | 0,025     | 0,05                   | 0,075 | 0,1   | 0,15 $13/11$ | 0,20  |
| $\frac{\omega_A(\beta)}{2\pi} \text{ GHz}$                            | 6,48      | 9,80<br>(9,33)         | 11,22 | 12,68 | 13,77        | 15,54 |
| $\omega_2/2\pi$                                                       | 9,58/9,92 | 13,07/13,45<br>(12,42) | 14,67 | 16,57 | 18,92        | 20,84 |
| $\omega_3/2\pi \text{ GHz}$                                           | 11,24     | 15,69<br>(14,15)       | 16,82 | 18,67 | 21,91        | 23,47 |

$N=250$

*Rad-gune*  $N=300$

Compare c micromag calc. *results*.



Date. 16 . III .

→ Природа миним. моды ( $8-9 \text{ GHz}$ ,  $\beta = 0.15$ ) в спектре SW vortex'a. Эта мода преобладает, локализ. н/м  $p \ll R$  и возможно имеет большой exch. вклад в расторг, как это уже отмечалось, мода  $\propto \vec{q} \parallel \vec{H}$  (PRL, Jan. 2002), локализ. н/м  $\propto \max H_m$

Дан Гамильтониан не вращающ. Если считать  $\vec{M} = \vec{f}(p)$  только  
и  $M_g = 0$ , то  $\vec{H}_m^0(p, z) = (H_m^p(p, z), 0, H_m^z(p, z))$  - см. 22/10/01.  
Если считать и по "z" учитывать  $\frac{1}{L} \int_0^L z dz' (\dots)$ , то  $\langle H_m^p \rangle_z = 0$   
и остается только  $H_m^z(p)$ .

$$H_m^2(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') M_z(\vec{r}')$$

$$g_{zz}(g, g') = \frac{1}{L} \int dz dz' \int d\epsilon' G_{zz}(g, \epsilon, z; g', \epsilon', z')$$

$$H_m^z(p) = \frac{1}{L} \int_0^L H_m^z(p, z) dz = \int_0^p ds' s' g_{zz}(p, p') M_z(p'), \quad M_z \neq 0 \text{ только в "узком" } p \leq \theta.$$

$$g_{zz}(g, g') = -\frac{4\pi}{L} \int_0^\infty dk [1 - e^{-kL}] J_0(kg) J_0(kg')$$

Можно использовать условие  $\mu_z = \mu_s \frac{b^2 - p^2}{b^2 + p^2}$ ,  $p \leq b$ , тогда

$$H_m^z(s) = M_s \int_0^{\theta} ds' s' g_{zz}(P, s') \frac{\theta^2 - s'^2}{\theta^2 + s'^2}, \quad H_m^z(P) \text{ — значение в } s=0$$


The many  $p \ll 1$  game  $g_{zz}(p, p') = -\frac{4\pi}{p} \delta(p, p')$   $-H_m^2$   
 $H_m^2 = -4\pi M_z(s) \neq 0$   
 $\frac{1}{4\pi} p \leq 6$

Т.е.  $-H_m^2(p)$  не имеет макс при  $p \neq R$  и не может  
быть основной модой при  $p \neq R$ .

Answer  $H_m^S(\rho, z) = -2\pi \frac{\partial}{\partial \rho} \int d\rho' \rho' \int dk \left[ e^{-k|z-L|} e^{-kz} \right] J_0(k\rho) J_0(k\rho') M_z(\rho')$

$\psi_n(\rho, z)$  нечетна отн. т.  $z = L/2$ ; на горния грън  $z = L$ :

$$H_m^p(p, L) = -2\pi \frac{\partial}{\partial p} \int dp' p' \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(kp) J_0(kp') M_z(p') =$$

$$\stackrel{\text{seg } L \rightarrow \infty}{=} \frac{L}{2} \frac{\partial}{\partial p} \int dp' p' g_{zz}(p, p') M_z(p') = \frac{L}{2} \frac{\partial}{\partial p} H_m^z(p) \quad \left| \begin{array}{c} H_m^p(p, L) \\ \text{area} \end{array} \right.$$

Т.е. не важно чему  $H_m^p(p, z=q_L)$  имеет  
max при  $p \approx R$ . Наоборот, экстремум  $H_m^p(p)$   
лежит ближе  $p=B$ .  $H_m^p(p, L) = -H_m^p(p, 0)$ .



# Note

## Vortex dynamics - классификация мод

Date.

Визуально спектр магнитных возмущений vortex'a состоит из:

- 1) Локализированные низкочастотные моды с большим exch. вкладом  
(область локализации - неясна,  
21/12 было предложено, что мода локализована в центре и попер.  $r \approx R$ , но такой подход проблематичен - локализация означает отсутствие exch. вклада.  
и у Kovalova и у Wernera -  $\langle M_z \rangle$  эта мода наблюдается в micromag. calc. с учетом обмена)  
Аналогично - эта низкочастотная мода локализована на "core"  $r \approx 0$  и представляется собой true "breath" mode.  
ее частоту можно найти 7/III, но она без exch. вклада.

- 2) Нелокализованные магнитостат. моды с очень малым exch. вкладом

(примером таких мод явл.  $\mu(r) \equiv \text{const}$ ,

именно эти моды и попер. из магнитостат. инт. упр. 21/1

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \mu(r) = \int d\mathbf{r}' \mathbf{r}' G(\mathbf{r}\mathbf{r}') \mu(\mathbf{r}') \quad \text{и} \quad \ell(r) = -\frac{\omega}{\omega_M} \mu(r)$$

Каждый вносит обменные локализ. моды (но  $\theta_0 = \pi/2$  - true "core" и на краях "core")

$$\begin{cases} \omega \mu = \nabla^2 \ell + \frac{1}{\rho^2} \ell + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' \mathbf{r}' g_{zz}(\mathbf{r}\mathbf{r}') \sin \theta_0(\mathbf{r}') \ell(\mathbf{r}') \\ \omega \ell = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' \mathbf{r}' g_{\rho\rho}(\mathbf{r}\mathbf{r}') \mu(\mathbf{r}') + \nabla^2 \mu(r) \end{cases}$$

$$\omega^2 \mu = \left[ \nabla^2 + \frac{1}{\rho^2} \right] \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' \mathbf{r}' g_{\rho\rho}(\mathbf{r}\mathbf{r}') \mu(\mathbf{r}') + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' \mathbf{r}' g_{zz}(\mathbf{r}\mathbf{r}') \sin \theta_0(\mathbf{r}') \times$$

$$\times \left[ \nabla_{\mathbf{r}'}^2 \mu(\mathbf{r}') + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}'' \mathbf{r}'' g_{\rho\rho}(\mathbf{r}'\mathbf{r}'') \mu(\mathbf{r}'') \right] + \left[ \nabla^2 + \frac{1}{\rho^2} \right] \nabla^2 \mu, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

$$\left[ \nabla^2 + \frac{1}{\rho^2} \right] g_{\rho\rho}(\mathbf{r}\mathbf{r}') = \left[ \nabla^2 + \frac{1}{\rho^2} \right] (-4\pi) \int d\mathbf{k} k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho') =$$

$$= (-4\pi) \int d\mathbf{k} k f(kL) J_1(k\rho') \left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \right] J_1(k\rho) =$$

$$= (-4\pi) \int d\mathbf{k} k f(kL) \left( \frac{2}{\rho^2} - k^2 \right) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$$

( $\int d\mathbf{k}(\dots)$  расходуется из-за этого  $k^2$ .)



# Vortex true "breath" mode

Note

18-22/III Vorp. APS (Chai, Cowburn, Rescia, Volkovskiy, Moshchuk, Grimsditch, Shi, Tserkovnyak, Roschin, Vlasov-Vlasov, Mironov, Kabanov)

Date:

Sparks: 1 saturated unimagn. gas

$$\frac{\omega}{J} = H - 4\pi M_s + 4\pi M_s \frac{1}{4} k_y L, \quad k_y = \frac{\delta m_n}{R}$$

more  
not a vortex  
(unimagn.)

$$\frac{\omega}{J} = H - 4\pi M_s + Dk^2 + 4\pi M_s \frac{2}{\pi^2} k_y L, \quad k^2 = k_y^2 + k_z^2$$

$$\begin{cases} M^+ = a \sqrt{2\pi M_s - J^2 a^2} \\ M_z = M_s - J a^2 \end{cases} \quad \text{-- vacuum Holstein - Primakoff}$$

Phononlike no eigen functions  $a = \sum_i a_i m_i(\vec{r})$

Yp. glavn.

$$\frac{da_j}{dt} = -i \frac{\partial H}{\partial a_j^*}$$

$$[a^2] = \left[ \frac{M_s}{J} \right] -$$

-- unnormalized generating  
S = \int L dt

G.A. Held. PRB 64, 012408 (2001).

Das  
Lada:

$$H_z(mn) = \frac{\omega}{J} + \underbrace{4\pi M_s}_{M_z} - H_{AL} - \pi M_s \delta m_n \left( \frac{L}{R} \right)$$

24/III

## Vortex true "Breath" mode.

Populatsiya  $c, a^*$  nozhozno glia oimcanne SW  
omocionono  $|a|^2 \ll 1$  ground state, r.e.  $M_z \approx M_s$  -  
-saturated state 1102.

Mago armamharb excitations osh. vortex ground state.

Mago xopemo znash 360 ground state, kashany kan (8/1)

argumy ykoba  $f(z) = i \frac{z}{c}$ ,  $c = |c| e^{-i\varphi}$  nfm  $p = c_0$  moner  
magazhe moyam, r.k. camur. u gennamiracine naphabien  
ground state ykoba moyas naphenytybasoch.

Bee me naitgen zashoy "Breath" mode B nfmamamam



# Note

$$\sqrt{\frac{\gamma}{M_s}} a \rightarrow a$$

Date.

Угол, т.е. расстояние между осью вращения и  $f(z) = i \frac{z}{c}$  преобразование  $\vec{m}(P)$ .

$$M_z = M_s - \gamma a a^*, \quad m_z = 1 - \left( \frac{\gamma}{M_s} \right) a a^* \rightarrow m_z = 1 - a a^*$$

с гр. соотнош  $m_z = \frac{1 - |W|^2}{1 + |W|^2} = 1 - 2 \frac{|W|^2}{1 + |W|^2}$ , т.е.  $|a|^2 = 2 \frac{|W|^2}{1 + |W|^2}$

$$m^+ = \frac{M^+}{M_s} = \frac{a}{M_s} \sqrt{2\gamma M_s - \gamma^2 a a^*} = \sqrt{\frac{\gamma}{M_s}} a \frac{1}{\sqrt{2M_s}} \sqrt{2\gamma M_s - \gamma^2 a a^*} = \sqrt{\frac{\gamma}{M_s}} a \sqrt{2 - \frac{\gamma}{M_s} a a^*}$$

$$\rightarrow m^+ = a \sqrt{2 - a a^*}, \quad m^- = a^* \sqrt{2 - a a^*}$$

гр.  $m^+ = \frac{2W}{1 + |W|^2}$ ,  $a \sqrt{2 - a a^*} = \frac{2W}{1 + |W|^2}$

$$(\sqrt{2 - a a^*})^2 = 2 - a a^* = 2 - |a|^2 = 2 - 2 \frac{|W|^2}{1 + |W|^2} = 2 \frac{1}{1 + |W|^2}$$

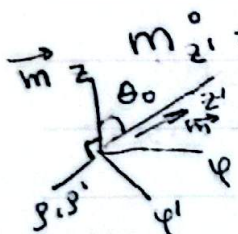
$$a = \frac{1}{\sqrt{2 - |a|^2}} \frac{2W}{1 + |W|^2} = \frac{\sqrt{1 + |W|^2}}{\sqrt{2}} \frac{2W}{1 + |W|^2} = \sqrt{\frac{2}{1 + |W|^2}} W(z, z^*)$$

$$a = \left( \frac{2}{1 + |W|^2} \right)^{1/2} W(z, z^*), \quad a^* = \left( \frac{2}{1 + |W|^2} \right)^{1/2} W^*(z, z^*)$$

связь  
SW с осью вращения  
с  $W(z, z^*)$

Ано,  $a a^* = 2 \frac{W W^*}{1 + |W|^2} \sim 1$ , т.к.  $|W|^2 \sim 1$  возле vortex core  $P \approx 0$ . В случае "a, a\*"  $W$  tot дается не учитываются. группами по a, a\*.

Итого  $m_{z'} = 1 - a a^*$ ,  $Oz'$  - направление осей  $\parallel \vec{m}(P)$ .



$$m_{z'}^0 = 1, \quad m_{\varphi'}^0 = 0$$

$$\begin{cases} m_{z'} = m_z \cos \theta_0 + m_{\varphi} \sin \theta_0 \\ m_{\varphi'} = -m_z \sin \theta_0 + m_{\varphi} \cos \theta_0 \\ m_{\varphi'} = m_{\varphi} \end{cases}$$

$$m_{z'}^0 = \cos \theta_0 \cdot \cos \theta_0 + \sin \theta_0 \sin \theta_0 = 1, \text{ т.к. } \vec{m}^0 = (0, \sin \theta_0, \cos \theta_0)$$

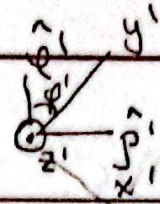
$$0 = (\delta \vec{m} \cdot \vec{m}^0) = \delta m_{z'} \cdot m_{z'}^0 + \delta m_{\varphi'} \cdot m_{\varphi'}^0 + \delta m_{\varphi} \cdot m_{\varphi}^0 =$$

$$= (0 + \delta m^2) \cdot 1 + \delta m_{\varphi'} \cdot 0 + \delta m_{\varphi} \cdot m_{\varphi}^0 = 0 + 0 (\delta m^2)$$

$$\begin{cases} m_{z'} = (\cos \theta_0 - \ell \sin \theta_0) \cos \theta_0 + (\sin \theta_0 + \ell \cos \theta_0) \sin \theta_0 = 1 \\ m_{\varphi'} = -(\cos \theta_0 - \ell \sin \theta_0) \sin \theta_0 + (\sin \theta_0 + \ell \cos \theta_0) \cos \theta_0 = \ell \\ m_{\varphi'} = -\psi \sin \theta_0 = \mu \end{cases}$$



Note



Date.

$$\begin{aligned} m_{x'} &= m_{p'} \cos \varphi' - m_{\varphi'} \sin \varphi' = \mu \cos \varphi' - \ell \sin \varphi' \\ m_{y'} &= m_{p'} \sin \varphi' + m_{\varphi'} \cos \varphi' = \mu \sin \varphi' + \ell \cos \varphi' \\ m_{z'} &= m_{x'} + i m_{y'} = \mu e^{i\varphi'} + \ell (-\sin \varphi' + i \cos \varphi') = \mu e^{i\varphi'} + i \ell e^{i\varphi'} = (\mu + i \ell) e^{i\varphi'} \\ m_{z'} &= 1 + O(\delta \vec{m}^2) \end{aligned}$$

Moments in  $a = \frac{\mu + i \ell}{\sqrt{2}}, a^* = \frac{\mu - i \ell}{\sqrt{2}}, m_{z'} = 1$  ?

Reference  $\kappa$  charge  $C = |C| e^{-i\psi}$  u  $\vec{m}$ , cu.  $7/I$ .

Then  $C = C_0 + \Delta, \Delta = |\Delta| e^{-i\chi} = \delta e^{-i\chi}$

$$\begin{aligned} |C|^2 &= (C_0 + \Delta)(C_0 + \Delta^*) = C_0^2 + C_0(\Delta + \Delta^*) + O(\Delta^2) = \\ &= C_0^2 + C_0 2\delta \cos \chi \end{aligned}$$

$$m_z(p) = \cos \theta(p) = \frac{|C|^2 - p^2}{|C|^2 + p^2} = \cos \theta_0(p) + \frac{\delta \cos \chi}{p} \sin \theta_0(1 - \cos \theta_0)$$

u  $U(p) = -\frac{\delta \cos \chi}{p} (1 - \cos \theta_0)$ . When  $p > |C|$  then  $U(p) = 0$ .



# Note

Dynam. dip. fields of vortex dot

Date. 26. III.

Thema: Josephson Y.M. Acremann

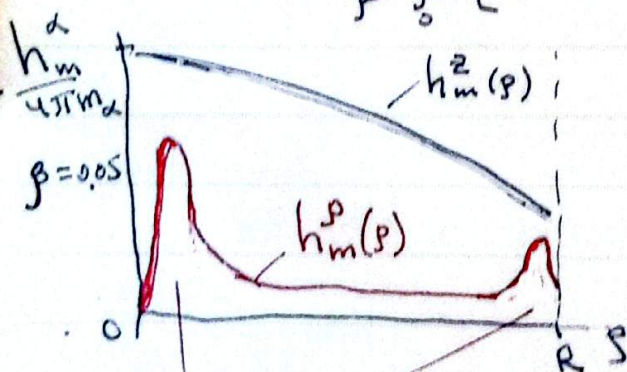
"Magnetic Excitations on Picosecond Time Scale"

$$\begin{cases} h_m^p(p) = \int d\mathbf{s}' \mathbf{s}' g_{pp}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') m_p(\mathbf{s}') & , \text{ cm. } 30/\sqrt{11} \text{ Oe, u } 21/\text{Å} \\ h_m^z(p) = \int d\mathbf{s}' \mathbf{s}' g_{zz}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') m_z(\mathbf{s}') \end{cases}$$

Eben coram Acremann  $m_p = \text{const}$ ,  $m_z = \text{const}$ , u

$$\begin{aligned} \rightarrow h_m^p(p) &= m_p \int d\mathbf{s}' \mathbf{s}' g_{pp}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = m_p \int_0^R d\mathbf{s}' \mathbf{s}' (-4\pi) \int dk k f(kL) J_1(kp) J_1(kp') \\ &= -4\pi m_p \int dk k f(kL) J_1(kp) \int_0^R d\mathbf{s}' \mathbf{s}' J_1(kp') = \dots \\ &= -4\pi m_p \int_0^\infty dt t f(pt) J_1(tp) \int_0^R d\mathbf{s}' \mathbf{s}' J_1(tp') = -4\pi m_p \int_0^\infty dt t f(pt) J_1(tp) F(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow h_m^z(p) &= m_z \int d\mathbf{s}' \mathbf{s}' g_{zz}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = m_z \left( \frac{-4\pi}{L} \right) \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(kp) J_0(kp') \\ &= m_z \left( \frac{-4\pi}{\beta} \right) \int dk [1 - e^{-pt}] J_0(tp) \int_0^R d\mathbf{s}' \mathbf{s}' J_0(tp') = \dots \\ &= -4\pi m_z \frac{1}{\beta} \int_0^\infty dt [1 - e^{-pt}] J_0(tp) \frac{1}{t} J_1(t) \end{aligned}$$



min dip. field  $h_m^p(p)$  u  $\mu(p) = \text{const}$

$h_m^p(p)$  u  $h_m^z(p)$  u  $m_p = \text{const}$   
gla min bozue  $p \approx \beta$  u  $p \approx R$ .

↑  
min  $h_m^p(p)$  ecco u  $\mu(p) = \text{const}$   
u  $\mu(p) = \text{const}$  u  $p \approx R$ ?



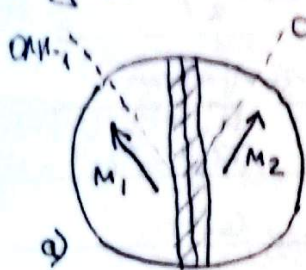
Note

Date. 29/11

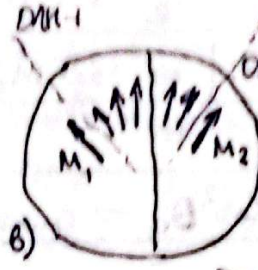
## Twin in spherical particle - Mr

Вспомогательное к вопросу twin в сфер. частице. Рассуждения (где ОН в глыбе неучтены) на ее Mr при сжатии в 3D. Вспомогательное поле  $H$  - см. 14-15, 20-21/11.

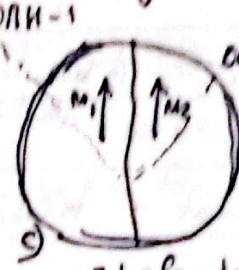
В рассужд. 20-21/11 я упоминал об одном из двух возможных twin (гомеополем), которая это гомеополем. Среди двух возможных тонкая, но сравнимая с  $2R$  рассечением  $M_1, M_2$  и локальные осевые анизотропии. Была указана только магнитоса. Энергия DC из-за сжатия  $M_n$ .



а) тонкая DC  $\ll 2R$   
большие рассечен  
( $\sigma^2 M$  - обмен)



б) "реальная DC"  
 $\delta \sim R$   
средние рассечен



в) single-domain st.  
малые рассечен,  $\delta \ll 2R$   
(обмен  $-JM_1 M_2$  доминирует)

Уменьшение  $R$  рассечен

Случай а) большой рассечен и был рассмотрен 20-21/11  
Случай б) - сжатие, надо ввести  $\theta_1(r), \theta_2(r)$  углы  $M_1, M_2$ .

Рассм. случай в) - с двумя углами exchange  $-JM_1 M_2$   
а) Анизотропный обмен  $\sigma^2 M$  или  $\sigma^2 M$

$$\text{См. 15/11: } W_A = \frac{1}{2} K \cos^2 \gamma_{10} + \frac{1}{2} K \cos^2 \gamma_{20}, \quad K < 0 - \text{ОНН-1,2.}$$

$$\cos \gamma_{10} = \cos(\theta_1^0 - \theta_{1A}), \quad \cos \gamma_{20} = \cos(\theta_2^0 - \theta_{2A}) \quad \varphi_{1,2} = \varphi_A$$

$$\text{Взаг. (twins): } \theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}. \text{ Две симметрии лок. анизотропии } \theta_2^0 = \pi - \theta_1^0.$$

Для симметричного обмена:  $M_1 \parallel M_2$  (uniform st.) и  $\theta_2^0 = \theta_1^0 = \theta_0$ .

$$\cos^2 \gamma_{10} = \cos^2(\theta_0 - \theta_A), \quad \cos^2 \gamma_{20} = \cos^2[\theta_2^0 - \theta_{A2}] = \cos^2[\theta_0 - (\pi - \theta_{A1})] = \cos^2(\theta_0 + \theta_A), \quad \theta_A = \theta_{A1}.$$



Analog:  $J/K \approx 1$   $M_2/M_3 < 1/2$ , no  $K_{eff} > K$   
 (twins)  $J/K \gg 1$   $M_2/M_3 = 1/2$ , no  $K_{eff} < K$

Note

Date.

Twin: Wegen common observer  $\theta_{10} = \theta_{20} = \theta_0$

$$\begin{aligned}
 W_A &= \frac{1}{2} K \left[ \cos^2(\theta_0 - \theta_A) + \cos^2(\theta_0 + \theta_A) \right] = \\
 &= \frac{1}{2} K \left[ 2 + \cos 2(\theta_0 - \theta_A) + \cos 2(\theta_0 + \theta_A) \right] = \\
 &= \frac{1}{4} K \left[ 2 + \cos 2\theta_0 \cos 2\theta_A + \sin 2\theta_0 \sin 2\theta_A + \cos 2\theta_0 \cos 2\theta_A - \sin 2\theta_0 \sin 2\theta_A \right] = \\
 &= \frac{1}{2} K \left[ 1 + \cos 2\theta_A \cos 2\theta_0 \right] = \text{const} + \frac{1}{2} K \cos 2\theta_A (2 \cos^2 \theta_0 - 1) = \\
 &= \text{const} + (K \cos 2\theta_A) \cdot \cos^2 \theta_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W &= W_A + W_m, \quad W_m = \frac{\pi}{2} M_s^2 (\cos \theta_1^0 - \cos \theta_2^0)^2 + \frac{2\pi}{3} \vec{M}_0 = \\
 &= \left| \theta_1^0 = \theta_2^0 \text{ common observer. } |K| \gg KM \right| = \frac{2\pi}{3} \vec{M}_0^2 - \text{w/o frequency}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_0 &= \frac{1}{2} (\vec{M}_1 + \vec{M}_2) = \vec{M}_1 \\
 \vec{M}_0^2 &= M_1^2 = M_2^2 \quad |K_{eff}| < K
 \end{aligned}$$

$$W = \text{const} + K \cos 2\theta_A \cdot \cos^2 \theta_0 = \text{const} + K_{eff} \cos^2 \theta_0, \quad K_{eff} > 0$$

Angewandte OPH (OPH) oder cos  $\theta = 0$  (0°) - konstante 1. und 2. twin

Paraphrase twin-particle u single-particle:

$\theta_1^0, \theta_2^0$  ne zusammenfallen in einem Augenblick, t. u.  $\vec{M}_1$  ne  $\parallel \vec{M}_2$  ( $\theta_1^0 = \theta_2^0$ )  
 u. werden in einem common observer  $\vec{M}_1 = \vec{M}_2$  u.  $\theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0$ .

$$K_{eff} = K \cos 2\theta_A = -|K| \cos 2\theta_A = -|K| \cos(110^\circ) > 0, \quad \text{t. u. } \theta_A = 55^\circ$$

$$W = \text{const} + K_{eff} \cdot \cos^2 \theta_0, \quad K_{eff} > 0 \text{ const. OPH (!) } \theta_0 = \pi/2, \text{ t. u. } \theta_0 = \pi/2$$

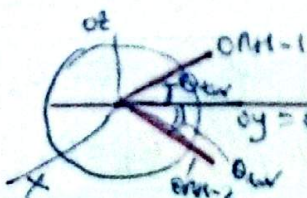
W/ proben:

$$\begin{aligned}
 \text{OPH-1} & \text{ unter } (\theta_{A1}, \varphi_{A1}) = (\theta_{A1}, \pi/2) \quad \vec{M}_1 = \theta_1 \cdot \varphi_1 \\
 \text{OPH-2} & \text{ unter } (\theta_{A2}, \varphi_{A2}) = (\theta_{A2}, \pi/2) \quad \vec{M}_2 = \theta_2 \cdot \varphi_2
 \end{aligned}$$

$$\cos \delta_1 = \cos(\vec{M}_1, \text{OPH-1}) = \cos \theta_1 \cos \theta_{A1} + \cos(\varphi_1 - \pi/2) \sin \theta_1 \sin \theta_{A1} = \cos(\theta_1 - \theta_{A1})$$

$$\cos \delta_2 = \cos(\vec{M}_1, \text{OPH-2}) = \cos \theta_2 \cos \theta_{A2} + \cos(\varphi_2 - \pi/2) \sin \theta_2 \sin \theta_{A2} = \cos(\theta_2 - \theta_{A2})$$

$\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$  momente messen. u. z. min W.



Dann  $\cos 2\theta_A < 0$ , mago verhältnis  $\theta$  x'y'z' common  
 zge  $0z' \parallel 0y$ .



Note

Date:

Remanence:  $M_z = \frac{\vec{M} \cdot \vec{H}}{H} = \frac{1}{2} [\vec{M}_1 \vec{n}_H + \vec{M}_2 \vec{n}_H] =$   
 $= \frac{1}{2} M_S \cos(\theta_1^0 - \theta_H) + \frac{1}{2} M_S \cos(\theta_2^0 - \theta_H) = \left| \theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0 \text{ в осн. цилиндрич.} \right|$   
 $= M_S \cos(\theta_0 - \theta_H)$ ,  $\theta_0$  - равновес. угол без поля.

→ Но если  $\vec{H} \Rightarrow$  магн. поле в сис. координат  
 не со axial symmetry of anisotropy, тогда  $\varphi = \varphi_H$  и  
 $\frac{\vec{M} \cdot \vec{H}}{M_S H} = \cos(\theta_0 - \theta_H)$ . Но мы уже использовали  $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$ ,  
 асимметрию (даже неканонич.) потеряли?

Можно формально перейти в  $x'y'z'$ ,  $z'$  по  $\theta_0$   
 $\theta_0' = \pi/2 - \theta_0$  и  $W = \text{const} + K_{eff} \cos^2 \theta_0 = C + K_{eff} \sin^2 \theta_0'$   
 $K_{eff} > 0$ , т.е.  $\theta_0' = 0$  - ОЛН,  $M_z = M_S \cos(\theta_0' - \theta_H) = M_S \cos \theta_H$   
 и  $\langle M_z \rangle_{\theta_H} = (V/2) M_S$  как где ОЛН.

Но будет ли  $\theta_0' = 0$  или  $(\theta_0 = \pi/2, \varphi_0 = 0)$  настоящей ОЛН?  
 С axial симметрией? Тогда  $\theta_0' = \varphi_H'$ . Нет, не будет.

$\lim_{H \rightarrow M_S} \frac{M_z}{M_S} = \frac{\vec{M} \cdot \vec{H}}{M_S H} = \frac{1}{2} [\cos(\theta_1^0) \cos \theta_H + \cos(\varphi_1^0 - \varphi_H) \sin \theta_1^0 \sin \theta_H] +$   
 $+ \frac{1}{2} [\cos \theta_2^0 \cos \theta_H + \cos(\varphi_2^0 - \varphi_H) \sin \theta_2^0 \sin \theta_H] = \left| \begin{matrix} \theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0 \\ \varphi_1^0 = \varphi_2^0 = \varphi_0 \end{matrix} \right| =$   
 $= \cos \theta_0 \cos \theta_H + \cos(\varphi_0 - \varphi_H) \sin \theta_0 \sin \theta_H = \left| \begin{matrix} \theta_0 = \pi/2 \\ \varphi_0 = \pi/2 \end{matrix} \right| =$   
 $= |\sin \varphi_H| \sin \theta_H$  и что  $\langle M_z \rangle_{\theta_H, \varphi_H} = 0$ ?  $\varphi_0 = \pi/2$  и  $\varphi_H = \pi/2$ ?

