

2000 Diary

5/III-2001-30/VII-
2001

KIAS 한국과학기술원 부설
고등과학원

March - July 2001

DATA 08.03. SIV rectangular del (b) regularized para 2/1)

Antony & Robert Meyer (b. 1900), Meyer (Robert) & John
Jensen and Co.

2.1.2. Für ein beliebiges $\epsilon > 0$ existiert ein $\delta > 0$ mit
 für jedes $\eta \in \mathbb{R}$ gilt: $\left| \frac{1}{\eta} \log \left(\frac{1}{\eta} \right) \right| < \epsilon$

Die univ. quadratische Normform. von $\int_{-L}^L dy' \frac{d}{dy'}(y') m'(y) = L_q^m m'(y)$
 für $y \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$. $\xrightarrow{\quad} y \rightarrow y + L/2$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \left(\cos\frac{\pi}{2}\right)\cos\frac{\pi}{2} - \left(\sin\frac{\pi}{2}\right)\sin\frac{\pi}{2} =$$

mit der Ableitung $\log\left(\frac{1}{2}\pi\right) = \log\left(\frac{1}{2}\pi\right) - \log\pi = -\frac{1}{2}$ gilt $g(\eta, \eta) = g(\eta, \eta)$

→ Generalization $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^n = \left[\frac{a+b}{a-b} + H_n^{(1)} - \frac{1}{n}\right] \left[\frac{a+b}{a-b} + H_n^{(1)} - \frac{1}{n}\right]$

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} U(s) m''(s) m''(y) ds$$

$$\cos u^*(y) = \cos\left(\frac{2\pi}{\ell}y\right) = a_u \cos \frac{2\pi}{\ell}y + b_u \sin \frac{2\pi}{\ell}y, \quad a_u, b_u = \text{unique real } u = (\pm 1).$$

Seiya masu = H_0^{ms} gahara $H_{0s}^{ms} = d^2 h_s^2$, $h_n = \frac{1}{2} \int \sin \alpha \cos \alpha \, d\alpha$.

→ $\text{Int}(Y_S) = \text{Int}(Z_S)$ zusammen 13/1, je nach $\frac{1}{10}, \frac{1}{2}$ zusammen in paragrafen.

Due $n=0$ $H_0^\infty = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d\Omega H_0(\Omega) \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \int d\Omega H_0(\Omega) = -N_{\text{ph}} \approx 2$

Solomon P. P. [unclear] [unclear]

Due to $H_y^{(0)} = \frac{1}{4m_0} \frac{2}{\ell} \int_0^\ell dy H_y(y) \cos^2\left(\frac{\pi y}{\ell}\right)$ max. kinetic energy goes $y=0, \ell$.

Then $\eta_{\text{in}} \in [-\frac{\ell}{2}, \frac{\ell}{2}]$ $y \rightarrow y + \frac{\ell}{2}$

$$H_{\text{in}} = \frac{1}{\alpha_{\text{in}}} \frac{1}{\ell} \int_{-\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} dy H_2(y) \cos^2\left(\frac{\pi y}{\ell} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$2 \text{ gen } H_2(g) = H_2^2(g) = \langle H_2^2(g, g) \rangle$$

$\forall p$ no $x^* \in \Gamma(x, (0, \infty))$ e si definisce $p = \frac{1}{4}w$, $u = \frac{1}{w} u(\frac{1}{4}) \rightarrow y$ - si verifica la proprietà:

$$g_{xx}(\Delta) = g_{xx}(y, y) = 4 \frac{y}{p} \left[p \operatorname{Arctanh} \left(\frac{p}{\sqrt{1+u^2 \Delta^2}} \right) - p \operatorname{Arctanh} \left(\frac{p}{u \Delta} \right) + \sqrt{p^2 + u^2 \Delta^2} - u \Delta + \sqrt{1+u^2 \Delta^2} - \sqrt{p^2 + 1 + u^2 \Delta^2} \right], \quad \Delta = |y - y'|, \quad g_{xx} = g_{zz} = f(\Delta)$$

$$\rightarrow g_{zz}(y, z) = \frac{1}{r^2} \left[A \cos\left(\frac{1}{\sqrt{p^2 + u^2 \Delta^2}}\right) - A \cos\left(\frac{1}{u \Delta}\right) + \sqrt{p^2 + u^2 \Delta^2} - u \Delta + \sqrt{1 + u^2 \Delta^2} - \sqrt{p^2 + 1 + u^2 \Delta^2} \right] = g_{zz}(\Delta)$$

Date.

Справка по делу (Ф.С. 22/01/01)

$$\lambda_z^n = \int_{-1}^1 dy g_{zz}(y) \cos(\pi n y), \quad \lambda_x^n = \int_{-1}^1 dy g_{xx}(y) \cos(\pi n y), \quad g \in [-1, 1]$$

$$H_d^{nn} = \frac{2}{(4\pi M_s)} \int_{-1/2}^{1/2} dy H_d^y(y) \cos^2\left(\pi n y + \frac{1}{2} \pi n\right), \quad H_d(y) = -M_s \langle N_{yy}(y) \rangle$$

$$\lambda_z + \lambda_x \neq -4\pi \text{ и значение осциллятора } \approx -4\pi.$$

Для H_{dip} - экстрем. мод. Рассчитать ω_n .

$$\Delta x = 1,75 \text{ mm}, L = 35 \text{ mm}$$

n	0	1	2	3
$\frac{\omega_n}{\omega_M}$	0,287	0,238	0,231	0,224

6/III Эггун в Japan Embassy. Висима Коре и Ангелу. MCAD-параметры

7/III Вспомогательная справка SW - экстрем. мод. MCAD не записана
Висима в Jap. пос. и Res. plan где проп. Gr. R. Stamps.

Настройка. Задача H_d^{nn} : $H_d^{00} = -0,027$; $H_d^{11} = -0,046$; $H_d^{22} = -0,046$

n	0	1	2	3
$-\frac{1}{4\pi} \lambda_x^n$	0,053	0,047	0,041	0,037
$-\frac{1}{4\pi} \lambda_z^n$	0,939	0,926	0,902	0,880

Date: 03.03. Vortex e Helicogen (пенетка "rigid" vortices) 0 на ниво

→ Paves Han, Ho, Hu gao pomesti (referencen) bismuth-antimony gas.

Овава формула W_m — со, на пример, 13/1 2007. и 2-12/III 2001. Заглед $\vec{M}(r)$ gao patterned film. $M(r)$ bura konzo gao uz ovaj nagorogno. Bgga ova, to $\vec{M}(r)$, to V_d — ova svezbani neni i bura, so izmenno eo poru. T.e. paca "rigid" vortex mogao gao pomesti gao.

Coraco 13/1 namotat. Zaprav na oq. odgna nena:

$$W_m = 2\pi \sum_k \frac{f(kL)}{k^2} |\vec{k} \cdot \vec{M}_k|^2 + 2\pi \sum_k [1 - f(kL)] |M_k^2|^2, \quad \vec{k} \in 2D \text{ - } \text{efektivno plovce}$$

$$\vec{M}_k = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} d^2r \vec{M}(r) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}, \quad \text{предположено } \vec{M}(r) \text{ не зависит от } z.$$

S_0 — площадь дна. Ячейки решетчатого газа.



Вопрос: если предположить, что все газы

в решетке пенетки Helicogen огибаются и сменяются

"core" в каждом газе с "S", будут ли S огибаются в всех газах?

Или интердиффузия coupling приводит к AF-состоянию с $\vec{S}_n$?

→ 13-14/III я уже расписывала с квазичастичной shifted vortex gao в квази-пен. по "S" приближению. Углов. coupling свелось к

замене $a(r, R) \rightarrow a'(r, R, d)$ или $F_1(r) \rightarrow F_1(r, d/R)$. Предположение $\langle \vec{M} \rangle_d$ в F-фазе $\parallel \vec{H}$, вычисляется изотропно как. Воспринимается $\chi_{int} = \frac{1}{2a'}$.

В MFA-оформлении $H \rightarrow H + \lambda \langle M \rangle_d$, $\chi_{int} = \frac{\chi_{is}}{1 - \lambda \chi_{is}}$, $\lambda = 4\pi [F_1(r) - F_1(r, \frac{d}{R})] > 0$.

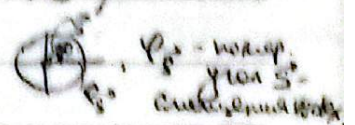
λ больше нагнетает d , больше от M^2 "core" и вытесняет.

Две тетраэдр. пенетки сдвинуты — будет с "OAT" и координатой или асимп?

Две gao квазипен. пенетки нежно не gao и d, AF-предположение $\vec{S}_n$ меньше W_m ?

13/III. вычислено gao одного газа на ячейку (F-фаза):

$$\left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{M}_k \right) = 2\pi M_s \frac{S}{T^2} \frac{1}{S_0} J_1(kR) \sin(\varphi_s - \varphi_k),$$



$\vec{M}(r)$ gao можно характеризовать дипольным $\langle \vec{M} \rangle_d$ и квадрупольным $\vec{Q}$.

$$W_m^{int} = (\text{dip-dip.}) + (\text{quadrupole-quadr. diag.}) \sim \Delta^2$$

Date.

No just shifted vortex $\langle \vec{M} \rangle_H \sim S$, $\hat{Q} \sim S^2$, поэтому в кб. не S^2 .
 взаимодействие $W_m^{int} = (\text{dip-dip}) \sim \langle \vec{M} \rangle_H^2 \sim S^2$ всем магнитонам
 в магнитоне, вплоть до $\langle \vec{M} \rangle_H$. можно пренебречь. И это не в смысле
 d/R - interdot distance, а в $\frac{S}{R} \ll 1$, т.е. малости $\frac{H}{M_s}$.

$$\langle \vec{M} \rangle_H = (\langle M_x \rangle, \langle M_y \rangle) = \left(\frac{S}{R}\right) M_s (\sin \varphi_s, -\cos \varphi_s) \text{ как } 10/17002.$$

до M^2 "core" пренебречь

Вплоть до $W_H \sim -\vec{M} \vec{H}$, $\vec{H}$ вынужд. M_z - реш не влияет.

Вплоть до W_m - решение $S \ll R$ вынужд. M^2 "core" можно
в решении взаимодействия пренебречь.

$$W_m (\text{из-за } M_z) = W_m(S=0) + \frac{1}{2} W_s'' S^2$$

Оценку $W_s'' \ll$ гипотеза, ^{Side-}вероятно, вынужд. в кб. φ , вплоть до S^2 .
См. φ в кб. φ анализировать

$$\varphi_s = \varphi_H \pm \frac{\pi}{2}, \quad \sin \varphi_s = \sin(\varphi_H \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos \varphi_H, \quad \cos \varphi_s = \cos(\varphi_H \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \sin \varphi_H$$

$$(S/R) \rightarrow S. \quad \langle \vec{M} \rangle_H = S M_s (\pm \cos \varphi_H, \pm \sin \varphi_H) \rightarrow \langle \vec{M} \rangle_H = S M_s (\cos \varphi_H, \sin \varphi_H) = S M_s \frac{\vec{H}}{H}$$

- бе гипотеза знаем W_H .

$$\begin{aligned} \frac{1}{4 M_s^2} W_m &= 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} |\vec{k} \cdot \vec{M}_{\vec{k}}|^2 \cdot \left(\frac{V_{\text{ex}}}{V_d}\right) = 2\pi \left(\frac{V_{\text{ex}}}{V_d}\right) \sum_{\vec{k}} f(kL) \times \\ &\times \left[2\pi \frac{S}{S_0} \frac{1}{k} J_1(kR) \sin(\varphi_s - \varphi_{\vec{k}}) \right]^2 = 2\pi \left(\frac{S_0}{J_1 R^2}\right) \sum_{\vec{k}} f(kL) 4\pi^2 \frac{S^2}{S_0^2} \frac{J_1^2(kR)}{k^2} \sin^2(\varphi_s - \varphi_{\vec{k}}) \\ &= 8\pi^2 \left(\frac{S}{R}\right)^2 \frac{1}{S_0} \sum_{\vec{k}} f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} \sin^2(\varphi_s - \varphi_{\vec{k}}) \end{aligned}$$

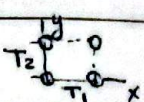
Можно более точно
 там 13/17002.
 Но один год на φ реш

$$\begin{aligned} \sum_{\vec{k}} F(k) \sin^2(\varphi_s - \varphi_{\vec{k}}) &= \sum_{\vec{k}} F(k) [\sin^2 \varphi_{\vec{k}} \cos^2 \varphi_s + \cos^2 \varphi_{\vec{k}} \sin^2 \varphi_s] = \left| \frac{\cos \varphi_s}{\varphi_{\vec{k}} \rightarrow -\varphi_{\vec{k}}} \right| \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}} F(k) [1 - \cos 2\varphi_s \cos 2\varphi_{\vec{k}}] \end{aligned}$$

$\sum_{\vec{k}} F(k) \cos 2\varphi_{\vec{k}} = 0$ уже кб. реш,
но $\neq 0$ уже реш.
 $\cos 2\varphi_s = \cos 2(\varphi_H \pm \frac{\pi}{2}) = \cos(2\varphi_H \pm \pi) = \cos 2\varphi_H \cos(\pm \pi) = -\cos 2\varphi_H$
направление φ_s и $\varphi_s = \varphi_H \pm \frac{\pi}{2}$, $\vec{S} \perp \vec{H}$ реш не влияет.

$$\frac{1}{4 M_s^2} W_m = 4\pi^2 S^2 \frac{1}{S_0} \sum_{\vec{k}} f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} [1 + \cos 2\varphi_H \cos 2\varphi_{\vec{k}}]$$

$$-\sum_{\vec{k}} F(k) \cos 2\varphi_{\vec{k}} = \begin{cases} < 0, T_1 > T_2 \\ > 0, T_2 > T_1 \end{cases}$$



B. Vektor: $\langle \vec{M} \rangle = g \mu_B \frac{1}{2} = \text{"rigid" model}$



 , в none $\uparrow \vec{H}$

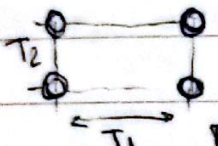

 — центр вращающегося и
разного соприкосновения.
(2-й тип соприкосновения — центр, как в (1) и (2) — 3-й тип — в (3))

В подем случае распр. бок. зарядов $\uparrow$ и $\langle n \rangle \parallel \vec{H}$.

тогда приходится один газ на элем. цепочку и все просто.

$$\begin{aligned} \sin^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_s + \cos^2 \varphi_k \sin^2 \varphi_s &= |\varphi_s = \varphi_H \pm \pi/2| = \sin^2 \varphi_k \sin^2 \varphi_H + \cos^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_H = \\ &= \sin^2 \varphi_k (1 - \cos^2 \varphi_H) + \cos^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_H = \sin^2 \varphi_k + \cos^2 \varphi_k \cos^2 \varphi_H \end{aligned}$$

$$\frac{1}{V_0 M_S^2} W_m = \sum_{\vec{k}} F(k) \sin^2(\varphi_s - \varphi_{\vec{k}}) = \sum_{\vec{k}} F(k) \sin^2 \varphi_{\vec{k}} + \cos^2 \varphi_H \sum_{\vec{k}} F(k) \cos 2\varphi_{\vec{k}}$$



где σ — парон. давление как в APL'99 $\sum_k F(k) \cos 2\varphi_k > 0$, он и т.д.
($c_{T_1} > T_2$)

$$F(k) = 8\pi^2 S^2 \frac{1}{S_0} f(kL) \frac{1}{k^2} J_1^2(kR), \quad S_0 = T_1 T_2$$

$$W_m = \frac{1}{V_s M_s^2} W_m(\varphi_H) = \sum_{\vec{k}} F(k) \sin^2(\varphi_{\vec{k}}) + K_u \cos^2(\varphi_H), \quad K_u = \sum_{\vec{k}} F(k) \cos^2 \varphi_{\vec{k}} > 0.$$

$$\frac{1}{V_d M_s^2} W(s) = (s=0) + \frac{1}{V_d M_s^2} W_m(\varphi_H, s) - \langle \vec{M} \rangle_H \vec{H} \frac{1}{M_s^2} \quad \text{— нормированная функция}$$

$$\text{So } \langle \vec{M} \rangle_{\psi} = S M_s \frac{\hbar}{4\pi} \quad \text{and} \quad W(s) = W(0) + W_m(\psi_n, s) - sh, \quad h = \hbar/m_s$$

$$W(s) = W(0) + As^2 - sh, \quad A(\varphi_H) = \frac{8\pi^2}{S_0} \sum_k \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \sin^2 \varphi_k +$$

Здесь как у нас, $g_{\text{отн}} \rightarrow A(\varphi_H)$.

$$+ \cos^2 \varphi_H \frac{8\pi^2}{S_0} \sum_k \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \cos^2 \varphi_k$$

$f_{\text{int}} = \frac{1}{2A(\varphi_H)}$. $M_{\text{an}}(s \approx 1) = 2M_s A(\varphi_H)$

2A
 $\rightarrow$ Везде используется $\varphi_k = \pi/2$, $A(\pi/2) = \frac{8\pi^2}{S_0} \sum_k \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kL) \sin^2 \varphi_k$

$\rightarrow$ $k_x = \frac{2\pi}{T_1} n_1, k_y = \frac{2\pi}{T_2} n_2, S_0 = T_1 T_2$
 Непосредственно (взяв $T_1, \varphi_H = 0$): $A(0) = \frac{8\pi^2}{S} \sum \frac{S(k_L)}{L^2} J_1^2(kR) \cos^2 \varphi_F$

Date. 09.03. SW rectan. dots and wires

То вообще сгенерируем SW rectan. dots и проверим, сходят ли wires.

99. 1) 22/VI 99г. начал расчет SW:
-29/VI Общее представление для параметров ФГ, усреднение по толщине z'' - в $\vec{k}$ -представлении

Ур-е Л.-П. Стор. Задача и ч. потенциал

Граничные условия Канн.-Савина, СФ $m_{\text{ms}}^x = M \cos q_x^m \cos q_y^n \cos q_z^s$

или $q_x^m = \frac{m\pi}{w}$, $q_y^n = \frac{n\pi}{l}$, $q_z^s = \frac{s\pi}{L}$. Дискр. спектр SW на этих СФ
 $x \in [0, w]$, $y \in [0, l]$, $z \in [0, L]$ и $\frac{\partial m}{\partial n} = 0$.

Вычисление матриц. элементов на основе дискрет. разложения ФГ
Оценки стат. гинельных полей $H_d^{z,x}$ (неверные).

- 2) 1/III 99г. Дискрет. расчет матричных элементов ФГ (неверный).

- 3) 21/X - 7/XI 99г. Компоненты стат. гин. поля.

Усреднение ур. Л.-П. и анализ гин. полей в нем. Проверка
Расчет расот wires в дискр. представлении (неверный).

Дискрет. расчет матриц. элементов ФГ.

Первые попытки расчета ч. элементов в непрерывном представлении
через $K_0(x)$, $2\vec{k}$ и $3\vec{k}$ - метод. $\vec{z}$ // ширине гон.

Усреднение ФГ по z'' в непрерывном представлении и вычисление
м. элементов от G_{yy} , G_{xx} , x -ширина гон. Вычисление м. эл. от G_{xz} в
непрерывном представлении ФГ ($2\vec{k}$ -представлении). Проверка Вугант'93

- 4) 10/XI 99г. Показал, что для сн. моды wires $N_{yy} = 8p$ Савина не подходит
ошибка была, т.к. расчет дает $N_{yy} = -4p^2 + 6p$ (N_{xx}) в 3 раз больше.

- 5) 2/XII 99г. ФГ в непрерывном $2\vec{k}$ представлении $\int dk d\varphi_z$, $\varphi_z = 0$ и $\int dk$
показывать.

- 6) 4/XII 99г. Сравнение дискрет. представления ФГ и ч. эл. ФГ.

- 7) 26/XII-99г. Выбор ФГ для предельных случаев членист. гон. СФ wires.
-28/XII

- 8) 31/XII Размат. факторы - фазы по объему и в гон. средине $y=0$ (гидрог.)
Симметричные компоненты стат. гинельного поля $H_d^{z,x}$

Date.

2000

9) 2-12/I 2001. Конформное представление м. экв. wire. Прогресс одно
 год $\frac{L}{w} \rightarrow 0$ означает прогресс представления и соответствующее значение
 где $\omega < \pi > 0$. $\omega_{mn=0}$ — частота волны. Прогресс $\frac{L}{w} \ll 1$ и фазовый π — не V-волна
 где π — волна с фазой $\varphi = \pi/2$

Собственные значения и непрерывное представление ω_{mn} .

Случай $\varphi = 0$ где м. экв. ФГ и фазовый год (1-канальный) в непрерыв. прогр.
 (G_{xx})

Случай $\varphi = \pi$ где м. экв. прогресс фазовый π — не фазовый π $\rho = \frac{L}{w} \ll 1$. "одно-
 год"

Случай $\varphi = \pi$ где м. экв. G_{xx} — частота год в непрерыв. прогр. и φ — фазовый
 год ω

10) 14-25/I 001.

Случай $\varphi = \pi/2$ где м. экв. G_{xx} и G_{zz} . Конформное
 представление ФГ (с фазовым $\pi/2$). Если считать $H_z^y \rightarrow \langle H_z^y \rangle_y$,
 фазовый $H_z^y(x)$ [но y — фазовый $\pi/2$ где фазовый, фазовый $\varphi = \pi/2$], то

где. Частота ω — частота ω экв. где $141.75 \mu m$ год, но частота где $141.2 \mu m$

Частота ω — частота ω экв. $k_x \rightarrow \frac{\pi m}{w}$, $k_y \rightarrow \frac{\pi n}{L}$, $\omega_{mn}^2 = \omega_H^2 [\omega_H^2 + F_{mn}]$
 где где ω — частота ω экв. H_z — частота ω экв.

Прогресс одно год $X_{mn}^{moo}(G_{xx}) = -f(\varphi, L)$, $Z_{mn}^{moo}(G_{zz}) = -1 + f(\varphi, L)$
 $(\varphi = 0, \varphi = \pi)$

$Y_{mn}^{moo}(G_{zz}) \equiv 0$ в частоте ω экв. $\rho = \frac{L}{w}$ — частота ω экв. $\rho \rightarrow 0$ фазовый
 где ω экв.

$\rightarrow$ Случай м. экв. G_{xx} и G_{zz} где $\varphi = (\varphi_x, \varphi_y)$ и $k_y \neq 0$ где частота ω экв.
 непрерывное представление.

Прогресс. По формуле частота Bryant'93 и Kalin-Savin'86 (где ω — частота)

Случай $\varphi = \pi/2$ где м. экв. $\varphi = (k_x, k_y)$.

$\rightarrow$ Частота ω экв. в фазовом ω экв. $\frac{L}{w} \ll 1$, $\frac{L}{L} \ll 1$ ω_{mn} — частота ω экв. где
 частота ω экв. с частотой ω экв. φ — частота ω экв. $H_{mn}^{moo} = 0$.

В фазовом ω экв. $H_{mn}^{moo} = 0$ в частоте ω экв. ω_{mn} — частота ω экв.

Формулы: X_{mn}^{moo} , Z_{mn}^{moo} — частота ω экв. $\frac{L}{w} \rightarrow 0$ и фазовый ω экв. $H_{mn}^{moo} \sim Y_{mn}^{moo}$ — частота ω экв.
 где ω экв. в непрерыв. представлении.

11) 30/I - 1/II 001.

Непрерывное $\sin \varphi_x x$ — представление где wire. Асимптотическое

состояние $\sin \varphi_x x$ — частота ω экв. $\sin \varphi_x x$ и $\cos \varphi_x x$ — частота ω экв.
 прогресс $\sin \varphi_x x$ — частота ω экв. $(m - \text{odd})$ $(m - \text{even})$

Непрерывное $\sin \varphi_x x \sin \varphi_y y$ — представление где rectan. dot.

$\rightarrow$ Случай ω экв. $\sin \varphi_x x$ — частота ω экв. $\sin \varphi_x x \cos \varphi_y y$ — частота ω экв.
 где ω экв. в частоте ω экв. $\sin \varphi_x x$ — частота ω экв. $\sin \varphi_x x$ — частота ω экв.
 где ω экв. в частоте ω экв. $\sin \varphi_x x$ — частота ω экв. $\sin \varphi_x x$ — частота ω экв.

Date.

12) 13/II 002. - 3/III 002.

Универсальная SW wire. Рассмотрение задачи о СФ, СЗ wire.

Вариант. формулировка для СЗ wire и аналог уравнения СФ wire

$\sin q_m x$ с $m=1, 3, 5$ и $\cos q_m x$ с $m=0, 2$, $x \in [0, w]$ хордены отнес. трансформации

не на все могут угодить $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_S = 0$ Если $x = x' + \frac{w}{2}$, $x' \in [-\frac{w}{2}, \frac{w}{2}]$, то СФ $\cos q_m x' = \cos q_m x$

Т.е. частота $\neq$ берется, а СФ это не берется, что будет объяснено 22/II 002.

Разложение функции потерь для $x=0 \Rightarrow \lambda_m(p)$ при $p \ll 1$, или

СФ $\cos(\pi m x) \rightarrow \lambda_m = \int_{-1/2}^{1/2} dx g(x) \cos(\pi m x)$, (СФ только тогда, когда нечет, это не

это λ_m для $m \geq 1$ совпадает почти с m -плотности с квант. g_m -плотности

а λ_0 дает размер. фактор субмикр., т.е. тоже хордены отнес. экв. (1)

Компоненты g_m nome $H_d^y(x, y)$ и $\langle H_d^y(x, y) \rangle_y$ в $2E^2$ -представлении

(связка есть $g(x, x') = g(1-x-x')$).

13) 15/II Диофант ФГ.

Дифференц. уравнения для СФ wire.

14) 25/VI - Смена эталонные экв. Демонстрация для SW rectan dot - 26/II 002.

15) 28-29/II 002. SW в wires: СФ wires как рунки Персангера.

16) 5-24/II 002. СФ, СЗ интегрального уравнения для wire.

Результат о $\sin \pi m x$, $x \in [0, 1]$ для хордены СФ. Дифференциальное уравн. Диф. ур. на СФ, СЗ of wire. Представление СЗ H_d^y Фурье-ср. (1)

17) 13-29/II 002. Переход СФ, СЗ инт. уравнения SW-wire к уравн. Персангера.

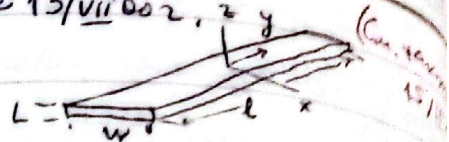
18) 31/I - 3/II 012. Численные расчеты H_d^y - g_m nome в 8/II rectan. dot - размер. фактор. Пределы $p \rightarrow 0$ и $\ell \rightarrow \infty$ (wire)

19) 10-15/II 012. Урн неограниченного по y - g_m nome H_d^y для расчета расчета rectan. dot. SW с помощью представления g_m формулы $p \rightarrow 0$ с $H_d^{mn} \rightarrow H_d^y(y)$ [р. квант. субмикр. с g_m nome] локализация основ. моды на краях $y = \pm \ell/2$ для квантового ФГ в координат. представлении и диф. ур. на СФ, СЗ H_d^y и g_m .

20) 24/II, 5/III 012. Усреднение g_m rectan. dot, Равенство ур. для g_m nome. Расчет. формулировка СФ. Попытка объяснить основ. моды $1 \times 1, 75$ для с помощью СФ $m_n(y)$, неограниченного g_m nome.

Date. 11.03.

CФ и CЗ wire. Дуги. нозкоз б гуре 13/002, z y



Грав. уравнение

$$\nabla^2 \vec{h} = -4\pi \nabla(\vec{\sigma} \cdot \vec{m})$$

Един wire (C), то от y" $\vec{h}_d(x, z)$ и $\vec{m}(z)$
не зависи - все сечение z x равномерное.

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) h_d^x(x, z) = -4\pi \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z}\right) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) h_d^z(x, z) = -4\pi \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z}\right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} h_d^x &= \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} dy h_d^x(x, y, z) \\ m^x(x, z) &= \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} dy m^x(x, y, z) \\ \vec{m} &= (m_x, 0, m_z) \\ \vec{h}_d &= (h_d^x, 0, h_d^z) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} h_d^x(x, z) = \int dx' dz' [G_{xx}(x, z, x', z') m_x(x', z') + G_{xz} m_z(x', z')] \\ h_d^z(x, z) = \int dx' dz' [G_{zx}(x, z, x', z') m_x(x', z') + G_{zz} m_z(x', z')] \end{cases}$$

CФ гравитационное поле $h_d^x(x, z) = \int dx' dz' G_{\alpha\beta}(x, z, x', z') m_\beta(x', z') = \sum_\beta \lambda_{\alpha\beta} m_\beta(x, z) = \lambda \begin{pmatrix} m_x \\ m_z \end{pmatrix}$

$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zz} \end{pmatrix}$, $\lambda_{xz} = \lambda_{zx}$ и, впрочем, $\text{Sp } \lambda_{\alpha\alpha} = -4\pi \Rightarrow$ где нежелательно.

$$\begin{cases} \nabla^2 \sum_\beta \lambda_{\alpha\beta} m_\beta = \lambda_{\alpha x} \nabla^2 m_x + \lambda_{\alpha z} \nabla^2 m_z = -4\pi \left(\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_z}{\partial x \partial z} \right) \\ \lambda_{zx} \nabla^2 m_x + \lambda_{zz} \nabla^2 m_z = -4\pi \left(\frac{\partial^2 m_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} \right) \end{cases}$$

нозкоз: $h_d^x(x, z) = \sum_\beta \lambda_{\alpha\beta} m_\beta(x, z)$ уредн. ко z, то $\begin{pmatrix} h_d^x \\ h_d^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_z \end{pmatrix}$ как 13/002, т.е. $h_d^x(x, z) = m^x(x, z)$

Тогда получим уравнение $(\lambda_x + 4\pi) \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = 0$, $\lambda_z \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} = 0$

уредн. ко z сущ. сущ. (x). $\langle \dots \rangle_z = \frac{1}{L} \int_0^L dz (\dots)$, уредн. ко x $\vec{h}_d(x, z)$, $m_x \neq 0$.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \langle h_d^x \rangle_z}{\partial x^2} + \frac{1}{L} \left(\frac{\partial h_d^x}{\partial z} \right) \Big|_0^L = -4\pi \left[\frac{\partial^2 \langle m_x \rangle_z}{\partial x^2} + \frac{1}{L} \left(\frac{\partial m_z}{\partial x} \right) \Big|_0^L \right] \\ \frac{\partial^2 \langle h_d^z \rangle_z}{\partial x^2} + \frac{1}{L} \left(\frac{\partial h_d^z}{\partial z} \right) \Big|_0^L = -4\pi \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \right) \Big|_0^L, \text{ т.к. } \left(\frac{\partial m_z}{\partial z} \right) \Big|_0^L = 0 \text{ и сущ. } \left(\frac{\partial m}{\partial z} \right) \Big|_0^L = 0. \end{cases}$$

и сущ. $\frac{\partial h_d^x}{\partial z} \Big|_0^L = \sum_\beta \lambda_{\alpha\beta} \frac{\partial m_\beta}{\partial z} \Big|_0^L = 0$ сущ. $\left(\frac{\partial m_\beta}{\partial z} \right) \Big|_0^L = 0$ $\langle \dots \rangle_z = \langle \dots \rangle_{z \text{ def.}}$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{h}_d^x = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_\beta \lambda_{\alpha\beta} \bar{m}_\beta = -4\pi \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{m}_x + \frac{1}{L} \frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_0^L \right] \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{h}_d^z = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_\beta \lambda_{\alpha\beta} \bar{m}_\beta = -4\pi \frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_0^L \end{cases}$$

(*)
$$\begin{cases} (\lambda_{xx} + 4\pi) \frac{\partial^2 \bar{m}_x}{\partial x^2} + \lambda_{xz} \frac{\partial^2 \bar{m}_z}{\partial x^2} = -4\pi \frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_0^L \\ \lambda_{zx} \frac{\partial^2 \bar{m}_x}{\partial x^2} + \lambda_{zz} \frac{\partial^2 \bar{m}_z}{\partial x^2} = -4\pi \frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_0^L \end{cases}$$
 - неограниченно
сущ. $\frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_0^L$ и $\frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_0^L$ сущ. $\bar{m}_x(x) = m_x(x)$

Но $\frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_0^L = \frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_0^L$ сущ. произвольным "x". Как и x произвольное m_x, m_z

Тогда сущ. ограниченные сущ. $\bar{m}_x, \bar{m}_z$. Не $m_x \neq 0(z)$, а $\langle m_x(x, z) \rangle_z = m_x(x)$

Date.

$$1) 0 = \text{rot } \vec{h}_d = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ h_x & h_y & h_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = \vec{i} \left[\frac{\partial h_z}{\partial y} - \frac{\partial h_y}{\partial z} \right] + \vec{j} \left[\frac{\partial h_x}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial x} \right] + \vec{k} \left[\frac{\partial h_y}{\partial x} - \frac{\partial h_x}{\partial y} \right]$$

$$= [\pi \text{ y no zabvayem}] = \vec{i} (-1) \frac{\partial h_z}{\partial z} + \vec{j} \left[\frac{\partial h_x}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial x} \right] + \vec{k} \frac{\partial h_y}{\partial x} = 0$$

no gde $\frac{\partial h_x}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial h_y}{\partial x} = \frac{\partial h_x}{\partial y} = 0$ (no dlya nra $h_z = \text{const} = 0$).

Na (Q): $h_d^d = \sum_p \lambda_{dp} m_p$, $\frac{\partial}{\partial x} [\lambda_{1x} m_x + \lambda_{1z} m_z] = \frac{\partial}{\partial x} [\lambda_{2x} m_x + \lambda_{2z} m_z]$

$\frac{\partial}{\partial x} (\dots)$: $\frac{1}{L} [\lambda_{1x} m_x + \lambda_{1z} m_z] \Big|_0^L = \lambda_{1x} \frac{\partial m_x}{\partial x} + \lambda_{1z} \frac{\partial m_z}{\partial x}$, $\lambda_{1x} \frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_0^L + \lambda_{1z} \frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_0^L$

2) $\text{div } \vec{h}_d = -4\pi \text{div } \vec{m}$, $\frac{\partial}{\partial x} [h_d^x + 4\pi m_x] + \frac{\partial}{\partial z} [h_d^z + 4\pi m_z] = 0$

Возьмем формальное $\frac{\partial}{\partial x} (z=L) - \frac{\partial}{\partial x} (z=0)$: $\left[\frac{\partial h_d^x}{\partial x} + 4\pi \frac{\partial m_x}{\partial x} \right] \Big|_0^L = 0$, $\left[\lambda_{1x} \frac{\partial m_x}{\partial x} + \lambda_{1z} \frac{\partial m_z}{\partial x} + 4\pi \frac{\partial m_x}{\partial x} \right] \Big|_0^L =$

Получим ос. ур. $\lambda_{1x} \frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_0^L = X$ и $\frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_0^L = Y$:

$$\begin{cases} \lambda_{2x} X + \lambda_{2z} Y = 0 \\ \lambda_{1x} X + \lambda_{1z} Y = -4\pi m_x \Big|_0^L \end{cases}, \text{ откуда } X = - \frac{(4\pi m_x \Big|_0^L) \cdot \lambda_{2z}}{[\lambda_{1x} \lambda_{2z} - \lambda_{1z}^2]}$$

$$Y = \frac{(4\pi m_x \Big|_0^L) \cdot \lambda_{1x}}{[\lambda_{1x} \lambda_{2z} - \lambda_{1z}^2]}$$

- берем $\frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_0^L$, $\frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_0^L$ и $m_x \Big|_0^L$. Пока не берем.

Убо $\begin{cases} \lambda_{2x} X + \lambda_{2z} Y = 0 \\ (\lambda_{1x} + 4\pi) X + \lambda_{1z} Y = 0 \end{cases}$, $\det R = \lambda_{2z}(\lambda_{1x} + 4\pi) - \lambda_{1z} \lambda_{2x} \neq 0$.

Если $\lambda_{1x} + \lambda_{2z} = -4\pi$, то нелзя $X=0, Y=0$ тогда

→ б) Будем не упрощать, а решать (и) $h_d^d(x,z) = \sum_p \lambda_{dp} m_p(x,z)$ где $m_x(x,z)$ и $m_z(x,z)$.

$$\begin{cases} (\lambda_{1x} + 4\pi) \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \lambda_{1z} \frac{\partial^2 m_z}{\partial x^2} + \lambda_{2x} \frac{\partial^2 m_x}{\partial z^2} + \lambda_{2z} \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} = -4\pi \frac{\partial^2 m_z}{\partial x \partial z} \\ \lambda_{2x} \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \lambda_{2z} \frac{\partial^2 m_z}{\partial x^2} + \lambda_{1x} \frac{\partial^2 m_x}{\partial z^2} + (\lambda_{1z} + 4\pi) \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} = -4\pi \frac{\partial^2 m_x}{\partial x \partial z} \end{cases}$$

и $\frac{\partial m_x}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$, $\frac{\partial m_z}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$

Не будем писать в групп. вхождение m_z и m_x .

Далее упрощаем (и) $h_d^d(x,z)$ к m_x и m_z .

Возьмем $m_x = C m_z$, $(\dots) = \langle \dots \rangle_z$.

→ Здесь Eq. 5-1) не берем, т.е. упрощаем m_z не зависит от z

Здесь не делаем. После упрощения m_z (и) m_x $\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} &= F_1(x, \lambda_d) \\ \frac{\partial^2 m_z}{\partial x^2} &= F_2(x, \lambda_d) \end{aligned} \right\}$, $\frac{\partial m_x}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$.

Date. 13.03.

SW wires

Рассматриваем (CФ) wires

Общая постановка
оп.н. $T: X \rightarrow X$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x') \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m^{(k)}(x)}{k!} (x'-x)^k$$

Положим $x=0$, $k=2s$ - аббревиатура, т.е. $m^{(2s)}(0) \neq 0$ тогда

$$\lambda m(0) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x') \sum_{s=0}^{\infty} \frac{m^{(2s)}(0)}{(2s)!} (x')^{2s} \xrightarrow{g(x) \cos(\pi x)} \lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} g(x) \cos(\pi n x)$$

Для $n \in \mathbb{Z}$ $x=1/2$ и n - нечетное $m^{(2s+1)}(1/2) = 0$ - это базис
 где $M_n(x) = \sin(\pi n x)$ и n - четное.

$$m_n^{(2s)}(x) = (-1)^s (\pi n)^{2s} m_n(x), \quad m_n^{(2s+1)}(x) = (-1)^s (\pi n)^{2s+1} \cos(\pi n x)$$

Т.е. $m_n^{(2s+1)}(1/2) = 0$ тогда $\left(\frac{\partial m_n}{\partial x}\right)_{x=1/2} = 0$ а также $\frac{\partial m_n}{\partial n} = 0$

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \int_{-1/2}^{1/2} g(1/2-x) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m_n^{(k)}(1/2)}{k!} \frac{1}{k!} (x'-1/2)^k = \int_{-1/2}^{1/2} g(1/2-x) \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s (\pi n)^{2s}}{(2s)!} \\ &= \int_{-1/2}^{1/2} g(1/2-x') \cos(\pi n (x'-1/2)) = |x'-1/2=x| = \int_{-1}^0 g(x) \cos(\pi n x) = \int_0^1 g(x) \cos(\pi n x) \end{aligned}$$

Для $n \in \mathbb{Z}$ $\lambda_n = \int_0^1 g(x) \cos(\pi n x)$ и n - четное.

Выводим (3) $\left\{ \begin{aligned} \lambda_n &= \int_{-1/2}^{1/2} g(x) \cos(\pi n x), \text{ четное } (CФ, m_n(x) = \cos(\pi n x)) \\ \lambda_n &= \int_0^1 g(x) \cos(\pi n x), \text{ нечетное } (CФ, m_n(x) = \sin(\pi n x)) \end{aligned} \right.$

Лемма Бундеса, что n - четное $\cos(\pi n x)$ четное, $\left(\frac{\partial m_n}{\partial x}\right)_{x=\pm 1/2} = 0$,
 тогда n и n - нечетное $\sin(\pi n x)$ нечетное, $\left(\frac{\partial m_n}{\partial x}\right)_{x=\pm 1/2} \neq 0$.

$CФ: m_n(x) = \begin{cases} \cos(\pi n x), & n \text{ - четное} \\ \sin(\pi n x), & n \text{ - нечетное} \end{cases} = \cos(\pi n x), \text{ где } x \in [-1/2, 1/2]$

(3) $\lambda_n = \int_0^1 g(x) \cos(\pi n x)$ где $n \in \mathbb{Z}$ четное $CФ$ ортонормированная система
 не ортонормированная с (3) $\int_{-1/2}^{1/2} g(x) \cos(\pi n x)$ $\forall$ четное n и n - нечетное $CФ$ $(\cos(\pi n x))$ $(\sin(\pi n x))$

Date. 15.03.

Comp. application 6 Porto

Уравнение $\nabla \nabla \left(\frac{1}{R^3} \right) = -\frac{4\pi}{3} \hat{I} \delta(\vec{r}-\vec{r}') + \frac{1}{R^5} (3\vec{R}\vec{R}' - R^2 \hat{I})$

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$, $\hat{I}$ - единичный тензор (PRESS, 1980 (1981)).

→ Тогда же write монотонные интегралы в форме $g(t) = \frac{4}{p} \int_0^\infty dt \cos(qt) \left[\frac{e^{-pt}-1}{t} \right]$ (тогда).

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \cos q(x-x') = \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') [\cos qx \cos qx' + \sin qx \sin qx'] = \left\{ \cos qx \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \cos qx', \sin qx \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \sin qx' \right\}$$

$$\lambda_m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') m(x') = \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \left[\frac{4}{p} \int_0^\infty dq \cos q(x-x') \left(\frac{e^{-p|x-x'|}-1}{2} \right) \right] =$$

$$= \frac{4}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \cos q(x-x')$$

а) Если $m(x) = \cos qx$, то $\lambda_m(x) = \frac{4}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \hat{m}(q) \cos qx$, где $\hat{m}(q) = \int_{-1/2}^{1/2} dx m(x) \cos qx$ где нормир. на 1 - сФ $\int_{-1/2}^{1/2} dx m^2(x) = 1$ гдет (2020)

$$\lambda(p) = \frac{4}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \hat{m}^2(q) \text{ или } \lambda(p) = -4\pi + 4 \int_0^\infty dq f(pq) \hat{m}^2(q),$$

$$\int_0^\infty dq \hat{m}^2(q) = \pi \int_{-1/2}^{1/2} dx m^2(x) = \pi$$

то $\hat{m}_n^2(q) = |\hat{m}_n(q)|^2 = I_n(q)$ - универсальность n-SW моды.

Если $I_n(q) = \pi \delta(q-q_n)$, то $\lambda_n = \frac{4}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \pi \delta(q-q_n) = 4\pi \frac{e^{-p|q_n|}-1}{p|q_n|}$ (с $q_n = \frac{n\pi}{w} \cdot w$)

неудачно выбрано, ω -моды с $\sin qx$.

б) (сФ-моды) $\lambda_m(x) = \frac{4}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \hat{m}(q) \sin qx$ с $\hat{m}(q) = \int_{-1/2}^{1/2} dx m(x) \sin qx$ $\int_{-1/2}^{1/2} dx m(x)$; $\lambda \int_{-1/2}^{1/2} dx m^2(x) = \frac{4}{p} \int_0^\infty dq (\dots) \hat{m}(q) \int_{-1/2}^{1/2} dx m(x) \sin qx = \frac{4}{p} \int_0^\infty dq (\dots) \hat{m}^2(q)$, т.е.

Всё $\lambda(p)$ не уменьшается, уменьшается число $\hat{m}(q)$ - ортогональные.

→ $\left(-\frac{1}{4\pi} \right) \lambda_n(p) = 1 - \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dq \zeta(pq) \hat{m}_n^2(q)$ - доказано.

Основная мода $m_0(x)=1$ гдет $\int_{-1/2}^{1/2} dx m_0(x) \cos qx = \frac{2}{q} \sin(q/2) = \hat{m}(q)$ и

$$\lambda_0(p) = \frac{4}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \frac{4}{q^2} \sin^2(q/2) = \frac{8}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \frac{\sin^2(q/2)}{q^2} - \text{не сФ-моды}$$

Аналогично $\lambda_n(p) \sim Z_{n0}$ моды. Значения гдет на $\cos qx$ или $\sin qx$.

Всё $\hat{m}_n(q) = \int_{-1/2}^{1/2} dx m_n(x) \cos qx = A_n \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos q_n x \cos qx = \frac{1}{2} A_n^2 \left[\frac{\sin(q-q_n)}{q-q_n} + \frac{\sin(q+q_n)}{q+q_n} \right]$

Рассуждение $\lambda_0 = \int_{-1/2}^{1/2} dx g(x)$ и $\lambda_0(p) = \frac{16}{p} \int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-p|q|}-1}{2} \right) \frac{\sin^2(q/2)}{q^2}$ с тем же значением?

Date.

Решо: $\lambda_0 = \int_{-1/2}^{1/2} dx g(x) = \frac{4}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_0^{\infty} dq \cos qx \left(\frac{e^{-pq} - 1}{q} \right) = \frac{4 \cdot 2}{p} \int_0^{\infty} dq \left(\frac{e^{-pq} - 1}{q} \right) \frac{\sin(q/2)}{2}$

Получим для $m_0(x)=1$: $\lambda_0 = \frac{4}{p} \int_0^{\infty} dq \left(\frac{e^{-pq} - 1}{q} \right) \left(\frac{2}{q} \sin \frac{q}{2} \right) \cos qx$, что равно нулю.

$\Rightarrow m_0(x)=1$ не может быть СФ.

Но если $\delta(x)$ полож. $x=0$ $\lambda m(0) = \frac{4}{p} \int_0^{\infty} dq \left(\frac{e^{-pq} - 1}{q} \right) \hat{m}(q)$, то $\lambda_0 = \frac{4}{p} \int_0^{\infty} dq \left(\frac{e^{-pq} - 1}{q} \right) \frac{\sin(q/2)}{2}$

Упрощение $x=0$ связано с тем, что λ_{si} и λ_{sup} совпадают, т.е. $x=0$ физически оправдано для wires.

Получим еще Фурье-преобразование для лаплас-преобразования уравнения на СФ

$\mathcal{L}(p) m(x) = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2} = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x') \mathcal{L}(p)$

$g_L(z) = (-4) \frac{1}{z^2 + p^2} = \frac{(-4)}{p} \int_0^{\infty} dq e^{-pq} \cos qz = \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} \mathcal{L}(z) p$, $\mathcal{L}(p) = \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda$

$\mathcal{L} m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \frac{(-4)}{p} \int_0^{\infty} dq e^{-pq} \cos q(x-x') = \frac{(-4)}{p} \int_0^{\infty} dq e^{-pq} \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \cos q(x-x')$

$(*) \mathcal{L} m(x) = \frac{(-4)}{p} \int_0^{\infty} dq e^{-pq} \hat{m}(q) \cos qx \rightarrow \mathcal{L}(p) = \frac{(-4)}{p} \int_0^{\infty} dq e^{-pq} \hat{m}^2(q)$

где $\int dx m(x) \dots$ и $\hat{m}(q) = \int_{-1/2}^{1/2} dx m(x) \cos qx$

А если (x') заменить на $\cos q'x$ и $\int dx (\dots)$, то

$\mathcal{L} \int_{-1/2}^{1/2} dx m(x) \cos q'x = \frac{(-4)}{p} \int_0^{\infty} dq e^{-pq} \hat{m}(q) \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos qx \cos(q'x)$

$\mathcal{L} \hat{m}(q') = \int_0^{\infty} dq g_L(q, q') \hat{m}(q)$, $g_L(q, q') = \frac{(-4)}{p} e^{-pq} \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos qx \cos(q'x)$

То аналогично гр. в Фурье-преобраз. от $20/11$ $\lambda m(q) = \int_0^{\infty} dq' \hat{g}(q, q') \hat{m}(q')$

с ядром $\hat{g}(q, q') = \frac{4}{pq'} [e^{-pq'} - 1] \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(qx) \cos(q'x)$

Если $m_0(x)=1$, $\hat{m}_0(q) = \frac{2}{q} \sin \frac{q}{2}$, то $\mathcal{L}(p) = -\frac{4 \cdot 4}{p} \int_0^{\infty} dq e^{-pq} \frac{\sin^2 q/2}{q^2} =$

$= -\frac{16}{p} \left[\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2p^{1/2}}{p^2} \right) + \frac{p}{4} \ln \left\{ \frac{p^2}{p^2 + 1} \right\} \right] = -\frac{16}{p} \left[\frac{1}{2} \arctan \frac{1}{p} + \frac{p}{4} \ln \left(\frac{p^2}{1 + p^2} \right) \right]$

То для гр. на $\lambda(p)$: $\frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda = -\frac{16}{p} \left[\frac{1}{2} \arctan \frac{1}{p} + \frac{p}{4} \ln \left(\frac{p^2}{1 + p^2} \right) \right]$

Вм $p \rightarrow 0$ $\mathcal{L}(p) = -\frac{16}{p} \left[\frac{1}{2} \arctan \frac{1}{p} + \frac{p}{4} 2 \ln p - \frac{p}{4} \ln(1 + p^2) \right] = -\frac{16}{p} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{p}{2} + \frac{1}{3} p^3 + \frac{1}{2} p \ln p - \frac{1}{4} p \cdot p^2 \right] = -\frac{16}{p} \left[\frac{\pi}{4} - \frac{p}{2} + \frac{1}{2} p \ln p \right] = -\frac{4\pi}{p} + 8 - 8 \ln p$

$\frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda = -\frac{4\pi}{p} + 8 - 8 \ln p$. Ищем $\lambda(p) = -4\pi + Ap + Bp \ln p$

Date.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial p} = A + B \ln p + B p \cdot \frac{1}{p}, \quad A + B + B \ln p + \frac{1}{p} [-4\pi + A p + B p \ln p] = -\frac{4\pi}{p} + B - B \ln p$$

$$\begin{cases} p^0: 2A + B = 8 \\ \ln p: 2B = -8 \end{cases} \Rightarrow B = -4, A = 6 \Rightarrow \lambda_0(p) = -4\pi + 6p - 4p \ln p$$

(!) $\lambda_0 - \lambda = N_{zz} = 4\pi - 4p[\frac{3}{2} - \ln p]$ - в терминах энергии размаха. фактор of wire, range, $2/\pi$.

$\Rightarrow \lambda_0 = -4\pi + 8p$ и λ_n^{Si} - это значение λ в точке $x=0$.
 (фактор фазового сдвига на плоскости $x=0$ или $x=\pi$)

$$\text{Уравнение: } \lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x, x') m(x') dx' \quad \text{и} \quad \lambda m(0) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x') m(x') dx' \quad (2)$$

не заданы.

λ_n^{Si} (вспомогательное λ_0^{wab}) и $(\Phi \cos(\pi x), \sin(\pi x))$ для. Вспомогательное (2).

Рассм. 3.8-41 Полемика:

$$\int_a^b f(t) y(x+\beta t) dt = A \sin \lambda x + B \cos \lambda x, \quad x=0, \beta=1$$

если $\int_a^b f(t) y(t) dt = B$, формально $y(x)$ берем I_2, I_3
 $y(x) = \frac{1}{N} [A I_2 + I_3 B]$

$$\text{где } I_2 = \int_a^b \cos(\lambda t) f(t) dt, \quad I_3 = \int_a^b \sin(\lambda t) f(t) dt$$

Уравнение $\lambda m(0) = \int_{-1/2}^{1/2} dx g(x) m(x)$ удовлетворяется условием

$$\rightarrow \text{Пусть } u_n(x) - \text{система СФ } \lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$$

$$\rightarrow g(x, x') = \sum_n A_n u_n(x) u_n(x') \rightarrow \lambda m(x) = \int dx' m(x') \sum_n A_n u_n(x) u_n(x') = \sum_n A_n u_n(x) \int dx' m(x') u_n(x')$$

Но если $u_n(x)$ - система СФ ортогональная и полная на $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, то

$$\lambda m(x) = \lambda_n u_n(x) = \int dx' g(x, x') u_n(x') = \sum_n A_n u_n(x) \int dx' u_n(x') u_n(x') = \sum_n A_n u_n(x) \delta_{nn} = A_n u_n(x), \quad \text{т.е. } A_n = \lambda_n$$

$$\text{СЗ } \lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} g(x, x') u_n(x) u_n(x') dx' - \text{где } g(x, x') \text{ - функция ядра и сист. СФ}$$

$$\text{Но } g(x, x') = g(|x-x'|), \quad x-x' = \xi, \quad x' = x-\xi$$

$$\lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_n(x) u_n(x-\xi) dx' = \sum_m B_{mn} u_m(x) u_m(\xi)$$

Date.

$$\int_{-1/2}^{1/2} u_n(x) u_m(x) dx = \delta_{nm}$$

$$\lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_n(x) \sum_m B_{mn} u_m(x) u_m(\xi) =$$

$$= \sum_m B_{mn} \int_{-1/2}^{1/2} u_n(x) u_m(x) \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_m(\xi)$$

$$\lambda_n = \sum_m B_{mn} \int_{-1/2}^{1/2} u_n(x) u_m(x) \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_m(\xi) = \sum_m B_{mn} \delta_{nm} \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_m(\xi)$$

$$= B_{nn} \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_n(\xi)$$

* Вспомогательная функция $u_n(x) = \cos(\pi n x)$, $u_n(x-\xi) = \cos(\pi n x) \cos(\pi n \xi) + \sin(\pi n x) \sin(\pi n \xi)$

$$= \cos(\pi n x) \cos(\pi n \xi) = u_n(x) u_n(\xi) \text{ и } B_{nn} = 1,$$

$$\lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_n(\xi)$$

не так просто увидеть $x=0$ в уравнении.

→ Тогда, пусть $\int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_m(\xi)$, рассмотрим $u_m(x)$ как заданную

функцию на промежутке $T = [-1/2, 1/2]$



тогда $g(\xi) = \sum_n A_n u_n(\xi) u_n(0)$ — тоже функция. $\in T = [-1/2, 1/2] =$

$$\int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_m(\xi) = \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_m(x) \text{ — не забудем про "x",}$$

т.е. мы от функции g — на промежутке $\Delta x = T$ отобразили.

$$\Rightarrow \text{же функция } \lambda_n = B_{nn} \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) u_n(\xi) \text{ и здесь } x=0 \text{ —}$$

$$g(x, x') = \sum_n A_n u_n(x) u_n(x'), \quad g(x, 0) = g(x) = \sum_n A_n u_n(x) u_n(0)$$

$$g(\xi) = \sum_n A_n u_n(\xi) u_n(0), \quad g(x-x') = \sum_n A_n u_n(x-x') u_n(0) = g(x, x')$$

т.е. $g(x, x') = g(x-x', 0)$ — верно. $\Rightarrow \sum_n A_n u_n(x) u_n(x') = \sum_n A_n u_n(x-x') u_n(0)$

$$= \sum_n A_n u_n(0) \sum_m B_{mn} u_m(x) u_m(x'), \quad \sum_n A_n u_n(x) u_n(x') = \sum_m A_m u_m(0) \sum_n B_{nm}$$

Отсюда $A_n = \sum_m A_m u_m(0) B_{nm}$ — запишем в матричной форме

$$\lambda_n = \sum_m u_m(0) B_{nm} \lambda_m$$

Вспомогательная функция $u_n(x) = \cos(\pi n x)$, $B_{nn} = \delta_{nn}$, $u_n(0) = 1$, это дано.

Def. $J_n = \int_{-1/2}^{1/2} g(x) u_n(x)$. $\lambda_n = B_{nn} J_n$.

(*) $B_{nn} J_n = \sum_m u_m(0) B_{nm} B_{mm} J_m$ — система уравнений, которые надо решить, чтобы найти J_n

Date.

Упражнение 2-го урока в Полюсине 1985. А. С. С.

Г.е. $|t| \leq 1$, но $p \gg |t|$, $p \gg 1$ тогда $g(z) = \frac{2}{p} \left\{ 2 \ln \frac{|t|}{p} + O\left(\frac{1}{p^2}\right) \right\} \approx$
 $\approx \frac{4}{p} \ln \frac{|t|}{p}$

Тогда $\mu(x) = \int_a^b dx' \ln|x-x'| \mu(x')$ (Упражнение 2-го урока в Полюсине 1985. А. С. С.)
 $\int_a^b dx' \ln|x-x'| y(x') = f(x) = y(x)$ (верно, тогда $y(x) = f(x)$).

где $a=0$, $b=1$ (применяем преобразование Карлемана).

$$y(x) = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{x(1-x)}} \left[\int_0^1 \frac{\sqrt{t(1-t)}}{t-x} \frac{\partial f(t)}{\partial t} dt + \frac{1}{\pi \ln(\frac{1}{4})} \int_0^1 \frac{f(t) dt}{\sqrt{t(1-t)}} \right]$$

Можно положить $f(x) = \lambda y(x)$, но $y(x)$ — это $y(x)$ (дифференциал).

Две кон. константы $a=-1/2$, $b=1/2$:

$$y(x) = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{1/4-x^2}} \left[\int_{-1/2}^{1/2} \frac{\sqrt{1/4-t^2}}{t-x} \frac{\partial f(t)}{\partial t} dt + \frac{1}{\pi \ln(\frac{1}{4})} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{f(t) dt}{\sqrt{1/4-t^2}} \right]$$

Аналог. $F(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dt \frac{\sqrt{1/4-t^2}}{t-x} f'(t)$, $F(-x) = \int_{-1/2}^{1/2} dt \frac{\tilde{f}(t)}{t+x} = \left| t = -t' \right| =$
 $= - \int_{1/2}^{-1/2} dt' \frac{\tilde{f}(-t')}{x-t'} = - \int_{-1/2}^{1/2} dt' \frac{\sqrt{1/4-t'^2} f'(-t')}{t'-x} = \begin{cases} F(x), & \text{если } f'(t) \text{ — нечет. ф.} \\ -F(x), & \text{если } f'(t) \text{ — чет. ф.} \end{cases}$

$F(x) = \begin{cases} F(x), & \text{если } f(t) \text{ — чет.} \\ -F(x), & \text{если } f(t) \text{ — нечет.} \end{cases}$ $f(t) = \lambda y(t)$ — возмущение.

(гипотеза самосогласованности на 2π / периодичность $y(x)$ — вынужденная).

Итак $f(x) = \lambda y(x) \Rightarrow y(x) = \frac{\lambda}{\pi^2 \sqrt{1/4-x^2}} \left[\int_{-1/2}^{1/2} dt \frac{\sqrt{1/4-t^2}}{t-x} y'(t) dt + \frac{1}{\pi \ln(\frac{1}{4})} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{y(t) dt}{\sqrt{1/4-t^2}} \right]$

Предположим $y_0(x) = 1$. Тогда $\lambda = \pi^2 \ln \frac{1}{4} \sqrt{1/4-x^2} \frac{1}{\left[\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dt}{\sqrt{1/4-t^2}} \right]} = \lambda(x)$ и не может быть постоянным.

Лоренс-форма инт. гр. $\mu(x)$

Рассм. более общее: $\mu(x) = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{\mu(x')}{(x-x')^2 + p^2}$, $g_L(z) = (-4) \frac{1}{z^2 + p^2}$

Или $p \gg |z|$, $g_L(z) = \frac{(-4)}{p^2} \frac{1}{1 + \frac{z^2}{p^2}} = \frac{(-4)}{p^2} \left[1 - \frac{z^2}{p^2} + O\left(\frac{1}{p^4}\right) \right]$

Г.е. $\mu(x) = \frac{(-4)}{p^2} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \mu(x')$, $\Rightarrow \mu(x) = 1$, $\mu(p) = -\frac{4}{p^2}$

$\mu(p) = \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} [\lambda(p)p] = -\frac{4}{p^2}$, $\frac{\partial [\lambda p]}{\partial p} = -\frac{4}{p}$, $\lambda(p) = -\frac{4}{p} \ln p + \frac{C}{p}$

Согл. $\mu(x)$: $\mu(x) = \frac{(-4)}{p^2} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[1 - \frac{(x-x')^2}{p^2} \right] \mu(x')$, $\tilde{\mu} = -\frac{1}{4} p^2 \mu$

Date.

$$\tilde{L} m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[1 - \frac{(x-x')^2}{p^2} \right] m(x') - \text{пр-е с бeлoмeнeн aггoнeн.}$$

$$\tilde{g}(x, x') = 1 - \frac{1}{p^2} (x^2 - 2xx' + x'^2), \text{ мeтeн пeн. бeлoмeнeн } m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[1 - \frac{1}{p^2} (x^2 - 2xx' + x'^2) \right] (a_0 + a_1 x' + a_2 x'^2) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[\left(1 - \frac{1}{p^2} \right) (a_0 + a_1 x' + a_2 x'^2) \right. \\ \left. + \frac{2x}{p^2} (a_0 x' + a_1 x'^2 + a_2 x'^3) - \frac{1}{p^2} (a_0 x'^2 + a_1 x'^3 + a_2 x'^4) \right] =$$

$$= \left(1 - \frac{x^2}{p^2} \right) (a_0 x' + a_2 \frac{x'^3}{3}) \Big|_{-1/2}^{1/2} + \frac{2x}{p^2} (a_1 \frac{x'^3}{3}) \Big|_{-1/2}^{1/2} - \frac{1}{p^2} (a_0 \frac{x'^3}{3} + a_2 \frac{x'^5}{5}) \Big|_{-1/2}^{1/2} =$$

$$= \left(1 - \frac{x^2}{p^2} \right) (a_0 + \frac{1}{12} a_2) + \frac{2x}{p^2} a_1 \frac{1}{12} - \frac{1}{p^2} (a_0 \frac{1}{12} + a_2 \frac{1}{5} \frac{2}{2^5}) =$$

$$= x^0 \left[a_0 + \frac{1}{12} a_2 - \frac{1}{p^2} \left(\frac{1}{12} a_0 + \frac{1}{5 \cdot 16} a_2 \right) \right] + x \left[\frac{1}{6} \frac{a_1}{p^2} \right] + x^2 \left(-\frac{1}{p^2} \right) (a_0 + \frac{1}{12} a_2) =$$

$$= \tilde{L} [a_0 + a_1 x + a_2 x^2]$$

$$\begin{cases} x^0: & a_0 + \frac{1}{12} a_2 - \frac{1}{p^2} \left(\frac{1}{12} a_0 + \frac{1}{5 \cdot 16} a_2 \right) = \tilde{L} a_0 \\ x^1: & \frac{1}{6} \frac{a_1}{p^2} = \tilde{L} a_1 \\ x^2: & -\frac{1}{p^2} (a_0 + \frac{1}{12} a_2) = \tilde{L} a_2 \end{cases} \Rightarrow \tilde{L}_1 = \frac{1}{6} \frac{1}{p^2}$$

Система 3-х лнн. oгнoрoг. yp. глaвe a_0, a_2, a_1 . $\det R(\tilde{L}) = 0$ - aнeтeп.

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{12} \frac{1}{p^2} - \tilde{L} & 0 & \frac{1}{12} - \frac{1}{80} \frac{1}{p^2} \\ 0 & \frac{1}{6} \frac{1}{p^2} - \tilde{L} & 0 \\ -\frac{1}{p^2} & 0 & -\frac{1}{12} \frac{1}{p^2} - \tilde{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\det R(\tilde{L}) = \left(\frac{1}{6} \frac{1}{p^2} - \tilde{L} \right) \left[\left(1 - \frac{1}{12} \frac{1}{p^2} - \tilde{L} \right) \left(-\frac{1}{12} \frac{1}{p^2} - \tilde{L} \right) + \frac{1}{p^2} \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{80} \frac{1}{p^2} \right) \right] = 0$$

$$\tilde{m}(x) - \text{нeт.}, a_1 = 0 \quad -\frac{1}{p^2} a_0 - \left(\frac{1}{12} \frac{1}{p^2} + \tilde{L} \right) a_2 = 0, \quad a_2 = -\frac{1}{p^2} \frac{1}{\frac{1}{12} \frac{1}{p^2} + \tilde{L}} a_0$$

$$m(x) = a_0 \left[1 + \frac{a_2}{a_0} x^2 \right] = a_0 \left[1 - \frac{1}{p^2} \frac{1}{\frac{1}{12} \frac{1}{p^2} + \tilde{L}} x^2 \right]$$

$$\tilde{L} + \frac{1}{12 p^2} = x, \quad -(1-x)x + \frac{1}{p^2} \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{80} \frac{1}{p^2} \right) = 0, \quad x^2 - x + \frac{1}{p^2} (\dots) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{1}{p^2} \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{80} \frac{1}{p^2} \right)} \right] = \frac{1}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{3 p^2} + O(1/p^4)} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 \pm \left(1 - \frac{1}{6 p^2} \right) \right] = \left\{ \frac{1}{12} \frac{1}{p^2}, \frac{1}{12} \frac{1}{p^2} \right\}, \quad \tilde{L}_{2,3} = \left\{ \frac{1}{12} \frac{1}{p^2} \right\} - \frac{1}{12 p^2} = \begin{cases} 1 - \frac{1}{6 p^2} \\ 0 \end{cases}$$

СФ
 $m_2(x) = a_0 \left[1 - \frac{1}{p^2} \frac{1}{\frac{1}{12} \frac{1}{p^2}} x^2 \right] \approx a_0 \left[1 - \frac{x^2}{p^2} \right]$
 $m_3(x) = a_0 \left[1 - p^2 \cdot \frac{1}{[p^2/12]} x^2 \right] = a_0 \left[1 - \frac{12}{p^4} x^2 \right]$

+ oтoбpaзeнe кaрeнeнeн
+ к. нeтeн
+ oтoбpaзeнe кaрeнeнeн

Date. 19.03.

2) $m(x) = \text{const.}$ $m(x) = a_1 x$, $\tilde{\Lambda}_1 = \frac{1}{0} \frac{1}{p^2}$, $\Lambda_1 = -\frac{4}{p^2}$, $\tilde{\Lambda}_1 = -\frac{2}{3} \frac{1}{p^4}$
 $\frac{1}{p} \frac{d}{dp} [\lambda p] = -\frac{2}{3} \frac{1}{p^4}$, $\lambda p = \int dp (-\frac{2}{3}) \frac{1}{p^3} + \text{const} = \frac{1}{3} \frac{1}{p^2} + C$, $\lambda(p) = \frac{1}{3p^3} + \frac{C}{p}$

Следует (19.1) $\tilde{\Lambda}_2 \rightarrow \Lambda_2 = -\frac{4}{p^2} (1 - \frac{1}{6} \frac{1}{p^2})$, $\lambda_2(p) = -\frac{4}{p} \ln p + \frac{C}{p} - \frac{1}{3p^3} + O(1/p^5)$
 $\tilde{\Lambda}_3 \rightarrow \Lambda_3 = 0$ и $\lambda_3(p) = \frac{C_1}{p}$

Но это все для $p \gg 1$ (физическая неинтересно). И даже $m_0(x) = 1$ - квант не работает $p \gg 1$

Резюме:

15.11 было показано на лекциях (Ф $u_n(z)$), где $z \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

(3) $\lambda_n = \sum_m B_{mn} \int_{-1/2}^{1/2} dx u_n(x) u_m(x) J_m(x)$, $J_m(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g(z) u_m(z)$

$u_m(z)$ можно считать непрерывными с $T = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] = 1$, но $g(z)$  $g(z)$ не нулевая. У $g(z)$ период $T=2$ можно считать.

Поэтому $g(z) u_m(z)$ - периодич. с $T=2$ и $J_m(x)$ зависит от x , т.к. зависит от нечетного периода (!).

При этом, $g(z) = \sum_n A_n u_n(z) u_n(0)$ - берем к периоду $T=1$ не подходит, т.к. здесь $u_n(z)$ нечетные функции непрерывно периодичности, генеральн периодич. расно за $u_n(z)$ (года) $z \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

Поэтому $\lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} dz g(z) u_n(z) \cdot B_{nn}$, $B_{nn} = \frac{1}{u_n(0)}$, где $u_n(0)$ - не зависит.

Конечно, можно эффециентнее $J_m(x) \rightarrow J_m(x=0)$, тогда $\lambda_n = \frac{1}{u_n(0)} \int_{-1/2}^{1/2} dz g(z) u_n(z)$ и в периодичности можно не рассуждать. Это неважно. $\lambda_n(x) \rightarrow \lambda_n(0)$.

Помимо системы $u_n(z)$ (Ф на $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$) есть $\cos(2\pi n x)$, $\sin(2\pi n x)$ $n=0, 1, 2, \dots$

Следует $\lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} dz g(z) \cos(2\pi n z)$ как 13/2002.  $g(z)$ нечетно $g(-z) = -g(z)$ (По $u_n(z)$ (Ф $\cos(2\pi n x)$, $\sin(2\pi n x)$, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$) $g(z)$ нечетно $g(-z) = -g(z)$ $g(0) = 0$).

Получим, с.576: $\int_0^x K(x-t) y(t) dt = y(x) \equiv \lambda m(x) = \int dx' g(x-x') m(x')$

или $K(x-x') = \frac{1}{\lambda} g(x-x')$, $K(z) = \frac{1}{\lambda} g(z)$, $g(z) = \frac{2}{p} \ln(\frac{z^2}{z^2+p^2})$

$\hat{K}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} dx K(x) e^{iux} = 2 \int_0^{\infty} dx K(x) \cos ux = \frac{4}{p\lambda} \int_0^{\infty} dx \ln(\frac{x^2}{x^2+p^2}) \cos ux =$

$= \frac{4}{p\lambda} \frac{\pi}{u} (e^{-pu} - 1)$, $\hat{F}(u) = 1 - \hat{K}(u) = 1 - \frac{4\pi}{p\lambda} \frac{1}{u} (e^{-pu} - 1)$ - потому $\hat{F}(u) = \infty$ нест.

Date.

→ Две задачи: первая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и вторая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и третья — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и четвертая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и пятая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и шестая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и седьмая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и восьмая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и девятая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и десятая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и одиннадцатая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и двенадцатая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и тринадцатая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

и четырнадцатая — найти $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$ и $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

Date. 30.03. Vortex - rectang. lattice c Hobocaga

6 1.2 2p
92.017
24.017

Bayanennae x faaregy. Han, jin rectangular del lat

$\xi = \frac{T_1}{T_2}$, $T_1 = 2R + d_1$, $T_2 = 2R + d_2$. $R, L, T_1 = \text{const}$, neyennae $d_2 = d$. u12/III.

$\xi(d) = \frac{1 + (d_1/2R)}{1 + (d/2R)}$ - Pair Rectan-lat-vortex.med. $L = 80 \text{ nm}$ $\psi_H = \pi/2$

u Hobocaga 3 capun pemerox c $2R_1 \approx 400 \text{ nm}$, $2R_2 \approx 600 \text{ nm}$ u $2R_3 \approx 800 \text{ nm}$
u que xaregei esob Han, Hn kor pygumun ar "d".

1) $2\bar{R}_1 = 426 \text{ nm}$, $\bar{d}_1 = 380 \text{ nm}$,
Bayan $M_5 = 800 \text{ Ge}$.

d, nm	360	280	170	60
H_{Han}	750 ^{0.89}	700 ^{0.98}	640 ^{0.93}	—
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	1440	1400	1290	990 c $L=80 \text{ nm}$
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	0.56	0.57	0.62	0.81
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	1210	1170	1090	860 c $L=60 \text{ nm}$
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	0.66	0.68	0.73	0.93

2) $2\bar{R}_2 = 623 \text{ nm}$, $\bar{d}_1 = 563 \text{ nm}$

d, nm	580	270	160	60
H_{Han}	650 ^{1.07}	610 ^{1.16}	550 ^{1.38}	320 ^{2.35}
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	1150 ^{0.70}	1050 ^{0.76}	950 ^{0.84}	750 ^{1.07} c $L=80 \text{ nm}$
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	0.84	0.92	1.01	1.25
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	950	870	790	640 c $L=60 \text{ nm}$

3) $2\bar{R}_3 = 836 \text{ nm}$, $\bar{d}_1 = 754 \text{ nm}$

d, nm	740	270	140	50
H_{Han}	560 ^{1.38}	510 ^{1.40}	460 ^{1.48}	190 ^{4.44}
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	940 ^{0.85}	830 ^{0.96}	730 ^{1.10}	530 ^{1.38} c $L=80 \text{ nm}$
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	1.04	1.16	1.31	1.63
$H_{\text{Han}}^{\text{calc}}$	770	690	610	490 c $L=60 \text{ nm}$

Conaque noxoe, xobenne que naxoe R.

$L=60 \text{ nm}$, yamunnae Han, ne cracaet. Baxe uax muree xaxoxe ce/um.

c $2\bar{R}=836 \text{ nm}$ c faaregy. Comayeset.



→ Moxoe xene b neboronae xamunnecey xoxob c gpynece ccoy II
uxene. Torge bege xene neboronae xamunnecey u/pxeget x boronae
xox. oxoxonece oxoxoxoxoxox (H₁) bgece uxenece, yuxenoxe Han u yuxenoxe x₁

Due xoxoxoe xamunnecey (Hanson JAP-99 u Chikazumi) c oxene

$a, b, c = a \times b$, no $a, b \gg c$: $N_a = \frac{\pi c}{4 a} [1 - \frac{(a-b)}{4a}]$, $N_b = \frac{\pi c}{4 a} [1 + 5 \frac{(a-b)}{4a}]$,

$N_a + N_b + N_c = 1$. $N_b - N_a = \frac{\pi c}{4 a} \cdot \frac{3}{2} \frac{(a-b)}{a} = \frac{3\pi c (a-b)}{8 a^2}$.

Date. 21. 03.



Rectan. lattice of vortex

Two gaps were OAH-tam ^{shape} $H_A = 4\pi(N_b - N_a)M_s = \frac{3}{2}\pi^2 \frac{c}{a} \frac{(a-b)}{a} M_s$
 В диаграммах Ковача $a = 2R_x, b = 2R_y, c = L$
 $H_A = \frac{3}{2}\pi^2 \frac{L}{2R_x} \frac{R_x - R_y}{R_x} M_s = \frac{3}{4}\pi^2 \left(\frac{L}{R_x}\right) \frac{\Delta R}{R_x} M_s$, $L = 80 \text{ nm}$.

Туннель $\frac{\Delta R}{R_x} = \frac{11}{430}, \frac{14}{410}, \frac{15}{410}, \frac{16}{620}, \frac{10}{620}, \frac{17}{630}, \frac{3}{640}, \frac{45}{850}, \frac{3}{810}, \frac{38}{860}, \frac{39}{860}$
 PN 1-3 PN 5-8 PN 9-12

Max $\frac{\Delta R}{R}$ в ω_{max} : $\frac{14}{410} = 0,034$; $\frac{17}{630} = 0,027$; $\frac{45}{850} = 0,053$
 Коэф. $H_A^{\text{ex}}(\omega)$: 80 oe 40 oe 80 oe
 Т.е. ^{max} возмущения из-за деформации ($H_A^{\text{ex}} \neq 0$), абсорбция
 однородным образом, где кандай серия размеров $\approx 10\%$ (длина)
 Однако где малые перемещения вдоль rectan. осей $O_y - O_x$ (длина),
 преобразование деформации неволя, т.к. сами H_{an}, H_{in} малы.

21/III Две врезание m. coupling экспонентов в перемещение vortex
 Reference к рисунку 14/IV 002. с MFA.

Две изогр. газа $\chi_{is} = \frac{1}{2a}$, $W(s) = W(0) - hs + as^2$

Две m. coupled газы: $\chi_{int} = \frac{1}{2a'}$, $W_{int}(s) = W(0) - hs + a's^2$

MFA: $H \rightarrow H + \lambda \langle M \rangle$, $\lambda > 0$, $(a' \rightarrow A(\varphi_n))$ ^{термод. рел. 2/III}

$$\lambda = \frac{1}{\chi_{is}} - \frac{1}{\chi_{int}} = 2(a - a'). \quad \chi_{int} = \frac{\chi_{is}}{1 - \lambda \chi_{is}}$$

$S_0 = \frac{1}{2a} h$, $S_0 = 1$ газ $h_{an} = 2a$ ($h = H/M_s$) где изогр. газа, u_{in}

$S_0 = \frac{1}{2a'} h \Rightarrow h_{an}^{\text{coupl}} = 2a'$ где бразов. перемещ.

$$h_{an}^{\text{coupl}} = \frac{1}{\chi_{int}} = \frac{1}{\chi_{is}} - \lambda = h_{an}^{\text{is}} - \lambda, \quad h_{an}^{\text{coupl}} = h_{an}^{\text{is}} - \lambda \quad \text{и} \quad \frac{h_{an}^{\text{coupl}}}{h_{an}^{\text{is}}} = \frac{\chi_{is}}{\chi_{int}}$$

$$\frac{H_{an}^{\text{coupl}}}{H_{an}^{\text{is}}} = \frac{h_{an}^{\text{coupl}}(\beta, R, d)}{h_{an}^{\text{is}}(\beta, R)} = 1 - \frac{\lambda(\beta, R, d)}{h_{an}^{\text{is}}(\beta, R)} \quad \text{с изогр. эквивалент M_s бразов. 20/IV}$$

$$\lambda(\beta, R, d) = \lambda(\beta, d/R) = 4\pi [F(\beta) - F(\beta, d/R)] \quad \text{как 14/IV 002.} \quad F(\beta) = \int_0^\infty f(\beta, t) dt$$

Но где термод. перемещ $F(\beta, d/R) \rightarrow F(\beta, d/R, \varphi_n) = \frac{4\pi}{T_1 T_2} \sum_k \frac{f(kL)}{k^2} J_4^2(kR) \cos^2(\varphi_k^2 - \varphi_n)$
 $F(\beta, d/R \rightarrow \infty) = F(\beta)$. Вгоня членов $\varphi_n = \pi/2$. con. 12/III

$$\frac{H_{an}^{\text{coupl}}(\beta, R, d)}{H_{an}^{\text{is}}(\beta, R)} = 1 - \frac{4\pi [F(\beta) - F(\beta, d/R, \pi/2)]}{4\pi F(\beta) - (R_0/R)^2}$$

$$\frac{H_{an}^{Comp}(\beta, d/R)}{H_{an}^{is}(\beta)} = \frac{F(\beta, d/R, \gamma_2)}{F(\beta)}$$

Calc $\rightarrow$
exp $\rightarrow$

 $GL \rightarrow$

Coop
Haw/H

Paul Han - Rect - Lat. spj.

Pain Nov - Vert Rect Lat. doc

Szyber $\vec{A}_d = \frac{3\vec{n}(\vec{n}^T\vec{n}) - \vec{n}^T}{7^3}$

Weg. Eben $\vec{r} \parallel O_x$ -short vermag $= \vec{r} \parallel$

$$\langle M \rangle_v = \gamma H \quad \text{gives } \ll 1.$$
$$(H_i^x / \mu) = 2\pi \beta \underline{J}$$

→ Тонга поле от изолуп. вода

См. Табл. выше.

None of gammas goes
via coex. zone boundary:
(6 examples) of coupled

$$\frac{H^x}{H} = 2\pi\beta \frac{f_{int}(d)}{(2 + \frac{d}{R})^3}$$

Date. 23.03.

SW в rectan. dots

Вернемся к расч. SW на фоне в общем случае
неизменяющегося осн. состояния $\vec{M}_0(\vec{r})$ (см. расч. August '99).

Важн. прим.

$$\vec{M}_0 = M_0 \vec{j} + \delta \vec{M}_0(\vec{r})$$

т.к. $\vec{H} \parallel \vec{y}$ и $\vec{M}_0 \parallel \vec{y}$ $\delta M_0^{x,z} = M_0^{x,z} \ll M_0$.
 $\langle \vec{M}_0(\vec{r}) \rangle = M_0$, $\langle \delta M_0^x(\vec{r}) \rangle = 0$, $\langle \delta M_0^y(\vec{r}) \rangle$ может и $\neq 0$, но в ин. м.ф. не имеет значения.

$$\vec{M}_0(\vec{r}) = (\delta M_0^x(\vec{r}), M_0 + \delta M_0^y(\vec{r}), M_0^z(\vec{r})) = (M_0^x(\vec{r}), M_0 + \delta M_0^y(\vec{r}), M_0^z(\vec{r}))$$

Следует, что стат. зап. $\vec{M}_0(\vec{r}) \times \vec{H}_i(\vec{r}) = 0$ равна в ин. м.ф. $\delta M_0^x(\vec{r})$ и $\delta M_0^z(\vec{r})$ и $\vec{H}_i(\vec{r}) = F[\vec{M}_0(\vec{r})]$.
наприм. порожд. Якова.

Динам. зап. инвариант $\vec{M}(\vec{r}, t) = \vec{M}_0(\vec{r}) + \vec{m}(\vec{r}, t)$ и
в ин. м.ф. инвариант по $\delta M_0^x(\vec{r})$ и $\vec{m}_x(\vec{r}, t)$ и $\vec{m}_z(\vec{r}, t)$ и $\vec{m}_y(\vec{r}, t)$ (18/III 99).

$$\langle \vec{M}_0 \rangle_{\parallel y} \begin{cases} -i\omega m_x = M_0 h_x + m_y H_d^{(0)z} - m_z [H + H_d^{(0)y}] \\ -i\omega m_y = m_z H_d^{(0)x} - m_x H_d^{(0)z} \\ -i\omega m_z = -M_0 h_x + m_x [H + H_d^{(0)y}] - m_y H_d^{(0)x} \end{cases}, \vec{H}_d^{(0)} = F[\vec{M}_0] \quad (*)$$

Здесь $\vec{h} = \vec{h}_e + \vec{h}_d$, $\vec{h}_e = \Delta^2 \vec{m}$, $\vec{h}_d(\vec{r}) = F[\vec{m}(\vec{r}, t)] = \int d^3 r' \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{m}(\vec{r}', t)$
т.е. $\vec{h}$ - имеет место динам. преобразование.

Эта система УД (*) в пределе $\delta \vec{M}_0(\vec{r})$ и $\vec{m}(\vec{r}, t)$ - одно из
Конечно, это может быть верно лишь при $H > M_0$ или где гравитация не
отличается от формы (где rect. dots оно может и не выполняться (!) или H мал).

(Вектора УД (*): она такая, как было $\delta \vec{M}_0(\vec{r}) = 0$ и $\vec{M}_0(\vec{r}) = M_0 \vec{j} = \text{const}$
- гравитация по направлению. Но все же $\vec{H}_d^{(0)}(\vec{r})$ - зависит от $\vec{r}$ и
имеет $H_d^{(0)x}, H_d^{(0)y}, H_d^{(0)z}$ - три компоненты в общем случае.

И даже если h_e пренебречь, эта система сложна из-за $\vec{h}_d(\vec{r}) = \int d^3 r' \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{m}(\vec{r}', t)$
линейности, нелинейности и УД где m_y .

$$\text{Если в (*) положить } \omega = 0 \text{ и считать } H_d^{(0)x,z} = \delta H_d^{(0)x,z} \text{ малыми как Яков '94, т.е.}$$

$$\begin{cases} M_0 \{ \Delta^2 m_z + \int d^3 r' G_{zz} m_z(\vec{r}') \} - m_z (H + H_d^{(0)y}) = 0 \\ -M_0 \{ \Delta^2 m_x + \int d^3 r' G_{xx} m_x(\vec{r}') \} + m_x (H + H_d^{(0)y}) = 0 \end{cases}, \text{ что имеет } \times M_0,$$

$$C = \Delta M_0^2, \lambda = M_0 (H + H_d^{(0)y})$$

переходит в ур-я Брауна из Яков-ИММ '94 - Eq. (5).

Если только $\omega = 0$ и $H_d^{(0)x,z}$ малы, а $m_y \rightarrow M_0$ (переход к статистике)
задача решена $M_0^x(\vec{r}) = m_x(\vec{r})$ и $M_0^z(\vec{r}) = m_z(\vec{r})$, то найдем ур-я Якова
из ИММ '94 - Eq. (7). Только когда $M_0 \rightarrow 0$ как у Якова.

Date.

$$\vec{M}_0 = (0, M_0^y, 0)$$

См. 31/11/99г. - птн, отн. центра

Симметрия $H_d^{(0)}(x, y, z)$ при M_0^y - ось симметрии, $\vec{H}_d^{(0)}(r) = F[M_0^y]$;

$H_d^{(0)y}(x, y, z)$ - четная функция от x, y, z

$H_d^{(0)x}(x, y, z)$ - нечетная функция y , четная ф. от x , четная ф. от z

$H_d^{(0)z}(x, y, z)$ - нечетная ф-я y и четная ф. от z , четная ф. от x

При $\langle \dots \rangle_z$ следует $\langle H_d^{(0)z}(\vec{r}) \rangle_z = 0$, но $\langle H_d^{(0)x}(\vec{r}) \rangle_z \neq 0$.

Для любого $\vec{r}$ $H_d^{(0)z}(\vec{r})$ - самая большая компонента $\sim 4\pi M_0^y$ (??) поэтому $\langle H_d^{(0)z} \rangle_z = 0$ как то некорректно считать.

Искорюим из УД (*) m_y : $m_y = \frac{i}{\omega} [m_z H_d^{(0)x} - m_x H_d^{(0)z}]$ как 27/12/99г.

$$\begin{cases} -i\omega m_x = M_0 h_z - m_z [H + H_d^{(0)y}] + \frac{i}{\omega} [m_z H_d^{(0)x} - m_x H_d^{(0)z}] H_d^{(0)z} \\ -i\omega m_z = -M_0 h_x + m_x [H + H_d^{(0)y}] - \frac{i}{\omega} [m_z H_d^{(0)x} - m_x H_d^{(0)z}] H_d^{(0)x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -i\omega [1 - (\frac{H_d^{(0)z}}{\omega})^2] m_x = M_0 h_z - m_z [H + H_d^{(0)y}] [1 - \frac{i}{\omega} \frac{H_d^{(0)x} H_d^{(0)z}}{(H + H_d^{(0)y})}] \\ -i\omega [1 - (\frac{H_d^{(0)x}}{\omega})^2] m_z = -M_0 h_x + m_x [H + H_d^{(0)y}] [1 + \frac{i}{\omega} \frac{H_d^{(0)x} H_d^{(0)z}}{(H + H_d^{(0)y})}] \end{cases} (*)$$

Если $\langle \dots \rangle_z$ и считать m_y не зависит от z , то из (*) можно получить:

$$\begin{cases} -i\omega m_x = M_0 \bar{h}_z - m_z [H + \langle H_d^{(0)y} \rangle_z] & \langle H_d^{(0)z} \rangle_z = 0 \\ -i\omega [1 - (\frac{\langle H_d^{(0)x} \rangle_z}{\omega})^2] m_z = -M_0 \bar{h}_x + m_x [H + \langle H_d^{(0)y} \rangle_z] \end{cases} \text{ как 18/11/99г}$$

Надо рассмотреть $H_d^{(0)x, z}$ и $\langle H_d^{(0)x} \rangle_z$ где реально нет. det и рассмотреть на них.

Вообще УД (*) можно рассм. как вынужденные колебания $\vec{m}$ в неоднородном внеш. поле $\vec{H}_d^{(0)}(\vec{r})$, или $\delta \vec{H}_d^{(0)}(\vec{r}) = (H_d^{(0)x}, H_d^{(0)y} - \langle H_d^{(0)y} \rangle, H_d^{(0)z})$ т.к. $\langle H_d^{(0)y} \rangle$ не мешает просто добавляясь к $H = H_y$ external.

Тогда однородная сист. УД где собств. частот, соответствующая (*) есть:

$$\begin{cases} -i\omega m_x = M_0 \bar{h}_z - m_z [H + \langle H_d^{(0)y} \rangle_z] \\ -i\omega m_z = -M_0 \bar{h}_x + m_x [H + \langle H_d^{(0)y} \rangle_z] \end{cases} (**)$$

Здесь можно вместо $\langle H_d^{(0)y} \rangle_z$ использовать $\langle H_d^{(0)y} \rangle_z$ ($\sim \langle h_z \rangle_z$) или даже $H_d^{(0)y}(\vec{r})$, ведь неоднородность $H_d^{(0)y}(\vec{r})$ не входит сист. (**) и/или разложить по СФ. Фурье и элементы считать отдельно. Именно (**) раньше и использовалась.

Date. 24.03.

SW G. rest. dots

Вид на $SD(\omega)$ по интерференции в $SM^{x,z}$
 $M_s \ll 1$, а это
 включает носовые и паразитные волны в z -ах g_{xx} .

Интерференция (x') g_{xx} и g_{zz} , g_{xx} и g_{zz} — носовые g_{xx} .

$$-i\omega \left[1 - \frac{\langle (H_d^{(0)})^2 \rangle}{\omega^2} \right] m_s = M_s \bar{h}_s - m_s [H + d \langle H_d^{(0)} \rangle] \quad (1)$$

$$-i\omega \left[1 - \frac{\langle (H_d^{(0)})^2 \rangle}{\omega^2} \right] m_s = -M_s \bar{h}_s + m_s [H + \langle H_d^{(0)} \rangle] \quad (2)$$

$$m_s(p) = \sum_n \lambda_n^x u_n(p), \quad m_s(p') = \sum_n \lambda_n^z u_n(p'), \quad u_n(p) = \text{носовая, паразитная}$$

$$\bar{h}_d(p) = \int d^2 p' \hat{G}(p, p') \bar{m}(p'), \quad \text{но } \neq 0 \text{ носовые } G_{xx}(p, p') = \langle G_{xx}(p, p') \rangle_{xx}$$

$$G_{zz}(p, p') = \langle G_{zz}(p, p') \rangle_{zz}$$

$$(1): -i\omega \left[1 - \frac{1}{\omega^2} \langle (H_d^{(0)})^2 \rangle \right] \sum_n \lambda_n^x u_n(p) = M_s \left[d \sum_n \lambda_n^z u_n(p) + \int d^2 p' G_{zz}(p, p') \sum_n \lambda_n^z u_n(p') \right] - \sum_n \lambda_n^x [H + \langle H_d^{(0)} \rangle] u_n(p)$$

$$\int d^2 p' u_n'(p) : -i\omega \sum_n \lambda_n^x \left[\int d^2 p' u_n(p) u_n'(p) d^2 p \right] = M_s \left[d \sum_n \lambda_n^z \int d^2 p' u_n'(p) d^2 p u_n(p) + \sum_n \lambda_n^z \int d^2 p' u_n'(p) G_{zz}(p, p') u_n(p') \right] - \sum_n \lambda_n^x \int d^2 p' u_n'(p) [H + \langle H_d^{(0)} \rangle] u_n(p)$$

$$B_{nn'}^z = \int d^2 p \int d^2 p' [z] u_n(p) u_{n'}(p) = \int d^2 p \left[1 - \frac{1}{\omega^2} \langle (H_d^{(0)})^2 \rangle \right] u_n(p) u_{n'}(p) = \text{носовая, паразитная}$$

$$-i\omega \sum_n \lambda_n^x B_{nn'}^z(\omega) = \sum_n \lambda_n^z (h_{ex})_{nn'} + \sum_n \lambda_n^z Z_{nn'} - \sum_n \lambda_n^x [H \delta_{nn'} + u_{nn'}]$$

$$-i\omega \sum_n \lambda_n^z B_{nn'}^x(\omega) = -\sum_n \lambda_n^x (h_{ex})_{nn'} - \sum_n \lambda_n^x X_{nn'} + \sum_n \lambda_n^x [H \delta_{nn'} + u_{nn'}]$$

В SD носовые, паразитные PRB-SW.

$$\text{В } g_{xx}, \text{ паразитные: } \begin{cases} -i\omega \lambda_n^x B_{nn}^z(\omega) = \lambda_n^z [(h_{ex})_{nn} + Z_{nn} - (H + H_{nn})] \\ -i\omega \lambda_n^z B_{nn}^x(\omega) = -\lambda_n^x [(h_{ex})_{nn} + X_{nn} - (H + H_{nn})] \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -i\omega B_{nn}^z(\omega) & -[N_{nn} - Q_{nn}] \\ [-N_{nn} - P_{nn}] & -i\omega B_{nn}^x(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_n^x \\ \lambda_n^z \end{pmatrix} = 0, \quad \det R(\omega) = -\omega^2 B_{nn}^x(\omega) B_{nn}^z(\omega) + [N_{nn} + P_{nn}][N_{nn} + Q_{nn}] = 0$$

$$\text{Сов. } g_{xx} \text{ носовые } \omega^2 B_{nn}^x(\omega) B_{nn}^z(\omega) = [N_{nn} + P_{nn}][N_{nn} + Q_{nn}] =$$

В SD носовые $Eq(21)$ - PRB-SW.

$$B_{nn}^x(\omega) = \int d^2 p' \left[1 - \frac{1}{\omega^2} \langle (H_d^{(0)})^2 \rangle \right] u_n^x(p) = 1 - \frac{1}{\omega^2} \int d^2 p' \langle (H_d^{(0)})^2 \rangle u_n^x(p) = 1 - \frac{I_d}{\omega^2}$$

Date.

SW wires

$$\omega^2 \left[1 - \frac{I_x}{\omega^2} \right] \left[1 - \frac{I_z}{\omega^2} \right] = (\omega_n^0)^2, \quad (\omega_n^0)^2 = [N_{nn} + P][N_{nn} + Q]$$

$$\text{w/m } I_d/\omega^2 \ll 1: \quad [\cdot][\cdot] = 1 - \frac{I_x}{\omega^2} - \frac{I_z}{\omega^2} + O\left(\frac{1}{\omega^4}\right) = 1 - \frac{1}{\omega^2} (I_x + I_z)$$

$$\omega_n^2 = (\omega_n^0)^2 + I_x + I_z = (\omega_n^0)^2 + \int d^2 p' \left\langle (H_d^{(0)x})^2 + (H_d^{(0)z})^2 \right\rangle u_n^2(p')$$

Задача SW: $\omega_n^2 = [N_{nn} + P_{nn}][N_{nn} + Q_{nn}] + \int d^2 p' \left\langle (H_d^{(0)x})^2 + (H_d^{(0)z})^2 \right\rangle u_n^2(p')$

здесь под $u_n(p')$ можно понимать Ф-функцию. Задача (xx) с $\left(\frac{\partial u_n}{\partial n}\right)_S = 0$.

Очевидно, что здесь $H_d^{(0)x,z} \neq 0$ в зоне кубового и пары задач SW, очевидно связаны.

SW-wires $\rightarrow$ $\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m(x'), \quad g(z) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right)$

Разложим $m(x') = m(x) + (x' - x)m'(x) + \dots$ потому $x' = x$, т.е. именно эта точка дает осн. вклад в $\int dx'(\dots)$ при $p \rightarrow 0$.

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') [m(x) + (x' - x)m'(x) + \dots] = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') \sum_{s=0}^{[S]} \frac{m^{(s)}(x)}{s!} (x' - x)^s =$$

$$= \sum_{s=0} \frac{1}{s!} I_s(x) m^{(s)}(x) - \text{гип. чл. на } m(x), \quad I_s(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi g(\xi) \xi^s \quad (\text{см. 20/11002}).$$

$$\rightarrow I_0(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi g(\xi) = \frac{2}{p} \int d\xi \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) = \frac{2}{p} \left[2\xi \ln \xi - \xi \ln(\xi^2 + p^2) - 2p \operatorname{arctg} \frac{\xi}{p} \right] =$$

$$= \frac{2}{p} \left[\xi \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) - 2p \operatorname{arctg} \frac{\xi}{p} \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} = \left[\xi g(\xi) - 4 \operatorname{arctg} \frac{\xi}{p} \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} \quad - \text{нечет. по } x$$

$$\rightarrow I_1(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi g(\xi) \xi = -\frac{1}{p} \left[(\xi^2 + p^2) \ln(\xi^2 + p^2) - \xi^2 \ln \xi^2 \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} = -\frac{1}{p} \left[-\frac{1}{2} p^2 g(\xi) + p^2 \ln(\xi^2 + p^2) \right] =$$

$$= \left[\frac{1}{2} \xi^2 g(\xi) - p \ln(\xi^2 + p^2) \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} \quad - \text{нечет. по } x.$$

0-член: $\lambda m(x) = I_0(x) m(x)$, (Ф-м(х) модаль, но $\lambda = \lambda(x) = I_0(x)$ - с функцией x'').

1-член: $\lambda m(x) = I_0(x) m(x) + I_1(x) m'(x), \quad m'(x) = \frac{\lambda - I_0(x)}{I_1(x)} m(x)$

$$\ln m(x) = \int dx \frac{[\lambda - I_0(x)]}{I_1(x)}, \quad m(x) = C \exp \left\{ \int_0^x \frac{\lambda - I_0(x')}{I_1(x')} \right\} - \text{однород. р-н.}$$

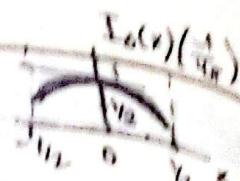
Если предположить $m'(\pm 1/2) = 0$, то $\frac{\lambda - I_0(\pm 1/2)}{I_1(\pm 1/2)} m(\pm 1/2) = 0$, т.е. либо $m(\pm 1/2) = 0$ либо с3 $\lambda = I_0(1/2)$.

$$\lambda = I_0(1/2) = \left[\xi g(\xi) - 4 \operatorname{arctg} \frac{\xi}{p} \right]_0^1 = g(1) - 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{p} \approx \frac{1}{p^2}$$

$$\approx \frac{2}{p} \ln \left(\frac{1}{1+p^2} \right) - 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{p} = \frac{2}{p} (-1) p^2 - 4 \left[\frac{\pi}{2} - p \right] = -2\pi + 2p \quad (? \text{ в } \pi \text{ по } g!) \rightarrow$$

Date.

Тогда как $\lambda_0 = I_0(0) = -4\pi + 8p$, где $p < 1$.



Тогда можно, как и в случае 1-го уравнения, не брать во внимание граничные условия $m'(a) = 0$, так как решение 2-го уравнения удовлетворяет. А уравнение 2-го уравнения

$$\lambda m(x) = I_0(x)m(x) + I_1(x)m'(x) + \frac{1}{2}I_2(x)m''(x)$$

решено в явном виде, а именно $I_2(x)$ известно. А разложение в ряды $x=0$ как $10^{-11}/\sqrt{\pi}$ полагается несущественным, а разложение $I_2(x)$ по p несущественным в ряды $|x|=1/2$ (на самом деле p мал).

Вместо требования $m'(\pm 1/2) = 0$ возьмем $\lambda = I_0(\pm 1/2) + \frac{m''(\pm 1/2)}{m(\pm 1/2)} I_2(\pm 1/2)$

$$\rightarrow I_2(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi g(\xi) \xi^2 = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} \xi^3 g(\xi) - 2p\xi + 2p^2 \operatorname{arctg} \frac{\xi}{p} \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} =$$

$$= \left[\frac{1}{3} \xi^3 g(\xi) - \frac{4}{3} p \xi + \frac{4}{3} p^2 \operatorname{arctg} \frac{\xi}{p} \right]_{-1/2-x}^{1/2-x}$$

При $p \rightarrow 0$ (но $|x| < 1/2$), с учетом $\lim_{p \rightarrow 0} g(\xi) = -4\pi \left[\delta(\xi) + \frac{p}{2} \frac{1}{\xi^2} + \dots \right]$ получим

$$I_2(x, p \rightarrow 0) = \left[\frac{1}{3} \xi^3 (-4\pi) \left[\delta(\xi) + \frac{p}{2} \frac{1}{\xi^2} + \dots \right] - \frac{4}{3} p \xi + \frac{4}{3} p^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{p}{\xi} \right) \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} =$$

$$= \left[\left(-\frac{4\pi}{6} \right) p^2 \xi - \frac{4}{3} p \xi \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} = -\frac{2p}{3} (\pi + 2) \xi \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} = -\frac{2}{3} (\pi + 2) p \quad \text{как } 10/\sqrt{\pi} \cos.$$

Верно и $g(\xi) = -4\pi \left[\delta(\xi) + \frac{p}{2} \frac{1}{\xi^2} + \dots \right]$ — см. 7/III cos.

$$g(\xi) = -\frac{4}{p} \int_0^p \frac{z}{z^2 + \xi^2} dz, \quad \delta(\xi) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{p}{p^2 + \xi^2}, \quad g(\xi) = -\frac{4}{p} F(p)$$

Рассм. $F(p) = \int_0^p \frac{z}{z^2 + \xi^2} dz$, $F'(p) = \frac{p}{p^2 + \xi^2}$, $F''(p) = \frac{p^2 - \xi^2}{(p^2 + \xi^2)^2}$

$$F(p) = F(0) + F'(p \rightarrow 0) \cdot p + F''(p \rightarrow 0) \frac{1}{2} p^2 = \left(\lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{p^2 + \xi^2} \right) \cdot p + \left[\frac{1}{p^2 + \xi^2} - \frac{2p^2}{(p^2 + \xi^2)^2} \right] \frac{1}{2} p^2$$

$$F''(p \rightarrow 0) = \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{1}{p^2 + \xi^2} - \frac{2p^2}{(p^2 + \xi^2)^2} \right] = \frac{1}{\xi^2}, \quad \text{если } \xi \neq 0. \quad F'(p \rightarrow 0) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{p^2 + \xi^2} = \pi \delta(\xi)$$

$$F(p) = \pi \delta(\xi) \cdot p + \frac{1}{2} p^2 \cdot \frac{1}{\xi^2} + \dots \Rightarrow g(\xi) = -\frac{4}{p} F(p) = -4\pi \delta(\xi) - 2p \frac{1}{\xi^2} + \dots$$

Итак, получим $I_2(x, p \rightarrow 0) = \left[\frac{1}{3} \xi^3 \left[-4\pi \delta(\xi) - \frac{2p}{\xi^2} \right] - \frac{4}{3} p \xi \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} = \left[-\frac{2}{3} p \xi - \frac{4}{3} p \xi \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} = -2p \xi \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} = -2p \xi \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x}$

Итак, получим $I_2(x, p \rightarrow 0) = \left[\frac{1}{3} \xi^3 \left[-4\pi \delta(\xi) - \frac{2p}{\xi^2} \right] - \frac{4}{3} p \xi \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} = -2p \xi \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} = -2p \xi \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x}$

Итак, получим $I_2(x, p \rightarrow 0) = \left[\frac{1}{3} \xi^3 \left[-4\pi \delta(\xi) - \frac{2p}{\xi^2} \right] - \frac{4}{3} p \xi \right]_{-1/2-x}^{1/2-x} = -2p \xi \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} = -2p \xi \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x}$

Date.

При $s=0$ и $s=1$ особые: $I_0(x, p \rightarrow 0) = -4\pi - 2p \int \frac{dz}{z^2} = -4\pi + 2p \frac{1}{z} \Big|_{\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}+x} = -4\pi + 2p \frac{1}{\frac{1}{4}-x^2}$

$$I_1(x, p \rightarrow 0) = -2p \int \frac{dz}{z} = -2p \ln z \Big|_{\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}+x} = -2p \ln \left| \frac{\frac{1}{2}-x}{\frac{1}{2}+x} \right|$$

$$\rightarrow I_s(x, p \rightarrow 0) = -2p \int dz z^{s-2} = -2p \frac{1}{(s-1)} z^{s-1} \Big|_{\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}+x} = -2p \frac{1}{(s-1)} \left[\left(\frac{1}{2}-x\right)^{s-1} - (-1) \left(\frac{1}{2}+x\right)^{s-1} \right]$$

В частности $I_s(x=0, p \rightarrow 0) = -2p \frac{1}{(s-1)} [1 - (-1)^{s-1}] \frac{1}{2^{s-1}} = -2p \frac{1}{(s-1) 2^{s-2}}$ при $s=2$ выраж. = 0.

Для $I_s(s \geq 2)$ совпадает с $I_{s'}(p) = -2^{3-2s'} \frac{1}{(2s'-1)} p$ от 17/11 00г. $s=2s'$,

какое и является к хормени формуле $\lambda_n^{s'}$.

$\rightarrow I_s(x, p) = \int_{\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}+x} dz g(z) z^s$ можно разложить по p если $s \geq 2 \forall x$.

Плюс $I_0(x, p)$ и $I_1(x, p \rightarrow 0)$ разложение не выполняется при $|x|=1/2$ - на границах гора.

Ано, то $I_s(x=0, p)$ прекрасно расклад. по p (s -тер. только остаются).

$$I_0(x, p \rightarrow 0) = -4\pi + 2p \frac{1}{\frac{1}{4}-x^2} + O(p^2) \text{ и } I_1(x, p \rightarrow 0) = -2p \ln \left(\frac{\frac{1}{2}-x}{\frac{1}{2}+x} \right) + O(p^2), |x| \neq 1/2$$

Самые $I_0(x, p)$ и $I_1(x, p)$ симметричны при $|x|=1/2$ не имеет, хотя и некачественно вблизи точек $|x|=1/2$ с поведением $I_0(x) \sim \frac{1}{z} \ln z$, $I_1(x) \sim \frac{1}{z^2} \ln z$, где некачеств. экстр.

Диф. ур. с точностью до $m''(x)$ и с членами $\sim p$ (уточняет диф. ур. 10/11 00г.):

$$\lambda m(x) = \left[-4\pi + \frac{2p}{\frac{1}{4}-x^2} \right] m(x) - 2p \ln \left(\frac{\frac{1}{2}-x}{\frac{1}{2}+x} \right) m'(x) - p m''(x)$$

Физически разумно считать вуг (р. как вблизи $x=0$ где правых $m(x)$).

Тогда $I_0(x \rightarrow 0, p \rightarrow 0) = -4\pi + \frac{2p}{\frac{1}{4}-x^2} = -4\pi + 8p + 32px^2 = I_0(0, p) + 32px^2$

$I_1(x \rightarrow 0, p \rightarrow 0) = -2p \ln \left(\frac{\frac{1}{2}-x}{\frac{1}{2}+x} \right) = (-2p)(-2) \operatorname{Arth}(2x) = 8px$, $I_2(x, p \rightarrow 0) = -2p$.

$$\rightarrow [\lambda + 4\pi - 8p - 32px^2] m(x) + 8px m'(x) - p m''(x) = 0.$$

а) 0-терма. $m(x) = m(0) + \frac{1}{2} m''(0) x^2$

$$- [\lambda + 4\pi - 8p - 32px^2] [m(0) + \frac{1}{2} m''(0) x^2] + 8px m'(0) - p m''(0) = 0$$

x^0 : $-\lambda m(0) - p m''(0) = 0$

x^2 : $-\lambda \frac{1}{2} m''(0) + 32p m(0) + 8p m''(0) = 0 \rightarrow 32p m(0) + \left[-\frac{1}{2}(\lambda + 4\pi) + 12p \right] m''(0) = 0$

Сек. ур. с $\lambda' = \lambda + 4\pi$ $\det \begin{pmatrix} -\lambda' + 8p & -p \\ 32p & -\frac{1}{2}\lambda' + 12p \end{pmatrix} = (8p - \lambda')(12p - \frac{1}{2}\lambda') + 32p^2 = \frac{1}{2}\lambda'^2 - 4p\lambda' - 12p\lambda' + 32p^2 = \frac{1}{2}\lambda'^2 - 16p\lambda' + 32p^2 = 0$

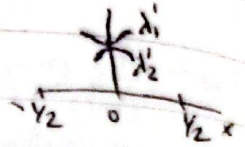
Date.

$$\lambda'^2 - 32p\lambda' + 64p^2 = 0. \quad \lambda'_{1,2} = \frac{1}{2} [32p \pm \sqrt{(2 \cdot 16)^2 p^2 - 4 \cdot 64 p^2}] = 16p \pm \sqrt{16p^2 - 64p^2}$$

$$\lambda'_{1,2} = 16p \pm 8p\sqrt{3} = 8p(2 \pm \sqrt{3}), \quad \lambda'_1 = (2 - \sqrt{3})8p, \quad \lambda'_2 = (2 + \sqrt{3})8p$$

$$m''(0) = m(0) \frac{1}{p} (-1) [\lambda' - 8p] = m(0) \left\{ \begin{aligned} -\frac{1}{p} (\lambda'_1 - 8p) &= -\frac{1}{p} (1 - \sqrt{3})8p = 8(\sqrt{3} - 1) \\ -\frac{1}{p} (\lambda'_2 - 8p) &= -\frac{1}{p} (1 + \sqrt{3})8p = -8(\sqrt{3} + 1) \end{aligned} \right.$$

$$(\Phi) \quad m(x) = m(0) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{m''(0)}{m(0)} x^2 \right] = m(0) [1 - 4(1 \pm \sqrt{3}) x^2]$$



б) перес. $(\Phi) \quad m(x) = m'(0)x + \frac{1}{6} m'''(0)x^3, \quad m'(x) = m'(0) + \frac{1}{2} m'''(0)x^2$
 $m''(x) = m'''(0)x$

Если только до x^2 :

$$-[\lambda + 4\pi - 8p - 32px^2] m'(0)x + 8px m'(0) = 0$$

$$x: -[\lambda' - 8p] m'(0) + 8p m'(0) = 0 \quad -\lambda' + 16p = 0, \quad \lambda'_3 = 16p, \quad \lambda = -4\pi + 8p$$

→ На самом деле неверно, что найдем $\frac{m''(0)}{m(0)}$ можно вычислить в x^2 -члене. Ведь это отношение зависит от $\lambda_3 - \lambda_n$, а λ_n можно вычислить лишь учитывая $m^{(s)}(0)$ с бесконечностью до ∞ .

Но хитрое глупое (где решение гур-ур. вблизи $x=0$ разложим в степен. ряд): все $I_s(x, p)$ и $I_s^{(k)}(x, p) \sim p$ при разложении в окрестности $x=0$, т.е. гур-ур.

$$\lambda m(x) = \sum_{s=0} \frac{1}{s!} I_s(x, p) m^{(s)}(x) \quad \text{гасит спектор } \lambda'_n = \lambda_n + 4\pi \nu p$$

$$[I_0(x, p) - \lambda] m(x) = [\tilde{I}_0(x, p) - \lambda'] m(x) = \sum_{s=1} \frac{1}{s!} I_s(x, p) m^{(s)}(x)$$

$$\tilde{I}_0(x, p) = [I_0(x, p) + 4\pi] \sim p.$$

Такой вид гур-ур. при $p \rightarrow 0$ позволяет p сравнить, после того гур-ур. $\frac{1}{p} [\tilde{I}_0(x, p) - \lambda'] = \sum_{s=1} \frac{1}{s!} \frac{I_s(x, p)}{p} m^{(s)}(x)$ от p не зависит, $\Rightarrow$ его решение - (Φ) от p не зависит (при $p \rightarrow 0$).

→ Получим: при $p \rightarrow 0$ с точн. до p $\lambda'_n \sim p$, а $(\Phi) \frac{m_n(x)}{m_n}$ от p не зависит.

Это сразу не оправдывает Лоренц-форму инт-ур. $\Delta m(x) = (-4\pi) \frac{1}{p} \frac{m_n(x)}{m_n}$

$$c \quad \Delta_n(p) = \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} [p \lambda'_n] = \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} [p \lambda'_n] - \frac{4\pi}{p} = \frac{\lambda'_n - c_n p}{p} = -\frac{4\pi}{p} + 2c_n.$$

$$(\Phi) \quad m_{n,p}(x, p) = m_n(x, 0) + \left(\frac{\partial m_n}{\partial p} \right)_{p=0} p + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 m_n}{\partial p^2} \right)_{p=0} p^2 = m_n(x, 0) + O(p^2) \text{ в } \left[\frac{\partial m_n}{\partial p} \right]_{p=0}$$

$$\tilde{\Delta}_n(p) = \Delta_n(p) \frac{p}{(-4\pi)} = 1 - \frac{p}{2\pi} c_n \quad \text{и} \quad \tilde{\Delta}_n(p) m_n(x) = \frac{p}{\pi} \int_{(x-x')^2}^{\infty} \frac{m_n(x')}{p^2} dx'$$

- при $p \rightarrow 0$ ядро переходит в $\delta(x-x')$. $\left(\frac{1}{\pi} \right) \lambda_n = \frac{1}{2} (\tilde{\Delta}_n + \dots)$

Date. 26.03. SW Wires: $\omega_n^2 = [\omega_H + 1 + \frac{\lambda_n}{4\pi}] [\omega_H - \frac{\lambda_n}{4\pi}]$

$$\tilde{\Lambda}_n m_n(\xi) = \frac{p}{\pi} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \frac{m_n(x)}{(x-\xi)^2 + p^2} = \frac{p}{\pi} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(x-\xi)^2 + p^2} \frac{p}{\pi \tilde{\Lambda}_n} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \frac{m_n(x')}{(x-x')^2 + p^2} =$$

$$= \frac{p^2}{\pi^2 \tilde{\Lambda}_n} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(x-\xi)^2 + p^2} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \frac{m_n(x')}{(x-x')^2 + p^2} = \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{p^2}{\pi^2 \tilde{\Lambda}_n} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{[(x-\xi)^2 + p^2][(x-x')^2 + p^2]} \right] m_n(x') =$$

$$= \frac{p}{\pi} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} g(\xi, x') m_n(x'), \quad g(\xi, x') = \frac{p}{\pi \tilde{\Lambda}_n} \int_{\xi}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{[(x-\xi)^2 + p^2][(x-x')^2 + p^2]}$$

$$g(\xi, x') = \frac{p}{\pi \tilde{\Lambda}_n} \int_{\frac{1}{2}-x'}^{\frac{1}{2}-\xi} \frac{1}{[y^2 + p^2][(y+\Delta)^2 + p^2]} =$$

$$\begin{matrix} x-x' = y \\ \Delta = x'-\xi \end{matrix}$$

$$= \frac{p}{\pi \tilde{\Lambda}_n} \frac{1}{\Delta^2} \int_{\frac{1}{2}-x'}^{\frac{1}{2}-\xi} \left[\frac{1-\frac{2}{\Delta}y}{y^2 + p^2} + \frac{\frac{2}{\Delta}y-1}{(y+\Delta)^2 + p^2} \right] = \frac{p}{\pi \tilde{\Lambda}_n} \frac{1}{\Delta^2} \left[\frac{1}{p} \arctg \frac{y}{p} - \frac{1}{\Delta} \ln(y^2 + p^2) + \right.$$

$$\left. + (-3) \frac{1}{p} \arctg \frac{(y+\Delta)}{p} + \frac{1}{\Delta} \ln[(y+\Delta)^2 + p^2] \right]_{\frac{1}{2}-x'}^{\frac{1}{2}-\xi} = \frac{p}{\pi \tilde{\Lambda}_n} \frac{1}{|x'-\xi|^2} \left[\frac{1}{p} \arctg \frac{\frac{1}{2}-x'}{p} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{p} \arctg \frac{\frac{1}{2}+x'}{p} - \frac{1}{\Delta} \ln[(\frac{1}{2}-x')^2 + p^2] + \frac{1}{\Delta} \ln[(\frac{1}{2}+x')^2 + p^2] - \frac{3}{p} \arctg \frac{\frac{1}{2}-\xi}{p} + \frac{3}{p} \arctg \frac{\frac{1}{2}+\xi}{p} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\Delta} \ln[(\frac{1}{2}-\xi)^2 + p^2] - \frac{1}{\Delta} \ln[(\frac{1}{2}+\xi)^2 + p^2] \right], \text{ не похоже на } g(\xi, x') = \frac{p}{\pi} \frac{1}{(x'-\xi)^2 + p^2}$$

но на эти стр. не так.

26/III

$$\text{Упр. } \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(x-x')^2 + p^2} = \int_{x'-\frac{1}{2}}^{x'-\frac{1}{2}} \frac{1}{z^2 + p^2} = \frac{1}{p} \arctg \frac{z}{p} \Big|_{x'-\frac{1}{2}}^{x'-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p} \left[\arctg \frac{\frac{1}{2}-x}{p} + \arctg \frac{\frac{1}{2}+x}{p} \right]$$

не получается ли упросто $I_{0,1}(x, p \rightarrow 0) \sim p$ или $|x| \rightarrow \frac{1}{2}$?

$$\rightarrow I_0(x, p) = \left[\xi g(\xi) - 4 \arctg \frac{\xi}{p} \right]_{\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}+x} = \left| x \rightarrow \frac{1}{2} \right| = (\frac{1}{2}-x) g(\frac{1}{2}-x) - 4 \arctg \frac{\frac{1}{2}-x}{p} -$$

$$+ (\frac{1}{2}+x) g(\frac{1}{2}+x) - 4 \arctg \frac{\frac{1}{2}+x}{p} = (\frac{1}{2}-x) g(\frac{1}{2}-x) - 4 \arctg \frac{(\frac{1}{2}-x)}{p} + g(1) + 4 \arctg \frac{1}{p} =$$

$$= |\frac{1}{2}-x = \epsilon| = \epsilon g(\epsilon) - 4 \arctg \frac{\epsilon}{p} + (1-\epsilon) g(1-\epsilon) - 4 \arctg \frac{1-\epsilon}{p} = \epsilon \frac{2}{p} \ln \frac{\epsilon^2}{\epsilon^2 + p^2} -$$

$$- 4 \arctg \frac{\epsilon}{p} + (1-\epsilon) [g(1) - \epsilon g'(1)] + 4 \arctg \frac{1}{p} + \epsilon \frac{4p}{1+p^2} = \epsilon \frac{2}{p} \ln \frac{\epsilon^2}{p^2} - 4 \frac{\epsilon}{p} +$$

$$+ g(1) - 4 \arctg \frac{1}{p} - \epsilon [g(1) + g'(1)] + \epsilon \frac{4p}{1+p^2} = \frac{2}{p} \ln \frac{1}{1+p^2} - 4 \arctg \frac{1}{p} - \epsilon \frac{4}{p} + \epsilon \frac{4p}{1+p^2} -$$

$$- \epsilon \frac{2}{p} \ln \frac{\epsilon}{p} - \epsilon [g(1) + g'(1)] = -\frac{2}{p} p^2 - 4 \left[\frac{\pi}{2} - p \right] - \epsilon \frac{8}{p} - \epsilon \frac{4}{p} \ln \frac{\epsilon}{p} - \epsilon [g(1) + g'(1)] =$$

$$= -2\pi + 2p + O(\epsilon), \text{ т.е. если взять } \lim_{x \rightarrow 1/2} \text{ сначала, а затем } \lim_{p \rightarrow 0} \text{ то } I_0(x, p)$$

то будем $|x| = \frac{1}{2}$ результат будет отличаться от $\lim_{p \rightarrow 0}$ значения.

Т.е. при $p \rightarrow 0$ зависит от близости к $|x| = \frac{1}{2}$ или нет.

Упрощения: незначительность $I_{0,1}(x, p)$ при $|x| = \frac{1}{2}$. Но по формуле - это не так. Можно использовать в выражении $x=0$.

Date.

$$P_{\text{max}} = \frac{P}{|x \pm 1/2|} = \begin{cases} 2P < 1 \text{ on } \text{axis}, x=0 \\ \text{near } \text{axis } x \approx \pm 1/2 \end{cases}$$

$$\text{On axis } \tilde{L} m(x) = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2} dx' = \int dx' g_L(x, x') m(x'), \quad \xi = x - x'$$

$$g_L(\xi) = \frac{P}{\pi} \frac{1}{\xi^2 + p^2} = \frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{1}{\xi - ip}, \quad \frac{\partial g_L}{\partial \xi} = \frac{P}{\pi} \frac{(-1) 2\xi}{(\xi^2 + p^2)^2}$$

$$\tilde{L} \frac{\partial m(x)}{\partial x} = \frac{P(-1)}{\pi} \int dx' \frac{2(x-x')}{[(x-x')^2 + p^2]^2} m(x'), \quad \text{at } x = \pm 1/2 \quad \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_{\pm 1/2} = 0$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx' (1/2 - x')}{[(1/2 - x')^2 + p^2]^2} m(x') = 0 \quad \text{— условие на } \text{CP } m(x)$$

$$\tilde{L} m(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi g_L(\xi) m(x+\xi), \quad \tilde{L} \frac{\partial m(x)}{\partial x} = (-1) g_L(1/2-x) m(1/2) - (-1) g_L(-1/2-x) m(-1/2)$$

$$+ \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi g_L(\xi) \frac{\partial m(x+\xi)}{\partial x}, \quad \text{Введем } M(x) = \frac{\partial m(x)}{\partial x}, \quad f(x) = g_L(1/2-x) m(1/2) - g_L(-1/2-x) m(-1/2)$$

$$\text{возьм } x = \pm 1/2: \quad \tilde{L} M(x) = -f(x) + \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x, x') M(x') \quad \text{— неогн. ур.}$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(\pm 1/2 - x') M(x') = f(\pm 1/2) \quad \text{— условие на } M(x) = \frac{\partial m(x)}{\partial x}$$

$$\frac{P}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{M(x')}{(1/2 - x')^2 + p^2} = f(1/2)$$

тогда — то не, всего это
уменьшо условие на CP, а не ур. — я.

$$\text{Если раз неогн. ур. } M(x) = f(x) + \left(\frac{P}{\pi \tilde{L}} \right) \int dx' \frac{M(x')}{(x-x')^2 + p^2}, \quad G = \frac{1}{(x-x')^2 + p^2}$$

$$\tilde{L} M(x) = f(x) + \tilde{L} \int dx' G(x, x') M(x')$$

$$\text{Решение для } \tilde{L} \ll 1: \quad M_0(x) = f(x), \quad M_1(x) = f(x) + \tilde{L} \int dx' G(x, x') f(x')$$

$$M_2(x) = f(x) + \tilde{L} \int dx' G(x, x') M_1(x') = f(x) + \tilde{L} \int dx' G(x, x') f(x') + \tilde{L}^2 \int dx' G(x, x') \int dx'' G(x', x'') f(x'')$$

Разность для $\tilde{L} = \frac{P}{\pi \tilde{L}} \ll 1$ — сумма бесконечного ряда, если
тогда $\int dx' G(x, x') f(x')$ не $\sim \frac{1}{P}$.

$$f(x) = \frac{1}{\tilde{L}} \left[g_L(1/2+x) m(-1/2) - g_L(1/2-x) m(1/2) \right] = \tilde{L} \left[\frac{1}{(1/2+x)^2 + p^2} m(-1/2) - \frac{1}{(1/2-x)^2 + p^2} m(1/2) \right]$$

$$M_0(x) = \tilde{L} \left[\frac{m(-1/2)}{(1/2+x)^2 + p^2} - \frac{m(1/2)}{(1/2-x)^2 + p^2} \right] = f(x)$$

$$M_1(x) = f(x) + \tilde{L}^2 \int dx' \frac{1}{(x-x')^2 + p^2} \left[\frac{m(-1/2)}{(1/2+x')^2 + p^2} - \frac{m(1/2)}{(1/2-x')^2 + p^2} \right]$$

$$m(x) = \int dx M(x) + C, \quad \text{находим } m(x) = \int_{-1/2}^x dx' M(x') + m(-1/2)$$

Date. 27.09.

Пусть $m(x) = 2\cos \dots$, $m(1/2) = m(-1/2)$, тогда $M_0(x) = \lambda m(-1/2) \left[\frac{1}{(1/2+x)^2 + p^2} - \frac{1}{(1/2-x)^2 + p^2} \right]$

$$m_0(x) = \int_{-1/2}^x dx' M_0(x') + m(-1/2) = \lambda m(-1/2) \int_{-1/2}^x dx' \left[\frac{1}{(1/2+x')^2 + p^2} - \frac{1}{(1/2-x')^2 + p^2} \right] +$$

$$+ m(-1/2) = \lambda m(-1/2) \left[\frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{1/2+x'}{p} + \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{1/2-x'}{p} \right]_{-1/2}^x + m(-1/2) =$$

$$= \frac{\lambda}{p} m(-1/2) \left[\operatorname{arctg} \frac{1/2+x}{p} + \operatorname{arctg} \frac{1/2-x}{p} - \operatorname{arctg} \frac{1}{p} \right] + m(-1/2) = m_0(x)$$

Но очевидно $M_0(\pm 1/2) = \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_{\pm 1/2} = 0$ не верно. И Φ - зависит от p , что уже противоречит Φ независимости.

Или $x \geq 0$, $m_0(x) = \frac{\lambda}{p} m(-1/2) \left[\frac{\pi}{2} - \frac{p}{1/2-x} + \frac{\pi}{2} - \frac{p}{1/2+x} - \frac{\pi}{2} + p \right] + m(-1/2)$
($p < |x+1/2|$)

$$m_0(x) = \frac{\lambda}{p} m(-1/2) \left[\frac{\pi}{2} + p - \frac{p}{1/4-x^2} \right] + m(-1/2)$$

Зависимость Φ от p исключается. Две независимые и.ф.

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m(x') = \int_{-1/2}^{1/2} dz g(z) m(x+z), \quad g(z) = \frac{2}{p} \ln \frac{z^2}{z^2 + p^2}, \quad \lambda = -4\pi + C p$$

$\frac{\partial m(x)}{\partial x} = \dots$ некое, т.к. $\lambda = \frac{2}{p\lambda}$ - не похоже на малый коэффициент.

Если просто взять $\tilde{\lambda} m(x) = \frac{p}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$ и сравним с $m = 1$ некая, то

$$m_0(x) = \tilde{\lambda} \frac{1}{p} \left[\operatorname{arctg} \frac{1/2-x}{p} + \operatorname{arctg} \frac{1/2+x}{p} \right] - \text{уже явно похоже на } m_0(x) \text{ из неогорог. и.ф.}$$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m(x') \in m(x) \text{ по базису } \cos(2\pi n x), x \in [-1/2, 1/2] \quad 27/\pi$$

Пусть ищем Φ - разное, тогда разложим ее - $m(x)$ по некоторой сис. ф. $\cos(2\pi n x)$, $\sin(2\pi n x)$, $x \in [-1/2, 1/2]$, $T=1$.

$$m(x) = \sum_n m_n \cos(2\pi n x) \rightarrow \lambda \sum_n m_n \cos(2\pi n x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') \sum_n m_n \cos 2\pi n x'$$

$$a) g(x, x') = \sum_{n' \neq x} g_{n'}^c \cos(2\pi n' x') + \sum_{n' \neq x} g_{n'}^s \sin(2\pi n' x')$$

$$\lambda \sum_n m_n \cos 2\pi n x = \sum_n \sum_{n'} m_n \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[g_{n'}^c \cos 2\pi n' x' + g_{n'}^s \sin 2\pi n' x' \right] \cos 2\pi n x'$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' \cos 2\pi n' x' \cos 2\pi n x' = 2 \int_0^{1/2} (\cdot) dx' = \left| 2\pi x' = \frac{\pi}{2} \right| = 2 \int_0^1 \frac{1}{2} \cos \pi n' \frac{1}{2} \cos \pi n \frac{1}{2} = \frac{1}{\epsilon_n} \delta_{nn'}$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' \sin 2\pi n' x' \cos 2\pi n x' = 0 \rightarrow \lambda \sum_n m_n \cos 2\pi n x = \sum_{nn'} m_n g_{n'}^c(x) \frac{1}{\epsilon_n} \delta_{nn'} = \sum_n \frac{m_n g_n^c(x)}{\epsilon_n}$$

$$g_n^c(x) = \sum_{n'} \left[g_{nn'}^{cc} \cos 2\pi n' x + g_{nn'}^{cs} \sin 2\pi n' x \right] - \text{сравниваем с разложением.}$$

Получим если $g_{nn'}^{cs} = 0$, но это не так, ведь $g_n^c(x)$ - не есть константа.

Date: 28.03.

$$f(x) = \sum_{n'} g_{n'} \cos\left(\frac{2\pi}{L} n' x\right) = \sum_{n'} g_{n'} \cos(\pi n' x) \quad \text{r.u. } x \in [-1, 1]$$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') m(x') = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \sum_{n'} g_{n'} \cos(\pi n' (x-x')) m(x')$$

$$m(x) = \sum_n m_n \cos(2\pi n x) \rightarrow \lambda \sum_n m_n \cos(2\pi n x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \sum_{n'} g_{n'} \cos(\pi n' (x-x'))$$

$$\cos(\pi n' x - \pi n' x') = \cos \pi n' x \cos \pi n' x' + \sin \pi n' x \sin \pi n' x'$$

$$\Rightarrow \left[\cos \pi n' x \cos \pi n' x' + \sin \pi n' x \sin \pi n' x' \right] \sum_n m_n \cos(2\pi n x)$$

$$I_{nn'} = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \cos \pi n' x' \cos 2\pi n x' = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[\cos \pi x' (n' - 2n) + \cos \pi x' (n' + 2n) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin \pi x' (n' - 2n)}{\pi (n' - 2n)} + \frac{\sin \pi x' (n' + 2n)}{\pi (n' + 2n)} \right]_{-1/2}^{1/2} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin \frac{\pi}{2} (n' - 2n)}{n' - 2n} + \frac{\sin \frac{\pi}{2} (n' + 2n)}{n' + 2n} \right]$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin(\pi(k-n) + \pi/2)}{(-)} + \frac{\sin(\pi(k+n) + \pi/2)}{(+)} \right] = \frac{(-1)^{k+n}}{\pi} \left[\frac{1}{n' - 2n} + \frac{1}{n' + 2n} \right] \neq \delta_{nn'} \\ n' = 2k+1 \end{cases}$$

$$\lambda \sum_n m_n \cos(2\pi n x) = \sum_{n'} g_{n'} m_n I_{nn'} \cos(\pi n' x) \quad \text{bce } \delta_{nn'} \text{ e } \delta_{kn}$$

6. Na verdade, como $n' = 2k$ é par, então $I_{nn'} = \frac{1}{\pi} \delta_{kn}$ e, portanto, a expressão para $\lambda \sum_n m_n \cos(2\pi n x) = \sum_{n,k} g_{2k} m_n \frac{1}{\pi} \delta_{kn} \cos(\pi 2k x) = \sum_n g_{2n} m_n \cos(2\pi n x)$ e $\lambda n = \frac{1}{\pi} g_{2n}$. Do 2ºo, se n' é ímpar, $I_{nn'} = 0$ e $\lambda n = 0$.

$$\lambda \sum_n m_n \cos(2\pi n x) = \sum_{n, n'=2k} g_{2k} m_n \frac{\delta_{kn}}{\pi} \cos(2\pi k x) + \sum_{n'=2k+1} g_{2k+1} m_n \frac{\delta_{kn}}{\pi} \cos(\pi(2k+1)x)$$

Bem, se $m(x)$ no $\cos(2\pi n x)$ (ou $\cos(\pi n' x)$) $x \in (-1/2, 1/2)$ e $g(x, x')$.

27/III Harmonização SW-PRB (normas de trabalho)

$$\tilde{\lambda} m(x) = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2} \rightarrow m(x) = \tilde{\lambda} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{1}{(x-x')^2 + p^2} m(x') \quad \tilde{\lambda} = \frac{P}{\pi}$$

$$\text{Onde } \tilde{\lambda} = 1 - \frac{C_n}{2\pi P} \approx 1$$

$$\text{Neste } m_0(x) = 1, \text{ então } m_1(x) = \tilde{\lambda} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{1}{(x-x')^2 + p^2} = \tilde{\lambda} \frac{1}{p} \left[\arctg \frac{1/2-x}{p} + \arctg \frac{1/2+x}{p} \right]$$

$$K(x, x') = \frac{1}{(x-x')^2 + p^2}, \quad K(x, x) = \frac{1}{p^2}, \quad D(\tilde{\lambda}) \approx 1 - a, \quad \tilde{\lambda} = 0, \quad \tilde{\lambda} \approx \frac{1}{a}, \quad \left[\frac{1}{K(x, x)} \right]$$

$$\text{então } \tilde{\lambda} = \frac{P}{\pi} \frac{1}{\lambda} \approx \frac{P}{\pi} \frac{(-1)}{p^2} = -\frac{1}{\pi p} \quad \text{e como } \tilde{\lambda} = 1 - \frac{C_n}{2\pi P}$$

Block $f(x) = \int K(x, y) f(y) dy$, onde $K(x, y)$ é o kernel.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_i^2} = \int_0^1 \int_0^1 dx dy K(x, y) K(y, x) = \int_0^1 dx K_2(x, x)$$

date.

$$K_{n+1}(x,y) = \int_0^1 dz K(x,z) K_n(z,y), \quad K_1(x,y) = K(x,y) - \text{aver. exp.}$$

$$(n=1, \dots)$$

ii) Bohr's rule: $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_i)^n} = \int_0^1 dx K_n(x, x)$, $n=1, 2, \dots$

$$\int_0^1 dx K(x, x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_i} - \text{Buckingham}$$

Но для все непрерывности в точке $g(x, x') = \frac{2}{p} \ln \frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2}$,

т.к. $g(x, x) \sim \ln|x-x'| \rightarrow \infty$ не есть непрерывная в т. $x=x' \in [0, 1]$ и

Для упр-я в нашей группе: $\hat{g}m(x) = \int dx' g(x, x') m(x') = \lambda m(x)$

Согласно $\sum_{i=1}^{\infty} (\lambda_i)^n = \int_{0(x_2)} dx g_n(x, x)$, в частности $\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i = \int dx g(x, x)$.

$$\text{Nurmen} \quad m_i(x) = \tilde{\lambda}_i \int dx' \frac{1}{(x-x')^2 + p^2} m_i(x'), \quad g_L(x, x') = \frac{1}{(x-x')^2 + p^2}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\tilde{\lambda}_i \right)^{-1} = \frac{\pi}{p} \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{L}_i = \frac{\pi}{p} \sum_i \left(1 - \frac{p}{2\pi} c_i \right) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \, g_L(x, x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \, \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p^2} - ?$$

Левая сумма расходится, а правая - нет?

$$B \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i = \int dx g(x) = \frac{2}{p} \int dx \ln \frac{0}{p_2} = \infty - \text{переходим к пределу.}$$

Левая ч. не раскрывается, но если $\sum_i (1 - \frac{p_{ci}}{2\pi}) = \sum_i [1 - \frac{Q_{ci} + 4\pi}{2\pi}] - \text{конс}$

to see square $\sum_i \lambda_i = \infty$; to compactness $\int dx g(x, x) = \infty$.

Т.е. можно считать $\frac{\pi}{p} \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\Lambda}_i = \frac{1}{p^2}$, где $\tilde{\Lambda}_i$, а тогда $\lambda_i = (-2\pi)(\tilde{\Lambda}_i + 1)$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\Lambda}_i = \frac{1}{\pi \rho}, \text{ where } \tilde{\Lambda}_i m_i(x) = \int dx' g_L(x, x') m_i(x'), \quad g_L(z) = \frac{\rho}{\pi} \frac{1}{z^2 + \rho^2}.$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} g(z) \sim \ln z \quad \int_0^1 dx (\ln x)^2 = \int_0^1 dx (\ln \frac{1}{x})^2 = \Gamma(3) - \text{такое соотношение}$$

интеграл $\Rightarrow \int_0^1 dx dx' |g(x, x')|^2$ должен быть конечным,

а тогда $g(x, x') = \sum_n \lambda_n u_n(x) u_n(x')$ — разложение по СФ.