Без асимметрии — засен twin как же независим.  
 Засенны с осью ОЛН (ОЛН-1 под фин. углом и ОЛН-2)

С осью ( $\varphi_H$ )  $\theta_{01} = \theta_{02}^0, \varphi_2^0 = \varphi_1^0$  — расщепление осей, но с двумя ОЛН  
 (с осью  $\vec{H}$ )

→ Можно ли в 3D случае складывать ОЛН?

Можно сложить ОЛН и ПЛН с общей осью, ОЛН и КОЛН, КОЛН и ПЛН  
 с общей осью, когда задела 2D (нагн) фактически.

→ Можно ли сложить в 3D хоть две ОЛН? Равновесное  
 поле  $\vec{M}$  найти можно, а вот будет ли ось — ОЛН? Пусть  $K_i$  одина-  
 ковы!

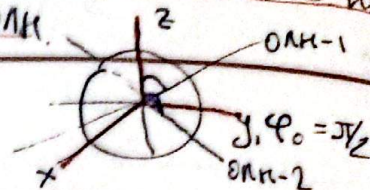
$(\vec{m} \vec{n}_1)^2 + (\vec{m} \vec{n}_2)^2 = (\vec{m} \vec{n}_3)^2 + \text{const (isotropic)}$

Можно ли при заданных  $\vec{m}, \vec{n}_1, \vec{n}_2$  — найти  $\vec{n}_3$  (ess. ОЛН —  
 направление)  $|\vec{m}| = |\vec{n}_i| = 1$ .



Source → wlock.com  
Note

Due Part:  $\frac{|K|}{J} = \frac{(2 \div 7) \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}^2}{(4 \div 5) \cdot 10^8 \text{ Дж/кг}^2} \approx 0,1 \ll 1$ .



В 2D случае  $\vec{m}(\theta)$ ,  $\vec{n}_1(\theta_1)$ ,  $\vec{n}_2(\theta_2)$  не взаимодействуют.

$$\rightarrow \cos^2(\theta - \theta_1) + \cos^2(\theta - \theta_2) = \frac{1}{2} [2 + \cos 2(\theta - \theta_1) + \cos 2(\theta - \theta_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [2 + \cos 2\theta (\cos 2\theta_1 + \cos 2\theta_2) + \sin 2\theta (\sin 2\theta_1 + \sin 2\theta_2)] = C +$$

$$+ \frac{1}{2} \cos 2\theta \cos 2\theta_3 + \frac{1}{2} \sin 2\theta \sin 2\theta_3 = \frac{1}{2} \cos 2(\theta - \theta_3) + C = \cos^2(\theta - \theta_3) +$$

$\theta_3$  и  $\tan 2\theta_3 = \frac{\sin 2\theta_1 + \sin 2\theta_2}{\cos 2\theta_1 + \cos 2\theta_2}$

Вектор:  $\frac{1}{M_s} \langle M_z \rangle_{\theta, \varphi} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta [\sin \varphi \sin \theta] =$

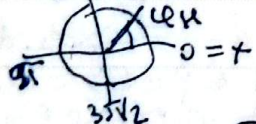
$$= \frac{2}{2\pi} \int_0^{\pi} d\varphi \sin \varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^2 \theta = \frac{1}{\pi} \frac{\pi}{4} (-\cos \varphi)_0^{\pi} = \frac{1}{4} (1 - (-1)) = \frac{1}{2}$$

Упрощения:  $\frac{M_z}{M_s} = \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta_0 \sin \theta$ , min при  $\theta_0 = \pi/2, \varphi_0 = \pi/2$

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ sign}(y) = \frac{\pi}{2} \text{ sign}(\sin \varphi)$  — поле взаимодействует  
одно из направлений с осью М.

$\rightarrow \frac{M_z}{M_s} = \cos(\pm \frac{\pi}{2} - \varphi) \sin \theta = \pm \sin \varphi \sin \theta = \text{sign}(\sin \varphi) \sin \varphi \cos \theta$

$y, \pi/2 = |\sin \varphi| \cos \theta$ , что дает  $\int_0^{2\pi} d\varphi (\dots) = 2 \int_0^{\pi} d\varphi (\dots)$  и  $\frac{M_z}{M_s} = \frac{1}{2}$ .



но  $\theta$  меняется  $\int_0^{\pi} d\theta (\dots)$ .

Т.е. получилось что twin-расщепление в направлении

сильного обмена  $\frac{1}{M_s} \langle M_z \rangle_{\theta, \varphi} = 1/2$ , как для ОН-1.

Хотя ОН-1 и ОН-2 не взаимодействуют в ОН-эф.

Но это все при  $J \gg |K|$ , в 0-приближении.

Тогда  $\theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0$ ,  $\theta_0 = \pi/2$  равновесное.

$\rightarrow$  при угловом  $K$ ,  $\theta_1^0 = \frac{\pi}{2} - \delta$ ,  $\theta_2^0 = \frac{\pi}{2} + \delta$  и  $\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = \varphi_0$  полн

$$\delta \sim \left(\frac{K}{J}\right), \quad \frac{M_z}{M_s} = \frac{1}{2} [\cos(\frac{\pi}{2} - \delta) \cos \theta + \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin(\frac{\pi}{2} - \delta) \sin \theta] +$$

$$+ \frac{1}{2} [\cos(\frac{\pi}{2} + \delta) \cos \theta + \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin(\frac{\pi}{2} + \delta) \sin \theta] =$$

$$= \cos \delta \cdot \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta$$

зат.  $\cos \delta$  убывает к  $\frac{M_z}{M_s} = \frac{1}{2} \cos \delta$

$\cos \delta = 1 - \frac{1}{2} \delta^2$  и в лев. по  $\frac{|K|}{J}$  приближ.  $(M_z/M_s = 1/2)$  сохраняется



Note

SW in rectan. dot. <sup>обращение</sup> экв. by Crawford et al.

Date. 30. III.

SW in  $50 \times 50 \mu\text{m}$  FeNi plate (rectan. dot).

обращение экв. by Tamar, Bar, van de Kerkhof, Crawford et al no spatial resolved FMR (MMM-seattle paper).

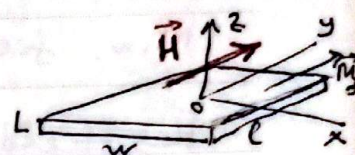
взвеш. параметр SW-rectan. dot в гыке Сабина

$\omega(k_x, k_y)$  — см. 31/I-31/II 012., 8/II 012., 10/II 012.

Хотя в пределе  $\omega \rightarrow 0$  и не раз возмущение  $k$  SW-rectan. dot, но все это было по поводу Вульф и магн. эл.

В гыке Сабина (обращение infinite film)

иже 10/II 012. а теперь не genau.



Дисперс. уравнение  $\infty$ -film:

$$\omega^2(k_x, k_y) = \Omega_k [\Omega_k + \omega_M F(k_x, k_y)] \quad (*)$$

$$\Omega_k = \omega_H + A' \omega_M k^2, \quad \vec{k} = (k_x, k_y, 0)$$

$$F(k_x, k_y) = \underbrace{f(kL) [1 - f(kL)] \frac{\omega_M}{\Omega_k} \left( \frac{k_x^2}{k^2} \right)}_{\text{DE-dispersion, } kL \leq 1/2} + \underbrace{1 - f(kL) \left( \frac{k_y^2}{k^2} \right)}_{\text{BVMSW dispersion}}$$

$$k_x \rightarrow k_{xm} = \frac{m\pi}{w}, \quad k_y \rightarrow k_{yn} = \frac{n\pi}{L} \quad \text{— свободное рождение, неупругое, пусть } \int k_y dy = n\pi$$

Общая пропорция (из PRB - Gus-Slar) где тонкое rectan. dot  $k_w \ll 1$  case:

$$\left( \frac{\omega_{mn}}{\omega_M} \right)^2 = \left[ \frac{\omega_H}{\omega_M} + A' x_{mn}^2 + H_{mn} + f(x_{mn}L) \frac{q_m^2}{x_{mn}^2} \right] \left[ \frac{\omega_H}{\omega_M} + A' x_{mn}^2 + H_{mn} + 1 - f(x_{mn}L) \right]$$

$$x_{mn}^2 = q_m^2 + q_n^2, \quad q_m = \frac{m\pi}{w}, \quad q_n = \frac{n\pi}{L}, \quad \vec{M}_0 \parallel \vec{Oy}.$$

Если в (\*) положить  $H_{mn}$  (магн. эл.  $\frac{q_n^2}{q_m^2}$ ) = 0 и считать  $\omega_{mn} \rightarrow k_x, q_n \rightarrow k_y$ , то она в точности совпадает с ф. Каннико — Сабина (\*) где  $\infty$  — иже (см. 10/II 012.)



# Note

Date.

$\omega_H + \omega_M H_{mn}$  заменим на  $\omega_{H_i} = \gamma H_i$ ,  $H_i = H + \dot{H}_d^y(x, y)$   
 Две  $H_d^y(x, y)$  можно усреднить.  $\langle H_d^y(x, y) \rangle_x$  или  $\langle H_d^y(x, y) \rangle_{x, y}$  или  
 $H_d^y(x=0, y) = f(y)$  на сред. линии газа  $x=0$

Знач. напряженности газа:

$$\alpha' = \frac{\alpha}{4\pi} = 2.5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2 (\text{FeMn})$$

$$\rightarrow M_S = 7.96 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 796 \text{ G (JAP)}$$

$$M_S = 1.05T / 4\pi = 836 \text{ G (subm. PRL)}$$

$L = 100 \text{ nm}$ ,  $w = l = 50 \mu\text{m}$ ,  $\left( \gamma - ? \right) \gamma = \frac{g \mu_B}{(2\hbar\gamma)} = 2.28 \frac{9.274 \cdot 10^{-21} \text{ J}}{2\pi \cdot 1.0546 \cdot 10^{-34} \text{ J s}} = 2.28 \cdot 1.3996 \frac{\text{GHz}}{\text{Oe}} = 3.19 \text{ GHz/Oe}$

Res. fields:

|   | P1                                          | P2                | P3                | P4                | P5                                          |
|---|---------------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------------------------------|
|   | $37.3 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ | $31.2 \cdot 10^3$ | $25.8 \cdot 10^3$ | $20.8 \cdot 10^3$ | $15.6 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ |
| H | 469 Oe                                      | 392               | 324               | 261               | 196 Oe                                      |
| n | 1                                           | 3                 | 5                 | 7                 | 9                                           |

Max  $k = k_0 = \frac{2\pi}{w_0}$ ,  $w_0$  - (узкая) ширина волнового, возбужден. SW

Garnford et al (PRL-subm.) gas:

$\langle H_d^y \rangle_v = -18.4 \text{ Oe}$ . Но p-не Aharoni (учет газов  $H_d$  - Schlomann)

вычислим  $N_{yy} = -4 \frac{p}{u} \ln \frac{p}{2} = \left| \frac{u=l/w=1}{p=L/w=\frac{100 \text{ nm}}{50 \mu\text{m}}=0.002} \right| = -4p \ln \frac{p}{2} = 5.53 \cdot 10^{-2}$

$\langle H_d^y \rangle = -N_{yy} \cdot M_S = -5.53 \cdot 10^{-2} \cdot 836 \text{ Oe} = -46 \text{ Oe}$  (PRL)

- второе формуле значение.

Дане  $M_S = 796 \text{ G}$  газ  $\langle H_d^y \rangle_v = -5.53 \cdot 10^{-2} \cdot 7.96 \cdot 10^2 \text{ Oe} = -44 \text{ Oe}$

$\vec{M}_0 \parallel y$ :  $\omega_{\perp}^2 = \gamma^2 [H + (N_{xx} - N_{yy})M_S][H + (N_{zz} - N_{yy})M_S]$

$N_{xx} = N_{yy} = -4p \ln \frac{p}{2}$ ,  $N_{zz} = 8p \ln \frac{p}{2} + 4\pi$

$N_{zz} - N_{yy} = 4\pi + 8p \ln \frac{p}{2} - (-4p \ln \frac{p}{2}) = 4\pi + 12p \ln \frac{p}{2} = 4\pi - 3 \cdot 5.53 \cdot 10^{-2} = 12.10$

$\omega_{\perp}^2 = \gamma^2 H [H + (4\pi - 3N_{yy})M_S]$



# Note

Date.

Due neplovo mika  $(H_1 = 469 \text{ oe})$   $\frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{\delta}{2\pi} \sqrt{469 [469 + (4\pi - 3M_{yy}) \cdot 796 \text{ oe}]}$

$\frac{\omega_1}{2\pi} = 2,95 \frac{\text{GHz}}{\text{ke}} \sqrt{0,469 [0,469 + 12,40 \cdot 0,796]} = 6,50 \text{ GHz}$   
 $(M_s = 796 \text{ G})$

|                                     |      |      |      |      |      |
|-------------------------------------|------|------|------|------|------|
| $N_{\text{mika}} \text{ ke}$        | 469  | 392  | 324  | 261  | 196  |
| $\frac{\omega_1}{2\pi}, \text{GHz}$ | 6,50 | 5,92 | 5,36 | 4,80 | 4,14 |

Безем  $\delta/2\pi = 2,95 \frac{\text{GHz}}{\text{ke}}$ , хоме в Тамару-JAP  $g = 2,28$  (?)  $\delta = 3,19 \frac{\text{GHz}}{\text{ke}}$

Бугно,  $2\pi \text{ H}$   $\omega_1 = \omega_{\text{mp}} < \omega_0 - \text{экен.}$ ,  $\frac{\omega_0}{2\pi} = 7,04 \frac{\text{GHz}}{\text{ke}}$

и game  $\delta/2\pi = 3,22 \frac{\text{GHz}}{\text{ke}}$  гас  $\frac{\omega_1}{2\pi} (469 \text{ oe}) = 7,09 \text{ GHz} \approx \frac{\omega_0}{2\pi}$

Нте: Такое буерасление,  $2\pi \delta$  ногбуранов в Грам. PRL, Тамару JAP  
 и условие  $\omega_1(P1) = \omega_0$ .

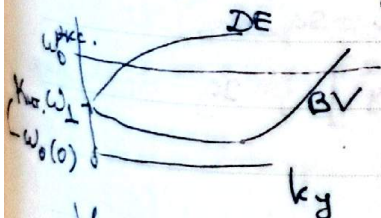
гуснепр. JV. June rect. dot

$$\frac{1}{\omega_M^2} \omega_n^2(k_y) = \left[ \frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d' \alpha_n^2 + f(\alpha_n L) \frac{k_{xn}^2}{\alpha_n^2} \right] \left[ \frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d' \alpha_n^2 + 1 - f(\alpha_n L) \right]$$

где  $k_{xn} = \frac{n\pi}{w}$ ,  $\alpha_n^2 = k_{xn}^2 + k_y^2$ ,  $k_y$  - непрерыв.,  $n = 0, 1, 2, \dots$

Но сугуи  $n=0, k_y=0$  расм. оженно,  $k=0$  - p-м китене- $\omega_1$ .

Сам  $k_{xn}=0, n=0$ , то  $\omega_0^{\text{ex}}(0) \rightarrow \omega_1^0$  менше  $\omega_0(\text{экен.}) = 7,04 \text{ GHz}$ .



Т.е.  $k_x=0$  : где гас неперелене  $\omega_{BV} < \omega_0$  - некаинзание

- 2) Небермо в сбер катени PRL по Bound. con. где  $m_0(x) = \cos(\pi \frac{x}{w})$  и  $\propto \cos \alpha$ .  $k_x = \frac{\pi}{w}$ ,  $n=1$ .

Лого спаре  $n=1$  хоме  $\delta M$  (Тамару-JAP  $\delta M_{\text{нелат.}} n=1, 3, 5, 7, 9$ ),

то  $\cos \alpha$ .  $m_n(x) = \cos(\frac{n\pi}{w} x)$ ,  $m_n(x = \pm \frac{w}{2}) = \cos \frac{n\pi}{2} = 0$  - pinning at  $x = \pm \frac{w}{2}$ .

$$\frac{\omega_1^2(0)}{\omega_M^2} = \left[ \frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d' k_{x1}^2 + f(k_{x1} L) \right] \left[ \frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d' k_{x1}^2 + 1 - f(k_{x1} L) \right]$$



# Note

Date.

$$\alpha' k_{zn}^2 = \alpha' \left( \frac{n\pi}{W} \right)^2 = \alpha' \left( \frac{\pi}{W} \right)^2 n^2 = 2,5 \cdot 10^{-13} \frac{\pi^2 \text{ cm}^2}{(50 \cdot 10^{-4} \text{ cm})^2} n^2 = 0,987 \cdot 10^{-7} n^2$$

Видно, что для  $n=1,3$  это экв. затем необходимо нам.

$$\omega_1(0) = \gamma [H_i + 4\pi M_s f(k_{x1}L)] [H_i + 4\pi M_s \{1 - f(k_{x1}L)\}]$$

$$k_{x1}L = \pi \frac{L}{W} = \pi p = \pi \cdot 0,002 \ll 1, \quad f(x) = \frac{x}{2}, \quad x \ll 1.$$

$$\omega_1(0) = \gamma [H_i + (4\pi M_s) \frac{1}{2} \pi p] [H_i + 4\pi M_s \{1 - \frac{1}{2} \pi p\}]$$

$$(4\pi M_s) \frac{1}{2} \pi p = 10^4 \text{ Oe} \frac{\pi}{2} \cdot 0,002 = 10 \cdot \pi \text{ Oe} \approx 31 \text{ Oe}$$

$$H_i = H + H_d, \quad H_d = H_d^y(x, y).$$

Высо  $H_d^y(x, y) \approx 0$ , чтоומר вын. в центре газа  $u_m$   $y=0$ .

$$\omega_1^{\max}(0) = \gamma [H + 4\pi M_s \frac{\pi p}{2}] [H + 4\pi M_s]$$

$$u H = H_i = 469 \text{ Oe}$$

$$\frac{\omega_1^{\max}(0)}{2\pi} = \frac{\gamma}{2\pi} [H_i + 4\pi M_s \frac{\pi p}{2}] [H_i + 4\pi M_s] = 6,75 \text{ GHz}$$

$$\text{Далее } \omega_1^{\max}(0) < \omega_0^{\text{экв}}$$

$$u \text{ game } u_{\text{m}} M_s = 836 \text{ G} \text{ выходит } \omega_1^{\max}(0) = 6,91 \text{ GHz} \text{ всего } u$$

$$\angle \omega_0 = 7,04 \text{ GHz}$$

Exchange: Виз обм. затем  $H_{\text{ex}} = \alpha' x_n^2 = \alpha' [k_{xn}^2 + k_{yn}^2]$

$$k_{xn} = \frac{n\pi}{W}, \text{ бегем (как 2/2 011.) } (x_y = k_y W), \quad W = 50 \mu\text{m}.$$

$$H_{\text{ex}} = \alpha' \left[ \left( \frac{n\pi}{W} \right)^2 + \frac{x_y^2}{W^2} \right] = \frac{\alpha'}{W^2} [(n\pi)^2 + x_y^2], \quad x_y - \text{сепразмер.}$$

$$\frac{\alpha'}{W^2} = \frac{2,5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2}{(50 \cdot 10^{-4} \text{ cm})^2} = \frac{2,5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2}{25 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2} = 10^{-8}$$

$$\omega_M = \gamma \cdot 4\pi M_s$$

$$\frac{1}{2\pi} \omega_M = 2,97 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}} \cdot 4\pi M_s, \quad M_s = 796 \div 836 \text{ G} - \text{неизбежно.}$$

$$\text{Дал } 4\pi M_s = 1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}, \quad \frac{\omega_M}{2\pi} = 2,97 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}} 10 \text{ kG} \approx 29,7 \text{ GHz.}$$

$$\frac{\omega_{H_i}}{\omega_M} = \frac{\gamma H_i}{\gamma \cdot 4\pi M_s} = \frac{H_i}{4\pi M_s}$$



# Note

Date. 01. IV

Улан жасаган на сумм. Времени:

- 1) SW-PRB no PT co Chabunum
- 2) Vortex - dynamics paper (Scholz, Chant., Novosad)
- 3) Vortex statics paper - RMPD, rigid v. model / conform. model,  $b(z)$  core rad.
- 4) Обращение FMR экск. Гнеба на FeNi, Ni cyl. dot arrays
- 5) Физическая динамика малых вращений (см. 1/III - улан)
- 6)  $M(H)$ , GMR - глыбы. моменты с конкур. аннотированием (ML)
- 7) SW в генерации сверхпроводящих волн, Chant. / solitons в генерации
- 8)  $M(H)$ ,  $M_z$ ,  $H_c$  of 2D vortex. FePt rings - arrays: twins,  $K_1$  induced by intergranular coupling
- 9) Расчет  $M_z$  of twin в сверхпроводящем. Расчет с 2-м и с обнулением
- 10) Обращение Kerr-FMR экспериментов by Crawford et al. **НОС НАСБ file!**
- 11) Review 2 papers: JAP, JMMM
- 12) MFM-vortex в улазр. зоне с Ков., Мем.,  $H_d^2(z)$  на горах
- 13) Vortex-mode of m. reversal в улазр. зоне. Времене и H-завис.
- 14) Abstracts на Pitts. Conf. on Vortex-MPD (Scholz, Chant), FePt-twin. **Sal. Chant.**
- 15) Расчет SW в улазр. зоне (100 nm) в глыбы улазр. head.

Тек. генд:

450 169.00 16.16 26.81 36.50

1) Омарга bills (кб., срах. мам., ~~тепер.~~, IV, elect., credit card)

2) Green card application

3) Travels to ANL (Japan, Korea, Moscow, Kiev-?), билеты в Турцию

4) Деклар. о доходах за 2001 (ITIN, travel Allowance)

5) переводы денег на savings account.

• Federal tax  
• State tax

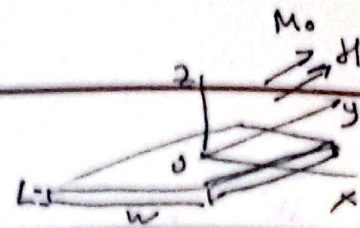
6) Лопе сгаро на US-права.

7) Наим web-site Кор. Ханит'u нонот. Запрещено обан сгар



# Note

Date. 01. IV



→ Bonfoc nogromen  $\delta, M_s, L, H_d$  que odzaczamie exp. no SW 6 50x50 nm dots.  $H_i = H_{res} + H_d$

B Cran-PRL  $\langle H_d^y \rangle = -18$  de  $\ll H_{res}$ , nozomny 6 nepben wfnidunienem wreneszenem  $H_d = \langle H_d^y \rangle$  que nogromen  $\delta, M_s, L$ .

Cnabem wfnegunalec nogromny  $\delta, M_s, L$  uku  $n=5, 7, 9$  no p-re DE, t.e. c  $k_y = 0$ . Dne odzaczamie n neogno/nognoctwo m bgonu bias field -  $O_y$  monno wreneszeno.

1)  $k_y = 0$ , ucu. parymny DE c odzaczamie que nogromny kryco  $M_s = 796$  de,  $\delta/2\pi = 2.97 \frac{GHz}{kde} = \text{const}$  nogromna L nogromna L ucy  $\omega_n^{DE}(L, H) = \omega_0$ ,  $\omega_0 = 2\pi \cdot 7.04 GHz$  gace

a)  $n=9 \Rightarrow L = 136.4 \text{ nm}$

b)  $n=7 \Rightarrow L = 140.6 \text{ nm}$

Otworne  $\omega_n(L, H_n)$  ot  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 44.23 GHz \leq 1 GHz$ ,  $n=3, 5, 7$  u  $n=1$

2) Kryco  $M_s = 836 G$  (Cran-PRL),  $\delta/2\pi = 2.97 GHz/kde$

a)  $n=9 \rightarrow L = 119.3 \text{ nm}$

b)  $n=7 \rightarrow L = 120.9 \text{ nm}$

Otworne  $\omega_n(L, H_n)$  ot  $\omega_0 \leq 0.2 GHz (!)$   $n=1 \div 9$  t.e. DE omc. = 6 de no!

3) Kryco  $M_s = 860 G$  (Nov, TextBooks),  $\delta/2\pi = 2.97 GHz/kde$

a)  $n=9 \rightarrow L = 110.4 \text{ nm}$

b)  $n=7 \rightarrow L = 110.6 \text{ nm}$

Otworne  $\omega_n$  ot  $\omega_0 \leq 0.3 GHz$ ,  $n=1 \div 9$

→ Funowca: rozamny. noga  $\omega_1(k_y)$  radupresce na mngagunalec yzame  $\omega_1(k_y)$ .

→  $M_s = 860 G$  gaborono xofrona: a)  $\delta' = 2.97 \frac{GHz}{kde}$  parymnae;

b)  $L = 110 \text{ nm}$  canagano que  $n=7$  u  $n=9$  DE-eg. u Rad;

c)  $\delta' = 2.97$  u  $M_s = 860 G$  xofrona conac. c inductive ugnepmlem Crawford of slope  $S$ , cu.  $1/V$ ,  $\tan \delta' = 3$



Notes

Квантование света Хенри-Оу,  $k_x \rightarrow k_{xn}$

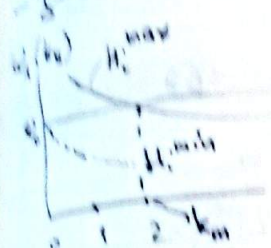
Date

$$\frac{1}{\omega_n} \omega_n^2(k_y) = \left[ \frac{\omega_{H_i}}{\omega_M} + \frac{1}{2} \rho \frac{k_{xn}^2}{\omega_n} \right] \left[ \frac{\omega_{H_i}}{\omega_M} + \frac{1}{2} \rho \frac{k_{xn}^2}{\omega_n} + 1 - \frac{1}{2} \rho \right]$$

Уравнение резонанса  $\omega_n = \omega_0 = 2\pi \cdot 7,04 \text{ GHz}$

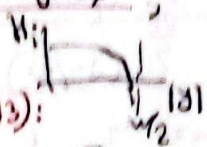
Уравнение  $k_y(y)$  и условие  $\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) = 2\pi$ ,  $k_y = \delta[H_i(y)]$

Значение  $y$  через  $H_i(y) = H_1 + H_2(y)$



$H_i^{\max}$  при  $y=0$  в центре зоны, при  $|y| = y_m$ ,  $H_i(y)$  падает и уменьшается  $\max|y|$  при котором для  $\omega_1(k_{y0}) = \omega_0$  при  $\delta$  уменьш  $|y|$   $\omega_1(k_y) < \omega_0$ . т.е.

интервал  $k$  такого СВ может быть  $k \in [0, k_m]$ ,  $y_{\max}$  она при  $|y| < y_{\max}$ , т.е. в центре зоны и ближе к краям и краев зона.



$k_{xn}^2 = k_{xn}^2 + k_y^2$   
 $H_i(y_{\max})$  такое, что  $\omega_1(H_i) = \omega_0$ .

Итого по (1) (25) (26) - Визант'93:

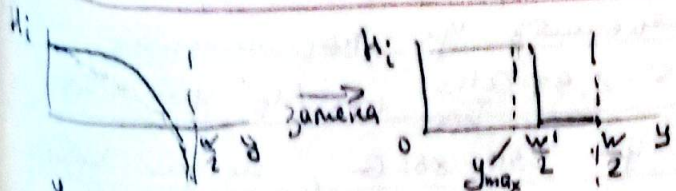
$$\left( \frac{\omega}{\omega_M} \right)^2 = \left[ \frac{\omega_{H_i}}{\omega_M} + \frac{1}{2} \rho \frac{k_{xn}^2}{\omega_n} \right] \left[ \frac{\omega_{H_i}}{\omega_M} + 1 \right]$$

$$\omega^2 = \left[ \omega_{H_i} + \frac{1}{2} \rho \omega_M \frac{k_{xn}^2}{\omega_n} \right] [\omega_{H_i} + \omega_M]$$

$$\frac{1}{2} \rho \omega_M \frac{k_{xn}^2}{\omega_n} = \frac{\omega^2}{\omega_{H_i} + \omega_M} - \omega_{H_i}, \quad \omega_{cn} = \frac{\frac{1}{2} \rho \omega_M k_{xn}^2}{\left[ \frac{\omega^2}{\omega_{H_i} + \omega_M} - \omega_{H_i} \right]}$$

$$x_n = \sqrt{k_y^2 + k_n^2} = \frac{1}{2} \rho k_n^2 \frac{\omega_M (\omega_M + \omega_{H_i})}{\omega^2 - \omega_{H_i} (\omega_M + \omega_{H_i})}, \quad \omega > \omega_1(H_i=0).$$

$$k_y^2(y) = \frac{\rho^2 k_n^4}{4} \left[ \frac{\omega_M (\omega_M + \omega_{H_i}(y))}{\omega^2 - \omega_{H_i} (\omega_M + \omega_{H_i})} \right]^2 - k_n^2, \quad \omega_{H_i} = \delta H_i$$



$$k_y(y) = \begin{cases} \sqrt{(\dots)}, & H_i = \text{const} = H_i(0) \\ & |y| < w/2 \\ \sqrt{(\dots)}, & H_i = 0, |y| > w/2 \end{cases}$$

$$2\pi = \int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) = 2y_m \cdot k_y(y < w/2) = 2y_m \sqrt{\frac{\rho^2 k_n^4}{4} \left[ \frac{\omega_M (\omega_M + \omega_{H_i})}{\omega^2 - \omega_{H_i} (\omega_M + \omega_{H_i})} \right]^2 - 1} \cdot k_n$$

$\omega_{H_i} = \delta H_i(y=0)$ ,  $\omega_{H_i} (\omega_M + \omega_{H_i}) = \omega_1^2$  - значение ФМР  $\omega$  - миним  $\in H_i = H$ , т.е.  $H_i(0) \geq 0$ .

$$2\pi = \int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) = 2y_m k_n \sqrt{\frac{\rho^2 k_n^4}{4} \left[ \frac{\omega_M \omega_1^2}{\omega_{H_i} \omega_1^2 - \omega_1^2} \right]^2 - 1}$$

$n = 1$  где локализу. моды,  $k_n = k_{xn}$



# Note

Date.