Получили метод интегрирования для $\tilde{L}m(x) = \frac{p}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx' m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$

в качестве начальной итерации $m_0(x)$ задавая одну из функций $\cos(\pi x)$, $\sin(\pi x)$ с $x \in [0, 1]$. Итерация, следуя 16(II) до $\{ \text{var } m \text{ где } \cos(\cdot) \}$ $m_0(x)$ $\{ \text{var } m \text{ где } \sin(\cdot) \}$

$m_0(x) = 1$ после двух итераций дано  $\omega_0^S = 0,264$

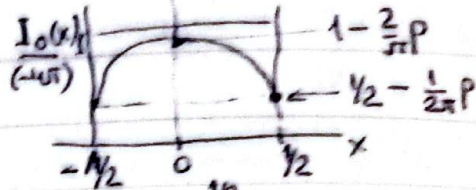
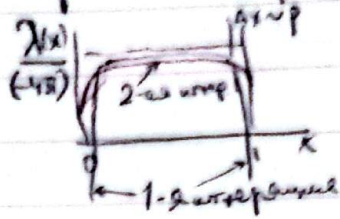
$m(x) = \sin(0.228x)$ — II —  $\omega = 0.228$

Исследовать непрерывность $\sin(\pi x)$ и указать его группу $m_0(x) = 1$ в точке

Date. 29.03

Область непрерывности $\lambda(x)$ задана $x \in [-1/2, 1/2]$

Уравн $1/2$. Рост числа N интервалов на ω_n вычисл. процесс
 для каждого СФ возмущается с N . Это видно из $\lambda(x)$ где все
 вычисл. при $1/2 \rightarrow 1/2$ стремится к const $\forall x$, как и должно быть
 СЗ.



Пусть $m_n(x)$ - норм. СФ, $\int dx$: $\lambda_n(p) = \int_{-1/2}^{1/2} dx g(x, x') m_n(x')$

$$\lambda_n \int m_n(x) dx = \int dx dx' g(x, x') m_n(x') = \int dx' m_n(x') \int_{-1/2-x'}^{1/2-x'} dz g(z) = \int dx' m_n(x') I_0(x', p)$$

Всегда можно норм. $\int_{-1/2}^{1/2} m_n(x) dx = 1$, тогда

$$\lambda_n(p) = \int_{-1/2}^{1/2} dx I_0(x, p) m_n(x)$$

$$I_0(x, p) = \left[\frac{3}{2} g(z) - 4 \arctg \frac{z}{p} \right]_{1/2-x}^{1/2+x}$$

Если бы было так $I_0(x)$ имеет максимум при $x=0$,

$$\text{то } \lambda_n(p) \approx (\int dx) \cdot I_0(0) m_n(0) = I_0(0) m_n(0);$$

Для анал. можно если была функция $m_0(0)=1$, то $\lambda_0(p) = I_0(0, p) = -4\pi + 2p$ - это предельная СФ.

Но $\max I_0(x)$ - константа и так можно считать.

$$\text{При } p \rightarrow 0 \quad I_0(x, 0) = \left[\frac{3}{2} (-4\pi) \delta(z) - 4 \arctg \frac{z}{p} \right]_{1/2-x}^{1/2+x} = \begin{cases} -4\pi, & |x| < 1/2 \\ 0, & |x| = 1/2 \end{cases}$$

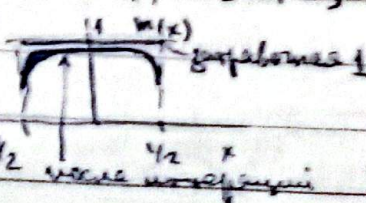
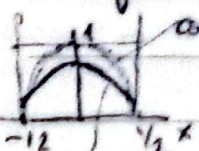
Пусть $\lambda_n(p) = \frac{\int_{-1/2}^{1/2} dx I_0(x, p) m_n(x)}{\int_{-1/2}^{1/2} dx m_n(x)}$, тогда замена $I_0(x) \rightarrow I_0(0)$ в т.ч. $x=0$ - макс

ведет к $\lambda_n(p) = I_0(0, p) = -4\pi + 2p$ - предельная СФ.

Также замена $\approx$ оправдана, когда $I_0(x) m_n(x)$ имеет максимум при $x \approx 0$, т.е. $m_n(x)$ локализована вблизи $x=0$.

Предельная локализация $m(x) = \delta(x)$ дает точное $\lambda(p) = -4\pi + 2p$.

А более локализована $\cos(\pi x)$, чем $m(x)=1$ (точнее, чем $m(x)=1$ в интервале $x \in [-1/2, 1/2]$ и $m(x)=0$ вне интервала).



т.е. более точная СФ

Date.

поперечная интерференция

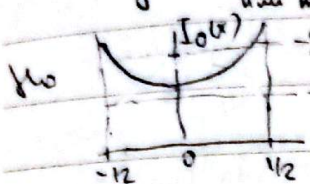
Волноз: неоднородная знаменосительная мода $m(x) \approx \cos(2\pi x)$,

(локализованная в центре $x=0$, т.к. минимум там max) отвечает формуле

$|\lambda_n| = -\lambda_n$, т.е. минимизи SW-распре, тем меньше потери мода итер. $m(x)=1$.

Обоснование: где $m(x)$ - localized at $x=0$ $\lambda_{loc} \approx \frac{I_0(0,p) \int m dx}{\int m dx} = I_0(0,p)$

а где $m(x) \approx 1$ $\lambda_{const} = \frac{m_0 \int I_0(x,p)}{m_0} = \int_{-1/2}^{1/2} dx I_0(x,p) = \langle I_0(x,p) \rangle_x$



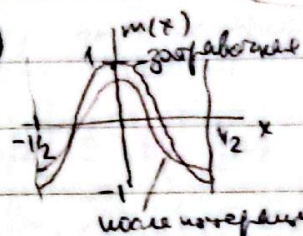
$I_0(x)$ имеет min при $x=0$, $I_0(0) < \langle I_0(x) \rangle_x$, $(I_0(x) < 0)$

$|I_0(0)| > |\langle I_0(x) \rangle_x|$, $|\lambda_{loc}| > |\lambda_{const}|$, $\omega_{loc} < \omega_{const}$

Для двух неоднород. мод, кажем $\cos(2\pi x)$

$\int dx I_0(x,p) m_n(x)$ - резко падает в силу

знаменосительности $m_n(x)$ и $|\lambda_n|$ - падает $\Rightarrow \omega_n$ - падает.



По разн. частот $I_0(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dz g(z) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_{zz}(x,x')$ Это $h_d^z(x)$ при $m_z = 1$

$\rightarrow$ т.е. максимизация основной моды происходит в области min грав. поле $h_d^z(x) = I_0(x)$

В силу $h_d^z = \lambda m_z(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_{zz}(x,x') m_z(x')$ Это $h_d^z(x)$ $\cos(2\pi x)$ (с min при $x=0$)

самостоятельно сФ $m_z(x)$, т.е. неоднородная сФ с max при $x=0$.

$h_d^z(x)$ - mw-field.

$\rightarrow$ но есть еще д.с. dipolar fields $H_d^{x,z}(x,z) = M_0^y \int dx' dz' \hat{G}(\vec{x}, \vec{x}') \cdot \vec{y}$

и-за $\vec{M}_0 = (0, M_0^y, 0)$. $\hat{G}(\vec{x}, \vec{x}') = \frac{1}{\epsilon} \int dy dy' G_{dy}(\vec{x}, \vec{x}', y, y')$

Для wires $H_d^y(x,z) = 0$, $\langle H_d^{x,z}(x,z) \rangle_z = 0$. (с $\ell \rightarrow \infty$) δ PRB $G = \Gamma(\vec{r}, \vec{r}')$ def.

$H_d^{x,z}(x,y,z) = M_0^y \int dx' dy' dz' \hat{\Gamma}_{\vec{y}}(\vec{x}, \vec{x}') = M_0^y \int dx' dz' \hat{G}(\vec{x}, \vec{x}', z, z')$ - есть

перекрестные члены от "y".

$H_d^{x,z}(x,z) = \frac{1}{\epsilon} \int dy H_d^{x,z}(x,y,z) = M_0^y \int dx' dz' \left[\frac{1}{\epsilon} \int dy dy' \hat{\Gamma}_{\vec{y}}(\vec{x}, \vec{x}') \right] =$

$=$ |есть как в | $= M_0^y \int dx' dz' \hat{G}(\vec{x}, \vec{x}') = 0$, это из-за с. PRB $\rightarrow 0$ при $\ell \rightarrow \infty$

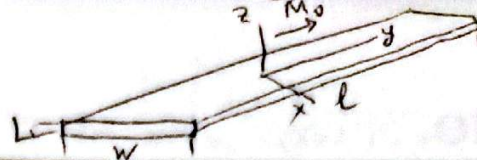
тогда $G_{zy}, G_{yz} \sim \int d^2 k k_y F(k^2) \frac{\sin^2 k_y \ell/2}{k_y^2} = \int d^2 k F(k^2) k_y \delta(k_y) = 0$

$\rightarrow$ т.е. для wires $H_d^{x,z} = 0$

Rect. lots (former, gun mill)

Φ u gen. none rectan. dot

Date.



One rect. dot nago euse znacet $H_d^{(0)x} = H_d^x(\vec{r})$ u $H_d^{(0)z} = H_d^z(\vec{r})$, $\langle H_d^{(0)x} \rangle_z$
 znosir naitu u max znarene gno SW praceru 23/11. T.e. naitu g_{xy} u g_{zy} .

$$H_d^x(\vec{r}) = -\frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial x} = M_s^y \frac{\partial}{\partial x} \int dx' \int dz' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2}$$

$$\text{Npase naitu } \langle \dots \rangle_z: H_d^x(x, y) = \frac{1}{L} \int dz H_d^x(x, z) = \frac{1}{L} M_s^y \frac{\partial}{\partial x} \int dx' \int dz dz' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} =$$

$$= M_s^y \int dx' \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{L} \int dz dz' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} \right] = M_s^y \int dx' g_{xy}(xy, x')$$

$$g_{xy}(xy, x') = \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial x} \int dz dz' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} = \frac{2}{L} \frac{\partial}{\partial x} \left[L \text{Arth} \frac{L}{\Delta} + \Delta - \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right] \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2}$$

$$\text{Gpazy } g_{xy}(xy, x') = \frac{2}{L} \left[\frac{(x-x')}{\Delta^2} (\Delta - \sqrt{L^2 + \Delta^2}) \right] \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2}, H_d^x(x, y) = M_s^y \int dx' g_{xy}(xy, x')$$

$$\Delta = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

$$H_d^x(x, y) = M_s^y \int dx' g_{xy}(x-x', y) = |x' - x = z| = M_s^y \int dz g_{xy}(z, y) =$$

$$= -M_s^y \frac{2}{L} \int dz \frac{z}{z^2 + \Delta y^2} \left(\sqrt{z^2 + \Delta y^2} - \sqrt{z^2 + L^2 + \Delta y^2} \right) \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} = \left| \frac{z^2 = u}{u + \Delta y^2 = t} \right| =$$

$$= -M_s^y \frac{1}{L} \int du \frac{1}{u + \Delta y^2} \left(\sqrt{u + \Delta y^2} - \sqrt{u + L^2 + \Delta y^2} \right) \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} = -\frac{M_s^y}{L} \int \frac{dt}{t} \left(\sqrt{t} - \sqrt{t + L^2} \right) \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} =$$

$$= -\frac{M_s^y}{L} \int dt \left[\frac{1}{\sqrt{t}} - \frac{\sqrt{t + L^2}}{t} \right] = -\frac{M_s^y}{L} \left[2\sqrt{t} - 2\sqrt{L^2 + t} - L^2 \frac{1}{L} \ln \left(\frac{\sqrt{t + L^2} - L}{\sqrt{t + L^2} + L} \right) \right] \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} =$$

$$= -2 \frac{M_s^y}{L} \left[\sqrt{t} - \sqrt{L^2 + t} + L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{L^2 + t}} \right] \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2} = -2 \frac{M_s^y}{L} \left[\sqrt{z^2 + \Delta y^2} - \right.$$

$$\left. -\sqrt{L^2 + z^2 + \Delta y^2} + L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{L^2 + z^2 + \Delta y^2}} \right] \Big|_{z=-w/2-x}^{z=w/2-x} \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2}$$

$$H_d^x(x, y) = -2 M_s^y \frac{1}{L} \left[\sqrt{(w/2-x)^2 + \Delta y^2} - \sqrt{(w/2-x)^2 + \Delta y^2 + L^2} + L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2-x)^2 + \Delta y^2 + L^2}} - \right.$$

$$\left. -\sqrt{(w/2+x)^2 + \Delta y^2} + \sqrt{(w/2+x)^2 + \Delta y^2 + L^2} - L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2+x)^2 + \Delta y^2 + L^2}} \right] \Big|_{y'=-l/2}^{y'=l/2}, y - y' = \Delta y.$$

Gen. none rect. dot, $\langle \dots \rangle_z$, L, w, l - naitu

$H_d^x(x, y)$ - neres. prageru "x", u neres. prageru "y".



$$H_d^x(x, y) = -2 M_s^y \frac{1}{L} \left[|w/2-x| - \sqrt{(w/2-x)^2 + L^2} + L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2-x)^2 + L^2}} - |w/2+x| + \right.$$

$$\left. + \sqrt{(w/2+x)^2 + L^2} - L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2+x)^2 + L^2}} - \sqrt{(w/2-x)^2 + l^2} + \sqrt{(w/2-x)^2 + L^2 + l^2} - L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2-x)^2 + L^2 + l^2}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{(w/2+x)^2 + l^2} - \sqrt{(w/2+x)^2 + L^2 + l^2} + L \text{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2+x)^2 + L^2 + l^2}} \right], H_d^x(0, y) = 0$$

Date.

ln-расхождение.

$$Max H_d^x(w/2, y/2) = -\frac{2M_s}{L} \left[-L + L \operatorname{Arth} \frac{L}{\sqrt{(x-w/2)^2 + L^2}} - w + \sqrt{w^2 + L^2} - L \operatorname{Arth} \frac{L}{\sqrt{L^2 + L^2}} - L \operatorname{Arth} \frac{L}{\sqrt{L^2 + L^2}} + \sqrt{w^2 + L^2} - \sqrt{w^2 + L^2} + L \operatorname{Arth} \frac{L}{\sqrt{L^2 + L^2}} \right]$$

$$r_{max}: t = x^2 + \Delta y^2 = (w/2 \pm x)^2 + (y/2 \pm y)^2$$

Рассм. $H_d^x(x, y)$, где $t \neq 0$, т.е. $|x| = w/2, |y| \neq y/2$ - одновременно.

$$\frac{1}{L} \left(\sqrt{t} - \sqrt{L^2 + t} + L \operatorname{Arth} \frac{L}{\sqrt{L^2 + t}} \right) = \frac{1}{L} \left(\sqrt{t} - \sqrt{t} \left[1 + \frac{L^2}{2t} \right] + L \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + t}} \right) = -\frac{L}{2\sqrt{t}} + \frac{L}{\sqrt{t}} = \frac{1}{2} \frac{L}{\sqrt{t}}$$

$$H_d^x(x, y) \approx -2M_s \frac{1}{2} \frac{L}{\sqrt{x^2 + \Delta y^2}} \Big|_{-w/2-x}^{w/2-x} \Big|_{-y/2}^{y/2} = -M_s \frac{L}{\sqrt{x^2 + \Delta y^2}} \Big|_{-w/2-x}^{w/2-x} \Big|_{-y/2}^{y/2}$$

→ Т.е. во всех точках кроме углов газа $\frac{1}{M_s} H_d^x(x, y) \sim \frac{L}{w} (w \sim L) \ll 1$, а в углах H_d^x ln-расхождение. Но все же поле $\sim (L/w)$.

→ Тогда $\left(\frac{H_d^x}{w} \right)^2 \approx \left(\frac{H_d^x}{2M_s} \right)^2 \sim \left(\frac{L}{4w} \right)^2 \ll 1$ в § 23/III можно брать непрерывность, кроме углов газа.

Если показываемое осн. может в rect. dot $\square$ и, то углы не застроены, а $L > w$ лучше использовать L/w - газе от квадрата.

$$\operatorname{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2-x)^2 + \Delta y^2 + L^2}} - \operatorname{Arth} \frac{L}{\sqrt{(w/2+x)^2 + \Delta y^2 + L^2}} = \operatorname{Arth} \left(\frac{\frac{L}{\sqrt{(-)^2 + \Delta y^2}} - \frac{L}{\sqrt{(+)^2 + \Delta y^2}}}{1 - \frac{L^2}{\sqrt{(-)^2 + \Delta y^2} \sqrt{(+)^2 + \Delta y^2}}} \right) = \operatorname{Arth} \left(\frac{\sqrt{(w/2+x)^2 + \Delta y^2 + L^2} - \sqrt{(w/2-x)^2 + \Delta y^2 + L^2}}{\sqrt{(w/2-x)^2 + \Delta y^2 + L^2} \sqrt{(w/2+x)^2 + \Delta y^2 + L^2} - L^2} \right) - \text{не меняется.}$$

$$g_{yy}(x, y, x') \sim g_{xy}(x, y, x') \sim \frac{1}{\Delta} \sim H_d^{y, x} = M_s \oint x' g(x, y, x') \sim \ln \Delta, \text{ где } \Delta = \sqrt{(w/2 \pm x)^2 + (y/2 \pm y)^2} - \text{расстояние до угла газа.}$$

→ Далее я использовал лишь $H_d^y(x=0, y)$ или $\left(H_d^y(x, y) \right)_x \sim \ln \Delta$ (не превращая в тангенс и интегрирование по углам, в rect. dot, rect. dot).

30/III Цена микроскопа и пере-использования Software. Писать книгу, Милославу ~ 1.

SW wires (interference)

Date. 31.03.

$$\tilde{m}(x) = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx'}{(x-x')^2 + p^2} m(x')$$

31/11

Вспомогательная функция $m_0(x) = \cos(\pi x)$, $x \in [-1/2, 1/2]$
и $m_0(x) = 1$ вне 3-х интервалов $g_0(x)$ (рис. 1) $n=0,1,2,\dots$ $\omega_0^S = 0,263$ (но $\tilde{m}_0$).

(wire 3, $p=0,011$)

x	0	0,05	0,10	0,15	20	25	30	35	40	45	0,50	0,48
$m_0(x)$	0,9957	997	995	993	999	992	992	995	999	982	0,906	0,598

Вспомогательная $m_0(x) = \cos(\pi x)$, $x \in [-1/2, 1/2]$ $g_0(x)$ (рис. 2) $\omega_1^S = 0,228$

x	0	0,05	10	15	20	25	30	35	40	45	48	0,50
$m_0(x)$	0,995	995	995	995	997	992	992	991	990	982	958	0,089
$m_1(x)$	0,992	991	997	994	996	992	993	991	991	981	903	0,055

0,062 ω_1^S ω_2^S

рис. 2-х интервалов

$$m_1(x) = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\cos(\pi x')}{(x-x')^2 + p^2} dx' = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx'}{(x-x')^2 + p^2} = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dz}{z^2 + p^2} = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{dz}{z^2 + p^2}$$

$$m_1(x) = \frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{1}{z^2 + p^2} [\cos \pi x \cos \pi z - \sin \pi x \sin \pi z] dz$$

$$\frac{\partial m_1(x)}{\partial x} = \frac{P}{\pi} \frac{\cos \pi(1/2-x)}{(1/2-x)^2 + p^2} (-1) - \frac{P}{\pi} \frac{\cos \pi(-1/2)}{(x+1/2)^2 + p^2} + \frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{1}{z^2 + p^2} (-1) \sin \pi(x+z) \pi dz =$$

$$= -\frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{\sin \pi(x+z)}{z^2 + p^2} dz = -\frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{1}{z^2 + p^2} [\sin \pi x \cos \pi z + \cos \pi x \sin \pi z] dz$$

$$\frac{\partial m_1}{\partial x} \cos \pi x + m_1(x) \sin \pi x = -\frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{\sin \pi z}{z^2 + p^2} dz \Rightarrow m_1(1/2) = P \int_0^1 \frac{\sin \pi z}{z^2 + p^2} dz$$

$$\frac{\partial m_1}{\partial x} \sin \pi x - m_1(x) \cos \pi x = -\frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{\cos \pi z}{z^2 + p^2} dz \Rightarrow \left(\frac{\partial m_1}{\partial x} \right)_{x=1/2} = -P \int_0^1 \frac{\cos \pi z}{z^2 + p^2} dz$$

$$\text{Тогда } \frac{\partial^2 m_1(x)}{\partial x^2} = -\frac{P}{\pi} \frac{\sin \pi \frac{1}{2}}{(1/2-x)^2 + p^2} (-1) \pi + \frac{P}{\pi} \frac{\sin \pi(-1/2)}{(1/2+x)^2 + p^2} \pi - \frac{P}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{\cos \pi(x+z)}{z^2 + p^2} \pi dz =$$

$$= P \frac{1}{(1/2-x)^2 + p^2} + \frac{P}{(1/2+x)^2 + p^2} - \pi^2 m_1(x)$$

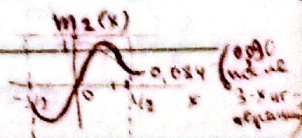
$$\frac{\partial^2 m_1(x)}{\partial x^2} + \pi^2 m_1(x) = \frac{P}{(1/2-x)^2 + p^2} + \frac{P}{(1/2+x)^2 + p^2}$$

групп. гр. g_0 ω_0^S ω_1^S ω_2^S ω_3^S ω_4^S ω_5^S ω_6^S ω_7^S ω_8^S ω_9^S ω_{10}^S ω_{11}^S ω_{12}^S ω_{13}^S ω_{14}^S ω_{15}^S ω_{16}^S ω_{17}^S ω_{18}^S ω_{19}^S ω_{20}^S ω_{21}^S ω_{22}^S ω_{23}^S ω_{24}^S ω_{25}^S ω_{26}^S ω_{27}^S ω_{28}^S ω_{29}^S ω_{30}^S ω_{31}^S ω_{32}^S ω_{33}^S ω_{34}^S ω_{35}^S ω_{36}^S ω_{37}^S ω_{38}^S ω_{39}^S ω_{40}^S ω_{41}^S ω_{42}^S ω_{43}^S ω_{44}^S ω_{45}^S ω_{46}^S ω_{47}^S ω_{48}^S ω_{49}^S ω_{50}^S ω_{51}^S ω_{52}^S ω_{53}^S ω_{54}^S ω_{55}^S ω_{56}^S ω_{57}^S ω_{58}^S ω_{59}^S ω_{60}^S ω_{61}^S ω_{62}^S ω_{63}^S ω_{64}^S ω_{65}^S ω_{66}^S ω_{67}^S ω_{68}^S ω_{69}^S ω_{70}^S ω_{71}^S ω_{72}^S ω_{73}^S ω_{74}^S ω_{75}^S ω_{76}^S ω_{77}^S ω_{78}^S ω_{79}^S ω_{80}^S ω_{81}^S ω_{82}^S ω_{83}^S ω_{84}^S ω_{85}^S ω_{86}^S ω_{87}^S ω_{88}^S ω_{89}^S ω_{90}^S ω_{91}^S ω_{92}^S ω_{93}^S ω_{94}^S ω_{95}^S ω_{96}^S ω_{97}^S ω_{98}^S ω_{99}^S

Если $p=0$ $m_1^{(0)}(x) = \cos(\pi x)$, $m_1^{(0)}(1/2) = 0$, $\frac{\partial m_1^{(0)}}{\partial x}(1/2) = -\pi$

Если $p>0$, $m_1(1/2) \neq 0$, $m_1(1/2)$ $\frac{\partial m_1}{\partial x}(1/2) > 0$, $\frac{\partial m_1}{\partial x}(1/2) < 0$ не может быть

Note: вспомогательная $\sin(2\pi x)$ $\omega_2^S = 0,269$ и $\omega_3^S = 0,263$ (рис. 3) $\omega_4^S = 0,263$



Date. 01.04.

CP 13 11/2018

Да не бива да се изразува из Лоренц-инв. гр. $\tilde{m}(x) = \frac{p}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx' m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$

За да се добие израз за $m(x)$ - (Ф не забравува да "п")

$$m_0(x) = 1 \text{ во 1-и инв. гр. } m_1^L(x) = \frac{p}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx' \cdot 1}{(x-x')^2 + p^2} = \frac{1}{\pi} \left[\arctg \frac{1/2-x}{p} + \arctg \frac{1/2+x}{p} \right]$$

Умнож. 2 (за да се изрази $m(x)$ со позитив. $m(x)$ от p) бидејќи:

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m(x') \quad g(z) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right)$$

Нормирајте го изразот: $m_0(x) = 1$ и $m_1(x)$:

$$m_1(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m_0(x') = \int_{-1/2}^{1/2} dz g(z) = I_0(x, p) = \left[\frac{2}{p} g(z) - 4 \arctg \frac{z}{p} \right]_{-1/2}^{1/2} =$$

$$= (1/2-x) g(1/2-x) + (1/2+x) g(1/2+x) - 4 \arctg \frac{1/2-x}{p} - 4 \arctg \frac{1/2+x}{p}$$

но не е симетрично, т.е. $m_1(x)$ из Лоренц инв. гр.

В овој МПД-рекурзија (1 $\rightarrow$ 2): $m_n(x) = \frac{(-1)^n}{4\pi} \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m_{n-1}(x')$, $n=1, 2, \dots$

$$m_1(x) = -\frac{1}{4\pi} \left[\frac{2}{p} g(z) - 4 \arctg \frac{z}{p} \right]_{-1/2}^{1/2} =$$

$$= -\frac{1}{4\pi} \left[\frac{2}{p} g(z) \right]_{-1/2}^{1/2} + \frac{1}{\pi} \left[\arctg \frac{1/2-x}{p} + \arctg \frac{1/2+x}{p} \right] = -\frac{1}{4\pi} \frac{2}{p} g(z) + m_1^L(x)$$

$m_1^L(x) \approx 1$ (априори), $\delta m(x) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2}{p} g(z) \Big|_{-1/2}^{1/2} - \text{период.}, \delta m(x) \ll 1$

$$\delta m(x = \pm 1/2) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2}{p} g(z) \Big|_{-1}^0 = -\frac{1}{4\pi} \left[0 \cdot g(0) - (-1) g(-1) \right] = -\frac{1}{4\pi} g(1) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi} \frac{2}{p} \ln \left(\frac{1}{1+p^2} \right) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{p} \ln(1+p^2) \underset{p \ll 1}{\approx} \frac{1}{2\pi p} p^2 = \frac{1}{2\pi} p \ll 1$$

$$\delta m(0) = -\frac{1}{4\pi} \frac{2}{p} g(z) \Big|_{-1/2}^{1/2} = -\frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{2} g(1/2) - (-\frac{1}{2}) g(-1/2) \right] = -\frac{1}{4\pi} g(1/2) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi} \frac{2}{p} \ln \left(\frac{1/4}{1/4 + p^2} \right) = \frac{1}{2\pi p} \ln(1+4p^2) = \frac{2}{\pi} p \ll 1$$

$\Rightarrow m_1^L(x) + m_1(x) = m_1^L(x) + \delta m(x)$ - разликата е многу мала, $m_1(x) \approx m_1^L(x)$

По тоа $m_1(x)$ - бавно сменети може да се $m_1^L(x)$.

Погледајте $m(x, p)$ - термин (Ф $\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x')$

развој на p : $m(x, p) = m(x, 0) + O(p) = m(x, 0) + \mu(x)p$

$$\lambda m(x, 0) + \lambda O(p) = \int dx' g(x, x') [m(x', 0) + \mu(x')p], \quad g(x, p) = g(x, 0) + \delta g(x, p)$$

$$\lambda m(x, 0) + \lambda \mu(x)p = \int dx' [g(x, x', 0) + \delta g(x, x', p)] [m(x', 0) + \mu(x')p] =$$

$$= \int dx' [g(x, x', 0) m(x', 0) + p \delta g(x, x', p) m(x', 0) + p g(x, x', 0) \mu(x')] =$$

Date.

Две в инфракрасном диапазоне. ит.д. до $\omega \sim p^2$

$$= \int dx' [g(xx', p) m(x', 0) + g(xx', 0) \mu(x') \cdot p] = \int dx' g(xx', p) m(x', 0) - 4\pi p(x) p$$

$$\lambda = -4\pi + O(p) \rightarrow \lambda m(x, 0) + [\lambda + 4\pi] p \mu(x) = \int dx' g(xx', p) m(x', 0)$$

до $[\lambda + 4\pi] p = O(p) \cdot p \sim p^2$ — можно пренебречь в ин. пор. $\omega \sim p^2$ и т.д.

$\Rightarrow \lambda m(x, 0) = \int dx' g(xx', p) m(x', 0)$ с точн. до p^2 , т.е. можно считать,

что $m(x, p) = m(x, 0)$ от p не зависит, значит $\frac{\partial}{\partial p}$ ин. гр. и не влияет на Лоренц-преобраз (далее выясню). Это оправдывается Лоренц-ин. гр. и позволяет упрощать.

$\rightarrow (-\frac{1}{4\pi}) \lambda_n = \frac{1}{2}(\tilde{L}_n + 1)$ — через связь с единичн. и Лоренц-ин. гр. — гресс в MCHD (SW-wires, mead)

SW-wires — значение

Максимально $\tilde{L} m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x, x') m(x')$ замечается на

$$\tilde{L} m(x_i) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x_i, x') m(x') = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N g_L(x_i, x_j) m(x_j)$$

Введем, чтобы избежать $\frac{1}{N} \rightarrow A_j$ — квадратичные коэффициенты. (Алгебра-Лемангера) Лемангера

$m(x_i) = m_i$ — скалярный вектор, $g_{ij} = g_L(x_i, x_j)$.

$$\sum_{j=1}^N \frac{1}{N} g_{ij} m_j = \tilde{L} m_i, \quad \hat{G} \vec{m} = \tilde{L} \vec{m} \text{ — задана}$$

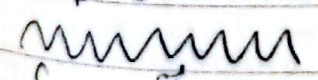
матрица G и $C\Phi$ $\vec{m} = (m(x_1), m(x_2), \dots, m(x_N))$ $N \times N$ матрица $G_{ij} = \frac{1}{N} g_{ij}$.

Нормировка $\int_{-1/2}^{1/2} dx f(x) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_k)$ обеспечивает $\int_{-1/2}^{1/2} dx = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (1) = 1$.

то введем $\int_{-1/2}^{1/2} dx f(x) = \sum_{k=1}^N A_k f(x_k)$ и $\int dx g(x_i, x') m(x') = \sum_{j=1}^N A_j g_{ij} m(x_j)$

Тогда $\sum_{k=1}^N A_k = 1$, можно взять $A_k = \frac{1}{N}$ — не это строго верно,

A_k — выбирается через корни ортогональных полиномов на $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.



Спектр $\tilde{L}$ непрерывен при $A_k = \frac{1}{N}$ зависимость от N , $2/N$
 как и $C\Phi$ — разрывные. Используем квадратур. коэф. A_k и
 точки x_k методом Гаусса-Лемангера (Алгебра, с. 910, 1011-13).

$$\tilde{L} m(x_i) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x_i, x') m(x') = \sum_{k=1}^N A_k g(x_i, x_k) m(x_k)$$

$$\tilde{L} m_i = \sum_{k=1}^N A_k g_{ik} m_k \rightarrow \tilde{L} m_i A_i^{1/2} = \sum_k (A_i^{1/2} g_{ik} A_k^{1/2}) A_k^{1/2} m_k$$

Замеча $A_i^{1/2} m_i = \psi_i$ $A_i^{1/2} g_{ik} A_k^{1/2} = G_{ik}$ тогда

Date.

$$\sum_{k=1}^N G_{ik} \psi_k = \tilde{L} \psi_i \quad \text{общее матриц. ур.} \quad \hat{G} \tilde{\psi} = \tilde{L} \tilde{\psi}, \quad \hat{G} = N \times N, \quad \tilde{\psi} = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N)$$

$x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, интервал $\Delta x = 1$, поэтому $x_k [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] = \frac{1}{2} x_k [-1, 1]$, $A_k = \frac{1}{2} A_k [-1, 1]$

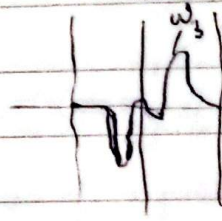
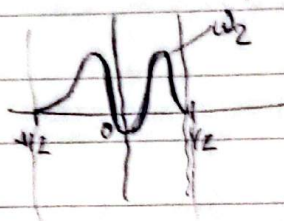
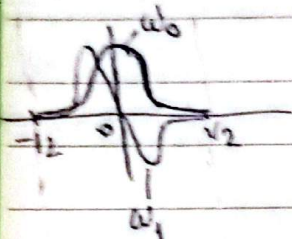
$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \sum_{k=1}^N f(x_k) A_k, \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx \cdot 1 = \sum_{k=1}^N A_k = 1.$$

$x_k [-1, 1]$ и $A_k [-1, 1]$ берем из Arfken, p. 1012 - 1013, $(N=10)$, это хорошо если $f(x)$ есть непериодическая функция $\leq 2N-1=19$, Ядро $g_L(z) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{z^2 + p^2}$

Здесь хорошо аппроксимироваться непериодической, т.к. симметричной по x .

$$G_{mn} = A_m^{1/2} g_{mn} A_n^{1/2}, \quad g_{mn} = g_L(x_m, x_n).$$

Получаем (Gw-wres, med) спектр $\tilde{L}_n (-\frac{1}{4\pi}) \lambda_n = \frac{1}{2} (\tilde{L}_n + 1)$ находится в интервале $[0.98, 2.65]$, хотя $(-\frac{1}{4\pi}) A_n \ll g_{nn}$ и др.



$\omega_0 \approx \omega_1$, $\omega_2 \approx \omega_3$, но ω_n растет мед. темп.

$$\text{Далее } \int_{-1}^1 dx f(x) = \sum_{k=1}^N A_k f(x_k), \quad A_k = \frac{(-2)}{(N+1) P_{N+1}(x_k) P'_N(x_k)}$$

где x_k есть N нулей функции $P_N(x) = 0$, $P_N(x)$ - полином Лежандра.

P. Zwillinger дает (p. 697) таблицы x_k, A_k для $N \leq 12$.

$A_k = \frac{1}{N}$ (по симметрии x_k) - квадратура Чебышева.

Более подробно Radau (p. 700), т.к. там есть $(N=13)$ и $x_k = 0, \pm \frac{1}{2}$.

Спектр $\tilde{L}$ дает $(-\frac{1}{4\pi}) \lambda_n = \frac{1}{2} (\tilde{L}_n + 1)$ и мен. в инт. $[0.59, 2.33]$ - непериодическая, тем в методе Гаусса-Лежандра.

N=13, p=0.01, Соед. Вектора m;							
x_i	-0.5	-0.477	-0.423	-0.313	-0.241	-0.125	0
$\omega_0 m_0$	$2.16 \cdot 10^{-3}$	$7.5 \cdot 10^{-3}$	0.020	0.063	0.308	2.252	9.469
$\omega_1 m_1$	$2.16 \cdot 10^{-3}$	$2.01 \cdot 10^{-3}$	0.022	0.026	0.596	6.669	-3.212
$\omega_2 m_2$	$-1.44 \cdot 10^{-3}$	$-5.42 \cdot 10^{-3}$	-0.016	-0.071	-0.567	-7.048	0
$\omega_3 m_3$	$4.77 \cdot 10^{-3}$	0.019	0.069	0.448	7.024	-0.669	-0.445
$\omega_4 m_4$	$3.96 \cdot 10^{-3}$	0.017	0.262	0.428	7.035	-0.571	0

date.

Вывод: $\omega_0 = 2\pi \kappa \cdot m_0(x)$ - непрерывное,
 $\omega_{1,2}$ - выпуклые, одна из СФ. $2\pi \kappa$, вторая нечет.
 $\omega_{3,4}$

$$\tilde{L}m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(xx') m(x') = \int_{-1/2}^0 dx' g_L(xx') m(x') + \int_0^{1/2} dx' g_L(xx') m(x') =$$

$$= \int_{-1/2}^0 dx' g_L(1+x') m(-x') + \int_0^{1/2} dx' g_L(1-x') m(x')$$

$$\tilde{L}m(x) = \int_0^{1/2} dz g_L(1+z) m(-z) + \int_0^{1/2} dx' g_L(1-x') m(x')$$

для чет. $m(x)$. $\tilde{L}m(-x) = \tilde{L}m(x) = \int_0^{1/2} dz g_L(1-z) m(z) + \int_0^{1/2} dx' g_L(1-x') m(x') =$
 $= 2 \int_0^{1/2} dx' g_L(1-x') m(x')$, $\tilde{L}m(x) = 2 \int_0^{1/2} dx' g_L(x, x') m(x')$ где чет. $m(x)$

для нечет. $m(x)$. $\tilde{L}m(-x) = -\tilde{L}m(x) = -\int_{-1/2}^0 dz g_L(1-z) m(z) + \int_0^{1/2} dx' g_L(1-x') m(x') =$
 $= -\int_0^{1/2} dz g_L(1-z) m(-z) = -\int_0^{1/2} dz g_L(1-z) m(z) + \int_{-1/2}^0 dz g_L(1-z) m(z)$
 $\tilde{L}m(x) = \left\{ \int_0^{1/2} dz g_L(1-z) + \int_{-1/2}^0 dz g_L(1-z) m(z) \right\} = \int_{-1/2}^{1/2} dz g_L(1-z) m(z)$

Снова для нечет. СФ $\tilde{L}m(x) = \int_0^{1/2} dz g_L(1-z) m(z) - \int_0^{1/2} dz g_L(1+z) m(z)$

$$\tilde{L}m(x) = \int_0^{1/2} dx' G(x, x') m(x'), \quad G(x, x') = g_L(1-x') - g_L(1+x')$$

$G(x', x) = G(x, x')$ - сим., но не парное.

где нечет. СФ

Для чет. СФ $\left(\frac{\tilde{L}}{2}\right)m(x) = \int_0^{1/2} dx' g_L(x, x') m(x')$, $x \in [0, 1/2]$ - чет. $\text{инт. } [1/2, 1]$

По теореме Зейделя на $[0, 1/2]$ все 13 точек метода Рунге,

$$x_k^{[0, 1/2]} = \frac{1}{4} (x_k^{[-1, 1]} + 1), \text{ т.е. } \text{данные точно такие же } m(x_k) = m_k.$$

$$A_k^{[0, 1/2]} = \left(\frac{1}{4}\right) A_k^{[-1, 1]}$$

Для нечет. $[0, 1/2]$: $\tilde{L}m(x) = \int_0^{1/2} dx' G(x, x') m(x')$, $G(x, x') = g_L(1-x') \pm g_L(1+x')$,
 где нечет. СФ.

Вывод, заданная на СФ, СЗ $x \in [0, 1/2]$ не эквивалентна одной на $[-1/2, 1/2]$.
 в бифуркац. грав. - гравитация.

Date. 13. 04.

Программа $m(x)$ by Laplace $FL(x) = \frac{x^2}{x^2 + a^2} \rightarrow a = 0.5$
и программа $m(x)$ by Laplace $FL(x) = \frac{x^2}{x^2 + a^2} \rightarrow a = 0.5$

Сначала программа $m(x)$ by Laplace $FL(x) = \frac{x^2}{x^2 + a^2} \rightarrow a = 0.5$
но нечего не работает.

Хотел бы посмотреть, может быть $(-\frac{1}{4\pi})k_0 = 3.65 (!?)$ где

Где N — программа $\int_{-N}^N f(x) = \sum_{k=1}^N A_k f(x_k)$ очень важна

$N=13$ и может $\hat{G}\vec{\Psi} = \hat{L}\vec{\Psi}$ на $CF, C3$ — решение без.

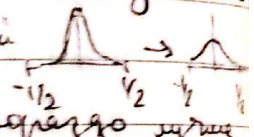
но программа $m(x)$ была ерунда.

Программа $m(x)$ by Laplace $FL(x) = \frac{x^2}{x^2 + a^2} \rightarrow a = 0.5$
на работе. Без нее $g(z) = |z|$ — нечет.

Наблюдение $g(z)$ и $g(z)$ — то есть x_k мало. $g(z)$ имеет

резонанс при $z=0$ и он много увеличивается при $z=x_m$

3/12 В Abramowitz-Stegun есть A_k метода Гаусса-Леген. $N=96$

Программа $(N=24)$, $m(x)$ была более прова 

Но $C3$ $\tilde{A}_k, \tilde{A}_k(-\frac{1}{4\pi}) > 1$. $\max \left| \frac{dA_k}{dx} \right| \approx 1.4$, то есть $g(z)$ —

но $g(z)$ $N=10$ и $N=13$ used ранее.

Дело не в N , Канал — 12 мс.

Программа S с r . Fax $g(z)$ A. Сабина о SW-wires и нечет

4/17 Разговор с R. Chantrell из Seagate. Письмо to R. Chantrell

Андрей, письмо N. Smith и письмо Slavina, Письмо Сабина.

5/17 Метод интегрирования $g(z)$ $CF, C3$ wires работает медленно

Поэтому, можно:

1) Показать решение в виде Фурье-разложения CF :

а) четных (функция от x модуль) CF по $\cos(2\pi nx)$

б) нечетных CF — по $\sin(2\pi nx)$

2) Описать основную модуль $(\approx \cos(\pi x))$ как $\cos(\pi ax)$ с $a < 1$

а модуль $\times \sin(2\pi x)$ описать как $\sin(2\pi bx)$ и найти a, b погонкой из вар. CF

Date.

SW-wire (circular waveguide)

Along z) given cylindrical (CP - waveguide)

Given $m_0(x) = \cos(\pi a x)$ No wave. $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

$$\tilde{L}(m(x)) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x, x') m(x')$$

$$\cos(\pi a x) = \cos\left[2\pi\left(\frac{a}{2}\right)x\right] = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n x), \quad a_n = \frac{(-1)^n \left(\frac{a}{2}\right) \pi \frac{2\pi}{2}}{\left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 - n^2}$$

Appendix p. 827.

$$g_L(z) = \frac{p}{\pi} \frac{1}{p^2 + z^2} = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\pi n x), \quad A_n = \int_{-1}^1 dz g_L(z) \cos(\pi n z)$$

No wave. $z \in [-1, 1]$

$$\tilde{L}(a) = \frac{\int dx dx' g_L(x, x') m_0(x) m_0(x')}{\int dx m_0^2(x)}, \quad \lambda(a) \text{ is the wave number } \lambda(a) = \frac{1}{m_0(a)}$$

I. Determine $\tilde{L}(a)$ and $\lambda(a)$?

II. Now write $\tilde{L}(x, a) = \frac{1}{m_0(x)} \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x, x') m_0(x')$ and determine

$$a \text{ and } F(a) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \left[\tilde{L}(x, a) - \tilde{L}_{ST}(a) \right]^2 \rightarrow \min. \quad \tilde{L}_{ST}(a) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \tilde{L}(x, a)$$

$$\tilde{L}(x, a) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x, x') m_0(x') = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g_L(z) m_0(z) = \left| \epsilon_n = 2 - \delta_{n,0} \right| =$$

$$= \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} A_n \cos(\pi n z) \cos(\pi a z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} A_n \frac{1}{2} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz [\cos \pi(n-a)z] + \cos \pi(n+a)z]$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n A_n \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin \pi(n-a)(\frac{1}{2}-x)}{(n-a)} + \frac{\sin \pi(n+a)(\frac{1}{2}-x)}{(n+a)} \right]_{-1/2-x}^{1/2-x}$$

$$\tilde{L}(x, a) = \frac{1}{\cos(\pi a x)} \tilde{J}(x, a)$$

Mo. Meroy Putra que Apres Signa

I. Now given $m_0(x) = \cos(\pi a x)$ and $\lambda(a)$:

$$a_0 = 0.889; \quad \tilde{L}(a_0) = 0.975 \rightarrow \lambda_c = (-4\pi) \cdot 0.988 \text{ and } \omega_0 = 0.252 - \text{mm}^{-1}$$

T.L. trial function $\cos(\pi a x)$ No wave

II. Now determine minimum eigenvalue $\lambda_0 = 0.943, \tilde{L}(a_0) = 0.984$

$$\lambda_0 = (-4\pi) \cdot 0.992 \text{ and } \omega_0 = 0.244 - \text{gabarito } f_0 = 0.256$$

$$\frac{1}{\cos(\pi/2)} m_0(1/2) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0.943\right) = 0.089$$

$$F(a_0) = 0.374 \cdot 10^{-3} - \text{remover}$$

Date.

Morez Pigeon que wires

Pazumun CP con. cosonum no $\cos(2\pi n x)$ na $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

$$m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g_L(x-x') m(x') dx', \quad m(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} a_n \cos(2\pi n x)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} a_n \cos(2\pi n x) = \int_{-1/2}^{1/2} g_L(x-x') \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n'}{2} a_n' \cos(2\pi n' x') dx' = |x-x'| =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n' a_n'}{2} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} g_L(z) \cos 2\pi n' (z+x) dz = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n'}{2} a_n' \cdot$$

$$\int_{-1/2-x}^{1/2-x} \cos(2\pi n' (x+z)) \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\epsilon_v}{2} A_v \cos(\pi v z) dz = \sum_{n',v} \frac{\epsilon_n' \epsilon_v}{2} a_n' A_v \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \cos 2\pi n' (x+z) \cos \pi v z dz$$

$$= \sum_{n',v} \left(\frac{1}{2} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \left[\cos \{ 2\pi n' x + \pi (2n'+v) z \} + \cos \{ 2\pi n' x + \pi (2n'-v) z \} \right] dz \right)$$

$$= \sum_{n',v} \frac{1}{4} \epsilon_n' \epsilon_v a_n' A_v \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sin \{ 2\pi n' x + \pi (2n'+v) z \}}{(2n'+v)} + \frac{\sin \{ 2\pi n' x + \pi (2n'-v) z \}}{(2n'-v)} \right]_{-1/2-x}^{1/2-x}$$

$$= \frac{1}{8\pi} \sum_{n',v} \epsilon_n' \epsilon_v a_n' A_v \left[\frac{1}{(2n'+v)} \left[\sin \{ \pi n' + \pi v (1/2-x) \} - \sin \{ -\pi n' - \pi v (1/2+x) \} \right] \right.$$

$$+ \left. \frac{1}{(2n'-v)} \left[\sin \{ \pi n' - \pi v (1/2-x) \} - \sin \{ -\pi n' + \pi v (1/2+x) \} \right] \right] =$$

$$= \frac{1}{8\pi} \sum_{n',v} (-1)^n \left[\frac{1}{(2n'+v)} \left[(-1)^{n'} \sin \pi v (1/2-x) + (-1)^{n'} \sin \pi v (1/2+x) \right] + \right.$$

$$+ \left. \frac{1}{(2n'-v)} \left[-(-1)^{n'} \sin \pi v (1/2-x) + (-1)(-1)^{n'} \sin \pi v (1/2+x) \right] \right] =$$

$$= \frac{1}{8\pi} \sum_{n',v} (-1)^{n'} \left[\sin \pi v (1/2-x) + \sin \pi v (1/2+x) \right] \left[\frac{1}{(2n'+v)} - \frac{1}{(2n'-v)} \right] =$$

$$= \frac{1}{8\pi} \sum_{n',v} (-1)^{n'} 2 \sin \frac{1}{2} \pi v \cdot \cos \pi v x \cdot \frac{(-2)v}{(2n'+v)(2n'-v)} = \frac{1}{2\pi} \sum_{n',v} (-1)^{n'+1} \frac{v \sin \frac{1}{2} \pi v}{(2n')^2 - v^2} \cos \pi v x$$

Para $v=2k$ - mesmo $\frac{\sin(\pi k)}{4[n'^2 - k^2]}$ nam $(-1)^{n'+1} \sin \frac{\pi v}{2} = \sin \frac{\pi}{2} (2n'-v)$

$$\Rightarrow \sum_n \frac{\epsilon_n}{2} a_n \cos(2\pi n x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n',v} \epsilon_n' \epsilon_v a_n' A_v \frac{v \sin \frac{\pi}{2} (2n'-v)}{(2n')^2 - v^2} \cos(\pi v x)$$

$$\frac{\sin \frac{\pi}{2} (2n'-v)}{(2n'-v)} = \begin{cases} \pi/2, & v=2n \\ 0, & v=2k, k \neq n \\ -\frac{(-1)^{n-k}}{(2n-v)}, & v=2k+1 \end{cases}$$

meu c $\cos \pi (2k+1)x$ na
wiregenos cupaba - 77777777

не поше $g_L(x, x')$ заменить
интеграл по x и x'
на сумму по n и n' ?

data. $g_L(x, x') = \sum_{nn'} A_{nn'} \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x')$ ср. 9/IV

$\int_{-1/2}^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} a_n \cos 2\pi nx = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \sum_{n'} A_{nn'} \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x') \sum_{n'} \frac{\epsilon_{n'}}{2} a_{n'} \cos 2\pi n'x' =$
 $= \sum_{nn'} A_{nn'} \frac{\epsilon_{n'}}{2} a_{n'} \cos(2\pi nx) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \cos(2\pi n'x') \cos(2\pi n'x') = \sum_{nn'} A_{nn'} \frac{\epsilon_{n'}}{2} a_{n'} \cos(2\pi nx) \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{2\pi}{\epsilon_{n'}} \delta_{nn'}$

$\frac{1}{\epsilon_n} \delta_{nn'} = \frac{1}{2} \sum_{nn'} A_{nn'} a_{n'} \cos(2\pi nx) = \frac{1}{2} \sum_{nn'} A_{nn'} a_{n'} \cos(2\pi nx)$

$\int_{-1/2}^{1/2} \sum_n \frac{\epsilon_n}{2} a_n \cos 2\pi nx = \int_{-1/2}^{1/2} \sum_n \frac{\epsilon_n}{2} a_n \cos 2\pi nx = \frac{1}{2} \sum_{nn'} A_{nn'} a_{n'} \cos(2\pi nx) \Rightarrow \int_{-1/2}^{1/2} a_n = \sum_{n'} \frac{1}{\epsilon_n} A_{nn'} a_{n'}$

найдем гр. на $\mathbb{C}P, \mathbb{C}3$ где $B_{nn'} = \frac{1}{\epsilon_n} A_{nn'}$

$\int_{-1/2}^{1/2} dx dx' g_L(x, x') \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x') = \sum_{nn'} A_{nn'} \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x')$

$\int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x') = \sum_{nn'} A_{nn'} \frac{1}{\epsilon_n} \delta_{nn'} \frac{1}{\epsilon_{n'}} \delta_{nn'} = A_{nn'} \frac{1}{\epsilon_n \epsilon_{n'}}$

$\int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x') = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} dz [\cos 2\pi(n-n')z + \cos 2\pi(n+n')z] =$

$= \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sin 2\pi(n-n')z}{(n-n')} + \frac{\sin 2\pi(n+n')z}{(n+n')} \right]_{-1/2}^{1/2} = \frac{1}{\epsilon_n} \delta_{nn'}, \epsilon_n = 2 - \delta_{n0}$

найдём $A_{nn'} = \epsilon_n \epsilon_{n'} \int_{-1/2}^{1/2} dx dx' g_L(x, x') \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x')$, $n, n' = 0, 1, 2, \dots$

$\Rightarrow B_{nn'} = \frac{1}{\epsilon_n} A_{nn'} = \epsilon_{n'} \int_{-1/2}^{1/2} dx dx' g_L(x, x') \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x')$

$\sum_{n'} (B_{nn'} - \delta_{nn'}) a_{n'} = 0$ или $\hat{B} \vec{a} = \vec{a}$, $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \end{pmatrix}$, $(\hat{B})_{nn'} = B_{nn'}$

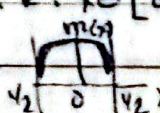
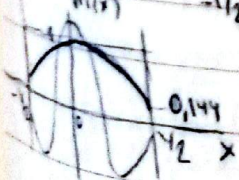
$B_{nn'} = \epsilon_{n'} \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} dz g_L(z) \cos(2\pi nx) \cos[2\pi n'(z+x)] =$

$= \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(2\pi nx) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g_L(z) [\cos 2\pi n'z \cdot \cos 2\pi n'x - \sin 2\pi n'z \cdot \sin 2\pi n'x] =$

матрица $N=30$ - число степеней свободы в регрессии.
 Найдем где минимизируется норма $x \in [-1/2, 1/2]$

$\approx \cos(\pi x) \in \omega_1^c = 0,252$ и $\approx \cos(3\pi x) \in \omega_3^c = 0,307$
 Там же $N=100$ соответствующий результат.
 В асимпт. $x \in [0, 1]$ или $\cos \pi x \approx \sin(\pi x)$ и $\approx \sin(3\pi x)$.

Анализ на основе метода $\int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(2\pi nx) \cos(2\pi n'x') = \delta_{nn'}$ с $\omega_0^c \approx 0,263$ как в методе интерполяции $\frac{1}{N}$
 Аналогично, что нормированный $\mathbb{C}P$ $\delta_{nn'} \approx \sin(2\pi x), \sin(4\pi x)$ - корр. в $[0, 1]$.



Date. 06.04.

Nonproblem trial function $u_0(x) = \sin(2\pi bx)$ - 3-й шаг

I метод. b^* из $\max \tilde{L}(b)$: $b_0 = 0,921$, $\tilde{L}(b_0) = 0,942$,
 $(-\frac{1}{4\pi})\lambda = 0,971$ и $\omega_2^S = 0,282$ - безубыточна, всего мен. $\delta_1 = 0,266$.

II метод минимизации невязки дает $b_0 = 0,942$,

$\tilde{L}(b_0) = 0,943$; $(-\frac{1}{4\pi})\lambda = 0,972$ и расщеп $\omega_2^S = 0,281$.

Используем эту trial function в качестве застрахованной
 итерации. После 2-х итераций получим

x	0	0,05	0,10	15	20	25	30	35	40	45	0,48	0,50	-
u(x)	0	0,258	494	688	819	880	865	775	619	412	264	0,134	

Расщеп $\omega_2^S = 0,281$, $\tilde{L} = 0,944$; $\lambda(-\frac{1}{4\pi}) = 0,972$.

т.е. итерации некого изменения застраховано φ .

$m_0(x) = \sin(2\pi \cdot 0,942 \cdot x)$, но не изменяется расщеп $\omega_2^S = 0,281$.

Note, что эта ω_2^S заметно больше $\omega_2^S = 0,269$, расщеп - 31/III
 на застрахованной $\sin(2\pi x)$.

Но с trial function $m_0 \approx 1$ можно ввести fitting parameters
 a, b как где $\cos(\pi ax)$, $\sin(2\pi bx)$, нуль.

Boundary Conditions

6/IV граничные условия с учетом нормализации

$$\text{Ур. 1.1. } \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} + \vec{M} \times \vec{H}_{\text{ef}} = 0, \quad \vec{H}_{\text{ef}} = \alpha \nabla^2 \vec{M} + \vec{H}_d + \vec{H}$$

Будем считать, что $\vec{H}_d(\vec{r})$ - намагниченность имеет поверхность.

$$\varphi(\vec{r}) = -\text{div} \int \frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3\vec{r}' = - \int \frac{\text{div} \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' + \oint_S \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS', \quad \vec{r}' \in S$$

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = -\nabla \varphi(\vec{r}) = \nabla_{\vec{r}} \int \frac{\text{div} \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3\vec{r}' - \nabla_{\vec{r}} \oint_S \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS'$$

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 = 0 \quad \vec{I}_1 = \int_V \alpha \vec{M} \times \nabla^2 \vec{M} dV = - \int_V \alpha \vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial n} dS = - \alpha \oint_S \vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial n}$$

$$\vec{I}_2 = \int_V \vec{M} \times \vec{H}_d = \int_V \vec{M} \times \left[- \oint_S \frac{\partial \vec{M}}{\partial n} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS' - \oint_S \vec{M}(\vec{r}') \nabla_{\vec{r}} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS' \right] =$$

Date:

$$\vec{I}_1 = \frac{1}{c} \oint \vec{E} \times \vec{r} dV = -\vec{M}(\vec{r}) \times \int_V dV \left[\int_V d^3r' \rho(r') \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) + \int_S dS' \sigma(r') \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) \right]$$

$$\int_V dV \nabla \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) = \int_S dS \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \vec{n} \approx S_E \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \vec{n}$$

$$\vec{I}_2 = -\vec{M}(\vec{r}) \times \left[\int_{\vec{r}' \in V, \vec{r}' \in S_E} d^3r' \rho(r') \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int_{\vec{r}' \in S, \vec{r}' \in S_E} dS' \sigma(r') \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right] S_E \vec{n} \approx$$

$\vec{r}' \in S, \vec{r}' \in S_E$ — $\vec{r}'$ на поверхности S и S_E

$$\approx -S_E \vec{M} \times \vec{n} \left[\int dS' \frac{\sigma(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right]$$

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 = -dS_E \vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial n} - S_E \vec{M} \times \vec{n} \int dS' \frac{\sigma(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 0, \quad \sigma(r') = \vec{n}' \cdot \vec{M}(r')$$

$$-d\vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial n} - \vec{M} \times \vec{n} \int dS' \frac{\sigma(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 0 \quad \text{в точке поверхности } \vec{r}' \in S.$$

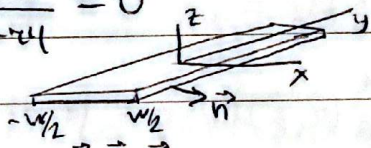
linear function $\vec{M}(\vec{r}) = \vec{M}_0 + \vec{m}(\vec{r}, t)$ где $\frac{\partial \vec{M}}{\partial n} = \frac{\partial \vec{m}}{\partial n}$

$$d(\vec{M}_0 + \vec{m}) \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} + (\vec{M}_0 + \vec{m}) \times \vec{n} \int dS' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \vec{n}' \cdot [\vec{M}_0 + \vec{m}(r')] = 0$$

$$\vec{m}: d\vec{M}_0 \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} + (\vec{M}_0 \times \vec{n}) \int dS' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \vec{n}' \cdot \vec{m}(r') + (\vec{m} \times \vec{n}) \int dS' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \vec{n}' \cdot \vec{M}_0 = 0$$

$$\vec{M}_0: (\vec{M}_0 \times \vec{n}) \int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{M}_0}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 0$$

Two wires system



$$\vec{M}_0 = (0, M_y^0, 0)$$

$$\vec{m} = (m_x, 0, m_z)$$

р.у.и. $\vec{r}' \in \text{поверх.}$
 $x \in \pm \frac{w}{2}$

$$\vec{M}_0 \times \vec{m} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & M_y^0 & 0 \\ m_x & 0 & m_z \end{vmatrix} = \vec{i} M_y^0 m_z - \vec{k} M_y^0 m_x$$

$$\vec{m} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ m_x & 0 & 0 \\ n_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{j} n_x m_z, \quad \vec{M}_0 \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & M_y^0 & 0 \\ n_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\vec{k} M_y^0 n_x$$

$$\vec{i}: dM_0 \frac{\partial m_z}{\partial n} = 0 \quad \vec{j}: -n_x m_z \int dS' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} (\vec{n}' \cdot \vec{M}_0) = 0$$

$$\vec{k}: -dM_0 \frac{\partial m_x}{\partial x} - M_0 n_x \int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 0, \quad \vec{n}' \cdot \vec{m} = n'_x m_x + n'_z m_z$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial n} = 0, \quad m_z = 0, \quad d \frac{\partial m_x}{\partial x} + n_x \int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 0$$

Еще одна нер. в пар. системе две wires при $x = \pm \frac{w}{2}$: $m_z(\pm \frac{w}{2}) = 0$

$$\int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 0, \quad \int dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int_{S: z=0} dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int_{S: x=\pm \frac{w}{2}} dS' \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} =$$

$$= \int_{z=0} dx dy \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int_{x=\pm \frac{w}{2}} dy dz \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \pm \int_{z=0} dx dy \frac{m_z(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + (\pm 1) \int_{x=\pm \frac{w}{2}} dy dz \frac{m_x(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 0$$

Date: . . .

Вспомогательная поверхность:



$$\vec{n}(r) = \begin{cases} \vec{n}_0 & \text{для } xyS \\ -\vec{n}_0 & \text{для } xyS \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{I}_2 &= \int_V dV \vec{M}(r) \times \vec{H}_d(r) \approx \vec{M}(r) \times \int_V dV \vec{H}_d(r) = -\vec{M}(r) \times \int_V dV \nabla_z \varphi(r) = \\ &= -\vec{M}(r) \times \oint_{S_E} dS \varphi(r) \vec{n} = -\vec{M}(r) \times \left[\int_{S^+} dS \varphi(r) \vec{n}_0 - \int_{S^-} dS \varphi(r) \vec{n}_0 + \int_{S_{бок}} dS \varphi(r) \vec{n} \right] \\ &= -\vec{M}(r) \times \vec{n}_0 \left[\int_{S^+} dS \varphi(r) - \int_{S^-} dS \varphi(r) \right] = -\vec{M}(r) \times \vec{n}_0 [\varphi_+ - \varphi_-] S_E \end{aligned}$$

Но на поверхности $S_{бок}$ непрерывность $\varphi(r)$ на поверхности S и $\varphi_+ = \varphi_-$,

$$\Rightarrow \vec{I}_2 = 0. \text{ Вспомогательная } S_{бок}: \int_{S_{бок}} dS \varphi(r) \vec{n} \approx \varphi(r) \vec{n} S_{бок} \approx \varphi \vec{n} (2d \cdot 2\pi R) =$$

Умножаем:

$$\vec{I}_2 = \vec{M}(r) \times \int_V dV \vec{H}_d(r) = \vec{M} \times S_E \int_{-d}^d dz \vec{H}_d(z), \text{ } z \text{ координата } \parallel \vec{n}_0.$$

$$\int_{-d}^d dz \vec{H}_d(z) = - \int_{-d}^d dz \nabla_z \varphi(r) \cdot \vec{n}_0 = - \int_{-d}^d dz \frac{\partial \varphi}{\partial z} = - [\varphi_+ - \varphi_-] = 0$$

$$\int_{-d}^d dz H_d^{y,z}(z) = - \int_{-d}^d dz \frac{\partial \varphi(z)}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} \int_{-d}^d dz \varphi(z)$$

$$\begin{aligned} \int_V dV H_d^\alpha(r) &= \int_{-d}^d dz \int_{-d}^d dy \int_{-d}^d dz H_d^\alpha(x+z, y+y, z+z) = S_E \int_{-d}^d dz \langle H_d^\alpha(x+z, y+y, z+z) \rangle_{y,z} = \\ &= S_E \int_{-d}^d dz \bar{H}_d^\alpha(z, \vec{r}) \\ \langle H_d^\alpha \rangle_{y,z} &= \frac{1}{S_E} \int_{-d}^d dy \int_{-d}^d dz H_d^\alpha(z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{S_E} \int_{-d}^d dy \int_{-d}^d dz \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \int_V dV H_d^z(\vec{r}, \vec{z}) = - \int_{-d}^d dy \int_{-d}^d dz \int_{-d}^d dz \frac{\partial \varphi}{\partial z} = - \int_{-d}^d dy \int_{-d}^d dz [\varphi(+0) - \varphi(-0)] =$$

$$\text{Но } \int_V dV H_d^y(\vec{r}, \vec{z}) = - \int_{-d}^d dz \int_{-d}^d dz \int_{-d}^d dy \frac{\partial \varphi}{\partial y} = - \int_{-d}^d dz \int_{-d}^d dz [\varphi_+ - \varphi_-] = 0. \text{ Вспомогательная } S_{бок}$$

т.е. $\int_V dV H_d^{y,z} = 0$ в силу непрерывности $\varphi(r)$ вдоль S -поверхности.

$\int_V dV H_d^z = 0$ в силу $\varphi(z=+0) - \varphi(z=-0) = 0$ непрерывности $\varphi(r)$ вдоль нормали $\vec{n}_0$ к S .

→ Сл. из $\varphi(r) = \int_V \frac{\rho(r')}{|r-r'|} dV' + \oint_S \frac{\sigma(r')}{|r-r'|} dS'$ - равенство обобщенных зарядов гравитационной силы и непрерывности $\varphi(r)$ на S .

Это дает вид в упр. условием совп. энергет. экв. гравит. экв. $\delta(z)$ - гравит. экв. с координатой $z \parallel \vec{n}_0$ нормаль к S .

Тогда тогда $\int_{-d}^d F(z) dz = \text{const}$, иначе $\int_{-d}^d dz F(z) \approx \bar{F} \cdot d \rightarrow 0$.

т.е. при разрыве в л.ч. и п.ч. уравнение непрерывности не приводит к гранич. условиям.

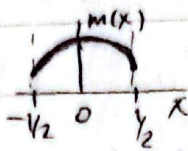
$$\left(\begin{array}{l} \text{Все расчеты по } \lambda(x) = \begin{cases} \lambda(x) \\ \lambda(x) \end{cases} \\ \text{т.е. } \lambda \text{ либо все не зависит от } x. \end{array} \right)$$

date. 07. 04.

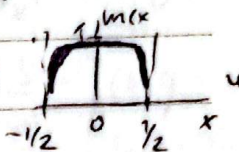
Выводы и предположения по SW-wires:

1) Измен. расчеты CF, C3 wires (метод гипергеометрич. инт. гр. 2-3/10) дают CF, и метод разложения в ряд Фурье инт. гр. 5/10) дают CF, близкие к $\sin(\pi x)$, $x \in [0, 1]$ (т.е. $\cos(\pi x)$ - и-незав. при $x \in [1/2, 1/2]$)
из-за граничных условий. и не дают рез. $m_0(x) \approx 1$.

2) Первая SW мода - это $m(x) \approx \cos(\pi x)$ с $\omega_1^S = 0,245$.
Она получена методом Рунге из $\cos(\pi x)$ и 2-х итерационных циклов.



3) За вторую моду углов конкуренция $m_0(x) \approx 1$ с $\sin(2\pi x)$. За $m_0(x) \approx 1$ моду ее расчет $\omega_0^S = 0,263$ ее нет в числ. расчете 4.
Близкие к экв. f_1 , и против - $\sin(2\pi x)$ и $\cos(2\pi x)$ (против $m_0(x) \approx 1$ - она не противоречит $\cos(\pi x)$).
итерации она превращается в $\cos(2\pi x)$. За $\sin(2\pi x)$ моду ее естественное увеличение в числ. расчетах, против - ее расчет после квант. в методе Рунге и 2-х итераций $\omega_2^S = 0,281$ заметно $> f_1$.
Note: Число заправки $= \sin(2\pi x)$ после 2-х итер. дает $\omega_2^S = 0,269$ (3/10).