T. e.  $2y_m \cdot k_y = 2\pi$  u.  $\omega_n(k_y) = \omega_n\left(\frac{2\pi}{2y_m}\right) \quad (1)$

$$\frac{\rho^2}{4} k_n^2 \left[ \frac{\omega_m}{\omega_{H1}} \frac{1}{\frac{\omega^2}{\omega_{H1}^2} - 1} \right]^2 - 1 = \left( \frac{2\pi}{2y_m k_n} \right)^2, \quad k_n = \frac{n\pi}{w}, \quad n=1$$

$$\omega_{H1}^2 = \omega_H [\omega_H + \omega_m], \quad \frac{\omega^2}{\omega_{H1}^2} = (-), \quad \frac{\omega_{H1}^2}{\delta^2} = H [H + 4\pi M_s]$$

Wp.  $\frac{\delta}{2\pi} = 2.97 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}, \quad 4\pi M_s = 1.08 \cdot 10^4 \text{ G} \quad (M_s = 860 \text{ G}), \quad H = 469$

$$\frac{\omega_{H1}}{2\pi} = 6.83 \text{ GHz}, \quad \frac{2\pi}{2y_m k_1} = \frac{2\pi}{2y_m \frac{\pi}{w}} = \frac{w}{y_m}$$

Wp.  $k_y = \frac{2\pi}{2y_m}$  покрывает 6 квадратов. ур. с  $n=1$  и  $n=2$  не выполняется  $\omega_1(k_y) = \omega_0$

$\rightarrow x_y = k_y w = \frac{\pi}{2} \frac{w}{y_m} = \frac{\pi}{2} \frac{w}{(y_m/w)}, \quad w = 1, 2, 3 \dots$

Выводим, что  $w = 1, (y_m/w) = 0.77$ , что удовлетворяет условиям  $\omega_1(k_y) = \omega_0$ . Но  $y_m < w/2, y_m/w < 0.5$  не выполняется.

t. e. в ур. DE с канон.  $k_x$ , надо добавить дополнительное  $k_y$ , чтобы был нуль скачка.

Info о  $\delta$  и  $M_s$  из inductive exp. Crawford (PRL subm.):

Wp. John Crawford, Livingston, Parker за 20012.

- 1)  $L = 104 \text{ nm}$  exp. value,  $L$  уменьшается.
- 2) Отм. уменьш slope  $\frac{\omega^2}{(2\pi)^2} = SH, \quad S = (\delta')^2 M_s^2, \quad \delta' = \frac{\delta}{2\pi}$   
 Показуя  $\delta'$  можно уменьшить до нормальных значений  $\text{FeNi}$  значения  $2.95 - 2.97 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$ , а  $M_s$  уменьшается с  $4\pi M_s = 10 \text{ kOe}$  ( $M_s = 796 \text{ G}$ ) до  $830 - 860 \text{ G}$ , но так чтобы  $(\delta')^2 M_s = S = \text{const}$ , т.е.  $S$  берется из экв.

$\rightarrow$  Из опыта Crawford:  $S'_{\text{экв}} = 100.3; 100.3; 102.5; 100.0 \text{ GHz}^2/\text{kOe}$

$\rightarrow$  Из опыта Kabe (exp. Crawford):  $S_{\text{экв}} = 103.0; 100.0; 101.5 \text{ GHz}^2/\text{kOe}$

$4\pi M_s = 10.7 \text{ kOe} \rightarrow M_s = 852 \text{ G}$

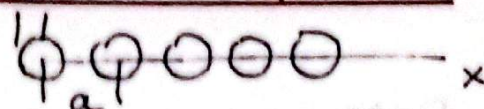
$\bar{S} = 101.1 \text{ GHz}^2/\text{kOe}$

Wp.  $\delta$  и  $M_s = 852 \text{ G}, \quad \delta/2\pi = 3.07 \text{ GHz/kOe}$  - лучше.  $M_s = 860 \text{ G}$  если  $\delta' = 3.06$



Cnecap SW of 1D - use  $\frac{1}{R}$  single-domain spherical dots

Date. 03. IV



2/10 Income Crawford, Scholz, gen. exp., int. exp. no. 100 papers.

3/IV Расчет спектра SW в 12 часовые сферических часов/минут.

Для single-domain spherical particle ( $M(r) = M_0, r \in V_d$ )  
 можно вывести уравнение торез. гиромагн. с  
 моментом  $\vec{m} = \vec{M}_0 V_d$  (см. 13/2, 6/III 002).

$$W_{dd} = \frac{1}{2} \sum_{nn'} \mathcal{D}^{\alpha\beta}(z_n, z_{n'}) m_\alpha(z_n) m_\beta(z_{n'})$$

$$\textcircled{D}^{\alpha\beta}(z_n, z_{n'}) = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{z_{nn'}^3} - \frac{3z_{nn'}^{\alpha} z_{nn'}^{\beta}}{z_{nn'}^5}, \quad \vec{z}_{nn'} = \vec{z}_n - \vec{z}_{n'}$$

$$\text{for } W_{dd} = \frac{1}{2} \sum_{nn'} m_n^\alpha m_{n'}^\beta \frac{\partial^2}{\partial x_n^\alpha \partial x_{n'}^\beta} \frac{1}{|\vec{r}_n - \vec{r}_{n'}|}$$

$$D^{\alpha\beta}(z_n, z_{n'}) = \frac{\partial^2}{\partial x_n^\alpha \partial x_{n'}^\beta} \frac{1}{|\vec{z}_n - \vec{z}_{n'}|}, \quad \alpha = x, y, z.$$

Согласно 9/III деп.-pane на уде "и"

$$H_n^\alpha(\vec{r}, t) = H_n^\alpha(\vec{r}) + h_n^\alpha(\vec{r}, t), \quad \vec{r} \in V_d.$$

$$\vec{M}(\vec{r}, t) = M_0 \vec{i} + \delta \vec{M}(\vec{r}, t), \quad m_0 = M_0 V_d$$

$$\underline{\vec{m}(\vec{r}_n) = m_0 \vec{i} + \vec{\mu}(\vec{r}_n, t)}$$

$$H_n^\alpha = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \Gamma_{\alpha\beta}^{nn}(\vec{z}) m_o^\beta + \sum_{n' \neq n} \frac{1}{r_{nn'}} \left[ \frac{3}{r_{nn'}^2} z_{nn'}^\alpha (\vec{r}_{nn'} \cdot \vec{m}_o) - m_o^\alpha \right]$$

$$\left\{ \begin{aligned} h_n^d &= \int_{V_d(n)} d^3 r' G_{\alpha\beta}(\tau, \tau') \frac{1}{V_d} \vec{M}_\beta(\tau') + \sum_{n' \neq n} \frac{1}{\tau_{nn'}} \left[ \frac{3}{\tau_{nn'}^2} \tau_{nn'}^d \langle \vec{\tau}_{nn'} \cdot \vec{M}_{n'} \rangle_{\tau'} - \langle M_{n'}^d \rangle_{\tau'} \right] \\ \vec{\tau}_i, \vec{\tau}_i' & - \text{Грузовые координаты зерен.} \end{aligned} \right.$$

72 - Внутренние координаты точек.

$n, n'$  — индексы узлов, где расположены датчики (доски)

$\mu_n(\vec{r})$  — <sup>функция</sup> зависит только от " $n$ ", но не от группы  $\vec{r}$ .



# Note

Date.

manuscr. φΓ - 3D

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}) = \int_V d^3r' G_{\alpha\beta}(\vec{r}_{nn'} + \vec{r}', \vec{r}') , \quad \vec{r}_{nn'} = \vec{r}_n - \vec{r}_{n'}$$

Bringing chain goes  $n = n'$   $\Gamma_{\alpha\beta}^{nn}(\vec{r}) = \int d^3r' G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') -$   
ne zalicimo os  $\vec{r}$  que cumprem.

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{nn}(\vec{r}) = \Gamma_{\alpha\beta}^{nn} = -\frac{4\pi}{3} \delta_{\alpha\beta}$$

$$Sp_{(\alpha\beta)} \Gamma_{\alpha\beta}^{nn} = \int_V d^3\vec{r}' Sp G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = \int d^3r' (-4\pi) \delta(\vec{r} - \vec{r}') = -4\pi, \text{ etc.}$$

hyperfine ground state FM:  $\vec{m}_0^n = \vec{m}_0 \parallel \text{ox} - \text{ocupa}$

Don. wave: 1) Coar.  $H_n^x = -\frac{4\pi}{3} \delta_{\alpha\beta} \left( \frac{m_0}{V_d} \vec{i} \right) + \sum_{n' \neq n} \frac{1}{z_{nn'}} \left[ \frac{3z_{nn'}^x x_{nn'}}{z_{nn'}^2} m_0 - m_0 \vec{i} \right]$   
 $= -\frac{4\pi}{3} \frac{m_0}{V_d} \vec{i} + m_0 \sum_{n' \neq n} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3z_{nn'}^x x_{nn'}}{z_{nn'}^2} - \vec{i} \right]$

$$\rightarrow H_n^x = -\frac{4\pi}{3} \frac{m_0}{V_d} + m_0 \sum_{n' \neq n} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3x_{nn'}^2}{z_{nn'}^2} - 1 \right], \quad \frac{m_0}{V_d} = M_0$$

$$H_n^y = m_0 \sum_{n' \neq n} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3x_{nn'} y_{nn'}}{z_{nn'}^2} \right], \quad H_n^z = m_0 \sum_{n' \neq n} \frac{1}{z_{nn'}^3} \frac{3z_{nn'} x_{nn'}}{z_{nn'}^2}$$

orobuquo, too que 1D-chain  $y_{nn'} = 0, z_{nn'} = 0$   
 $\therefore H_n^y = 0, H_n^z = 0$

2) gnanuor.

$$h_n^x = \frac{1}{V_d} \mu_n^x \int_V d^3r' G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') + \sum_{n' \neq n} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3z_{nn'}^x (\vec{r}_{nn'} \cdot \vec{\mu}_{n'})}{z_{nn'}^2} - \mu_{n'}^x \right]$$

$$h_n^x = \frac{1}{V_d} \mu_n^x \left( -\frac{4\pi}{3} \right) + \sum_{n' \neq n} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3z_{nn'}^x (\vec{r}_{nn'} \cdot \vec{\mu}_{n'})}{z_{nn'}^2} - \mu_{n'}^x \right]$$

$$\vec{\mu}_n \perp \vec{M}_0 V_d = \vec{m}_0 \Rightarrow \vec{\mu}_n = (\mu_n^x, \mu_n^y, 0)$$

Aguaaam. Zuenor  $(-\frac{4\pi}{3} \vec{m})$  kamnenuprosche varem lepenush.

$$h_n^x = \sum_{n'} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3x_{nn'} (y_{nn'} \mu_{n'}^y + z_{nn'} \mu_{n'}^z)}{z_{nn'}^2} - \mu_{n'}^x \right] = 0$$

$$h_n^y = \sum_{n'} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3y_{nn'} (\cdot)}{z_{nn'}^2} - \mu_{n'}^y \right], \quad h_n^z = \sum_{n'} \frac{1}{z_{nn'}^3} \left[ \frac{3z_{nn'} (\cdot)}{z_{nn'}^2} - \mu_{n'}^z \right]$$



Date.

Dynamics. Jan. 2013

$$y_{nn'} = 0, \quad z_{nn'} = 0 \Rightarrow \left( h_n^y = - \sum_{n' \neq n} \frac{J_{nn'}^y}{x_{nn'}^3}, \quad h_n^z = - \sum_{n' \neq n} \frac{J_{nn'}^z}{x_{nn'}^3} \right)$$

$$\vec{r}_{nn'} = (x_n - x_{n'}, 0, 0) \text{ — check against } O_x.$$

$$-\frac{1}{\delta} \frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \times \vec{H}_{\text{ex}}, \quad -\frac{1}{\delta} \frac{d\vec{J}}{dt} = (\vec{m}_0 + \vec{\mu}) \times (\vec{H}_0 + \vec{h}), \quad \vec{h} = \vec{h}_{\text{ex}} + \vec{h}_d$$

$$-\frac{1}{\delta} \frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{m}_0 \times \vec{h} + \vec{\mu} \times \vec{H}_0, \quad \vec{m}_0 \times \vec{h} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ m_0 & 0 & 0 \\ 0 & h_y & h_z \end{vmatrix} = \vec{k} m_0 h_y - \vec{j} m_0 h_z$$

$$W_{\text{ex}} = -J \sum_n \vec{M}_n \cdot \vec{M}_{n+1}, \quad \vec{H}_{\text{ex}}^{(n)} = +J \sum_{n' \neq n} \vec{m}_{n'}$$

$$\vec{H}_0 + \vec{h}_{\text{ex}} = +J \sum_{n' \neq n} \vec{m}_{n'}^{(0)} + J \sum_{n'} \vec{M}_{n'}, \quad \vec{h}_{\text{ex}}^{(n)} = +J \sum_{n' \neq n} \vec{\mu}_{n'}$$

$$\vec{H}_{\text{ex}} \parallel O_x, \quad \vec{h}_{\text{ex}} \perp O_x, \quad h_{\text{ex}}^{(n)} = (0, h_{\text{ex}}^y, h_{\text{ex}}^z)$$

$$\vec{\mu} \times \vec{H}_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \mu_y & \mu_z \\ H_0^x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{j} \mu_z H_0^x - \vec{k} \mu_y H_0^x$$

$$-\frac{1}{\delta} \frac{d\vec{J}_n}{dt} = \vec{m}_0 \times \vec{h}_n + \vec{\mu}_n \times \vec{H}_0 = \vec{k} m_0 h_y^n - \vec{j} m_0 h_z^n + \vec{j} \mu_z^n H_0^x - \vec{k} \mu_y^n H_0^x$$

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{1}{\delta} \frac{dJ_n^y}{dt} &= \mu_z^n H_0^x - m_0 h_z^n \\ -\frac{1}{\delta} \frac{dJ_n^z}{dt} &= -\mu_y^n H_0^x + m_0 h_y^n \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} J_n^y(t) &= J_0^y e^{i\omega t} e^{-ikx_n} \\ J_n^z(t) &= J_0^z e^{i\omega t} e^{-ikx_n} \end{aligned}$$

$$h_n^y = - \sum_{n' \neq n} \frac{J_{nn'}^y}{x_{nn'}^3} = -J_0^y e^{i\omega t} \sum_{n' \neq n} \frac{e^{-ikx_{n'}}}{x_{nn'}^3} = -J_0^y e^{i\omega t} D_n(k)$$

$$H_n^x = m_0 \sum_{n'} \frac{1}{x_{nn'}^3} \left[ \frac{3x_{nn'}^2}{x_{nn'}^3} - 1 \right] = +2m_0 \sum_{n'} \frac{1}{x_{nn'}^3} = 2m_0 D_n(0)$$

$$D_n(k) = \sum_{n' \neq n} \frac{e^{-ikx_{n'}}}{x_{nn'}^3} \text{ — the values of "n" give us — Debye}$$

$$\text{hence } n=0 \text{ (n' } \rightarrow n) \rightarrow D(k) = \sum_{n \neq 0} \frac{e^{-ikx_n}}{x_n^3} = \left| x_n = na, n = \pm 1, \pm 2, \dots \right| = 2 \sum_{\substack{n \neq 0 \\ n > 0}} \frac{\cos kx_n}{|x_n|^3}$$

$x_{nn'} = |x_n - x_{n'}|$   
 $x_n = |x_n|$   
 $x_{nn'} = |x_n - x_{n'}|$

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{i\omega}{\delta} J_0^y e^{-ikx_n} &= H_0^x J_0^z e^{-ikx_n} - m_0 (-1) J_0^z D_n(k) \\ -\frac{i\omega}{\delta} J_0^z e^{-ikx_n} &= -H_0^x J_0^y e^{-ikx_n} + m_0 (-1) J_0^y D_n(k) \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} e^{ikx_n} \text{ factor} \\ \otimes D_n(k) \end{aligned}$$



# Note

Date.

$$D_n(k) = e^{ikx_n} \sum_{n'} \frac{e^{-ikx_{n'}}}{x_{nn'}} = \sum_{n' \neq n} \frac{e^{ikx_{nn'}}}{x_{nn'}} \quad \text{or } n' \neq n \text{ because}$$

$$\begin{pmatrix} +i\frac{\omega}{\gamma} & H_0 + m_0 D(k) \\ -H_0 - m_0 D(k) & i\frac{\omega}{\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{J}_y \\ \vec{J}_z \end{pmatrix} = 0, \quad \det R = -\frac{\omega^2}{\gamma^2} + [H_0 + m_0 D(k)]$$

$$\frac{\omega}{\gamma} = H_0 + m_0 D(k), \quad H_0 = H_0^x = H + H_{\text{dip}(n)}^0 = H + 2m_0 \uparrow \text{external } H_0^x$$

$$\frac{\omega}{\gamma} = H + 2m_0 D(0) + m_0 D(k), \quad k \in [-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}] \text{ B.z.}$$

Besetzungszustand  $\vec{H}_{ex}^0 = +J \sum_{n' \neq n} \vec{m}_{n'}$   
 Summe. Coagen

$$(H_{ex}^0)_x = +J \sum_{n' \neq n} m_{n'}^x = +2m_0 J$$

$$\vec{h}_{ex}^n = J \sum_{n' \neq n} \vec{m}_{n'}, \quad (h_{ex}^n)^{y,z} = J \vec{m}_{n'}^{y,z} e^{i\omega t} \sum_{n' \neq n} e^{-ikx_{nn'}} =$$

$$= J \vec{m}_{n'}^{y,z} e^{i\omega t} e^{-ikx_n} \sum_{n' \neq n} e^{ikx_{nn'}} = J \vec{m}_{n'}^{y,z} e^{i\omega t} e^{-ikx_n} 2 \cos ka$$

( $x_{nn'} = \pm a$ )

$$-i\frac{\omega}{\gamma} \vec{m}_y^0 e^{-ikx_n} = (H + H_{\text{dip}}^0 + H_{ex}^0) \vec{m}_y^0 e^{-ikx_n} - m_0 [-\vec{J}_z D(k) + J \vec{m}_z^0 e^{-ikx_n}]$$

$$-i\frac{\omega}{\gamma} \vec{m}_y^0 = (H_0) \vec{m}_z^0 - m_0 [-\vec{J}_z D(k) + 2J \cos ka \vec{m}_z^0] =$$

$$= [H_0 + m_0 D(k) - 2J m_0 \cos ka] \vec{m}_z^0$$

$$[ \dots ] = H + 2m_0 D(0) + 2m_0 J + m_0 D(k) - 2J m_0 \cos ka =$$

$$= H + 2m_0 J (1 - \cos ka) + 2m_0 D(0) + m_0 D(k)$$

$$\frac{1}{\gamma} \omega_k = H + 2m_0 J (1 - \cos ka) + 2m_0 D(0) + m_0 D(k)$$

ausgespart  
 benutzte ich  
 $\vec{H} \parallel \vec{H}_0^x$   
 $m_0 \parallel \vec{H}_0^x$

also  $D(k) = 2 \sum_{n=1} \frac{\cos kn}{n^3} = |x_n = na| = \frac{2}{a^3} \sum_{n=1} \frac{\cos kna}{n^3}$

$$D(0) = \frac{2}{a^3} \sum_{n=1} \frac{1}{n^3} = \frac{2}{a^3} \zeta(3)$$

$$[J] = \frac{1}{V}$$

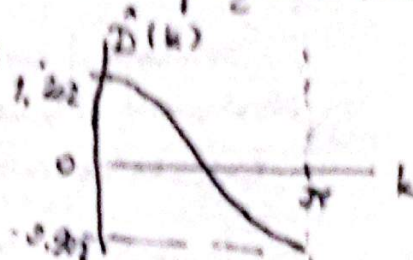


# Note

Date:

Hyperbolic,  $\hat{D}(k) = \hat{D}(0) + \frac{1}{2} k^2 (\ln k - \frac{3}{2})$ ,  
 where  $\hat{D}(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n^3}$ ,  $\hat{D}(0) = \zeta(3) \approx 1.202$ . This is a monotonic  
 function when  $ka < 2$ .  $k_{max} = \pi/a$

$$\hat{D}(0) = 1.202 \text{ and } \hat{D}(\pi) = -0.902$$



2.6) nageer e k. Osm. banyag pascas.

Two conditions. BVM SW - ob'nyan volume in SW,  
 where  $k \parallel M_0$ . (Energy monotonically increases with some other factor)

→ k min zabyvayut o soshcham. Ju D(0).



Вывод: энергия SW 1D увеличивается с ростом  $\omega_k$  монотонно, энергия мин.

Рассм. случай  $M_0 \parallel Ox$  - ось увеличения,  $k \parallel Ox$ .

$$\text{When } (ka) \ll 1, \quad D(k) = \frac{2}{a^3} \left[ \zeta(3) + \frac{1}{2} (ka)^2 \left\{ \ln(ka) - \frac{3}{2} \right\} \right] =$$

$$= D(0) + \frac{1}{a^3} (ka)^2 \left[ \ln(ka) - \frac{3}{2} \right]$$

$$\frac{1}{f} \omega_k = H + m_0 J (ka)^2 + 3 m_0 D(0) + \frac{m_0}{a^3} (ka)^2 \left[ \ln(ka) - \frac{3}{2} \right]$$

case 1, gabayem varno go  $ka=1$ .

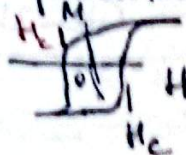
$D(k)$  имеет min при  $k = \frac{\pi}{a}$  - на границе 1 зоны брэгговского  
 зона.

$$D(\pi/a) = \frac{2}{a^3} \hat{D}(\pi) = \frac{2}{a^3} (-0.902). \text{ Это } \odot \rightarrow \odot \text{, "fanning"}$$

необратимости

без сдвига  $\frac{1}{f} \omega_k = \frac{\omega_0}{f} + m_0 D(k)$ ,  $\frac{\omega_0}{f} = H + 2 m_0 D(0)$

Наче неформально. используем  $H_c = \min [2D(0) + D(k)] m_0$



$$\frac{1}{f} \omega_k = |H - H_c|, \quad \omega_k = 0 \text{ on } k=0 \text{ or } k=\pi/a$$

на границах зоны  
 в случае  $\omega_k = 0$ .

$$H_c = m_0 [2D(0) + D(\pi/a)], \quad k_0 = \pm \frac{\pi}{a} \text{ - "fanning mode" case.}$$

необратимости

Go Bragg's law

Chubukalo-Chand.  $H_k \parallel$  ось увеличения и  $\omega_k$  ось  $H \parallel$  ось



# Note

Reversal by solitons

Date.

Reversal by solitons

$\vec{H}$

Reversal mode - soliton

$\vec{H}$

Reversal mode - soliton, reversal by solitons, reversal by solitons.

Soliton [cf. Ichizaka JMMM'2000, 415, 210] oscillations of the sine-Gordon equation and the corresponding reversal by solitons  $\sim e^{-E_{solit}/kT}$ .

The reversal by solitons is shown in the figure. The reversal by solitons is shown in the figure. The reversal by solitons is shown in the figure.

$$\hat{D}(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n^3} = \int_0^{\infty} dt t^2 \frac{(e^{t \cos k} - 1)}{1 - 2e^{t \cos k} + e^{2t}} = \left| \begin{matrix} e^t = x, & dt = \frac{dx}{x} \\ t = \ln x \end{matrix} \right.$$

$$= \int_1^{\infty} \frac{dx}{x} \ln^2 x \frac{(x \cos k - 1)}{1 - 2x \cos k + x^2} \quad - ? \text{ не верно, нужен бэри.}$$

$$\Gamma.P. (4.272): \int_0^1 \left( \ln \frac{1}{x} \right)^{q-1} \frac{(\cos \lambda - px) x^{p-1}}{1 + p^2 x^2 - 2px \cos \lambda} dx = \Gamma(q) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p^{k-1} \cos k \lambda}{(q+k-1)^2}$$

$$\text{W/m } z=3, q=1, p=1: \int_0^1 dx \left( \ln \frac{1}{x} \right)^2 \frac{(\cos \lambda - x)}{1 + x^2 - 2x \cos \lambda} = \Gamma(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n \lambda}{n^3} = \Gamma(3) \hat{D}(1)$$

$$\Gamma.P. (4.316): \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln [1 - 2x \cos t + x^2] \ln \frac{1}{x} = -2\Gamma(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n^2} = -2\Gamma(2) \hat{D}(1)$$

$$\Gamma(1) = \Gamma(2) = 1, \Gamma(n) = (n-1)!, \Gamma(3) = 2$$

Важно:  $\hat{D}(x)$  не имеет в логарифме "x".

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{24}$$

$$\ln [1 - 2x \cos t + x^2] = \ln [1 + x^2 - 2x(1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{24})] = \ln [(1-x)^2 + x t^2 - \frac{x t^4}{12}]$$

$$= \ln (1-x)^2 + \ln [1 + \frac{x}{(1-x)^2} t^2 - \frac{x}{(1-x)^2} \frac{t^4}{12}]$$



Note

Date

$$\frac{\cos \lambda - x}{1+x-2x \cos \lambda}$$

some cases, maybe prove. ~~Вывести~~ 1.

to make  $\cos(\pi - \tau) = -\cos \tau = -[1 - \frac{\tau^2}{2} + \frac{\tau^4}{24}]$

$$\ln[1 + 2x \cos \tau + x^2] = \ln(1+x)^2 + \ln\left[1 - \frac{x}{(1+x)^2} \tau^2 + \frac{x}{(1+x)^2} \frac{\tau^4}{12}\right] =$$

$$= \ln(1+x)^2 + (-1) \frac{x}{(1+x)^2} \tau^2 + \frac{x}{(1+x)^2} \frac{\tau^4}{12} - \frac{1}{2} (\dots)^2 = | \text{с точн. } \tau^2 |$$

$$= 2 \ln(1+x) - \frac{x}{(1+x)^2} \tau^2 + O(\tau^4)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} \ln \frac{1}{x} \ln[1 - 2x \cos \tau + x^2] = \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln \frac{1}{x} \left[ 2 \ln(1+x) - \frac{x}{(1+x)^2} \tau^2 \right] =$$

$$= 2 \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln \frac{1}{x} \ln(1+x) - \tau^2 \int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2} \ln \frac{1}{x} =$$

$$= -2 \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \cdot \ln(1+x) + \tau^2 \int_0^1 dx \frac{\ln x}{(1+x)^2} = (J_1) + \tau^2 (-\ln 2) =$$

$$= [p.p. 4.315] = (-2) (-1) 1! \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \zeta(3) - \ln 2 \cdot \tau^2$$

→ Now using  $\hat{D}(t) = -\frac{1}{2\Gamma(2)} \int_0^1 \ln[\dots] (-x) dx = -\frac{1}{2} \left[ 2 \cdot \frac{3}{4} \zeta(3) - \tau^2 \ln 2 \right]$

$$= -\frac{3}{4} \zeta(3) + \frac{\ln 2}{2} (t - \pi)^2, \quad t \rightarrow ka.$$

$$D(k) = \frac{2}{a^3} \hat{D}(ka) = \frac{2}{a^3} \left[ -\frac{3}{4} \zeta(3) + \frac{1}{2} \ln 2 \cdot (ka - \pi)^2 \right] + O(\tau^4)$$

расстояние между  $k = \pi/a$  - параметр з.б.м.,  $ka \leq \pi$

for  $W_{ex} = -J \sum_n \vec{m}_n \vec{m}_{n+1}$ ,  $\vec{H}_{ex}^{(n)} = J \sum_{n'=n \pm 1} \vec{m}_{n'}$ ,  $\vec{m}_n = \vec{M}_n V_d$ ,  $|\vec{M}_n| = M$

$[J] = \frac{1}{V} = \frac{1}{cm^3}$ . maybe J corresponds to, i.e.  $V_d$  &  $m_0 J = M_s V_d J$ .  $V_d J \rightarrow J$  (dimensionless)  $\Rightarrow$  proper J.

$D(k)$  same corresponds.  $m_0 D(k) = M_s V_d D(k)$ ,  $V_d D \rightarrow D$

Then  $\frac{1}{J} \omega_k = H + 2JM_s (1 - \cos ka) + 2M_s D(0) + M_s D(k)$

if  $D(k) = 2 \cdot \frac{V_d}{a^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kna}{n^2}$ ,  $V_d = \frac{4}{3} \pi R^3$  - объем сфер.  $\frac{2}{3} \pi R^3$  of ch



# Note

Date.

$$D(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n^2} = D(0) + \frac{1}{2} k^2 \left( \ln k - \frac{3}{2} \right) + ak^4 \left( \ln k - b \right)$$

when  $k \in \mathbb{C}$  complex basis. No more are generalized?  
(no answers: E(0), F(k))

$$\frac{1}{1+x^2-2x\cos\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\cos\lambda) x^n, \quad U_n(t) - \text{Chebyshev 2-nd type.}$$

$$U_n(\cos\lambda) = \frac{\sin((n+1)\lambda)}{\sin\lambda}, \quad U_n(x) = C_n^1(x) - \text{Legendre}$$

$$J(\lambda) = \int_0^1 dx \ln^2 x \frac{(\cos\lambda - x)}{1+x^2-2x\cos\lambda} = \int_0^1 dx \ln^2 x (\cos\lambda - x) \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\cos\lambda) x^n$$

$$= \sum_n U_n(\cos\lambda) \int_0^1 dx x^n (\cos\lambda - x) \ln^2 x$$

$$Y_n = \int_0^1 dx x^n \ln^2 x = \frac{1}{(n+1)^3} \Gamma(3) = 4.272 - \text{r.p.p.}, \quad \Gamma(3)=2.$$

$$J(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\cos\lambda) \left[ \cos\lambda \frac{\Gamma(3)}{(n+1)^3} - \frac{1}{(n+2)^3} \right]$$

Therefore expansion in  $\lambda$ ,  $\lambda \ll 1$ .

$$\frac{\sin \pi(n+1)a}{\sin \pi a} = (n+1) \prod_{k=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{na}{k-a} \right) \left( 1 + \frac{na}{k+a} \right), \quad \lambda = \pi a$$

where.

$$J(t) = \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln [1 - 2x \cos t + x^2] \ln \frac{1}{x} = -2 \hat{D}(t)$$

$$J'(t) = \int_0^1 dx \frac{1}{1-2x\cos t+x^2} \cdot 2\sin t \cdot \ln \frac{1}{x} = 2\sin t \int_0^1 dx \frac{\ln \sqrt{x}}{1-2x\cos t+x^2}$$

$$- \text{obvious} \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nt}{n^2} \sim \hat{D}'(t).$$

$$\frac{\cos\lambda - x}{1+x^2-2x\cos\lambda} = -\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \ln [1+x^2-2x\cos\lambda] - \text{obvious } J(\lambda) \sim 1(0)$$

where:

$$\ln |\vec{p} - \vec{p}'| = \ln [p^2 + p'^2 - 2pp' \cos(\varphi - \varphi')]^{1/2} = \ln p - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \frac{p'}{p} \right)^n \cos n(\varphi - \varphi')$$

$$\frac{1}{2} \ln [1 + p^2 - 2p \cos \varphi] = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} p^n \cos n\varphi, \quad p \leq 1.$$

$$p' = p_2 = 1, \varphi' = 0$$



Note

Date

$$J(t) = - \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \cdot \ln [1 + x^2 - 2x \cos t] = - \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x (-2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \cos nt =$$

$$= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n} \int_0^1 dx x^{n-1} \ln x = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n} \frac{\Gamma(2)}{n^2} = -2 \hat{D}(t)$$

then,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n} = -\frac{1}{2} \ln 2(1 - \cos x)$ ,  $0 < x < 2\pi$

$$\hat{D}(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nk}{n^3}, \quad \hat{D}''(k) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n} = \frac{1}{2} \ln 2(1 - \cos k)$$

$$\hat{D}''(k) = \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln(1 - \cos k) = \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{k^2}{2} - \frac{k^4}{24} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left[ k^2 \left( 1 - \frac{k^2}{12} \right) \right] = \frac{1}{2} \ln \left[ k^2 \left( 1 - \frac{1}{12} k^2 \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \ln k^2 + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{12} k^2 \right) = \ln k + \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{12} \right) k^2 = \ln k - \frac{1}{24} k^2$$

$$\hat{D}'(k) = \int_0^k dx \left[ \ln x - \frac{1}{24} x^2 \right] + D'(0) = x \ln x \Big|_0^k - \frac{1}{24} \frac{k^3}{3} + D'(0)$$

$$= k \ln k - \frac{1}{24} \frac{k^3}{3} + D'(0) - k$$

$$\hat{D}(k) = \int_0^k dx x \ln x - \frac{1}{24 \cdot 12} k^4 + D'(0)k + D(0) = \frac{k^2}{2} =$$

$$= x^2 \left[ \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{4} \right] \Big|_0^k - \frac{k^2}{2} - \frac{1}{24 \cdot 12} k^4 + D'(0) + D'(0)k =$$

$$= \frac{k^2}{2} \left[ \ln k - \frac{3}{2} \right] - \frac{1}{24 \cdot 12} k^4 + D(0), \quad D'(0) = 0 - \hat{D}'(k) \text{ at } k=0$$

$$\hat{D}(k) = \hat{D}(0) + \frac{1}{2} k^2 \left[ \ln k - \frac{3}{2} \right] - \frac{1}{2 \cdot (12)^2} k^4$$

turning frequency given  $k \leq \pi$ . Dene wpe  $k_{\max} = \pi$  ошибка = 0,3

$\rightarrow \hat{D}(k) = 2 \frac{V_d}{a^3} \hat{D}(ka)$  — непегенна в буге тогно регнона

$\hat{D}(0) = \zeta(3) = 1,202$ .  $\hat{D}(\pi) = -\frac{3}{4} \zeta(3)$ .

$$\rightarrow \hat{D}(k) = \begin{cases} \hat{D}(0) + \frac{1}{2} k^2 \left[ \ln k - \frac{3}{2} \right] - \frac{1}{2 \cdot (12)^2} k^4, & k \leq \pi, k \leq 1 \\ \hat{D}(\pi) + \frac{1}{2} \ln 2 \cdot (k - \pi)^2, & k > \pi - 0 \end{cases}$$

непегенна форма

for a непегенна магнотоса. буга в SW снелр w



Date.

$$J(t) = - \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \cdot \ln [1 + x^2 - 2x \cos t] = - \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x (-2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \cos nt =$$

$$= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n} \int_0^1 dx x^{n-1} \ln x = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n} \frac{\Gamma(2)}{n^2} = -2 \hat{D}(t)$$

исп.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n} = -\frac{1}{2} \ln 2(1 - \cos x)$ ,  $0 < x < 2\pi$

$$\hat{D}(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nk}{n^3}, \quad \hat{D}''(k) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n} = \frac{1}{2} \ln 2(1 - \cos k)$$

$$\hat{D}''(k) = \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln(1 - \cos k) = \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{k^2}{2} - \frac{k^4}{24} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left[ k^2 \left( 1 - \frac{k^2}{12} \right) \right] = \frac{1}{2} \ln \left[ k^2 \left( 1 - \frac{1}{12} k^2 \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \ln k^2 + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{12} k^2 \right) = \ln k + \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{12} \right) k^2 = \ln k - \frac{1}{24} k^2$$

$$\hat{D}'(k) = \int_0^k dx \left[ \ln x - \frac{1}{24} x^2 \right] + D'(0) = x \ln x \Big|_0^k - \frac{1}{24} \frac{k^3}{3} + D(0) =$$

$$= k \ln k - \frac{1}{24} \frac{1}{3} k^3 + D'(0) - k$$

$$\hat{D}(k) = \int_0^k dx x \ln x - \frac{1}{24 \cdot 12} k^4 + D'(0)k + D(0) = \frac{k^2}{2} =$$

$$= x^2 \left[ \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{4} \right]_0^k - \frac{k^2}{2} - \frac{1}{24 \cdot 12} k^4 + D(0) + D'(0)k =$$

$$= \frac{k^2}{2} \left[ \ln k - \frac{3}{2} \right] - \frac{1}{24 \cdot 12} k^4 + D(0), \quad D'(0) = 0 - \hat{D}'(k) - \text{const.}$$

$$\hat{D}(k) = \hat{D}(0) + \frac{1}{2} k^2 \left[ \ln k - \frac{3}{2} \right] - \frac{1}{2 \cdot (12)^2} k^4 - \text{это есть}$$

формула для  $k \leq \pi$ . Дале где  $k_{\max} = \pi$  ошибка = 0,3%.

$\rightarrow \hat{D}(k) = 2 \frac{V_d}{a^3} \hat{D}(ka)$  — определена в зоне первого периода.

$$\hat{D}(0) = \zeta(3) = 1,202. \quad \hat{D}(\pi) = -\frac{3}{4} \zeta(3).$$

$$\rightarrow \hat{D}(k) = \begin{cases} \hat{D}(0) + \frac{1}{2} k^2 \left[ \ln k - \frac{3}{2} \right] - \frac{1}{2 \cdot (12)^2} k^4, & k \leq \pi, k \leq 1 \\ \hat{D}(\pi) + \frac{1}{2} \ln 2 \cdot (k - \pi)^2, & k \rightarrow \pi - 0 \end{cases}$$

при  $k > \pi$  формула

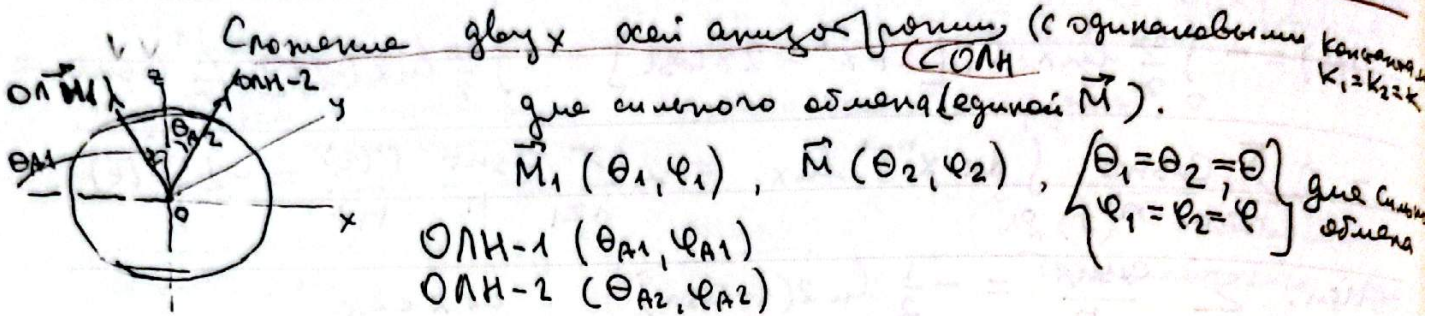
это — определено максимумом. Влияет в SN сигнал  $u_k$ .



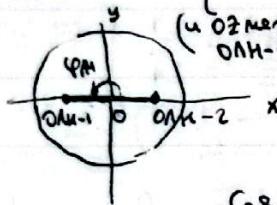
# Note

## Сложение ОНН (квадратура)

Date. 7. IV



Введем  $xyz$  так, чтобы  $xOz$  проходила через обе ОНН-1 и ОНН-2, тогда  $\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = 0$ , тогда  $\varphi_{A2} = 0$ ,  $\varphi_{A1} = \pi$  и  $\theta_{A1} = \theta_{A2} = \theta$



$$\gamma_1 = \hat{M}_1 \text{ ОНН-1}$$

$$\gamma_2 = \hat{M}_2 \text{ ОНН-2}$$

$$\begin{aligned} \cos \gamma_1 &= \cos \theta \cos \theta_{A1} + \sin \theta \sin \theta_{A1} \cos(\varphi_1 - \varphi_{A1}) = \\ &= \cos \theta \cos \theta_A + \sin \theta \sin \theta_A \cos(\varphi - \pi) = \cos \theta \cos \theta_A - \sin \theta \sin \theta_A \cos \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \gamma_2 &= \cos \theta \cos \theta_{A2} + \sin \theta \sin \theta_{A2} \cos(\varphi_2 - \varphi_{A2}) = \\ &= \cos \theta \cos \theta_A + \sin \theta \sin \theta_A \cos \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{A1} + E_{A2} &\sim (\cos^2 \gamma_1 + \cos^2 \gamma_2) = \cos^2 \theta \cos^2 \theta_A + \sin^2 \theta \sin^2 \theta_A \cos^2 \varphi - 2 \sin \theta \sin \theta_A \cos \varphi \cos \theta \cos \theta_A = \\ &+ \cos^2 \theta \cos^2 \theta_A + \sin^2 \theta \sin^2 \theta_A \cos^2 \varphi + 2 \sin \theta \sin \theta_A \cos \varphi \cos \theta \cos \theta_A = \\ &= 2 \cos^2 \theta \cos^2 \theta_A + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \sin^2 \theta_A, \text{ где } \gamma \text{ — угол между векторами } \vec{M}_1 \text{ и } \vec{M}_2 \end{aligned}$$

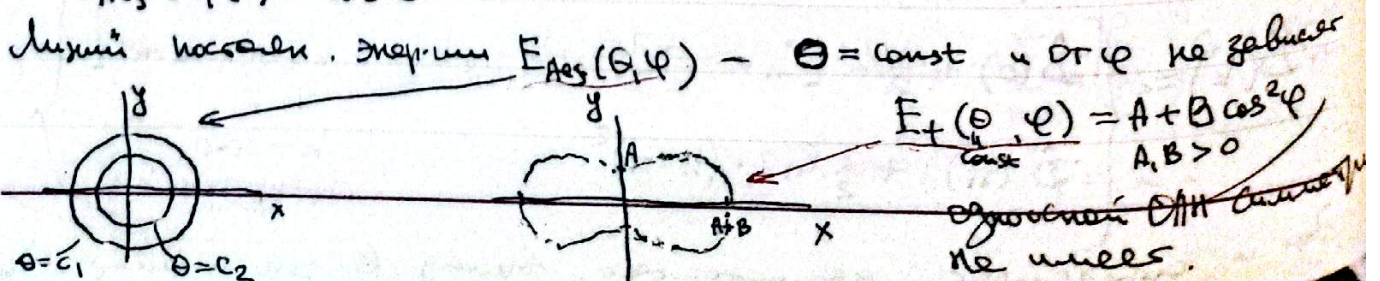
$E_{Aef}$  ОНН-ef имеет  $\theta_{Aef} = 0$ ,  $\varphi_{Aef}$  — неопределено.

$$E_{Aef} \sim \cos^2 \gamma_{ef} = (\cos \theta \cos \theta_{Aef} + \sin \theta \sin \theta_{Aef} \cos(\varphi - \varphi_{Aef}))^2 = \cos^2 \theta$$

$E_{A1} + E_{A2} \sim E_{Aef}$  только если  $\sin \theta_A = 0$ ,  $\theta_A = 0$ , что не выполняется. т.е. при  $\theta_A = \theta_{A1} = \theta_{A2} = 0$  ОНН-1 || ОНН-2 и складывать амплитуды || оси амплитудным.

$$E_+ = E_{A1} + E_{A2}, E_+(\theta, \varphi) = 2 \cos^2 \theta_A \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \sin^2 \theta_A$$

$$E_{Aef}(\theta, \varphi) = \cos^2 \theta$$



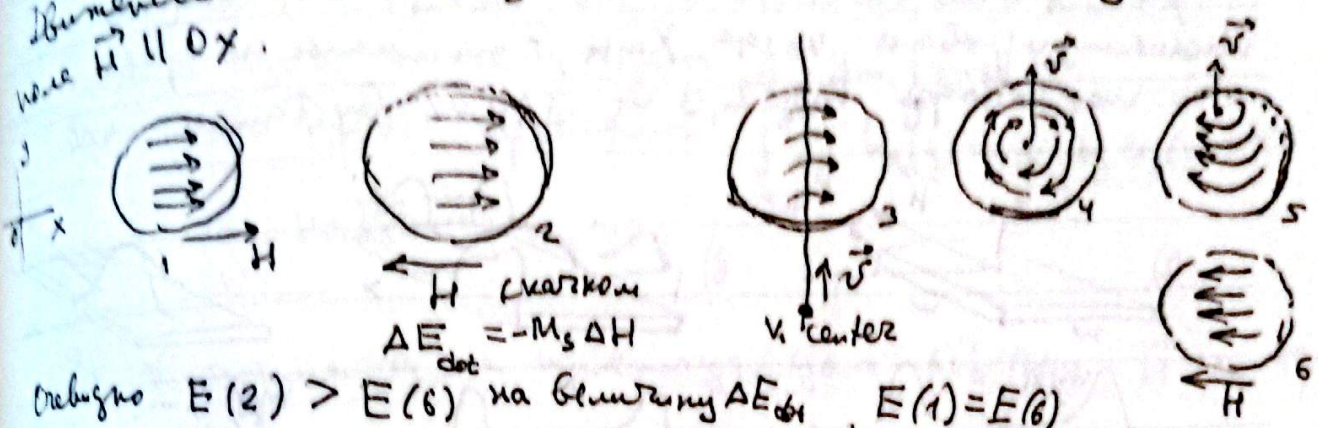


Note

Date

Reversal пога в минимизированном поле.

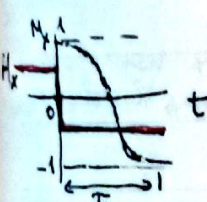
Изменение vortex из  $-\infty$  в  $+\infty$  вдоль  $dy$ , если поле  $H \parallel Ox$ .



Обычно  $E(2) > E(6)$  на величину  $\Delta E_{dot}$ ,  $E(1) = E(6)$ ,  
 $\Delta E_{dot}$  должна из маг. системы (gen. Zeeman energy)  
 идти за счет перемещения.  
 т.е. reversal (глубинное vortex) без damping (2)  
 не симметрично.

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \alpha \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}$$

Как найти  $\tau$ ? - время упрочнения vortex через dot

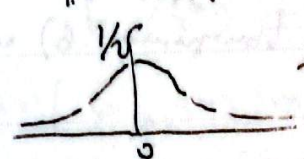
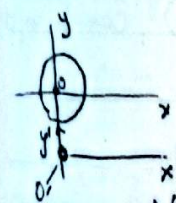


$$\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{v}, \quad v = v(y, H)$$

Ориентировка Rigid vortex model  $\vec{M}(\vec{r}') = \text{const}$   
 в сфер. координатах, где  $z' = 0$  - центр vortex

$$z' - \text{нес. } \vec{M}(\vec{r}')$$

$x = x', y = y + vt + y_0$   
 $\frac{1}{v(y)} \rightarrow 0$  при  $y \rightarrow \pm \infty$ , тогда  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{v} dy$   
 сходится.



Ясно  $v \sim d$  и  $\tau \sim \frac{1}{d}$ .

Vortex:  $\vec{M}(\vec{r}') \rightarrow \vec{M}(\vec{r} - \vec{v}t)$ . Показано Thiele-PRL'73  
 утв. "a".

8/10 Обсуждение exp. by Crawford-Coxington on 50x50  $\mu m$  FeMn  
 mag. elements. DFM and BVMSW.  
 Внесение параметров  $\gamma, M_s, L$  и exp. симуляции их  
 результатов. Времене reference exp. по PRL-Nov и генер. doc.

9/10 Обсуждение с Олегом <sup>возможность</sup> ~~симуляции~~ two discrete с J,K-елем. calc.  
 power, и then continual calc. que twin FePt particles (2)  
 "particle с Progress rep. (2) генерация (симуляция) симуляций  $\rightarrow K_s$ .  
 2-й "easy" axis -  $K_s$ .

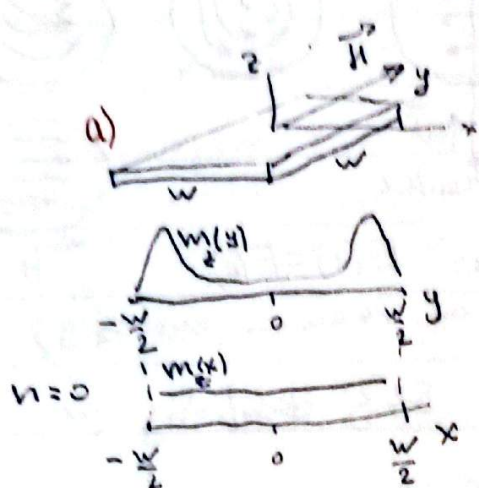


# Note

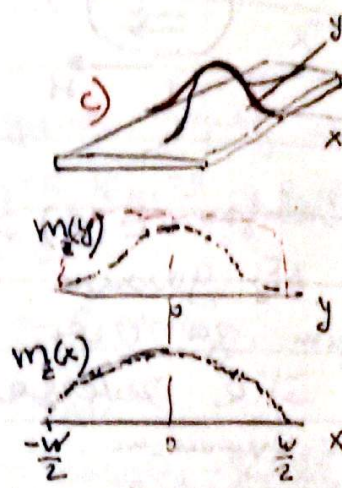
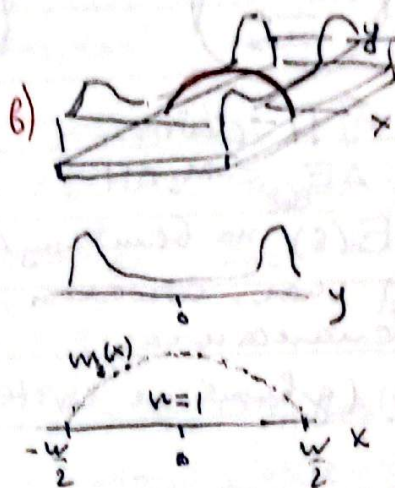
Date. 10. IV.

o) Ober resonantny. PRL-v.dyn. paper

1) Resonantny paper no  $\gamma$ - $\text{Fe}_2\text{O}_3$  nanoparticles - JAP  
 zhego Co Ciabunom no novoy SW-PRB (reimago  
 upravlyayemaya koga  $X_{\text{min}}$ ,  $Z_{\text{min}}$  naye no svab.  $\epsilon H_{\text{min}}$   
 u no novoy Fig. 2, 3 iz JAP'02 by Tamar et al.



esno v usloviy dot - max  
 unobmenno SW-artefact  
 (PRL'02 - case)



$m(x)m(y)$  - max b uslo  
 $\vec{m}$  - max na krayax  
 $y = \pm w/2$  vgonb  $\vec{H}$  - artefact

Uz Fig. 3 - JAP'02 nashno kanye exp. soshann  
 praznyaya: a) b) um c). Vozmimo b) um c), co b.  $m_2^{(1)}$

→ A soshann k c). Torga  $\vec{m}$  - max na krayax gasa -  
 bishann closure-domain u soshann k SW ne imet,  
 bogo oni esb gne vey SW. mog (a ne soshann gne osnovnoy,  
 raznozashn).

Torga  $k_y(y)$  uz-za  $H_i(y)$  kae  $1/\sqrt{}$ .

$H_m^y(x, y, z)$  nago  $\langle \dots \rangle_z$ , a zashn vzetb  $\langle \dots \rangle_x$  um  $x=0$   
 konyum  $H_m^y(y)$  soshno. (max  $m(x)$ )

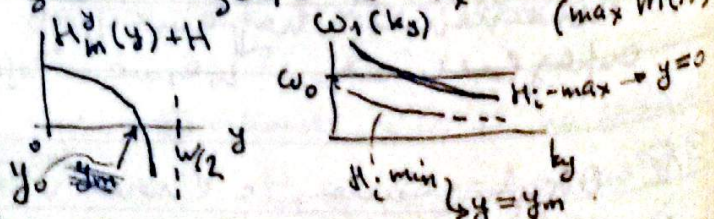
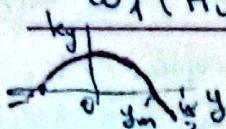
$$\omega_1 = F(H_i, k_y)$$

$H_i$  - min kanyem uz yashn

$$\omega_1(H_i, k_y=0) = \omega_0^{\text{max}}$$

$$H_i^{\text{min}} = H_i(y) \text{ gasa zashnne } y_m$$

$$\text{Um } k_y(y_m) = 0 \text{ um } \omega = \omega_0 - \text{zashn.}$$





Note

SW rectan. dot (exp. Tamaru / Crawford)

Date. 12. 04.

→ Точка неадаптована при  $y \in [-y_m, y_m]$ , эквивалентно нулю при  $|y| > y_m$ . В системе координат PRL'02 ось  $y$  имеет такую же роль, что  $y = y_m$  ( $y_{max}$ ).  
Нормировка  $k_y(y)$ . Проверим  $\int_{-y_m}^{y_m} k_y(y) dy = 2 \int_0^{y_m} k_y(y) dy = 2\pi$

где  $z=1,2$ . Найти  $\Phi m_z(y)$ .

Ур. движения для прецессии. для  $\vec{M}_0 \parallel Oy, \vec{H} \parallel Oy$  12/IV

$$-\frac{1}{\hbar} \frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{M} \times \vec{H}_{eff} = (\vec{M}_0 + \vec{m}) \times (\vec{H}_0 + \vec{h}) = \vec{M}_0 \times \vec{h} + \vec{m} \times \vec{H}_0$$

$$\vec{M}_0 \times \vec{h} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & M_s & 0 \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix} = i M_s h_z - k M_s h_x \quad \vec{m} = (m_x, 0, m_z)$$

$$\vec{m} \times \vec{H}_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ m_x & 0 & m_z \\ 0 & H_0 & 0 \end{vmatrix} = k H_0 m_x - i m_z H_0, \quad \begin{matrix} H_0 \rightarrow H_c^* \\ H_c^* = H + H_d(y,x) \end{matrix}$$

$$-\frac{1}{\hbar} \frac{dm_x}{dt} = M_s h_z - m_z H_0, \quad -\frac{1}{\hbar} \frac{dm_z}{dt} = -M_s h_x + H_0 m_x$$

Вектор не упрощается.  $h_x(\vec{r}) = \int d^3r' [G_{xx} m_x + G_{xy} m_y + G_{xz} m_z(\vec{r}')] ]$

$$h_z(\vec{r}) = \int d^3r' [G_{zx}(\vec{r}, \vec{r}') m_x(\vec{r}') + G_{zy} m_y + G_{zz} m_z]$$

Упрощение: не забываем про  $z$ ,  $\langle G_{dz} \rangle_z = 0$  при  $d \neq z$   
и  $m_y = 0$   $\langle h_x(z) \rangle_z = h_x(x, y)$

$$\begin{cases} h_x(x, y) = \int dx' dy' G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') m_x(\vec{r}') \\ h_z(\vec{r}) = \int d^2\vec{r}' G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') m_z(\vec{r}') \end{cases}, \quad \vec{r} = (x, y)$$

$$\begin{cases} -i\frac{\omega}{\hbar} m_x(\vec{r}) = M_s \int d^2\vec{r}' G_{zz} m_z - m_z(\vec{r}) H_0(\vec{r}) \\ -i\frac{\omega}{\hbar} m_z(\vec{r}) = -M_s \int d^2\vec{r}' G_{xx} m_x + H_0(\vec{r}) m_x(\vec{r}) \end{cases}$$

(!!) Это можно не делать до решения уравнений. См. 13/IX

Т.к.  $p = L/\omega = 0.002 \ll 1$ , то  $G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') \approx -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}') = -4\pi\delta(x-x')\delta(y-y')$

$$-\frac{i\omega}{\hbar} m_x(\vec{r}) = -4\pi M_s m_z(\vec{r}) - m_z(\vec{r}) H_0(\vec{r}) = -[H_0 + 4\pi M_s] m_z(\vec{r})$$

$\hbar \rightarrow 1$

Нам  $q, x \rightarrow 0$  это точно не работает.



# Note

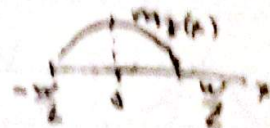
Date.