→ Измен. более точный расчет $m_0(x) \approx 1$ и $\sin(2\pi x)$ мод. - см. 11/10

Связь по старым SW-PRB, Rect.dots-PRL и SW-wires;

- 1) по PRL - численно и теоретически Fax Cialini и работа с числ. расчетами и измерениями
- 2) по PRB - пересчет Table 1 - Rect.dots на $\sin(\pi x)$, в смысле $m_{nn}(x, y) = M_s \sin(\pi m x) \cos(\pi n y)$ с $n=0$ (см. 1/1002)
- 3) Замена draft новых старых SW-wires, CF, C3 и всех новых уравн. условия. (объяснение экв. Hillebrands and cherif.)
- 4) Замена старых $\Phi, C3$ wires (первых 2-3х) один из численных (Фурье, гипергеометрич. инт. гр., Рунге) или аналитических методов.

Date. 08.04.

Нормальная форма гур. ур., соответ.
1-инт. ур. гур. сф. ур.

Алгебра $g(x, x') = \frac{p}{\pi} \frac{1}{(x-x')^2 + p^2}$. Можно ли замкнуть уравнение
нр. - уравнение гур. $g(x, 0) = \frac{p}{\pi} \frac{1}{x^2 + p^2}$?

$$\mathcal{L}(y) = \frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{dy}{dx} \right] + q(x) y(x), \quad \mathcal{L}[g(x, 0)] = -\delta(x)$$

Если $x \neq 0$, то гур. $\mathcal{L}[g(x)] = 0$.

$$\mathcal{L}[g(x)] = p(x) \frac{d^2 g}{dx^2} + p'(x) \frac{dg}{dx} + q(x) g(x) = 0$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + p^2}, \quad g'(x) = -\frac{2x}{(x^2 + p^2)^2}, \quad g''(x) = -\frac{2}{(x^2 + p^2)^2} + \frac{8x^2}{(x^2 + p^2)^3}$$

$$p(x) \left[-\frac{2}{(x^2 + p^2)^2} + \frac{8x^2}{(x^2 + p^2)^3} \right] + p'(x) \frac{(-2x)}{(x^2 + p^2)^2} + q(x) \frac{1}{x^2 + p^2} = 0$$

Дел. $p(x) = \frac{p'(x)}{p(x)}$, $Q(x) = \frac{q(x)}{p(x)}$, тогда нр. нр.

$$p(x) = \frac{1}{x}, \quad Q(x) = 4 \frac{p^2 - x^2}{(p^2 + x^2)^2} \text{ уравнение возр. нр. } x^2 \text{ и } x^0.$$

$$\frac{p'(x)}{p(x)} = \frac{1}{x}, \quad \frac{dp}{p} = \frac{dx}{x}, \quad p(x) = Cx, \quad q(x) = p(x) Q(x) = Cx \cdot 4 \frac{p^2 - x^2}{(x^2 + p^2)^2},$$

Можно $C=1$ в нр. уравнении ур. $\mathcal{L}(g) = 0$

$$\mathcal{L}[g(x)] = x g''(x) + g'(x) + 4x \frac{(p^2 - x^2)}{(p^2 + x^2)^2} g(x) = 0.$$

Уравнение уравнения гур. $p(x)$.

Если $g(x, x')$ - ФГ гур. ур. $\mathcal{L}_x[g(x, x')] = -\delta(x - x')$, то

$$\frac{dg(x, x')}{dx} \Big|_{x \rightarrow x'+0} - \frac{dg(x, x')}{dx} \Big|_{x \rightarrow x'-0} = -\frac{1}{p(x')}$$

$$g(x, x') = \frac{1}{|x - x'|^2 + p^2}, \quad \frac{d}{dx} g(x, x') = -\frac{1}{[(x - x')^2 + p^2]^2} \frac{d}{dx} |x - x'|^2 =$$

$$= -\frac{2|x - x'| \cdot \text{sign}(x - x')}{[(x - x')^2 + p^2]^2}; \quad \frac{dg(x, x')}{dx} \Big|_{x \rightarrow x'+\epsilon} = -\frac{2\epsilon \cdot 1}{[\epsilon^2 + p^2]^2}$$

$$\frac{dg(x, x')}{dx} \Big|_{x \rightarrow x'-\epsilon} = -\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (-1)}{[\epsilon^2 + p^2]^2}, \quad \left(\frac{dg}{dx} \right)_{x \rightarrow x'+\epsilon} - \left(\frac{dg}{dx} \right)_{x \rightarrow x'-\epsilon} = -\frac{4\epsilon}{[\epsilon^2 + p^2]^2} \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} 0$$

$$\text{Но } -\frac{1}{p(x')} = -\frac{1}{x'}, \quad \text{и } \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\frac{dg}{dx} \Big|_{x \rightarrow x'+\epsilon} - \frac{dg}{dx} \Big|_{x \rightarrow x'-\epsilon} \right] \neq -\frac{1}{x'} - ?$$

Гранич. ФГ гур. ур. нр. $G(x, x') = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} u(x) v(x'), & a < x < x' \\ -\frac{1}{\pi} u(x') v(x), & x' < x < b \end{cases}$

где $u(x)$ гур. ур. гур. ур. нр. $x = a$

а $v(x)$ гур. ур. гур. ур. нр. $x = b$.

200. $G(x, x')$ Green's function. $y(x) = \lambda \int_a^b dx' G(x, x') f(x') y(x')$ и $L[y(x)] + \lambda p(x) y(x) = 0$

интегрируемое. А именно Green's function. $L_x G(x, x') = -\delta(x-x')$.
 инт. гр. на Φ -w. λ и $u(x)$. Тогда $L_x G(x, x') = -\delta(x-x')$.
 $f(x) = \frac{1}{(x-x')^2 + p^2}$ - имеет непрерывную $\frac{dg}{dx}$ в точке $x=x'$.

$L[y(x)] = \frac{d}{dx} [p(x) y(x)] + q(x) y(x) = 0$ - если $\lambda=0$ и гр. Бесселя
 или $p=0$.

Если $p=0$ $\frac{1}{x} L(y(x)) = y''(x) + \frac{1}{x} y'(x) - \frac{4}{x^2} y(x) = 0$.

то $L[y_n(x)] = -\lambda_n x y_n(x)$, $y_n'' + \frac{1}{x} y_n' + [\lambda_n - \frac{4}{x^2}] y_n(x) = 0$,
 то $y_n(x) = J_2(\sqrt{\lambda_n} x)$ (!) $y_n(\pm \frac{1}{2}) = J_2(\sqrt{\lambda_n} \frac{1}{2}) = C_n$
 тогда λ_n - собственные значения.

Если $x \in [0, 1]$ тогда $\sqrt{x} J_2(2\lambda_n x) = u_n(x)$ - ортогоналы на $x \in [0, 1]$.
 Если $x \in [-1/2, 1/2]$ и Φ -гр., $J_2(\lambda_{2n}) = 0$

и $\sqrt{x} J_2(\lambda_{2n} 2x) = u_n(x)$ тогда λ_{2n} корни
 уравнения $J_2'(x) + 2 J_2(x) = 0, x=1/2$.

Если $\lambda \in [0, \infty)$: $L(y) = \frac{d}{dx} [p(x) y] + q(x) y = -f(x)$ - неоднородное гр. и.л.,
 то $G(x, x')$ Green's function. $L_x G(x, x') = -\delta(x-x')$

- 1) $G(x, x')$ Green's function. $L_x G(x, x') = 0$ если $x \neq x'$
- 2) $G(x, x')$ Green's function. гр. условия по x $\left\{ \begin{aligned} \cos \alpha G(a, x') + \sin \alpha G'_x(a, x') &= 0 \\ \cos \beta G(b, x') + \sin \beta G'_x(b, x') &= 0 \end{aligned} \right\}$
- 3) $G(x, x')$ непрерывна если $x = x'$

4) $\frac{\partial G(x, x')}{\partial x} \Big|_{x=x'+\epsilon} - \frac{\partial G(x, x')}{\partial x} \Big|_{x=x'-\epsilon} = -\frac{1}{p(x')}$

5) $G(x, x') = G(x', x)$ сим. гр. $x \geq x'$. и тогда $y(x) = \int_a^b dx' G(x, x') f(x')$

$f(x, x') = \frac{1}{(x-x')^2 + p^2}$ и $\frac{dg}{dx} = -\frac{2(x-x')}{[\Delta^2 + p^2]^2}$, $g'' = -\frac{2}{[\Delta^2 + p^2]^2} + \frac{8(x-x')^2}{[\Delta^2 + p^2]^3}$

тогда $(x-x') g''(x, x') + g'_x(x, x') + 4(x-x') \frac{[p^2 - (x-x')^2]}{[(x-x')^2 + p^2]^2} g(x, x') = 0$,

из которого λ зависит от x' и λ не может быть. как гр. и.л. и гр. 2), 4) не выполн.
 уравнение и.л. где инт. гр. и λ гр. $G(x, x')$ неизвестно.

Date. . .

Монотонно убывающая а.б. условие 4). Если для $g(x, x') = \frac{1}{(x-x')^2 + p^2}$
 а.б. ФГ для некоторого гур. гр. м.-п., $\neq 0$
 $\Delta g'_x = g'_x(x'+\epsilon, x') - g'_x(x'-\epsilon, x') = -\frac{1}{p(x')}\Delta g'_x = 0 \Rightarrow p(x') = \infty$ - невозможна
 и гур. гр. 2-го порядка (т.е. м.-п.) невозможна, так как $\lambda_m(x) = \int_a^b g(x, x')^m dx$
 не существует, и не определено, без гур. гр. невозможна
 гур. гр. ω -порядка для ФГ $m_n(x)$. Тогда для ФГ для
 гур. гр. м.-п. выполняется гур. гр. 2-го порядка $L\{y_n(x)\} = -\lambda_n y_n(x)$

I. Stieltjes Green's Functions

Урав $\lambda u(x) = \int_a^b K(x, \xi) u(\xi) d\xi = Ku(x)$.

Итерационная ядро $K_m(x, \xi) = \int_a^b K(x, \xi') K_{m-1}(\xi', \xi) d\xi'$
 (iterated kernel)

Тогда на ФГ $e_n(x)$ $Ke_n = \lambda_n e_n$ и $K^m e_n = \lambda_n^m e_n$
 поэтому $K_m(x, \xi) = \sum_n \lambda_n^m e_n^*(\xi) e_n(x)$.

→ T-на Mercer (Mercer's theorem) :

Если $K(x, \xi)$ есть непрерывная and fall but finite number of
 eigenvalues are of one sign, then

$$K(x, \xi) = \sum_n \lambda_n e_n(x) e_n(\xi) \quad \text{ограничено на } x, \xi \in [a, b]$$

$$\sum_n \lambda_n^m = \int_a^b K_m(x, x) dx, \quad \text{и если } K \text{ is positive operator, то}$$

для любого $C3$ $\lambda_1 \leq \left[\int_a^b dx K_m(x, x) \right]^{1/m}, m = 1, 2, \dots$

Если $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots$, λ_1 - max корень из а.б. value,

$$\text{то } \lambda_1 = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\int_a^b K_m(x, x) dx \right]^{1/m}.$$

У меня $K_1(x, \xi) = K(x, \xi) = g_L(x, \xi) = \frac{p}{\pi} \frac{1}{(x-\xi)^2 + p^2}$

$$J_1 = \int_{-1/2}^{1/2} dx K(x, x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx g(x, x) = \frac{1}{\pi p}, \quad \sum_n \tilde{\lambda}_n = \frac{1}{\pi p} \quad (\lambda_n \rightarrow \tilde{\lambda}_n)$$

$$J_2 = \int_{-1/2}^{1/2} dx K_2(x, x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} dx' K(x, x') K(x', x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L^2(x, x')$$

$$J_3 = \int_{-1/2}^{1/2} dx K_3(x, x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} dx' \int_{-1/2}^{1/2} dx'' K(x, x') K(x', \xi) K(\xi, x)$$

Уравнение $\int_{-\pi}^{\pi} K(\varphi - \varphi') u(\varphi') d\varphi' = \lambda u(\varphi)$ имеет бесконечное количество решений (infinite solutions)

также если $K(x)$ имеет период 2π , т.е. $K(\varphi) = F(\cos \varphi, \sin \varphi)$.

Дата: 09. 04.

Конечно если функционал $R(u) = \frac{\langle Ku, u \rangle}{\|u\|^2}$, то $\lambda_1 = \max R(u)$

3/17

Вернемся к теме. распыл σ_P, σ_B и σ_S до $5/17$ *интеграл*
 С разложением $g_L(x, x')$ а тогда несомненно. Возьм $g_L(x, x')$
 как такую функцию от $(x-x')$, но не от x, x' по отдельности.

$$g_L(x, x') = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\epsilon_n}{2} A_n(x) \cos 2\pi n x' \right] + \sum_{n=1}^{\infty} B_n(x) \sin 2\pi n x'$$

$$A_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m}{2} A_{nm}^c \cos 2\pi m x + \sum_{n=1}^{\infty} A_{nm}^s \sin 2\pi m x, \text{ или}$$

$$g_L(x, x') = g_L(x-x') = g_L(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{\epsilon_n}{2} \cos(2\pi n \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} A_n \cos 2\pi n (x-x')$$

$$\text{Возьмем тогда } g_L(x-x') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{2} A_n \cos 2\pi n (x-x') - ?$$

Условие сим. отн. $x \geq x'$ и $x \rightarrow -x, x' \rightarrow -x$ означают равенство

$$g_L(x, x') = g_L(x-x') = \sum_{nn'} A_{nn'}^c \cos(2\pi n x) \cos(2\pi n' x') + \sum_{nn'} A_{nn'}^s \sin(2\pi n x) \sin(2\pi n' x') \quad x, x' \in [-1/2, 1/2] \quad (*)$$

$$\text{С другой стороны } g_L(\xi) = \sum_{\nu=0}^{\infty} A_{\nu} \cos(2\pi \nu \xi), \quad \xi \in [-1, 1]$$

$$\rightarrow A_{nn'}^c = \epsilon_n \epsilon_{n'} \int_{-1/2}^{1/2} dx dx' g_L(x, x') \cos(2\pi n x) \cos(2\pi n' x'), \quad \epsilon_n = \begin{cases} 1, n=0 \\ 2, n>0 \end{cases}$$

$$\int dx dx' g_L(x, x') \sin(2\pi n x) \sin(2\pi n' x') = \sum_{nn'} A_{nn'}^s \int_{-1/2}^{1/2} dx \sin(2\pi n x) \sin(2\pi n' x) \times$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' \sin(2\pi n' x') \sin(2\pi \nu' x') = \frac{1}{4} \sum_{nn'} A_{nn'}^s \delta_{nn'} \delta_{n'\nu'} \quad (\frac{1}{2}) \delta_{nn'} \quad \frac{1}{4} A_{\nu\nu'}^s$$

$$\rightarrow A_{nn'}^s = 4 \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L(x, x') \sin(2\pi n x) \sin(2\pi n' x')$$

$$\text{След. } \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(2\pi n x) \cos(2\pi n' x) = \frac{1}{\epsilon_n} \delta_{nn'}, \quad \int_{-1/2}^{1/2} dx \sin(2\pi n x) \sin(2\pi n' x) = \frac{1}{2} \delta_{nn'}$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx \cos(2\pi n x) \sin(2\pi n' x) = 0 \quad \forall n, n' - \text{целые.}$$

Возьмем тогда $g_L(x, x')$ как (*), но еще разложение от $x, m(x)$
 как $\cos(2\pi n x)$ как $5/17$ *интеграл* σ_P, σ_B и σ_S до $5/17$ *интеграл* σ_P, σ_B и σ_S до $5/17$ *интеграл*

$$\begin{aligned} \text{С другой стороны } g_L(x, x') &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(2\pi n x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \sum_{nn'} A_{nn'}^s \sin(2\pi n x) \sin(2\pi n' x') \\ \times \sum_{n'} B_{n'} \sin(2\pi n' x') &= \sum_{\nu\nu'} A_{\nu\nu'}^s B_{\nu'} \sin(2\pi \nu x) \frac{1}{2} \delta_{\nu\nu'} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\nu} A_{\nu\nu}^s B_{\nu} \sin(2\pi \nu x) \end{aligned}$$

$$P_{N+1}(x) = x, \quad P_{N+1}(x) = \frac{1}{N+1} [(N+1)x P_N(x) - N P_{N-1}(x)]$$

$$P_{N+1}(x_k) = -\frac{N}{N+1} P_{N-1}(x_k) \quad \text{и} \quad A_k = \frac{(1-x_k^2)}{N^2 P_{N-1}^2(x_k)} \quad \text{де } x_k = \cos \theta_k$$

$$P_{N+1}(x) = 2x P_N(x) - P_{N-1}(x) = \frac{1}{(N+1)} [x P_{N+1}(x) - P_{N-1}(x)]$$

то \$A_k\$ — значения \$\forall N\$ не зависят, поэтому без учета \$N\$ можно найти (как корни \$x_k\$) нули \$P_N(x)\$.

$$\text{Итак, для } x_m^{(N)} = 1 - \frac{1}{2N^2} (d_m)^2 \left[1 - \frac{1}{N} + O\left(\frac{1}{N^2}\right) \right], \quad \text{где } J_0(x) = 0.$$

$$\text{где } d_m = \frac{x(4m-1)}{4(4m-1)} = \frac{1}{2\pi(4m-1)} = \frac{31}{6\pi^3(4m-1)^3} + \frac{311}{15\pi^5(4m-1)^5} + \dots, \quad m=1, 2, \dots, N$$

с помощью \$J_0\$-функции \$J_m\$, где \$m=1\$ (для удобства).

$$\text{где } \theta_m^{(N)} = \arccos x_{N-m+1} \quad (0 < \theta_1 < \dots < \theta_N < \pi), \quad \text{и}$$

$$\theta_m^{(N)} = \frac{4m-1}{4N+2} \pi + \frac{1}{8N^2} \ln \left(\frac{4m-1}{4N+2} \right) + O\left(\frac{1}{N^3}\right), \quad x_k = \cos \theta_{N-k+1}.$$

Итак, корни \$x_k\$ являются нулями \$P_N(x)\$.

Но если рассмотреть корни \$x_k \approx 0\$.

$$\text{Значит, для корней на } x_m^{(N)} = 1 - \frac{4\beta_m}{2N+1+\beta_m}, \quad \text{где}$$

$$\beta_m = \frac{(d_m)^2}{(4N+2)} \left[1 + \frac{(d_m-2)^2}{42(2N+1)^2} \right] + O(1/N^5), \quad \text{где } J_0(x) = 0.$$

Корни \$P_N(x) = 0\$ зависят от \$N\$ и \$m\$ — значения \$N\$ и \$m\$.

$$\text{Значит, } A_k = \frac{1}{P_{N-1}^2(x_k)} \quad \text{или } A_k = \frac{1}{P_{N-1}^2(x_k)} \quad \text{или } A_k = \frac{1}{P_{N-1}^2(x_k)}$$

то \$x_k\$ — корни \$P_N(x) = 0\$ — значения, определяющие корни \$P_{N-1}(x) = 0\$. Иными словами, \$P_N(x)\$ — корни \$P_{N-1}(x) = 0\$.

$$P_N(\cos \theta) = \left(\frac{2}{\pi N \sin \theta} \right)^{1/2} \cos \left[(N+1/2)\theta - \frac{\pi}{4} \right] + O\left(\frac{1}{N^{3/2}}\right), \quad N \gg 1$$

где \$P_{N-1}(x_k)\$.

$$\text{Таким образом, корни } A_k \text{ имеют } \sum_{k=1}^N A_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{1}{P_{N-1}^2(x_k)} = 1.$$

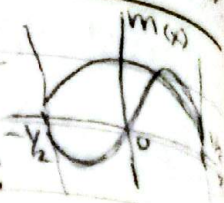
Date. 12.04.

Метод гравитационного
(Возбужден процесс $x_k = \frac{k}{N} - \frac{1}{2}$, $A_k = \frac{1}{N+1}$, $k = 0, 1, 2, \dots, N$)

Три пары с $N=500$ (!) газ гравитационно
eigenfunkt.

Два α и β (или $\cos \pi x$)

$$\frac{m(0.5)}{m(0)} = 0.127, \text{ где } \approx \sin 2\pi x \frac{m(1/2)}{m_{\max}} = 0.189 \cdot \frac{1}{2}$$



Две пары газ: $\omega_0 = 0.254$; $\omega_1 = 0.283$; $\omega_2 = 0.308$; $\omega_3 = 0.329$; $\omega_4 = 0.348$
($\approx \cos \pi x$) ($\approx \sin 2\pi x$) ($\approx \cos 3\pi x$)

Три пары газа орбиты ω и ω_m , а также и экв. Hill-
Demokritov set ($\omega_0 = 0.236$), то может у них M_3 неберно?

Уменьшение M_3 на $\sim 10\%$ газ для некоего ω и ω_m
этого паруса с эквипотенциалом, уменьшив ω_m .

Много еще с экв. (Chen et al. сравнить.

Две пары газы более точно: $\omega_0 = 0.252$; $\omega_1 = 0.282$; $\omega_2 = 0.307$; $\omega_3 = 0.329$; $\omega_4 = 0.348$
($N=360$, ω и ω_m $\approx \cos \pi x$, $\omega_m \approx \sin 2\pi x$)

12/11 Метод Пуассона от 5/12 газ (номе итерации) где ω и ω_m

$$\omega_0 = 0.245 \quad \omega_1 = 0.281$$

($\approx \cos \pi x$) ($\approx \sin 2\pi x$)

Метод Пуассона-пояс газ: $\omega_0 = 0.252$; $\omega_1 = 0.282$; $\omega_2 = 0.307$
($\approx \cos \pi x$) ($\approx \sin 2\pi x$) ($\approx \cos 3\pi x$)

Очевидно, что метод Пуассона и гравитационный (орбиты ω и ω_m , $N=500$)
даны практически совпадением. Задача: метод и $\approx$ орбиты ω и ω_m $m_n(x)$

Формулы паруса ω и ω_m

$$J_1 = \int_{-1/2}^{1/2} dx g_L(x, x) = \frac{1}{\pi p} = \sum_n \tilde{A}_n$$

$$J_2 = \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_L^2(x, x') = p \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g_L^2(z) = \frac{p^2}{\pi^2} \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \frac{1}{(z^2 + p^2)^2} =$$

$$= \left| \frac{z}{p} = u \right| = \frac{p^2}{\pi^2} \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2-x}^{1/2-x} du \cdot p \frac{1}{p^4} \frac{1}{(u^2 + 1)^2} = \frac{1}{\pi^2 p} \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2-x}^{1/2-x} du \frac{1}{(1 + u^2)^2} =$$

$$= \frac{1}{\pi^2 p} \int_{-1/2}^{1/2} dx \left[\frac{1}{2} \frac{u}{1 + u^2} + \frac{1}{2} \arctg u \right]_{(-1/2-x)/p}^{(1/2-x)/p} = \frac{1}{2\pi^2 p} \int_{-1/2}^{1/2} dx \left[\frac{1}{p} \frac{(1/2-x)}{1 + (1/2-x)^2/p^2} + \right.$$

$$\left. + \arctg \frac{1/2-x}{p} + \frac{1}{p} \frac{(1/2+x)}{1 + (1/2+x)^2/p^2} + \arctg \frac{1/2+x}{p} \right] = \left| y = \frac{(1/2-x)/p}{z = (1/2+x)/p} \right| =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2 p} \left[-p \int dy \left[\frac{y}{1 + y^2} + \arctg y \right] + p \int dz \left[\frac{z}{1 + z^2} + \arctg z \right] \right]_{-1/2}^{1/2} =$$

$$= -\frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{1}{2} \ln(1 + y^2) + y \arctg y - \frac{1}{2} \ln(1 + z^2) \right] + \frac{1}{2\pi^2} \left[z \arctg z \right]_{-1/2}^{1/2} =$$

$$= -\frac{1}{2\pi^2} \left[y \arctg y \right]_{-1/2}^{1/2} + \frac{1}{2\pi^2} \left[z \arctg z \right]_{-1/2}^{1/2} = \frac{1}{\pi^2 p} \arctg \frac{1}{p} \approx \frac{1}{\pi^2 p} \left(\frac{\pi}{2} - p \right)$$

note.

сгруппировать $J_2 = \int dx dx' g_L^2(x, x') = \sum_n \tilde{\Lambda}_n^2$

$\tilde{\Lambda}_n = 1 - \frac{p}{2\pi} C_n$, где C_n из $\lambda_n = -4\pi + C_n p$.

$\tilde{\Lambda}_n = 1 - \frac{p}{2\pi} C_n \approx e^{-\frac{p}{2\pi} C_n}$ и $\sum_n \tilde{\Lambda}_n^m = \sum_n \left[e^{-\frac{p}{2\pi} C_n} \right]^m$ можно

аппроксимировать по "n" если предположить что C_n зависит от "n". $n=0, 1, 2, \dots$

Пусть $C_n = a + b n$, $\tilde{\Lambda}_n = e^{-\frac{p}{2\pi} (a + b n)} = e^{-\frac{p}{2\pi} a} \left[e^{-\frac{p}{2\pi} b} \right]^n$, $q = e^{-\frac{p}{2\pi} b}$

$\sum_{n=0} \tilde{\Lambda}_n = e^{-\frac{p}{2\pi} a} \sum_{n=0} q^n = e^{-\frac{p}{2\pi} a} \frac{1}{1-q} = e^{-\frac{p}{2\pi} a} \frac{1}{1 - e^{-\frac{p}{2\pi} b}} = \frac{1}{\pi p} = J_1$

$e^{-\frac{p}{2\pi} a} \pi p = 1 - e^{-\frac{p}{2\pi} b}$, $\pi p \left[1 - \frac{p a}{2\pi} \right] = 1 - \left[1 - \frac{p b}{2\pi} + \left(\frac{p b}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{2} - \dots \right] =$

$= \frac{p b}{2\pi} - \frac{1}{2} \left(\frac{p b}{2\pi} \right)^2$, $p: \pi = \frac{b}{2\pi}$; $p^2: -\frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \frac{b^2}{(2\pi)^2}$

откуда $b = 2\pi^2$, $a = \left(\frac{b}{2\pi} \right)^2 = \pi^2$, т.е. $C_n = \pi^2 + 2\pi^2 n = \pi^2 (1 + 2n)$

$\lambda_n \approx -4\pi + \pi^2 (2n+1) p$ — хорошее аппрок. $\lambda_n = -4\pi + 8(2n+1)p$, $n=0, 1, 2, \dots$ а на самом деле еще 10/11002, из-за гр. гр. для $m_n(x)$.

Итак из λ_n найдем J_2 на основе $J_2 = \int dx dx' g_L^2(x, x')$

$J_2 = \sum_n \tilde{\Lambda}_n^2 = \sum_{n=0} \left[e^{-\frac{p C_n}{2\pi}} \right]^2 = \sum_n e^{-\frac{p}{\pi} C_n} = e^{-\frac{p}{\pi} a} \sum_{n=0} \left[e^{-\frac{p}{\pi} b} \right]^n =$

$= e^{-\frac{p}{\pi} a} \frac{1}{1 - e^{-\frac{p}{\pi} b}} = \frac{1}{\pi^2 p} \left(\frac{\pi}{2} - p \right)$

$\left(1 - \frac{p}{\pi} a \right) \pi^2 p = \left(\frac{\pi}{2} - p \right) (1 - e^{-\frac{p}{\pi} b})$; $\pi^2 (1 - \frac{a}{\pi} p) p = \left(\frac{\pi}{2} - p \right) \left(\frac{b}{\pi} p - \frac{1}{2} \frac{p^2 b^2}{\pi^2} \right)$

$p: \pi^2 = \frac{b}{2}$; $p^2: -\frac{a}{\pi} \pi^2 = -\frac{b}{\pi} - \frac{\pi}{2} \frac{1}{2} \frac{b^2}{\pi^2} = -\frac{b}{\pi} - \frac{\pi}{4} \left(\frac{b}{\pi} \right)^2$

$b = 2\pi^2$, $a = \frac{1}{\pi} \left[\frac{b}{\pi} + \frac{\pi}{4} \left(\frac{b}{\pi} \right)^2 \right] = \frac{1}{\pi} \left[2\pi + \frac{\pi}{4} (2\pi)^2 \right] = \pi^2 + 2$

Итак по условию $b = 2\pi^2$ по формуле, а вот $a = \pi^2 + 2$ немного вышло.

$\tilde{\Lambda}_n = 1 - \frac{\pi}{4} (2n+1) p$ — эти λ_n и частоты дискретиз. распада от 11/12 немного отличаются.

n	0	1	2	3	4
λ_n	0,245	0,277	0,305	0,329	0,351
f_n	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339

Сопоставим расчет по

формуле λ_n расчет с эксп., хотя и не идеальнее, но вполне приемлемое для такой грубой формулы.

$\tilde{\Lambda}_n = 1 - \frac{p}{2\pi} C_n \approx e^{-\frac{p}{2\pi} C_n} = e^{-\frac{p}{2} \pi (2n+1)}$, $\sum_{n=0} \tilde{\Lambda}_n = \sum_{n=0} e^{-\frac{p\pi}{2} (2n+1)} = \frac{1}{2} \operatorname{sech} \left(\frac{p\pi}{2} \right)$

$\sum_{n=0} \tilde{\Lambda}_n = \frac{1}{2} \frac{1}{\operatorname{sh} \left(\frac{\pi p}{2} \right)} \approx \frac{1}{\pi p} = J_1$ ($p \ll 1$)

Date.

→ Конфигурация облучения трансформатора Ренессанс - Черныш'01.
 $H = 550 \text{ кВ}$, $4\pi M_s = 7,8 \text{ кВ}$, $\frac{\delta}{2\pi} = 2,97 \frac{\text{ГГц}}{\text{кВ}}$

$L = 29 \text{ нм}$, $W = 0,5 \mu\text{м}$; $1 \mu\text{м}$; $1,5 \mu\text{м}$.
 $\omega_m = \delta \cdot 4\pi M_s = 2\pi f_m$
 $f_m = \left(\frac{\delta}{2\pi}\right) \cdot 4\pi M_s = 2,97 \frac{\text{ГГц}}{\text{кВ}} \cdot 7,8 \text{ кВ} = 23,166 \text{ ГГц}$

$\frac{\omega_H}{\omega_m} = \frac{\delta H}{\delta 4\pi M_s} = \frac{H}{4\pi M_s} = \frac{0,55 \text{ кВ}}{7,8 \text{ кВ}} = 0,071$

→ Возмущен $W = 1 \mu\text{м}$ (св. о-возм): тогда $p = \frac{L}{W} = \frac{29 \text{ нм}}{1 \mu\text{м}} = 0,029$

Экв. f_n : $f_0 = 6,45 \text{ ГГц}$; $f_1 = 7,42 \text{ ГГц}$; $f_2 = 8,63 \text{ ГГц}$; $f_3 = 9,65$; $f_4 = 10,33$
 (0,278) (0,320) (0,372) (0,416) (0,446)

Парам. ω_m : $\omega_0 = 0,329$; $\omega_1 = 0,379$; $\omega_2 = 0,416$; $\omega_3 = 0,445$; $\omega_4 = 0,474$
 (гуск. $N=200$)

Согласно с экв. выше, но сравнение хопенее если не считать первую экв. f_0 , т.е. $\omega_m \approx f_{m+1}$, $m=0,1,2...$
 св. о-возм $\frac{m_0(1/2)}{m_0(0)} = 0,204$ - вычисл. с учетом p . $p = 0,029$.

→ δ) Возмущен $W = 1,5 \mu\text{м}$: $p = \frac{L}{W} = \frac{29 \text{ нм}}{1,5 \mu\text{м}} = 0,019$

Экв. f_n : $f_0 = 6,45 \text{ ГГц}$; $f_1 = 7,18$; $f_2 = 8,07$; $f_3 = 8,88$; $f_4 = 9,40 \text{ ГГц}$
 (0,278) (0,310) (0,348) (0,380) (0,406)

Парам. ω_m : $\omega_0 = 0,314$; $\omega_1 = 0,352$; $\omega_2 = 0,382$; $\omega_3 = 0,407$; $\omega_4 = 0,428$
 (гуск. $N=200$)

Согласно сравнению хопенее без f_0 , $\omega_m = f_{m+1}$
 Две св. о-возм $\frac{m_0(1/2)}{m_0(0)} = 0,170$, $p = 0,019$.

→ δ) Возмущен $W = 0,5 \mu\text{м}$: $p = \frac{29 \text{ нм}}{0,5 \mu\text{м}} = 0,058$ - берем более.

Экв. f_n : $f_0 = 6,45 \text{ ГГц}$; $f_1 = 8,40$; $f_2 = 10,20$; $f_3 = 11,15 \text{ ГГц}$
 (0,278) (0,363) (0,440) (0,481)

Парам. ω_m : $\omega_0 = 0,365$; $\omega_1 = 0,436$; $\omega_2 = 0,479$; $\omega_3 = 0,508$; $\omega_4 = 0,531$
 (гуск. $N=200$)

Согласно сравнению $\omega_m \approx f_{m+1}$ хопенее, если f_0 не считать.
 $m_0(1/2)/m_0(0) = 0,282$.

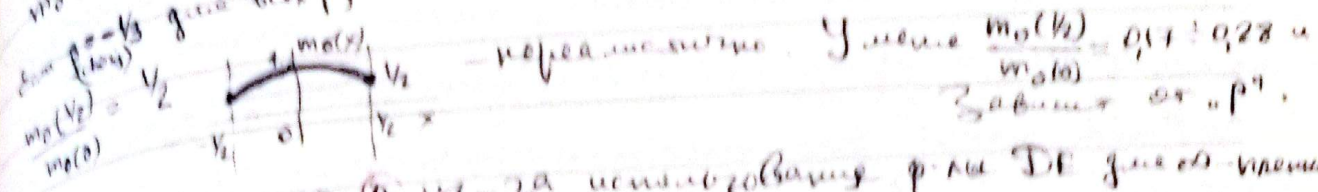
Нужно учесть, что $f_0 = 0,278$ это частота РМР $\omega_{\text{РМР}} = \sqrt{\omega_H^2(a) + \omega_H^2(b)}$

А без f_0 сравнение гуск. параметра с эквивалентным $\omega_{\text{РМР}}$ хопенее, и это дает 3-х значений "p" (!), что сильно искажает результаты в пользу увеличения интервала p .

→ С учетом записанных св. о-возм (гуск. $N=200$) $\frac{m_0(1/2)}{m_0(0)} = 0,170$; $0,204$; $0,282$ парам. $p = 0,019$; $0,029$; $0,058$

2010.

Идем отсюда пока $m_0(x) \approx \cos \pi x$. Частотой ν будем считать ν_0 .
 $m_0(x) = \cos \left[\frac{\pi}{W} (1+\beta)x \right] \approx \cos(\pi(1+\beta)x)$. $\cos\left(\frac{\pi}{2}(1+\beta)\right) = m_0(V_2)$
 где $\beta = -1/3$ где $\cos \beta$, то $m_0(V_2) = \cos\left(\frac{\pi}{2}(1-1/3)\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ — это и есть $m_0(0)$.



Частотой ν будем считать β из-за усреднения по Δt где ν — частота.
 где $\beta = 0,01$ тогда $m_0(x) = \cos(\pi \cdot 0,9943 \cdot x)$ или $\beta = 0,9943 - 1 = -0,0057$ верно.
 А как будем найти β ? Или $\frac{m(V_2)}{m(0)}$ — где найти $C\Phi$?

Примеры M_s где SW-модель Демурова
 Вспомогательная $\beta = 0,011$ — усредненная Демурова-Килебранд (21/12/11)
 В с. Mathieu '98 и Jorrick '99: $L = 20 \text{ nm}$, $W = 1,8 \mu\text{m}$, $H = 500 \text{ \AA}$, $\nu_{TM_s} = 10,2 \text{ koe}$ (по усреднению аб-орб), $\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) = 2,95 \frac{\text{GHz}}{\text{koe}}$. $\beta = \frac{20 \text{ nm}}{1,8 \mu\text{m}} = 0,011$.

Частоты: $f_0 = 7,1 \text{ GHz}$; $f_1 = 8,0 \text{ GHz}$; $f_2 = 8,9 \text{ GHz}$; $f_3 = 9,6 \text{ GHz}$; $f_4 = 10,2 \text{ GHz}$
 (где $f_2 = 8,8 \text{ GHz}$ по Killebrand, N55M'99)

Найдем M_s из условия $\omega_m^2 = [H + M_s(4\pi + \lambda_m)][H - M_s \lambda_m]$
 $\omega_m = 2\pi \nu_m$, $\nu_m = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) \sqrt{[H + M_s(4\pi + \lambda_m)][H - M_s \lambda_m]}$

Итак, из условия $\nu_0 = f_0$ $\nu_{\text{ФМР}} = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) \sqrt{H(H + 4\pi M_s)}$
 где $\lambda_m = -4\pi$.
 И найдем все остальные ν_m .

Дополним на $N = 360$ и крайние точки возьмем с весом $\frac{1}{2} \frac{1}{N+1}$,
 в остальных — $\frac{1}{N+1}$ (это верно, см 14/12).

Параметры: $0,255 \rightarrow 0,284 \rightarrow 0,308 \rightarrow 0,330 \rightarrow 0,349$
 (с $\nu_{TM_s} = 10,2 \text{ koe}$)

Итак, совпадет с расчетом ($N = 500$) от 11/12. $\frac{m_0(V_2)}{m_0(0)} = 0,143$.

$\frac{2\pi \nu_0}{\gamma} = 2,4 \text{ koe}$; $\left(\frac{1}{4\pi}\right) \lambda_0 = 0,986 \Rightarrow$ получим $4\pi M_s = 8,93 \text{ koe}$.

Тогда $\omega_H = \frac{500}{8,93 \cdot 10^3} = 0,056$. $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) \cdot 4\pi M_s = 2,95 \frac{\text{GHz}}{\text{koe}} \cdot 8,93 \text{ koe} = 26,34 \text{ GHz}$

Частоты f_m : $0,270$; $0,304$; $0,338$; $0,364$ $0,387$

Дополнение ν_m : $0,270$ $0,297$ $0,321$ $0,341$ $0,360$

Согласно расчетам. Проверим $4\pi M_s = 10,2 \text{ koe}$ Демурова-Килебранд как ранее

Date. 13. 04.

с экспресс. K_3 минимизирует
информационную

✓ Выводиме урав. условие $A \frac{\partial m}{\partial x} - K_3 m_d = 0$ на $x = \pm 1/2$
и предположим $m_n(x) \sim \cos q_n(x/2) + \frac{K_3}{A} \sin q_n(x/2)$, т.е. K на предположении
предположение что минимизирует, $\Phi m_n(x)$ должна быть минимальной
на границе от центра $x=0$.

Можно ли предположить также урав. условие (без условия), чтобы
и $m_n(1/2) = 2m_n|_{x=1/2}$ были константы $m_n(1/2) = 1/2$?

→ Для численного решения используем метод трапеций
(т.е. K координ. $P_N(x) = 0$ и коэф. A_n суммы нормированных функций N).
 $\int_{x_0}^{x_N} f(x) dx = \frac{1}{N} \left[\frac{1}{2} f(x_0) + \sum_{n=1}^{N-1} f(x_n) + \frac{1}{2} f(x_N) \right]$, $A_n = \begin{cases} 1/N, n \neq 0, N \\ 1/2N, n=0, N \end{cases}$, $\sum_{n=0}^N A_n = 1$
Получим ω_n - см. ноль. $x_n = x_0 + n \cdot h$, $x_N - x_0 = N \cdot h$.

Экспр. гранич. условие. Диф. ур. $\lambda m(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} I_s(x, p) m^{[s]}(x)$, $I_s(x, p) = \int_{-1/2}^{1/2} d\zeta g(\zeta) \left\{ \frac{1}{2} - x \right\}^s$
при $x = -1/2$: $I_0(-1/2, p) = \left[\frac{1}{2} g(\zeta) - \frac{1}{2} \ln \zeta \right]_0^1 = \ln 2 = 0.693$, $I_1(-1/2, p) = \left[\frac{1}{2} \zeta^2 g(\zeta) - p \ln(\zeta^2 + p^2) \right]_0^1 = \frac{1}{2} g(1) - p \ln(1+p^2) - \left[-p \ln p^2 \right] =$

$$= \frac{1}{2} \frac{2}{p} \ln \frac{1}{1+p^2} - p \ln(1+p^2) + 2p \ln p = \frac{1}{p} (-1) p^2 - p \cdot p^2 + 2p \ln p = -p + 2p \ln p$$

$$\text{Оценим } I_s(s \geq 2) \quad I_s(x, p=0) = -\frac{2p}{(s-1)!} \left[(-1/2-x)^{s-1} - (-1)^{s-1} (1/2+x)^{s-1} \right]$$

$$I_s(-1/2, p) = -\frac{2p}{(s-1)!} \left[1 - (-1)^{s-1} \cdot 0 \right] = -\frac{2p}{(s-1)!}$$

$$\lambda m(-1/2) = (-2\pi + 2p) m(-1/2) + p(2 \ln p - 1) m'(-1/2) - 2p \sum_{s=2}^{\infty} \frac{1}{s!} \frac{1}{(s-1)!} m^{[s]}(-1/2)$$

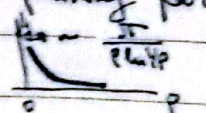
то $\lambda_n = -4\pi + C_n p$, поэтому при $p=0$ $(-4\pi) m(-1/2) = (-2\pi) m(-1/2)$,
тогда $m(-1/2) = 0, p=0$.

$$\text{Если } p \neq 0, \text{ то } p \ll 1: (-4\pi + C_n p) m_n(-1/2) = (-2\pi + 2p) m_n(-1/2) + p(2 \ln p - 1) m_n'(-1/2)$$

$$\left[-2\pi + (C_n - 2)p \right] m_n(-1/2) = p(2 \ln p - 1) m_n'(-1/2) - \dots$$

Упрощаем, что $m_n' -$ малый, т.е. $m_n \sim p \ln p$, а оценка
 $m^{[s]} \sim p$ и берем с весом $\frac{1}{s!(s-1)!}$.

$$\text{Тогда } m_n'(-1/2) - \frac{[-2\pi + (C_n - 2)p]}{p(2 \ln p - 1)} m_n(-1/2) = 0, \quad \left(\frac{\partial m_n}{\partial x} - d_n(p) m_n(x) \right)_{x=-1/2} = 0$$

где $d_n(p)$ - pinning parameter $d_n(p) = \frac{[-2\pi + (C_n - 2)p]}{p(2 \ln p - 1)}$ answer it to Hill, JMS
 $d_n > 0$  , pinning - закрепление частицы с ростом p , что

соответствует с увеличением λ . Cherif'01 от 12/10
 $d_n(p)$ $\propto n$ зависит слабо, с уменьшением p $d_n(p) \rightarrow -\frac{2\pi}{p(2 \ln p - 1)}$

Note: 1) метод Рунге и метод Рунге-Кутты применяются и к снх. лн-агрег $g(z)$, но самый маленький метод дифференциалов, если не применим.

note. $d(p=0,011) = 57,0$. В обозначениях Hill, JMSJ'99: $d = D \cdot w$, откуда

$$D = \frac{d(0,011)}{w} = \frac{57,0}{1,8 \cdot 10^{-4} \text{ cm}} = 3,2 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{cm}} \text{ или } K_s^{ef} = A \cdot D = 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{erg}}{\text{cm}} \cdot 3,2 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{cm}} \approx 3,2 \cdot 10^{-1} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$$

Тогда или Салли (JMSJ'99) именуем $D = 3 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1}$ и $K_s^{ef} = 3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$ —
 — существует меньшее значение эр. поверх. анизотропии K_s^{ef} где осн. моды.

Вспомогательная M_s (вспомогат. 13/17).
 А к методу Фраунгофера гравитацион. рассеяния можно
 применять $\lambda_0(-\frac{1}{4\pi}) = 0,9876 \rightarrow \text{получим из } \nu_0 = f_0 \quad 4\pi M_s = 9,07 \text{ kOe}.$
 более $\omega_H = \frac{500 \text{ Oe}}{9,07 \text{ kOe}} = 0,055. \quad f_m = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) \cdot 4\pi M_s = 2,95 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}} \cdot 9,07 \text{ kOe} = 26,76 \text{ GHz}.$

Получим табл. экв. f_m : $0,265 \dots \dots 0,299 \dots \dots 0,333 \dots \dots 0,359 \dots \dots 0,381$
 (0,329)
 Поверх. резон. ν_m : $0,265 \dots \dots 0,294 \dots \dots 0,318 \dots \dots 0,339 \dots \dots 0,357$
 Сдвиги 0,1 GHz соотв. $\Delta f \approx 0,004$.

Смещение ν_m с экв. f_m не много больше, чем $13/\sqrt{\nu}$. Но все равно плохое. Тогда оставим $4\pi M_s = 10,2 \text{ kOe}$ Демонструю.

→ А канон. "pinning" будет где Лоренц-агрег $g_L(z) = \frac{p}{\pi} \frac{1}{p^2 + z^2}$?

$$I_0^L(x, p) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g_L(z) = \frac{p}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{1}{z^2 + p^2} = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{z}{p} \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x}$$

$$I_0^L(-1/2, p) = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{z}{p} \Big|_0^1 = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{1}{p} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - p \right).$$

$$I_2^L(x, p) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g_L(z) z^2 = \frac{p}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{z^2}{z^2 + p^2} = \frac{p}{2\pi} \ln(z^2 + p^2) \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x},$$

Лоренц-агрег. $I_1^L(-1/2, p) = \frac{p}{2\pi} \ln(z^2 + p^2) \Big|_0^1 = \frac{p}{2\pi} [\ln(1+p^2) - 2\ln p] =$
 $= \frac{p}{2\pi} [p^2 - 2\ln p] =$
 $\approx -\frac{1}{\pi} p \ln p, \quad p \ll 1.$

$$I_2^L(x, p) = \frac{p}{\pi} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{z^2}{z^2 + p^2} = \frac{p}{\pi} \left[\frac{z}{p} - \frac{1}{p} \arctg \frac{z}{p} \right] \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x}$$

$$I_2^L(x=-1/2, p) = \frac{p}{\pi} \left[\frac{z}{p} - \frac{1}{p} \arctg \frac{z}{p} \right] \Big|_0^1 = \frac{p}{\pi} \left[1 - \arctg \frac{1}{p} \right] \approx \frac{p}{\pi}$$

$$\tilde{L}m(-1/2) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - p \right) m(-1/2) + \frac{(-1)}{\pi} p \ln p \cdot m'(-1/2) + \dots, \quad \tilde{L} = 1 - \frac{p}{2\pi} C_n$$

$$\left[1 - \frac{C_n}{2\pi} p - \frac{1}{2} + \frac{p}{\pi} \right] m(-1/2) = -\frac{p}{\pi} \ln p \cdot m'(-1/2)$$

$$\left[\frac{1}{2} + \frac{p}{\pi} \left(1 - \frac{C_n}{2} \right) \right] m(-1/2) = -\frac{p}{\pi} \ln p \cdot m'(-1/2), \quad \frac{\partial m}{\partial x} - d^L m(x) = 0 \Big|_{x=-1/2},$$

$$\text{где } d_n^L(p) = \frac{[1/2 + \frac{p}{\pi}(1 - C_n/2)]}{-\frac{1}{\pi} p \ln p} = \frac{[-\pi + p(C_n - 2)]}{2p \ln p} \approx -\frac{\pi}{2p \ln p}, \quad d^L(0,011) = 31,7$$

тогда как где лн-агрег было $d(p) = -\frac{2\pi}{p(2\ln p - 1)}$. Видно $d^L(p) < d(p)$ численно
 в 1.5 раза где $p = 0,01 - 0,02$.

Date. . .

Если метод Рунге (5/12) применить к ядру $g(z) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right)$
то для ядра СФ $\cos(\pi x)$ получим $I_{\text{из}} \max \lambda(a)$ $a = 0,920$
и $\omega_0 = 0,252$. Шаг $\varepsilon = 3 \cdot 10^{-5}$ великов, а шаг ε^* не известен.

Метод II - Рунге, min шага дает $a = 0,942$ и $\omega_0 = 0,264$ -
еще хуже чем I (и $\varepsilon = 10 \cdot 10^{-5}$ еще больше в $\ln \left(\frac{z^2 + \varepsilon^2}{z^2 + p^2} \right)$).

→ Вывод: метод Рунге плохо применим к $\ln$ -ядру
для ядра СФ, СЗ для основного слагаемого ω_0 .

(Метод Рунге для $\ln$ -ядра не работает - констр-ты медленно сходятся,
а метод грубого шага не применим из-за аннуляции).

О закреплении при $|x| = \frac{1}{2}$:

Разные параметры закреплении в $\ln$ - и Лоренц-подходе,
выяснено, что из-за туннел-эффекта метод
Лоренц-уравнения плохо работает на границе $|x| = \frac{1}{2}$.

Вывод: метод итераций медленно сходится к правильному
СФ для Лоренц-ядра если 0-итерация далека,
и очень медленно сходится для $\ln$ -ядра.
Т.е. плохо применим.

note. 14. 04.

исследования в области физики сверхпроводимости в JAPAN.
Направление работы с August - 1998:

I Arrays of coupled single-domain dots (APL'99, APL'00)

представлено докл. в SNU, July '99

представлено докл. в Taejeon, Nov. '99

(представлено докл. на конф. Taejeon, Jan. '99)

II Arrays of coupled non-uniform dots (PLA'01) - d.d. и вост. dots, K_c-induced

poster на SMM'99, Sept. '99

III SW in non-ellipsoidal single-domain (≈ uniform) dots

представлено докл. Oakland, Nov. '99
(название JAP'00)

a) cylindrical dots (JAP'00, JMMM'00, G. EMM'00)

доклад MMM'99, Nov. '99
(адаптация и сравнение JAP'00)

b) wires

c) rectangular dots (задача PRB, Natal-abs., G. EMM'00)

IV Vortex - rigid v. model с Нобелом (IEEE T. Magn., APL - accepted, загл. JMMM)

представлено
poster докл. Tokyo, Sept. '00
с новыми данными
докл. Oakland, Jan. '01

a) isolated cylinder

b) rectan. lattice of coupled cylindr. dots

poster докл. Tokyo, March '01

V Vortex - conformal etc. models - с Петровым (PRB'01, загл. JMMM)

VI SW in vortex state с Нобелом и Улавом (конф. оулен и вост. эксперимент)

Date.

16-21/IV поездка в Japan, Sendai, Tohoku Univ.

Давая на сесс. по conform. vortex и SW - в горах. Успешно с Y. Oka
Hannan JMM-Taipei и с. и карано vortex-PRB с Kobayashi.
Успешно устроена моя кампания в Seagate.

22/IV Наши работы на сессии. Вплем

1) Завершить и опубликовать PRB статью по SW со Счабунским

2) Написать статью со Счабунским по wires - SW

3) Улучшить/уточнить SW-PRL статью со Счабунским - Denshikis
по SW в rectan. dots

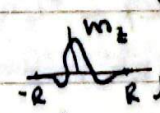
9.06.01 → 4) Ст. с Мешковым в Grenoble по соединенным vortex at $H=0$
(переноса вихрей с $\nu=2$ и $\nu=1$ - MFM)

5) Работа с Мешковым по работе по канальным vortex'а

→ 6) Ст. PRB с Kobayashi - новое явление rigid vortex mod.
и эксперимент на isolated и coupled vortex

7) Работа с сессии по гонимым конг. San Antonio

23-30.04 → 8) Организация поездки в Seagate, Pittsburgh, 22-27 May
(имена E. Thode и в "Moritz", T. Thacker), приобретение tickets.

9) Работа MFD $R_c(L)$ vortexa с  - "gyrium core"

10) Работа $R_c(L)$ сфер. уз. coupling в чистом виде
или в square array (м. в. гомогенизация сателлитных s.d. state)

11) fourfold anisotropy $\chi(u_n)$, $\chi_n(u_n)$ для square array с Kobayashi

12) Организация и проведение м.в. $\chi(u)$ и FMP с Bacci
и Tiedem (vortex gr. state, s.d. - wires and dots)

9.21.05 → 13) Организация поездки в Pittsburgh и appl. forms (~30/IV), ^{января} ^{февраля} ^{марта} ^{апреля}

14) Организация поездки на JEMS в Grenoble

23.04 → 15) Поездка в Европу с Y. Oka и K. Fukamichi

1-2/IV → 16) Доставка Appl. Form в Seagate и работа Travel Appl. с KIAS

Vortex - new



10. 22. 04.

Вернемся к описанию vortex за введенным параметром (гр-а Брайна для vortexa Усова см. 24/7/002.)

В "z" и "r" - записанном по: токми гр-а и описанном, $\vec{M}(\vec{r})$ of vortex, $H=0$. $\vec{M} = (0, M_\varphi, M_z)$

Правда в нм. координатах: $M_p = 0$, M_φ и $M_z = f(\rho)$ только.

гр-а равновесия: $\vec{M}(\vec{r}) \times \vec{H}_{ex}(\vec{r}) = 0$ — гр-а Брайна. Если $M_p=0$ можно считать вна "core"

Правда "core" of vortex не ввожу.

$$\vec{M} \times \vec{H}_{ex} = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ 0 & M_\varphi & M_z \\ H_{ex}^r & H_{ex}^\varphi & H_{ex}^z \end{vmatrix} = \hat{r}(M_\varphi H_{ex}^z - M_z H_{ex}^\varphi) + \hat{\varphi}(M_z H_{ex}^r) + \hat{z}(-M_\varphi H_{ex}^r)$$

$$H_{ex}^r = H_m^r + H_{ex}^r, \quad H_{ex}^r = \Delta \nabla^2 M_r, \quad \text{также } \vec{H}_{ex} = \Delta \nabla^2 \vec{M}$$

$$\frac{1}{\Delta} H_{ex}^r = (\nabla^2 \vec{M})^r = \nabla^2 M_r - \frac{1}{\rho^2} M_r - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{1}{\Delta} H_{ex}^\varphi = (\nabla^2 \vec{M})^\varphi = \nabla^2 M_\varphi - \frac{1}{\rho^2} M_\varphi + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial M_r}{\partial \varphi} = \nabla^2 M_\varphi - \frac{1}{\rho^2} M_\varphi$$

$$\frac{1}{\Delta} H_{ex}^z = (\nabla^2 \vec{M})^z = \nabla^2 M_z \rightarrow \vec{H}_{ex} = (0, H_{ex}^\varphi, H_{ex}^z)$$

$$H_m^r(\vec{r}) = \int d^3 r' [G_{rr}(\vec{r}, \vec{r}') M_r(\vec{r}') + G_{r\varphi} M_\varphi + G_{rz} M_z] =$$

$$= \int d\rho' d\varphi' d\vec{r}' [G_{r\varphi}(\vec{r}, \vec{r}'; \varphi', \varphi') M_\varphi(\rho') + G_{rz}(\vec{r}, \vec{r}'; \varphi', \varphi') M_z(\rho')]$$

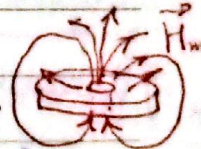
$G_{\alpha\beta}(\dots)$ зависит только от компонент $G_{\alpha\beta} = \alpha, \beta \neq \varphi$, и сильно зависит от φ .

$$H_m^r(\rho, \varphi, z) = \int d\vec{r}' \int d\rho' d\varphi' G_{rz}(\vec{r}, \vec{r}'; \varphi', \varphi') M_z(\rho')$$

$$H_m^\varphi(\vec{r}) = \int d^3 r' [G_{\varphi r} M_r(\vec{r}') + G_{\varphi\varphi} M_\varphi(\vec{r}') + G_{\varphi z} M_z(\vec{r}')] = 0 \text{ если } \vec{M} = \vec{M}(\rho) \text{ только.}$$

$$H_m^z(\vec{r}) = \int d^3 r' [G_{zr} M_r + G_{z\varphi} M_\varphi + G_{zz} M_z] = \int d^3 r' G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}'; \varphi', \varphi') M_z(\rho')$$

т.е. $\vec{H}_m = (H_m^r, 0, H_m^z)$ и зависит только от $M_z(\rho)$. по уравн. на "z"



$$\hat{r}: M_\varphi H_{ex}^z = M_z H_{ex}^\varphi, \quad \hat{\varphi}: M_z H_{ex}^r = 0, \quad \hat{z}: M_\varphi H_{ex}^r = 0.$$

$$\text{Важно } H_{ex}^r = H_m^r(\vec{r}) = \int d\vec{r}' \int d\rho' d\varphi' G_{rz}(\vec{r}, \vec{r}'; \varphi', \varphi') M_z(\rho') = 0 (!?)$$

$$G_{rz}(\vec{r}, \vec{r}') = -(\nabla_z)_r (\nabla_{r'})_z \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = -\frac{\partial}{\partial \rho} \frac{\partial}{\partial z'} \int d\vec{k} e^{-k|\vec{r} - \vec{r}'|} \sum e^{i\mu(\varphi - \varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho')$$

$$G_{rz}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{\partial}{\partial \rho} \int d\vec{k} e^{-k|\vec{r} - \vec{r}'|} \sum e^{i\mu(\varphi - \varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') =$$

Date.

$$= -\frac{\partial}{\partial \varphi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int dk [e^{-k|z-L|} - e^{-kz}] \sum_n e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_n J_n(\cdot) =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial \varphi} \int dk [\dots] \sum_n J_n J_n(\cdot) e^{i\mu\varphi} \cdot 2\pi \delta_{n0} = -2\pi \frac{\partial}{\partial \varphi} \int dk [e^{-k|z-L|} - e^{-kz}] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$$\rightarrow H_m^p(\rho, \varphi, z) = \int d\rho' d\varphi' (-2\pi \frac{\partial}{\partial \varphi}) \int dk [e^{-k|z-L|} - e^{-kz}] J_0(k\rho) J_0(k\rho') M_z(\rho')$$

↑ нечет. сн. $z = \frac{1}{2}$ и не задан от φ

$\langle H_m^p(z) \rangle_z = 0$. В этом направлении аксиона $\vec{M} = (0, M_\varphi(\rho), M_z(\rho))$.

— надо $\langle dz(\dots) \rangle$ или просто кинет $H_m^p = 0$. У нас надо $M_{\varphi z}^p(\rho, z)$.

$$\hat{J}: M_\varphi \left[\alpha \nabla^2 M_z + \int dz' G_{zz}(z, z') M_z(z') \right] =$$

$$= M_z \left[\alpha \nabla^2 M_\varphi - \frac{\alpha}{\rho^2} M_\varphi \right] - \text{группа с } H_m^p = 0 \text{ (негидро-механика)}$$

$$\cup M_z^2 + M_\varphi^2 = M_s^2 = \text{const.} \quad \vec{M}/M_s = \vec{m} \quad m_\varphi \left[\alpha \nabla^2 m_z + \int dz' G_{zz} m_z \right] = m_z \left[\alpha \nabla^2 m_\varphi - \frac{\alpha}{\rho^2} m_\varphi \right]$$

Ано, но $m_z = 0$ убого. Замы ρ .

$$G_{zz}(\vec{\rho}, \vec{\rho}', z, z') = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z'} \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_n e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_n(k\rho) J_n(k\rho')$$

$$\int d\rho' d\varphi' G_{zz}(z, z') = -\frac{\partial}{\partial z} \int d\varphi' \int dz' \frac{\partial}{\partial z'} \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_n e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_n J_n(\cdot) =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial z} \int d\varphi' \int dk [e^{-k|z-L|} - e^{-kz}] \sum_n e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_n J_n(\cdot) = -2\pi \frac{\partial}{\partial z} \int dk [e^{-k|z-L|} - e^{-kz}] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Если же $m_{\varphi z} = f(\rho)$, то m_z не z не φ не z .

$$g_{zz} = \frac{1}{L} \int dz \int dz' \int d\varphi' G_{zz}(z, z') = \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial z} \int dk [\dots] J_0(k\rho) J_0(k\rho') =$$

$$= -\frac{2\pi}{L} \int dk [e^{-k|z-L|} - e^{-kz}] J_0(k\rho) J_0(k\rho') = -\frac{4\pi}{L} \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$$m_\varphi \left[\alpha \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial m_z}{\partial \rho}) + \int d\rho' d\varphi' (-\frac{4\pi}{L}) \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(k\rho) J_0(k\rho') m_z(\rho') \right] =$$

$$= \alpha m_z \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial m_\varphi}{\partial \rho}) - \frac{1}{\rho^2} m_\varphi \right] - \text{универсальная группа. группа } m_z(\rho), m_\varphi = \sqrt{1-m_z^2}.$$

* a) В сверхпроводящем состоянии $m_z \approx 0$ ($m_z < 1$), $m_\varphi \approx 1 - \frac{1}{2} m_z^2$ (вне core).

$$\alpha \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial m_z}{\partial \rho}) - \frac{4\pi}{L} \int d\rho' d\varphi' \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(k\rho) J_0(k\rho') m_z(\rho') =$$

$$= -\frac{\alpha}{\rho^2} m_z - \text{б. мн. в } m_z \text{ (уменьшение)}. \quad g(\rho, \rho') = -\frac{4\pi}{L} \int dk [1 - e^{-kL}] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$$\left(\frac{\partial^2 m_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial m_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} m_z + \frac{1}{\alpha} \int d\rho' d\varphi' g(\rho, \rho') m_z(\rho') \right) = 0 \quad \text{универсальная}$$

универсальная группа. На m_z господствует гравитация от сверхпроводящего состояния $\rho = 0$ ($m_z < 1$).

То ρ — сверхпроводящее с ρ . Не отклонение от супер состояния от $2\pi/L$ состояния, если ан состояния $m_\varphi = 0$.

26. 04.

Бесселе:

$$\frac{\partial^2}{\partial p^2} J_0(xp) + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} J_0(xp) + (x^2 - \frac{p^2}{p^2}) J_0(xp) = 0$$

какое значение?

$$m_1 \approx 0, m_2 = 1 - \frac{1}{2} m_1^2 \approx 1$$

$$m_1 \left[\frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} (p \frac{\partial m_2}{\partial p}) + \frac{1}{2} g(p, p') \right] = \alpha \left[\frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} (p \frac{\partial m_1}{\partial p}) - \frac{1}{p^2} m_1 \right]$$

до 6-ти уравн.

$$\frac{\partial m_1}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial m_1}{\partial p} - \frac{1}{p^2} m_1 + \frac{1}{2} g(p, p') \cdot m_1 = 0$$

$$\frac{\partial m_1}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial m_1}{\partial p} + \left[\frac{1}{2} g(p, p') - \frac{1}{p^2} \right] m_1(p) = 0$$

$$g(p, p') J_0(kp') = |kp' = x| = \int_0^{kR} \frac{dx \cdot x}{k^2} J_0(x) = \frac{1}{k^2} (kR) J_1(kR) = \frac{R}{k} J_1(kR)$$

$$g(p, p') = \int d\mathbf{p}' (-\frac{4\pi}{L}) \int d\mathbf{k} [\dots] J_0(kp) J_0(kp') = -\frac{4\pi R}{L} \int d\mathbf{k} [1 - e^{-kL}] J_0(kp) J_1(kR)$$

$$J(0) = -\frac{4\pi R}{L} \int d\mathbf{k} \frac{(1 - e^{-kL})}{k} J_1(kR) = \text{const.}$$

$$\frac{\partial^2 m_1}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial m_1}{\partial p} + \left[-\frac{J(0)}{2} - \frac{1}{p^2} \right] m_1 = 0$$

$$m_1(p) = C \cdot J_1(\sqrt{\frac{J(0)}{2}} p), \quad x^2 = \frac{1}{2} J(0) > 0$$

$$J(0) = -\frac{4\pi R}{L} \int_0^\infty dk \frac{(1 - e^{-kL})}{k} J_1(kR) = |kR = x, 1/k = \beta| = -\frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty \frac{dx}{x} (1 - e^{-\beta x}) J_1(x) =$$

$$= -\frac{4\pi}{\beta} \left[\int_0^\infty \frac{dx}{x} J_1(x) - \int_0^\infty \frac{dx}{x} e^{-\beta x} J_1(x) \right] = -\frac{4\pi}{\beta} \left[2^{-1} \frac{\Gamma(1/2 + 1/2 - 1/2)}{\Gamma(1/2 + 1/2 + 1/2)} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}} \right] = -\frac{4\pi}{\beta} \left[\frac{1}{2} \frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(3/2)} + \beta - \sqrt{1+\beta^2} \right] = -\frac{4\pi}{\beta} [1 + \beta - \sqrt{1+\beta^2}]$$

$$x^2 = + \frac{4\pi}{\beta^2} [1 + \beta - \sqrt{1+\beta^2}] > 0 \text{ где } \beta < 1. \quad J_1(z) \sim p \text{ - а Бесселе}$$

$$\text{при } \beta \rightarrow 0 \quad x^2 = + \frac{4\pi}{2} = + \frac{4\pi M_s^2}{(2M_s^2)} = + \frac{4\pi M_s^2}{C} = + 4\pi \frac{1}{R_0^2}, \quad R_0^2 = \frac{C}{M_s^2} \text{ - ато. радиус.}$$

$$m_1(p) \sim J_1(xp/p) \sim p, \quad p \rightarrow 0, \quad m_2 = \sqrt{1 - m_1^2} = 1 - \frac{m_1^2}{2} = 1 - ap^2$$

$$m_2(p) = 1 - ap^2 \text{ - похоже на барион. Тогда } m_2(p) = \frac{b^2 - p^2}{b^2 + p^2} \text{ где } p_0 \approx 1.$$

$$J(p) = -\frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{1}{x} J_0\left(\frac{p}{R} x\right) J_1(x) \text{ - но } p \text{ - разномыслие}$$

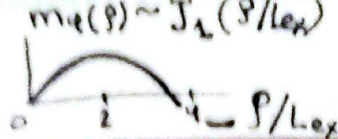
$$g(p, p') = -\frac{4\pi}{Rk} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0\left(\frac{p}{R} x\right) J_0\left(\frac{p'}{R} x\right) \text{ - можно найти, если не}$$

можно разложение по β будет иметь смысл?

$$J(p) \approx -\frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx \frac{\beta x}{x} J_0\left(\frac{p}{R} x\right) J_1(x) = -4\pi \int_0^\infty dx J_0\left(\frac{p}{R} x\right) J_1(x) = |c. 716 \text{ гр. } R| =$$

$$= -4\pi \frac{1}{\Gamma(1)} = -4\pi, \text{ и не от } \beta \text{ не от } p \text{ не зависит (!)}$$

Date.



1) Выводим уравнение для $p \ll 1$ (в области $p \ll 1$ можно считать $m_2 \ll 1$), $m_2(p) \sim J_1(p/L_{ex})$ (и при $m_2 \ll 1$).

$$\frac{\partial^2 m_2}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial m_2}{\partial p} + \left(\frac{4\pi}{\alpha} - \frac{1}{p^2} \right) m_2 = 0, \text{ которое имеет решение}$$

$m_2(p) = C \cdot J_1(\sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} p)$, $J_1(x)$ — функция Бесселя первого порядка, $J_1(x) \sim x$ при $x \ll 1$.

$\sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} = \frac{1}{R_0}$, $L_{ex} = \frac{R_0}{\sqrt{4\pi}}$ ($\approx \frac{18 \text{ nm}}{3.5} \approx 5 \text{ nm}$) — характерный масштаб $m_2(p)$.

$$\text{А для } g(p, p') = -\frac{4\pi}{L} \int_0^\infty dk k J_0(kp) J_0(kp') = -4\pi \frac{1}{p} \delta(p-p'),$$

тогда в малом приближении, но $p \ll 1$ в области $m_2 \ll 1$ (а):

$$\frac{\partial^2 m_2}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial m_2}{\partial p} + \left(\frac{1}{p^2} - \frac{4\pi}{\alpha} \right) m_2(p) = 0. \text{ — это совп. с уравн. в } m_2(p) \text{ — Eq. (23)}$$

тогда уравнение на функцию Бесселя второго порядка $J_2(xp)$ с $v=2$.

$$p^2 \frac{\partial^2 m_2}{\partial p^2} + p \frac{\partial m_2}{\partial p} + \left(1 - \frac{4\pi}{\alpha} p^2 \right) m_2(p) = 0, \quad x^2 = \frac{4\pi}{\alpha}$$

$\frac{4\pi}{\alpha} p^2 = 4\pi \frac{p^2}{R_0^2}$, где $p \lesssim R$ и $\left(\frac{p}{R_0} \right)^2 \gg 1$ и тогда уравнение для $m_2 \approx$

$$\frac{\partial^2 m_2}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial m_2}{\partial p} - \frac{4\pi}{R_0^2} m_2 = 0 \text{ — а это уже уравнение для } \varphi. \text{б. } I_0(x) \text{ и } K_0(x).$$

Его решение $m_2(p) = C_1 I_0(xp) + C_2 K_0(xp)$, $x^2 = \frac{4\pi}{\alpha} = \frac{4\pi}{R_0^2}$

$$\left(\frac{\partial m_2}{\partial p} \right)_{p=R} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial m_2}{\partial p} \right)_{p=R} = C_1 x I_1(xR) - C_2 x K_1(xR) = 0, \text{ т.е.}$$

$$C_1/C_2 = \frac{K_1(xR)}{I_1(xR)}, \quad m_2(p) = C_2 I_0(xp) \frac{K_1(xR)}{I_1(xR)} + C_2 K_0(xp) =$$

$$= \frac{C_2}{I_1(xR)} \left[I_0(xp) K_1(xR) + K_0(xp) I_1(xR) \right]$$

$$m_2(p) = C \left[I_0(xp) K_1(xR) + K_0(xp) I_1(xR) \right], \quad m_2 \ll 1 \text{ — для } p \ll R$$

$$\text{Если } p=R, \text{ то } m_2(R) = C \left[I_0(x) K_1(x) + K_0(x) I_1(x) \right]_{x=xR} = \frac{C}{xR} \text{ б}$$

См. также Wronskians. $xR = \sqrt{4\pi} \frac{R}{R_0} \gg 1$

$$\text{Вспомогательные функции: } I_0(xp) \approx \frac{e^{xp}}{\sqrt{2\pi xp}}, \quad K_0(xp) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2xp}} e^{-xp}$$

$$K_1(xR) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2xR}} e^{-xR}, \quad I_1(xR) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi xR}} e^{xR}$$

$$m_2(p) \approx C \left[\frac{e^{xp}}{\sqrt{2\pi xp}} \sqrt{\frac{\pi}{2xR}} e^{-xR} + \sqrt{\frac{\pi}{2xp}} e^{-xp} \frac{1}{\sqrt{2\pi xR}} e^{xR} \right] =$$

$$= C \frac{1}{2x\sqrt{pR}} \left[e^{x(p-R)} + e^{-x(p-R)} \right] = \frac{C}{x\sqrt{pR}} \text{ch } x(p-R)$$

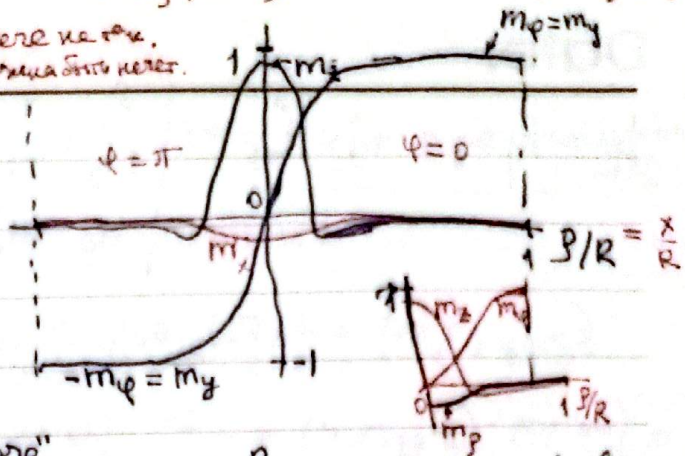
Однако $K_0(xp)$ в решении уравнения для $m_2(p)$ не требуется, т.е. $\left(\frac{\partial m_2}{\partial p} \right)_{p=R} = 0$ не выполняется.

Торнее $\varphi = \begin{cases} 0, & x > 0 \\ \pi, & x < 0 \end{cases}$ и $M_x = \begin{cases} M_p, & x > 0 \\ -M_p, & x < 0 \end{cases}$, $M_y = \begin{cases} M_p, & x > 0 \\ -M_p, & x < 0 \end{cases}$, $M_z = 0$

24. 04.

Исходя из симметрии относительно $y=0$ ($\varphi=0$), тогда $M_x = M_p$, $M_y = M_p$.

$C M_x$ то-то в solve не решается. $m_x(x)$ - функция Битт нечет.



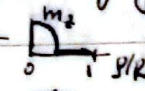
Уравнения для m_x, m_y, m_z (по координатам x, y, z):

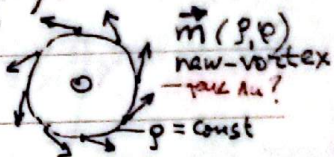
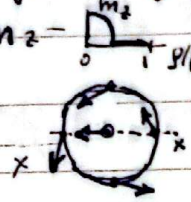
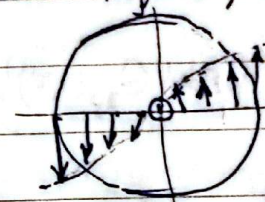
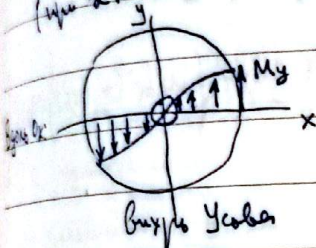
Уравнение для m_z (с осциллирующей m_z)

Уравнение для m_x, m_y (с осциллирующей m_x, m_y)

знака за пределами "core" $m_p \neq 0$ с max при $p=0$. $\Rightarrow$ Все это можно ввести к уравнению для m_x, m_y с учетом m_z при $H=0$.

Вывод: а) $m_p = 0$ можно положить вне "core" только (иначе утонуть при $p \neq 0$) и решение $m_p(p) \sim J_1(xp)$ близко к центру газа когда $x \rightarrow 0$.

б) величину m_p и осциллирующую m_z близко к центру газа $xR = \sqrt{4\pi} \frac{R}{R_0}$ (при $xR \gg 1$, хорошо вын. $m_p = 0$, а $m_z =$ ).



искажение из-за $m_x = m_p \neq 0$, существенные для малых R

в) где вне "core" m_p и m_z примерно одинаковы и малы, а при $p \approx 0$ когда считать $m_p > m_p$ (и линейный вид "core" только по m_z сфер. пучка)

$$\text{div } \vec{m} = \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} (p m_p) + \frac{1}{p} \frac{\partial m_p}{\partial \varphi} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} (p m_p) \neq 0 \text{ где обознач "core"}$$

$m_p \neq 0$ приводит к росту W_m^{vol} за счет обрешетки зарядов и роста W_{ex} , но к уменьшению W_m^{top} за счет осциллирующей m_z . Вблизи $m_p \neq 0$ возможно лишь для малых $R \sim R_0$, но где квант состояния vortex state может оказываться минимизировано.

Квант new angular $\vec{m}(p)$, переходящий при $R \gg R_0$ в вектор Улова.

$\Rightarrow$ В решении 22-23/IV надо учесть $m_p \neq 0$, но $m_p \ll 1$.

Тогда $\frac{1}{2} H_{ex}^p = \nabla^2 m_p - \frac{1}{p^2} m_p$, $\frac{1}{2} H_{ex}^q = \nabla^2 m_p - \frac{1}{p^2} m_p$, $\frac{1}{2} H_{ex}^z = \nabla^2 m_z$

$H_m^p = 0$ во внешнем. $H_m^p(r) = \int d^3 r' [G_{pp} m_p(r') + G_{pz} m_z(r')]$

$H_m^z(r) = \int d^3 r' [G_{zp} m_p(r') + G_{zz} m_z(r')] \rightarrow \vec{H}_m = (H_m^p, 0, H_m^z)$

а для $\vec{H}_{ex} = (H_{ex}^p, H_{ex}^q, H_{ex}^z)$ имеет все компоненты.

Date.

$$(Y_p + h_{p,q} m^2 H_{q1}) = \begin{vmatrix} f & \hat{v} & \hat{z} \\ m_1 & m_2 & m_1 \\ H_{q1}^1 & H_{q1}^2 & H_{q1}^3 \end{vmatrix} = \hat{y} (m_1 H_{q1}^1 - m_2 H_{q1}^2) + \hat{z} (m_2 H_{q1}^2 - m_1 H_{q1}^3) + \hat{x} (m_1 H_{q1}^3 - m_2 H_{q1}^1) = 0$$

$$G_{ss}(r, r') = - (R_s)_s (R_s)_{s'} \frac{1}{4\pi r r'} = - \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r'} \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_n e^{in(\varphi-\varphi')} J_n(kr) J_n(kr')$$

$$\hat{g}_{ss} = \int dr' \int dr'' G_{ss}(r, r') = - \frac{\partial^2}{\partial r \partial r'} \int dr' \int dr'' \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_n e^{in(\varphi-\varphi')} J_n(kr) J_n(kr')$$

$$= - \frac{\partial^2}{\partial r \partial r'} \int dr' \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_n e^{in\varphi} 2\pi \delta_{n0} J_n J_n(r') =$$

$$= - \frac{\partial^2}{\partial r \partial r'} (2\pi) \int dr' \int dk e^{-k|z-z'|} J_0(kr) J_0(kr') =$$

$$= - (2\pi) \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r'} \int_0^\infty dk \frac{1}{k} [2 - e^{-kz} - e^{-k(z-z')}] J_0(kr) J_0(kr')$$

$$\hat{g} : m_q \left[\Delta \nabla^2 m_q + \int dr' s' \left\{ \int dr'' dr''' G_{ss}(r, r'') \right\} m_r(r') + \int dr' s' \left\{ \int dr'' dr''' G_{ss}(r, r'') \right\} m_z(r') \right]$$

$$= m_z \left[\Delta \nabla^2 m_q - \frac{\Delta}{\rho^2} m_q \right]$$

$$\hat{\varphi} : m_s \left[\Delta \nabla^2 m_s - \frac{\Delta}{\rho^2} m_s + \int dr' s' \left\{ \int dr'' dr''' G_{ss}(r, r'') \right\} m_r(r') + \int dr' s' \left\{ \int dr'' dr''' G_{ss}(r, r'') \right\} m_z(r') \right]$$

$$= m_s \left[\Delta \nabla^2 m_z + \int dr' s' \left\{ \ddot{r} \right\} m_r(r') + \int dr' s' \left\{ \ddot{z} \right\} m_z(r') \right]$$

$$\hat{z} : m_s \left[\Delta \nabla^2 m_q - \frac{\Delta}{\rho^2} m_q \right] = m_q \left[\Delta \nabla^2 m_s - \frac{\Delta}{\rho^2} m_s + \int dr' s' \left\{ \ddot{r} \right\} m_r(r') + \int dr' s' \left\{ \ddot{z} \right\} m_z(r') \right]$$

comparar

*a) B analizei sistema geral (buc "core") $m_s, m_z \ll 1$; $m_q = 1 - \frac{1}{2} m_s^2 - \frac{1}{2} m_z^2$
 $m_q \approx 1$

$$\hat{g} : \Delta \nabla^2 m_s + \int dr' s' \hat{g}_{ss}(s, s') m_r(s') + \int dr' s' \hat{g}_{sz}(s, s') m_z(s') = - \frac{\Delta}{\rho^2} m_s(s)$$

$$\hat{z} : - \frac{\Delta}{\rho^2} m_s = \Delta \nabla^2 m_s - \frac{\Delta}{\rho^2} m_s + \int dr' s' \hat{g}_{ss}(s, s') m_r(s') + \int dr' s' \hat{g}_{sz}(s, s') m_z(s')$$

$\hat{\varphi}$: completo 0=0 b. un. independentes

Ver basta com $\hat{g}_{ss} = \hat{g}_{ss}$ yepgnur no "z" to $\langle \hat{g}_{sz} \rangle_z = 0$,

ya no "a" bu $\langle \hat{g}_{ss} \rangle_s \neq 0, \langle \hat{g}_{sz} \rangle_s \neq 0$. (la canon gae $\hat{g}_{ss} = \hat{g}_{ss}(s, s')$ sga.

→ A bega no "z" yepgnur yepgnur com unuare $\vec{m}(\vec{r}) + f(z)$.

Unare yepgnur $F_{ner}(z) + F_{ner}(z) = \text{Const}$ b obau $\hat{g}_{ss}(s, s')$

$$\frac{1}{L} \int dr \hat{g}_{ss}(s, s', z) = \hat{g}_{ss}(s, s') \text{ kan } 22/12. \hat{g}_{ss}(s, s') = \int dr'' dr''' G_{ss}(r, r'')$$

Date.

1-й шаг:

$$\begin{cases} \Delta \nabla^2 m_z + \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{zz}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') m_z(\mathbf{s}') = -\frac{d}{\rho^2} m_z(\mathbf{s}) - \text{слагаемая} \\ \Delta \nabla^2 m_\rho + \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') m_\rho(\mathbf{s}') = 0 \end{cases}$$

2-й шаг: $m_z \approx 1 - \frac{1}{2} m_\rho^2 - \frac{1}{2} m_\phi^2$, $m_\phi, m_\rho \ll 1$

$$m_\phi \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\phi\phi}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \Delta \nabla^2 m_\phi - \frac{d}{\rho^2} m_\phi$$

$$\Delta \nabla^2 m_\rho - \frac{d}{\rho^2} m_\rho + \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') m_\rho(\mathbf{s}') + \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\rho z}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = m_\rho \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{zz}(\mathbf{s}, \mathbf{s}')$$

3-й шаг: $0=0$ в мн. $\nabla^2 m_\rho = 0$

$$\begin{cases} \Delta \nabla^2 m_\phi - \frac{d}{\rho^2} m_\phi = m_\phi \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\phi\phi}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') - \text{слагаемая} \\ \Delta \nabla^2 m_\rho - \frac{d}{\rho^2} m_\rho - m_\rho \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') + \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\rho z}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = 0 \end{cases}$$

Т.е. уравнение от $22/\sqrt{v}$ где m_ϕ бреша $\rho=0$ и где m_z бреша "горизонт".
Но добавим к ним уравнение на $m_\rho(\mathbf{s})$.

Бреша $\rho=0$ ур-е на m_ρ : $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho m_\rho) + (\kappa^2 - \frac{1}{\rho^2}) m_\rho(\rho) + \frac{1}{2} \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') m_\rho(\mathbf{s}') \right) = 0$

$$\hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \frac{1}{L} \int dz \hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}', z) = \left| \frac{1}{L} \int_0^L dz (2 - e^{-kz} - e^{-kL} e^{kz}) = 2 - \frac{1}{L} \frac{(-1)}{k} e^{-kz} \Big|_0^L - \frac{1}{L} e^{-kL} \frac{1}{k} e^{kz} \Big|_0^L = 2 + \frac{1}{kL} (e^{-kL} - 1) - \frac{1}{kL} e^{-kL} (e^{kL} - 1) = 2 f(kL) \right| =$$

$$= \frac{1}{L} \int dz (-2\pi) \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial \rho'} \int \frac{dk}{k} [2 - e^{-kz} - e^{-kL} e^{kz}] J_0(k\rho) J_0(k\rho') =$$

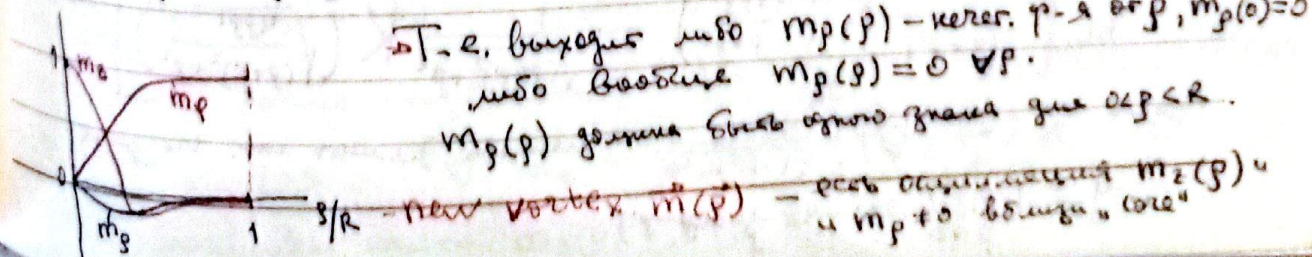
$$= (-4\pi) \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial \rho'} \int \frac{dk}{k} f(kL) J_0(k\rho) J_0(k\rho') = (-4\pi) \int_0^\infty dk k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$$

$$\rightarrow \hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = -4\pi \int_0^\infty dk k J_1(k\rho) J_1(k\rho') f(kL) - \text{крат. функция } \rho \text{ и } \rho' \text{ (для } \rho \neq 0 \text{)}$$

поэтому $m_\rho(\mathbf{s})$ - кратная функция ρ и $m_\rho(0) = 0$.

$$\text{Введем } \rho^2 \frac{\partial^2 m_\rho}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} + (\kappa^2 \rho^2 - 1) m_\rho(\rho) + \frac{\rho^2}{2} \int d\mathbf{s}' \hat{g}_{\rho\rho}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') m_\rho(\mathbf{s}') = 0$$

при $\rho \rightarrow 0$, бреша $\nabla^2 m_\rho = 0$ дает $(-1) m_\rho(\rho \rightarrow 0) = 0$, $m_\rho(0) = 0$.



Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner



Escaneado con CamScanner



Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

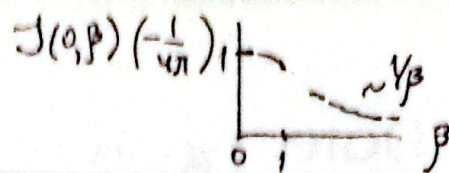
Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

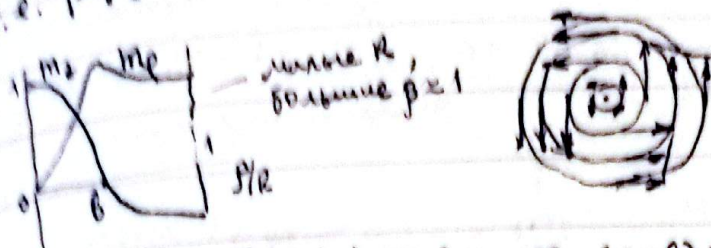
Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner



ито. Если нужно найти $p \approx 0$ центра гала, разложим по p :
 можно по (p^*) разлагать. Можно только $J(p=0, \beta)$ найти как $23/12$
 $J(0, \beta) = -\frac{4\pi}{\beta} [1 + \beta - \sqrt{1 + \beta^2}] < 0 \forall \beta$. $\alpha^2 = -\frac{1}{2} J(0, \beta) > 0$.
 Если $p=0$ $m_\varphi(p) = c J_1(\alpha p)$, а тогда с $p \uparrow$ $m_\varphi(p) \rightarrow 0$ $\beta \approx 1$,
 т.е. разлож "core" в расст с увелич. β .



Какое $\beta = F(R, L)$ найти, $m_z(p=\beta) = 0$?
 p -е на $m_z \ll 1$: $\nabla^2 m_z + \frac{1}{p^2} m_z(p) + \frac{1}{2} \int_0^R dp' p' g_{zz}(p, p') m_z(p') = 0$
 (аналогично при R большим или при $p \approx \beta$)

А если p p -е неверно, нельзя из-за $\int_0^R dp' \dots m_z(p')$ считать $m_z \ll 1$.
 А если p -е на $m_\varphi(p)$ при $p \approx \beta$ верно, т.к. $\int dp' m_\varphi(p')$ - так как и
 m_φ, m_β можно считать малыми вблизи $p=0$ ($m_\beta(p) \ll 1 \forall p$ к тому же).

Итого (получение пока $m_p=0$) расст. по p -е с $24/12$:

$$m_\varphi \left[\alpha \nabla^2 m_z + \int_0^R dp' p' \hat{g}_{z\varphi} m_\varphi(p') + \int_0^R dp' p' \hat{g}_{zz}(p, p') m_z(p') \right] = m_z \alpha \left[\nabla^2 m_\varphi - \frac{1}{p^2} m_\varphi \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_\varphi \left[\nabla^2 m_z + \frac{1}{2} \int_0^R dp' p' g_{zz}(p, p') m_z(p') \right] = m_z \left[\nabla^2 m_\varphi - \frac{1}{p^2} m_\varphi \right] \\ m_z^2 + m_\varphi^2 = 1 \end{cases}$$

Среднее значение интегралов p -е на $m_z(p)$.

$$m_\varphi = \sqrt{1 - m_z^2} \approx |p - \beta| = 1 - \frac{1}{2} m_z^2 \text{ вблизи } p = \beta \text{ с } p$$

$$\text{можно linearизовать: } \nabla^2 m_z + \frac{1}{p^2} m_z(p) + \frac{1}{2} \int_0^R dp' p' g_{zz}(p, p') m_z(p') = 0, p \approx \beta.$$

- только мало, т.к. $m_z(p)$ при $p \approx \beta$, а $m_z(p')$ где $\forall p'$.

$$g_{zz}(p, p') = -\frac{4\pi}{\beta} \frac{1}{R^2} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0\left(\frac{p}{R} x\right) J_0\left(\frac{p'}{R} x\right)$$

$K(k) \sim \ln(1-k^2)$, поэтому $g_{zz}(p, p') \sim \ln|p - p'| \forall \beta$ имеет max при $p=p'$

$$\text{Поэтому можно приближать } \int dp' p' g_{zz}(p, p') m_z(p') \approx m_z(p) \int dp' p' g_{zz}(p, p')$$

$$\text{т.е. вблизи } p \approx \beta \quad \nabla^2 m_z + \frac{1}{p^2} m_z(p) + m_z(p) \frac{1}{2} J(p) = 0,$$

тоо позволяет найти $m_z(p) = \sqrt{p - \beta}$ вблизи $p = \beta$.

Date. 26.04.

New-vortex

trial function

$$m_z(p) = \frac{\sin \kappa p}{\kappa p}$$

Найдем неподвижные функции для $m_z(p)$ of new-vortex.
Убедимся, что при $p \rightarrow 0$ $m_z(p) = C J_1(\kappa p)$, $\kappa^2 = -\frac{1}{2} J(0, \beta)$

$$m_z(p) = \sqrt{1 - m_\phi^2(p)} = \sqrt{1 - C^2 J_1^2(\kappa p)} = \sqrt{1 - C^2 \frac{1}{4} \kappa^2 p^2} \approx 1 - \frac{1}{8} C^2 \kappa^2 p^2$$

Неподвижная trial function $m_z(p) = \frac{\sin \kappa p}{\kappa p}$, $\kappa^2 = \frac{4\pi}{\beta} (1 + \beta - \sqrt{1 + \beta})$
 $p = \frac{1}{4R}$

1) Boundary $p=0$ $m_z(p) = \frac{1}{\kappa p} \left[\kappa p - \frac{1}{2!} \kappa^3 p^3 \right] = 1 - \frac{1}{3!} \kappa^2 p^2$ - correct

2) Boundary $m_z(p) = 0$ when $\sin \kappa \beta = 0$, i.e. $\kappa \beta = n\pi \rightarrow \beta = \frac{n\pi}{\kappa}$
- then $\beta = f(p)$ - correct. - space independent.

3) From Jacobian $\left(\frac{\partial m_z}{\partial \beta} \right)_{p=R} = 0$: $\frac{\partial m_z}{\partial \beta} = -\frac{1}{\beta^2 \kappa} \sin \kappa p + \frac{1}{\kappa \beta} \kappa \cos \kappa p$

$$\left(\frac{\partial m_z}{\partial \beta} \right)_{p=R} = -\frac{1}{\kappa R^2} \sin \kappa R + \frac{1}{R} \cos \kappa R = \frac{1}{R} \left[\cos \kappa R - \frac{\sin \kappa R}{\kappa R} \right]$$



$$\kappa R = \frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2}} R \sqrt{\frac{1+\beta-\sqrt{1+\beta^2}}{\beta}} = \sqrt{4\pi} \left(\frac{R}{R_0} \right) \left(\frac{1+\beta-\sqrt{1+\beta^2}}{\beta} \right)^{1/2} = \sqrt{4\pi} \frac{R}{R_0} F_0(p)$$

U bound $\kappa p = \sqrt{4\pi} \frac{p}{R_0} F_0(p)$. When $p \ll 1$ $\kappa p = \sqrt{4\pi} \left(\frac{p}{R} \right) \left(\frac{L}{R_0} \right) \frac{1}{\beta} F_0(p) \gg 1$
where $p \leq R$ is constant

U $m_z(p) \approx 0$ when $p \leq R$ - correct. No $\kappa p \gg 1$ for $p \geq L$ U $m_z(p)$ - correct. - correct.

→ Try to solve $\left(\frac{\partial m_z}{\partial \beta} \right)_R = 0$ numerically for many R (i.e. $p \gg 1$).

MCAD-analysis (new-vortex.mcd) works better, too

$$m_z(p) = \frac{\sin \kappa p}{\kappa p}, \quad \kappa R = \sqrt{4\pi} \left(\frac{L}{R_0} \right) \frac{1}{\beta} F_0(p) \text{ whenever } \frac{L}{R_0} \approx 1 \text{ (from [2])}$$

where $\beta \in [0.5, 0.8]$. The minimum β - where κp is small.

U that κp is small (space independent) κp is small.



→ T.e. $m_z(p) = \frac{\sin \kappa p}{\kappa p}$ is a good approximation for $\kappa p \gg 1$ and $\kappa p \ll 1$.
i.e. for $\kappa p \gg 1$ and $\kappa p \ll 1$.

$\Theta(p)$ is given $m_z(p) = \cos \Theta(p)$, $m_\phi = \sin \Theta(p)$, $m_z(p) = \frac{\sin \kappa p}{\kappa p}$

$$W_{ex} = 2\pi L \frac{C}{2} \int_0^p dp \left[\left(\frac{\partial \Theta}{\partial p} \right)^2 + \frac{\sin^2 \Theta}{p^2} \right]$$

$$\Theta(p) = \arccos m_z(p), \quad \frac{\partial \Theta}{\partial p} = -\frac{1}{\sqrt{1 - m_z^2}} \frac{\partial m_z}{\partial p} = -\frac{1}{\sqrt{1 - m_z^2}} \frac{1}{p} \left[\cos \kappa p - \frac{\sin \kappa p}{\kappa p} \right]$$

$$W_{ex} = \pi L C \int dp \left[\frac{1}{1 - \frac{\sin^2 \kappa p}{(\kappa p)^2}} \cdot \frac{1}{p^2} \left(\cos \kappa p - \frac{\sin \kappa p}{\kappa p} \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left(1 - \frac{\sin^2 \kappa p}{(\kappa p)^2} \right) \right]$$

$$= \pi L C \int \frac{dp}{p} \frac{1}{1 - \frac{\sin^2 \kappa p}{\kappa^2 p^2}} \left[\cos^2 \kappa p - 2 \frac{\sin \kappa p \cos \kappa p}{\kappa p} + \frac{\sin^2 \kappa p}{\kappa^2 p^2} + 1 - \right]$$

date.

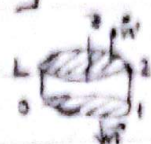
$$W_{ex} = \frac{1}{M_s^2 V} W_{ex} = \frac{1}{M_s^2} \frac{1}{\pi R^2 L} \pi L C \cdot \int_0^R d\rho \rho \left[\dots \right] =$$

$$= \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \int_0^R d\rho \rho \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{\sin^2 \theta(\rho)}{\rho^2} \right], \quad R_0^2 = C/\mu_s^2.$$

$$W_{ex} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \int_0^R d\rho \rho \left[\left(\frac{\partial m_z}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} m_\rho^2 \right], \quad \text{where } \rho = R_0 \sin \theta, \quad \theta \in [0, \pi/2]$$

$$W_{ex} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 F_e(x), \quad F_e(x) = \int_0^1 d\rho \rho \left[\left(\frac{\partial m_z}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} m_\rho^2 \right], \quad m_z = \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2}.$$

Due to the W_m energy Eq. 23/11/002.



$$W_m = W_m(1) + W_m(2) + W_m(int)$$

$$W_m = (2\pi)^2 \int_0^R d\rho \rho \int_0^R d\rho' \rho' \partial_z(\rho) \partial_z(\rho') \int_0^\infty dk J_0(k\rho) J_0(k\rho') +$$

$$+ (2\pi)^2 \int_0^R d\rho \rho \int_0^R d\rho' \rho' \partial_z(\rho) \partial_z(\rho') \int_0^\infty dk e^{-kb} J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$$\frac{1}{M_s} \partial_z(\vec{m} \cdot \vec{n})_1 = -m_z(\rho), \quad \frac{1}{M_s} \partial_z(\vec{m} \cdot \vec{n})_2 = m_z(\rho)$$

$$W_m = (2\pi)^2 \frac{1}{M_s^2} \int_0^R d\rho \rho \int_0^R d\rho' \rho' m_z(\rho) m_z(\rho') \int_0^\infty dk [1 - e^{-kb}] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$\rho, \rho' \in [0, 1]$

$$W_m = \frac{1}{M_s^2 V} W_m = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^1 d\rho \rho \int_0^1 d\rho' \rho' m_z(\rho) m_z(\rho') \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0(\rho x) J_0(\rho' x)$$

$$\text{Magnetic field } I_z(x) = \int_0^1 d\rho \rho m_z(\rho) J_0(\rho x), \quad \text{where } (Cm 23/11/002)$$

$$W_m(x) = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] I_z^2(x) \quad \text{--- magnetic magnetostatic energy}$$

$$I_z(x) = \int_0^1 d\rho \rho m_z(\rho, x) J_0(\rho x) = \int_0^1 d\rho \rho j_0(\rho x) J_0(\rho x), \quad \text{where } j_0(z) = \frac{\sin z}{z}$$

$$\rightarrow I_z(x) = \frac{1}{x} \int_0^1 d\rho \sin(\rho x)$$

$$\frac{\sin x}{x} = \int_0^{\pi/2} J_0(x \cos \theta) \cos \theta d\theta$$

$$W_{tot}(x) = W_{ex}(x) +$$

$W_{tot}(x)$ is the total energy
 given by the sum of W_{ex}
 and the exchange energy W_{ex}
 and the anisotropy energy W_{an}
 and the Zeeman energy W_{Z}
 and the Dzyaloshinskii-Moriya interaction energy W_{DM}
 and the spin Hall effect energy W_{SHE}
 and the spin-orbit coupling energy W_{SOC}
 and the spin Hall effect energy W_{SHE}
 and the spin-orbit coupling energy W_{SOC}
 and the spin Hall effect energy W_{SHE}
 and the spin-orbit coupling energy W_{SOC}

Die gesamte W_m ausstrahlung ist $W_m = 13/4 \pi \cdot 10^{-16} \text{ W}$

$W_m = W_m(1) + W_m(2) + W_m(\text{rest})$

$W_m = (2\pi)^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\theta) \sin(\theta') \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_0(kr) J_0(kr') \dots$

$$+ (2\pi)^2 \int_{S_1} d\mathbf{g} \int_{S_2} d\mathbf{g}' \frac{\partial_1(g)}{\partial_2(g')} \int d\mathbf{k} e^{-\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}} J_0(kg) J_0(kg')$$

$$\frac{1}{M} \partial_1 = (\vec{m} \cdot \vec{n})_1 = -m_z(g), \quad \frac{1}{M} \partial_2 = (\vec{m} \cdot \vec{n})_2 = m_z(g)$$

$$W_m = (2\pi)^2 \int_{S_1} d\mathbf{g} \int_{S_2} d\mathbf{g}' m_z(g) m_z(g') \int d\mathbf{k} [1 - e^{-\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}}] J_0(kg) J_0(kg')$$

$$W_m = \frac{1}{M_S^2 V} W_m = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^1 d\mathbf{g} \int_0^1 d\mathbf{g}' m_z(g) m_z(g') \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] J_0(gx) J_0(g'x)$$

Monno bleuen $I_x(x) = \int_0^1 dg g m_2(g) J_0(gx)$, vorge (am 23/12 08)

$I_x(x) = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] I_x^2(x)$ - hier noch magnetostat. energy
 neu. Vork. - vorge $p =$

$I_x(x) = \int_0^1 dg g m_2(g, x) J_0(gx) = \int_0^1 dg g j_0(gx) J_0(gx)$, $j_0(x) = \frac{J_1(x)}{x}$
 hier, p. 1. 3. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797.

$W_{tot}(x) = W_{ex}(x) + W_m(x)$, в принципе можно x расчл. в
кач. fitting параметров.

$W_{tot}(x)$ номер ёмкост резонанс $W_{tot}(140V)$ у/н резонанс R и
 где резонанс $W_{sd.}(L)$ -? У/н резонанс 2000 Гц.
 Т.е. буроват резонанс new-vortex у/н резонанс R и $L = \text{const}$
 не/переход(!) переходу в L -s.d. state $\uparrow$, $c m_2(p) = 1$
 Т.е. переход L -s.d. $\leftrightarrow$ new-vortex как $\Phi I - II$?
 А не $\Phi I - I$ как где резонанс H_n ?

Date. 27. 04.

В дальнейшем, уравнение на $m_\varphi \ll 1$ или $m_z \approx 1$ (new-vortex deepo или $p \approx 0$ - бегущая волна):

$$\frac{\partial^2 m_\varphi}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial m_\varphi}{\partial p} + \left[-\frac{1}{2} J(p) - \frac{1}{p^2} \right] m_\varphi(p) = 0$$

можно трактовать как уравнение на возмущение of non-uniform state типа $m_\varphi \neq 0, m_p = 0$ (кстати гр-я на $m_p \neq 0$ тоже замечательна, но это интерпо-гип.) исходя из uniform L.S.d. state $m_z = 1$.

Его решение бегущая $p \approx 0$ и есть $m_\varphi = C J_1(xp)$, $x^2 = -\frac{1}{2} J(0)$.
 $A m_z \approx 1 - \frac{1}{2} m_\varphi^2 = 1 - \frac{1}{2} C^2 \frac{1}{4} x^2 p^2$, то я идентифицирую $m_z(p) = \frac{\sin xp}{xp}$,
 где C константа, x - еще неизвестная константа.

Возьмем еще R_n или вообще $\Phi \Pi - \Pi$ типа L.S.d. - new-vortex

т.е. R_n ($L = \text{const}$) можно рассм. как функцию $\Phi \Pi - \Pi$

of new-vortex и отнесем к гр-я $W_{S.d.}(L) = W_{n.v.}(?)$

Нормируем на R_n by trial function. $m_z(p) = \frac{\sin xp}{xp}$

$$m_z(p) = \frac{\sin xp}{xp} = \left(1 - \frac{1}{3!} x^2 p^2 + \frac{1}{5!} (xp)^4 - \dots \right), p \in [0, 1], \text{ а } x \text{ бегущая } \Phi \Pi - \Pi: x \approx 1$$

$$\text{поэтому положим } m_z(p) = 1 - \frac{1}{6} x^2 p^2, m_\varphi(p) = \frac{1}{\sqrt{3}} xp$$

$$\rightarrow W_{ex}(x) = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \int_0^1 dp p \left[(m_z, p)^2 + (m_\varphi, p)^2 + \frac{1}{p^2} m_\varphi^2 \right] =$$

$$= \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \int_0^1 dp p \left[\left(1 - \frac{1}{6} x^2 p^2 \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} xp \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} xp \right)^2 \right] =$$

$$= \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \int_0^1 dp p \left[\frac{1}{9} x^4 p^2 + \frac{2}{3} x^2 \right] = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left[\frac{1}{9} x^4 \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} x^2 \cdot \frac{1}{2} \right] =$$

$$= \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{1}{3} x^2 \left[\frac{1}{12} x^2 + 1 \right], \text{ заменим } x \rightarrow xp. \text{ } x^2 \text{ - константа, см. 19/2.}$$

$$\rightarrow I_x(x) = \int_0^1 dp p m_z(p) J_0(xp) = \int_0^1 dp p \left[1 - \frac{1}{6} x^2 p^2 \right] J_0(xp) =$$

$$= \int_0^1 dp p J_0(xp) - \frac{1}{6} x^2 \int_0^1 dp p^3 J_0(xp) = \frac{1}{x} J_1(x) - \frac{1}{6} x^2 \times$$

$$\times \left[\frac{2^3}{x^4} \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(-1)} + \frac{1}{x^3} \left\{ 2 J_0(x) S_{2,-1}(x) - J_1(x) S_{3,0}(x) \right\} \right], |\Gamma(-1) = \infty|$$

$$[\dots] = \frac{1}{x^3} \left\{ 2 J_0(x) S_{2,-1}(x) + J_1(x) S_{3,0}(x) \right\}$$

$$\rightarrow W_m(x) = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] I_x^2(x) = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \otimes$$

$$\otimes \left[\frac{1}{x} J_1(x) - \frac{1}{6} x^2 \frac{1}{x^3} \left\{ 2 J_0(x) S_{2,-1}(x) + J_1(x) S_{3,0}(x) \right\} \right]^2,$$

где $S_{\mu,\nu}(x)$ - функции Ломмеля (Р.1001 Гр.-Р.)

Date.

$$S_{n,l}(x) = -\frac{1}{x} S_{n,l}(x) + (n+l-1) S_{n-1,l-1}(x), \quad S_{3,0} = 2 S_{2,-1}$$

$$S_{2,-1} = S_{2,1} \quad S_{3,0}(x) = x^2 - 4 S_{1,0}(x) = x^2 - 4 \times 0_0(x) = x^2 - 4$$

Тогда $2 J_0 S_{2,-1} + J_1 S_{3,0} = S_{3,0} (J_0 + J_1) = (x^2 - 4) (J_0 + J_1)$

$$\int_0^1 dp p^3 J_0(p x) = \frac{1}{x^3} (x^2 - 4) [J_0(x) + J_1(x)], \quad x > 0. \quad \text{— не сходящийся интеграл при } x \rightarrow 0.$$

$$W_m(x) = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{1}{x^2} \left[J_1(x) - \frac{1}{6} \frac{x^2}{x^2} (x^2 - 4) [J_0(x) + J_1(x)] \right]^2 = ?$$

Влагательство $W_m(x)$ в нуле по x :

$$W_m(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 x^2$$

$$W_m(x) = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \left[\frac{J_1^2(x)}{x^2} - 2 \frac{J_1(x)}{x} \frac{1}{6} x^2 \int_0^1 dp p^3 J_0(p x) \right] =$$

$$= \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1^2(x)}{x^2} - \frac{4\pi}{3} \frac{1}{\beta} x^2 \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x} \int_0^1 dp p^3 J_0(p x) =$$

$$= W_m(0) - \frac{4\pi}{3} \frac{x^2}{\beta} \int_0^\infty dx \int_0^1 dp p^3 [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x} J_0(p x)$$

Определим, что $J(p) = -\frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\beta x}] \frac{J_1(x)}{x} J_0(p x)$ а тогда еще $23/10$.

$$W_m(x) = W_m(0) + \frac{1}{3} x^2 \int_0^1 dp p^3 J(p), \quad J(p) < 0. \quad \frac{(1 - e^{-\beta x})}{\beta x} = 1 - f(\beta x)$$

$$W(x) = W(0) + \frac{1}{3} x^2 \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + \int_0^1 dp p^3 J(p) \right]$$

— отрицательное значение β .

Если, что $W_p - e \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = - \int_0^1 dp p^3 J(p, \beta)$ и есть условие $W_p - e$ на

R_n — первый Landau level new-vortex state (или 1 s.d. state?) — ФП II.

Для $R < R_n$ реализуется 1-s.d. state, которое при $R_n \rightarrow \infty$ реализуется — при $R > R_n$ реализуется new-vortex state.

В функции $W(x) = W(0) + \frac{1}{2} A x^2 + \frac{1}{4} B x^4$ — параметр A и B .

Значит B — некое значение $m_2(p)$ с точн. x^4 , а $m_4(p)$ с точн. x^3 .

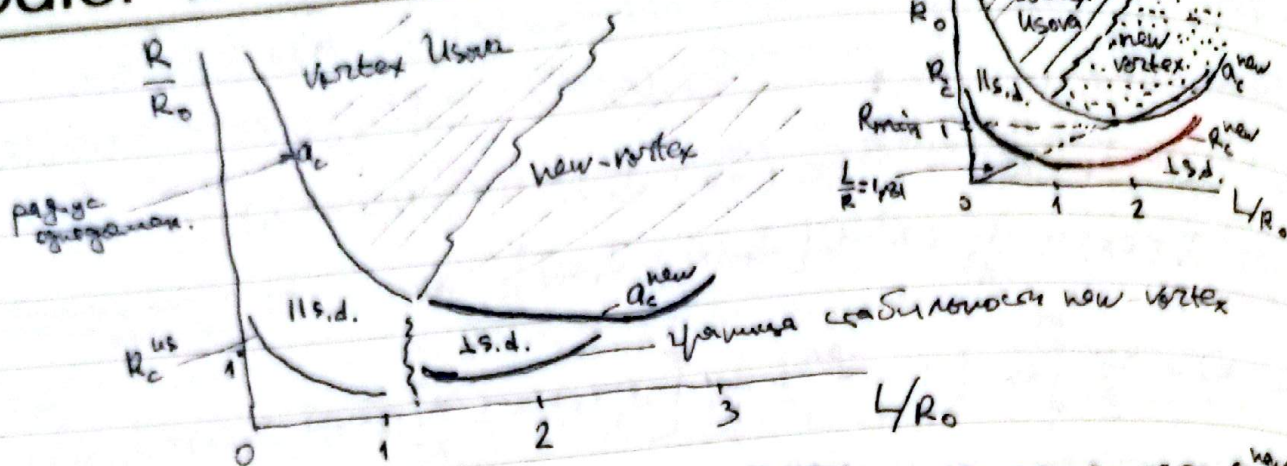
Известно, что при $\beta \rightarrow 0$, $J(p, \beta) \rightarrow -4\pi$ и $\left(\frac{R_0}{R_n} \right)^2 = \pi$, $\left(\frac{R_n}{R_0} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см. 19/8

$\beta = \frac{L}{R} = \left(\frac{L}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)$, тогда (*) можно расч. как $W_p - e$ на R_n при $L = \text{const.}$

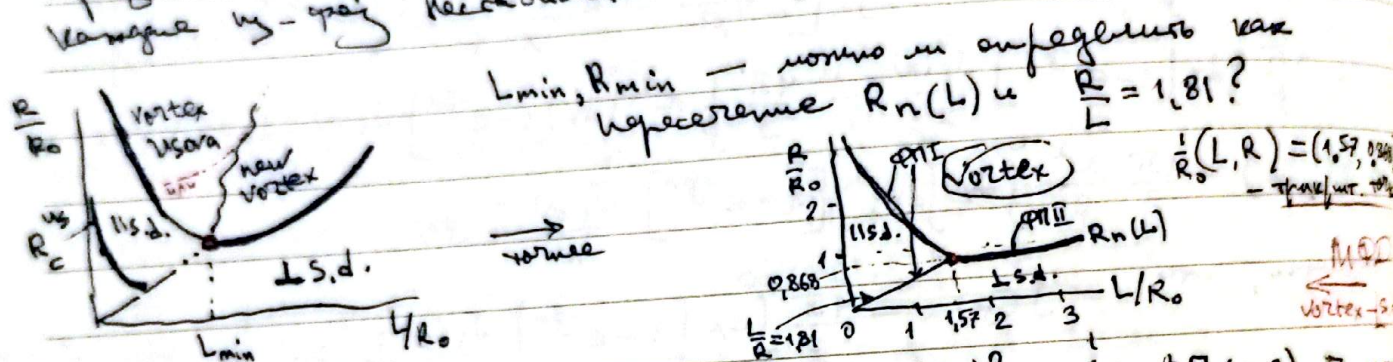
То же самое справедливо с параметрами Landau level W и W_p как функциями от β . $\left(\frac{R}{R_0} \right) = \left(\frac{L}{R_0} \right) \frac{1}{\beta}$.

См. R-1 МПД 26/18, 19/8 и 22-23/8.

Date. 28. 04.



Ho byzys u paguyc coawenone R_c^{new} u oghogamemocr a_c^{new} pazymatca yne $\Phi \Pi - II$? kora $\beta +$ uapora napu pabon u kora y - pag kocaawone β yzma owaon.



L_{min}, R_{min} — nomo u onfegemok kax uapemone $R_n(L)$ u $\frac{R}{L} = 1,81$?

28/IV $\Phi \Pi$ kpubyn $R_n(L)$ uz $\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = - \left(4\beta^3 J(\beta, \beta)\right) \frac{1}{R_0}$

L/R_0	0,5	1,0	1,5	1,57	1,6	1,7	1,85	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,5
R_n/R_0	0,737	0,806	0,861	0,888	0,871	0,881	0,908	0,924	0,941	0,956	0,970	0,984	1,05	1,117
β/R_0 (24/2001)	0,697	0,795	0,876				0,895	0,946						

$$\Delta(\beta) = - \int_0^1 4\beta^3 J(\beta, \beta) \cdot \frac{R_n}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{\Delta(\beta)}}, \quad \frac{R_n}{R_0} = \frac{L}{R_0} \cdot \frac{1}{\beta}, \quad \text{T.e.}$$

kora pemu yne $\frac{L}{R_0} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\Delta(\beta)}}$, eo kora β kax $\frac{R_n}{R_0} = \left(\frac{L}{R_0}\right) \frac{1}{\beta}$

$R_n(L/R_0 > 1,57)$ newo newo, ren paguyc "core" yoba " β/R_0 ".

→ $\Phi \Pi$ $\frac{L}{R_0} > 1,57$ byge $\Phi \Pi - II$ c yuenowemem R/R_0 , uz vortex-new to L-S.d. state.

→ $\Phi \Pi$ $\frac{L}{R_0} < 1,57$ byge $\Phi \Pi - I$ from vortex to L-S.d. state

→ Vortex yoba kora kax yne $\frac{L}{R_0} \lesssim 1$, kora u newo newo yoba kax kax kax.

note.

Заче́м Seagate - андер, русская.

20/11

Наче́м с SW-wires.

1/11

профессор же Seagate - Seminar и со SW-wires.

2/11

Градиентность Vortex при $H=0$ (с метабол)

3/11

5-6/11 и 18/11 017. Я проверяю расчет метабол по

$\frac{\partial W}{\partial a}$ вормальности где conformal-mode $z' = \frac{z-a}{1-a\bar{z}}$ и

назад, то $W''_{aa} > 0$ где все R, L (уменьшение поверхности, замена exchange не дает ответа).

т.е. conformal mode уходит из vortex куда не дает ответа

формула vortex state из-за изменения R, L .

принимая во внимание, в большом объеме > 0 от W_m и

некоторо образом < 0 в объеме W_m . где W_m еще больше

свойства $W''_{aa} > 0$.

Нечто бы изменить $m_z(p)$ так $\frac{m_z}{p}$, чтобы резко уменьшить

оставшее $m_z(p)$ асимптотически симметрично.

Нужно:

- 1) расч. возмущение m vortexa куда (разная норма)
- 2) расч. conformal map. vortexa куда, так чтобы $|w|^2$ зависело от $|z|^2$
- 3) расч. вероят vortexa, где $\frac{\sin \kappa p}{\kappa p}$.

Наче́м найти vortex-new = $m_z(p) = \frac{\sin \kappa p}{\kappa p}$ и $m_z = \frac{b^2 - p^2}{b^2 + p^2}$ куда?

при $p \rightarrow 0$: $m_z(p) = \frac{\sin \kappa p}{\kappa p} = 1 - \frac{1}{6} \kappa^2 p^2 + \frac{1}{5!} \kappa^4 p^4 - \dots$

$m_z^{us}(p) = \frac{1 - (p/b)^2}{1 + (p/b)^2} = \left(1 - \frac{p^2}{b^2}\right) \left(1 - \frac{p^2}{b^2} + \frac{p^4}{b^4} - \dots\right) = 1 - 2\frac{p^2}{b^2} + 2\frac{p^4}{b^4} - \dots$

Если считать $\frac{1}{6} \kappa^2 = \frac{2}{b^2}$, $\kappa^2 = \frac{12}{b^2}$, то они совпадают с тем, что p^2 .

См. по p^4 тогда $m_z(p)$ найдет куда $p \uparrow$, тем $m_z^{us}(p)$.

Уравнение где $\Theta(p)$ - vortex

→ Вспомогательная к общей системе Y^p - б/а на 24/11 где S/V

new-vortex solution. и укажем там по z и куда $m_p = 0$ (см. 25/11).

В: $m_p \left[\Delta \nabla^2 m_z + \int d^2 p' g_{zz}(p, p') m_z(p') \right] = m_z \left[\Delta \nabla^2 m_p - \frac{1}{p^2} m_p \right]$

при $p = \frac{1}{R} \rightarrow 0$ $g_{zz}(p, p') = -\frac{4\pi}{p} \delta(p - p')$ и это немин. интерп. - где Y^p куда $m_z^2 + m_p^2 = 1$.

$m_p \left[\nabla^2 m_z - \frac{4\pi}{L} m_z(p) \right] = m_z \left[\nabla^2 m_p - \frac{1}{p^2} m_p \right]$, $m_z^2 + m_p^2 = 1$.

Наче́м проверить и другие переменные $\Theta(p)$, $m_z(p) = \cos \Theta(p)$, $m_p(p) = \sin \Theta(p)$

Def: $\frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \cos \theta \left[\frac{2}{\rho} \sin \theta - \frac{2}{\rho^2} \cos \theta - \frac{\sin \theta}{\rho} \right] = \text{indagado}$

$\theta'' + \frac{1}{\rho} \theta' + \frac{1}{\rho^2} \sin^2 \theta = \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \left[\frac{2}{\rho^2} \cos \theta - \frac{2}{\rho^2} \cos \theta - \cos \theta \right] +$
 $\frac{1}{\rho^2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \left[-\frac{1}{\rho} \cos \theta + \frac{1}{\rho} \cos \theta \right] + \sin \theta \cos \theta = \frac{2}{\rho^2} \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} (\cos \theta - \cos \theta) -$
 $\frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\rho^2} \frac{1}{\sin \theta} (\cos \theta - \cos \theta) + \sin \theta \cos \theta = ?$

$\frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \left(-\frac{1}{\rho} \cos \theta + \frac{1}{\rho} \cos \theta \right) - \frac{1}{\sin \theta} \left[\frac{2}{\rho^2} \cos \theta - \frac{2}{\rho^2} \cos \theta - \cos \theta \right]$
 $\theta'' + \frac{1}{\rho} \theta' + \sin \theta \cos \theta = \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \left(\frac{1}{\rho} \right) (\cos \theta - \cos \theta) \theta' - \frac{2}{\rho^2} \frac{1}{\sin \theta} (\cos \theta - \cos \theta) +$
 $+\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{1}{\rho} \theta' + \sin \theta \cos \theta, \quad \theta' = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{(-1)}{\rho} (\cos \theta - \cos \theta)$

Reveremos, donde $\cos \theta(\rho) = \frac{\sin \rho}{\rho}$ como sea conveniente.

A los $\cos \theta(\rho) = 1 - \rho^2$ como dice sea conveniente? 6/2

$-2\rho + \frac{1}{\rho} [-2\rho\rho] + (1 - \rho^2) \sin \theta = 0$

$\theta(\rho) = \arccos(1 - \rho^2), \quad -\sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = -2\rho, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = 2\rho \frac{\rho}{\sin \theta}$

$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} = \frac{1}{\sin \theta} + \rho \frac{(-1)}{\sin^2 \theta} \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \frac{1}{\sin \theta} - \rho \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{2\rho}{\sin \theta}$

$\frac{2\rho}{\sin \theta} - (2\rho)^2 \rho^2 \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\rho} \frac{2\rho\rho}{\sin \theta} + \cos \theta \sin \theta = 0$

$\frac{4\rho}{\sin \theta} \left[1 - \rho^2 \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \right] + \cos \theta \sin \theta = 0$

$4\rho [1 - \cos^2 \theta - \rho^2 \cos \theta] + \cos \theta \sin^4 \theta = 0$

$4\rho [1 - (1 - \rho^2)^2 - \rho^2(1 - \rho^2)] + (1 - \rho^2) [1 - (1 - \rho^2)^2]^2 = 0$

$4\rho^2 \rho^2 + (1 - \rho^2) [\rho^2(2 - \rho^2)]^2 = 0$

$\rho^2 \rho^2 [4 + (1 - \rho^2) \rho^2 (2 - \rho^2)^2] = 0$ bien, como n/m $\rho \rightarrow 0$ (no debe ser igual a 0)

buscamos como $\cos \theta(\rho) = f(\rho), \quad \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = -\frac{1}{\sin \theta} f', \quad \theta' = -\frac{1}{\sin \theta} f'$

$\theta'' = \frac{1}{\sin^2 \theta} \cos \theta \cdot f' \theta' - \frac{1}{\sin \theta} f''$

$\frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} f' \theta' - \frac{1}{\sin \theta} f'' + \frac{1}{\rho} \frac{(-1)}{\sin \theta} f' + \sin \theta \cos \theta = 0$

$-\frac{1}{\sin \theta} f'' - (f')^2 \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\rho} \frac{1}{\sin \theta} f' + \sin \theta \cos \theta = 0$

$-\sin^2 \theta \cdot f'' - (f')^2 \cos \theta - \frac{1}{\rho} \sin^2 \theta \cdot f' + \sin^4 \theta \cos \theta = 0$

$-\sin^2 \theta [f'' + \frac{1}{\rho} f'] - (f')^2 \cos \theta + \sin^4 \theta \cos \theta = 0 \rightarrow$

Date.

$$-(1-f^2) \left[f'' + \frac{1}{\rho} f' \right] - (f')^2 f + f [1-f^2]^2 = 0 \quad \text{--- chromobars}$$

$(f_0 = 1 \text{ abn. penemmen, } \text{penemmen})$

$f_0 = 1$ abs. pureness, $\cos \theta(g) = 1$ - 11 s. d. state.
 $f_0 = 0$ max. pureness, $\cos \theta(g) = 0$ - 11 s. d. state.
 $f_0 = 1$ max. pureness, $\cos \theta(g) = 1$ - 11 s. d. state.

$f_0 = 0$ такое решение $\cos \theta(\rho) = f(\rho)$ — new-variant.
 Но есть еще и отрицательное решение $\theta(\rho) = \gamma \rho$, $\frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \gamma$

можно напр. задать $\theta(p) = \delta p$, $\frac{\partial \theta}{\partial p} = \delta$

$$\frac{1}{p} \delta + \sin \delta p \cdot \cos \delta p = 0 - \text{max } 0.$$

$$\sin \theta(r) = r \rho \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \frac{1}{\cos \theta}, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} = -\frac{1}{\cos^2 \theta} (-\sin \theta) \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \cdot r = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} r \frac{r}{\cos \theta}$$

$$\frac{r^2 \sin \theta}{\cos^3 \theta} + \frac{1}{p} \frac{r}{\cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 0.$$

$$\frac{\gamma}{\cos \theta} \left[\frac{\gamma \sin \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\rho} \right] + \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$\frac{\delta}{\rho} \left[\delta \rho \sin \theta + \cos^2 \theta \right] + \sin \theta \cos^4 \theta = 0, \quad \frac{\delta}{\rho} + \delta \rho [1 - \delta^2 \rho^2]^2 = 0.$$

— совсем много, а всего 200 паровых турбин (тоже $r=0$ снаггеров).

→ Дана $\theta(\rho) = \delta\rho$ и $\sin\theta(\rho) = \delta\rho$ — нулю нулю, 250 нулю
 $\rho \rightarrow 0$, т.к. условие $\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' + \rho^2 \sin\theta \cos\theta = 0$ беремо только $\rho=0$.

→ Derived by Voronov, JETP-83 when $w=0$:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\theta_0}{dr} \right) - \sin \theta_0 \cos \theta_0 \left(\frac{v^2}{r^2} + \frac{1}{\rho_0^2} \right) = 0$$

$$t_g \frac{Q_0(r)}{2} = \frac{2}{(|V|-1)!} \left(\frac{k_0 R}{2} \right)^{|V|} K_V(k_0 r), \quad k_0 = \frac{1}{l_0}, \quad R\text{-page } \text{counting} \\ m_2(z=R)=0$$

$n/m \quad k_0 r \ll 1 \quad \text{tg } \frac{\theta_0(r)}{2} = \left(\frac{R}{r}\right)^n - \text{when } n=1 \text{ gives } m_2(r) = \cos \theta_0(r) = -\frac{R^2 r^2}{R^2 r^2} \text{ max}$
y "core" y scale.

$$\nabla^2 \Theta_0 - \left(\frac{1}{\ell_0^2} + \frac{v^2}{\rho^2} \right) \sin \Theta_0 \cos \Theta_0 = 0, \quad \nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right).$$

Y result w/ $\beta \rightarrow 0$: $\nabla^2 \theta + \left(x^2 - \frac{1}{p^2}\right) \sin \theta \cos \theta = 0$

Уг-а covariant γ_μ $\gamma=1$, $\kappa^2 = -\frac{1}{l_0^2}$ ум $\kappa = i k_0 = i \frac{1}{l_0}$

При $x^2=0$ - переменное известно точно, зато $\tan \frac{\theta(p)}{2} = R/p \rightarrow \infty$

то $2^2 R^2 = 4\pi \left(\frac{R}{R_0}\right)^2$ можно было бы изобразить ТВ как у Косевиц'90,

но $(\chi R)^2$ реально не есть $\ll 1$.

$$\lg \frac{\Theta_0(p)}{2} = k_0 R K_1(k_0 p), \quad k_0 = -i\alpha.$$

$$K_1(z) = \frac{\pi}{2} i^2 [J_1(iz) + i N_1(iz)]$$

$$K_1(ix) = -\frac{\pi}{2} [J_1(x) + iN_1(x)] = -\frac{\pi}{2} [J_1(x) + iN_1(x)]$$

$$\tan \frac{\theta_0(p)}{2} = -i\alpha R K_1(-i\alpha p) = i\alpha R \frac{\sqrt{1}}{2} [J_1(\alpha p) + iN_1(\alpha p)]$$

date.

при $k_0 \ll 1$ $K_1(k_0 \rho) = \dots$ $K_1(z) = -K_0'(z)$

$$K_0(z) = -I_0(z) \ln \frac{z}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\psi(k+1)}{2^{2k} (k!)^2} z^{2k} = -I_0(z) \ln \frac{z}{2} + \psi(1) + \frac{\psi(2)}{4 \cdot 1!} z^2 + \dots$$

$$-K_1(z) = K_0'(z) = -I_0'(z) \ln \frac{z}{2} - I_0(z) \frac{1}{z} + \frac{1}{2} \psi(2) z =$$

$$= -\left[\frac{z}{2} + \left(\frac{z}{2}\right)^3 \frac{1}{2} \right] \ln \frac{z}{2} - \frac{1}{z} \left[1 + \left(\frac{z}{2}\right)^2 \right] + \frac{1}{2} \psi(2) z$$

$$K_1(z) = \frac{z}{2} \ln \frac{z}{2} + \frac{1}{z} + O(z) = \frac{1}{z} + \frac{z}{2} \ln \frac{z}{2} + \left[\frac{\psi(2)}{2} z + \frac{1}{4} \right] z$$

поAbr. - Stegun gives $K_0(z) = -\left\{ \ln \frac{z}{2} + \gamma \right\} I_0(z) + \frac{1}{4} z^2 + O(z^4) =$

$$= -\left\{ \ln \frac{z}{2} + \gamma \right\} \left[1 + \frac{z^2}{4} + O(z^4) \right] + \frac{1}{4} z^2 + O(z^4)$$

$$-K_1(z) = K_0'(z) = -\frac{1}{z} \left[1 + \frac{z^2}{4} \right] - \left\{ \ln \frac{z}{2} + \gamma \right\} \frac{1}{2} z + \frac{z}{2}$$

$$K_1(z) = \frac{1}{z} + \frac{z}{2} \ln \frac{z}{2} + \left[\frac{1}{4} + \gamma - \frac{1}{2} \right] z + O(z^3 \ln z)$$

$$K_1(k_0 \rho) = \frac{1}{k_0 \rho} + \frac{1}{2} k_0 \rho \ln \left(\frac{k_0 \rho}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{1}{2} \right) k_0 \rho + \dots$$

↑ это можно получить заменой $k_0 \rightarrow -i\alpha$

Для $k_0 \gg 1$: $K_1(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[1 + \frac{3}{8} \frac{1}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right) \right]$

$K_1(k_0 \rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_0 \rho}} e^{-k_0 \rho}$ и замена $k_0 \rightarrow -i\alpha$ и введением θ_0 ,
комплексной θ_0

→ т.е. решение Вронского с $\tan \frac{\theta_0}{2} \sim k_0 K_1(k_0 \rho)$ непрерывно с $x^2 = -k_0^2 > 0$ на нпм кривых $k_0 \rho$.
($k_0 = i\alpha$)
 α - веществен.

Наско как решать осн. ур. : $\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \left(x^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \theta \cos \theta \right) = 0$

new-vortex
 $\rho \ll 1$

в гравитационной области $\rho \in [0, R]$. Имеем условие $\rho=0$ $\theta(\rho) = C J_1(x\rho)$

на границе $\rho=R$ $m_z(\rho) = \cos \theta(\rho) = \frac{C}{\alpha R} \text{ch } \alpha(\rho-R)$ на основе 23/IV.

$\frac{1}{\rho^2} > 0$ соответствует анизотропии ОЛН, а $x^2 = -\frac{1}{\rho^2} > 0$ аниз. ПЛН-xy.

Но ПЛН - уравнение для θ_0 есть в Иванов' ЛТР '95.

$$\rho^2 \theta'' + \rho \theta' + (x^2 \rho^2 - 1) \sin \theta \cos \theta = 0 \quad \text{гип. на } \theta' \text{ и } \int_0^\infty d\rho (\dots)$$

$$\int_0^\infty d\rho \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \theta' + \int_0^\infty d\rho (x^2 \rho^2 - 1) \sin \theta \cos \theta \theta' = 0$$

Согласно Уланов' 95 : $\int_0^\infty d\rho \rho \cos^2 \theta = 1/2$, $\cos \theta(\rho=0) = \pm 1$ и $\theta(\rho=\infty) = \theta_0$ - направление осн. анизотропии.

Date.

$$-(1-f^2) \left[f'' + \frac{1}{f} f' \right] - (f')^2 f + f [1-f^2]^2 = 0 \quad \text{-- characteristic}$$

$f_0 = 1$ abo. pomeimian, zero $\theta_0(f) = 0$ -- 1 s.d. state.

$f_0 = 0$ ravno pomeimian, zero $\theta_0(f) = \pi/2$ -- 11 s.d. state.

No such case a non-perturbational pomeimian $\theta_0(f) = f(f)$ -- non-zero

Moreno uery angars $\theta(f) = f f$, $\frac{\partial \theta}{\partial f} = f$

$$\frac{1}{f} f + \sin(f f) \cos(f f) = 0 \quad \text{-- more 0.}$$

$$\sin \theta(f) = f f \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial f} = \frac{1}{\cos \theta} f, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial f^2} = -\frac{1}{\cos^3 \theta} (-\sin \theta) \frac{\partial \theta}{\partial f} f = \frac{\sin \theta}{\cos^3 \theta} f \frac{f}{\cos \theta}$$

$$\frac{f^2 \sin \theta}{\cos^3 \theta} + \frac{1}{f} \frac{f}{\cos \theta} + \sin \theta \cos \theta = 0.$$

$$\frac{f}{\cos \theta} \left[\frac{f \sin \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{f} \right] + \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$\frac{f}{f} [f f \sin \theta + \cos^2 \theta] + \sin \theta \cos \theta = 0, \quad \frac{f}{f} + f f [1-f^2]^2 = 0.$$

-- coban more, a begi zero norm vortov yada (more $f \rightarrow$ incoherant).

$\rightarrow$ Dait $\theta(f) = f f$ u $\sin \theta(f) = f f$ -- more more, zero more $f \rightarrow 0$, r.k. uverya $\theta'' + \frac{1}{f} \theta' + x^2 \sin \theta \cos \theta = 0$ -- more yada more

Remane by Voronov, JETP-83 $N_{\mu} u = 0$:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dz} \left(z \frac{d\theta_0}{dz} \right) - \sin \theta_0 \cos \theta_0 \left(\frac{z^2}{2} + \frac{1}{\ell_0^2} \right) = 0$$

$$\tan \frac{\theta_0(z)}{2} = \frac{2}{(N-1)!} \left(\frac{k_0 R}{2} \right)^{|N|} K_N(k_0 z), \quad k_0 = \frac{1}{\ell_0}, \quad R\text{-page more } m_2(z=R) = 0$$

$$N/\mu \quad k_0 z \ll 1 \quad \tan \frac{\theta_0(z)}{2} = \left(\frac{R}{z} \right)^N - N/\mu \quad N=1 \quad \text{gaur } m_2(z) = \cos \theta_0(z) = -\frac{R^2 z^2}{R^2 z^2} \text{ -- y "core" yada.}$$

$$\nabla^2 \theta_0 - \left(\frac{1}{\ell_0^2} + \frac{z^2}{f^2} \right) \sin \theta_0 \cos \theta_0 = 0, \quad \nabla^2 = \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial f^2}$$

$$\text{Y more uvery } f \rightarrow 0: \quad \nabla^2 \theta + \left(x^2 - \frac{1}{f^2} \right) \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$\text{Yr-a cobnagys uvery } z=1, \quad x^2 = -\frac{1}{\ell_0^2} \text{ um } x = i k_0 = i \frac{1}{\ell_0}$$

$$\text{Yru } x^2 = 0 \text{ -- pomeimian uverya zero, zero } \tan \frac{\theta(f)}{2} = f/f \text{ -- pomeimian}$$

$$\text{No } x^2 R^2 = 4\pi \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \text{ -- more zero sin uverya TB more y Knecht's 90,}$$

$$\text{no } (xR)^2 \text{ pomeimian no zero } \ll 1.$$

$$\tan \frac{\theta_0(f)}{2} = k_0 R K_1(k_0 f), \quad k_0 = -ix. \quad K_1(x) = \frac{\pi}{2} i^2 [J_1(ix) + i N_1(ix)]$$

$$K_1(ix) = -\frac{\pi}{2} [J_1(ix) + i N_1(ix)] = -\frac{\pi}{2} [J_1(x) + i N_1(x)]$$

$$\tan \frac{\theta_0(f)}{2} = -ix R K_1(-ix f) = ix R \frac{\pi}{2} [J_1(x f) + i N_1(x f)] \quad \text{-- more more}$$

date.