Уточн. гр. для  $m_2(x, y)$  методом Д.

$$\omega^2 m_2(p) = -M_s \int d^2 p' G_{xx}(p, p') (i\omega) m_x(p') + H_0(p) (i\omega) m_x(p)$$

$$i\omega m_x(p) = [H_0(p) + 4\pi M_s] m_2(p)$$

$$\omega^2 m_2(p) = -M_s \int d^2 p' G_{xx}(p, p') [H_0(p') + 4\pi M_s] m_2(p') + H_0(p) [H_0(p) + 4\pi M_s] m_2(p)$$



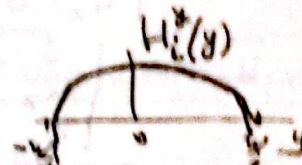
$$H_0(p) = H_0^y(p) = H + H_m^y(p) = H_c^y(p)$$

$$H_m^y(p) = M \int d^2 p' G_{yy}(p, p') - \text{при нулевом токе в } p = (x, y).$$

$$m_2(p) = m_2(x, y) = \cos(q_n x) \cdot g(y), \quad q_n = \frac{\pi n}{w}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$m_2(x=0, y) = 0$$

$$\omega^2 m_2(p) = -M_s \int d^2 p' G_{xx}(p, p') [H_0(p') + 4\pi M_s] \cos(q_n x') g(y') + H_0(p) [H_0(p) + 4\pi M_s] m_2(p)$$



$$\text{Т.к. } H_0(p) = H_y + H_m^y(p) = H_c^y(p) \ll 4\pi M_s$$

необходимо положить  $y = \pm w/2$   
(а при  $y=0$  есть closure domains, то и там тоже  $H_c^y \ll 4\pi M_s$ ),  
то приходим к  $H_0(p)$ .

$$\omega^2 m_2(p) = -4\pi M_s^2 \int dx' dy' \cos(q_n x') G_{xx}(p, p') g(y') + H_0(p) 4\pi M_s m_2(p)$$

$$[\omega^2 - \omega_L^2(p)] m_2(p) = -\frac{1}{4\pi} \int d^2 p' G_{xx}(p, p') \omega_0^2(p') m_2(p')$$

$$\text{где } \omega_L^2(p) = H_0(p) [H_0(p) + 4\pi M_s], \quad \omega_0^2(p) = 4\pi M_s [H_0(p) + 4\pi M_s] \approx \omega_M^2$$

$$[\omega^2 - \omega_L^2(p)] m_2(p) = -\frac{1}{4\pi} \omega_M^2 \int dy' G_{xx}(p, y') g(y')$$

$$G_{xx}(p, y') = \int_{-w/2}^{w/2} dx' \cos(q_n x') G_{xx}(p, x' y') \quad \text{или наоборот. т.к. не } x' y'$$

необходимо  $\omega_L^2(x, y)$  или  $H_0(x, y)$  можно записать от "x".

$$\rightarrow + \Omega^2(p) = \omega^2 - \omega_L^2(p) \geq 0, \quad \text{см. 14/12}$$

$$+ \Omega^2(p) m_2(p) = -\frac{1}{4\pi} \omega_M^2 \int d^2 p' G_{xx}(p, p') m_2(p'), \quad m_2(p) = \cos(q_n x) \mu(y)$$

$$+ \Omega^2(p) \cos q_n x \mu(y) = -\frac{1}{4\pi} \omega_M^2 \int d^2 p' G(p, p') \cos q_n x' \mu(y'), \quad \int dx \cos q_n x (\dots)$$



и  $\mu_n(y)$  горит это отрицательна

Note

$$\Omega_{nn}^2(y) = 0, \quad \omega^2 = \omega_n^2(y) \rightarrow y = y_m \text{ - особая точка кр. } y_p.$$

Date.

$$\int_{-w/2}^{w/2} dx \cos(q_n x) \Omega^2(x, y) \cos(q_n x) = - \frac{w_m^2}{4\pi} \int dx \int dy' \cos(q_n x) G(p, p') \cos(q_n x) \mu(y')$$

$$G_{nn}(y, y') = \int dx \int dx' G(p, p') \cos(q_n x) \cos(q_n x')$$

$$\Omega_{n'n}^2(y) = \int dx \cos(q_{n'} x) \Omega^2(x, y) \cos(q_n x) \sim \delta_{nn'} \text{ если } \Omega \text{ не зависит от } x.$$

$$\Omega_{n'n}^2(y) \mu(y) = - \frac{1}{4\pi} w_m^2 \int dy' G_{n'n}(y, y') \mu(y')$$

Дал. упрощения.  
( $n=n'$ )

можно еще вын. порешавшись для  $\cos(q_n x)$ .

Проверить знание  $\int dy' G_{nn}(y, y')$ , всего по симметрии

$$-\Omega^2(p) = \omega_{\perp}^2(p) - \omega^2 \geq 0 \quad \text{чтобы были } BVMSW \in ky.$$

$\Omega^2(p) = 0$  означает т. поворота, где  $H_i(p)$  мало   
 (или  $\omega = \text{const}$ ) голова торо.

$$\text{Идем сразу } \int dx(\dots) \text{ и } \Omega^2(y) = \omega_{\perp}^2(y) - \omega^2.$$

Т.к.  $\forall dx \quad n=1$  тогда (где  $p_1$  - мин), то точка поворота

$$\text{опред. из } \Omega_{11}^2(y) = 0:$$

$$\int_{-w/2}^{w/2} dx \cos^2\left(\frac{\pi}{w} x\right) \Omega^2(x, y) = 0 \rightarrow y_m.$$

Равное и усредненное ( $1/\sqrt{2}$ )  $\omega_1(k_y=0, H_i(y)) = \omega$  где   
 отр.  $y_m$ .

$$\omega_1(k_y=0, y) = \omega_{\perp}(y), \text{ так что определение совпадает}$$

с тем что мы го  $\int dx \cos^2(q_1 x) (\dots)$ . Еще отмечем:  $\omega_{\perp}^2(p)$

- по п. кривая, а  $\omega_1(k_y=0, y)$  упирается  $k_y = \pi/w, n=1$ , т.е. больше.

Note:  $\omega_0^2(p) = 4\pi M_s [H_i(p) \pm 4\pi M_s]$ , берем кроме  $|y| \rightarrow w/2$

пробовать  $H_i(y) \ll 4\pi M_s$  и  $\omega_0^2(p) \approx \omega_m^2$ .

$$\text{Но } H_d^y(y = \pm w/2) = -2\pi M_s, \quad H_d^y = -M_{yy} M_s, \text{ т.е. } \frac{M_{yy}(w/2)}{4\pi} = 1/2.$$

По фигури, иначе  $H_i(y) < 0$  не стоит рассматривать,

т.к. при таких больших  $y$  возле торцов  $M_0(y)$  неоднородна,   
 замечается C-, S-shape или closure domains, чтобы не было   
 поверх. зарядов  $M_n = M_y(w/2)$ .



# Note

SW reactan. dot (exp. Tamarin/Grawford)

Date. 14. 04 .

Уравн: а)  $k_y(y)$  и  $\int k_y(y) dy = 2\pi$ , б) метод Брайант  $m_2(y)$ ; в) упр.  $m_2(y)$

Найдем еще одно  $k_y(y)$ , см. 1/17. Точнее:  $m_2 \sim p$ .  
Осмен  $m_2$  на  $k_y$ .

$$\frac{1}{\omega_m^2} \omega_n^2(k_y) = \left[ \frac{\omega_n}{\omega_m} + \frac{1}{2} p \frac{k_x^2}{x_n} \right] \left[ \frac{\omega_n}{\omega_m} + 1 - \frac{1}{2} x_n p \right] \Rightarrow x_n^2 = k_y^2 + k_x^2$$

$$\text{Без } \omega_m: \omega_n^2 = \omega_n(\omega_n + 1) - \frac{1}{2} x p \omega_n + \frac{1}{2} p \frac{k_x^2}{x} (\omega_n + 1)$$

$$\omega_1^2 - \omega_n(\omega_n + 1) = \omega_1^2 - \omega_1^2(H) = -\Omega^2 \quad \text{нак } \theta \text{ упр.}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} p \frac{k_x^2}{x} (\omega_n + 1) - \frac{1}{2} p \omega_n x + \Omega^2 = 0, \quad \omega_1^2 = \omega_{H_i}(\omega_{H_i} + 1)$$

$$\frac{1}{2} p \omega_n x^2 - \Omega^2 x - \frac{1}{2} p k_x^2 (\omega_n + 1) = 0 \quad \text{упр. на } x = x_n.$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2(\frac{1}{2} p \omega_n)} \left[ \Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 - 4(\frac{1}{2} p \omega_n) \left[ -\frac{1}{2} p k_x^2 (\omega_n + 1) \right]} \right]$$

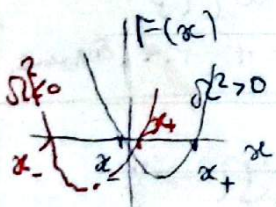
$$x_{\pm} = \frac{1}{p \omega_n} \left[ \Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 + p^2 k_x^2 \omega_1^2} \right]$$

Если  $\Omega^2 \neq 0$ , т.к.  $\omega_1$   $\omega = \omega_1$  ( $k_y=0, k_x$ )

$$\Omega^2 > 0 \quad x_{\pm} = \frac{\Omega^2}{p \omega_n} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + p^2 k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\Omega^4}} \right] = \frac{\Omega^2}{p \omega_n} \left\{ \begin{array}{l} 2 + \frac{1}{2} p^2 k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\Omega^4} \\ -\frac{1}{2} p^2 k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\Omega^4} \end{array} \right\} \quad \Omega^2 > 0$$

Кроме того  $x \geq 0$ .  $x_+ = \frac{\Omega^2}{p \omega_n} \left( 2 + \frac{1}{2} p^2 k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\Omega^4} \right)$

в)  $\Omega^2 < 0$ ,  $\Omega^2 = -|\Omega^2|$ ,  $x_{\pm} = \frac{1}{p \omega_n} \left[ -|\Omega^2| \pm \sqrt{|\Omega^2|^2 + p^2 k_x^2 \omega_1^2} \right]$



$$x_{\pm} = \frac{|\Omega^2|}{p \omega_n} \left[ -1 \pm \sqrt{1 + \frac{p^2 k_x^2 \omega_1^2}{\Omega^4}} \right] = \frac{|\Omega^2|}{p \omega_n} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} p^2 k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\Omega^4} \\ -2 - \frac{1}{2} p^2 k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\Omega^4} \end{array} \right\}$$

$$x_+ = \frac{|\Omega^2|}{p \omega_n} \frac{1}{2} p^2 k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\Omega^4} = \frac{1}{2} p k_x^2 \frac{\omega_1^2}{\omega_n |\Omega^2|} \geq 0$$

т.е. всегда надо брать  $x_+ = \frac{1}{p \omega_n} \left[ \Omega^2 + \sqrt{\Omega^4 + p^2 k_x^2 \omega_1^2} \right]$

1/17  $\omega_m$ :  $\frac{1}{2} p \omega_m \frac{k_x^2}{x} = \frac{\omega^2}{\omega_n + \omega_m} - \omega_n$

$$\frac{1}{2} p \omega_m (\omega_n + \omega_m) \frac{k_x^2}{x} = \omega^2 - \omega_n (\omega_n + \omega_m) = \omega^2 - \omega_1^2 = -\Omega^2$$



Note

Date.

$\rightarrow \frac{1}{2} p (\omega_H + 1) \frac{k_x^2}{\omega} + \Omega^2 = 0$  - и проигнорировать  $-\frac{1}{2} p \omega_H \omega$  по сравнению с  $\Omega^2$ , поскольку  $\omega_H \ll (\omega_H + 1)$ , но это неравенство не выполняется  $k_y(y)$ . Хотя и  $\omega_H \ll (\omega_H + 1)$ , но это не так. И расчет  $1/\omega$  дает  $k_y$  - величина? только при  $\Omega^2 < 0$ .  
 $\Omega^2 = \omega_{\perp}^2(H_i) - \omega^2$ , это верно, только при малых  $H_i$ , у нас иная ситуация.  
 Тогда:  $\omega_{\perp}^2 \sim \frac{k_x^2}{\omega^2}$  не выполняется из (1-10)  
 $\frac{f(1/\omega)}{\omega^2} = \frac{1}{2} \frac{|x| p}{\omega^2}$ , он может  $> 0$ , только при  $\Omega^2 < 0$ ,  
 если же  $\Omega^2 > 0$ , то  $\frac{|x| p}{\omega^2} < 0$ ,  $\omega^2 < 0$ ,  $k_x^2 + k_y^2 < 0$ ,  $k_y$  - минимальное и  $|k_y| > k_x \approx \frac{\pi}{\omega}$   
 Если  $k_y \Omega^2 < 0$ ,  $\omega_{\perp}^2(H_i) < \omega$ , то  $k_y$  - величина  $k_y$   
 и тогда неравенство  $k_y^2 = 0$  не выполняется. Это все в интервале  $\omega_{\perp}^2(H_i) - \frac{1}{2} p \omega_H \omega$ .

Уравнение ур. где  $x$ :

$$\frac{1}{2} p (\omega_H + 1) k_x^2 \frac{|x|}{\omega^2} - \frac{1}{2} p \omega_H |x| + \Omega^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} p \omega_H |x| x - \Omega^2 x - \frac{1}{2} p (\omega_H + 1) k_x^2 \frac{|x|}{\omega} = 0 \quad \begin{aligned} x &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \\ x^2 &= k_x^2 + k_y^2 \end{aligned}$$

$k_x = \frac{\pi}{\omega}$  - величина и  $x > 0$  всегда где  $k_y$  - величина.

Если  $k_y$  :  $(\frac{1}{2} p \omega_H x^2 - \Omega^2 x - \frac{1}{2} p (\omega_H + 1) k_x^2 = 0)$ , это а и равенство.  
 (или наоборот, но  $|k_y| < k_x$ )

Теперь корень  $x > 0$  будет:

$$x_+ = \left\{ \begin{aligned} &\frac{\Omega^2}{p \omega_H} \left( 2 + \frac{1}{2} p^2 k_x^2 \frac{\omega_{\perp}^2}{\Omega^4} \right), \quad \Omega^2 > 0 \\ &\frac{1}{2} p k_x^2 \frac{\omega_{\perp}^2}{\omega_H |\Omega^2|}, \quad \Omega^2 < 0 - \text{супергер. } k_y(y) \end{aligned} \right\}$$

МКАД дает  $\Omega^2 = \omega_{H_i} [\omega_{H_i} + \omega_M] - \omega^2 < 0$  где  $\forall y$  или

другим способом расчета  $H_i(y)$ , но  $N_{yy}(x=0, y)$  или  $\langle N_{yy}(x, y) \rangle_x$ .  
 $x_+ = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ ,  $k_y^2 = x_+^2 - k_x^2$ . (если  $f = 2.97 \text{ GHz/keV}$ ,  $m_s = 860 \text{ g}$ ,  $L = 110 \text{ nm}$ )

$$\frac{\omega_{\perp}^2}{\omega_H |\Omega^2|} = \frac{\omega_H (\omega_H + 1)}{\omega_H |\Omega^2|} = \frac{\omega_M (\omega_H + \omega_M)}{|\Omega^2|}, \quad \text{связь. решением } 1/\omega \text{ которое совп. с Bryant '93.}$$

$|\Omega^2| \gg \gamma^2 0.38 \text{ keV}^2$  и в "0" не отрицается.



# Note

$$k_y(y) - \text{Метод } \int dy \cdot k_y(y) = \pi$$

Date.

$$\text{Derivation: } \frac{1}{2} \rho(\omega_H + 1) \frac{k_x^2}{\partial \epsilon} = -\Omega^2 = |\Omega^2|$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \rho k_x^2 \frac{(\omega_H + 1)}{|\Omega^2|} = \frac{1}{2} \rho k_x^2 \frac{\omega_M(\omega_H + \omega_M)}{|\Omega^2|}$$

Resonance give two res. peak ( $P_1, H_2 = 469 \text{ G}$ ) :

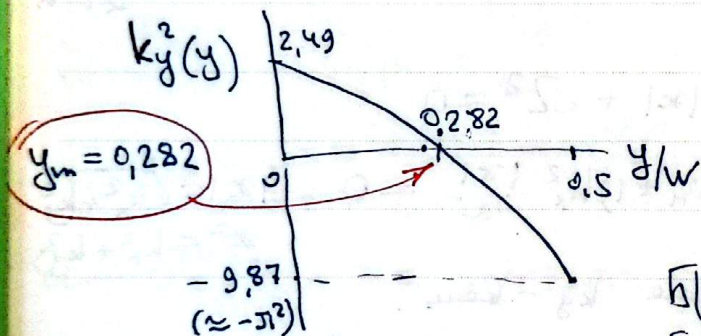
$$\omega_1(y) < \omega < \omega_1(y=0) \quad \omega_1 = \omega(k_x = \frac{1.97}{w})$$

Таким образом выделены два пика с номером  $y$  или  $k_y$ .

$$\text{коэффициент } \alpha_+ = \frac{\Omega^2}{\rho \omega_H} (\dots) \text{ не зависит, от } k_y(y=0) = 72.3$$

и  $k_y(y)$  равен.

$$\rightarrow \text{Остается } \text{коэффициент } \alpha_+ = \frac{1}{2} \rho k_x^2 \frac{\omega_1^2 \omega_M}{\omega_H |\Omega^2|} = \frac{1}{2} \rho k_x^2 \frac{\omega_M(\omega_H + \omega_M)}{|\Omega^2|}$$



$$k_y(0) = 1.58/w \quad \text{учет}$$

$$\int_{-y_m}^{y_m} k_y(y) dy = 2 \int_0^{y_m} k_y(y) dy = 0.718$$

$-y_m$  - где рез. пик  $H_2 = 469 \text{ G}$  ( $P_1$ )

$$\text{Прав } M_y(y) = \langle M_y(x, y) \rangle_x \text{ при } \text{пар. } H_1(y)$$

$$\text{Set: } M_s = 860 \text{ G}, f' = 2.97 \text{ GHz}, L = 110 \text{ nm}$$

$$\int k_y dy = 0.718 \text{ ман по сравнению с } \pi$$

$$L = 110 \text{ nm} = \text{const} \text{ и } M_s = 860 \text{ G} = \text{const} \text{ . Меняем } f'$$

$$f' = 3.00 \text{ GHz/kOe} \text{ где } \int dy k_y = 2.479 \text{ при } y_m = 0.392$$

$$\rightarrow f' = 3.01 \text{ GHz/kOe} \text{ где } \int dy k_y = 3.196 (!) \text{ при } (y_m = 0.4065)$$

Уменьшаем  $L$  при  $M_s = \text{const}$  уменьшаем  $k_y$  и  $y_m$ , т.е.  $\int dy k_y$  уменьш

Уменьшаем  $M_s$  с 860 до 840 Gauss уменьшаем  $k_y$  и  $y_m$  и  $\int dy k_y$  уменьш

Вывод:  $\int dy k_y$  можно сделать с увелич.  $f'$ , можно сделать с уменьш.  $M_s$ .

$\rightarrow$  Slope  $f^2 = SH$  можно Tamam-INTERMAG

$$S = 95.5 \text{ GHz}^2/\text{kOe} \text{ . Тогда } M_s = 860 \text{ G} \text{ const. } f' = 2.97 \text{ GHz/kOe}$$

$$\text{Все эти данные дают } \int dy k_y \approx 0.8 \text{ (т.е. } < \pi < L = 110 \text{ nm)}$$

$$\begin{array}{ll} M_s = 836 & \rightarrow f' = 3.015 \\ M_s = 796 & \rightarrow f' = 3.09 \end{array}$$



Note

Slope  $df^2/dH = \frac{d\omega_n^2}{d\omega_H}$

Date.  $\omega_n^2 = \left[ \omega_H + \omega_M \frac{1}{2} p \frac{k_{xn}^2}{x_n} \right] \left[ \omega_H + \omega_M - \omega_M \frac{1}{2} x_n p \right]$

или по Саббату (для резонанса)

$\omega_n^2 = \omega_H^2 \left[ \omega_H + \omega_M F_n \right], \quad F_n = f(x_n p) \left[ 1 - f \right] \frac{\omega_M}{\omega_H} \frac{k_{xn}^2}{x_n^2} + 1 - f(x_n p) \frac{k_y^2}{x_n^2}$

$F_n(p=1) = \frac{1}{2} x_n p \left[ 1 - \frac{1}{2} x_n p \right] \frac{\omega_M k_x^2}{\omega_H x_n^2} + 1 - \frac{1}{2} x_n p \frac{k_y^2}{x_n^2} =$   
 $= 1 + \frac{\omega_M}{\omega_H} \frac{1}{2} p \frac{k_x^2}{x_n} - \frac{1}{2} p \frac{k_y^2}{x_n}$

$\omega_n^2 = \omega_H \left[ \omega_H + \omega_M \left\{ 1 + \frac{\omega_M}{\omega_H} \frac{1}{2} p \frac{k_x^2}{x_n} - \frac{1}{2} p \frac{k_y^2}{x_n} \right\} \right] = \omega_M \left[ \omega_H \left( 1 - \frac{1}{2} p \frac{k_y^2}{x_n} \right) + \right.$   
 $\left. + \omega_M \frac{1}{2} p \frac{k_x^2}{x_n} \right] + \omega_H^2 = \text{const} + \omega_H \omega_M \left( 1 - \frac{1}{2} p \frac{k_y^2}{x_n} \right) + \omega_H^2$

$\frac{d\omega_n^2}{d\omega_H} = \omega_M \left( 1 - \frac{1}{2} p \frac{k_y^2}{x_n} \right) + 2\omega_H, \quad \frac{1}{2} \frac{k_y^2}{\sqrt{\pi^2 + (3.2)^2}} \approx \frac{1}{2} 0.002(\dots) \approx 3.3 \cdot 10^{-3}$

$S = (f')^2 4\pi M_s \left( 1 - \frac{1}{2} p \frac{k_y^2}{x_n} \right), \quad \text{т.е. с погрешностью } \leq 0.4\%$

$S = (f')^2 \cdot 4\pi M_s \quad \text{как и в } \delta \text{ на } 1/\sqrt{2}$

Набор:  $M_s = 860 \text{ G}, f' = 3.01 \frac{\text{GHz}}{\text{koe}}, L = 110 \text{ nm}$  где  $\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y = 3.136 \approx \pi$ ,  
 что и в slope  $S = 97.9 \text{ GHz}^2/\text{koe}$  средний между  $Tamara-Inter$  (95.5) и Crawford-JAP (101.1 GHz<sup>2</sup>/koe). Берем этот набор.

Уравно выполняются  $\omega_1(k_y=0, H_i(y_m)) = \omega_{\text{звн}} (7.04 \text{ GHz})$   
 и  $y_m = 0.4065$  где  $y_m$  — значение разряда  $f(\pi L)$ .

Для  $P1$  — так и  $\omega_0/2\pi = 7.04 \text{ GHz}$  — это BVMSW — тогда  $\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y = \pi$   
 (или) минимизированные между двумя точками поворота  $-y_m$  и  $y_m$   
 где  $k_y^2(y_m) = 0$  или  $\omega_1[k_y=0, H_i(y_m)] = \omega_{\text{звн}}$

Како найти формулу  $m_2(y)$  и т.д.:

- а) метод Bryant '93 —  $m_2''(y) + k_y^2(y) m_2(y) = 0$  — минимизация энергии
- б) решить иск. ур. где  $m_2(y)$  от  $12/\sqrt{2}$ ,  
 без граничных условий, но решить можно.



# Note

Date. 15.04.

Анализ регулярных функций, зависящих от  $m(y)$  и  $n(x)$  в паре с  $PRB$ -гос. /  $PRB$ -гос.

Quasimod. (1)  $H_d(y) \rightarrow H_{mn}$ , где  $m(y) \sim \cos \frac{\pi}{w} y$  и  $n(x) \sim \cos \frac{\pi}{l} x$

(2)  $H_d(y) = 0$ , т.е. в центре  $y=0$ ,  $H_1 = H$ , но  $g_{mn}$  не  $y$ -зависимые  $g_{mn} \rightarrow g_{mn}$ ,  $k_y = \frac{\pi}{w}$ ,  $k_x = \frac{\pi}{l}$ ,  $k_y^2(y) = 0$  и  $k_x^2(x) = 0$  и  $k^2 = k_x^2 + k_y^2$

Выводим  $\kappa$   $\phi$ -SW-PRB, см. 30 (iii) (ссылка на рис. 30)

$$\left( \frac{\omega_{mn}^2}{\omega_M^2} = \left[ \frac{\omega_H}{\omega_M} + H_{mn} + f(x_{mn}L) \frac{q_m^2}{\omega_M^2} \right] \left[ \frac{\omega_H}{\omega_M} + H_{mn} + 1 - f(x_{mn}L) \right] \right)$$

$$x_{mn}^2 = q_m^2 + q_n^2, \quad q_m = \frac{m\pi}{w}, \quad q_n = \frac{n\pi}{l}, \quad (\omega_H = \delta H + \dots)$$

Две основные моды  $m=1$ .

$$H_{mn}(x,y) = M_S \cos(q_m x) \cos(q_n y), \quad \text{но } x \in [-\frac{w}{2}, \frac{w}{2}], \quad y \in [-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}]$$

$$H_{mn} = \frac{L}{\omega_M A_{mn}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dy H_d^y(x,y) [m_{mn}(x,y)]^2, \quad A_{mn} = \frac{1}{4} M_S^2 \frac{1}{\epsilon_m \epsilon_n}$$

Взаимодействие  $H_d^y(x,y) = \text{const} = C$  гомогенно  $H_{mn} =$

$$\frac{1}{\omega_M} = \frac{L}{\omega_M A_{mn}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dy m_{mn}^2(x,y) = \frac{L}{\omega_M A_{mn}} M_S^2 \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \cos^2\left(\frac{\pi m}{w} x\right) \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dy \cos^2\left(\frac{\pi n}{l} y\right)$$

$$\rightarrow J_m = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \cos^2\left(\frac{\pi m}{w} x\right) = \left| \frac{x}{w} = t \right| = \frac{w}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dt \cos^2(mt), \quad J_{m=0} = w$$

$$J_{m \neq 0} = \frac{w}{\pi} \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dt [1 + \cos 2mt] = \frac{1}{2} w, \quad J_m = \frac{1}{2} w \epsilon_m$$

$$\frac{1}{\omega_M} = \frac{L M_S^2}{\omega_M \frac{1}{4} M_S^2 \frac{1}{\epsilon_m \epsilon_n}} \cdot \frac{1}{2} w \epsilon_m \frac{1}{2} w \epsilon_n = \frac{1}{\omega_M}, \quad \text{т.е.}$$

$H_{mn}$  гомогенно  $H_d^y$ , но в  $\epsilon$ -зависимых  $\omega_M$ .



date.

$$\frac{L}{A_{\text{ан}}} = \frac{L}{(w/l) M_s^2 \frac{1}{4} \epsilon_m \epsilon_n} = \left( \frac{2}{w \epsilon_m} \right) \left( \frac{2}{l \epsilon_n} \right) \frac{1}{M_s^2}, \quad \left( \frac{2}{w \epsilon_m} \right) \text{ задан в } H_m^{\text{ан}}(y).$$

$$\frac{H_i}{4\pi M_S} = \frac{H}{4\pi M_S} + \frac{H_d^y}{4\pi M_S} \Rightarrow \frac{\omega_H}{\omega_M} + H_{mn}, \quad H_{mn} = \frac{1}{\omega_M} \gamma \langle H_d^y \rangle_{mn}$$

$$H_{mn} = -\frac{1}{4\pi} \left( \frac{2}{\ell E_n} \right) \int_{-l/2}^{l/2} dy N_y^m(y) \cos^2(q_n y), \quad N_y^m(y) \text{ парам. парабол}$$

Joseph.-Schl. урегн. с  $\cos^2(q_n x)$ .

Quasi  $m=1$  (DE gegen  $\partial x$ ) u.  $n=1$ ,  $m_n(y) = \cos(\frac{\pi}{w} y)$   
 $m_n(\pm w/2) = 0$  - neef. pinning.

→ Т.е. метод ① сработан, оказавшее государство такому.

то  $f_{70} = 6,90$  и  $f_{90} = 6,91$  ГГц меньше  $f_{71}, f_{91}$  за счет большего отрыва. при более  $H_{\text{мн}}$ .

$H_{10} = -2,90 \cdot 10^{-3}$ ;  $H_{11} = -5,68 \cdot 10^{-4}$ .  
 $H_{10}$  является в обл.  $\max \cos(\pi y)$ , т.е. вблизи  $y=0$ , где  $H_1^3$  мало,  
 тогда как  $H_{10}$  сооб.  $H(y)$  по всем  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ .



# Note

Date.

$$k_y^0 = \pi / w_{ef}$$

но  $\omega_1 [H_c(0)] > \omega_{зуч.}$   
 на  $y=0$  (резонанс в центре гора)  
 на  $y=0$   $\omega_1(k_y) = \omega_{зуч.}$

$$(k_y^0 w) = \pi \left( \frac{w}{w_{ef}} \right), \quad \frac{w}{w_{ef}} > 1.$$

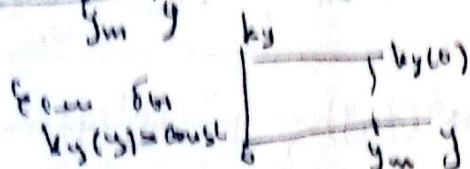
$$w_{зуч.} \frac{w}{w_{ef}} = 1.65$$

$$k_y^0 = k_y(y=0)$$

$$\omega_1 [H_c(0), k_y^0] = \omega_{зуч.}, \quad a \text{ это совп. с } k_y = F(\omega, H_c(y)) \text{ при } y=0.$$



$$\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) = \pi, \quad k_y(y) \text{ нагнет.}$$



$$\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) = 2 y_m k_y(0) = \pi \quad \text{или} \quad k_y(0) = \pi / (2 y_m).$$

$$\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) = 2 \int_0^{y_m} dy k_y(y) \approx 2 S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{1}{2} k_y(0) y_m = k_y(0) y_m = \pi$$

$$k_y(0) = k_y^0 \approx \pi / y_m, \quad \langle k_y \rangle = \frac{1}{2 y_m} \int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) = \pi / (2 y_m).$$

$$(k_y^0 > \langle k_y \rangle).$$

$$k_y^0 w = 2 \langle k_y \rangle w, \quad k_y^0 w = 2 w \langle k_y \rangle = \pi \frac{w}{w_{ef}}$$

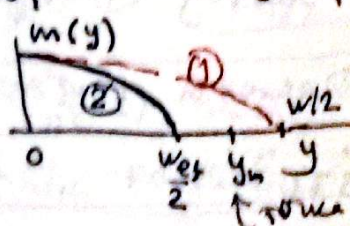
$$\langle k_y \rangle w = \pi / (2 y_m) \cdot w = \frac{\pi}{2 (y_m/w)} = \frac{\pi}{0.82}$$

$$(k_y^0 w) = \frac{\pi}{(w_{ef}/w)}, \quad \frac{w_{ef}}{w} = 0.606, \quad \text{тогда как } \frac{2 y_m}{w} = 0.81.$$

Т.е.  $k_y^0 > \langle k_y \rangle$ , то  $w_{ef}$  меньше  $2 y_m$  ( $w_{ef}$  меньше  $2 y_m$ ).

$$m(y) = \cos(k_y^0 y) = \cos\left(\frac{\pi}{w_{ef}} y\right), \quad m(\pm w_{ef}/2) = 0.$$

$$w_{ef} < (2 y_m).$$



но  $k_y(y)$

тогда новая



Note

Date. 16. IV

Comunicação by A. Lyberatos (switching time) and K. O'Grady (AFC media).