при $k_0 \rho \ll 1$ $K_1(k_0 \rho) = \dots$ $K_1(z) = -K_0'(z)$

$$K_0(z) = -I_0(z) \ln \frac{z}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\psi(k+1)}{2^{2k} (k!)^2} z^{2k} = -I_0(z) \ln \frac{z}{2} + \psi(1) + \frac{\psi(2)}{4 \cdot 1!} z^2 + \dots$$

$$-K_1(z) = K_0'(z) = -I_0'(z) \ln \frac{z}{2} - I_0(z) \frac{1}{z} + \frac{1}{2} \psi(2) z =$$

$$= -\left[\frac{z}{2} + \left(\frac{z}{2}\right)^3 \frac{1}{2}\right] \ln \frac{z}{2} - \frac{1}{z} \left[1 + \left(\frac{z}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2} \psi(2) z =$$

$$K_1(z) = \frac{z}{2} \ln \frac{z}{2} + \frac{1}{z} + O(z) = \frac{1}{z} + \frac{z}{2} \ln \frac{z}{2} + \left[\frac{\psi(2)}{2} + \frac{1}{4}\right] z$$

по Мот. - Stegun gives $K_0(z) = -\left\{\ln \frac{z}{2} + \gamma\right\} I_0(z) + \frac{1}{4} z^2 + O(z^4) =$

$$= -\left\{\ln \frac{z}{2} + \gamma\right\} \left[1 + \frac{z^2}{4} + O(z^4)\right] + \frac{1}{4} z^2 + O(z^4)$$

$$-K_1(z) = K_0'(z) = -\frac{1}{z} \left[1 + \frac{z^2}{4}\right] - \left\{\ln \frac{z}{2} + \gamma\right\} \frac{1}{2} z + \frac{z}{2}$$

$$K_1(z) = \frac{1}{z} + \frac{z}{2} \ln \frac{z}{2} + \left[\frac{1}{4} + \gamma - \frac{1}{2}\right] z + O(z^3 \ln z)$$

$$K_1(k_0 \rho) = \frac{1}{k_0 \rho} + \frac{1}{2} k_0 \rho \ln \left(\frac{k_0 \rho}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{1}{2}\right) k_0 \rho + \dots$$

↑ для тех случаев замены $k_0 \rightarrow -i\alpha$

Для $k_0 \rho \gg 1$: $K_1(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[1 + \frac{3}{8} \frac{1}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right)\right]$

$|z| \gg 1$

$$K_1(k_0 \rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_0 \rho}} e^{-k_0 \rho} \text{ и замена } k_0 \rightarrow -i\alpha \text{ приводит к}$$

комплексной $\frac{\pi}{2}$

→ т.е. поведение Вронского с $\frac{\pi}{2} \sim k_0 K_1(k_0 \rho)$ непрерывно с $x^2 = -k_0^2 > 0$ ($k_0 = i\alpha$) α - веществен.

или при каких $k_0 \rho$.

Наско как решать осн. ур. : $\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \left(x^2 - \frac{1}{\rho^2}\right) \sin \theta \cos \theta = 0$ new - vertex $\rho \ll 1$

в границах внутренней области $\rho \in [0, R]$. Там же берем $\rho=0$ $\theta(\rho) = C J_1(x\rho)$

На границе $\rho=R$ $m_z(\rho) = \cos \theta(\rho) = \frac{C}{\alpha R} \operatorname{ch} x(R-\rho)$ на основе 23/IV.

$\frac{1}{\rho^2} > 0$ соответствует анизотропии О/Н, а $x^2 = -\frac{1}{\rho^2} > 0$ аниз. П/Н-xy.

По П/Н - уравнение для θ_0 есть в Иванов' ЛТР '95.

$$\rho^2 \theta'' + \rho \theta' + (x^2 \rho^2 - 1) \sin \theta \cos \theta = 0 \text{ упр. на } \theta' \sim \int_0^\infty d\rho (\dots)$$

$$\int_0^\infty d\rho \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \theta' + \int_0^\infty d\rho (x^2 \rho^2 - 1) \sin \theta \cos \theta \theta' = 0$$

Согласно Уланов' 95 : $\int_0^\infty d\rho \rho \cos^2 \theta = \frac{1}{2}$, $\cos \theta(\rho=0) = \pm 1$ и $\theta(\rho=\infty) = \theta_0$ - направа, осн анизотр. Вронского.

Date. . .

$\delta(\rho) \rightarrow$ gap parameter $\rightarrow$ $\delta(\rho) = 0$ at $\rho = R_0$

Vortex Yuba $\rightarrow$ $\delta(\rho) = 0$ at $\rho = R_0$

- 1) Given vortex Yuba $\rightarrow$ $\delta(\rho) = 0$ at $\rho = R_0$
- 2) Assume $\delta(\rho) = 0$ at $\rho = R_0$ (this is a δ function)

① $\rho = R_0$ is a coordinate $x^2 = 0$: $\frac{\partial^2 \theta_{us}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta_{us}}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \sin \theta_{us} \cos \theta_{us} = 0$

T.v. $x^2 \rho^2 = 4\pi \left(\frac{R_0}{\rho}\right)^2 \left(\frac{\rho}{R_0}\right)^2$, $x^2 \rho^2 \ll 1$ where $\rho \ll R_0$ and $R_0 \gg 1$

By the way $\theta(\rho) = \theta_{us}(\rho) + (xR)^2 \delta(\rho)$, where $(xR)^2 \ll 1$. $\theta(\rho) = \theta_0(\rho) + \delta(\rho)$

$$0 = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + (x^2 - \frac{1}{\rho^2}) \sin \theta \cos \theta = \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta_0}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \sin \theta_0 \cos \theta_0 + 2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta}{\partial \rho} + x^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \theta_0'' + \frac{1}{\rho} \theta_0' - \frac{1}{\rho^2} \sin 2\theta_0 \cos 2\theta_0 + 2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta}{\partial \rho} + x^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \left[\theta_0'' + \frac{1}{\rho} \theta_0' - \frac{1}{\rho^2} \sin 2\theta_0 \cos 2\theta_0 \right] - \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \delta + \delta'' + \frac{1}{\rho} \delta' + x^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = 0$$

$\delta'' + \frac{1}{\rho} \delta' - \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \delta = -x^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$ — linear eq. $\rho = R_0$

Order ρ . $\delta'' + \frac{1}{\rho} \delta' - \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \delta = 0$ where $\delta(\rho) = \sin \theta_0(\rho)$

$\delta'(\rho) = \cos \theta_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial \rho}$, $\delta'' = -\sin \theta_0 (\theta_0')^2 + \cos \theta_0 \theta_0''$

$-\sin \theta_0 (\theta_0')^2 + \cos \theta_0 \theta_0'' + \frac{1}{\rho} \cos \theta_0 \theta_0' - \frac{1}{\rho^2} \cos 2\theta_0 \sin \theta_0 = 0$

$-\sin \theta_0 (\theta_0')^2 + \cos \theta_0 \left[\frac{1}{\rho^2} \sin \theta_0 \cos \theta_0 \right] - \frac{1}{\rho^2} \cos 2\theta_0 \sin \theta_0 = 0$

$\sin \theta_0 \left[-(\theta_0')^2 + \frac{1}{\rho^2} (\cos^2 \theta_0 - \cos 2\theta_0) \right] = 0$

$\sin \theta_0 \neq 0$, $-(\theta_0')^2 + \frac{1}{\rho^2} \sin^2 \theta_0 = 0$, a no Abtullaev's eq (where $\delta(\rho) = \sin \theta_0(\rho)$)

$(\nabla \theta_0)^2 = (\theta_0')^2 = \frac{1}{\rho^2} \sin^2 \theta_0$ — where $\theta_0'' + \frac{1}{\rho} \theta_0' - \frac{1}{\rho^2} \sin \theta_0 \cos \theta_0 = 0$

$\omega_3 E \sim \int d^2 \rho \left[(\nabla \theta)^2 + \sin^2 \theta (\nabla \phi)^2 \right]$, zero — to θ is independent of ρ (in $\theta/2$).

$\theta_0(\rho) = 2 \arctan \frac{\rho}{b}$, $\frac{\partial \theta_0}{\partial \rho} = 2 \frac{1/b}{1 + \frac{\rho^2}{b^2}} = 2 \frac{b}{b^2 + \rho^2}$, $\sin \theta_0(\rho) = \frac{2b\rho}{b^2 + \rho^2}$

$\frac{\partial \theta_0}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho} \sin \theta_0(\rho)$ — because $\rho \leq b$, where ρ is small (the δ function. $\theta_0 = \pi/2$)

a) linear eq. ρ where $\delta(\rho)$ is small "core" $\rho \leq b$ where θ is small — θ is small

b) — "core" $\theta_0(\rho) = \pi/2$: $\delta'' + \frac{1}{\rho} \delta' + \frac{1}{\rho^2} \delta = 0$, $\left(\frac{\partial \delta}{\partial \rho} \right)_R = 0$

$\rho^2 \delta'' + \rho \delta' + \delta = 0$ — this eq is linear [Ponchon, p. 145]

$(1-a)^2 - 4b = 0 - 4 \cdot 1 = -4 < 0$, where ρ is small, $\mu = \frac{1}{2} \sqrt{1-4b} = 1$:

Нормировка - возмущения и вращение Якоби

date.

$$\delta(r) = C_1 \sin(\ln r) + C_2 \cos(\ln r), \quad \delta(r=R) = C_2$$

при $R=1$. $\frac{\partial \delta}{\partial r} = C_1 \cos \ln r \cdot \frac{1}{r} - C_2 \sin \ln r \cdot \frac{1}{r}; \left(\frac{\partial \delta}{\partial r}\right)_{r=1} = C_1 = 0$

Нормировку для $r \geq R$ выберем $\delta(r) = C_2 \cos(\ln r)$ - для функции "core"

а) для функции "core" $r \leq b$: $\delta'' + \frac{1}{r} \delta' - \frac{1}{r^2} \cos 2\theta_0(r) \delta = -\frac{\pi^2}{2} \sin 2\theta_0(r)$ - неограниченно мал.

Каждо ФГ соответствует. $\frac{\partial^2 \delta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta}{\partial r} - \frac{\cos 2\theta_0(r)}{r^2} \delta(r) = f(r)$

при $r \rightarrow 0$: $\delta(r=b) = C_2 \ln \cos b$ - амплитуда с функцией "core" связана.

при $r \rightarrow 0$ $\delta'' + \frac{1}{r} \delta' - \frac{1}{r^2} \delta = -\frac{\pi^2}{6} r$. Тогда $\delta'' + \frac{1}{r} \delta' - \frac{1}{r^2} \delta = 0$ имеет

одно решение Эйлера $r^2 \delta'' + r \delta' - \delta = 0$, $(1-a)^2 - 4b = 0 - 4 \cdot (-1) = 4 > 0$
 $\mu = \frac{1}{2} \sqrt{4} = 1$

$\delta(r) = C_1 r$ при $r \rightarrow 0$.

и тогда можно не рассуждать. А при $r \rightarrow b-0$: $\sin \theta_0 \cos \theta_0 = \frac{2b^2 (b-r) 2b}{2b^2 \cdot 2b^2} = \frac{1}{b} (b-r)$

$\cos^2 2\theta_0(r) = 1 - \sin^2 2\theta_0(r) = 1 - \frac{4}{b^2} (b-r)^2$

при $r \rightarrow 0$ $\delta'' + \frac{1}{r} \delta' - \frac{1}{r^2} \delta = -\frac{\pi^2}{6} (b-r)$ Тогда $\delta(r) = C_1^* r + C_2^* \frac{1}{r}$

также при. Тогда $\delta_1(r) = B(b-r)$, $\frac{1}{r} (-B) - \frac{1}{r^2} B(b-r) = -\frac{\pi^2}{6} (b-r)$

тогда $\left(\frac{B}{r^2} = \frac{\pi^2}{6}\right)$.

$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \delta}{\partial r} \right] - \frac{\cos 2\theta_0(r)}{r^2} \delta(r) = f(r) \rightarrow \hat{L} \delta(r) + F(r) = 0$

$\hat{L} = \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \right] - \frac{\cos 2\theta_0}{r}$, $F(r) = -r f(r) = -r (-\frac{\pi^2}{6}) \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \frac{r \pi^2}{6} \sin 2\theta_0(r)$

$\hat{L} \delta(r) = 0$ в области $r \leq b$ имеет решение $\delta(r) = \sin \theta_0(r)$

$G(r, r')$ - ФГ задачи. $\hat{L}_r G(r, r') = -\delta(r-r')$. $\delta(r) = \int dr' G(r, r') F(r')$

$G(r, r') = \begin{cases} C_1 u(r), & 0 < r < r' \\ C_2 v(r), & r' < r < b \end{cases}$ $\delta(r) = \sin \theta_0(r)$, $\delta(0) = 0$
 $\delta(b) = 1$ - граничное условие.

Но так ФГ можно выбрать только если $u(r)$ и $v(r)$ - линейно-независимы. у нас $u(r)$ и $v(r) \sim \sin \theta_0(r)$.

К тому же $\hat{L} = \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \right] - \frac{\cos 2\theta_0}{r}$ имеет вид $\hat{L} = \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \right] - \frac{n^2}{r^2}$ с n^2 от $J_n(r)$.

$\delta(r) = \begin{cases} C_1 r, & r \rightarrow 0 \\ C_2 \ln \cos r, & r \geq b \end{cases}$



Можно считать $\delta(r) = C_1 r$ вплоть до $r=b$. Амплитуда $J_0(b) = J_0(b)$, $C_1 b = C_2 \ln \cos b$

$\delta(r) = C_1 \begin{cases} r, & r \leq b \\ \frac{b}{\ln \cos b} \ln \cos r, & r \geq b \end{cases}$. Вообще, ур-е для $\delta(r)$ неограниченно, поэтому C_1 должна быть известна, но

Date. 07.05.

$\Phi = \varphi + \pi/2$ - не возмущен
 $\vec{m} = (\sin\theta \cos\Phi, \sin\theta \sin\Phi, \cos\theta)$

θ - параметр fitting parameter.

Самая простая $\rightarrow W(\theta_0, \delta) = W_{us}(\theta_0) + \left[\frac{\text{расч. диаграммы}}{\text{эксп. } \delta(p)} \right]$

$\rightarrow W_{us} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\Omega [\cos^2\theta + \sin^2\theta (\nabla\Phi)^2] = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\Omega \left[\left(\frac{d\theta}{d\Omega}\right)^2 + \frac{\sin^2\theta}{R^2} \right]$

$W_m = \frac{4\pi}{R} \int d\Omega \int d\Omega' m_z(p) m_z(p') \int_0^\infty dx [1 - e^{-px}] J_0(px) J_0(p'x)$

$g_{zz}(p, p') = -\frac{4\pi}{R} \int_0^\infty dx [1 - e^{-px}] J_0(px) J_0(p'x)$

$W_m = - \int d\Omega \int d\Omega' m_z(p) m_z(p') g_{zz}(p, p'), \quad g_{zz}(p, p') = -\frac{4\pi}{R} \delta(p-p')$

Легко видеть $\rightarrow W_m^{(p \rightarrow 0)} = 4\pi \int d\Omega m_z^2(p) = 4\pi \int d\Omega \cos^2\theta$. Но у нас есть $W_m^{(p \rightarrow 0)}$

$W(\theta) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\Omega \left[\left(\frac{d\theta}{d\Omega}\right)^2 + \frac{\sin^2\theta}{R^2} \right] + \frac{4\pi}{R} \int_0^\infty dx [1 - e^{-px}] I^2(x)$ - вторая часть - $m_z(p) = \cos\theta(p)$

где $I(x) = \int d\Omega \cos\theta(p) J_0(px), \quad m_z(p) = \cos\theta(p)$

$W(\theta_0, \delta) = W_{us}(\theta_0) + [\dots] \delta^2$
 $[\dots] = 0$ и газ условно считается

второй член $\theta_0(p)$ описывает разброс точек возмущения $\delta(p)$,

$\rightarrow \Phi = \varphi + \pi/2 + \delta\Phi(p)$, также $\delta\Phi(p)$ является δ к volume charges, а W_{us} - симметричен.

Не все так просто с разложением по $\delta(p)$.
 Лемма: если по $\delta(p)$ не зависит ноль или:

- 1) $\delta(p=0)=0$ и $\delta(R)=0$ если считать $\delta(p)$ непрерывной функцией. Но у нас $\delta(p) \ll 1$ - это ТБ по $(xR)^2 \ll 1$
- 2) Второй член не есть простое выражение Зинера где $W(\theta(p))$ - симметричен. Но монотонно $\approx$ на порядок δ некоррелированных цилиндров ($x^2=0$ - статистическая независимость, разрыв)

Упр. а Зинера (используя $\int d\Omega (\dots) = 1$) получено δ/p (и далее $m_p=0$):

$\frac{\partial^2 \theta}{\partial p^2} + \frac{1}{p} \frac{\partial \theta}{\partial p} = \left[\frac{\cos\theta(p)}{p^2} + \frac{1}{2} \int d\Omega' g_{zz}(p, p') \cos\theta(p') \right] \sin\theta(p)$

Решение задачи это искомое иrogen $\lambda \rightarrow \infty$ здесь.

Но если в ФМН'94 у нас было замечание что где ноль симметрия $\rightarrow$ без чего, очевидно, но решение $\theta_0(p) \approx \pi/2$ (и $m_p=1$)
 решение упр. 1. - 1. (б/а/а/а)

Date.

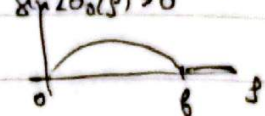
$$\begin{aligned} \text{Но } \int_0^R dr r \delta'^2 &= \int_0^R dr \left(r \frac{d\delta}{dr} \right) \frac{d\delta}{dr} = \int_0^R dr \left(r \frac{d}{dr} \right) \left(\frac{\delta^2}{2} \right) = r \frac{d}{dr} \left(\frac{\delta^2}{2} \right) \Big|_0^R - \int_0^R dr \frac{d}{dr} (r \delta^2) = \\ &= \left| \text{у } r=R \text{ } \delta=0 \text{ и } \text{у } r=0 \text{ } \frac{d\delta}{dr} \delta(0)=0 \text{ или } \delta(0)=0 \right| = - \int_0^R dr r \frac{d}{dr} (r \delta^2) = - \int_0^R dr r^2 \delta^2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow W(\theta_0 + \delta) = W(\theta_0) + 2 \int_0^R dr r \left[-v^2 \delta + \frac{\cos 2\theta_0}{r^2} \delta - \kappa^2 \sin 2\theta_0 \right] \delta(r)$$

В аналог. упр. а на δ : $v^2 \delta - \frac{\cos 2\theta_0}{r^2} \delta = -\kappa^2 \sin 2\theta_0 \cos \theta_0$ и т.д. [...]

$$W(\theta_0 + \delta) = W(\theta_0) - \frac{1}{2} d\kappa^2 \int_0^R dr r \sin 2\theta_0(r) \delta(r), \quad \text{т.к. } \sin 2\theta_0 = 0 \text{ при } \theta_0 = \theta_{0, \text{max}}$$

$$\rightarrow W(\theta_0 + \delta) = W(\theta_0) - \frac{1}{2} d\kappa^2 \int_0^R dr r \sin 2\theta_0(r) \delta(r)$$



и надо найти $\delta(r)$ на $[0, b]$ из $v^2 \delta - \frac{\cos 2\theta_0}{r^2} \delta = -\frac{\kappa^2}{2} \sin 2\theta_0$.

$\delta = F(r, b, \kappa^2)$ — от R, b не зависит, т.к. $R \rightarrow 0$.

Усл. нормировочное равенство $\int_0^b dr r \sin 2\theta_0(r) \delta(r) = 0$

т.е. $\delta(r)$ должно быть знакопеременным, т.к. $\sin 2\theta_0 > 0$.

Если δ знает ФГ упр. где $\delta(r)$, то $\delta(r) = \frac{1}{2} \int_0^b dr' r' G(r, r') \sin 2\theta_0(r')$ и т.д.

Усл. нормировочное $\int_0^b dr r \int_0^b dr' r' G(r, r') \sin 2\theta_0(r) \sin 2\theta_0(r') = 0$

Решение ЛОДУ: $\delta_0(r) = C \sin \theta_0(r)$

А второе мин. независим. решение ЛОДУ где $\delta(r)$?

$$\delta'' + \frac{1}{r} \delta' - \frac{\cos 2\theta_0(r)}{r^2} \delta(r) = 0, \quad \delta'' + P(r) \delta' + Q(r) \delta = 0$$

$$\int P(r) dr = \int \frac{dr}{r} = \ln r. \quad \delta(r) = \sin \theta_0(r) \int \frac{dr}{\sin^2 \theta_0(r)} e^{-\int P(r) dr} =$$

$$= \sin \theta_0(r) \int \frac{dr}{\sin^2 \theta_0(r)} \frac{1}{r} = \sin \theta_0(r) \int \frac{dr}{r} \left(\frac{b^2 + r^2}{2br} \right)^2 = \frac{\sin \theta_0}{4b^2} \int \frac{dr}{r} \left[\frac{b^2}{r} + r \right]^2 =$$

$$= \frac{1}{4b^2} \sin \theta_0 \int \frac{dr}{r} \left[\frac{b^4}{r^2} + 2b^2 + r^2 \right] = \frac{1}{4b^2} \sin \theta_0 \left[b^4 \left(-\frac{1}{r} \right) + 2b^2 \ln r + \frac{1}{2} r^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{8b^2} \sin \theta_0(r) \left[4b^2 \ln r + r^2 - \frac{b^4}{r^2} \right], \quad \text{т.к. } \sin \theta_0(r) = \frac{2br}{r^2 + b^2}, \quad \text{и}$$

второе решение $\delta_2(r)$ найдем при $r=0$.

Решение ЛОДУ: $\delta_1(r) = \sin \theta_0(r), \quad \delta_2(r) = \frac{1}{8b^2} \sin \theta_0(r) \left[4b^2 \ln \left(\frac{r}{b} \right) + r^2 - \frac{b^4}{r^2} \right]$

$\delta_1(0) = 0$ и $\delta_2(b) = 0$. $\hat{L} = \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \right) - \frac{1}{r} \cos 2\theta_0(r)$.

$G(r, r') = \begin{cases} -\frac{1}{A} \delta_1(r) \delta_2(r'), & 0 \leq r < r' \\ -\frac{1}{A} \delta_1(r') \delta_2(r), & r' < r < b \end{cases}$

т.к. $\delta_2(b) = 0$, но $\delta_2(r) \neq 0$ при $r < b$.
Хотим ли предположить $\delta(b) = 0$?
Взгля $\delta(r) \sim \cos \ln r$ и т.д.

Резюме $\rightarrow \delta_2(p) = \frac{1}{8b^2} \sin 2\theta_0(p) \left[4b^2 \ln \frac{p}{R} + p^2 - \frac{b^4}{p^2} \right], \delta_2(b) = \frac{1}{2} \ln \frac{b}{R}$

10.
$$\delta(p) = \frac{\alpha^2}{2} \int_0^b dp' p' G(p, p') \sin 2\theta_0(p') = \frac{\alpha^2}{2} \int_0^p dp' p' [\dots] + \frac{\alpha^2}{2} \int_p^b dp' p' [\dots] =$$

$$= \frac{\alpha^2}{2} \left(-\frac{1}{A} \right) \int_0^p dp' p' \sin \theta_0(p') \delta_2(p) \sin 2\theta_0(p') + \frac{\alpha^2}{2(-A)} \int_p^b dp' p' \delta_1(p) +$$

$$+ \frac{1}{8b^2} \sin \theta_0(p') \left[4b^2 \ln \frac{p'}{R} + p'^2 - \frac{b^4}{p'^2} \right] \sin 2\theta_0(p') =$$

$$= \frac{\alpha^2}{2(-A)} \delta_2(p) \int_0^p dp' p' \sin \theta_0(p') \sin 2\theta_0(p') + \frac{\alpha^2}{2(-A) 8b^2} \int_p^b dp' p' \left[4b^2 \ln \frac{p'}{R} + p'^2 - \frac{b^4}{p'^2} \right] \sin \theta_0(p') \sin 2\theta_0(p')$$

$$\int_0^p dp' p' \sin \theta_0(p') \sin 2\theta_0(p') = \left| \left(\frac{d\theta_0}{dp} \right)^2 = \frac{1}{p^2} \sin^2 \theta_0(p), \frac{d\theta_0}{dp} = -\frac{1}{p} \sin \theta_0(p) \right| = \left| 2 \sin^2 \theta_0(p) \right| =$$

$$dp = \frac{d\theta}{\left(\frac{d\theta}{dp} \right)} = \frac{1}{\theta'(p)} d\theta, dp = -p \frac{d\theta}{\sin \theta}$$

$$= 2 \int_0^p dp' p' \left(\frac{2b p'}{b^2 + p'^2} \right)^2 \frac{b^2 - p'^2}{b^2 + p'^2} = 2 \cdot 4b^2 \int_0^p dp' \frac{p'^3 (b^2 - p'^2)}{(b^2 + p'^2)^3} = 8b^2 \int_0^p dp' \left[\frac{p'^3 (-1)}{(b^2 + p'^2)^2} + \frac{2b^2 p'^3}{(b^2 + p'^2)^3} \right] =$$

$$= 8b^2 \int_0^p dx \left[\frac{-x}{(b^2 + x)^2} + \frac{2b^2 x}{(b^2 + x)^3} \right] = 4b^2 (-1) \left[-\frac{x}{b^2 + x} + \ln(b^2 + x) \right]_0^p +$$

$$+ 4b^2 \cdot 2b^2 (-1) \left[x + \frac{1}{2} b^2 \right] \frac{1}{(b^2 + x)^2} \Big|_0^p = -4b^2 \left[\frac{-p^2}{b^2 + p^2} + \ln(b^2 + p^2) - \ln b^2 \right] -$$

$$- 8b^4 \left[\frac{p^2 + \frac{1}{2} b^2}{(b^2 + p^2)^2} - \frac{\frac{1}{2} b^2}{b^4} \right] = -4b^2 \ln \left(1 + \frac{p^2}{b^2} \right) - \frac{4b^2}{(b^2 + p^2)^2} \left[-p^2(p^2 + b^2) + \right.$$

$$\left. + 2(p^2 + \frac{1}{2} b^2)b^2 \right] + 4b^2 = 4b^2 - 4b^2 \ln \left(1 + \frac{p^2}{b^2} \right) - \frac{4b^2}{(b^2 + p^2)^2} \left[-p^4 - p^2 b^2 + 2p^2 b^2 + b^4 \right] =$$

$$= -4b^2 \ln \left(1 + \frac{p^2}{b^2} \right) - \frac{4b^2}{(b^2 + p^2)^2} \left[-p^4 - p^2 b^2 - 2p^2 b^2 - p^4 - p^2 b^2 + 2p^2 b^2 + b^4 \right] =$$

$$= -4b^2 \ln \left(1 + \frac{p^2}{b^2} \right) - \frac{4b^2}{(b^2 + p^2)^2} \left[-2p^4 - p^2 b^2 \right] = -4b^2 \ln \left(1 + \frac{p^2}{b^2} \right) + \frac{4b^2 p^2}{(b^2 + p^2)^2} (2p^2 + b^2)$$

$$\rightarrow \delta(p) = \frac{\alpha^2}{2(-A)} \delta_2(p) 4b^2 \left[-\ln \left(1 + \frac{p^2}{b^2} \right) + \frac{p^2 (2p^2 + b^2)}{(b^2 + p^2)^2} \right] +$$

$$+ \frac{\alpha^2}{2(-A)} \frac{\delta_1(p)}{8b^2} \int_p^b dp' p' \left[4b^2 \ln \frac{p'}{R} + p'^2 - \frac{b^4}{p'^2} \right] \sin \theta_0(p') \sin 2\theta_0(p')$$

Вывод: логно, что требуется на сформулировать $\delta_2(p)$, $\delta(p) \sim p^3$

$$\delta(p=b) = \frac{\alpha^2}{2(-A)} \frac{1}{2} \ln \frac{b}{R} 4b^2 \left[-\ln 2 + \frac{3}{4} \right], \text{ т.к. } \delta_2(b) = \frac{1}{2} \ln \frac{b}{R}$$

$$\delta(p=0) = \frac{\alpha^2}{2(-A)} \frac{1}{8b^2} \frac{2}{b} p \left[-\frac{b^4}{p^2} \right] 4b^2 \left[-\frac{p^2}{b^2} + \frac{p^2 b^2}{b^4} \right] \sim p^3 (!).$$

Корр. А из условия $Wron(\delta_1, \delta_2) = \begin{vmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ \delta_1' & \delta_2' \end{vmatrix} = \frac{A}{p} \leftarrow$ опреде. из $\hat{L}$.

Date.

$$\delta_1(p) = \sin \theta_0(p), \quad \delta_2(p) = \delta_1(p) f(p)$$

$$Wron(\delta_1, \delta_2) = \delta_1 \delta_2' - \delta_2 \delta_1' = \delta_1 [\delta_1 f]' - \delta_1 f \delta_1' = \delta_1 [\delta_1' f + \delta_1 f'] - f \delta_1 \delta_1'$$

$$= \delta_1^2 f', \quad f(p) = \frac{1}{8b^2} \left[4b^2 \ln \frac{p}{R} + p^2 - \frac{b^4}{p^2} \right]$$

$$f'(p) = \frac{1}{8b^2} \left[\frac{4b^2}{p} + 2p + 2 \frac{b^4}{p^3} \right] = \frac{1}{4b^2 p} \left[2b^2 + p^2 + \frac{b^4}{p^2} \right] = (4b^2 p)^{-1} \left(p + \frac{b^2}{p} \right)^2$$

$$Wron(\delta_1, \delta_2) = \sin^2 \theta_0(p) f'(p) = \frac{4b^2 p^2}{(p^2 + b^2)^2} \frac{1}{4b^2 p} \left(p + \frac{b^2}{p} \right)^2 = \frac{1}{p}, \Rightarrow A=1$$

→ Теперь $\delta(p) = \frac{\pi^2}{2} \int_0^b dp' p' G(p, p') \sin 2\theta_0(p') \subset G(p, p') = (-1) \begin{cases} \delta_1(p) \delta_2(p'), & p < p' \\ \delta_1(p') \delta_2(p), & p' < p \end{cases}$

где решение ЛНД $\delta'' + \frac{1}{p} \delta' - \frac{\cos 2\theta_0(p)}{p^2} \delta(p) = -\frac{\pi^2}{2} \sin 2\theta_0(p)$ где

направил $\delta(p)$ к решению уравн $\theta_0(p)$ (но только $p < 1$).

$\delta_1(p), \delta_2(p)$ — ин. независим. решение ЛОД известны.

$J = \int_0^b dp p \int_0^b dp' p' G(p, p') \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p') \sim \text{Dir. направл.} \sim \delta^2$
Энергия и устойчивость

$J = \int_0^b dp p \left[\int_0^p dp' p' G(p, p') \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p') + \int_p^b dp' p' G(p, p') \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p') \right] =$

$= (-1) \int_0^b dp p \left[\int_0^p dp' p' \delta_1(p') \delta_2(p) \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p') + \int_p^b dp' p' \delta_1(p) \delta_2(p') \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p') \right] =$

$= (-1) \int_0^b dp p \left[\delta_2(p) \cdot \int_0^p dp' p' \delta_1(p') \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p') + \delta_1(p) \int_p^b dp' p' \delta_2(p') \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p') \right] =$

$= (-1) \left[\int_0^b dp p \delta_1(p) \delta_2(p) \right] = (-1) \int_0^b dp p \delta(p) [\delta_2 f_1(p) + \delta_1(p) f_2(p)] =$

$= (-1) \int_0^b dp p \delta(p) [\delta_2(p) f_1(p) + \delta_1(p) f_2(p)] + (-1) \int_0^b dp p [\delta_2(p) f_1(p) + \delta_1(p) f_2(p)] \delta(p)$

$= (-1) \left[\text{new} \right] \cdot \int_0^b dp \int_0^b dp' = \left[\int_0^p dp + \int_p^b dp \right] \left[\int_0^p dp' + \int_p^b dp' \right] = ?$

→ $W(\theta_0 + \delta) = W(\theta_0) - \frac{1}{2} d\alpha^2 \int_0^b dp p \sin 2\theta_0(p) \delta(p) = W(\theta_0) - \frac{\alpha^2}{4} \int_0^b dp p \int_0^b dp' p' \sin 2\theta_0(p) \sin 2\theta_0(p')$

Анализ: а) либо делаем как было ТВ по π^2 и возмущ. энергия vortex уравн $\theta_0(p)$ и устойчивость v. уравн $\theta_0(p)$

б) либо рассм. устойчивость исходного стационар. vortex (new-vortex) относительно возмущений $\delta(p)$ и методом Bogdanov-Mikhailov

хорошо покажем устойчивость $\theta_0(p)$ и границу устойчивости new-vortex как $\lambda_{\min} = 0$ — значение min с 3 матрицы краевых форм, нулей, не отбрасывая $\delta(p)$.

date. 08. 05.

No counting $\delta(p)$ nonfabna $\sim (\alpha R)^2 = \frac{4\pi}{d} R^2 = 4\pi \left(\frac{R}{R_0}\right)^2$, $\delta(p)$ nonfabna
 a super vortex Yoba $\sim \delta^2(p)$ esb $\sim (\alpha R)^4 = (4\pi)^2 \left(\frac{R}{R_0}\right)^4$ $\delta(p)$ nonfabna
 a super vortex $\frac{R}{R_0} \ll 1$. A como penente Yoba $\frac{R}{R_0} \rightarrow 0$, um $d \rightarrow \infty$.

Forma
$$\delta W = -\frac{1}{4} \alpha^4 \int_0^b \int_0^b d p p' s(p) s(p') G(p, p') = \left[\alpha^2 = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 - \delta p / \delta p \right]$$

$$= -\frac{1}{4} \alpha^4 \int_0^b \int_0^b d p p' F(p, p') = \left| \frac{p}{c} = v \right| = 2$$

$$= -\frac{1}{4} \alpha^4 c^4 \int_0^1 \int_0^1 d \tau \tau' F(\tau, \tau'),$$
 $\text{где } F(\tau, \tau') = \delta p / \delta p \sim 1.$

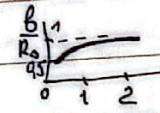
$$\sin 2\theta_0(\tau) = 2 \frac{2\tau}{1+\tau^2} \frac{1-\tau^2}{1+\tau^2}, \delta_1(\tau) = \sin \theta_0(\tau) = \frac{2\tau}{1+\tau^2},$$

$$\delta_2(\tau) = \frac{1}{8} \delta_1(\tau) \left[4 \ln(\tau c) + \tau^2 - \frac{1}{\tau^2} \right],$$
 $\text{но on general } F(\tau, \tau') = s(\tau) s(\tau') G(\tau, \tau'),$
 $s(\tau) = \sin 2\theta_0(\tau)$

$$\delta W \sim \frac{1}{4} \alpha^4 c^4 = \frac{1}{4} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 (4\pi)^2 \left(\frac{R}{R_0}\right)^4 \left(\frac{b}{R}\right)^4 = \frac{1}{4} (4\pi)^2 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left(\frac{b}{R_0}\right)^4$$

Como $W(\theta_0) \sim d \sim \left(\frac{R_0}{R}\right)^2$, $\text{vozney } \left(\frac{\delta W}{W(\theta_0)} \sim \left(\frac{b}{R_0}\right)^4\right)$, т. е. penente

Yoba xopom nuno que paryca "core" $b < R_0$ u abmeca vortex
 um $b \rightarrow 0$ (vortexen nemyocayem) um $R_0 \rightarrow \infty$ (obm cymono abmca)

Como Yob'gy $\frac{b}{R_0} = f\left(\frac{L}{R_0}\right)$  $\frac{b}{R_0} \approx 0.5$ $\text{que } \frac{L}{R_0} \ll 1,$

vozney penente Yoba nemyox nuno um $\frac{L}{R_0} \lesssim 0.5$ um $\frac{L}{R_0} \rightarrow 0.$

Cyrye copon, nemyocayem yre b vortex Yoba topyebi nemyocayem
 (vortex and side charges = 0) cymonoca nemyocayem um $R \gg b$, $\text{vortex "core" onocayem}$
 u penente Yoba xopom nemyocayem.

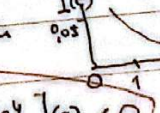
$\rightarrow$ Buby: vortex Yoba xopom nuno um $L \ll R_0$ um $R \gg R_0.$

Поэтому
$$J(c) = \int_0^1 \int_0^1 d p p' (-) = \int_0^1 \int_0^1 d \tau \tau' \sin 2\theta_0(\tau) \sin 2\theta_0(\tau') G(\tau, \tau', c)$$

δ zabmca or "c" $\delta_2(\tau)$ zabmca or $c = b/R$. $J(c) = 0$ um

$$c_0 = \frac{b}{R_c}, R_c = \frac{b}{c_0}, \text{um } \frac{R_c}{R_0} = \frac{1}{c_0} \frac{b}{R_0} = \frac{0.59}{c_0}.$$
 $\text{Dne } \frac{L}{R_0} \ll 1$ vozney

$$c_0 = 2.28 \Rightarrow \frac{R_c}{R_0} = 0.26 = \text{vortex nuno}, \text{vozney nuno } R_c^{\text{us}}, \text{По cymony } c = \frac{b}{R} \leq 1.$$

$$J(c) = 0$$
 b nemyocayem abmca  $\text{Dne nemyox } c < 1,$

$$J(c) > 0 \text{ u } \left(\delta W = -\frac{1}{4} \alpha^4 c^4 J(c) < 0 \right), \text{т. е. } \delta(p) \text{ zabmca k vortexu}$$

Yoba $\theta(p) = \theta_0(p) + \delta(p)$ $\text{bez } \delta(p)$ yvenemem $\text{esb } \delta(p)$ um k esb
 cymonoca vortex $\text{single-domain (II) state u L.S.d. state. } \theta_{\text{us}}(p) - \text{ne esb min } W.$

Date.

→ Угол γ не будет наименьшим $\min W(\theta)$, поскольку в этом случае нарушится второе необходимое условие экстремума $\delta(\gamma) \neq 0$ (при $\gamma \neq \pi$).

$W(\theta_0 + \delta) < W(\theta_0) \Rightarrow \theta(\rho) = \theta_0(\rho) + \delta(\rho) - \frac{1}{2} \delta^2(\rho)$ abt. So we have a minimum.

Planar exchange-magnetostatic problem given vortex $\vec{m}(\rho)$ -distribution.

$\frac{1}{2} \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{1}{4\pi} \frac{1}{\rho^2} \right)^2 \ll 1$

Критерий малости $\delta(\varrho)$ есть $\frac{1}{2} \chi^2 c^2 = \frac{1}{2} 4\pi \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \ll 1$, что имеет
 или $\frac{1}{R_0} \rightarrow 0$ не очень хорошо выполняется, т.к. $\varepsilon = 2\pi (0,59)^2 = 2,2$

$$\delta(p) = \frac{1}{2} \alpha^2 c^2 \int_0^1 dr' r' G(r, r', c) \sin^2 \theta_0(r') = \frac{1}{2} \alpha^2 c^2 J_6(r, c)$$

$\delta(c) = \frac{1}{2} x^2 c^2 J_8(1, c) \approx 0,1 \div 1$
 (где x — диаметр)

Насыщенный (new) vortex, который явл. пределом ур. 1.-1, с
напряжением, вблизи нуля ускоривость отнимет.
разрешенной моды $\delta(r)$  , т.е. $m_z = f(r)$ только и не зависит
от "r".

$\rightarrow \delta W(\text{new-vortex}) \sim \delta^2(\vartheta)$, source как logarithmic vortex Yoda
 Упрощает решение задачи и ответ $\sim \delta(\vartheta)$. Только где сдвинулся,
 Conformal modes там $z \rightarrow z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$, $z \rightarrow z' = \frac{1}{2}(iz + \frac{1}{2}(a - \bar{a}z^2))$ будет
 $\delta W \sim a^2 \frac{\int_{\mathbb{D}} |dz|^2}{a^2}$ в силу изометрии в пространстве xy ("диск", "0")

Подготовка к семинару в Seagate ("Vortex" ~ 90% объема):

1) Рассмотреть измеренные фазы, проверить их и
сравнить с теорией (colorless bridges) по conformal vortex model
и теорией по single-d. dot arrays, Кудин SW, Ф.И.О. с названием проекта,
collaborators и схема my research

2) Нормальность вытеснения - отсутствует во времени дождя

3) Написать и выучить ~ 1 стр. permanent file о себе

date. 07.05.

New vortex (1st interpretation)

Уравнение для new-vortex $\epsilon \ll 1$:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + (\kappa^2 - \frac{1}{\rho^2}) \sin \theta \cos \theta = 0 \quad \text{или на } \rho^2 \frac{d\theta}{d\rho} = \int_0^{\rho} d\rho (\dots)$$

$$\int_0^{\rho} \left[\rho^2 \frac{d^2 \theta}{d\rho^2} + \rho \frac{d\theta}{d\rho} - \sin \theta \cos \theta \right] \frac{d\rho}{\rho} + \kappa^2 \int_0^{\rho} d\rho \sin \theta \cos \theta \frac{d\theta}{d\rho} \rho^2 = 0$$

$$\text{Получим } \frac{d}{d\rho} [\rho \theta']^2 = 2 [\rho \theta'] [\theta' + \rho \theta''] = 2 \frac{d\theta}{d\rho} [\rho^2 \frac{d^2 \theta}{d\rho^2} + \rho \frac{d\theta}{d\rho}]$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{\rho} d\rho \frac{d}{d\rho} [\rho \frac{d\theta}{d\rho}]^2 - \int_0^{\rho} d\theta \sin \theta \cos \theta + \kappa^2 \int_0^{\rho} d\rho \rho^2 \sin \theta \cos \theta \frac{d\theta}{d\rho} = 0, \quad \sin \theta \cos \theta' = \frac{1}{2} \frac{d \sin^2 \theta}{d\rho}$$

$$\frac{1}{2} \left[\left(\rho \frac{d\theta}{d\rho} \right)^2 - \sin^2 \theta \right]_{\rho_1}^{\rho_2} + \frac{\kappa^2}{2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} d\rho \rho^2 \frac{d(\sin^2 \theta)}{d\rho} = C - \text{константа интегрирования.}$$

$$\int_0^{\rho} \rho^2 \frac{d(\sin^2 \theta)}{d\rho} = \int d(\sin^2 \theta) \rho^2 = \rho^2 \sin^2 \theta \Big|_0^{\rho} - \int \sin^2 \theta 2\rho d\rho = \left[\rho_1=0 \atop \rho_2=\rho \atop \theta(0)=0 \right] =$$

$$= \rho^2 \sin^2 \theta(\rho) - 2 \int_0^{\rho} \sin^2 \theta(\rho) \rho d\rho$$

$$\text{Но при } \rho \rightarrow 0 \quad W_m (\rho \ll 1) = 4\pi \frac{1}{R^2} \int_0^{\rho} d\rho \rho m^2(\rho) = \frac{4\pi}{R^2} \int_0^{\rho} d\rho \rho \cos^2 \theta(\rho)$$

$$\frac{1}{2} \left[\left(\rho \frac{d\theta}{d\rho} \right)^2 - \sin^2 \theta(\rho) \right] + \frac{\kappa^2}{2} \rho^2 \sin^2 \theta(\rho) - \kappa^2 \int_0^{\rho} d\rho \rho \sin^2 \theta(\rho) = C, \quad \kappa^2 = \frac{4\pi}{2} \frac{d}{d\rho} (\text{при } \rho \rightarrow 0).$$

$$\text{Если } \rho=R \text{ тогда } \left(\frac{d\theta}{d\rho} \right)_R = 0, \quad \theta(R) = ? \quad \int_0^R d\rho \rho \sin^2 \theta(\rho) = \int_0^R d\rho \rho [1 - \cos^2 \theta] = \frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{4\pi} W_m$$

$$-\frac{1}{2} \sin^2 \theta(R) + \frac{1}{2} \kappa^2 R^2 \sin^2 \theta(R) - \kappa^2 \left[\frac{1}{2} R^2 - \frac{R^2}{4\pi} W_m \right] = C$$

$$-\frac{1}{2} \sin^2 \theta(R) - \frac{1}{2} \kappa^2 R^2 \cos^2 \theta(R) + \frac{1}{4\pi} \kappa^2 R^2 W_m = C, \quad \kappa^2 R^2 = \frac{4\pi R^2}{2} = 4\pi \left(\frac{R}{R_0} \right)^2$$

то интегрируем берем C .

$$\Rightarrow \text{Нужно найти } C \text{ когда } \kappa^2=0 \rightarrow \frac{1}{2} \left[\left(\rho \frac{d\theta_0}{d\rho} \right)^2 - \sin^2 \theta_0 \right] = C_0, \quad C_0 = -\frac{1}{2} \sin^2 \theta_0(R)$$

тогда $\delta(\rho) = \sin \theta_0(\rho)$ есть решение ЛДУ от G/V при $\rho \in [0, b]$

$$\text{на } C_0=0 \text{ и } \frac{d\theta_0}{d\rho} = \frac{1}{\rho} \sin \theta_0, \text{ то на } \theta_0(\rho) \sin \theta_0(\rho) = \frac{2\delta\rho}{\rho^2 + \delta^2} - \text{выполн.}$$

Для vortex тогда надо C_0 брать на $\rho=\infty, C_0 = -\frac{1}{2} \sin^2 \theta_0(\infty) = 0$, тогда $\theta_0(\infty) = \pi$

$$0 = \left(\rho \frac{d\theta_0}{d\rho} \right)^2 - \sin^2 \theta_0(\rho) \text{ можно найти, при } \rho \in [0, b] \text{ в явном виде.}$$

1st interpretation - это все еще уравнение на $\theta(\rho)$.

$$\text{Если считать что "core" } \rho \frac{d\theta}{d\rho} \ll 1 \text{ и приближенно } \frac{1}{2} (\kappa^2 \rho^2 - 1) \sin^2 \theta(\rho) - \kappa^2 \int_0^{\rho} d\rho \rho' \sin^2 \theta(\rho') = C$$

- получаем упр-е Бургера для $f(\rho) = \sin^2 \theta(\rho)$. Можно, конечно, считать $\theta(\rho) = \frac{\pi}{2} + \delta(\rho)$ и linearizовать по $\delta(\rho)$, но упр-е и так линейное.

$$\frac{1}{2} (\kappa^2 \rho^2 - 1) f(\rho) - \kappa^2 \int_0^{\rho} d\rho \rho' f(\rho') = C - \text{можно решить.}$$

Вне "core" где $\theta_0(\rho) = \pi/2$ является возможным решением УД для $\theta(\rho)$ при $\rho \ll 1$. (тогда). Но функция "core" $\theta(\rho)$ - решает лишь при $\kappa \geq 0$.

Date.

a) $\rho \gg b, \theta_0(\rho) = \pi/2 \rightarrow \frac{1}{2} \int_0^b d\rho' \rho' g_{zz}(\rho, \rho') \cos \theta(\rho') = 0$ (no required)
 b) $\rho \leq b, \frac{1}{2} \sin \theta_0(\rho) \int_0^b d\rho' \rho' g_{zz}(\rho, \rho') \cos \theta(\rho') \ll 1$ - from, since when $\rho \rightarrow 0$, $\theta \rightarrow 0$, $\sin \theta \sim \theta$

Единственное от чего $\rho \ll 1$, то $\theta \rightarrow 0$ на $\theta(\rho)$ of our - $\theta \rightarrow 0$
 $\rightarrow \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin \theta(\rho) \int_0^b d\rho' \rho' g_{zz}(\rho, \rho') \cos \theta(\rho')$

Нужное условие:

a) $\rho \gg b, \theta_0(\rho) = \pi/2 \rightarrow \frac{1}{2} \int_0^b d\rho' \rho' g_{zz}(\rho, \rho') \cos \theta(\rho') = 0$ (no required)

b) $\rho \leq b, \theta_0(\rho) = \rho/b \rightarrow \frac{1}{2} \sin \theta_0(\rho) \int_0^b d\rho' \rho' g_{zz}(\rho, \rho') \cos \theta_0(\rho') = 0$ -

- required also when $\rho \rightarrow 0$ also when $\frac{1}{2} \int_0^b d\rho' \rho' g_{zz}(\rho, \rho') \cos \theta_0(\rho') \ll 1$,

i.e. $\frac{H_m^2}{H_{ex}} \ll 1$. Это эквив. $\frac{1}{2} \frac{4\pi}{\alpha} = \alpha^2$ when $\rho \ll 1$, но с поправкой ρ

то условие верно. Иначе, $\frac{H_m^2}{H_{ex}}(\rho) \propto \rho \uparrow$ неадекват (!) (то неадекватно)

Тогда $g_{zz}(\rho, \rho') = -\frac{4\pi}{R^2} \frac{1}{\rho} \int_0^\infty dx [1 - e^{-\rho x}] J_0(\frac{\rho}{R} x) J_0(\frac{\rho'}{R} x)$

$\frac{1}{2} \int_0^b d\rho' \rho' g_{zz}(\rho, \rho') m_z(\rho') = -\frac{4\pi}{\alpha} \frac{1}{\rho R^2} \int_0^b d\rho' \rho' \int_0^\infty dx [1 - e^{-\rho x}] J_0(\frac{\rho}{R} x) J_0(\frac{\rho'}{R} x) m_z(\rho') =$

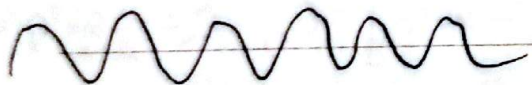
$= \left| \frac{\rho'}{b} = \tau \right| = -\frac{4\pi}{\alpha} \frac{1}{\rho R^2} \int_0^1 d\tau \tau \int_0^\infty dx [1 - e^{-\rho x}] J_0(\frac{\rho}{R} x) J_0(\frac{\tau}{R} x) m_z(\tau) =$

$= -\frac{4\pi}{\alpha} \left(\frac{b}{R}\right)^2 \frac{1}{\rho} \int_0^1 d\tau \tau m_z(\tau) \int_0^\infty dx [1 - e^{-\rho x}] J_0(\frac{\rho}{R} x) J_0(\frac{\tau}{R} x) \sim \left(\frac{b}{R}\right) \ll 1$ (since $\rho \ll 1$)

Сделаем замену $\rho = b \tau$ и б. обн. мере. $\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} \rightarrow \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tau^2}$

$\rightarrow$ условие $\approx$ применимости $\theta_0(\rho)$ условия $\rightarrow$ $\left| \frac{\rho}{R} \right| \ll 1$ $\left| \frac{\tau}{R} \right| \ll 1$ - $\theta \rightarrow 0$

$\approx$ применимости when $\frac{R}{R_0} \gg 1$ и не очень больших $\frac{L}{R_0}$.



12/12 Расчет SW-распределения и магнит. фл. $H_d^y(x, y)$ of rectan. dot m.
 в конусе угл. распада.

SW wires

12/12 Две параллельные SW магнит. провода Roussigne'oi $w=1.5 \mu m, L=29 nm$
 $x_k = \frac{k}{N} - \frac{1}{2}, k=0, 1, \dots, N$ - SW-wires.mcd. берем $N=200$.

k (x _k)	0	10	20	30	40	50			
x	-0.5	-0.45	-0.40	-0.35	-0.30	-0.25	-0.20	-0.15	-0.10
Calc. m ₀ (x)	0.205	469	655	806	934	1,041	1,129	1,197	1,246
Header. m ₁ (x)	0.317	772	1,071	1,261	1,344	1,321	1,199	0,986	0,701

Date.

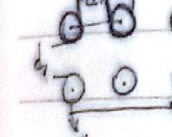
Hobocag - Nodon. Lattice of Vortex dots

Hobocag na intervenciju u gimnazijskoj školi. 10-21/12
 Hobocag na intervenciju u školi u Pittsburghu i u Oakland (Berkeley). 22-23/12
 Plućna e-mails. Pregovaranje o radu u Hobocag. Dan 29-31/12
 u okviru 6 Ph. St. Sol. u e-mailovima na vrtu stability & JMM (JEMS)
 Hobocag na KIAS Workshop u Dragon Valley u A. u A. 31/12 - 2/1/01

Hobocag SW-PRB paper u Crabtree. 3-4/1

Reference u Americanu Han, f u Nodon. array of
 m. Coupled cylindrical dots in shifted vortex state (rigid model)
 Hobocag (Am. 20-22/III). Pisan Han-Pect-lat. opj u
 Nodon-lat-vortex. med.

$2R = 0.42 \mu m$, $L = 40, 50, 60 \text{ nm}$ u $\frac{d}{R} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ ($d = d_2$ u d_1).

 - rect. array. Zbogom $d_1/R = 2$, t.e. crpjen u
 Wagner. penetrir.

$\beta = \frac{T_1}{T_2} = \frac{2R+d_1}{2R+d_2}$. $\beta = L/R$. $\varphi_H = \pi/2$, $\vec{H} \parallel O_y$ (bezobzira na uslobove).

$$F(\beta, \frac{d}{R}, \varphi_H) = \frac{4\pi}{T_1 T_2} \sum_k f(\beta k R) \frac{J_1^2(k R)}{k^2} \cos^2(\varphi_k - \varphi_H)$$

 $\frac{1}{M_s} \text{Han}(\beta, \frac{d}{R}, \varphi_H) = 4\pi F(\dots) - (\frac{R_0}{R})^2$

d/R	1	1/2	1/4	1/8	1/16	Uncoupled ($1/R \rightarrow \infty$)
H_{lin}/M_s	1.10	0.979	0.844	0.723	0.632	1.22
J_{lin}	0.911	1.02	1.19	1.38	1.58	0.820
H_{lin}/M_s	1.27	1.12	0.957	0.811	0.705	1.42
J_{lin}	0.787	0.891	1.05	1.23	1.42	0.703
H_{lin}/M_s	1.42	1.25	1.05	0.885	0.766	1.61
J_{lin}	0.702	0.802	0.950	1.13	1.31	0.622

Date.

SW Rectan. dot

8/a Komponenten des Φ für Rectan. dot. $G_{\alpha\beta}(\vec{s}, \vec{s}')$, $\alpha, \beta = x, y, z$
 hyperbolisch $G_{zz}(\vec{s}, \vec{s}') = \frac{2}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + (\vec{s} - \vec{s}')^2}} - \frac{1}{|\vec{s} - \vec{s}'|} \right]$

$$\hat{G}_{(\vec{s}, \vec{s}')} = \begin{pmatrix} G_{xx} & G_{xy} & 0 \\ G_{yx} & G_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & G_{zz} \end{pmatrix}, \quad G_{\alpha\beta}(\vec{s}, \vec{s}') = \frac{1}{L} \int_0^L dz dz' \Gamma_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = - \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad T_z[G_{\alpha\beta}(\vec{s}, \vec{s}')] = -\chi_\alpha \delta_{\beta z}$$

Neuro namur $g_{\alpha\beta}(xy, x') = \int dy' G_{\alpha\beta}(xy, x'y')$ nach 29/III.

$$G_{yy}(\vec{s}, \vec{s}') = \frac{1}{L} \int dz dz' (-1) \frac{\partial^2}{\partial y \partial y'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = - \frac{\partial^2}{\partial y \partial y'} \frac{1}{L} \int dz dz' \frac{1}{\sqrt{L^2 + (\vec{s} - \vec{s}')^2}}$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial y} \right| = - \frac{\partial^2}{\partial y \partial y'} \frac{2}{L} \left[L \operatorname{Arsh} \frac{L}{\Delta} + |\Delta| - \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right], \quad \Delta^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 = (\vec{s} - \vec{s}')^2$$

U. besondere wfr $x_\beta = x, y$ (G_{zz} bzw. anderen u. wfrere):

$$G_{\alpha\beta}(\vec{s}, \vec{s}') = - \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta} \frac{2}{L} \left[L \operatorname{Arsh} \left(\frac{L}{|\Delta|} \right) + |\Delta| - \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right], \quad |\Delta| = |\vec{s} - \vec{s}'|$$

$$\boxed{G_{\alpha\beta}(\vec{s}, \vec{s}') = - \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta} F(\Delta)}, \quad F(\Delta) = \frac{2}{L} \left[L \operatorname{Arsh} \left(\frac{L}{|\Delta|} \right) + |\Delta| - \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right]$$

$$\operatorname{Arsh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad |\Delta| = |\vec{s} - \vec{s}'|, \quad \Delta = \sqrt{\sum (x_\alpha - x'_\alpha)^2}$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial |\Delta|}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} = \frac{1}{2\Delta} 2(x - x') = \frac{(x_\alpha - x'_\alpha)}{\Delta}$$

$$\frac{\partial^2 |\Delta|}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta} = \frac{\partial}{\partial x'_\beta} \frac{(x_\alpha - x'_\alpha)}{\Delta} = - \frac{1}{\Delta^2} \frac{\partial \Delta}{\partial x'_\beta} (x_\alpha - x'_\alpha) + \frac{1}{\Delta} (-\delta_{\alpha\beta}) =$$

$$= \left| \frac{\partial \Delta}{\partial x'_\beta} = - \frac{\partial \Delta}{\partial x_\beta} = - \frac{(x_\beta - x'_\beta)}{\Delta} \right| = - \frac{1}{\Delta^2} (-1) \frac{(x_\beta - x'_\beta)}{\Delta} (x_\alpha - x'_\alpha) - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{\Delta} =$$

$$= \frac{1}{\Delta^3} (x_\alpha - x'_\alpha)(x_\beta - x'_\beta) - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{\Delta}$$

$$G_{\alpha\beta}(\vec{s}, \vec{s}') = - \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta} F(\Delta) = - F''(\Delta) \frac{\partial \Delta}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \Delta}{\partial x'_\beta} - F'(\Delta) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta} =$$

$$= + F''(\Delta) \frac{(x_\alpha - x'_\alpha)(x_\beta - x'_\beta)}{\Delta^2} + \frac{F'(\Delta)}{\Delta} \left[\delta_{\alpha\beta} - \frac{(x_\alpha - x'_\alpha)(x_\beta - x'_\beta)}{\Delta^2} \right]$$

$$\begin{cases} G_{xx}(\vec{s}, \vec{s}') = F''(\Delta) \frac{(x - x')^2}{\Delta^2} + \frac{F'(\Delta)}{\Delta} \left[1 - \frac{(x - x')^2}{\Delta^2} \right] \\ G_{yy}(\vec{s}, \vec{s}') = F''(\Delta) \frac{(y - y')^2}{\Delta^2} + \frac{F'(\Delta)}{\Delta} \left[1 - \frac{(y - y')^2}{\Delta^2} \right] \end{cases}$$

Date.

$$G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{|\Delta|} \right]$$

$$G_{xx} + G_{yy} + G_{zz} = \text{Tr}(G_{\alpha\beta}) = F''(\Delta) + \frac{1}{\Delta} F'(\Delta) + \frac{2}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{|\Delta|} \right] =$$

$= -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}') - \text{ghost term}$.

$$F'(\Delta) = \frac{\partial F(\Delta)}{\partial \Delta} = \frac{2}{L} \left[L \frac{1}{\sqrt{\frac{L^2}{\Delta^2} + 1}} \frac{L(-1)}{\Delta^2} + 1 - \frac{\Delta}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} \right] \frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} =$$

$$= \frac{2}{L} \left[-\frac{L^2}{|\Delta|} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} + 1 - \frac{|\Delta|}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} \right] (\pm) = \frac{2}{L} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{|\Delta|} \right] \frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta}$$

$$F''(\Delta) = \frac{\partial}{\partial \Delta} F'(\Delta) = \frac{\partial}{\partial \Delta} \frac{2}{L} \left[1 - \frac{1}{|\Delta|} \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right] \frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} =$$

$$= \frac{2}{L} (-1) \frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} \left[-\frac{1}{\Delta^2} \sqrt{L^2 + \Delta^2} + \frac{1}{|\Delta|} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} \right] \frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} +$$

$$+ \frac{2}{L} \left[1 - \frac{1}{|\Delta|} \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right] \frac{\partial^2 |\Delta|}{\partial \Delta^2} = -\frac{2}{L} \left(\frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} \right)^2 \left(-\frac{L^2}{\Delta^2} \right) \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} +$$

$$+ \frac{2}{L} \left[1 - \frac{1}{|\Delta|} \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right] \frac{\partial^2 |\Delta|}{\partial \Delta^2}$$

$$\text{Tr}[G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}')] = \frac{2L}{\Delta^2} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} \left(\frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} \right)^2 + \frac{2}{L} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{|\Delta|} \right] \frac{\partial^2 |\Delta|}{\partial \Delta^2} +$$

$$+ \frac{2}{L|\Delta|} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{|\Delta|} \right] \frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} + \frac{2}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{|\Delta|} \right]$$

$$|\Delta| = \Delta = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

$$|\Delta| = \Delta - \text{sign} \Delta$$

$$\text{do } |\Delta| \text{ sign} \Delta = \text{sign} \Delta$$

$$\text{Since } |\Delta| \neq 0, \text{ since } \left(\frac{\partial |\Delta|}{\partial \Delta} \right)^2 = 1, \frac{\partial^2 |\Delta|}{\partial \Delta^2} = 0$$

$$\text{Tr}[G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}')] = \frac{2L}{\Delta^2} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} + \frac{2}{L|\Delta|} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{|\Delta|} \right] (\pm 1) + \frac{2}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{|\Delta|} \right] =$$

$$= \pm \frac{2}{L} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} \left[\frac{L^2}{\Delta^2} - \frac{(L^2 + \Delta^2)}{\Delta^2} + 1 \right] = 0, \text{ because (!). } |\Delta| = |\vec{r} - \vec{r}'|.$$

$$f(x) = |x|, \frac{\partial |x|}{\partial x} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}, \frac{\partial^2 |x|}{\partial x^2} \sim \delta(x), \frac{\partial^2 |x|}{\partial x^2} = 2\delta(x)$$

$$F(\Delta) \rightarrow \Phi\left(\frac{|\Delta|}{L}\right) = \text{Arsh}\left(\frac{L}{|\Delta|}\right) + \frac{|\Delta|}{L} - \sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{L^2}}, \quad F(\Delta) = 2\Phi\left(\frac{|\Delta|}{L}\right)$$

$$\Phi(x) = \text{Arsh}\left(\frac{1}{x}\right) + x - \sqrt{1 + x^2}, \quad x = \frac{\Delta}{L}$$

$$\text{Arsh}(x) = \text{Arth} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad \text{Arsh}\left(\frac{1}{x}\right) = \text{Arth} \frac{1/x}{\sqrt{1/x^2 + 1}} = \text{Arth} \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

Рассуждая $\Phi(x), x = \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{L}$ нулевой на $x \ll 1$, на $x \gg 1$.

Date. 10. 06.

10/VI

Plan работы на время

- 1) Завершить и выпр. PRB-SW и включение SW-матрицы co.co (Lush)
- 2) Включение SW-PRL-вост. d. paper co. Chaburau - Den. и
разобравшие в новой работе Benka (Lushben - gurnau)
- 3) Co. c. Koshobau - vertex stability и vertex lattice c $d=2, -1$.
- 4) Работа paper c. Ubanobau codeb. Tacer Koshera.
- 5) Включение co. c. Koshobau ("rigid v. model, coupled and cal. data")
- 6) Работа MPD vertex $R_c(L)$ c. gnyun "core" $m_2(S)$ $\int_0^{m_2}$
- 7) Работа c. gnyun $R_c(L)$ в rectan./square array и
Vn в rectan. (rect. array) gnyun Koshobau - JAP (с. 27/000
d. gnyun)
- 8) fourfold anisotropy $\gamma(\varphi_n)$, $\delta_{n,an}(\varphi_n)$ в square array Koshobau
- 9) Работа origun в APL (JAP)
- 10) Завершить и работу anneru gnyun vita в Seagate
- 11) Работа Koshobau, work upbeze. Koshobau, gnyun u Koshobau
c. gnyun
- 12) Unreper. Koshobau Koshobau - Gnyun d. Koshobau in SW-rect. data
- 13) Работа Abstracts на MMM - Seattle (c. Koshobau, Koshobau, Chaburau).
- 14) Работа signal Soffer - letter и разобравшие c. gnyun - an
- 15) INTAS - order gnyun Ubanobau
- 16) Разобрав SW-paper Chantrell'a (Lushben - dynamics)

H_n que dot array (m. coupling)

date. 13.06.

These nucleation B pemeeke m. coupled dots (H_n).

Obshchaya "buckle" dot model or 30-31/III 007. na dot array.

One single "buckle" dot (3/12/007):  - Buxp6 uuece uelup b r. 0 bno gara.

$$W(\varphi_0) = W_{ox}(\varphi_0) + W_m(\varphi_0) + W_H(\varphi_0)$$

$$W_{ox}(\varphi_0) = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln \cos \varphi_0 \quad \text{— na eq. obzema } V_d = \pi R^2 L - \text{gara u } V_{M_2}.$$

$$W_m(\varphi_0) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^k \frac{dk}{k} f(kL) J_n^2(kR) |I_n(\varphi_0)|^2 \quad \text{— Surface side charges}$$

$$I_n(\varphi_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \varphi e^{i n \varphi}}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi_0 + 2 \sin \varphi_0 \sin \varphi}}$$

$$W_H(\varphi_0) = -\frac{\gamma}{\pi} \frac{1}{\sin^2 \varphi_0} J(\varphi_0) \left(\frac{H}{M_s}\right), \quad J(\varphi_0) = \int_0^{\varphi_0} d\varphi \cos^2 \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi_0 - \sin^2 \varphi}$$

→ Due m. coupled dots nago uzmennye nomeno $W_m(\varphi_0)$ u nomeno ee xot6 c nomeno go φ_0^2 .