Consideramos um gr. que tem a forma (12/IV):

$$[\omega^2 - \omega_{\perp}^2(\vec{r})] m_z(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int d^2 \vec{r}' G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') \omega_0^2(\vec{r}') m_z(\vec{r}')$$

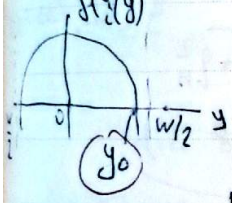
6. No regime de baixa frequência  $\omega \ll 1$   $G_{zz} = -4\pi \delta(x-x') \delta(z-z')$ ,  $\omega = \frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$  SW.

$$\omega_{\perp}^2 = H_c^2(\rho) [H_c^2(\rho) + 4\pi M_s], \quad \omega_0^2(\rho) = 4\pi M_s [H_c^2(\rho) + 4\pi M_s]$$

$\Omega^2(\rho) = \omega^2 - \omega_{\perp}^2(\rho) \rightarrow$  que exp. Tamm/Griffiths  
 mais alguma coisa. É. na  $\cos(q_n x)$  e qual. no  $n^{\text{th}}$  nível.

$$\Omega_{nn}^2(y) M(y) = -\frac{1}{4\pi} \omega_m^2 \int_{-y_0}^{y_0} dy' G_{xx}^{nn}(y, y') M(y')$$

→ se considerarmos gr.  $\omega_{\perp nn}(y) = 0$  e  $H_c^2(y) = 0$ , onde  $H_c^2(y)$  se refere ao  $\cos(q_n x)$ .



Por isso, a função  $M(y)$  é considerada em  $[-y_0, y_0]$ , onde  $y_0 \approx \frac{w}{2}$ .

$$m_z(x, y) = \cos(q_n x) \cdot M(y).$$

Para  $|y| \leq y_0$   $\omega_0^2(\vec{r}) \approx \omega_m^2$  e a expressão se simplifica.

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = \int_{-w/2}^{w/2} dx dx' \cos(q_n x) \cos(q_n x') G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\pi} \int d^2 k \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')}$$

$$\int dk_x \dots \text{Um, } \frac{1}{k^2} \int_0^w dx dx' \cos q_n x \cos q_n x' \cos k(x-x') = 4 \frac{\sin^2(k-q_n)\frac{w}{2}}{(k^2 - q_n^2)^2}$$

$$G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{4}{\pi} \int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \cos k_x(x-x') \cos k_y(y-y')$$



# Note

Date.

$$\int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \cos k_x (x-x') = 4 \int_0^{\frac{w}{2}} dx \int_0^{\frac{w}{2}} dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \cos k_x (x-x')$$

$$= 4 \cdot k_x^2 \cdot 4 \frac{\sin^2(k_x - q_n) \frac{w}{4}}{(k_x^2 - q_n^2)^2} = 16 k_x^2 \frac{\pi w}{16} \frac{1}{k_x^2} \delta(k_x - q_n) = \pi w \delta(k_x - q_n)$$

Всп.  $\frac{\sin Nt}{t} = \frac{1}{N} \frac{\sin^2 Nt}{t^2} = \pi \delta(t) \quad \text{при } N \rightarrow \infty.$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{1 - e^{-kL}}{k} \cos k_y y = -2 \left[ K_0(k_x \sqrt{y^2 + L^2}) - K_0(k_x |y|) \right]$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\frac{\sin^2(k_x - q_n) \frac{w}{4}}{(k_x^2 - q_n^2)^2} = \frac{\sin^2(k_x - q_n) \frac{w}{4}}{(k_x - q_n)^2 (k_x + q_n)^2} \xrightarrow{w \rightarrow \infty} \pi \frac{w}{4} \delta(k_x - q_n) \frac{1}{(k_x + q_n)^2} = \frac{\pi w}{16} \frac{\delta(k_x - q_n)}{k_x^2}$$

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \left(-\frac{4}{\pi}\right) \int_0^{\infty} dk_x \int_0^{\infty} dk_y f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \times$$

$$\times \cos k_x (x-x') \cos k_y (y-y') = \left(-\frac{4}{\pi}\right) \int_0^{\infty} dk_x \int_0^{\infty} dk_y f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \cos k_y (y-y') \times$$

$$+ 16 k_x^2 - \frac{\pi w}{16} \frac{1}{k_x^2} \delta(k_x - q_n) = (-4) w q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{1}{k_y^2 + q_n^2} f(kL) \cos k_y (y-y')$$

$$\rightarrow G_{xx}^{nn}(y, y') = (-4) w q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{f(kL)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y (y-y')$$

$$kL = kw \left(\frac{L}{w}\right) \ll 1 \text{ и } \text{выберем } f(kL) = \frac{1}{2} kL = \frac{1}{2} \sqrt{k_y^2 + q_n^2}$$

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = (-2) w L q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{\cos k_y (y-y')}{\sqrt{k_y^2 + q_n^2}}, \quad q_n \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{\cos k_y y}{\sqrt{k_y^2 + q_n^2}} = 2 K_0(k_x |y|)$$

$$q_n = \frac{n\pi}{w}, \quad n=1, 3, \dots$$

$$\rightarrow G_{xx}^{nn}(y, y') = (-2) w L q_n^2 K_0[q_n |y-y'|] = (-2) p(q_n w)^2 K_0[q_n |y-y'|]$$

Рассм.  $\hat{I}(\mu) = \int_{y_0}^{y_1} dy G_{xx}^{nn}(y, y') \mu(y')$ , выберем  $\Phi \hat{I}(\mu) = \lambda \mu$

выберем. Тогда  $\Omega_{nn}^2(y) \mu(y) = \omega_n^2 \lambda \mu(y)$ ,  $\int_{y_0}^{y_1} dy \mu^2(y) = 1$ .

гомогенная на  $\mu(y)$  и  $dy(\dots)$ .



Date.  $\Omega_{nn}^{2\nu} = \omega_M^2 \lambda_{\nu}^n$ ,  $\Omega_{nn}^{2\nu} = \int_{-y_0}^{y_0} dy \Omega_{nn}^2(y) \mu_{\nu}^2(y)$ ,  $\lambda_{\nu}^n > 0$ ,  $\lambda_{\nu} \sim \rho$ .

Общ. запись  $\omega_{nn}^{2\nu} = \omega_{\perp nn}^{2\nu} + \omega_M^2 \lambda_{\nu}^n$

$\lambda_{\nu}^n = -\frac{1}{4\pi} \int dy dy' G_{xx}^{nn}(y, y') \mu_{\nu}(y) \mu_{\nu}(y')$

Упрощенная запись:  $\omega_{n\nu}^2 = \omega_{\perp n\nu}^2 + \omega_M^2 \lambda_{n\nu}$ .

Для  $\rho \ll 1$  хорошим аппр. СФ служит  $\mu_{\nu}(y) = \cos(\frac{\pi \nu}{W} y)$

С другой стороны

$\omega_{n\nu}^2 = \left[ \omega_H + \frac{1}{2} \rho \frac{k_{xn}^2}{\epsilon_{n\nu}} \omega_M \right] \left[ \omega_H + \omega_M \left( 1 - \frac{\epsilon_{n\nu}}{2} \rho \right) \right]$

до края зоны  $\omega_H \ll \omega_M$  не достигаем,

можно и пренебречь  $\omega_H$  сравн. с 1 как показано 14/IV, это совб.  $G_{zz} = -4\pi \delta(\cdot)$

$\rightarrow \omega_{n\nu}^2 = \omega_H(\omega_H + \omega_M) + \frac{1}{2} \omega_M^2 \rho \frac{k_{xn}^2}{\epsilon_{n\nu}}$ ,  $\epsilon_{n\nu}^2 = k_{xn}^2 + k_{yn}^2$ .

$\omega_{\perp n\nu}^2 = \left[ \omega_{H_i}(\rho) (\omega_{H_i}(\rho) + \omega_M) \right]_{n\nu} \approx \omega_M \left[ \delta H_i^y(\rho) \right]_{n\nu}$

$\omega_H(\omega_H + \omega_M) \approx \omega_M \omega_H$ ,  $H \rightarrow H_i$  здесь.

Поэтому при  $\omega_H \ll \omega_M$  работает  $H_i \rightarrow (H_i)_{n\nu}$  —

матр. элемент на СФ:  $\mu_{n\nu}(x, y) = \cos(q_n x) \mu_{\nu}(y)$

в гиперс. соотношении  $\omega$ -элементы.

$\lambda_{n\nu} = \frac{1}{2} \rho \frac{k_{xn}^2}{\epsilon_{n\nu}}$  } а это я показывал в SW-PRB,

вспомог. матриц. элементы  $G_{xx}(\vec{p}, \vec{p}')$  на  $\cos(q_n x) \cos(q_{\nu} y)$ .  $x \in [0, W]$

Важно только в том, что СФ вдоль  $Oy$   $\mu_{\nu}(y)$  можно считать более точно и сЗ  $\lambda_{n\nu} \sim \rho q_n^2$  модифицировать.

Но в реальных СФ  $\mu_{\nu}(y) = \cos(\frac{\pi \nu}{2y_0} y)$  дает уже хорошую точность при  $\nu = 1, 3, \dots$ , т.е.  $\mu_{\nu}(\pm y_0) = 0$ .



# Note

Date. 17. IV .

Note: Ногхог к 2D SW-problem в SW-PRB заповребе  
 ебн. тормем еам в каребе багус. прнхуи  
 $m_{mn}(x,y) = M_s \cos(q_m x) \cos(q_n y)$  там ненолого баго СФ  
 нариоцеет. анероцеет  $G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')$  и  $G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}')$ .

Но нпу  $p \ll 1$   $\cos q_m x$  и  $\cos q_n y$ ,  $q_m = \frac{\pi m}{w}$ ,  $q_n = \frac{\pi n}{l}$   
 ебн. гокарорно тормем с  $m=1,3,\dots$ ,  $n=1,3,\dots$

17/IV

→  $y O(12/IV)$  бае бае аном. аном.

$$\begin{cases} -i\omega m_x(p) = -m_z(p) H_i(p) + M_s \int d^2 p' G_{zz} m_z(p') \\ -i\omega m_z(p) = H_i(p) m_x(p) - M_s \int d^2 p' G_{xx} m_x(p') \end{cases}$$

$$\omega^2 m_z(p) = H_i^2(p) [m_z(p) H_i(p) - M_s \int d^2 p' G_{zz}(p, p') m_z(p')] +$$

$$+ M_s \int d^2 p' G_{xx}(p, p') [-m_z(p') H_i(p') + M_s \int d^2 z G_{zz}(p', z) m_z(z)]$$

$$\omega^2 m_z(p) = H_i^2(p) m_z(p) - M_s H_i(p) \int d^2 p' G_{zz}(p, p') m_z(p') -$$

$$- M_s \int d^2 p' G_{xx}(p, p') H_i(p') m_z(p') + M_s^2 \int d^2 p' \int d^2 z G_{xx}(p, p') G_{zz}(p', z) m_z(z)$$

Там то в еам. аном. не бае,  $m_x(p) \sim m_z(p)$ .

$m_x(p)$  и  $m_z(p)$  ебн. СФ  $G_{zz}$ ,  $G_{xx}$  и  $G_{xx} G_{zz}$ . И нуп  
 нпу  $p \rightarrow 0$ , коге  $G_{zz}(p, p') = -4\pi \delta(x-x') \delta(y-y')$  бае аном.  $G_{xx}(p')$   
 еам гоном.  $H_i(p) \ll 4\pi M_s$ , то егге нуп. ебн.  $G_{xx}$   
 н бае нупе  $\approx m_z(p) \sim m_x(p)$ .

нупе  $G_{zz}(p')$  бае нупе  
 нупе нупе нупе нупе нупе

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = (-2) p(q_n w)^2 K_0[q_n |y - y'|]$$

$$K_0(x) = -\ln x - \gamma + \ln 2, \quad \text{нупе } p. - p. 8.477$$

$$x \ll 1 \quad K_0(x) = -\ln \frac{x}{2} \cdot I_0(x) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{2^{2k} (k!)^2} \psi(k+1)$$

$$K_0(x) = -\ln \frac{x}{2} \left[ 1 + \frac{x^2}{4} + \dots \right] + \psi(1) + \frac{x^2}{4} \psi(2) + O(x^4)$$

$\gamma$  is Euler's Constant,  $\psi(1) = -\gamma = -0.5772$ .  $\psi(k+1) = \psi(k) + 1/k$



Note

Date.

$$\psi'(z) = \psi(1) + 1$$

$$K_0(x) = -\ln \frac{x}{2} - \gamma + \frac{x^2}{4} \left[ -\ln \frac{x}{2} + 1 - \gamma \right] + O(x^4)$$

$$K_0(x) = -\ln \frac{x}{2} - \gamma \text{ для } x \rightarrow 0 \text{ и } x \rightarrow \infty \text{ соответственно}$$

$$K_0(x) = -\ln \frac{x}{2} - \gamma \text{ для } x \rightarrow 0 \text{ и } x \rightarrow \infty \text{ соответственно}$$

$$\hat{I}[f(y)] = -\frac{1}{4\pi} \int_{-y_0}^{y_0} dy' G_{xx}^{nn}(y, y') f(y') \approx \frac{(-1)}{4\pi} \int_{-y_0}^{y_0} dy' \left[ -\ln |y-y'| - \gamma + \ln 2 \right] f(y')$$

$$\mu(y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-y_0}^{y_0} dy' \ln |y-y'| q_n f(y') + \frac{(-1)}{4\pi} \cdot 0.116 \int_{-y_0}^{y_0} dy' \mu(y')$$

$$\lambda \mu(y) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-y_0}^{y_0} dy' G_{xx}^{nn}(y, y') \mu(y') / w$$

$$\lambda \mu(y) = \frac{P}{2\pi} (q_n w)^2 \int_{-y_0}^{y_0} \frac{dy'}{w} K_0 [q_n |y-y'|] \mu(y')$$

В безразмерных переменных:  
 $y \rightarrow y, q_n w \rightarrow q_n$   
 $q_n = \pi/w$

$$\lambda \mu(y) = \frac{\pi P}{2} \int_{-y_0}^{y_0} dy' K_0 [\pi |y-y'|] \mu(y')$$

Функция Грина:  $\mu_n(x, y) = a_n \cos(q_n x) \mu_n(y) = \mu_n(x) \mu_n(y)$

$$1 = \int_{-w/2}^{w/2} dx \mu_n^2(x) = a_n^2 \int_{-w/2}^{w/2} dx \cos^2\left(\frac{\pi n}{w} x\right) = a_n^2 \frac{w}{2} \epsilon_n = 1$$

$$a_n = \sqrt{\frac{2}{w \epsilon_n}}, \epsilon_n = 1 + \delta_{n0}, \epsilon_1 = 1. \mu_n(x) = \sqrt{\frac{2}{w}} \cos\left(\frac{\pi n}{w} x\right)$$

$$\Omega_{nn}^2(y) = \int_{-w/2}^{w/2} dx \mu_n^2(x) \Omega^2(x, y) = \left(\frac{2}{w}\right) \int_{-w/2}^{w/2} dx \cos^2\left(\frac{\pi n}{w} x\right) \Omega^2(x, y)$$

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = \int_{-w/2}^{w/2} dx \int_{-w/2}^{w/2} dx' \mu_n(x) \mu_n(x') G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = \left(\frac{2}{w}\right) \int_{-w/2}^{w/2} dx \cos^2\left(\frac{\pi n}{w} x\right) G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$[G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')] = \frac{1}{w^2}. \Omega_{nn}^2(y) = w \int_{-w/2}^{w/2} dx \cos^2(\pi n x) \Omega^2(x, y),$$

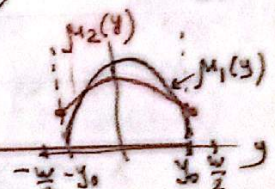
$$G_{xx}^{nn}(y, y') = w^2 \int_{-w/2}^{w/2} dx \int_{-w/2}^{w/2} dx' \cos(\pi n x) \cos(\pi n x') G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}'), (2/w) - \text{коэффициент}$$

$$[\Omega_{nn}^2(y)] = [w^2] \cdot w. \text{ Это можно увидеть } \int dy' \rightarrow \int \frac{dy'}{w} \text{ в интеграле.}$$

Будем считать  $\mu_0(y) = \cos\left(\frac{\pi y}{2y_0}\right)$  решением СФ?

$$\mu_1(y) = \cos\left(\frac{\pi y}{2y_0}\right), \mu_2(y) = \int_{-y_0}^{y_0} dy' K_0[\pi |y-y'|] \mu_1(y')$$

$$\lambda \mu_1(y) = \mu_2(y), \text{ то } \lambda = \lambda(y), \text{ зависит от } y \rightarrow y_0.$$

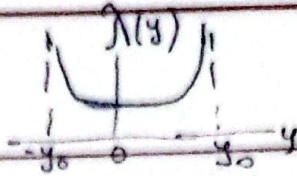




# Note

Интегральные уравнения  $y_0$ , где  $H_i^y(y_0)=0$

Date.



exp.  $y=0$  - резонанс в центре

$$\frac{1}{(P\pi/2)} \lambda(y) = \frac{\mu_2(y)}{\mu_1(y)}, \quad \lambda(0) = 0.752 \cdot (P\pi/2) \rightarrow \lambda_{11} \quad \hat{\lambda} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

с гранич. условиями  $\lambda_{nv} = \frac{1}{2} P \frac{k_n^2}{\pi_{nv}}$

$$\lambda(0) = \hat{\lambda} \cdot (P\pi/2) \quad \lambda_{11} = \frac{1}{2} P \frac{\pi^2}{\sqrt{k_1^2 + k_y^2}}; \quad \lambda(0) = \lambda_{11} \text{ где } (k_{x1} = \pi)$$

$$\hat{\lambda} \pi = \frac{\pi^2}{\sqrt{\pi^2 + k_y^2}} \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + k_y^2}} \quad \text{или} \quad \frac{1}{\hat{\lambda}^2} = 1 + (k_y/\pi)^2, \quad \frac{k_y}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{\hat{\lambda}^2} - 1}$$

тогда  $\frac{k_y}{\pi} = 0.877, \quad k_y = \frac{\pi}{2y_0} - ?$

→ Найти  $y_0$ .  $y_0$  корень  $H_i^y(y)=0$ , где  $H_i^y(x,y)$  выраж. на  $\cos(q_n x)$ ,  $n=1$ .

МСТД пакет  $y_0 = 0.4954$  (где PI-exp. peak)

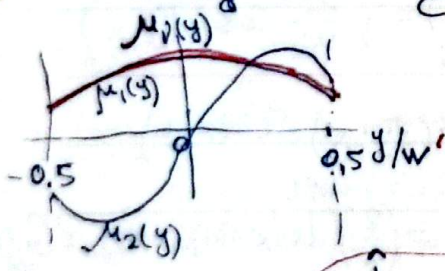
Две values  $y_0$   $\lambda(0) = 0.755 (P\pi/2)$ ,  $\hat{\lambda} = 0.755$  и  $\frac{k_y}{\pi} = 0.870$  (ант. гр.)

Из пакета ISM известно, что  $\frac{k_y}{\pi} = 1$  и  $\mu_1(y) = \cos(\frac{\pi}{w} y)$  - хорошо согласуется exp. JAP'02.

из ант. гр.  $\frac{k_y}{\pi} = 0.870$  получается резонанс, можно рассм. как резонанс нулевой. решение ант. гр. → CF, 3 -  $\lambda$  на  $\cos(\frac{\pi}{2y_0} y)$ .

Проверено SW-Crawford.mcd

находим спектр  $\hat{\lambda}_v = \frac{\lambda_v}{(\frac{1}{2} P \pi)}$  ;  $\frac{0.943}{\mu_1(y)}$   $\frac{0.674}{\mu_2(y)}$   $\frac{0.503}{\mu_3(y)}$



Можно изменить нормировку  $y''$  в ант. гр.  $\text{где } y/w$ .  $q_1 |y-y'| = \frac{\pi}{w} |y-y'| = \pi \frac{(2y_0)}{w} \frac{|y-y'|}{2y_0}$

$2y_0 = w'$   $y' = \frac{y'}{w} = (\frac{w'}{w}) \frac{y'}{w'}$ ,  $y'/w' \rightarrow y'$

$\hat{\lambda} \mu(y) = \frac{w'}{w} \int_{-w'/2}^{w'/2} dy' K_0[\pi \frac{w'}{w} |y-y'|] \mu(y')$  - теперь  $y''$  в ант. гр.

$\frac{w'}{w} = \frac{2y_0}{w} = \frac{2 \cdot 0.4954}{1} = 0.9908$  где PI-exp. линия - это следови JAP'02

Можно  $\frac{w'}{w}$  вынести в  $\hat{\lambda}$ . New  $\hat{\lambda} = \frac{w'}{w} \hat{\lambda} = \frac{w'}{w} \frac{\lambda}{(P\pi/2)} \rightarrow \hat{\lambda}$

→ Тогда спектр  $\hat{\lambda}_v$  :  $\frac{0.949}{\mu_1(y)}$   $\frac{0.676}{\mu_2(y)}$   $\frac{0.503}{\mu_3(y)}$  ...

В ант. гр. для  $\mu_1(y)$  :  $\lambda_1 = \hat{\lambda}_1 (\frac{w'}{w}) (\frac{1}{2} P \pi)$  и  $\lambda_{11} = \frac{1}{2} P \frac{\pi^2}{\sqrt{\pi^2 + k_y^2}}$

$\hat{\lambda}_1 = \frac{w'}{w} \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + k_y^2}}$ ,  $|k_y + k_y w'|$ ,  $\frac{k_y}{\pi} = \sqrt{(\frac{w'}{w})^2 \frac{1}{\hat{\lambda}_1^2} - 1}$ , откуда



Note

$\omega_{\perp}^2$  надо упростить более рано, чем здесь, см. 18/17

Date.

$$\frac{k_y w}{\pi} = 0.362$$

$$k_y = \frac{\pi}{2y_e}, \quad 2y_e = \frac{1}{0.362} w = 2.76 \cdot w - \text{здр. граница } \vec{H}.$$

$$G_{xx}^{nn}(y-y') = G_{xx}^{nn}(z) = (-4) \frac{1}{w} (q_n w)^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{f(kL)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y z$$

используем  $x$ -преобразование  $\hat{G}_{xx}^{nn}(z) = (-2)P(q_n w)^2 K_0(q_n |z|)$  по сравнению.

$$G_{xx}^{nn}(z) = (-4)(q_n w)^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{f(pk)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y z, \quad w/\mu_n q_n = \pi, \quad z \in [0, 1].$$

используем  $\frac{2}{P} \int_0^{\infty} dk_y \frac{f(pk)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y z = K_0(q_n |z|)$  используем  $p < 1$ .  
 $k^2 = k_y^2 + q_n^2$ .

См. 16/17:  $\omega_{nv}^2 = (\omega_{\perp}^2)_{nv} + \omega_M^2 \lambda_{nv}, \quad n=1, v=1$  где осн. моды.

$$\omega_{11}^2 = \left[ \omega_{H_1}(p) (\omega_{H_1}(p) + \omega_M) \right]_{(11)} + \omega_M^2 \lambda_{11}, \quad \omega_{H_1} = \delta H_1(p).$$

Таким образом  $|y| = y_0$  не углы, поэтому  $\omega_{H_1}(p) \ll \omega_M, \quad H_1^y(y) \ll 4\pi M_s$ .

$$\omega_{11}^2 = \omega_M \delta [H_1^y(p)]_{nv} + \omega_M^2 \lambda_{11}, \quad \lambda_{11} = \hat{\lambda}_1 \left( \frac{w'}{w} \right) \left( \frac{1}{2} p \pi \right)$$

$$\left( \frac{\omega_{11}}{\omega_M} \right)^2 = \frac{[H_1^y(p)]_{nv}}{4\pi M_s} + \lambda_{11}, \quad [\dots]_{nv} = [\dots]_{nn}^{nv}$$

описание интерференции по  $\mu_n(x) = \sqrt{\frac{2}{w}} \cos\left(\frac{\pi n}{x}\right)$  и  $\mu_v(y)$ .

$$[f(p)]_{nn}^{vv} = \int_{-w/2}^{w/2} dx \mu_n^2(x) \int_{-y_0}^{y_0} dy \mu_v^2(y) f(xy).$$

Надо было знать  $\mu_v(y)$  тогда  $\mu_n(x)$  поле  $H_d^y(y)$  усреднено на этих  $CF$ .

МКАД показал, что спектр  $\hat{\lambda}_1$  и  $\log CF$  сильно зависят от  $N$ -типа разделения интервала.

$N=700$  для спектра  $\hat{\lambda}_0$ : 0.844      0.571      0.398

Pinning  $\frac{\mu_1(y=y_2)}{\mu_1(y=0)} = 0.401$  — это  $\cos$ б.  $\mu_1(y) = \mu_1(0) \cos(k_y y)$  всё в  $w'$ .

$$\mu_1(y_2) = \mu_1(0) \cos \frac{k_y}{2}, \quad \cos \frac{k_y}{2} = \frac{\mu_1(y_2)}{\mu_1(0)} = 0.401 \text{ где } k_{y1} = \frac{\pi}{1.356}$$

$$k_y = \frac{\pi}{1.356} \frac{1}{w'} = \frac{\pi}{1.356} \left( \frac{w}{w'} \right) \frac{1}{w}. \quad \mu_1(y) = \mu_1(0) \cos(k_{y1} y) = a_1 \cos(k_{y1} y)$$

Тогда  $\int_{-y_0}^{y_0} dy \mu_1^2(y) = 1 \quad \mu_1(y) = \frac{1}{\sqrt{0.652}} \cos(k_{y1} y) \text{ в } w'.$



# Note

Date.

$$[H_i^y(p)]_{11} = \int_{-y_0}^{y_0} H_i^y(y) M_1^2(y) dy = 0,459 \text{ kDe } \mu/\mu \quad H_{\text{res}} = 0,469$$

$$\lambda_{11} = \hat{\lambda}_1 \left( \frac{1}{2} p \pi \right) \frac{w'}{w}, \quad \hat{\lambda}_1 = 0,844$$

$$\frac{w_{11}^2}{w_M^2} = \frac{1}{4\pi M_3} [H_i^y]_{11} + \lambda_{11} = 4,54 \cdot 10^{-2}$$

$$w_{11} = \sqrt{4,54 \cdot 10^{-2}} w_M = 43,55 \text{ GHz } \mu/\mu \quad w_{\text{экс}} = 7,04 \cdot 2\pi = 44,2 \text{ GHz}$$

$$w_{11}/2\pi = 6,93 \text{ GHz } \mu/\mu \quad f_{\text{экс}} = 7,04 \text{ GHz}$$

Составим уравнение для  $\mu_1(y)$  с учетом граничных условий.

$$k_{y1} = \frac{\pi}{1,344} \frac{1}{w} \quad \mu_1(y) = a_1 \cos(k_{y1} y)$$

Уточним приближение для  $\mu_1(y)$

$$k_{y1} w = \sqrt{\left( \frac{w}{w'} \right)^2 \frac{1}{\lambda^2} - 1} \quad \text{но } k_{y1} w = 0,656, \quad \text{то}$$

$$\text{можно считать, что } k_{y1} = \frac{\pi}{w} \frac{1}{1,344} = 0,744 \frac{\pi}{w}$$

Но для  $k_y$  малых  $w(k_y)$  имеет экстремум, см. 18/17

Надо определить функцию  $G_{xx}^{nn}(y, y')$  и найти  $w(k_y)$ .

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = -4wq_n^2 \int_0^\infty dk_y \frac{f(kL)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y(y - y')$$

$$\int_{-w/2}^{w/2} dy \int_{-w/2}^{w/2} dy' \cos q_y y \cos q_{y'} y' \cos k_y(y - y') = \left| \int_{-w/2}^{w/2} dy \cos q_y y \cos k_y y \right|^2$$

$$= \left[ \int_{-w/2}^{w/2} dy \left[ \cos(k_y - q_y)y + \cos(k_y + q_y)y \right] \right]^2 = \left[ \frac{1}{2} \frac{\sin((k_y - q_y)y)}{(k_y - q_y)} \right]_{-w/2}^{w/2} + \frac{1}{2} \frac{\sin((k_y + q_y)y)}{(k_y + q_y)} \right]_{-w/2}^{w/2}$$

$$= \left[ \frac{\sin((k_y - q_y)w/2)}{(k_y - q_y)} + \frac{\sin((k_y + q_y)w/2)}{(k_y + q_y)} \right]^2 = \frac{\sin^2(-w/2)}{(-)^2} + \frac{2 \sin(-) \sin(+)}{(-)(+)} + \frac{\sin^2(+)}{(+)^2}$$

$$= \left| \frac{(-)(+)}{(-)(+)} \right| \frac{\sin^2((k_y - q_y)w/2)}{(k_y - q_y)^2} + \frac{\sin^2((k_y + q_y)w/2)}{(k_y + q_y)^2} = \left| \frac{\sin^2((k_y - q_y)w/2)}{(k_y - q_y)^2} + \frac{\sin^2((k_y + q_y)w/2)}{(k_y + q_y)^2} \right|$$

$$= \pi \frac{w}{2} \delta(k_y - q_y) + \pi \frac{w}{2} \delta(k_y + q_y)$$

$$e^{ik(x-x')} = e^{ik_x(x-x')} e^{ik_y(y-y')} = [\cos k_x \Delta x + i \sin k_x \Delta x] [\cos k_y \Delta y + i \sin k_y \Delta y]$$



Date:  $G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y f(k_L) \frac{k_x^2}{k^2} \cos k_x(x-x') \cos k_y(y-y')$

$\int_{-w/2}^{w/2} dx' \cos q_n x' \cos q_n x' \int_{-l/2}^{l/2} dy' \cos q_v y' \cos q_v y' G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') =$   
 $-\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y f(k_L) \frac{k_x^2}{k^2} \frac{\pi w}{2} [\delta(k_x - q_n) + \delta(k_x + q_n)] \frac{\pi l}{2} x$   
 $[\delta(k_y - q_v) + \delta(k_y + q_v)] = -\frac{1}{\pi} \pi^2 l w f(x_{nv} L) \frac{q_n^2}{x_{nv}^2}$

ans.  $\lambda_{nv} = -\frac{1}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} dy dy' G_{xx}^{nn}(yy') \cos q_v y \cos q_v y' =$

$= -\frac{1}{4\pi} \int_{-w/2}^{w/2} dx dx' \cos q_n x \cos q_n x' \int_{-l/2}^{l/2} dy dy' \cos q_v y \cos q_v y' G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') =$   
 $= -\frac{1}{4\pi} (-\pi) l w f(x_{nv} L) \frac{q_n^2}{x_{nv}^2} = \frac{1}{4} l w f(x_{nv} L) \frac{q_n^2}{x_{nv}^2} = \frac{l w}{4} f(x_{nv} L) \frac{q_n^2}{x_{nv}^2} = \frac{l w}{4} f(x_{nv} L) \frac{q_n^2}{x_{nv}^2}$   
 $= \frac{1}{4} w^2 \frac{1}{2} x_{nv} L \frac{q_n^2}{x_{nv}^2} = \frac{1}{8} p \frac{q_n^2}{x_{nv}} w^2$

Ho  $w$  SW-PRB crier  $\lambda_{nv} = \frac{1}{2} p \frac{q_n^2}{x_{nv}}$ ,  $\frac{1}{4}$  ?

$G_{xx}^{nn}(yy') = \int_{-w/2}^{w/2} dx dx' \cos q_n x \cos q_n x' (-\frac{1}{\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y f(k_L) \frac{k_x^2}{k^2} \cos k_x x \cos k_y y =$   
 $= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y f(k_L) \frac{k_x^2}{k^2} \cos k_y y \frac{\pi w}{2} [\delta(k_x - q_n) + \delta(k_x + q_n)] =$   
 $= -w \int_{-\infty}^{\infty} dk_y f(k_L) \frac{q_n^2}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y y = -2w q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{f(k_L)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y y$

Ho parca  $G_{xx}^{nn}(yy') = (-4) w q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y (\dots)$

$\sin(k_x + q_n) \frac{w}{2} = |q_n = \frac{n\pi}{w}| = \sin(k_x - q_n + 2q_n) \frac{w}{2} = \sin[(k_x - q_n) \frac{w}{2} + n\pi] =$   
 $= (-1)^n \sin(k_x - q_n) \frac{w}{2}, \quad n \text{ - even}$

Hege:  $\int_{-w/2}^{w/2} dx \cos q_n x \int_{-w/2}^{w/2} dx' \cos q_n x' \cos k_x(x-x') = \left[ \frac{\sin(-)}{(-)} + \frac{\sin(+)}{(+)} \right]^2 =$   
 $= \sin^2(k_x - q_n) \frac{w}{2} \left[ \frac{1}{k_y - q_n} - \frac{1}{k_x + q_n} \right]^2 = \frac{4q_n^2}{(k_x^2 - q_n^2)^2} \sin^2(k_x - q_n) \frac{w}{2} =$   
 $= \frac{4q_n^2}{(k_x^2 - q_n^2)^2} \sin^2(k_x - q_n) \frac{w}{2} = \frac{4q_n^2}{(k_x^2 - q_n^2)^2} \pi \frac{w}{2} \delta(k_x - q_n) = \pi \frac{w}{2} \delta(k_x - q_n)$



# Plan Memo

Date. 13 . 04

$$\lambda_{nv} = -\frac{1}{4\pi} \int_{-y_0}^{y_0} dy dy' G_{xx}^{nn}(y, y') \mu_v(y) \mu_v(y') \quad , \quad y \in \text{eq. w.}$$

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = -2p(q_n w)^2 K_0[q_n |y - y'|]$$

$$\lambda \mu_v(y) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-y_0}^{y_0} dy' G_{xx}^{nn}(y, y') \mu_v(y') = \frac{\pi}{2} p \int_{-y_0}^{y_0} dy' K_0[\pi |y - y'|] \mu_v(y')$$

$$y = \frac{y}{w} \rightarrow \frac{w'}{w} \left( \frac{y}{w'} \right) = \frac{w'}{w} y \quad , \quad \lambda \mu_v(y) = \frac{\pi}{2} p \frac{w'}{w} \int_{-y_2}^{y_2} dy' K_0\left[\pi \frac{w'}{w} |y - y'|\right] \mu_v(y')$$

$$u_{nn} \quad \hat{\lambda} \mu_v(y) = \int_{-y_2}^{y_2} dy' g(y, y') \mu_v(y') \quad , \quad g(y, y') = K_0\left[\pi \frac{w'}{w} |y - y'|\right]$$

$$\hat{\lambda} = \lambda / \left( \frac{1}{2} p \pi \frac{w'}{w} \right)$$

это инт. гр. и равен в мкнд (SW-Crawford. mcd).  $\frac{w'}{w} = \frac{2y_0}{w} = 0.2$   
 гр. обнуляется после  $\int dx = \cos(q_n x)$  если

$$\Omega_{nn}^2(y) \mu_v(y) = \omega_M^2 \lambda_v \mu_v(y) \quad , \quad \Omega_{nn}^2(y) = \omega^2 - \omega_{\perp nn}^2(y)$$

$$\int_{-y_2}^{y_2} dy \mu_v^2(y) \Omega_{nn}^2(y) = \Omega_{nv}^2 = \omega_M^2 \lambda_v \int_{-y_2}^{y_2} dy \mu_v^2(y) \quad , \quad y \rightarrow y/w'$$

здесь  $\mu_v(y)$  не обязательно нормир. на "1", но нормир. проблема слева и справа граница должна быть одинакова.

В первом случае хранили упрощ. функцию где  $v=1$  а именно, 17/17

$$\mu_1(y) = \frac{1}{\sqrt{0.652}} \cos(k_{y1} y) \quad , \quad k_{y1} = \frac{\pi}{1.356 w'} \quad , \quad \int_{-y_2}^{y_2} dy \mu_1^2(y) = 1$$

$$\hat{\lambda}_v \int_{-y_2}^{y_2} dy \mu_v^2(y) = \int_{-y_2}^{y_2} dy \int_{-y_2}^{y_2} dy' g(y, y') \mu_v(y) \mu_v(y')$$

$$\hat{\lambda}_v = \int_{-y_2}^{y_2} dy \int_{-y_2}^{y_2} dy' g(y, y') \mu_v(y) \mu_v(y') \quad \text{так} \quad \int_{-y_2}^{y_2} dy \mu_v^2(y) = 1$$

$$\hat{\lambda}_v = \frac{1}{N_v} \int dy dy' g(y, y') \mu_v(y) \mu_v(y') \quad , \quad N_v = \int dy \mu_v^2(y)$$

→ Итерационно берем. макс. зн. по "x" от 16/17:  
 берем  $x$ ,  $x \in [0, w]$  (Ф по "x"  $\sin q_n x$ )



$$J_2 = \int_0^w dx \int_0^w dx' \sin q_n x \sin q_n x' \cosh k_x (x - x') = \int_0^w dx \int_0^w dx' (\dots) x$$

$$x [\cosh k_x x \cosh k_x x' + \sinh k_x x \sinh k_x x'] = \left[ \int_0^w dx \sin q_n x \cosh k_x x \right]^2 +$$

$$+ \left[ \int_0^w dx \sin q_n x \sinh k_x x \right]^2 = \frac{q^2}{(k_x^2 - q_n^2)^2 \sin^2(k_x - q_n)w}$$



# Plan Memo

Date:  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{q^2}{(k^2 - q^2)^2} \sin^2(k - q_n) w = \frac{q_n^2}{(k + q_n)^2} \frac{\sin^2(k - q_n) w}{(k - q_n)^2} =$   
 $\pi w \delta(k - q_n) = \pi \frac{w}{4} \delta(k - q_n)$

Conclude 17/11  $\int_{-w/2}^{w/2} dx \int_{-w/2}^{w/2} dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \cos k_x (x - x') = \frac{1}{2} \pi w \delta(k_x - q_n)$

we guess gen. unknown  $(\frac{1}{2})$  to be equal.  $G_{xx}(y, y')$  and  $\lambda_{nv}$ .  
 $\hat{\lambda} = \lambda / (\frac{1}{4} \rho \pi \frac{w'}{w})$ ,  $\lambda$  unknown to 2 pos.

$\omega_{nv}^2 = \omega_{1nv}^2 + \omega_M^2 \lambda_{nv}$ ,  $\hat{\lambda}_1 = 0.844$

$\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_M}\right)^2 = \frac{[H_i^y]_{11}^2}{(4\pi M_s)^2} + \frac{[H_i^y]_{11}}{(4\pi M_s)} + \lambda_{11}$

Playbook trial function наиболее близкая к  $M_1(y)$  gen

$M_1(y) = M_1(0) \cos(k_{y1} y)$ ,  $k_{y1} = \frac{\pi}{1.381} \frac{1}{w}$ ,  $y \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

или  $k_{y1} = \frac{\pi}{1.381} \left(\frac{w}{w'}\right) \frac{1}{w} = \frac{\pi}{1.381} \frac{1}{0.9908} \frac{1}{w}$ ,  $y \in [-y_0, y_0]$  в eq. w.

$\int_{-1/2}^{1/2} M_1^2(y) dy = 0.668$ ,  $M_1(y) = \frac{1}{\sqrt{0.668}} \cos(k_{y1} y)$

Получим  $\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_M}\right)^2 = 4.52 \cdot 10^{-2}$  или  $\frac{\omega_{11}}{2\pi} = 6.92$  GHz, что

близко к собственным с 6.93 GHz от 17/11.

Если без учета этой  $(1/2)$  в  $\lambda_{11}$  получим  $\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_M}\right)^2 = 4.67 \cdot 10^{-2}$  или  $\frac{\omega_{11}}{2\pi} = 7.03$  GHz

→ Беспокоя с Chantrell по поводу этого объяснения experiments  
 Tamari / Crawford:

- 1) Метод  $\omega(k_x, H_i(y), k_y)$  изменение  $y$ . б/м  $y = y_m$   
 выходим из рез. условия  $\omega(k, H_i) = \omega_0$  за счет нагнетания  $H_i(y)$   
 непрерывной функции -  $k_y(y)$  за счет  $H_i(y)$  нагнет.  
 по терм. возбуждения  $y_m$ , где  $k_y(y) = 0$  и  $\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y(y) \approx \pi$
- 2) Метод trial functions  $\cos q_n x \cos q_n y$  и  $H_{11n}$  - матрица.
- 3) Элементы матрицы - strong pinning.
- 4) Метод собственных значений  $G_{xx}(y, y')$  - weak pinning.



1997年12月

22. 04

Дневная  
Тамара Трансформ

Определение, где  $\lambda$  — длина волны излучения,  $\nu$  — частота излучения,  $m$  — масса электрона,  $c$  — скорость света,  $p = h\nu$ ,  $h$  — постоянная Планка. По известным величинам  $\lambda$  и  $\nu$  можно найти  $\lambda_{\text{Керн-ЭМР}}$  max, разность  $\lambda_{\text{Керн-ЭМР}}$  max и  $\lambda_{\text{Керн-ЭМР}}$  min.

Две пары  $\omega_0$  локализация будет симона  
и на краю газа (PRL'02). С ростом  $\omega_0$  лока-  
лизация будет падать, смещаясь к центру газа,  
пока две  $(\omega_0 \times \omega_0)$  долин не исчезнет совсем.  
Но меньше  $\omega_0$  сдвиг, меньше  $\hbar \omega_0$  — насыщение  
ослабевает

19/12 Campbell & CMU (J. Fidler) - Burpura & S. Tamam  
 Fraeger & Orosian & Chantrell. Abstracts - Scholz & Orosian  
 Roppyup. paper by Kohnen - FMR (JMM) - Caeg. Report  
 Hoshanov Figs & SW-text. FEN: paper.

Figs  
in Sugar Syrup

22/11

$$\omega_{nv}^2 = \left[ \omega_{ni} + f(xp) \frac{k_n^2}{x_n^2} \omega_n^2 \right] \left[ \omega_{ni} + \omega_n^2 (1 - f(xp)) \right]$$

$$x = x_{ms} = \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \quad \omega_{hi} = \delta [1 + u_d^2] = \delta u_i$$

$$\omega^2 = \omega_{n_i}^2 + \omega_{n_i} \omega_M \left[ 1 - f + f \frac{k_n^2}{\alpha^2} \right] + \omega_M^2 f (1 - f) \frac{k_n^2}{\alpha^2}$$

$$\frac{k^2}{x^2} - 1 = \frac{k^2 - (k^2 + k^3)}{x^2} = -\frac{k^3}{x^2}$$

$$\omega_{H_i}^2 + \omega_{H_i} \omega_M \left[ 1 - f \frac{k_y^2}{x^2} \right] + \omega_M^2 f (1-f) \frac{k_y^2}{x^2} - \omega^2 = 0$$

from Plasma

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left[ \omega_M \left( f \frac{k_0^2}{\alpha^2} - 1 \right) \pm \omega_M \sqrt{\left( 1 - f \frac{k_0^2}{\alpha^2} \right)^2 - 4f(1-f) \frac{k_0^2}{\alpha^2} + 4(\omega/\omega_M)^2} \right]$$

$$\rightarrow \omega_{Hi} = \frac{1}{2} \omega_M \left[ \left( 1 + \frac{k_p^2}{x^2} - 1 \right) + \sqrt{4(\omega/\omega_M)^2 + \left( 1 - 1 + \frac{k_p^2}{x^2} \right)^2 - 4 \left( 1 - 1 + \frac{k_p^2}{x^2} \right) \frac{k_n^2}{x^2}} \right]$$

$$\left(1 - f \frac{k^2}{x^2}\right)^2 - 4f(1-f) \frac{k^2}{x^2} = 1 - 2f \frac{k^2}{x^2} + f^2 \frac{k^4}{x^4} - 4f \frac{k^2}{x^2} + 4f^2 \frac{k^2}{x^2} \approx 1$$



# Plan Memo

$$1 - \frac{2f}{x^2} \{k^2 + 2k_n^2\} = 1 - \frac{2f}{x^2} \{x^2 + k_n^2\}$$

$H_d^y \rightarrow H_{n1}, 15/10$   
 $H_d^y$  зависит от  $x, y=0$ .

$$H_{res} = \frac{\omega_{H_i}}{\gamma} - H_d^y = \frac{1}{2} \frac{\omega_H}{\gamma} [\dots] - H_d^y$$

резонанс. поле как функции  $k_n, k$ .

нужно учесть 2-й член: (а)  $H_d^y(x=0, y=0)$  - т.к. резонанс зависит от  $x, y$  в центре зазора;  
 (б)  $H_{n1}$  на  $k_{n1}$  (Ф  $M_{n1}(x, y)$ )  
 - с учетом экранирования, а (б) - с учетом SW-PRB.

$$H_d^y(x=0, y=0) = -M_s M_y(x=0, y=0) = -4.3 \cdot 10^{-3} \text{ kOe}$$

по ф. Joseph-Schl.

| n         | 1     | 3     | 5     | 7     | 9     | $\omega/2\pi = 7.04 \text{ GHz}$   |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------------------|
| $H_i$     | 0,469 | 0,392 | 0,324 | 0,261 | 0,196 |                                    |
| $H_{res}$ | 0,466 | 0,393 | 0,323 | 0,256 | 0,197 | метод (а)<br>$H_d(0,0)$            |
| $H_{n1}$  | 0,468 | 0,394 | 0,325 | 0,258 | 0,192 | метод (б)<br>- м. зн. $(H_d)_{n1}$ |
| $H_{res}$ | 0,466 | 0,396 | 0,330 | 0,266 | 0,204 |                                    |

МКД (hdp - rectan. med)  $\gamma = 1, k_y = \pi w$  и  $H_d^y = -4.3 \text{ Oe}$   
 $H_i(n1), H_i(11) = 0,4614 \text{ kOe}, H_{res}(11) = 0,4614 - (-0,0043) = 0,4657 \text{ kOe}$

Данные аналогично для  $n=1, 3, 5, 7, 9$  и  $\gamma(0y)=1$ .  
 $H_i(31) = 0,3883 \text{ kOe}, H_{res}(31) = 0,3883 + 0,0043 = 0,3926 \text{ kOe}$   
 $H_i(51) = 0,3191 \text{ kOe}, H_{res}(51) = 0,3191 + 0,0043 = 0,3234 \text{ kOe}$   
 $H_i(71) = 0,2519 \text{ kOe}, H_{res}(71) = 0,2519 + 0,0043 = 0,2562 \text{ kOe}$   
 $H_i(91) = 0,1858 \text{ kOe}, H_{res}(91) = 0,1858 + 0,0043 = 0,1901 \text{ kOe}$

$m_{n1} \sim \cos(\frac{n\pi}{w}x) \cos(\frac{p\pi}{w}y)$  - зависит от  $(H_d^y)_{n1}$  на  $k_{n1}$   
 $\omega_{n1} = \omega_{зачн.}$   $\gamma$  как набор резонанс. полей  $H_{n1}, \gamma=1$

$H_{n1} = 0,4676 \text{ kOe}; H_{31} = 0,3940; H_{51} = 0,3249; H_{71} = 0,2576; H_{91} = 0,1915 \text{ kOe}$   
 по мере метода (а) и метода (б) приближались к  $(H_{ex})_{n1}$  (хоть и малые),  $f(x_{n1}, p)$  в ряд по  $p = 1/w$  не разлагал.  
 $(H_d)_{n1} = -(5,7 \div 5,3) \cdot 10^{-4}$ , или  $(H_d)_{n1} = -(6,1 \div 5,7) \cdot 10^{-3} \text{ kOe}$ , от  $n$  зависит слабо.



SW-FeNi reaction elements

Date. 25.04.

for  $\gamma, M_s, L$  or  $1/\sqrt{\gamma}$ :  $\gamma = 2.97 \frac{\text{GHz}}{\text{eV}}$ ,  $M_s = 860 \text{ eV}$ ,  $L = 110 \text{ fm}$

Yafpamo gaer DE - victory (res. field) gme  $n = 7 \times 9$ .

Н/в, розне и згвањено  $\pm$  до 3,01 ниво  $\int dy ky = \pi$  бина

Выводы: DE на  $H_i(0,0)$  с шумом  $(2,97 = 8)$  набором и  
 200 образ с DE- $w_{7,9}$  и  $\int d\mathbf{f}_g$  если  $L \rightarrow 10^4$

Дополн. параграф: в чем состоит за рамками DE-equation  
и где каких  $k_x, k_y$  это существенно,

$$H_i^y(x, y) = H - M_s N_y(x, y)$$

$N_y(x_0, y)$  —  $x_0$  и фактически не зависит  $\forall x_0$   
const



→ Имена ошибки в файле HDIP-RECTAN1.mcd  
равные там все означало где  $u = l/w = 1,75$ . Итого  $u' = \frac{l}{w} = 1$ .  
То повнимательнее на все рисунки. результаты типа  
 $y_m, y_0$ ,  $y_{dyk}$  построенные по сех пер, начиная с 1/2.

$$H_y(x=0, y=0) = -10.7 \text{ de (obteno 22/IV Bcero -4.3 de)}$$

До поврнување во Мраз - @мозга на  $10.7 - 4.3 = 6.4$  де  
 и/и со не надворе  $8 M_S L$ . Набав  $8 M_S L$  - неперсмаем.

находим  $\Delta H_{\text{ср}}$  газам по  $n=7,9$  имам  $H_7^{\text{ср}} = 2610 \text{ кДж/моль}$ ,  $H_9^{\text{ср}} = 196 \text{ кДж/моль}$

$$H_{res}(g_1) = H_i(g_1) - H_d^y(0,0) = H_i(g_1) + 10,7 \text{ oe} = 196 \text{ oe}$$

gesamtes Hres (91) = Hres <sup>exen.</sup>,  $H_i(91) = (196 - 10,7) \text{ de} = 185,3 \text{ de}$

$$H_i(71) = (261 - 10.7) \text{ oe} = 250.3 \text{ oe}$$

номинальное давление  $1/\sqrt{2}$  газ ( $\gamma = 2.97$ ,  $M_s = 860$ )  $\omega_n^{DE}(H) =$   
 $H_0 k_y = \pi/\lambda$

a)  $n=9 \rightarrow L = 115,3 \text{ nm}$

b)  $n = 7 \rightarrow L = 117.2 \text{ mm}$

Wp  $\gamma = 3.01$ ,  $M_s = 260$  wave  $\mu m$

a)  $n = 9 \rightarrow L = 110,2 \text{ nm}$

b)  $n=7 \rightarrow L = 110.8 \text{ nm}$

wynik przeliczeń  
do  $148 \text{ kg} = 1,69 \text{ t}$



Всё.  
 По  $y_m$   $\delta' = 3,034$  найденное значение  $\int dy k_y = 3,16$ .  
 т.е. набор  $\delta = 3,03$ ,  $M_s = 860$ ,  $L = 110$  мм довольно хорош.  
 $L = 110$  мм как и  $1/10$  означает усреднённый резонанс, а  $\delta'$  можно  
 считать по  $\int dy k_y \approx \pi$ .

А. перпендикулярный угол: установить  $L = 104$  мм (повернуть  
 образец поворотом, угловым экв. slope  $\bar{S} = 101,1$   $\text{GHz}^2/\text{kOe}$   
 Так как  $|H_z|$  возрос -  $\omega_H(H)$  уменьшился  $\rightarrow$  надо  
 было макс. разгнать  $M_s = 860$  Г и поглотить  $\delta'$ .  
 slope  $S = (\delta')^2 4\pi M_s$ .

Этот угол хорош тем, что не надо поворачивать сам образец  
 $L = 104$  мм - fixed,  $M_s$  - разгнать, а  $\delta'$  из  $\int dy k_y = \pi$  с  
 проверкой по slope.

Набор:  $L = 104$  мм,  $M_s = 860$  Г,  $\delta' = 3,035$  gauss  $\int dy k_y(y) = 3,12$ ,  
 "  $y_m = 0,370$ . ( $\approx \pi$ )

По slope  $S = 99,5$   $\text{GHz}^2/\text{kOe}$  очень близко exp.  $\bar{S} = 101,1$   $\text{GHz}^2/\text{kOe}$   
 (для  $\delta' = 3,04$  найден  $S = 99,9$ ).  
 Берём этот набор.

Как и  $1/10$  хорошо выполняется  $\omega_1[k_y=0, H_z(y_m)] = \omega_0$  (7,04 GHz)  
 при  $y_m = 0,370$ .

Найдем  $y_0$  как корень  $H_z'(y_0) = 0$ , где  $H_z(x, y)$  усредн. на  
 $\cos 2\pi x$ ,  $n=1$   
 Найден  $y_0 = 0,4924$  где  $H_{res}(H) = 0,469$  kOe - осн. макс.

$\frac{w'}{w} = \frac{2y_0}{w} = 0,9848$  (было 0,9908) - это дает перенормировки  
 типа  $(\frac{w'}{w})$  от  $17/10$  более важным. Это существенно для интерпр.

Теперь СР. Возвращаясь к этому позже.  
 Таблицу резонанс. линий от 22/10 надо пересчитать (-).  
 Берём  $(H_z)_{n=1}$  на СР  $m_{n2}(x, y) \sim \cos(n\pi x) \cos(2\pi y)$ . Рез. поле (B):  
 $H_{11} = 0,4680$ ,  $H_{31} = 0,3977$ ;  $H_{51} = 0,3320$ ;  $H_{71} = 0,2681$ ;  $H_{91} = 0,2054$  kOe



# Plan Memo

✓ Date. 26. 04 .

Note:  $\frac{1}{4\pi M_s} (H_d^y)_{11} = -0,013 \text{ kOe}$   $(H_d^y)_{91} = -0,012$

тогда как  $H_d^y(x=0, y=0) = -10,7 \text{ Oe}$ .

Убавление (апышение)  $\gamma'$  go  $\gamma' = 3,04 \text{ GHz/kOe}$  goes!

$H_{11} = 0,4664$ ;  $H_{31} = 0,3962$ ;  $H_{51} = 0,3305$ ;  $H_{71} = 0,2659$ ;  $H_{91} = 0,2038$

и теперь вычисляем коррекцию с exp. Tamar-JAP.

corrected: When increase  $k_y(y)$  а span  $f(x) \approx \frac{1}{2}x$  и  $H_i(y) = \langle H_i(p) \rangle$   
 Пусть span  $H_i(y) = [H_i(p)]_{nn}$  на  $\cos(\frac{\pi n}{w}x)$  с  $n=1$   
 в силу некачественности (non-uniform)  $m_n(x)$ .

Тогда  $\gamma'$  и  $y_m$  надо переисчислить. Изменение небольшое.

Набор  $L=104,1 \text{ nm}$ ,  $M_s=860 \text{ G}$ ,  $\gamma' = 3,039 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$  goes  $\{dy_k = 3,16$

и  $y_m = 0,366$ .  $\gamma' = 3,04 \text{ GHz/kOe}$  как было.  $H_i(y_m) = 0,443 \text{ kOe}$

ошибка  $y_0$  - не изменилось.

$\omega_1[k_y=0, H_i(y_m)] = \omega_0$  - хорошо выполняется.

→  $(H_{res})_m$  не изменяется, т.к.  $\gamma' = 3,04$  осталось.

$(H_d^y)_{m1} = -(13,0 \div 12,0) \text{ Oe}$  где  $n=1, \dots, 9$ .

то же  $L=104 \text{ nm}$   $H_d^y(0,0) = -10,1 \text{ Oe}$  теперь узнаю.

Между @ -  $H_{res}$  по  $H_d^y(0,0)$  переисчисляем.  $-H_d^y(0,0) = 0,0101 \text{ kOe}$

$H_{res}(11) = 0,4534 + H_d^y(0,0) = 0,4534 + 0,0101 = 0,4635$

$H_{res}(31) = 0,3241 + 0,0101 = 0,3342$

$H_{res}(51) = 0,3185 + 0,0101 = 0,3286$

$H_{res}(71) = 0,2546 + 0,0101 = 0,2647$

$H_{res}(91) = 0,1918 + 0,0101 = 0,2019$

↓  
 поглядев  
 в Table 22/IV  
 как "corrected"  
 между @

Видно что "corrected"  $H_{res}$  - @ лучше соответствует  
 с эксперименту, чем "corrected"  $(H_{res})_m$  - @  $\forall n$  кроме  $n=1$ .



1.  $k_y(y)$  (это перевернутого параболы 14/12):

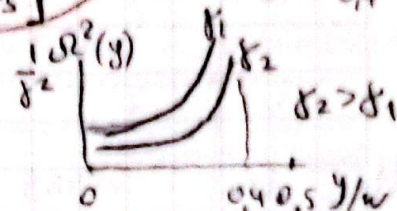
$$k_y^2(y) = \frac{1}{4} \rho^2 k_x^2 \left[ \frac{\omega_M (\omega_M + \omega_{H_i}(y))}{\omega^2 - \omega_{H_i}(\omega_M + \omega_{H_i})} \right]^2 - k_x^2$$

2.  $\frac{1}{\delta} \omega_{H_i}(y) = H_i(y)$ ,  $\omega = \omega_0$  - это частота.