$W_m(\varphi_0)$ nomeno tak me nax $W_m(s)$ que Han of m. coupled dots or 13/IV 007.

na eq. obzema nomeno $W_m = 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} |(\vec{k} \cdot \vec{M}_k)|^2$

Prizvrem nago zamennye $F_B(\beta) = \pi \int_0^{\frac{1}{\beta}} \frac{dt}{t} f(\beta t) [J_1^2(t) - J_2^2(t)]$ na

$\tilde{F}_B$ zabuchenygo or d/R u φ_H . $h_n = 4 [F_B(\beta) - (\frac{R_0}{R})^2]$ — isolated dot.

na garu ogunavoti, $S_0 = T_1 T_2$. $M_k^a = \frac{1}{S_{ar. S_d}} \int d^2 \vec{p} M_d(\vec{p}) e^{i \vec{k} \cdot \vec{p}}$, $(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{M}_k) = \frac{1}{S_{ar. S_d}} \int d^2 \vec{p} e^{i \vec{k} \cdot \vec{p}} [M_x \cos \varphi_k + M_y \sin \varphi_k]$

 B cur. vo/ugnet x'y'z' c uenopem b r. 0' — b uenopre gara ($x'^2 + y'^2 = R^2$ — pamenya gara).

$$M_{x'}(\vec{p}') = -M_s \frac{(y' + l)}{\sqrt{x'^2 + (y' + l)^2}}, \quad M_{y'}(\vec{p}') = M_s \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + (y' + l)^2}}$$

$$\sqrt{1.1} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + 2y'l + l^2} = \sqrt{p'^2 + l^2 + 2p'l \sin \varphi' \cdot l}$$

$$M_x(p') \cos \varphi_k + M_y(p') \sin \varphi_k = \frac{M_s}{\sqrt{1.1}} \left[-(p' \sin \varphi' + l) \cos \varphi_k + p' \cos \varphi' \sin \varphi_k \right]$$

$$= \frac{M_s}{\sqrt{p'^2 + l^2 + 2p'l \sin \varphi' \cdot l}} \left[-l \cos \varphi_k + p' \sin(\varphi_k - \varphi') \right], \quad l = \frac{R}{\sin \varphi_0}$$

$$(\vec{M}(p') \cdot \frac{\vec{k}}{k}) = \frac{M_s}{\sqrt{p'^2 \sin^2 \varphi_0 + R^2 + 2p' \sin \varphi' R \sin \varphi_0}} \left[-R \cos \varphi_k + p' \sin(\varphi_k - \varphi') \sin \varphi_0 \right]$$

Date.

$$\sqrt{f^2 \sin^2 \varphi_0 + R^2} + 2Rf \sin \varphi \sin \varphi_0 = \left\{ \begin{array}{l} a + b \sin \varphi' \\ (a \text{ and } b \text{ are } 1/R \text{ and } f) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} a = f^2 \sin^2 \varphi_0 + R^2 \\ b = 2Rf \sin \varphi_0 \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a + b \sin \varphi'}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \left[1 - \frac{b}{2a} \sin \varphi' + \frac{3}{8} \frac{b^2}{a^2} \sin^2 \varphi' \right] + O(\varphi_0^3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{2} \frac{b}{R^3} \sin \varphi' + \frac{3}{8} \frac{b^2}{R^3} \sin^2 \varphi' + O(\varphi_0^3), \quad \varphi_0 = 1$$

$$S_0 \left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{M}_k \right) = \int_{S_d} d^2 \vec{p} e^{i \vec{k} \cdot \vec{p}} \left[M_1 \cos \varphi_k + M_2 \sin \varphi_k \right] = |\vec{p}' - \vec{p}|$$

S_d (to curve. using. 0' - using. good)

$$= M_1 \int_{S_d} d^2 \vec{p} e^{i \vec{k} \cdot \vec{p}} \left[-R \cos \varphi_k + f \sin(\varphi_k - \varphi) \sin \varphi_0 \right] = M_1 \int_{S_d} d^2 \vec{p} \sum_n i^n J_n(kp) e^{i n \varphi_k}$$

$$+ \left[-R \cos \varphi_k + f \sin(\varphi_k - \varphi) \sin \varphi_0 \right] \left[\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{2} \frac{b}{R^3} \sin \varphi' + \frac{3}{8} \frac{b^2}{R^3} \sin^2 \varphi' \right] =$$

$$= M_1 \int_0^R dp \int_0^{2\pi} d\varphi \sum_n i^n J_n(kp) e^{i n \varphi_k} e^{i n \varphi} \left[-\frac{R \cos \varphi_k}{\sqrt{a}} + \frac{1}{2} \frac{b}{R^2} \sin \varphi \cos \varphi_k - \right.$$

$$\left. - \frac{3}{8} \frac{b^2}{R^4} \sin^2 \varphi \cos \varphi_k + \frac{f}{R} \sin(\varphi_k - \varphi) \sin \varphi_0 - \frac{1}{2} \frac{b}{R^3} \sin \varphi f \sin \varphi_0 \sin(\varphi_k - \varphi) \right]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} = 2\pi \delta_{n,0}, \quad \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \sin \varphi = \frac{1}{2i} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} [e^{i \varphi} - e^{-i \varphi}] =$$

$$= \frac{1}{2i} 2\pi [\delta_{n,-1} - \delta_{n,1}] = i\pi [\delta_{n,1} - \delta_{n,-1}]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \sin^2 \varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} [1 - \cos 2\varphi] = \frac{1}{2} 2\pi \delta_{n,0} - \frac{1}{2} \frac{1}{2i} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} [e^{i 2\varphi} - e^{-i 2\varphi}]$$

$$= \pi \delta_{n,0} - \frac{1}{4} 2\pi [\delta_{n,-2} + \delta_{n,2}]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \cos \varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} [e^{i \varphi} + e^{-i \varphi}] = \pi [\delta_{n,1} + \delta_{n,-1}]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \sin \varphi \sin(\varphi_k - \varphi) = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \sin \varphi [\sin \varphi_k \cos \varphi - \sin \varphi \cos \varphi_k] =$$

$$= \sin \varphi_k \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \sin 2\varphi - \cos \varphi_k \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \sin^2 \varphi =$$

$$= \frac{1}{2} \sin \varphi_k \frac{1}{2i} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} (e^{i 2\varphi} - e^{-i 2\varphi}) - \cos \varphi_k (\dots) =$$

$$= \frac{1}{2} \sin \varphi_k \frac{1}{2i} 2\pi [\delta_{n,-2} - \delta_{n,2}] - \cos \varphi_k \left\{ \pi \delta_{n,0} - \frac{\pi}{2} [\delta_{n,2} + \delta_{n,-2}] \right\} =$$

$$= -\pi \cos \varphi_k \delta_{n,0} + \frac{\pi i}{2} \sin \varphi_k [\delta_{n,2} - \delta_{n,-2}] + \cos \varphi_k \frac{\pi}{2} [\delta_{n,2} + \delta_{n,-2}] =$$

$$= -\pi \cos \varphi_k \delta_{n,0} + \frac{\pi}{2} \delta_{n,2} e^{i \varphi_k} + \frac{\pi}{2} \delta_{n,-2} e^{-i \varphi_k}$$

$$\rightarrow S_0 \left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{M}_k \right) = M_1 \int_0^R dp \sum_n i^n J_n(kp) e^{-i n \varphi_k} \left[-\frac{R \cos \varphi_k}{\sqrt{a}} 2\pi \delta_{n,0} + \frac{1}{2} \frac{b \cos \varphi_k}{R^2} i\pi [\delta_{n,2} - \delta_{n,-2}] \right]$$

data.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \cos \varphi_k \left\{ \pi \delta_{j,0} - \frac{\pi}{2} [\delta_{j,1} + \delta_{j,-1}] \right\} + \frac{p}{R} \sin \varphi_0 \left[\sin \varphi_k \pi (\delta_{j,1} + \delta_{j,-1}) - \right. \\
 & \left. - \cos \varphi_k i \pi (\delta_{j,1} - \delta_{j,-1}) \right] - \frac{1}{2} \frac{p}{R^3} p \sin \varphi_0 \left[-\pi \cos \varphi_k \delta_{j,0} + \frac{\pi}{2} \delta_{j,1} e^{i\varphi_k} + \frac{\pi}{2} \delta_{j,-1} e^{-i\varphi_k} \right] = \\
 & \pi M_3 \int_0^{\pi} d\varphi \sum_n i^n J_n e^{-in\varphi_k} \left[\left(-\frac{2R \cos \varphi_k}{\sqrt{a}} + \frac{1}{8} \frac{p^2 \sin^2 \varphi_0}{R^3 \cos \varphi_k} \right) \delta_{j,0} + \right. \\
 & + \delta_{j,1} \left(\frac{1}{2} \frac{p \cos \varphi_k}{R^2} i + \frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k - i \cos \varphi_k \frac{p}{R} \sin \varphi_0 \right) + \\
 & + \delta_{j,-1} \left(-\frac{1}{2} \frac{p \cos \varphi_k}{R^2} i + \frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k + i \cos \varphi_k \frac{p}{R} \sin \varphi_0 \right) + \\
 & + \delta_{j,2} \left(\frac{3}{16} \frac{p^2}{R^4} \cos \varphi_k - \frac{1}{4} \frac{p}{R^3} p \sin \varphi_0 e^{i\varphi_k} \right) + \\
 & + \delta_{j,-2} \left(\frac{3}{16} \frac{p^2}{R^4} \cos \varphi_k - \frac{1}{4} \frac{p}{R^3} p \sin \varphi_0 e^{-i\varphi_k} \right) \Big] = \\
 & = \pi M_3 \int_0^{\pi} d\varphi \sum_n i^n J_n e^{-in\varphi_k} \left[\left(-\frac{2R}{\sqrt{a}} + \frac{p^2 \sin^2 \varphi_0}{R^2} - \frac{3}{8} \frac{4R^2 p^2 \sin^2 \varphi_0}{R^4} \right) \cos \varphi_k \delta_{j,0} + \right. \\
 & + \delta_{j,1} \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \right) + \delta_{j,-1} \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \right) + \\
 & + \delta_{j,2} \left(\frac{3}{16} \frac{1}{R^4} 4R^2 p^2 \sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_k - \frac{1}{4} \frac{2Rp \sin \varphi_0}{R^3} p \sin \varphi_0 e^{i\varphi_k} \right) + \\
 & + \delta_{j,-2} \left(\frac{3}{16} \frac{1}{R^4} 4R^2 p^2 \sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_k - \frac{1}{4} \frac{2Rp \sin \varphi_0}{R^3} p \sin \varphi_0 e^{-i\varphi_k} \right) \Big] = \\
 & = \pi M_3 \int_0^{\pi} d\varphi \sum_n i^n J_n e^{-in\varphi_k} \left[\left(-\frac{2R}{\sqrt{a}} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \right) \cos \varphi_k \delta_{j,0} + \right. \\
 & + \delta_{j,1} \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \right) + \delta_{j,-1} \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \right) + \\
 & + \delta_{j,2} \frac{p^2}{2R^2} \sin^2 \varphi_0 \left(\frac{3}{2} \cos \varphi_k - e^{i\varphi_k} \right) + \delta_{j,-2} \frac{p^2}{2R^2} \sin^2 \varphi_0 \left(\frac{3}{2} \cos \varphi_k - e^{-i\varphi_k} \right) \Big] \\
 & \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + p^2 \sin^2 \varphi_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{R} \right)^2 \sin^2 \varphi_0}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 + O(p^4) \\
 & -2 \cdot \frac{R}{\sqrt{a}} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 = -2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \right) - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 = -2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0
 \end{aligned}$$

Date.

$$\begin{aligned}
 S_0\left(\frac{\vec{k}}{k}, \vec{M}_k\right) &= \pi M_s \int_0^R dp p \left[\left(-2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0\right) J_0(kp) \cos \varphi_k + \right. \\
 &+ (i) J_1 e^{-i\varphi_k} \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k\right) + (-i) J_{-1} e^{i\varphi_k} \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k\right) \\
 &+ (-i) J_2 e^{-i2\varphi_k} \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \left(\frac{3}{2} \cos \varphi_k - e^{i\varphi_k}\right) + (-i) J_{-2} e^{i2\varphi_k} \frac{p^2}{2R^2} \sin^2 \varphi_0 \left(\frac{3}{2} \cos \varphi_k - e^{-i\varphi_k}\right) \\
 &= \pi M_s \int_0^R dp p \left[\left(-2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0\right) J_0(kp) \cos \varphi_k + 2i \frac{p}{R} \sin \varphi_0 (i) \sin \varphi_k \cos \varphi_k + \right. \\
 &\quad \left. + J_2 \cdot \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 (-1) \left\{ \frac{3}{2} \cos \varphi_k (e^{i2\varphi_k} + e^{-i2\varphi_k}) - e^{-i\varphi_k} - e^{i\varphi_k} \right\} \right] = \pi M_s \int_0^R dp p \left[\left(-2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0\right) J_0(kp) \cos \varphi_k + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} i J_1(kp) \sin 2\varphi_k \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0\right) - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 J_2(kp) \left\{ \frac{3}{2} \cos \varphi_k \cdot 2 \cos 2\varphi_k - 2 \cos \varphi_k \right\} \right] \\
 &= \pi M_s \cos \varphi_k \int_0^R dp p \left[\left(-2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0\right) J_0(kp) + 2i J_1(kp) \sin \varphi_k \left(\frac{p}{R} \sin \varphi_0\right) - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 J_2(kp) \{3 \cos 2\varphi_k - 2\} \right] = \\
 &= \pi M_s \cos \varphi_k \int_0^R dp p \left[-2 J_0(kp) - \dots + \right. \\
 &+ i J_1(kp) \sin \varphi_k \frac{p}{R} \sin \varphi_0 - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \left[J_2(kp) \{3 \cos 2\varphi_k - 2\} - J_0(kp) \right] \Big]
 \end{aligned}$$

Выводим. $\varphi_0 = 0$ cos φ_0 - uniform dot array.

$$\begin{aligned}
 S_0\left(\frac{\vec{k}}{k}, \vec{M}_k\right) &= \pi M_s \cos \varphi_k \int_0^R dp p \left[-2 J_0(kp) - 2i J_1(kp) \sin \varphi_k \right] \\
 W_m(\varphi_0 = 0) &= 2\pi \sum_{\vec{k}} f(kL) \left| \frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{M}_k \right|^2 = 2\pi \sum_{\vec{k}} f(kL) |\dots|^2 \\
 S_0^2\left(\frac{\vec{k}}{k}, \vec{M}_k\right) &= (\pi M_s)^2 \cos^2 \varphi_k \int_0^R dp p \left[J_0(kp) + i J_1(kp) \sin \varphi_k \right]^2 \\
 &\text{сравни, так как } J_1(kp) \text{ мала.} \quad \text{Нам нужно.}
 \end{aligned}$$

Омента на урег. ср. в менах $\delta_{k, \pm 1}$. Упрема мена

Тенеро упу $\varphi_0 = 0$ мена

$$\begin{aligned}
 S_0\left(\frac{\vec{k}}{k}, \vec{M}_k\right) &= -2\pi M_s \cos \varphi_k \int_0^R dp p J_0(kp) \sim \frac{1}{k} J_1(kR) \cos \varphi_k - \text{бепс.} \\
 S_0\left(\frac{\vec{k}}{k}, \vec{M}_k\right) &= \pi M_s \cos \varphi_k \int_0^R dp p \left[-2 J_0(kp) + 2i J_1(kp) \sin \varphi_k \frac{p}{R} \sin \varphi_0 - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \frac{p^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \left[J_2(kp) (3 \cos 2\varphi_k - 2) - J_0(kp) \right] \right]
 \end{aligned}$$

Date.

$$\int_0^{kR} J_0(k\rho) \rho d\rho = \left| \rho^2 J_0(k\rho) \right|_0^{kR} = \frac{1}{k^2} \int_0^{kR} dx x J_0(x) = \frac{1}{k^2} x J_1(x) \Big|_0^{kR} = \frac{R}{k} J_1(kR)$$

$$\int_0^{kR} J_1(k\rho) \rho d\rho = \frac{1}{k^3} \int_0^{kR} dx x^2 J_1(x) = \frac{1}{k^3} x^2 J_2(x) \Big|_0^{kR} = \frac{R^2}{k^2} J_2(kR)$$

$$\int_0^{kR} J_2(k\rho) \rho d\rho = \frac{1}{k^4} \int_0^{kR} dx x^3 J_2(x) = \frac{1}{k^4} x^3 J_3(x) \Big|_0^{kR} = \frac{R^3}{k^3} J_3(kR)$$

$$\int_0^{kR} J_0(k\rho) \rho^3 d\rho = \frac{1}{k^4} \int_0^{kR} dx x^3 J_0(x) = \left| \frac{dx x J_0(x)}{x^2 = u} = \frac{1}{k^4} x^3 J_1(x) \right|_0^{kR} - \frac{1}{k^4} 2 \int_0^{kR} x J_1(x) x dx = \frac{x^3}{k^4} J_1(x) \Big|_0^{kR} - \frac{2}{k^4} \int_0^{kR} dx x^2 J_1(x) = \frac{R^3}{k^3} J_1(kR) - \frac{2}{k^4} x^2 J_2(x) \Big|_0^{kR} = \frac{R^3}{k^3} J_1(kR) - \frac{2}{k^2} R^2 J_2(kR)$$

$$\left(\frac{\vec{E}}{k}, \vec{M}_k \right) = \frac{1}{S_0} \pi M_s \cos \varphi_k \left[-2 \frac{R}{k} J_1(kR) + 2i \sin \varphi_k \frac{\sin \varphi_0}{R} \frac{R^2}{k} J_2(kR) - \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \varphi_0}{R^2} \left[(3 \cos 2\varphi_k - 2) \frac{R^3}{k} J_3(kR) - \frac{R^3}{k} J_1(kR) + \frac{2R^2}{k^2} J_2(kR) \right] \right] =$$

$$= \frac{\pi}{S_0} M_s \cos \varphi_k \frac{R}{k} \left[-2 J_1(kR) + 2i \sin \varphi_k \sin \varphi_0 J_2(kR) - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ (3 \cos 2\varphi_k - 2) J_3(kR) - J_1(kR) + \frac{2}{kR} J_2(kR) \right\} \right]$$

$$\frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x), \quad J_3(kR) - \text{не берем}$$

$$J_3(x) = \frac{4}{x} J_2(x) - J_1(x), \quad \frac{2 \cdot 2}{x} J_2(x) = J_1(x) + J_3(x)$$

$$\left(\frac{\vec{E}}{k}, \vec{M}_k \right) = \frac{\pi R}{S_0} M_s \frac{\cos \varphi_k}{k} \left[-2 J_1(kR) + 2i \sin \varphi_k \sin \varphi_0 J_2(kR) - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ 3 \cos 2\varphi_k - 1 \right\} J_3(kR) \right]$$

$$\left| \left(\frac{\vec{E}}{k}, \vec{M}_k \right) \right|^2 = \left(\frac{\pi R M_s}{S_0} \right)^2 \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} \left[4 J_1^2(kR) + 2(-2) J_1(kR) \left(-\frac{1}{2} \right) \sin^2 \varphi_0 \left\{ \dots \right\} J_3 + \right.$$

$$\left. + 2 \sin^2 \varphi_k \sin^2 \varphi_0 J_2^2(kR) \right] = \left(\frac{\pi R M_s}{S_0} \right)^2 \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} \left[4 J_1^2(kR) + \right.$$

$$\left. + 2 \sin^2 \varphi_0 \left\{ 3 \cos 2\varphi_k - 1 \right\} J_1(kR) J_3(kR) + 4 \sin^2 \varphi_k \sin^2 \varphi_0 J_2^2(kR) \right]$$

Используем тождество $\cos 2\varphi_k = \cos^2 \varphi_k - \sin^2 \varphi_k$

$$\cos 2\varphi_k = \cos^2 \varphi_k - \sin^2 \varphi_k = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \text{ где } \vec{k} = 2\pi \left(\frac{n_1}{T_1}, \frac{n_2}{T_2} \right)$$

Для вектор. array $\angle \cos 2\varphi_k \neq 0$

$$\frac{1}{\sin \varphi_0} = S \gg 1 - \text{vertex shift}$$

Hen - buckele dot
in coupled array

Date. 14.06.

Problema para $(\vec{k}, M_k)$ que buckele dot.

$$\begin{aligned} \left(\vec{M}(\vec{p}) \cdot \frac{\vec{k}}{k} \right) &= M_s \frac{[-R \cos \varphi_k + p' \sin(\varphi_k - \varphi') \sin \varphi_0]}{\sqrt{p'^2 \sin^2 \varphi_0 + R^2 + 2 R p' \sin \varphi' \sin \varphi_0}} = |\varphi_0 \ll 1| \\ &= M_s [-R \cos \varphi_k + \sin \varphi_0 p' \sin(\varphi_k - \varphi')] \left[\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{2} \frac{p'}{R^3} \sin \varphi' + \frac{3}{8} \frac{p'^2}{R^5} \sin^2 \varphi' \right] \\ &= M_s \left[-\frac{R \cos \varphi_k}{\sqrt{a}} + \frac{1}{2} R \cos \varphi_k \frac{p'}{R^3} \sin \varphi' - \frac{3}{8} \frac{p'^2}{R^5} \cos \varphi_k \sin^2 \varphi' + \right. \\ &\quad \left. + \sin \varphi_0 \sin(\varphi_k - \varphi') \frac{p'}{R} - \frac{1}{2} \frac{p'}{R^3} \sin \varphi' \sin \varphi_0 p' \sin(\varphi_k - \varphi') + O(\varphi_0^3) \right] \\ &= M_s \left[-\frac{R \cos \varphi_k}{\sqrt{a}} + \frac{1}{2} R \cos \varphi_k \frac{2 R p' \sin \varphi_0}{R^3} \sin \varphi' - \frac{3}{8} \frac{4 R^2 p'^2 \sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_k \sin^2 \varphi'}{R^4} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{p'}{R} \sin \varphi_0 \sin(\varphi_k - \varphi') - \frac{1}{2} \frac{2 R p' \sin \varphi_0}{R^3} \sin \varphi' \sin \varphi_0 p' \sin(\varphi_k - \varphi') \right] \\ &= M_s \left[-\frac{R \cos \varphi_k}{\sqrt{a}} + \frac{p'}{R} \sin \varphi_0 \cos \varphi_k \sin \varphi' - \frac{3}{2} \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_k \sin^2 \varphi' + \right. \\ &\quad \left. + \frac{p'}{R} \sin \varphi_0 \{ \sin \varphi_k \cos \varphi' - \sin \varphi' \cos \varphi_k \} - \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \sin \varphi' \sin(\varphi_k - \varphi') \right] \\ &= M_s \left[-\frac{R \cos \varphi_k}{\sqrt{a}} + \frac{p'}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \cos \varphi' - \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ \frac{3}{2} \cos \varphi_k \sin^2 \varphi' + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin \varphi' \sin(\varphi_k - \varphi') \right\} \right]. \quad \frac{R}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\vec{M}(\vec{p}) \cdot \frac{\vec{k}}{k} \right) &= M_s \left[-\cos \varphi_k \left(1 - \frac{1}{2} \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \right) + \frac{p'}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \cos \varphi' - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ \sin \varphi_k \sin 2 \varphi' + \cos \varphi_k \sin^2 \varphi' \right\} \right] = \\ &= M_s \left[-\cos \varphi_k + \frac{p'}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \cos \varphi' - \frac{1}{2} \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ \sin \varphi_k \sin 2 \varphi' - \cos \varphi_k \sin^2 \varphi' \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{M}_k \right) = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} d^2 \vec{p} e^{i \vec{k} \cdot \vec{p}} \left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{M}(\vec{p}) \right) = \frac{M_s}{S_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \sum_n i^n J_n(k\rho) e^{i n \varphi'}$$

$$\times \left[-\cos \varphi_k + \frac{p'}{R} \sin \varphi_0 \sin \varphi_k \cos \varphi' - \frac{1}{2} \frac{p'^2}{R^2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ \sin \varphi_k \sin 2 \varphi' - \cos \varphi_k \cos^2 \varphi' \right\} \right]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \cos \varphi = \pi [\delta_{n,1} + \delta_{n,-1}]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \sin 2 \varphi = \frac{1}{2i} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} (e^{i 2 \varphi} - e^{-i 2 \varphi}) = \frac{1}{2i} 2\pi (\delta_{n,2} - \delta_{n,-2}) = \pi i (\delta_{n,2} - \delta_{n,-2})$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} [1 + \cos 2 \varphi] = \frac{1}{2} 2\pi \delta_{n,0} + \frac{1}{2} \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i n \varphi} (e^{i 2 \varphi} + e^{-i 2 \varphi}) = \pi \delta_{n,0} + \pi (\delta_{n,2} + \delta_{n,-2})$$

date.

$$\begin{aligned} \int_0^R \rho r dr \left[\dots \right] &= -\cos\varphi_k \cdot 2\pi\delta_{\mu 0} + \frac{\rho}{R} \sin\varphi_0 \sin\varphi_k \cdot \pi(\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu, -1}) - \\ &- \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \left\{ \sin\varphi_k \cdot \pi(\delta_{\mu 2} - \delta_{\mu, -2}) - \cos\varphi_k \left[\pi\delta_{\mu 0} + \frac{\pi}{2}(\delta_{\mu 2} + \delta_{\mu, -2}) \right] \right\} = \\ &= \pi \left[-\cos\varphi_k \delta_{\mu 0} \left(2 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \right) + \frac{\rho}{R} \sin\varphi_0 \sin\varphi_k (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu, -1}) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \left\{ \delta_{\mu 2} \left(-\frac{1}{2} \cos\varphi_k + i \sin\varphi_k \right) + \delta_{\mu, -2} \left(-\frac{1}{2} \cos\varphi_k - i \sin\varphi_k \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

по обьемам с параметром $\alpha = 13/\sqrt{1}$.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{k} \cdot \vec{M}_k \right) &= \frac{M_s}{S_0} \pi \int_0^R d\rho \rho \sum_{\mu} i^{\mu} J_{\mu} e^{-i\mu\varphi_k} \left[-\cos\varphi_k \delta_{\mu 0} \left(2 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \right) + \right. \\ &+ \frac{\rho}{R} \sin\varphi_0 \sin\varphi_k (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu, -1}) + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \left\{ \delta_{\mu 2} \left(\frac{1}{2} \cos\varphi_k - i \sin\varphi_k \right) + \delta_{\mu, -2} \left(\frac{1}{2} \cos\varphi_k + i \sin\varphi_k \right) \right\} \left. \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi M_s}{S_0} \int_0^R d\rho \rho \left[-\cos\varphi_k \left(2 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \right) J_0(k\rho) + \frac{\rho}{R} \sin\varphi_0 \sin\varphi_k \cdot \right. \\ &\cdot \left(i J_1 e^{-i\varphi_k} + \frac{1}{i} J_{-1} e^{i\varphi_k} \right) + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \left\{ \left(\frac{1}{2} \cos\varphi_k - i \sin\varphi_k \right) (-J_2 e^{-i2\varphi_k}) + \right. \\ &\left. + \left(\frac{1}{2} \cos\varphi_k + i \sin\varphi_k \right) (-J_{-2} e^{i2\varphi_k}) \right\} \left. \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi M_s}{S_0} \int_0^R d\rho \rho \left[-\cos\varphi_k \left(2 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \right) J_0(k\rho) + \frac{\rho}{R} \sin\varphi_0 \sin\varphi_k J_1(k\rho) \cdot 2i \cos\varphi_k + \right. \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 (-1) J_2(k\rho) \left\{ \left(\frac{1}{2} \cos\varphi_k - i \sin\varphi_k \right) e^{-i2\varphi_k} + \left(\frac{1}{2} \cos\varphi_k + i \sin\varphi_k \right) e^{i2\varphi_k} \right\} \left. \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi M_s}{S_0} \cos\varphi_k \int_0^R d\rho \rho \left[-\left(2 - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \right) J_0(k\rho) + 2i \frac{\rho}{R} \sin\varphi_0 \sin\varphi_k J_1(k\rho) - \right. \\ &- \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 J_2(k\rho) \left\{ \cos 2\varphi_k - 4 \sin^2\varphi_k \right\} \left. \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi M_s}{S_0} \cos\varphi_k \int_0^R d\rho \rho \left[-2 J_0(k\rho) + \frac{2i \rho}{R} J_1(k\rho) \sin\varphi_0 \sin\varphi_k - \right. \\ &- \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin^2\varphi_0 \left\{ J_2(k\rho) (3 \cos 2\varphi_k - 2) - J_0(k\rho) \right\} \left. \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{k} \cdot \vec{M}_k \right) &= \frac{\pi M_s}{S_0} \cos\varphi_k \left[-2 \frac{R}{k} J_1(kR) + \frac{2i}{R} \sin\varphi_0 \sin\varphi_k \frac{R^2}{k} J_2(kR) - \right. \\ &- \frac{1}{2} \frac{\sin^2\varphi_0}{R^2} \left\{ (3 \cos 2\varphi_k - 2) \frac{R^3}{k} J_3(kR) - \frac{R^3}{k} J_1 + \frac{2R^2}{k^2} J_2(kR) \right\} \left. \right] = \end{aligned}$$

Date: . . .

 H_m of m coupled dots (absolute value)

$$= \frac{\pi M_s}{S_0} \cos \varphi_k \cdot \frac{R}{k} \left[-2 J_1(kR) + 2i \sin \varphi_0 \sin \varphi_k J_2(kR) \right] \\ - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ (3 \cos 2\varphi_k - 2) J_3(kR) - J_1(kR) + \frac{2}{kR} J_2(kR) \right\} \\ - 2 J_3 - J_1 + \frac{2}{k} J_2 = -2 \left(\frac{1}{k} J_2 - J_1 \right) - J_1 + \frac{2}{k} J_2 = \\ = -\frac{6}{k} J_2 + J_1$$

$$\left\{ \dots \right\} = 3 \cos 2\varphi_k \left(\frac{1}{k} J_2 - J_1 \right) - \frac{6}{k} J_2 + J_1 = \\ = \frac{6}{k} J_2 [2 \cos 2\varphi_k - 1] + J_1 [1 - 3 \cos 2\varphi_k]$$

$$\left(\frac{R}{k} \cdot \vec{M}_k \right) = \frac{\pi M_s}{S_0} \cos \varphi_k \cdot \frac{R}{k} \left[-2 J_1(kR) + 2i \sin \varphi_0 \sin \varphi_k J_2(kR) \right] \\ - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi_0 \left\{ \frac{6}{kR} J_2(kR) (2 \cos 2\varphi_k - 1) + J_1(kR) (1 - 3 \cos 2\varphi_k) \right\}$$

$$\Rightarrow \left| \left(\frac{R}{k} \cdot \vec{M}_k \right) \right|^2 = \left(\frac{\pi R M_s}{S_0} \right)^2 \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} \left[4 J_1^2(kR) + \right. \\ \left. + 2 J_1(kR) \sin^2 \varphi_0 \left\{ \frac{6}{kR} J_2(kR) (2 \cos 2\varphi_k - 1) + J_1(kR) (1 - 3 \cos 2\varphi_k) \right\} + \right. \\ \left. + 4 \sin^2 \varphi_0 \sin^2 \varphi_k J_2^2(kR) \right] = \left| (\cdot) \right|_{\varphi_0=0}^2 + \\ + \left(\frac{\pi R M_s}{S_0} \right)^2 \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} 2 \sin^2 \varphi_0 \left[J_1(kR) \left\{ \frac{6}{kR} J_2(kR) (2 \cos 2\varphi_k - 1) + J_1(kR) (1 - 3 \cos 2\varphi_k) \right\} \right. \\ \left. + 2 \sin^2 \varphi_k J_2^2(kR) \right], \quad \sin^2 \varphi_k = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\varphi_k)$$

$$\Rightarrow W_m(\varphi_0) = W_m(\varphi_0=0) + 2\pi \sum_k f(kL) \left(\frac{\pi R M_s}{S_0} \right)^2 \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} \left[\dots \right] \cdot 2\varphi_0^2$$

$$\xrightarrow{\text{uncoupled}} W_m(\varphi_0) = W_m(0) - \frac{\pi}{2} \varphi_0^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) [J_1^2(kR) - J_2^2(kR)]$$

wherefore upon uncoupled dots $d/R \rightarrow \infty$ (hago por unger span
 $\sum_{2\pi} (\dots) \rightarrow A \int d^2 k_{\parallel} = A \int dk_k \int_{-2\pi}^{2\pi} d\varphi_k (\dots)$
 when $\frac{dL}{dz} = 1 \text{ mm}^{-1}$ and $\frac{dL}{dz} = 2\pi$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_k \cos^2 \varphi_k [C_1 \cos 2\varphi_k + C_2] = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi_k [1 + \cos 2\varphi_k] [C_1 \cos 2\varphi_k + C_2] \\ = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi_k [C_1 \cos 2\varphi_k + C_2 + C_1 \cos^2 2\varphi_k + C_2 \cos 2\varphi_k] =$$

date.

$$\frac{1}{2} [C_2 \cdot 2\pi + C_1 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{2}] = \frac{\pi}{2} [C_1 + 2C_2] =$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[J_1 J_2 \frac{12}{(kR)} - 3J_1^2 - J_2^2 + 2 \left(-J_1 J_2 \frac{6}{kR} + J_1^2 + J_2^2 \right) \right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} [-J_1^2 + J_2^2] = -\frac{\pi}{2} [J_1^2(kR) - J_2^2(kR)] - \text{bermo.}$$

$$\sum_{\vec{k}} (...) \rightarrow \frac{S_0}{(2\pi)^2} \int d^2 \vec{k} (...)$$

розрешу вписати у формулу. газ (W_m нагнано на ег. об'єм газу):

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) + 2\pi \left(\frac{\pi R}{S_0} \right)^2 \sum_{\vec{k}} f(kL) \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} [\dots] \cdot 2\varphi_0^2$$

$$\sum_{\vec{k}} f(kL) \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} [\dots] = \frac{S_0}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dk k \int_0^{2\pi} d\varphi_k f \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} [\dots] =$$

$$= \frac{S_0}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \int d\varphi_k \cos^2 \varphi_k [\dots] = \frac{S_0}{4\pi^2} \int \frac{dk}{k} f(kL) \left(-\frac{\pi}{2} \right) [J_1^2 - J_2^2]$$

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) + 4\pi \varphi_0^2 \frac{\pi^2 R^2}{S_0^2} \left(\frac{S_0 L}{S_d k} \right) \frac{S_0}{4\pi^2} \left(-\frac{\pi}{2} \right) \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) [J_1^2(kR) - J_2^2(kR)]$$

$$= W_m(0) + \left(-\frac{\pi}{2} \right) \varphi_0^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) [J_1^2(kR) - J_2^2(kR)]$$

- в формулу вписуємо газ ізольовані діти (M₃ газу в розподілі W_m).

Використовуємо розподіл W_m(φ₀) of фукле "dot array" no φ₀!

$$\rightarrow W_m(\varphi_0) = W_m(\varphi_0=0) + 4\pi \varphi_0^2 \left(\frac{\pi R}{S_0} \right)^2 \sum_{\vec{k}} f(kL) \frac{\cos^2 \varphi_k}{k^2} \times$$

$$\times \left[\underbrace{\left(\frac{12}{kR} J_1(kR) J_2(kR) - 3J_1^2(kR) - J_2^2(kR) \right)}_{C_1} \cos^2 \varphi_k - \underbrace{\frac{6}{kR} J_1(kR) J_2(kR) + J_1^2(kR) + J_2^2(kR)}_{C_2} \right]$$

W_m розподілюється на ег. об'єм газу нагнано $\times \frac{V_0}{V_d} = \frac{S_0}{S_d} (S_d = \pi R^2)$.
(один газ на арешку, F-state)

$$\rightarrow W_m(\varphi_0) = W_m(0) + \frac{4\pi^2}{S_0} \varphi_0^2 \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} \cos^2 \varphi_k \left[\left\{ \dots \right\} \cos^2 \varphi_k - \frac{6}{kR} J_1 J_2 + J_1^2 + J_2^2 \right]$$

$$W_{tot}(\varphi_0, h) = W_{s.d.}(h) + \frac{1}{2} \varphi_0^2 \left[\frac{1}{4} h + \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 - \pi F(\beta, d/R) \right], \quad \text{де}$$

$$F(\beta, d/R) = -\frac{8\pi}{S_0} \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} \cos^2 \varphi_k [C_1 \cos^2 \varphi_k + C_2] \quad \text{u now}$$

Date.

nucleation of m. coupled dot array is ($h = h/h_0$)

$$h_m = 4\pi F(\beta, d/R) - 4 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = 4\pi \left[F(\beta, d/R) - \frac{1}{\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \right]$$

u wpa $d/R \rightarrow \infty$ $F(\beta, d/R) \rightarrow F(\beta) = F_1(\beta) - F_2(\beta) = \int_0^{\pi/2} f(\theta) [J_1^2(\theta) - J_2^2(\theta)]$

transferring burgers by $\varphi \rightarrow \varphi' = \varphi - \pi/2$, too

$$\tilde{I}_\mu(\varphi_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi e^{i\mu\varphi}}{\sqrt{1 + \sin^2\varphi_0 + 2\sin\varphi_0 \sin\varphi}} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}(\mu-1)}}{\sin\varphi_0} I_\mu\left(\frac{1}{\sin\varphi_0}\right)$$

zge $I_\mu(s) = 2 \int_0^\pi d\varphi \frac{\sin\varphi \cdot \sin\mu\varphi}{\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi}}$, r.e. $"s" \rightarrow \frac{1}{\sin\varphi_0}$

s - relative vortex shift. Momen Han u $H_m(\varphi_0)$ changes (s) (φ_0)

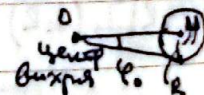
$$W_m^{buckle}(\varphi_0) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu=1} F_\mu(\beta) |\tilde{I}_\mu(\varphi_0)|^2 = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu=1} F_\mu(\beta) I_\mu^2\left(\frac{1}{\sin\varphi_0}\right) \cdot \frac{1}{\sin^2\varphi_0}$$

$$C_1(x) = \frac{12}{x} J_1(x) J_2(x) - 3J_1^2(x) - J_2^2(x)$$

$$C_2(x) = -\frac{6}{x} J_1(x) J_2(x) + J_1^2(x) + J_2^2(x)$$

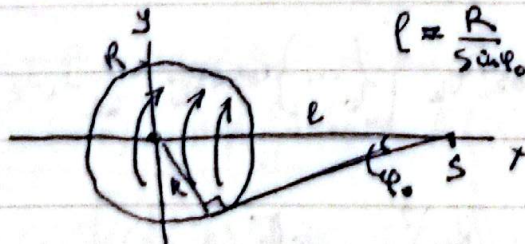
$$\frac{W_m(k_0)}{M_s^2 V_d} = W_m(\varphi_0) = W_m(0) + \frac{(2\pi)^2 \varphi_0^2}{S_0} \sum_k \frac{f(kL)}{k^2} \cos^2\varphi_k \left[C_1(kR) \cos 2\varphi_k + C_2(kR) \right]$$

↑ harmonics. Inequne of array of coupled dots in "buckle" state, reference frame refer from φ_0 ($\varphi_0 < \pi$).



→ Kpone "buckle" - nozem (ogno - burpeba)

Boznomer u gipne nozem of nucleation - H_n (goye - am p...
u goye - vortex, kampeyer).



$$l = \frac{R}{\sin\varphi_0}, \quad s = \frac{1}{\sin\varphi_0} - \text{arrows. center burpeba}$$

$$f(z) = \frac{i}{c} (z - s)$$

3a pamyat vortex-Yakob u "rigid" vortex model.

(no sgenano za 19/V 001. - 19/V 011.)

Date. 19.06.01

1) 19/V 001. - maza o vortex-shift c $(\vec{m} \cdot \vec{n})_s = 0$
2) 19/V 001. - slyazha que vortex b H. globalno mogt c $(\vec{m} \cdot \vec{n})_s = 0$.

I 1) 30/V 001. - 2/VII Anany que segodennan 2D-vortex
mogt by Bryant - Suhl '89.
2) 4/X Anany Jan. za vpecheni vortex-Yakob.
3) 8-11/X Enerma vortexa c $\gamma=2$ b um. gase.

II 1) 17-31/X Paces conformal vortex model b $H \neq 0$ c K. Meronov
(PRB '01) $(z \rightarrow z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ - self-to-self mapping
eg. klyza c $(\vec{m} \cdot \vec{n})_s = 0$)

2) fin u slobno zapreg, conf. model — 10-13/XI 001.
3) toplebno zapreg, conform. model — 19-21/XI 001.
4) kommens. namotocnost u tonel. zapreg. — 27-28/XI
ukladyvanost Wex upu $z \rightarrow z' = f(z)$ self-to-self conformal mapping.

5) Razbor mchua B.A.U. Yakobine $(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n})_s = 0$ - konf. upu
 $z \rightarrow z' = f(z)$ self-to-self. Zubavlenost conformal
model slyazha buxpe c mest. to globalno na 8-
"buxpe" - avobuxpe k zpramye gosa u up okumirani - 10/XII

IV 1) Tem. slyazhenost buxpe osn. conformal mode 5, 18/II 011.
2) Tem. slyazhenost buxpe osn. mogt c $(\vec{m} \cdot \vec{n})_s = 0$, ko $\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \neq 0$ — 22/II

V 1) Balman, yp-a que m_z, m_e, m_p buxpe. Opremenosa
vortex Yakob. — 22-25/IV
2) MFD vortex - s.d. na osnove vpecheni grynani — 26-28/IV
3) Balman, yp-e que $\Theta(p)$, new vortex. — 3/X, 9/X
4) Bozupreni vortex Yakob $\Theta(p) = \Theta_{us}(p) + \delta(p)$ — 6-8/V

Escaneado con CamScanner

Date.

План работы с Коэси:

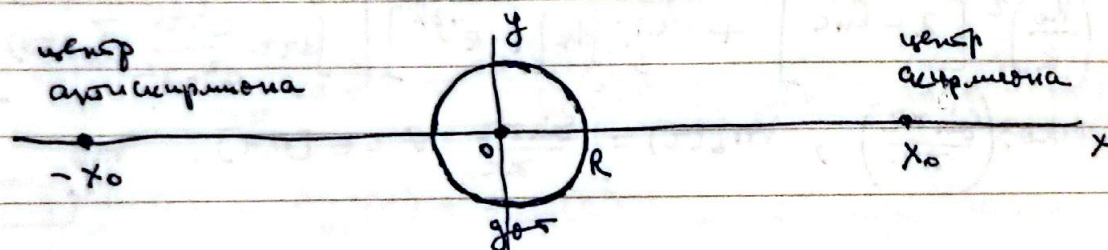
- 1) Комплексное представление параметров цилиндрических (возможно изобразить до свободных параметров один, но не в полярных координатах)
- 2) МПД к/луча цилиндра в R-L координатах.
- 3) Как creation и annihilation в "квадратной" модели $f(z) = izc + A - \bar{A}z^2$ на уровне вихря - антивихря - сирмон - антисирмон.

24/VI "Leaf" state Квадратная модель. Single domain state на МПД R-L с параметрами вихря сирмон.

$$m_x + im_y = \sin \theta e^{i\phi}, \quad m_z = \cos \theta, \quad \theta, \phi = f(\vec{r}).$$

θ, ϕ - сферические углы $\vec{m}$, $|\vec{m}|^2 = 1$.

$$m_x + im_y = \frac{2W(z)}{1+|W|^2}, \quad m_z = \frac{1-|W|^2}{1+|W|^2}, \quad z = x + iy.$$



$W(z) = \tan \frac{\theta}{2} e^{i\phi}$. Сирмон радиуса b с центром в z_0 и $z = z_0$:

и $W(z) = \frac{z}{b}$. С центром в $z = z_0$:

$$W(z) = \frac{z - z_0}{b}.$$

Докажем, что для вихря сирмон - антисирмон

$$\Phi_0(x, y) = \arctg \left(\frac{y - y_1}{x - x_1} \right) - \arctg \left(\frac{y - y_2}{x - x_2} \right),$$

где (x_1, y_1) и (x_2, y_2) - координаты центра сирмона и анти-сирмона.

Видно, что для анти-сирм./сирмона одинакового радиуса

$$W(z) = \frac{z - z_{01}}{b} \cdot \frac{b}{z - z_{02}} = \frac{z - z_{01}}{z - z_{02}}$$

Quadratic model, $f(z) = izc + A - \bar{A}z^2$

Date.

$$w(z) = \frac{z - z_1}{z - z_2} = \frac{(z - z_1)(\bar{z} - \bar{z}_2)}{|z - z_2|^2} = \frac{|z|^2 - z_1\bar{z} - \bar{z}_2z + z_1\bar{z}_2}{|z - z_2|^2}$$

при $z_1 = x_0 - by_0, z_2 = -x_0 - \bar{z}_2$

$$w(z) = \frac{|z|^2 - x_0\bar{z} + x_0z - x_0^2}{|z + x_0|^2} = \frac{|z|^2 - x_0^2 + 2ix_0y}{|z + x_0|^2} = \frac{y}{x} e^{i\Phi(x,y)}$$

то $\Phi(x,y) = \frac{2x_0y}{|z|^2 - x_0^2}$. С грехом и трудом (у нас $y_1 = y_2 = 0, x_1 = -x_2 = x_0$)

$$\Phi_0(x,y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x-x_0} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x+x_0} = \left| \operatorname{arctg} A - \operatorname{arctg} B = \operatorname{arctg} \frac{A-B}{1+AB} \right| =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{\frac{y}{x-x_0} - \frac{y}{x+x_0}}{1 + \frac{y^2}{(x^2 - x_0^2)}} = \operatorname{arctg} \frac{y(x+x_0) - y(x-x_0)}{x^2 - x_0^2 + y^2} = \operatorname{arctg} \frac{2yx_0}{y^2 - x_0^2}$$

тоже сжатие/расжатие $\hookrightarrow$ вращение w на $x_0, -x_0$

сдвиг $w(z) = \frac{z - x_0}{z + x_0}, \quad \operatorname{tg} \Phi(x,y) = \frac{2x_0y}{y^2 - x_0^2}$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\Phi}{2} = |w|^2 = \frac{1}{|z + x_0|^4} [p \dots]$$

то в действительности у нас не пара сжатия/расжатия

т.е. $f(z) = izc + A - \bar{A}z^2$ и не $\frac{1}{z}$ -сечение.

Градиентность || s.d. state в упр. год. 29/VI

Рассуждение на основании в shifted vortex

для упр. поверх. состояний записов сс

$$\rightarrow w(z) = \left\{ \begin{array}{l} f(z), \quad |f| \leq 1 \\ f(z)/|f(z)|, \quad |f| > 1 \end{array} \right\}, \quad f(z) = izc + A - \bar{A}z^2, \quad c - \text{const.}$$

тоже $f(z)$ есть решение задачи Римана-Гурови с гранич. условием $(\vec{m}, \vec{n})_s = 0$ на док. поверхности минимума

т.е. условие сечения в $f(z)$ есть "2" $\vec{m}(z)$ не

тоже. Запис $Q = 2$ (total), $\vec{m}(z)$ состоит из двух сечений

с сеч. записом $Q = 1$.

$$f(z) = izc + A - \bar{A}z^2 = -\bar{A} \left[z^2 - \frac{A}{\bar{A}} - i \frac{c}{\bar{A}} z \right] = -\bar{A} (z - z_1)(z - z_2)$$

поверх. сечений $z_{1,2} = \frac{1}{2\bar{A}} [ic \pm \sqrt{4|A|^2 - c^2}]$

итого нужно это будет разные классы решений

Date.

leaf or 11-Flavor state univ. gas, $z > 1$.

в замкнутой области $D = \{ |A|^2 - C^2 \}$

→ Будем считать, что $A \sim H$ (in plane mag. field), то $\frac{1}{4}|A|^2 = C^2$ будет константой, а H в z -плоскости.

$$1 = |f(z)|^2 = |izC + A - \bar{A}z^2|^2 - \text{группа "core" of vortex.}$$

$$\text{Если } C=0, \text{ то } |f(z)|^2 = |A - \bar{A}z^2|^2 = 1$$

$$\text{Пусть } A = |A|e^{i\alpha}, \quad z = \rho e^{i\varphi}, \quad |A - \bar{A}z^2|^2 = |A|^2 |e^{i\alpha} - e^{-i\alpha} z^2|^2 \Rightarrow$$

$$= |A|^2 |e^{i\alpha} (1 - e^{-2i\alpha} \rho^2 e^{i2\varphi})|^2 = |A|^2 |1 - \rho^2 e^{i2(\varphi-\alpha)}|^2 =$$

$$= |A|^2 (1 - \rho^2 e^{i2(\varphi-\alpha)}) (1 - \rho^2 e^{-i2(\varphi-\alpha)}) = |A|^2 [1 - \rho^2 e^{-i2\alpha} - \rho^2 e^{i2\alpha} + \rho^4] =$$

$$= |A|^2 [1 - 2\rho^2 \cos 2(\varphi-\alpha) + \rho^4] = 1$$

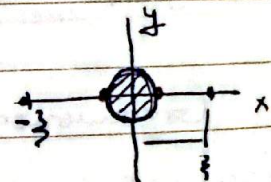
группа на vortex "core", центр сфер. конфигурации в центре газа.

$$f(z) = A - \bar{A}z^2 = -\bar{A} \left(z^2 - \frac{A}{\bar{A}} \right) = -\bar{A} (z^2 - e^{i2\alpha})$$

Положение центра (и центра) сферы. $z^2 - e^{i2\alpha} = 0$

$$\rho^2 e^{i2\varphi} = e^{i2\alpha}, \quad \rho=1, \varphi=\alpha.$$

Положим $\alpha=0$, центр сферы на Ox



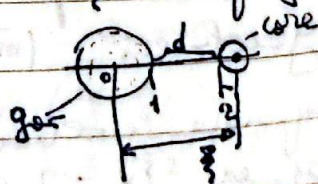
$$f(z) = -\bar{A} (z^2 - 1) = -A (z-1)(z+1) - \text{центр}$$

при $z = \pm 1$ на границе газа ($\rho=1$).

Leaf state

→ поверхностный вихрь (центр сферы вне газа):
сферы из ∞ приближаются к границе газа.

Пусть положение центров будет $z = \pm \frac{1}{2}$ и радиус $r < (\frac{1}{2}-1)$, т.е. в "core" не входит газ.



$$\rightarrow f(z) = -A (z - \frac{1}{2})(z + \frac{1}{2}) -$$

- если в области газа $\rho \leq 1$ только поверхность газа $\vec{m}(\rho)$

$$w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|} \quad \text{здесь } \vec{m}(\rho).$$

В периф. области $(|w|=1)$ $e_\phi = 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \right)$

т.на. Римана-
Грина:

$$\frac{1}{2i} \oint_{\partial D} u(z, \bar{z}) dz = \iint_D \frac{\partial u(z, \bar{z})}{\partial \bar{z}} dx dy$$

(завис. на $\bar{z}$)

Date:

$$E_{ex} = \oint_{\partial D} dx dy e_{ex} = (i/2) \oint_{\partial D} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \right) dz =$$

$$= (i/2) \oint_{\partial D} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{1}{f(z)} \frac{\partial f}{\partial z} \ln |f(z)|^2 \right] dz = \left| \text{в силу теоремы Римана-Грина} \right|$$

$$= (i/2) \oint_{\partial D} \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f}{\partial z} \ln |f(z)|^2 dz \quad (z \in \partial D), \quad \partial D - \text{граница диска, т.е. } \rho=1$$

$$f(z) = -A(z^2 - \bar{z}^2), \quad \bar{f}(z) = f(\bar{z}) = -A(\bar{z}^2 - z^2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -2Az, \quad \ln |f(z)|^2 = \ln [A^2(z^2 - \bar{z}^2)(\bar{z}^2 - z^2)]$$

$$E_{ex} = \frac{(i/2) \oint_{\partial D} (-2Az) \ln [A^2(z^2 - \bar{z}^2)(\bar{z}^2 - z^2)] dz}{\oint_{\partial D} [-A(z^2 - \bar{z}^2)] dz} =$$

$$= \frac{(i/2) \oint_{\partial D} \frac{z}{z^2 - \bar{z}^2} \ln [A^2(z^2 - \bar{z}^2)(\bar{z}^2 - z^2)] dz}{\oint_{\partial D} \frac{z}{z^2 - \bar{z}^2} dz} = \left| \begin{array}{l} z = \rho e^{i\varphi}, \quad \bar{z} = 1/z \\ dz = i \rho e^{i\varphi} d\varphi \end{array} \right| =$$

$$= \frac{(i/2) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{e^{i\varphi}}{e^{2i\varphi} - \bar{z}^2} \ln [A^2(e^{i2\varphi} - \bar{z}^2)(e^{-i2\varphi} - z^2)] i e^{i\varphi}}{\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{e^{2i\varphi}}{e^{2i\varphi} - \bar{z}^2}} =$$

$$= \frac{(i/2) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{e^{2i\varphi}}{e^{2i\varphi} - \bar{z}^2} \ln [A^2(1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4)]}{\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{e^{2i\varphi}}{e^{2i\varphi} - \bar{z}^2}} =$$

$$= \frac{(i/2) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{1 - \bar{z}^2 e^{-i2\varphi}} \ln [A^2(1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4)]}{\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{1 - \bar{z}^2 e^{-i2\varphi}}} = \left| \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \text{ гдет } \int_0^{2\pi} d\varphi = 2 \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \right|$$

$$\frac{1}{1 - \bar{z}^2 e^{-i2\varphi}} = \frac{1 - \bar{z}^2 e^{2i\varphi}}{(1 - \bar{z}^2 e^{-i2\varphi})(1 - \bar{z}^2 e^{2i\varphi})} = \frac{1 - \bar{z}^2 (\cos 2\varphi + i \sin 2\varphi)}{1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4}$$

$$\rightarrow E_{ex} = (i/2) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - \bar{z}^2 \cos 2\varphi}{1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4} \ln [A^2(1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4)]$$

$$I_1(\bar{z}) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - \bar{z}^2 \cos 2\varphi}{1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4} = \left| 2\varphi = x, \quad d\varphi = \frac{1}{2} dx \right| =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{4\pi} dx \frac{1 - \bar{z}^2 \cos x}{1 - 2\bar{z}^2 \cos x + \bar{z}^4} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} dx \frac{1 - \bar{z}^2 \cos x}{1 - 2\bar{z}^2 \cos x + \bar{z}^4} =$$

$$= 2\pi \frac{1}{|1 - \bar{z}^4|} - 2\bar{z}^2 \int_0^{2\pi} dx \frac{\cos x}{1 - 2\bar{z}^2 \cos x + \bar{z}^4} = \frac{2\pi}{|1 - \bar{z}^4|} - 2\bar{z}^2 \frac{\pi}{(\bar{z}^4 - 1)\bar{z}^2} = 0 \quad (\text{при } \bar{z}^4 \neq 1)$$

$$I_2(\bar{z}) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - \bar{z}^2 \cos 2\varphi}{1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4} \ln (1 - 2\bar{z}^2 \cos 2\varphi + \bar{z}^4) =$$

Date. . . .

Mammocoma

11 - Flower state

→ Vortex nucleation

$$= 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - z^2 \cos \varphi}{1 - 2z^2 \cos \varphi + z^4} \ln(1 - 2z^2 \cos \varphi + z^4) =$$

$$= 2 \cdot 2\pi \frac{\ln(1 - z^4)}{1 - z^4} - 2z^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \varphi}{1 - 2z^2 \cos \varphi + z^4} \ln(1 - 2z^2 \cos \varphi + z^4)$$

$$\rightarrow E_{ex} = (\cdot) [\ln A^2 \cdot I_1(z) + I_2(z)] = I_2(z) \cdot (\cdot)$$

$$(\cdot) = \frac{1}{2} L C$$

$$E_{ex} = \frac{1}{4\pi V_d} E_{ex} = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 I_2(z)$$

Exch. energy of vortex

30/VI Power E_m . Topological charge z near, $z \rightarrow 1$. Boundary $z = 1$ - meron. ∂ streamlines near $z = 1$ (perpendicular?).

Double meron. charge $\partial = (\vec{m} \cdot \vec{n})_s$, $\vec{n} = (\cos \varphi, \sin \varphi)$

$$\vec{n} \rightarrow n_x + i n_y = e^{i\varphi}, \quad m_x + i m_y = \frac{2w(z, \bar{z})}{1 + |w|^2}$$

$$\text{Due meron: } w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|} \text{ u } |w| = 1 \rightarrow m_x + i m_y = w(z, \bar{z})$$

$$\partial = (\vec{m} \cdot \vec{n})_s = \text{Re} [(m_x + i m_y) \cdot (n_x - i n_y)] = \text{Re} [w(z, \bar{z}) e^{-i\varphi}]$$

$$w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|}, \quad f(z) = -A(z - z)(z + z)$$

$$\partial = \text{Re} \left[\frac{-A(z - z)(z + z)}{|f(z)|} \cdot e^{-i\varphi} \right] = \frac{1}{|f|} \text{Re} [A(z^2 - z^2) e^{-i\varphi}] = \left| \frac{z + z}{z - z} \right|$$

$$= \frac{A}{|f(z)|} \text{Re} [(z^2 - e^{2i\varphi}) e^{-i\varphi}] = \frac{A}{|f(z)|} (z^2 - 1) \cos \varphi$$

$$|f(z)| = |A(z^2 - z^2)| = |A| |(z^2 - e^{2i\varphi})| = |A| \sqrt{(z^2 - e^{2i\varphi})(\bar{z}^2 - e^{-2i\varphi})}$$

$$= |A| \sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}, \quad A = |A| e^{i\varphi}, \quad \varphi = 0,$$

$$\partial = \frac{A}{|A|} \frac{(z^2 - 1) \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}}, \quad e = \frac{E}{4\pi M_s^2 V_d}$$

$$E_m^{side} = \frac{1}{2} \int_{S_{\text{surf}}} dS \int_{S'} dS' \frac{\partial(z) \partial(z')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad \partial(z) = \partial(\varphi) = \frac{(z^2 - 1) \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}}$$

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{\sqrt{(z - z')^2 + \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')}} = \left| \frac{\rho + \rho'}{R} \right| =$$

$$= \frac{1}{R} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} (z - z')^2 + \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho'}{R}\right)^2 - 2\left(\frac{\rho}{R}\right)\left(\frac{\rho'}{R}\right) \cos(\varphi - \varphi')}} \quad dS = dz \cdot R d\varphi$$

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int_0^\infty dk e^{-k|\vec{r} - \vec{r}'|} J_0(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|), \quad J_0(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) = J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

Date.

$$+ 2 \sum_{\mu=1}^{\infty} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') \cos \mu(\varphi - \varphi') = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') e^{i\mu(\varphi - \varphi')}$$

$$E_m^{side} = \frac{1}{2} \int_0^L dz \int_0^{2\pi} R d\varphi \int_0^L dz' \int_0^{2\pi} R d\varphi' \int_0^{\infty} dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') e^{i\mu(\varphi - \varphi')}$$

$$= \frac{(z^2 - 1) \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}} \frac{(z'^2 - 1) \cos \varphi'}{\sqrt{1 - 2z'^2 \cos 2\varphi' + z'^4}} =$$

$$= \frac{1}{2} R^2 \int_0^L dz \int_0^L dz' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\infty} dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') e^{i\mu\varphi} e^{-i\mu\varphi'}$$

$$= \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}} \frac{\cos \varphi'}{\sqrt{1 - 2z'^2 \cos 2\varphi' + z'^4}} = \left| \int_0^L dz dz' e^{-k|z-z'|} \right| = \frac{2L}{k} f(kL)$$

$$= \frac{1}{2} R^2 (z^2 - 1)^2 \frac{2L}{k} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') |J_{\mu}(z)|^2$$

$$J_{\mu}(z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{e^{i\mu\varphi} \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}}$$

$$E_m^{side} = R^2 L (z^2 - 1)^2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') |J_{\mu}(z)|^2 = \left| \begin{array}{l} kR = x \\ \frac{L}{R} = \beta \\ \beta/R \rightarrow \beta \\ \text{no } \rho = 1, z = 1 \\ \rho' = 1 \end{array} \right| =$$

$$= R^3 L (z^2 - 1)^2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_{\mu} J_{\mu}(x) J_{\mu}(x) |J_{\mu}(z)|^2$$

$$\rightarrow E_m^{side} = \frac{1}{4\pi V_d} E_m^{side} = \frac{1}{4\pi \cdot \pi R^2 L} R^3 L (z^2 - 1)^2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_{\mu} J_{\mu}^2(x) |J_{\mu}(z)|^2 =$$

$$= \frac{(z^2 - 1)^2}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_{\mu} J_{\mu}^2(x) |J_{\mu}(z)|^2$$

$$J_{\mu}(z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{e^{i\mu\varphi} \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}}$$

$$\rightarrow E_m^{side}(z) = \frac{(z^2 - 1)^2}{(2\pi)^2} \sum_{\mu} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) J_{\mu}^2(x) \cdot J_{\mu}^2(z) = \left(\text{свойства Bessel} \right)$$

$$= \frac{(z^2 - 1)^2}{(2\pi)^2} \sum_{\mu} I_{\mu}(\beta) J_{\mu}^2(z), \quad I_{\mu}(\beta) = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) J_{\mu}^2(x)$$

Магн. side energy II - lower state

Углов. мин. no z or норм. energy gap $E(z) = E_{ax}(z) + E_m^{side}(z)$

Углов. : wegen $z \rightarrow \infty$, $J_{\mu}(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \pi (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1})$

$$E_m^{side}(z \rightarrow \infty) = \frac{z^4}{(2\pi)^2} \sum_{\mu} I_{\mu}(\beta) \frac{\pi^2}{z^4} (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1}) = \frac{1}{9} I_1(\beta) \text{ um}$$

$$\frac{1}{4} E_m^{side}(z \rightarrow \infty) = 4\pi E_m^{side} = 2\pi I_1(\beta), \text{ берем, т.к. } I_1(\beta) - \text{период. функц. } \theta \text{ на } \text{гор.}$$

Date. 01. 07.

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{x}{2}, x \rightarrow 0$$

Page number no $\frac{1}{3} < 1$. $\frac{1}{3} = y$, $(\frac{1}{3})$ - value for $\cos 2\varphi$ and $\cos \varphi$ from $\cos 2\varphi = 2\cos^2 \varphi - 1$

$$\begin{aligned} J_\mu(z) &= \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4}} = \frac{1}{z^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{\frac{1}{z^4} - \frac{2}{z^2} \cos 2\varphi + 1}} \\ &= y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2y^2 \cos 2\varphi + y^4}} = y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cos \varphi [1 + y^2 \cos 2\varphi] = \\ &= y^2 \left[\pi (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1}) + y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \cos 2\varphi \cdot \cos \mu\varphi \right] = \\ &= y^2 \left[\pi (\dots) + y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi [\cos(2\varphi - \varphi) + \cos(2\varphi + \varphi)] \right] = \\ &= y^2 \left[\pi (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1}) + \frac{1}{2} y^2 \pi (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1} + \delta_{\mu,3} + \delta_{\mu,-3}) \right] \end{aligned}$$

$$\varepsilon_m^{\text{side}}(z) = \frac{(z^2 - 1)^2}{(2\pi)^2} \cdot 2 \sum_{\mu=1} I_\mu(\beta) J_\mu^2(z), \quad \text{t.k. (when } \mu=0) = 0$$

$$J_\mu(y) = y^2 \pi \left[\delta_{\mu,1} + \frac{1}{2} y^2 (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,3}) \right]$$

$$\begin{aligned} J_\mu^2(y) &= \pi^2 y^4 \left[\delta_{\mu,1} + 2\delta_{\mu,1} \frac{1}{2} y^2 (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,3}) + O(y^4) \right] = \\ &= \pi^2 y^4 \left[\delta_{\mu,1} + y^2 \delta_{\mu,1} + O(y^4) \right] = \pi^2 y^4 \delta_{\mu,1} [1 + y^2 + O(y^4)] \end{aligned}$$

$$\rightarrow \varepsilon_m^{\text{side}}(y) = \frac{2}{(2\pi)^2} \left(\frac{1}{y^4} - 2\frac{1}{y^2} + 1 \right) \sum_{\mu=1} I_\mu(\beta) J_\mu^2(y) =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{1}{y^4} - \frac{2}{y^2} + 1 \right) I_1(\beta) \pi^2 y^4 (1 + y^2) =$$

$$= \frac{1}{2} I_1(\beta) \left(1 - \frac{1}{y^2} \right)^2 y^4 (1 + y^2) = \frac{1}{2} I_1(\beta) (y^2 - 1)^2 (y^2 + 1) =$$

$$= \frac{1}{2} I_1(\beta) (y^4 - 1)^2 = \frac{1}{2} I_1(\beta) (y^4 - 1)(y^2 - 1) =$$

$$= -\frac{1}{2} I_1(\beta) (y^2 - 1) = \frac{1}{2} I_1(\beta) - \frac{1}{2} I_1(\beta) y^2.$$

$$\frac{1}{\sqrt{u}} \varepsilon_m^{\text{side}}(z) = \frac{1}{2} I_1(\beta) - \frac{1}{2} I_1(\beta) y^2, \quad y = \frac{1}{z}$$

$$\varepsilon_{ex}(z) = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 I_2(z), \quad I_2(z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - z^2 \cos 2\varphi}{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4} \ln(\dots)$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\ln(1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4)}{1 - 2z^2 \cos 2\varphi + z^4} - z^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos 2\varphi}{(\dots)} \ln(\dots)$$

$$\text{When } z \gg 1 \quad I_2(z) = y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{y^2 - \cos 2\varphi}{1 - 2y^2 \cos 2\varphi + y^4} \ln[(1 - 2y^2 \cos 2\varphi + y^4)^{\frac{1}{4}}]$$

$y = \frac{1}{z} \rightarrow 0$

$$\begin{aligned}
 & y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left[(y^2 - \cos 2\varphi)(1 + 2y^2 \cos 2\varphi) + O(y^4) \right] \left[-2y^2 \cos 2\varphi - 4 \ln y + O(y^2) \right] = \\
 & y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left[y^2 - \cos 2\varphi - 2y^2 \cos^2 2\varphi \right] \left[-4 \ln y - 2y^2 \cos 2\varphi \right] = \\
 & y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left[-\cos 2\varphi + y^2(1 - 2\cos^2 2\varphi) \right] \left[-4 \ln y - 2y^2 \cos 2\varphi \right] = \\
 & y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left[4 \cos 2\varphi \cdot \ln y + 2y^2 \cos^2 2\varphi - 4 \ln y \cdot y^2 (-2 \cos 2\varphi) + O(y^4) \right] = \\
 & = 2y^4 \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 2\varphi = 2y^4 \cdot \pi = 2\pi y^4, \text{ т.е. } (I_2(y) \approx \frac{2\pi}{y^2}), y \gg 1.
 \end{aligned}$$

аналогично к $I_1(z)$. Получим. $\frac{1}{1 - ze^{i\varphi}} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n e^{in\varphi}$ $z = ze^{i\varphi}$
 $|z| = z < 1$

$$\operatorname{Re} \frac{1}{1 - ze^{i\varphi}} = \operatorname{Re} \frac{1 - ze^{-i\varphi}}{(1 - ze^{i\varphi})(1 - ze^{-i\varphi})} = \operatorname{Re} \frac{1 - z(\cos\varphi - i\sin\varphi)}{1 - 2z\cos\varphi + z^2} = \frac{1 - z\cos\varphi}{1 - 2z\cos\varphi + z^2}$$

Получим $\frac{1 - z\cos\varphi}{1 - 2z\cos\varphi + z^2} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \cos n\varphi, z < 1.$

Если $y > 1$ $|z| > 1$ $\frac{1}{1 - ze^{i\varphi}} = \frac{1}{1 - z} = \frac{1}{z} \cdot \frac{1}{\frac{1}{z} - 1} = -\frac{1}{z} \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} = -\frac{1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{z}\right)^n =$

$$= -\frac{e^{-i\varphi}}{z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} e^{-in\varphi} = -\frac{1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} e^{-i(n+1)\varphi}$$

$$\frac{1 - z\cos\varphi}{1 - 2z\cos\varphi + z^2} = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} z^n \cos n\varphi, & z < 1 \\ -\frac{1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} \cos(n+1)\varphi, & z > 1 \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - z\cos 2\varphi}{1 - 2z\cos 2\varphi + z^2} = |z = z^2| = -\frac{1}{z^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{2n}} \cos 2(n+1)\varphi = 0$$

и $I_1(z) = 0$ — верно. $E_{ex} = \frac{1}{8\pi^2} (R_0/R)^2 I_2(z) = \frac{1}{4\pi} (R_0/R)^2 \frac{1}{z^4}$

Выводим при $z \gg 1$: $E_{tot}(y) = E_{tot}(0) - \frac{1}{2} I_1(y) y^2 + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 y^4$

no side - macroscopic turns contribute to $(\dots)y^4$ и

тогда нет ^{никаких} volume charges. Min $E_{tot}(y)$ берется при $y \neq 0$ ($z \neq \infty$).

Итак $E_{ex}(y) \sim y^4$, $y \rightarrow 0$ берется с пом. по получ. гбо
 симметрия (вернее). В rigid model a blob has free nucleation
 sites because one goes to infinity $E_{ex} \sim y^2 \sim \varphi_0^2$.

Date.