Т.е.  $k_y^2(y) \sim \frac{4\pi M_s (4\pi M_s + H_i(y))}{\left(\frac{\omega}{\delta}\right)^2 - H_i(y) [4\pi M_s + H_i(y)]}$

тогда  $k_y^2(y) \sim \frac{1}{\frac{\omega^2}{\delta^2} - H_i(y) [H_i(y) + 4\pi M_s]}$

$\Omega^2(y) = \left(\frac{\omega}{\delta}\right)^2 - H_i(y) [H_i(y) + 4\pi M_s]$



Увеличение  $\delta$  уменьшает  $M_w = \frac{\omega_0}{\delta}$ , уменьшает  $\Omega^2(y) \sim \left(\frac{\omega}{\delta}\right)^2 - H_i(y) [\dots]$  и резко увеличивает  $k_y^2(y)$ .

$\omega_{FMR}^2(y) = H_i(y) [H_i(y) + 4\pi M_s]$ ,  $\Omega^2(y) = \omega_0^2 - \omega_{FMR}^2(y)$  - довольно мало где  $y$  около "0",  $\omega_0^2 \approx \omega_{FMR}^2(0)$ , поэтому  $k_y^2(y)$  очень чувствительна к изменению  $\delta$ .

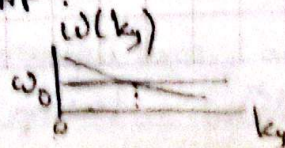
→ Если вернуться к задаче  $L = 110 \text{ nm}$ ,  $M_s = 860 \text{ G}$ , то это позволит уменьшить  $\delta$  ( $\delta' = 3,04$  каменья или зависимость) и, возможно, улучшить соотношение  $H_{res}$  и с экстр., сделав его лучше, чем где  $H_{res}(n)$  измеренных по  $H_i(x=0, y=0)$ . Попробовать.

Дилемма: 1) экстр.  $L = 104 \text{ nm}$  дает большое  $\delta'$ , 2) более реальное  $\delta'$  ведет к  $L = 110 \text{ nm}$  и ухудшает соотношение  $H_{res}$  с экстр. Какой набор  $\delta, L$  выбрать?

Решается где экстр. Таман - Crawford 'JAP':

$$\omega_{FMR}(y) < \omega_0 \leq \omega_{SW}(k_x, k_y(y))$$

( $k_x=0, k_y=0$ )                      ( $k_x = \pi/w$ )





# Plan Memo

Date. 29. 04. 2002

28/IV Discussion с Д.М. о возможностях уменьшения инверсии  
SW инверсионной пленки ~ 100x100 nm in-plane size grid  
расчета микра, возмущ. в read head.  
М.М.М. с расчетом напряжений в FeCo/Cu инверсионной  
в характере GMR гашения в read head.

SW-FeNi-тест

29/IV Намечено short-version SW-FeNi elem. give PRL.  
Получены значения напряжений  $\delta, L$  а также 26/IV

Возмущен  $L = 110 \text{ nm}$ ,  $M_s = 260 \text{ nm}$ .

из  $\delta y_{ky} \approx \pi$  найдем  $\delta' = 3.038$  и  $\int \delta y_{ky} = 3.175$ ,  $y_m = 0.3665$

| $\omega/2\pi = 7.04 \text{ GHz}$                                             |                  |                  |                  |                  |                  |
|------------------------------------------------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| n                                                                            | 1                | 3                | 5                | 7                | 9                |
| $H_{res}^{exp}, \text{kOe}$                                                  | 0.469            | 0.392            | 0.324            | 0.261            | 0.196            |
| $H_{res}^{calc}, \text{kOe}$<br>( $x=0, y=0$ )                               | 0.464            | 0.390            | 0.321            | 0.254            | 0.188            |
| $(H_{res})_{nv}, \text{kOe}$<br>( $\delta' = 3.038$ , $L = 110 \text{ nm}$ ) | 0.467<br>(0.466) | 0.392<br>(0.396) | 0.323<br>(0.330) | 0.256<br>(0.266) | 0.190<br>(0.204) |

Найдем res. fields:

$$H_{11} = 0.4665, H_{31} = 0.3924; H_{51} = 0.3230; H_{71} = 0.2556; H_{91} = 0.1891$$

Округление  $\delta'$  до 3.04 GHz/kOe дает:

$$H_{11} = 0.4660; H_{31} = 0.3918; H_{51} = 0.3224; H_{71} = 0.2550; H_{91} = 0.1885$$

(небольшое изменение  $\delta' \text{ (H}_{res})_{nv}$  - совпадает с exp. - данные)

$$H_d^y(x=0, y=0) = -10.7 \text{ Oe. @-мод } H_{res}:$$

$$H_{res}(11) = 0.4528 + 0.0107 = 0.4635; H_{res}(31) = 0.3796 + 0.0107 = 0.3903$$

$$H_{res}(51) = 0.3210; H_{res}(71) = 0.2537; H_{res}(91) = 0.1875 \text{ kOe}$$

Видно, что расчет res. fields с  $H_d^y(x=0, y=0)$  заметно отличается  
с  $(H_d^y)_{nv}$ . Набор с  $L = 110 \text{ nm}$  имеет меньшее значение  $\delta' = 3.04$   
(26/IV) - 10 м ме  $\delta' = 3.04$



уверенное L go 110 nm ухуждено H<sub>d</sub>(0,0) про-  
 Hres, но ухуждено расчер по H<sub>d</sub> / mm некаменно.  
 Hres. L go 110 nm оправдано, только если  
 (сравнитель) с H<sub>d</sub>(0,0) - расчером.

10. Hres и расчерование Abstract на Pitts. Conf.  
 no FePt - particles. c Orlon.  
 Hres revised paper - PRL no exp. vortex dynamics  
 (8-22/IV, no в урег. highlights 23/IV задан вчером).  
 Проверит boibog SW в черноме сферическом  
 чером, вчер герам в file SW-check1.doc и поном Окане  
 "Roy" (no ero запы).  


---

11. Angren урегномм черововато ky хайти уз  
 условие  $\int_{-y_m}^{y_m} dy ky = \langle ky \rangle 2y_m = n\pi$ ,  $\langle ky \rangle = \frac{n\pi}{2y_m}$   
 "чером" расчером на хайти (Hres)mn, черомея  $k_{xm} = \frac{n\pi}{w}$ .  
 1/IV я так герам и хайти, но так же  $y_m = 0,77$ , но  
 чером M(y) расчером чером. урег. на сф  $\mu_n(y)$ , но на  
 чероме.  $y_m$  и 2 условия  $ky(y_m) = 0$ .  
 (чером  $y_m = 0,37 < 0,5$ )  
 черомея чером (2) от 15/IV.

Черомея к набору 26/IV:  $L = 104.1 \text{ nm}$ ,  $\delta' = 3.039$ ,  $M_s = 8606$   
 и хайти  $\langle ky \rangle$ .  $y_m = 0,3661$  (во в ег. "w").

$$\int_{-y_m}^{y_m} dy ky(y) = 3,156 = \langle ky \rangle 2y_m, \quad \langle ky \rangle = \frac{3,156}{2 \cdot 0,3661} = 4,310 > \pi$$

Чером Hres(nv) задаване  $\langle ky \rangle$  и  $H_d^y(0,0) = -10.1 \text{ Oe}$ ,  $k_x = \frac{n\pi}{w}$ .

$$H_{res}(H_1) = 0,4582 + 0,0101 = 0,4683; \quad H_{res}(3,1) = 0,3987$$

$$H_{res}(5,1) = 0,3317; \quad H_{res}(7,1) = 0,2672; \quad H_{res}(9,1) = 0,2039 \text{ kOe}$$

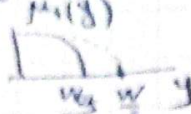
Чером Hres(nv) черомея хуе Hres - (B) corrected от 26/IV и  
 черомея от черомея.  $\delta' = 3,04$  черомея не черомея.



# Plan Memo

$$\mu_1(y) = \cos\left(\frac{n\pi}{2y_m} y\right)$$

Date.

Для невызвучивания, введем  $\langle k_y \rangle > \pi$  означаю-  
 ую  $w_{ef} < w$   или  $\mu_1(y) \sim \cos\left(\frac{\pi}{w_{ef}} y\right)$ , что имеет след-

ствие  $\mu_1(y) \sim \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right)$ , которое суммирует к истинной

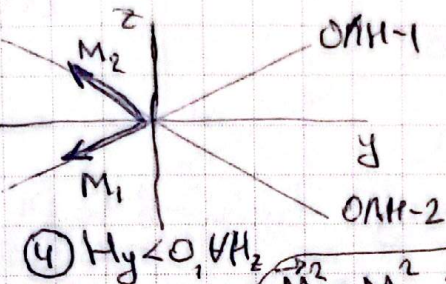
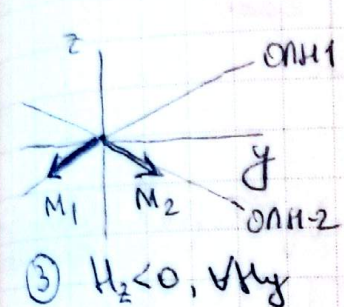
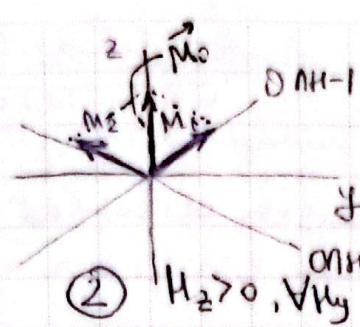
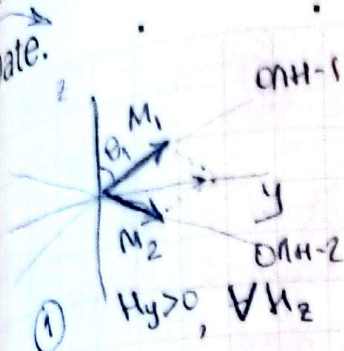
СФ  $\hat{\mu}_1(y) = \cos\left(\frac{\pi}{w'} y\right)$  с  $w' > w$ .

→ Введение  $\langle k_y \rangle$  из  $\int_{-y_m}^{y_m} k_y \pi$  смысла не имеет,  
 требуемое соотношение с экв. по сравнению с выражением  $q = \frac{\pi}{n}$ .



$$M_{y1} \sim \sin \varphi_1, \quad M_{y2} \sim \sin \varphi_2$$

Date.



$$\vec{M} = \frac{1}{2} (\vec{M}_1 + \vec{M}_2)$$

$$M^2 = \frac{1}{4} [M_1^2 + M_2^2 + 2M_1M_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)]$$

$$\vec{M}_1 \vec{M}_2 = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \times \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\text{или } \varphi_1 = \varphi_2, \theta_2 = \pi - \theta_1$$

$$\text{или } \varphi_2 = \pi - \varphi_1, \theta_1 = \theta_2$$

$$\frac{\vec{M}_1 \vec{M}_2}{M_1 M_2} = \begin{cases} -\cos 2\theta_1, & (1) \\ \cos 2\theta_1, & (2) \end{cases}$$

$$\frac{\vec{M}_1 \vec{M}_2}{M_1 M_2} = \begin{cases} -\cos 2\theta_1, & (1) \\ \cos 2\theta_1, & (2) \end{cases}$$

$$M^2 = M_s^2 \frac{1}{2} [1 \pm \cos 2\theta_1] = M_s^2 \begin{cases} \cos^2 \theta_1, & (2) \\ \sin^2 \theta_1, & (1) \end{cases}$$

Вектор  $M_0 = |\vec{M}| = M_s \left\{ \begin{matrix} \sin \theta_1 \\ \cos \theta_1 \end{matrix} \right\} \leq M_s$

$$\vec{H} = H \left( \begin{matrix} \sin \theta_H \cos \varphi_H \\ \sin \theta_H \sin \varphi_H \\ \cos \theta_H \end{matrix} \right) \quad \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \quad \begin{matrix} H_y > 0 \rightarrow \sin \varphi_H > 0 \\ H_z > 0 \rightarrow \cos \theta_H > 0 \end{matrix}$$

$$\theta_H \in [0, \pi], \quad \varphi_H \in [0, 2\pi] - \text{любые.}$$

$$\vec{M} \cdot \vec{n}_H = \frac{1}{2} [\vec{M}_1 \cdot \vec{n}_H + \vec{M}_2 \cdot \vec{n}_H] = \frac{M_s}{2} [\cos \theta_1 \cos \theta_H + \cos(\varphi_1 - \varphi_H) \sin \theta_1 \sin \theta_H + \cos \theta_2 \cos \theta_H + \cos(\varphi_2 - \varphi_H) \sin \theta_2 \sin \theta_H] =$$

$$= \frac{M_s}{2} [\cos \theta_1 + \cos \theta_2] \cos \theta_H + \frac{M_s}{2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_H) \sin \theta_1 + \cos(\varphi_2 - \varphi_H) \sin \theta_2] \sin \theta_H$$

$(\theta_1, \varphi_1)$  и  $(\theta_2, \varphi_2)$  — равновесные углы  $\vec{M}_1, \vec{M}_2$ , их может быть несколько, выходящих в отсутствие  $\vec{H}$ .  $|\vec{H}| \rightarrow 0$  означает выворот.



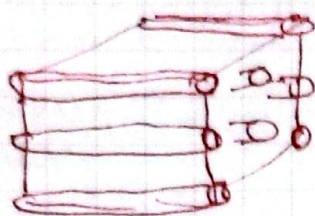
# Plan Memo

FePt - twin M<sub>z</sub>

Date.

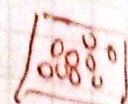
1/10 FePt - seminar

DiBlock Copolymers for nanofabrication



Density of holes  $7 \cdot 10^{10} / \text{cm}^2$

The diameter of hole is 20 nm



Science 276, 1401 (1997)

2126 (2000)

## FePt - twin

Вспомогательная к параграфу twin - б FePt. Проверка качества симметрии по 20-21/11

$$M_z = \frac{\vec{M} \cdot \vec{H}}{H} = \vec{M} \cdot \vec{n}_H = \frac{1}{2} [\vec{M}_1 \cdot \vec{n}_H + \vec{M}_2 \cdot \vec{n}_H]$$

Можно без макроскопических:

$$W(\vec{H} \rightarrow 0) = -\frac{1}{2} |K| \cos^2 \gamma_{10} - \frac{1}{2} |K| \cos^2 \gamma_{20}$$

$$\vec{M}_1 (\theta_{10}, \varphi_1) \\ \vec{M}_2 (\theta_{20}, \varphi_2)$$

$$\cos \gamma_{10} = \cos \theta_{10} \cos \theta_{A1} + \cos(\varphi_1 - \varphi_{A1}) \sin \theta_{10} \sin \theta_{A1}$$

$$\begin{cases} \theta_{A1} = 1 (\theta_{A1}, \varphi_{A1}) \\ \theta_{A2} = 2 (\theta_{A2}, \varphi_{A2}) \end{cases}$$

Проверка симм. выполняется так (см. 15/11), где  $\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = \pi/2$  и  $\theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}$ .

$$\frac{\partial W}{\partial \varphi_1} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial \varphi_2} = 0 \quad \text{где } \varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2, \quad \vec{M}_1 \in zy, \quad \vec{M}_2 \in zy$$

$$\vec{n}_H = (\sin \theta_H \cos \varphi_H, \sin \theta_H \sin \varphi_H, \cos \theta_H)$$

$$\vec{M}_1 \cdot \vec{n}_H = \cos \theta_{10} \cos \theta_H + \cos(\varphi_1 - \varphi_H) \sin \theta_{10} \sin \theta_H$$

Умножим  $\varphi_1 = \pi/2$  т.к.  $H \rightarrow 0$  и  $\varphi_1$  изменять не может

$$\vec{M}_1 \cdot \vec{n}_H = \cos \theta_{10} \cos \theta_H + \sin \varphi_H \sin \theta_{10} \sin \theta_H$$

$$\vec{M}_2 \cdot \vec{n}_H = \cos \theta_{20} \cos \theta_H + \sin \varphi_H \sin \theta_{20} \sin \theta_H$$

$$M_z(\theta_H, \varphi_H) = \frac{1}{2} [\vec{M}_1 \cdot \vec{n}_H + \vec{M}_2 \cdot \vec{n}_H] = \frac{1}{2} \cos \theta_H [\cos \theta_{10} + \cos \theta_{20}] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sin \varphi_H \sin \theta_H [\sin \theta_{10} + \sin \theta_{20}]$$

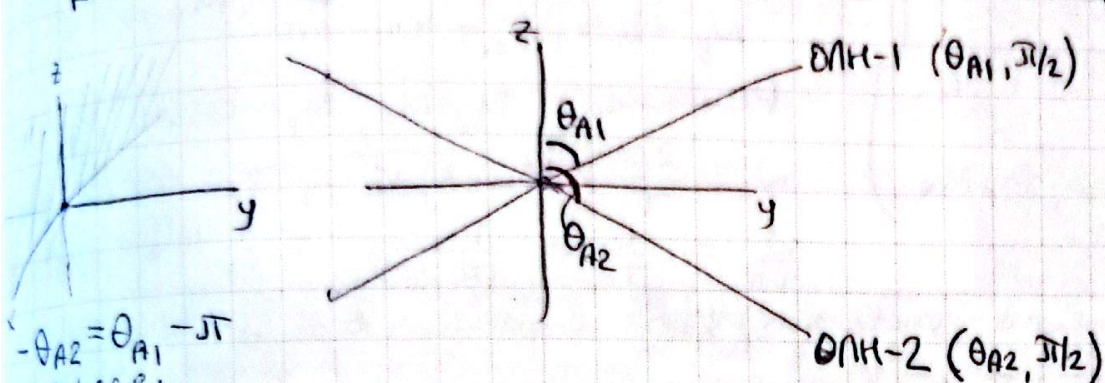
Но  $\theta_{20} = \pi - \theta_{10}$  и  $\cos \theta_{10} + \cos \theta_{20} = 0$

$$\sin \theta_{10} = \sin \theta_{20}, \quad \text{то } \int_0^{2\pi} d\varphi_H \sin \varphi_H = 0 \quad \text{и } \langle M_z(\theta_H, \varphi_H) \rangle_{\varphi_H} = 0?$$



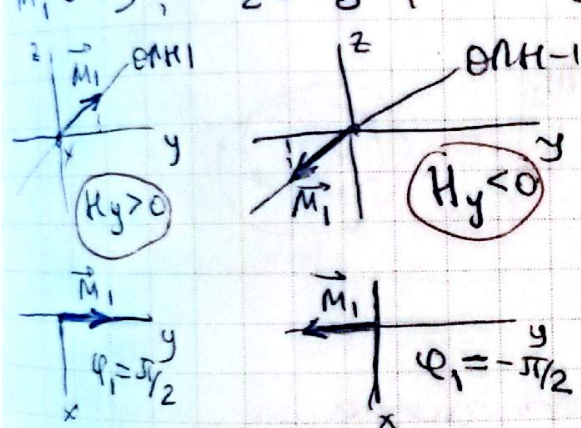
date.  $\vec{M} = \frac{1}{2} (\vec{M}_1 + \vec{M}_2)$  имеет равновес. направление  $\theta_y = \pi/2, \varphi_y = \pi/2$ ,  
 т.к.  $\vec{M}_0 \parallel Oy$ , но  $Oy$  есть сумма 2-х ОНН, но не есть ОННes,  
 т.к.  $W_A$  не может зависеть в длине  $W_A = -|K_{ef}| \omega_s^2 (\theta_0 - \theta_{ef})$ .  
 см. 29/III и 7/IV.

В поле game  $H \rightarrow 0$  не может отстоять  $\varphi_1 = \pi/2, \varphi_2 = \pi/2$ .



$-\theta_{A2} = \theta_{A1} - \pi$   
 не определ.

$\vec{M}_1 \in zy, \vec{M}_2 \in zy$ , но знаки  $M_{1y}, M_{2y}$  зависят от  $\varphi_H$ .



$M_{1z}, M_{2z}$  также зависят от  $\varphi_H$ ,  
 но это не дает вклада (?)

Поэтому  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{sign}(H_y) = \frac{\pi}{2} \text{sign}(\sin \varphi_H)$

$H_y = H \sin \theta_H \sin \varphi_H$ ,  
 но  $\sin \theta_H \geq 0$ , т.к.  $\theta_H \in [0, \pi/2]$

Проверим разные знаки  $\sin \theta_H$ .

$$M_z(\theta_H, \varphi_H) = \frac{1}{2} [\sin \theta_{10} + \sin \theta_{20}] \sin \theta_H |\sin \varphi_H| + \frac{1}{2} \cos \theta_H [\cos \theta_{10} + \cos \theta_{20}]$$

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_H) = \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_H = \sin \left[ \frac{\pi}{2} \text{sign}(\sin \varphi_H) \right] \sin \varphi_H = \text{sign}(\sin \varphi_H) \sin \varphi_H$$

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_H) = \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_H = \text{sign}(\sin \varphi_H) \sin \varphi_H = |\sin \varphi_H|$$

Если  $\theta_{20} = \pi - \theta_{10}$ , то  $M_z = \sin \theta_{10} \sin \theta_H |\sin \varphi_H|$

$$\langle M_z \rangle_{\theta_H, \varphi_H} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin \theta_H \int_0^{2\pi} d\varphi_H M_z(\theta_H, \varphi_H) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin \theta_H \int_0^{2\pi} d\varphi_H \sin \theta_H \sin \varphi_H \sin \theta_{10} \sin \varphi_H$$

$$= \frac{1}{\pi} \sin \theta_{10} \int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin^2 \theta_H \int_0^{2\pi} d\varphi_H \sin^2 \varphi_H = \frac{1}{\pi} \sin \theta_{10} \frac{\pi}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2} \sin \theta_{10}$$

и  $\varphi_H \parallel Oy$  означают  $\theta_{10} = \pi/2, \theta_{20} = \pi - \pi/2 = \pi/2$ ,  $\langle M_z \rangle = 1/2$ .

т.к.  $H \rightarrow 0$ , то  $\theta$  не может измениться  $(\theta_{10}, \varphi_1), (\theta_{20}, \varphi_2)$ , а  
 может лишь сдвинуться  $\theta \rightarrow \theta \pm \pi, \varphi \rightarrow \varphi \pm \pi$ .



# Plan Memo

Date.

- ① Y. Acremann, C.H. Back, M. Buess et al. Science 290, 492 (2000). Imaging precessional motion of the Magnetization Vector.
- poly-Co 20 nm  
3 nm
- Vortex ground state  $\vec{M} = (M_x, M_y, M_z) = (0, M_0, 0)$   
"Core" unperturbed.  $M_x \approx \text{const}$ ,  $M_z, M_y \ll M_x$ .  
none  $\vec{H} \parallel \vec{Oz}$ .

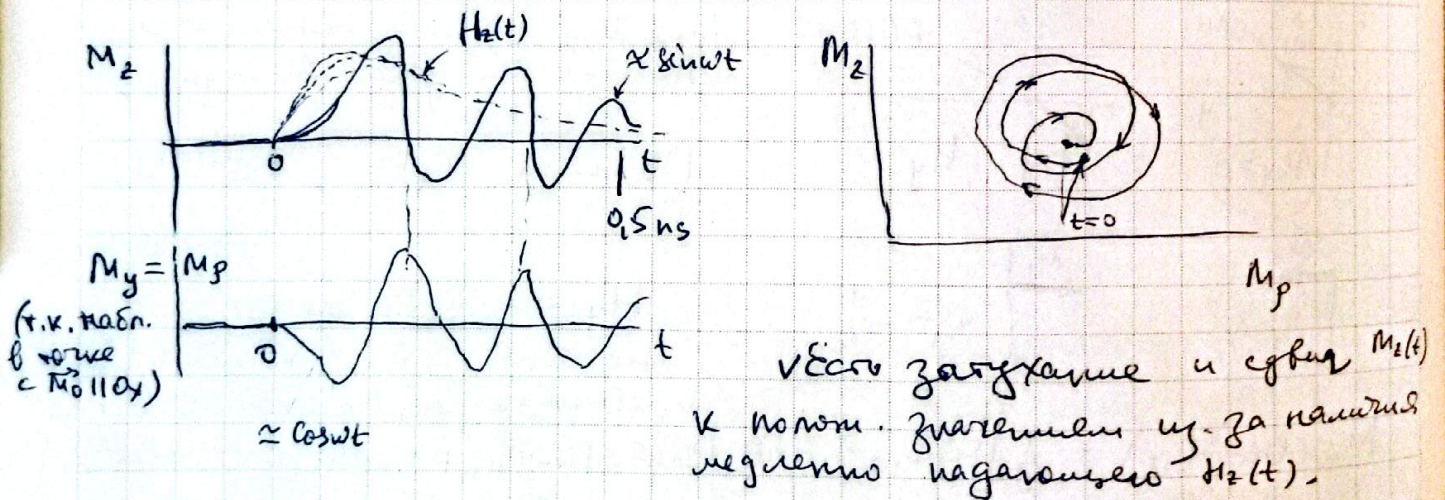
LD

$$\begin{cases} \frac{dM_x}{dt} = 0 & (N_x=0) \\ \frac{dM_y}{dt} = \gamma N_z M_z M_x \\ \frac{dM_z}{dt} = -\gamma N_y M_y M_x \end{cases}$$

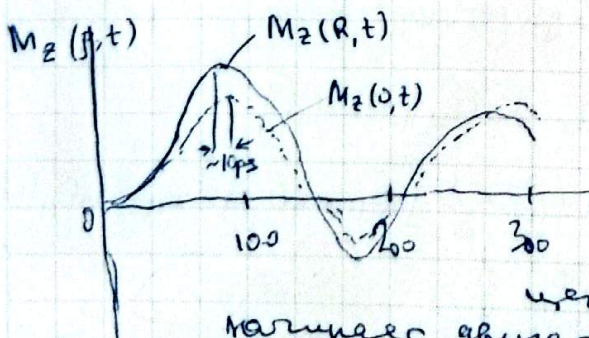
Har. yacbeue  $M_x(0) = M_0$ ,  $M_y(0) = \Delta \ll M_0$ ,  $M_z(0) = 0$ ,  
 $N_y = 0.17$ ;  $N_z = 4\pi - 0.17$ .

Решение:  $M_x = M_0$ ,  $M_y \sim \cos \omega t$ ,  $M_z \sim \sin \omega t$ ,  
 $\omega = \frac{2\pi}{T} \gamma M_0 \sqrt{N_y N_z}$ ,  $T \approx 169$  ps  
 $\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{1}{170 \cdot 10^{-12} \text{ c}} = \frac{1}{1.7} 10^{10} \text{ c}^{-1} \approx 6 \text{ GHz (!)}$

Time-resolved vectorial Kerr experiment  $\hookrightarrow$  field pulse  $\parallel \vec{Oz}$ .  
 $T_{\text{exp}} = 165 \pm 5$  ps  $\hookrightarrow$  временная корреляция с теор. временем  $T = 169$  ps.  
Связь  $\approx 5/2$  of  $M_y(t)$  и  $M_z(t)$  был найден.



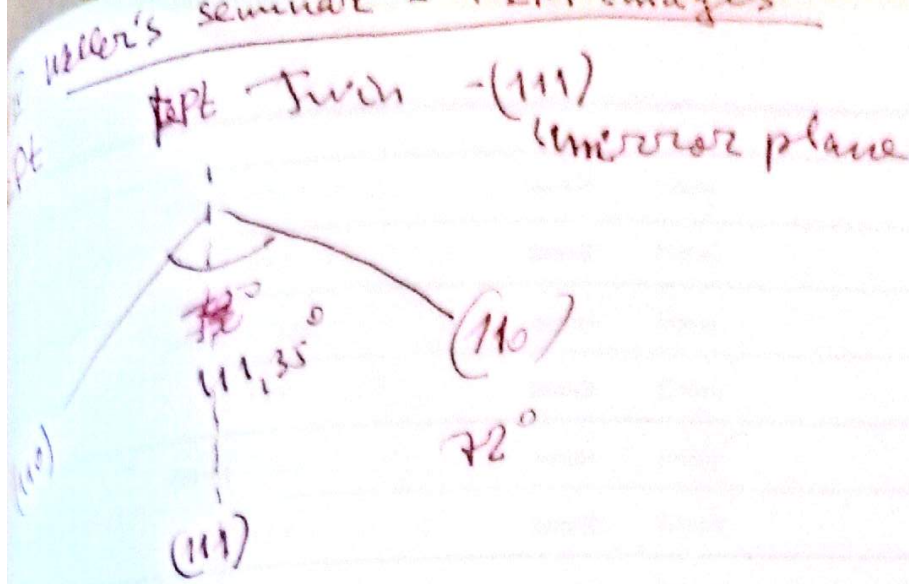
Web movie - [www.sciencemag.org/feature/data/1053788.shl](http://www.sciencemag.org/feature/data/1053788.shl)



$M_z(r,t) \neq 0$ , т.е. некий pinning эффект  
крайне  $\frac{\partial M_z}{\partial r} = 0$

$M_z(r,t)$  затухает при  $t \rightarrow \infty$  на границе газа, гравитация к центру, где имеет знак  $\pm$  на  $\pm$  и  $\mp$  и процесс повторяется, Гипотеза о precessional wave core, абстракция не проходит, т.к. (i)  $v_{gr} \approx 50$  km/s слишком ( $\sim 10$  раз) велика и (ii) waves of precession объяснение бы в границе не имеет значения





Large particles are polycrystalline.  
 Facets as prepared particles are visible  
 Short-range order presents in nanoparticles



## KIAS 2001 Diary

PHONE NO

전국우편번호

국제항공전화번호

세계시차표

의례서식

상용한자

경조전보약호문례

도량형환산표

열차시각표

전국대학주소록