ϵ_m^{val}

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

→ Обсуждение задачи о гравитационном поле.

$$W(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|}, \quad f(z) = -A(z-i)(z+i) = A(z^2 - z^2)$$

Для функции $|W|=1$ и $m_x + im_y = W(z, \bar{z})$. $\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) W$

$$\text{div } \vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = 2 \text{Re} \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + i \left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y} \right) \right]$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{f(z)}{|f(z)|} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{f(z)}{\sqrt{f(z)\bar{f}(z)}} = \frac{1}{\sqrt{f(z)\bar{f}(z)}} \frac{\partial f(z)}{\partial z} = \frac{1}{2\sqrt{f(z)\bar{f}(z)}} \frac{\partial f(z)}{\partial z}$$

$$\frac{\partial f(z)}{\partial z} = -2Az, \quad \text{div } \vec{m} = 2 \text{Re} \frac{1}{2|f(z)|} (-2Az) = -\frac{2Ax}{|f(z)|}$$

$$W_m^{val} = \frac{1}{2} \int_V dV dV' \frac{g(z)g(z')}{|z-z'|}, \quad g(z) = \text{div } \vec{m}(z)$$

$$W_m^{val} = \frac{1}{2} \int_V d^3z d^3z' \frac{\text{div } \vec{m}(z) \cdot \text{div } \vec{m}(z')}{|z-z'|} = \frac{1}{2} \int d^2\vec{p} d^2\vec{p}' \int_0^L dz dz' \times$$

$$\times \int_0^\infty dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') e^{i\mu(\varphi-\varphi')} 4A^2 \frac{pp' \cos \varphi \cos \varphi'}{A^2 \sqrt{p^4 - 2z^2 p^2 \cos 2\varphi + z^4}}$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{p^4 - 2z^2 p^2 \cos 2\varphi + z^4}} = \frac{1}{2} 4(2L) \int d^2\vec{p} \int d^2\vec{p}' \int_0^L dz \int_0^L dz' \times$$

$$\times e^{i\mu\varphi} e^{-i\mu'\varphi'} \frac{pp' \cos \varphi \cos \varphi'}{\sqrt{p^4 - 2z^2 p^2 \cos 2\varphi + z^4} \sqrt{p'^4 - 2z'^2 p'^2 \cos 2\varphi' + z'^4}} =$$

$$= 4L \int_0^R dp p \int_0^R dp' p' \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') pp' Y_{\mu}(p, z) Y_{\mu}^*(p', z)$$

$$Y_{\mu}(p, z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \varphi \cdot e^{i\mu\varphi}}{\sqrt{p^4 - 2z^2 p^2 \cos 2\varphi + z^4}}, \quad e^{i\mu\varphi} \rightarrow \cos \mu\varphi = Y_{\mu}(p=1, z) = Y_{\mu}(z) \text{ or } z$$

$$\rightarrow \epsilon_m^{val} = \frac{1}{4\pi V} W_m^{val} = \frac{1}{4\pi \cdot \pi R^2 L} 4L \int_0^R dp p^2 \int_0^R dp' p'^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp')$$

$$\times Y_{\mu}(p, z) Y_{\mu}(p', z) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^R dp p^2 \int_0^R dp' p'^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') Y_{\mu}(p, z) Y_{\mu}(p', z)$$

где $p \leq z$ и $p' \leq z$, т.е. безразмерные, $p \leq 1$.

$$\rightarrow Y_{\mu}(p, z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{p^4 - 2p^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}}, \quad Y_0 = 0$$

date.

Разрешение $\sim \frac{1}{\lambda} \ll 1$. $\frac{1}{\sqrt{y^4 - 2y^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}} = \frac{1}{z^2} \frac{1}{\left(\frac{y}{z}\right)^4 - 2\left(\frac{y}{z}\right)^2 \cos 2\varphi + 1}$

$$= \frac{1}{z^2} \frac{y'^2}{\sqrt{y'^4 - 2y'^2 \cos 2\varphi + 1}} = \left| y' = \frac{y}{z} \ll 1 \right|_{\text{аналог. } y = \frac{1}{2}} \quad , \quad J_\mu(y, 1) = \frac{1}{z^2} J_\mu(y')$$

тогда по 30/VI: $J_\mu(y, 1) = \frac{1}{z^2} y'^2 \pi \left[\delta_{\mu 1} + \frac{1}{2} y'^2 (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 3}) \right], \quad y' = \frac{y}{z}$

$$J_\mu(y, 1) J_\mu(y', 1) = \frac{\pi}{z^2} y'^2 \left[\delta_{\mu 1} + \frac{1}{2} y'^2 (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 3}) \right] \frac{\pi}{z'^2} y'^2 \left[\delta_{\mu 1} + \frac{1}{2} y'^2 (\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 3}) \right]$$

$$= \frac{\pi^2}{z^4} \left[\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 1} \frac{1}{2} y'^2 + \delta_{\mu 1} \frac{1}{2} y'^2 \right] = \frac{\delta_{\mu 1} \pi^2}{z^4} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{y^2}{z^2} + \frac{1}{2} \frac{y'^2}{z'^2} \right]$$

и так как ген. монотонно $\sim (z^2 - 1)^2$ как δW_m^{side} , то

$$J_\mu(y, 1) J_\mu(y', 1) = \frac{\pi^2}{z^4} \delta_{\mu 1} + O(y^4) \text{ при } z \gg 1.$$

$$\varepsilon_m^{\text{ve}} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^1 d\varphi \varphi^2 \int_0^1 d\varphi' \varphi'^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_{\mu=1} J_\mu(x\varphi) J_\mu(x\varphi') \frac{\pi^2}{z^4} \delta_{\mu 1} =$$

$$= \frac{q}{z^4} \int_0^1 d\varphi \varphi^2 \int_0^1 d\varphi' \varphi'^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) J_1(x\varphi) J_1(x\varphi')$$

$$\int_0^1 d\varphi \varphi^2 J_1(x\varphi) = \frac{1}{x} J_2(x), \text{ см. 13/VI.}$$

$$\varepsilon_m^{\text{ve}} = \frac{q}{z^4} \int_0^\infty dx f(\beta x) \frac{1}{x^3} J_2^2(x) > 0 - \text{состояние с равномерным } (\beta \rightarrow \infty) \text{ state.}$$

Вектор на $\varepsilon_m^{\text{side}}$ ортогонален. Вектор $\delta(\dots) y^4$?

$$J_\mu(z) = y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - 2y^2 \cos 2\varphi + y^4}} = \left| \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} + \dots \right|_{x = 2y^2 \cos 2\varphi - y^4} =$$

$$= y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi \left[1 + y^2 \cos 2\varphi - \frac{1}{2} y^4 + \frac{3}{8} 4y^4 \cos^2 2\varphi + O(y^6) \right] =$$

$$= y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi \left[1 + y^2 \cos 2\varphi + \frac{1}{2} y^4 (3 \cos^2 2\varphi - 1) \right]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi \cdot \cos^2 2\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cos \varphi (1 + \cos 4\varphi) = \frac{1}{2} \pi \delta_{\mu 1} +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cos \varphi \cos 4\varphi = \frac{\pi}{2} \delta_{\mu 1} + \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi [\cos 3\varphi + \cos 5\varphi] =$$

$$= \frac{\pi}{2} \delta_{\mu 1} + \frac{\pi}{4} (\delta_{\mu 3} + \delta_{\mu 5})$$

Date.

$$J_n(y) = y^2 \pi \left[\delta_{n1} + \frac{1}{2} y^2 (\delta_{n1} + \delta_{n3}) + \frac{1}{2} y^4 \left\{ \frac{3}{2} \delta_{n1} + \frac{3}{4} \delta_{n3} + \frac{3}{4} \delta_{n5} \right\} \right]$$

$$= \pi y^2 \left[\delta_{n1} + \frac{1}{2} y^2 (\delta_{n1} + \delta_{n3}) + \frac{1}{2} y^4 \left(\delta_{n1} + \frac{3}{2} \delta_{n3} + \frac{3}{2} \delta_{n5} \right) \right]$$

$$J_n^2(y) = \pi^2 y^4 \left[\delta_{n1} + \frac{1}{4} y^4 (\delta_{n1} + \delta_{n3}) + y^2 \delta_{n1} + \frac{1}{2} y^4 \delta_{n1} \right] =$$

$$= \pi^2 y^4 \left[\delta_{n1} + y^2 \delta_{n1} + \frac{3}{4} y^4 \delta_{n1} + \frac{1}{4} y^4 \delta_{n3} \right]$$

$$\varepsilon_m^{Side}(y) = \frac{2}{(2\pi)^2} \left(\frac{1}{y^2} - 1 \right)^2 \sum_{n=1} I_n(\beta) J_n^2(y) =$$

$$= \frac{1}{2} (1-y^2)^2 \sum_{n=1} I_n(\beta) \left[\delta_{n1} + y^2 \delta_{n1} + \frac{3}{4} y^4 \delta_{n1} + \frac{1}{4} y^4 \delta_{n3} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} (1-y^2)^2 I_1(\beta) (1 + y^2 + \frac{3}{4} y^4) + \frac{1}{2} (1-y^2)^2 I_3(\beta) \frac{1}{4} y^4 = |g_0 y| =$$

$$= \frac{1}{2} I_1(\beta) \left[(1-y^2)(1-y^2) + \frac{3}{4} y^4 \right] + \frac{1}{8} I_3(\beta) y^4 =$$

$$= \frac{1}{2} I_1(\beta) \left[1 - y^2 - y^4 + \frac{3}{4} y^4 \right] + \frac{1}{8} I_3(\beta) y^4 =$$

$$= \frac{1}{2} I_1(\beta) - \frac{1}{2} I_1(\beta) y^2 - \frac{1}{8} [I_1(\beta) - I_3(\beta)] y^4$$

$$\rightarrow \varepsilon_{tot}(y) = \varepsilon_{ex}(y) + \varepsilon_m^{Side}(y) + \varepsilon_m^{vol}(y) =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 y^4 + \frac{1}{2} I_1(\beta) - \frac{1}{2} I_1(\beta) y^2 - \frac{1}{8} [I_1 - I_3] y^4 + 2y^4 \tilde{I}(\beta) =$$

$$= \varepsilon_{tot}(0) - \frac{1}{2} I_1(\beta) y^2 + \left\{ \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + 2\tilde{I}(\beta) - \frac{1}{8} [I_1(\beta) - I_3(\beta)] \right\} y^4$$

$$\tilde{I}(\beta) = \int_0^\infty dx f(\beta x) \frac{1}{x^3} J_2^2(x), \quad I_n(\beta) = \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) J_n^2(x).$$

$$\varepsilon_{tot}(y) = \varepsilon_{tot}(0) + \frac{1}{2} A_2(\beta) y^2 + \frac{1}{4} A_4(\beta, R) y^4, \quad y = \frac{1}{3}$$

не берем, см. 9/8

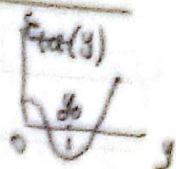
$$A_2(\beta) = -I_1(\beta), \quad A_4(\beta, R) = 4 \left\{ \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + 2\tilde{I}(\beta) - \frac{1}{8} [I_1(\beta) - I_3(\beta)] \right\}$$

$$\text{Вм } A_2 < 0, A_4 > 0 \text{ минимиз } \varepsilon_{tot}(y) \text{ при } y_0^2 = -\frac{A_2}{A_4},$$

$$\varepsilon_{tot}^{min}(y_0) = \varepsilon_{tot}(0) - \frac{1}{4} \frac{A_2^2}{A_4}, \text{ где } y_0 > 0 - \text{наименьший макс.}$$

date.

any physical case. name $A_4(\beta, R) = 0?$
 pair new-vortex mod.



Physical $E_{tot}(y)$ no y^2 behavior w/ $\beta \rightarrow 0$ (w/ $\beta < 0,1$)
 $y_0^2 < 0,2$

Physical, name $A_4(\beta, R) = 0$.
 Physical no y^2 asymptotic behavior unless w/ $\beta \ll 1$.
 Physical "flower" state с конформ $y = \frac{1}{3}$ $\forall \beta$ remains
 Physical Uniform || state с $\xi = \infty, y = 0$.

($R_0 = 18 \text{ nm}$)

L/R_0	10,55	3,64	2,72	1,78	1,38	1,14	0,98, 0,94
R/R_0	1,5	1,8	2	2,5	3,0	3,5	4,0 6,0

→ For physical $R_c(L) \rightarrow A_4(\beta, R) = 0$ edge common
 Physical R , R must be physical. Unless we are in
 Physical $2 L/R_0$ "flower" state. A can it be? or can it be A_2 ?

→ Physical E_{tot} w/ physical "3" - calculation
 Physical, no physical no $\frac{1}{3}, \xi \gg 1$.

$$E_m^{vol}(\xi) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^1 dp p^2 \int_0^1 dp' p'^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_{\mu=1}^{\infty} J_\mu(xp) J_\mu(xp') \tilde{Y}_\mu(\beta, \xi) \tilde{Y}_\mu(\beta', \xi)$$

$$F_\mu(\xi, x) = \int_0^1 dp p^2 J_\mu(xp) \tilde{Y}_\mu(\beta, \xi), \quad \tilde{Y}_\mu(\beta, \xi) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu \varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{p^2 - 2p^2 \xi^2 \cos 2\varphi + \xi^2}}$$

$$E_m^{vol}(\xi) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_{\mu=1}^{\infty} F_\mu^2(\xi, x) - \text{min. volume integral II - flower state } (\xi - \text{dimensionless energy component})$$

$$E_{tot}(\xi) = E_{ex}(\xi) + E_m^{side}(\xi) + E_m^{vol}(\xi)$$

Physical we parameter min $E_{tot}(\xi)$.

$$L/R_0 = 0,5; R/R_0 = 1 \rightarrow \xi_0 \approx 1,50 \rightarrow E_{tot}(\xi_0) = 0,067$$

($E_{tot}^{unif}(\beta=0,5) = 0,094$)

$$L/R_0 = 0,5; R/R_0 = 2 \rightarrow \xi_0 = 1,18 \rightarrow E_{tot}(\xi_0) = 0,029$$

($E_{tot}^{unif}(\beta=1/2) = 0,059$)

Date.

Сессия - бухгалтерия.



6/11 "Flower" state, eigenvalue momenta (quadrant)

Meron state (used for noncommutative geometry):

$$m_x + i m_y = w(z, \bar{z}), \quad w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|}, \quad f(z) = A(z^2 - \bar{z}^2)$$

$$m_x(x, y) = \text{Re } w(z, \bar{z}) = \frac{1}{|f(z)|} \text{Re } f(z) = \frac{A}{|f(z)|} \text{Re } (z^2 - \bar{z}^2 e^{i2\varphi}) =$$

$$= \frac{A}{|f(z)|} (z^2 - \bar{z}^2 \cos 2\varphi), \quad |f(z)| = \sqrt{f(z) \bar{f}(z)} = A \sqrt{(z^2 - \bar{z}^2 e^{i2\varphi})(\bar{z}^2 - z^2 e^{-i2\varphi})}$$

$$= A \sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}$$

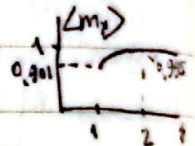
$$m_x(\vec{\rho}) = \frac{z^2 - \bar{z}^2 \cos 2\varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}}, \quad m_y(\vec{\rho}) = \frac{-\bar{z}^2 \sin 2\varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}}$$

"Flower" state

$$\langle m_y \rangle_S = \frac{1}{S} \int dS m_y = 0, \quad \langle m_x \rangle_S = \frac{1}{S} \int d^2 \vec{\rho} m_x(\vec{\rho}) = \left| \frac{R \Rightarrow 1}{\frac{\rho}{R} \rightarrow \frac{\rho}{1}} \right|$$

$$\langle m_x \rangle_S = \frac{1}{\pi} \int_0^1 d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{z^2 - \bar{z}^2 \cos 2\varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}}$$

gen. element
(участок, где
находится Hn)



$$\frac{1}{|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|} = \int_0^\infty dk J_0(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) = \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + \rho'^2}} =$$

$$= \int dk \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') e^{i\mu(\varphi - \varphi')}. \quad \text{Здесь } \rho \rightarrow \rho^2, \rho' \rightarrow z^2, \varphi \rightarrow \varphi$$

$$\frac{1}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}} = \int_0^\infty dk \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho^2) J_{\mu}(kz^2) e^{i\mu 2\varphi} =$$

$$= \int dk \left[J_0(k\rho^2) J_0(kz^2) + 2 \sum_{\mu=1}^{\infty} J_{\mu}(k\rho^2) J_{\mu}(kz^2) \cos 2\mu\varphi \right]$$

$$\langle m_x \rangle_S = \frac{1}{\pi} \int_0^1 d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi (z^2 - \bar{z}^2 \cos 2\varphi) \int dk \left[J_0 J_0 + 2 \sum_{\mu=1}^{\infty} J_{\mu} J_{\mu} \cos 2\mu\varphi \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \int d\rho \rho \left[z^2 \cdot 2\pi J_0(k\rho^2) J_0(kz^2) - \bar{z}^2 \cdot 2\pi J_2(k\rho^2) J_2(kz^2) \right] =$$

$$= \frac{2\pi}{\pi} \int_0^\infty dk \int d\rho \rho \left[z^2 J_0(k\rho^2) J_0(kz^2) - \bar{z}^2 J_2(k\rho^2) J_2(kz^2) \right] = |z^2 - \bar{z}^2| =$$

$$= \int_0^\infty dk \int d\rho \left[z^2 J_0(k\rho) J_0(kz^2) - \bar{z}^2 J_2(k\rho) J_2(kz^2) \right]$$

$$\int_0^\infty dx J_0(kx) = \frac{1}{k} \int_0^\infty dy J_0(y) = \frac{1}{k} 2 \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}(k) \text{ умнож. на } \frac{1}{k}$$

$$\int_0^\infty dx x J_2(kx) = \dots \text{ умнож. на } \frac{1}{k^2}$$

$$\int_0^\infty dk J_0(kz^2) \frac{1}{k} J_{2\nu+1}(k) = F_{\nu}(z^2)$$

date.

$$\langle m_x \rangle = \int dk \left[\frac{3}{2} J_0(k^2) \frac{2}{k} \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}(k) - \int dx \times J_2(kx) J_2(k^2) \right] =$$

$$= \frac{3}{2} \sum_{\nu=0}^{\infty} \int dk \frac{J_0(k^2) J_{2\nu+1}(k)}{k} - \int_0^1 dx \times \int_0^{\infty} dk J_2(kx) J_2(k^2)$$

$$\xrightarrow{k \rightarrow \infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} \int \frac{dk}{k} J_0(k^2) J_{2\nu+1}(k) = \sum_{\nu=0}^{\infty} F_{\nu}(3^2) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{3^2} \times \langle m_x \rangle \rightarrow 1.$$

$$Q_{\alpha\beta} = \int d^3z \left[3m_{\alpha} x_{\beta} + 3m_{\beta} x_{\alpha} - 2\delta_{\alpha\beta} (\vec{m} \cdot \vec{r}) \right]$$

Due to symmetry $m_z = 0$ and $Q_{zz} = 0$. $\vec{m} \cdot \vec{r} = \vec{m} \cdot \vec{\rho} = m_x x + m_y y =$

$$= \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} (3^2 - \rho^2 \cos 2\varphi, -\rho^2 \sin 2\varphi) (\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left(\rho \cos \varphi (3^2 - \rho^2 \cos 2\varphi) - \rho^3 \sin \varphi \sin 2\varphi \right) \times \int_0^{2\pi} d\varphi (\vec{m} \cdot \vec{\rho}) = 0$$

$$Q_{\alpha\beta} = L \int d^2\vec{\rho} \left[3m_{\alpha} x_{\beta} + 3m_{\beta} x_{\alpha} - 2\delta_{\alpha\beta} (\vec{m} \cdot \vec{\rho}) \right] \text{ где } \alpha, \beta = x, y.$$

$$Q_{zz} = 3 \int d^3z [m_z z] = 3 \int_{-L/2}^{L/2} dz \cdot z \int d^2\vec{\rho} m_z(\vec{\rho}) = 0$$

$$Q_{xx} = L \int d^2\vec{\rho} \left[6m_x x - 2(\vec{m} \cdot \vec{\rho}) \right] = 2L \int d^2\vec{\rho} [2m_x x - m_y y]$$

$$\int d^2\vec{\rho} m_x x = \int d^2\vec{\rho} \frac{(3^2 - \rho^2 \cos 2\varphi) \rho \cos \varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\varphi + 3^4}} \sim \int d\varphi \frac{[\cos \varphi \text{ and } \cos 3\varphi]}{\sqrt{(\cdot)}} = 0.$$

→ Углов (JMM'94) есть ненулевые $m_y, m_z \neq 0$, т.к. $m_x = 0$ и/или ненулевые ТБ - 120 градусов $\vec{M}_0 \parallel OX$, $\vec{m} \perp \vec{M}_0$.

$$\int d^2\vec{\rho} (\vec{m} \cdot \vec{\rho}) = \int_0^1 d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\rho 3^2 \cos \varphi - \rho^3 \cos \varphi}{\sqrt{(\cdot)}} = \int_0^1 d\rho \rho^2 (3^2 - \rho^2) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\varphi + 3^4}} =$$

$$= 0, \text{ т.к. в знаменателе } \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \text{ есть ненулевое решение } \cos(\varphi/2) \neq 0.$$

$$Q_{xx} = L \int d^2\vec{\rho} [6m_x x - 2(\vec{m} \cdot \vec{\rho})] = 0 \text{ тоже.}$$

$$Q_{yy} = 6L \int d^2\vec{\rho} [m_y y] = 6L \int d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(-\rho^2) \sin 2\varphi \cdot \rho \sin \varphi}{\sqrt{(\cdot)}} \sim \int d\varphi \frac{[\cos \varphi \text{ and } \cos 3\varphi]}{\sqrt{(\cdot)}} =$$

$$Q_{xy} = 3L \int d^2\vec{\rho} [m_x y + m_y x] = 3L \int d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(3^2 - \rho^2 \cos 2\varphi) \rho \sin \varphi - \rho^3 \sin 2\varphi \cos \varphi}{\sqrt{(\cdot)}} =$$

$$= 3L \int d\rho \int d\varphi \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \rho [3^2 \sin \varphi - \rho^2 \sin \varphi (\cos 2\varphi + 2 \cos^2 \varphi)] \sim \int d\varphi \frac{[\sin \varphi \text{ and } \sin 3\varphi]}{\sqrt{(\cdot)}} = 0$$

Вывод: в "flower" state $c f(z) = A(z^2 - z^2)$ $Q_{\alpha\beta} = 0$.
 Квант. моменты газа нет.

Date. . .

→ Дана волновая функция "flower" state (1/3)

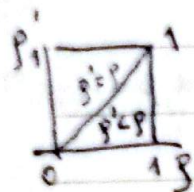
$$E_m^{vol}(\xi) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^1 \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_{\mu=1}^{\infty} F_{\mu}^2(\beta x), \quad f(x) \leq 1$$

$$E_m^{vol}(\xi) \leq \frac{2}{\pi^2} \int_0^1 \frac{dx}{x} \sum_{\mu=1}^{\infty} F_{\mu}^2(\xi, x) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \int_0^1 \frac{dx}{x} \left[\int_0^1 dy y^2 J_{\mu}(xy) J_{\mu}(y\xi) \right]^2$$

$$= \frac{2}{\pi^2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \int_0^1 \frac{dx}{x} \int_0^1 dy y^2 J_{\mu}(xy) J_{\mu}(y\xi) \cdot \int_0^1 dz z^2 J_{\mu}(xz) J_{\mu}(z\xi)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} J_{\mu}(xy) J_{\mu}(xz) = \frac{1}{2^{\mu}} \begin{cases} \left(\frac{\rho}{\rho'}\right)^{\mu}, & \rho < \rho' \\ \left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^{\mu}, & \rho' < \rho \end{cases} = \frac{1}{2^{\mu}} \Phi(\rho, \rho')$$

$$E_m^{vol}(\xi) \leq \frac{2}{\pi^2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{1}{(2^{\mu})^2} \int_0^1 dy y^2 \int_0^1 dz z^2 J_{\mu}(y\xi) J_{\mu}(z\xi) \Phi(\rho, \rho') =$$



$$= \frac{2}{\pi^2} \frac{1}{4} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{1}{\mu^2} 2 \int_0^1 dy y^2 J_{\mu}(y\xi) \int_0^{\rho} dz z^2 J_{\mu}(z\xi) \left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^{\mu}$$

(\rho' < \rho)

$$\Phi(\rho, \rho') \leq \Phi_{max}(\rho = \rho') = 1$$

$$\rightarrow E_m^{vol}(\xi) \leq \frac{1}{2\pi^2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{1}{\mu^2} \left[\int_0^1 dy y^2 J_{\mu}(y\xi) \right]^2$$

$$\int_0^1 dy y^2 J_{\mu}(y\xi) = \int_0^1 dy y^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{y^4 - 2\xi^2 y^2 \cos 2\varphi + \xi^4}} = \left[\frac{\cos 2\varphi + 1}{\varphi} \right]_{\varphi=0}^{\varphi=\pi/2}$$

$$= \int_0^1 dy y^2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \frac{\cos \mu\varphi \cdot \cos \varphi}{(\rho^2 - \xi^2)} = \int_0^1 dy \frac{y^2}{\rho^2 - \xi^2} \pi \delta_{\mu 1} = \left[1 - \xi \operatorname{arctanh} \frac{1}{\xi} \right] \delta_{\mu 1}$$

$$\rightarrow E_m^{vol}(\xi) \leq \frac{1}{2\pi^2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{1}{\mu^2} \pi^2 \delta_{\mu 1} \left[1 - \xi \operatorname{arctanh} \frac{1}{\xi} \right]^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \xi \operatorname{arctanh} \frac{1}{\xi} \right]^2$$

$$\text{W/m } \xi > 1: \operatorname{arctanh} \frac{1}{\xi} = \operatorname{arctanh} \xi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\xi^{2n+1}} = \frac{1}{\xi} + \frac{1}{3\xi^3} + \frac{1}{5\xi^5} + \dots$$

$$E_m^{vol}(\xi) \leq \frac{1}{18} \frac{1}{\xi^4}$$

но W/m $\xi \rightarrow 1$ аналогично W/m
на расчет первых гармоник не хватает
"core" потерь

см. приложение 8/Э

Date.

→ C Koceri gna PRB - paper:

- 1) Moshinsky's planar gabunovon vortex R-L
az paper JEMS' 01 (8)
- 2) Paccu. published E II-flower state u vortex u
mimo gabunovon II-flower state u/m point R.
(Korec vmeat II flower → I.S.D., II flower → vortex)
palanovo zepnu
- 3) Koceri. vprezabavne namirocavane ($c \approx T(4)$).

|||||

Koceri na MM & Seattle Abstracts no m. coupling
c Koceri, vortex dynamics (Kob., Ub.), su m. (Koceri).

→ Gabunovon ananiz mageri c fana vortex. 10/11

	Side Surface charges $\bar{\sigma} = (\bar{u} \cdot \bar{n})$	$\bar{\sigma} \bar{u} / \partial n$	Don. info $H_n(s \rightarrow \infty)$
Rigid vortex m.	ecso	$\neq 0$	- xopama que $\bar{f}$ Han (sol), mora que $R_c(L)$ - crat.
Conformal m.	ecso	0	- mora que $\bar{f}$, ne gaet $R_c(L)$ xopama que Han; H_n ?
degenerate m. ($\bar{u} = i\bar{c} + \bar{R} - \bar{R}^2$)	kes	$\neq 0$	- omne. $R_c(L)$ - crat. vortex Han - ? - mageri, t. x. ($\bar{u} \cdot \bar{r}$) = 0 Han - ? $\bar{f}$ - ? ↑ zepuz $\bar{f}$ - "flower" na kancu

No pafuxepu - $\Phi \Pi$ - I (annihilation of vortex)
u $H_i = 0$. H_i - namne bupr. none b gae, puzumo
puzumne

$$H_i = H_{\text{extern}} + H_{\text{exch}} + H_m \Rightarrow H_i = 0 \text{ gae } H_{\text{ext}} = H_m.$$

→ B conformal model $\langle H_{\text{ex}} \rangle = 0$ u b Han omne ne bupr,
Han = $f(L/R)$ u ne zampuerec u - za om. buega $\sim (R_0/R)^2$.
T.e. conformal model, b vpruvne, ne moxet gae
puzumne puzumne bupr t.v. - Han $^{\text{conf}} > 0, \forall L, R$.
Vmeat na Han "rigid" v. model u vlagpav. mageri
u $H_i = 0$.
($f(z) = \frac{i}{c}(z-s)$)

Date.

$$\vec{H}_{ex} = \frac{1}{V_d} \nabla^2 \vec{M}, \quad \langle \vec{H}_{ex} \rangle_V = \frac{1}{V_d} \int_V d^3r \, dV (\text{grad } \vec{M}) =$$

$$= \frac{1}{V_d} \oint_S dS (\text{grad } \vec{M} \cdot \vec{n}) = \frac{1}{V_d} \oint_S dS \frac{\partial \vec{M}}{\partial n} \quad (=0 \text{ due to conformal invariance})$$

Rigid v. m. true "core" $w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|}, \quad m_x + i m_y = w(z, \bar{z})$

$$w(z, \bar{z}) = \frac{(i/c)(z-s)}{|(i/c)(z-s)|} = i \frac{(z-s)}{|z-s|} = i \frac{(x-s) + i(y)}{\sqrt{(x-s)^2 + y^2}} = \frac{-y + i(x-s)}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}$$

s - lens. ($\vec{s} \parallel OX$)

Re-emo. Hago $\langle H_{ex}^d \rangle_V = \left(\frac{1}{V_d} \right) \oint_S dS \frac{\partial M_d}{\partial n}, \quad M_d$ - magnetic moment

$\text{grad } \vec{m} = \left(\frac{\partial m_x}{\partial x}, \frac{\partial m_y}{\partial y} \right), \quad \vec{n} = (\cos \varphi, \sin \varphi)$

$$\nabla \Phi(p, \varphi, z) = \hat{p} \frac{\partial \Phi}{\partial p} + \frac{\hat{\varphi}}{p} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \hat{z} \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad \vec{n} = \hat{p} \text{ due to } \varphi/y/z$$

$$(\text{grad } \Phi \cdot \vec{n}) = (\text{grad } \Phi)_p = \frac{\partial \Phi}{\partial p}$$

$$m_x(\vec{p}) = \text{Re } w = \frac{-p \sin \varphi}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}, \quad m_y(\vec{p}) = \frac{p \cos \varphi - s}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}$$

Rigid v. m. true "core"

$$a) \frac{\partial m_x}{\partial n} = \frac{\partial m_x}{\partial p} = -p \sin \varphi \left(-\frac{1}{2} \right) [p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi]^{-3/2} 2(p - s \cos \varphi) -$$

$$- \frac{\sin \varphi}{\sqrt{(\cdot)}} = \frac{\sin \varphi}{(p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi)^{3/2}} \left[p(p - s \cos \varphi) - (p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi) \right]$$

$$= \frac{s(p \cos \varphi - s) \sin \varphi}{(p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi)^{3/2}}, \quad \rightarrow \left(\frac{\partial m_x}{\partial n} \right)_{p=1} = \frac{s(\cos \varphi - s) \sin \varphi}{(1 + s^2 - 2s \cos \varphi)^{3/2}}$$

$$b) \frac{\partial m_y}{\partial n} = \frac{\partial m_y}{\partial p} = (p \cos \varphi - s) \left(-\frac{1}{2} \right) [p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi]^{-3/2} 2(p - s \cos \varphi) +$$

$$+ \frac{\cos \varphi}{\sqrt{(\cdot)}} = \frac{1}{[\cdot]^{3/2}} \left[(p - s \cos \varphi)(s - p \cos \varphi) + \cos \varphi (p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi) \right]$$

$$= \frac{1}{[\cdot]^{3/2}} \left[ps - p^2 \cos \varphi - s^2 \cos \varphi + sp \cos^2 \varphi + \cos \varphi p^2 + \cos \varphi s^2 - 2ps \cos^2 \varphi \right]$$

$$= \frac{sp \sin^2 \varphi}{[p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi]^{3/2}}, \quad \rightarrow \left(\frac{\partial m_y}{\partial n} \right)_{p=1} = \frac{s \sin^2 \varphi}{[1 + s^2 - 2s \cos \varphi]^{3/2}}$$

$$\langle H_{ex}^x \rangle_V = \frac{dM_s}{V} \oint_S dS \frac{\partial m_x}{\partial n} = \frac{dM_s}{V} \left[\int_{S_{\text{side}}} dS \frac{\partial m_x}{\partial n} + \int_{S_{\text{face}}} dS \frac{\partial m_x}{\partial n} \right]$$

$$\int_{S_{\text{face}}} dS (\cdot) = \int_{S_{\text{face}}} dS (\cdot)_{s=0} = 0.$$

$\uparrow$ no value of "s"

10.

$$\langle H_{ex}^y \rangle = \frac{\alpha M_s}{V} \int_{side} ds \frac{\partial m_y}{\partial n} = \left(\frac{\alpha M_s}{V} \right) \int_0^L dz \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{s(\cos\varphi - s) \sin\varphi}{[1 + s^2 - 2s\cos\varphi]^{3/2}} = 0$$

и с учетом того, что $\langle H_{ex}^y \rangle = 0$.

$$\langle H_{ex}^y \rangle = \frac{\alpha M_s}{V} \int_{side} ds \frac{\partial m_y}{\partial n} = \left(\frac{\alpha M_s}{V} \right) L \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{s \cdot \sin^2\varphi}{[1 + s^2 - 2s\cos\varphi]^{3/2}} \approx |s_{ex}| =$$

$$= \frac{\alpha M_s}{\pi R^2 L} \cdot L \cdot s \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \sin^2\varphi = \frac{\alpha M_s}{\pi R^2} s \cdot \pi = |\alpha = R_0^2| = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 s M_s$$

Будем $H_i^y = H + \langle H_m^y \rangle + \langle H_{ex}^y \rangle = H + \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 s M_s - 4\pi N_{yy}(M_s s) = 0$
 $s \rightarrow 1$ дает H_m .

Учитывая, что H_m и H_{ex} — это энергии, которые зависят от s , то H_m и H_{ex} — это энергии, которые зависят от s .

Date. 11. 07. SW- recdan. dat

Канонический ФГ для rectan. dot. Возмущение по l/w ? (см. 8/VI).

$$\Delta = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

$$G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = G_{zz}(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \frac{2}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{\Delta} \right]$$

$$G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = G_{\alpha\beta}(\vec{r} - \vec{r}') = - \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} F(\Delta)$$

($\alpha, \beta = x, y$)

$$F(\Delta) = \frac{2}{L} \left[L \operatorname{Arsh}\left(\frac{L}{\Delta}\right) + \Delta - \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right]$$

$$F'(\Delta) = \frac{2}{L} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{\Delta} \right], \quad F''(\Delta) = 2 \frac{L}{\Delta^2} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}$$

$$G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2L}{\Delta^2} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} \frac{(x-x')^2}{\Delta^2} + \frac{1}{\Delta} \frac{2}{L} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{\Delta} \right] \left[1 - \frac{(x-x')^2}{\Delta^2} \right]$$

$$= \frac{2}{\Delta L} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{\Delta} \right] + 2 \frac{(x-x')^2}{\Delta^2} \left\{ \frac{L}{\Delta^2} \frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{\Delta L} \left(1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{\Delta} \right) \right\} =$$

$$= \frac{2}{\Delta L} \left[1 - \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{\Delta} \right] + 2 \frac{(x-x')^2}{\Delta^2} \frac{1}{\Delta L} \left\{ \frac{L^2}{\Delta \sqrt{L^2 + \Delta^2}} + \frac{\sqrt{L^2 + \Delta^2}}{\Delta} - 1 \right\} =$$

$$= \frac{2}{L \Delta} \left[1 - \frac{1}{\Delta} \sqrt{L^2 + \Delta^2} \right] + 2 \frac{(x-x')^2}{\Delta^2} \frac{1}{L \Delta^2 \sqrt{L^2 + \Delta^2}} \left[2L^2 + \Delta^2 - \Delta \sqrt{\Delta^2 + L^2} \right]$$

$\left(\frac{L}{\Delta}\right)$ неограниченно $\ll 1$ и-за $\Delta = |\vec{r} - \vec{r}'| = 0$ неогр.

→ т.е. в координатном представлении $G_{\alpha\beta}$ по $\frac{L}{w}$ разлагается в ряд. Можно разложить $H_{mn}^{mn}, X_{mn}^{mn}, Z_{mn}^{mn}$ при $m, n \neq 0$ по формулам Joseph-Schl. как средние разл. гармоник.

Учтем $H_{mn}^{mn}, X_{mn}^{mn}, Z_{mn}^{mn}$ — масл. ф. с $G_{\alpha\beta}$ не вычислять при $m, n \neq 0$.

В T_2 — представлении для разложения по $\frac{L}{w}$ можно считать только мал. z и w , которых неогранич.

→ Номер $g_{\alpha\beta}(x, x') = \frac{1}{L} \int_0^L \int_0^L G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') dx' dy'$, или M_0 $g_{\alpha\beta}$ вычислить в биге разложения по $\frac{L}{w}$ или $\frac{L}{l} \ll 1$.

Например (см. 15/II 2000г.):

$$g_{zz}(x, x') = \frac{4}{L} \left[L \frac{3}{\sqrt{L^2 + z^2}} - \frac{1}{2L} \frac{L^2}{(1 + \sqrt{L^2 + z^2})} + \frac{1}{L} (\sqrt{L^2 + z^2} - 3) \right], \quad z = |x - x'|$$

то $g_{zz} \rightarrow$ ток. $g_0(L/l)$. $l \rightarrow \infty$ соотв. пределу wires.

V. model

date. $\int_{\omega} dx dx' \cos(\pi m x) \cos(\pi m x') g_{\beta}(x, x') \sim H_{mn}^{mn}$,
 for $\beta = 0, 1, 2, \dots$ and $m = 1, 2, 3, \dots$ we have
 $\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{\omega} dx dx' \cos(\pi m x) \cos(\pi m x') g_{\beta}(x, x') = 0$ for $\beta = 0, 1, 2, \dots$ and $m = 1, 2, 3, \dots$
 game of β and m with $\frac{L}{L_0} \rightarrow \infty$.
 Duality vertex model case 12/1

12/11

Old version of WH (ca. 17/2001.)

540. gher
brabo
no Ox

— упр. интерф. в
сист. координат с цент-
ром в центре интерф.

for the "log" $\gamma: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} - S \cup f(z) = \frac{1}{c}(z - S)$, $c = 10/\sqrt{11}$

$$u \cdot m_x(\vec{p}) = \operatorname{Re} w, \quad m_y(\vec{p}) = \operatorname{Im} w$$

$$\begin{aligned} u \quad m_x(\vec{p}) &= \text{Re } w, \quad m_y(\vec{p}) = \text{Im } w \\ \langle m_x \rangle_{S_d} &= 0, \quad \langle m_y \rangle_{S_d} = \frac{1}{S_d} \int dS m_y(\vec{p}) = \frac{1}{S_d} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 dp \frac{(p \cos \varphi - s)}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}} \neq \\ &\quad (S_d = \pi R^2 \cdot \pi) \quad \left(\begin{array}{l} \text{+ . k. } \text{d} \text{en. "cora" na gae} \\ \text{braga} \end{array} \right) \\ \neq -\frac{s}{\pi} \int_0^1 dp \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}, \quad \text{+ . k. } p \cos \varphi - \text{men gae braga} \sim s. \end{aligned}$$

$$\text{Ex. 9/17 002} \therefore g_1 = \int_0^1 d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + s^2 - 2\rho s \cos\varphi}} = 2\pi \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_0(ks) J_1(k) =$$

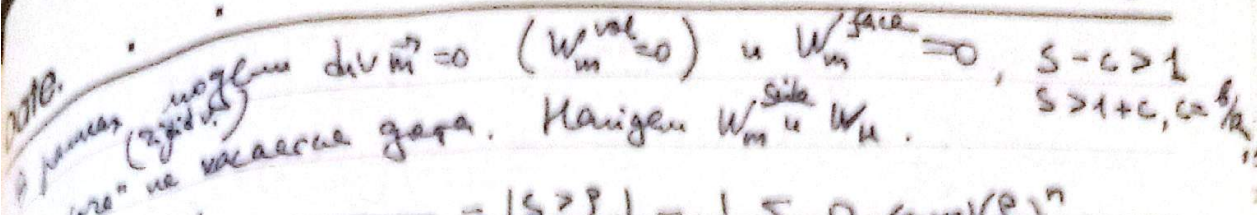
$$= 2\pi \left[\int_0^\infty \frac{dk}{k} \{J_0(ks) - 1\} J_1(k) + \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(k) \right] = |s \leq 1| = \left| \frac{6.533}{\text{r.p.}} \right| =$$

$$\langle m_y \rangle_s = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^1 ds s^2 \frac{\cos \phi}{\sqrt{s^2 + s^2 - 2ps \cos \phi}} - s \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^1 ds \frac{1}{\sqrt{s^2 + s^2 - 2ps \cos \phi}} \right]$$

$$J_2 = \int_0^1 d\rho \rho^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi = 2\pi \int_0^1 d\rho \rho^2 \int_0^\infty dk J_1(k\rho) J_1(k) =$$

$$= 2\pi \int dk J_1(kz) \int_0^1 ds s^2 J_1(ks) = 2\pi \int_0^\infty dk J_1(kz) \frac{1}{k} J_2(k)$$

расм. Y_1 и Y_2 вращаются, тогда $\frac{1}{k} J_2(k) = J_1(k) + J_3(k)$, $\frac{2}{ks} J_1(ks) = J_0(ks) + J_2(ks)$



$$(\vec{m} \cdot \vec{n})_s = \frac{1}{|\vec{f}|} (-p \sin \varphi, p \cos \varphi - s) \cdot (\cos \varphi, \sin \varphi) =$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{S_{\text{gen}}} \int_{S_{\text{gen}}} \frac{\partial(z) \partial(z')}{|z - z'|} = \frac{1}{2} S^2 \int_{S_{\text{gen}}} \int_{S_{\text{gen}}} \frac{\sin \vartheta \sin \vartheta'}{|z - z'|} =$$

$$dS = dz R d\phi \quad \Big| \quad = \frac{1}{2} S_R^2 \int_0^{L/R} dz \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\phi' \sin\phi \sin\phi' \int dk e^{-k|z-z'|}$$

$$I_4(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{e^{i\varphi} \sin \varphi}{\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi}}$$

$$S_{ii} = \frac{1}{4\pi L} W_m^{s/2} = \frac{1}{4\pi L} S^2 L \int \frac{dk}{k} f(\beta k) \sum_n J_n^2(k) I_n^2(s) =$$

$$= \frac{2}{\pi} s^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(\beta k) \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(k) I_n^2(s) - \text{beppo kono guess!}$$

Hydrogen, H_n , $s \gg 1$ - parabolische:

$$I_\mu(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sin \mu \varphi \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 + s^2 - 2s \cos \varphi}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \mu \varphi \cdot \sin \varphi \frac{1}{s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{s^n} P_n(\cos \varphi)$$

$$= \frac{1}{s} \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \mu \varphi \cdot \sin \varphi \left[1 + \frac{1}{s} \cos \varphi + \frac{1}{s^2} \frac{1}{2} (3 \cos^2 \varphi - 1) + \dots \right] =$$

$$= \frac{1}{s} \pi \delta_{\mu 1} + \frac{1}{s^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{2} [\cos(\mu-1)\varphi - \cos(\mu+1)\varphi] \cos \varphi + \frac{1}{s^3} \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \times$$

$$+ \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{2} [\cos(\mu-1)\varphi - \cos(\mu+1)\varphi] \frac{1}{2} [1 + 3 \cos 2\varphi] =$$

$$= \frac{1}{s} \pi \delta_{\mu 1} + \frac{1}{2} \frac{1}{s^2} \pi (\delta_{\mu 2} - \delta_{\mu 0}) + \frac{1}{s^3} \frac{1}{8} \pi [2\delta_{\mu 1} + 3\delta_{\mu 3} - 3\delta_{\mu 1}] =$$

$$= \frac{\pi}{s} \left[\delta_{\mu 1} + \frac{1}{2} \frac{1}{s} (\delta_{\mu 2} - \delta_{\mu 0}) + \frac{1}{8} \frac{1}{s^2} (3\delta_{\mu 3} - \delta_{\mu 1}) \right]$$

$$I_\mu^2(s) = \frac{\pi^2}{s^2} \left[\delta_{\mu 1} + \frac{1}{4s^2} (\delta_{\mu 2} + \delta_{\mu 0}) - \frac{9}{8} \frac{1}{s^2} \delta_{\mu 1} \right]$$

Date:

no roga

$$W_H(\varphi_0) = -\frac{y}{x} \frac{h}{\sin^2 \varphi_0} \quad Y(\varphi_0) = -h \left[1 - \frac{1}{8} \sin^2 \varphi_0 \right] \quad \text{para } \frac{3}{2} \cos^2 \varphi_0$$

$$\langle m_y \rangle_s = s \int_0^\infty dk [J_2(k) J_2(ks) - J_0(k) J_0(ks)] \quad \text{bepno na naimen}$$

que $s \ll 1$, no a que $s \gg 1$ e emy adunados bulaga en.

$$\text{para } s \gg 1 \quad J_2(ks) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi ks}} \cos \left[ks - \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2} \right] \approx (-1) J_0(ks)$$

$$J_0(ks) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi ks}} \cos \left[ks - \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\langle m_y \rangle_s = s \int_0^\infty dk \left(\frac{2}{\pi ks} \right) [J_2(k) (-1) J_0(ks) - J_0(k) J_0(ks)] =$$

$$= -s \int_0^\infty dk [J_2(k) + J_0(k)] J_0(ks) = -s \int_0^\infty dk \frac{2}{k} J_1(k) J_0(ks) =$$

$$= -2s \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(k) J_0(ks) = -2s \left[\int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(k) (J_0(ks) - 1) + \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(k) \right] =$$

$$= -2s \left[-\frac{1}{4} \{1 + 2 \ln s\} + 1 \right] \quad \text{— gopacmazubansa. Hakepno.}$$

$$\langle m_y \rangle_s = -s \sqrt{\frac{2}{\pi s}} \int_0^\infty \frac{dk}{\sqrt{k}} [J_2(k) + J_0(k)] \cos(ks - \frac{\pi}{4}) =$$

$$= -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{dk}{k^{3/2}} J_1(k) \cos(ks - \frac{\pi}{4}) \quad \text{— ?}$$

$$\text{para } 1 \quad J(a) = \int_0^a dx \sqrt{1-x^2} \sqrt{a-x^2} = \sqrt{a} \int_0^a dx \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-\frac{x^2}{a}} = \left| \begin{matrix} x = \sqrt{a} y \\ y = \frac{x}{\sqrt{a}} \end{matrix} \right| =$$

$$= \sqrt{a} \int_0^1 dy \sqrt{a} \sqrt{1-ay^2} \sqrt{1-y^2} = a \int_0^1 dy \sqrt{1-ay^2} \sqrt{1-y^2} =$$

$$= a \int_0^1 dy \left(1 - \frac{1}{2} ay^2 \right) \sqrt{1-y^2} = a \left[(\dots) - \frac{1}{2} a \int_0^1 dy y^2 \sqrt{1-y^2} \right] =$$

$$= a \left[(\dots) - \frac{1}{2} a \left\{ -\frac{1}{4} y (1-y^2)^3 + \frac{1}{8} y \sqrt{1-y^2} + \frac{1}{8} \arcsin y \right\} \right]_0^1 =$$

$$= a \left[(\dots) - \frac{1}{2} a \frac{1}{8} \arcsin 1 \right] = a \left[(\dots) - \frac{a}{2 \cdot 8 \cdot 2} \right] = a \frac{\pi}{4} \left[1 - \frac{1}{8} a \right].$$

— The vause de W_H bepro que $s \gg 1$? $W_H(s)$ or $14/\sqrt{11}$ ^{Handed in} _{under} $W_H(\varphi_0)$ or $3/2 \cos^2$?

Wpobegun stenu uper $s \gg 1$ ("rigid" v. model)

$$W_{et} = 4LC \int_{S_2} dS \frac{1}{(1+|w|^2)^2} \left[\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right] = \left| \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right| =$$

$$= \left(\frac{1}{2} LC \right) \int dS \left[\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right] = \left| w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{15(z)} \right| =$$

$$= \left(\frac{1}{2} LC \right) \int dS \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{1}{f(z)} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \ln |f(z)|^2 \right] = \left(\frac{1}{2} LC \right) \frac{1}{2i} \oint_{\partial D} \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \ln |f|^2 dz$$

Date.

$$\frac{1}{1-2tx+t^2} = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(x) t^k$$

2D - 2D plana gara, $x^2 + y^2 = \rho^2 = R^2$, $f(z) = \frac{1}{c}(z-s) - \frac{1}{c} \frac{z-s}{z-s}$

$$|f(z)|^2 = \frac{1}{c^2}(z-s)(\bar{z}-s) = \frac{1}{c^2}(\rho^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi), \quad z = \rho e^{i\varphi}$$

$$f'(z) = \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{z-s} = \frac{1}{c} \frac{1}{\rho e^{i\varphi} - s}$$

$$W_{ex} = \left(\frac{1}{2}LC\right) \frac{1}{2i} \oint_{\partial D} dz \frac{1}{\frac{1}{c}(z-s)} \frac{1}{c} \ln \left[\frac{1}{c^2}(\rho^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi) \right] = \oint_{\partial D} dz \frac{1}{z-s} \ln \left[\frac{1}{c^2}(\rho^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi) \right]$$

$$= \left(\frac{1}{2}LC\right) \frac{1}{2i} \times \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{ie^{i\varphi}}{e^{i\varphi} - s} \ln \left[\frac{1}{c^2}(1 + s^2 - 2s \cos \varphi) \right] =$$

$$= \left(\frac{1}{2}LC\right) \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - s \cos \varphi - is \sin \varphi}{(1 + s^2 - 2s \cos \varphi)} \ln \left[\frac{1}{c^2}(1 + s^2 - 2s \cos \varphi) \right] =$$

$$= |J_{\text{un}} \approx 0 \text{ como } \frac{1}{4}LC \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - s \cos \varphi}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} \ln \left[\frac{1}{c^2}(1 + s^2 - 2s \cos \varphi) \right]$$

$$W_{ex}(s) = \frac{1}{M_s^2 V_d} W'_{ex} = \frac{1}{M_s^2 \pi R^2 L} \frac{1}{4}LC \int d\varphi (\cdot) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\varphi (\cdot)$$

$$\rightarrow W_{ex}(s) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - s \cos \varphi}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} [-2 \ln c + \ln(1 + s^2 - 2s \cos \varphi)]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - s \cos \varphi}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} = 2 \int_0^{\pi} d\varphi \frac{1 - s \cos \varphi}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} = 0 \text{ como } 2\pi/\pi.$$

$$W_{ex}(s) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - s \cos \varphi}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} \ln(1 + s^2 - 2s \cos \varphi)$$

$$I(s) = 2 \int_0^{\pi} d\varphi \frac{1 - s \cos \varphi}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} \ln(1 + s^2 - 2s \cos \varphi) =$$

$$= 2 \int_0^{\pi} d\varphi \frac{\ln(1 + s^2 - 2s \cos \varphi)}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} - 2s \int_0^{\pi} d\varphi \frac{\cos \varphi}{1 + s^2 - 2s \cos \varphi} \ln(1 + s^2 - 2s \cos \varphi)$$

$$= \frac{2}{s^2} \int_0^{\pi} d\varphi \frac{\ln(1 - \frac{2}{s} \cos \varphi + \frac{1}{s^2}) + \ln s^2}{1 - \frac{2}{s} \cos \varphi + \frac{1}{s^2}} - \frac{2}{s} \int_0^{\pi} d\varphi \frac{\cos \varphi}{\frac{1}{s^2} + 1 - \frac{2}{s} \cos \varphi} \left[\ln(1 - \frac{2}{s} \cos \varphi + \frac{1}{s^2}) + \ln s^2 \right]$$

$$= \frac{2}{s^2} \ln s^2 \cdot \pi - \frac{2}{s} \int_0^{\pi} d\varphi \cos \varphi \left[1 + 2 \cos \varphi \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} (4 \cos^2 \varphi - 1) + \dots \right] \times$$

$$\times \left[-\frac{2}{s} \cos \varphi + \dots + \ln s^2 \right] = \frac{2\pi}{s^2} \ln s^2 - \frac{2}{s} \int_0^{\pi} d\varphi \cos \varphi \left[1 + \frac{2}{s} \cos \varphi \right]$$

$$\times \left[\ln s^2 - \frac{2}{s} \cos \varphi \right] = \frac{2\pi}{s^2} \ln s^2 - \frac{1}{s} \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\cos \varphi + \frac{2}{s} \cos^2 \varphi \right] \left[\ln s^2 - \frac{2}{s} \cos \varphi \right] =$$

$$= \frac{2\pi}{s^2} \ln s^2 - \frac{1}{s} \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\cos \varphi \cdot \ln s^2 - \frac{2}{s} \cos^2 \varphi + \frac{2}{s} \ln s^2 \cos^2 \varphi - \dots \right] =$$

$$= \frac{2\pi}{s^2} \ln s^2 - \frac{1}{s} \left[-\frac{2}{s} \cdot \pi + \frac{2}{s} \ln s^2 \cdot \pi \right] = \frac{2\pi}{s^2} \text{ when } s \rightarrow \infty (s = \frac{1}{\sin \theta})$$

$$\rightarrow W_{ex}(s) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 I(s) \underset{s \gg 1}{=} \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \cdot \frac{2\pi}{s^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1}{s^2}$$

Date: .

H_n 3 } - "flower" state

$$\sin \varphi_0 = \frac{1}{S}$$

Ex: $\frac{3}{2\sqrt{1001}}$ a normal $W_{ex}(\varphi) = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln \cos \varphi_0$ um

$$W_{ex}(S) = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_0} = -\frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{1}{S^2}\right) \cdot \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 =$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln \left(1 - \frac{1}{S^2}\right), \quad S > 1, \text{ vortex line goes "rigid".}$$

$$W_{ex}(S) = -\frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln \left(1 - \frac{1}{S^2}\right) \quad S > 1 - \text{meron to core.}$$

"rigid" v. model

For a core gone $S < 1$ then $W_{ex}(S) = W_{ex}(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln(1 - S^2)$ - APL 81.

Be van Cam $\rightarrow I(S) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1 - S \cos \varphi}{1 + S^2 - 2S \cos \varphi} \ln(1 + S^2 - 2S \cos \varphi) = -2\pi \ln(1 - \frac{1}{S^2})$

MCAD too dangerous - memento nogobapangas(!)

Unrepaired gabung H_n uz "rigid" v. model uz "flower" state - re goes H_n

quadratic model $(29/\sqrt{11} - 1/\sqrt{11})$.

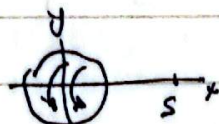
B quadratic model - "flower" state nago gocomas W_H .

"Flower" state



$$\langle m_x \rangle_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 p^2 \frac{z^2 - p^2 \cos 2\varphi}{\sqrt{p^4 - 2p^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}}$$

"Rigid" v. model



$$\langle m_y \rangle_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 p^2 \frac{(p \cos \varphi - S)}{\sqrt{p^2 + S^2 - 2pS \cos \varphi}}$$

$$S \leftrightarrow \frac{z^2}{3}, \quad p \leftrightarrow p^2, \quad \cos \varphi \leftrightarrow \cos 2\varphi.$$

$$\frac{1}{\sqrt{p^4 - 2p^2 z^2 \cos 2\varphi + z^4}} = \frac{1}{z^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{p}{z}\right)^{2n} P_n(\cos 2\varphi) =$$

$$= \frac{1}{z^2} \left[1 + \frac{p^2}{z^2} \cos 2\varphi + \frac{p^4}{z^4} \frac{1}{2} (3 \cos^2 2\varphi - 1) + \dots \right]$$

$$\langle m_x \rangle_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 p^2 \frac{(z^2 - p^2 \cos 2\varphi)}{z^2} \frac{1}{z^2} \left[1 + \frac{p^2}{z^2} \cos 2\varphi + \dots \right] =$$

$$= \frac{1}{\pi z^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 p^2 \left[\frac{z^2}{z^2} + p^2 \cos 2\varphi - p^2 \cos 2\varphi - \frac{p^4}{z^2} \cos^2 2\varphi + \frac{p^4}{z^2} \frac{1}{2} (3 \cos^2 2\varphi - 1) \right] =$$

$$= 1 + \frac{1}{\pi z^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 p^4 \frac{p^2}{z^2} \left[-\cos^2 2\varphi + \frac{3}{2} \cos^2 2\varphi - \frac{1}{2} \right] =$$

$$= 1 + \frac{1}{\pi z^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 p^5 \left(-\frac{1}{2} \right) \sin^2 2\varphi = 1 - \frac{\pi^{-1}}{z^4} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \pi = 1 - \frac{1}{12} \frac{1}{z^4}$$

(name $\langle m_y \rangle$ - rigid v. model)

per $\frac{1}{z^2}$ then $W_H(z) = -h \langle m_x \rangle = -h + \frac{1}{12} \frac{h}{z^4}$, no gener

comp. A_1 or $1/\sqrt{11}$ done > 0 a nucleation then $A_2 = 0$ - the "flower" state.

Date. 16.07.

Pezzano no 2.984 v. model

B "rigid" v. model $W_H(S) = -k \langle m_z \rangle_S$

$$\rightarrow \langle m_y \rangle_s = \frac{1}{\pi} \int_0^1 dp p \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{s - p \cos \varphi}{\sqrt{g^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi}} = s \int_0^{2\pi} d\varphi [J_0(xs) J_0(xs) - J_2(xs) J_2(xs)]$$

Все функции верны $\forall s$ ($s < 1$ и $s > 1$), но $\frac{1}{\sqrt{1.2}} = \frac{1}{5} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^n}$
 — верно для $s > 1$ ($s > 1$), а $J_n(x)$ — верно для $s < 1$
 разное

$$\rightarrow W_{in}^{S2a}(s) = \frac{2}{\pi} s^2 \sum_{n=1}^{\infty} F_n(\beta) I_n^2(s) \quad - \text{beginna para } V_s$$

а размножение на $S \ll 1$ и $S \gg 1$ гадает H_{n+1} и H_n .

Due $s < 1$ $w_{\text{ex}}(s) = w_{\text{ex}}(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln(1-s^2)$

$$S > 1 \rightarrow w_{\text{ex}}(S) = -\frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln \left(1 - \frac{1}{S^2} \right) = - \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln \cos \theta$$

Богаченко + $S=1$ в $w_{\text{ex}}(S)$ ($w_{\text{ex}}(1)$ - h -параметр) это u_{3-2}
 и $w_{\text{ex}}(S)$ - h -параметр "core" (Soliton part) u_{3-2}
 и $w_{\text{ex}}(S)$ - h -параметр $S=1$.

Если углубим конический разрез «сере» ($c = b/p$) и раздвинем вершины, то сформулируем утверждение.

H_n -vortex rigid

16/vii Проблема H_n que coupled dots u parer $H_n(d/2)$.

Ans. $\mu_{\text{max}} = 13-14/\text{hr}$.

T.K. na pame puzanne "buckle" dot razpaz 40" u razpaz 5" que shifted vortex tubular nonline & curvy $S = \frac{1}{\sin 40}$ vo paccu. "rigid" v. model $f(z) = \frac{i}{2}(z-s)$ c $S \gg 1$ one gora.

т.е. $S \gg 1$ (и $S \gg 1$), но бмысфм гом $\beta^2 < 1$

upper meron c $m_x(\vec{p}) = \text{Re} w = \frac{-p \sin \varphi}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi}}$, $m_y(\vec{p}) = \frac{p \cos \varphi - s}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi}}$

One coupled array has maximum KE $\delta = (\vec{m} \cdot \vec{n})_s$, a $\left(\frac{\vec{k} \cdot \vec{M}_s}{k} \right)$

$$M_{\vec{k}} = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} d^2\vec{p} e^{i\vec{k}\cdot\vec{p}} M_A(\vec{p}), \quad S_0 - \text{masyago } 2\text{-d.} \text{ erasien d'area}$$

$$S_0\left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{m}\right) = \frac{\vec{k}}{k} \cdot \int_{S_d} d^2\vec{p} e^{i\vec{k}\cdot\vec{p}} \vec{m}(\vec{p}) = \int_{S_d} d^2\vec{p} e^{i\vec{k}\cdot\vec{p}} [m_x \cos\varphi_k + m_y \sin\varphi_k] =$$

$$= \int_{S_d} d^2\vec{p} \frac{e^{i\vec{k}\cdot\vec{p}}}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2sp \cos\varphi}} [-p \sin\varphi \cos\varphi_k + p \cos\varphi \sin\varphi_k - s \sin\varphi_k] =$$

date.

$$= \int d\vec{p} \frac{e^{i\vec{k}\vec{p}}}{\sqrt{(\cdot)}} \left[p \sin(\varphi_k - \varphi) - s \sin \varphi_k \right]. \quad \text{Approximation } s \gg 1:$$

$$m_r(\vec{p}) = \frac{-p \sin \varphi}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi}} = (-p \sin \varphi) \frac{1}{s} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \varphi) \left(\frac{p}{s}\right)^n = \left| s > 1 \right| =$$

$$= -\frac{p}{s} \sin \varphi \left[1 + \frac{p}{s} \cos \varphi + \frac{1}{4} \frac{p^2}{s^2} (1 + 3 \cos 2\varphi) + \dots \right] \approx -\frac{p}{s} \sin \varphi \left[1 + \frac{p}{s} \cos \varphi \right]$$

$$m_g(\vec{p}) = (p \cos \varphi - s) \frac{1}{s} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{p}{s}\right)^n P_n(\cos \varphi) = \left(\frac{p}{s} \cos \varphi - 1\right) \left[1 + \frac{p}{s} \cos \varphi + \frac{1}{4} \frac{p^2}{s^2} (1 + 3 \cos 2\varphi) \right]$$

$$e^{i\vec{k}\vec{p}} = \sum_{\mu} i^{\mu} J_{\mu}(kp) e^{i\mu(\varphi - \varphi_k)}$$

$$S_0\left(\frac{\vec{k}}{k}, \vec{m}_k\right) = \int_0^1 dp p \int_0^{2\pi} d\varphi \sum_{\mu} i^{\mu} J_{\mu}(kp) e^{-i\mu\varphi_k} e^{i\mu\varphi} \left[-\frac{p}{s} \sin \varphi \cos \varphi_k \left(1 + \frac{p}{s} \cos \varphi\right) + \sin \varphi_k \left(\frac{p \cos \varphi - 1}{s}\right) \left\{ 1 + \frac{p}{s} \cos \varphi + \frac{1}{4} \frac{p^2}{s^2} (1 + 3 \cos 2\varphi) \right\} \right]$$

$$[\dots] = -\frac{p}{s} \sin \varphi \cos \varphi_k - \frac{p^2}{s^2} \cos \varphi_k \sin \varphi \cos \varphi + \frac{p}{s} \cos \varphi \sin \varphi_k + \frac{p^2}{s^2} \cos^2 \varphi \sin \varphi_k - \sin \varphi_k - \frac{p}{s} \cos \varphi \sin \varphi_k - \frac{1}{4} \frac{p^2}{s^2} (1 + 3 \cos 2\varphi) \sin \varphi_k =$$

$$= -\sin \varphi_k - \frac{p}{s} \sin \varphi \cos \varphi_k + \frac{p^2}{s^2} \left\{ \cos^2 \varphi \sin \varphi_k - \sin \varphi \cos \varphi \cos \varphi_k - \frac{1}{4} (1 + 3 \cos 2\varphi) \sin \varphi_k \right\} =$$

$$= -\sin \varphi_k - \frac{p}{s} \sin \varphi \cos \varphi_k + \frac{p^2}{s^2} \left\{ \sin \varphi_k \frac{1}{2} \sin^2 \varphi - \sin \varphi \cos \varphi \cos \varphi_k \right\}$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} [\dots] = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} \left[-\sin \varphi_k - \frac{p}{s} \sin \varphi \cos \varphi_k + \frac{1}{2} \frac{p^2}{s^2} \left\{ \sin^2 \varphi \sin \varphi_k - \sin 2\varphi \cos \varphi_k \right\} \right]$$

$$= -\sin \varphi_k \cdot 2\pi \delta_{\mu 0} - \frac{p}{s} \cos \varphi_k \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} \sin \varphi + \frac{1}{2} \frac{p^2}{s^2} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} \left\{ \sin^2 \varphi \sin \varphi_k - \sin 2\varphi \cos \varphi_k \right\} =$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} \sin 2\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} \frac{1}{2i} (e^{i2\varphi} - e^{-i2\varphi}) = \frac{1}{2i} 2\pi (\delta_{\mu 2} - \delta_{\mu -2}), \quad \text{cu. } 13/21$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} [\dots] = -\sin \varphi_k \cdot 2\pi \delta_{\mu 0} - \frac{p}{s} \cos \varphi_k \cdot i\pi (\delta_{\mu 1} - \delta_{\mu -1}) + \frac{1}{2} \frac{p^2}{s^2} \left\{ \sin \varphi_k \cdot \pi \delta_{\mu 0} - \sin \varphi_k \frac{\pi}{2} (\delta_{\mu 2} + \delta_{\mu -2}) - \cos \varphi_k \frac{\pi}{i} (\delta_{\mu -2} - \delta_{\mu 2}) \right\}$$

$$S_0\left(\frac{\vec{k}}{k}, \vec{m}_k\right) = \pi \int_0^1 dp p \sum_{\mu} i^{\mu} J_{\mu}(kp) e^{-i\mu\varphi_k} \left[-2 \sin \varphi_k \delta_{\mu 0} - i \frac{p}{s} \cos \varphi_k (\delta_{\mu 1} - \delta_{\mu -1}) + \frac{1}{2} \frac{p^2}{s^2} \left\{ \sin \varphi_k \delta_{\mu 0} - \frac{1}{2} \sin \varphi_k (\delta_{\mu 2} + \delta_{\mu -2}) - \cos \varphi_k \cdot i (\delta_{\mu 2} - \delta_{\mu -2}) \right\} \right] =$$

$$= \pi \int_0^1 dp p \left[-2 \sin \varphi_k J_0(kp) - i \frac{p}{s} \cos \varphi_k (i J_1 e^{-i\varphi_k} - i^{-1} J_{-1} e^{i\varphi_k}) + \right.$$

Date.

$$+ \frac{1}{2} \frac{p^2}{s^2} \left\{ \sin \varphi_k \cdot J_0 - \frac{1}{2} \sin \varphi_k \left(-J_2 e^{-i2\varphi_k} - J_2 e^{i2\varphi_k} \right) - \right. \\ \left. - i \cos \varphi_k \left(-J_2 e^{-i2\varphi_k} + J_2 e^{i2\varphi_k} \right) \right\} = \\ = \pi \int_0^R \left[-2 \sin \varphi_k \cdot J_0 - \frac{p}{s} \cos \varphi_k \cdot 2i \sin \varphi_k J_1 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{s^2} \left\{ \sin \varphi_k \cdot J_0 + \sin \varphi_k \cos 2\varphi_k \right. \right. \\ \left. \left. - i \cos \varphi_k J_2 \left(e^{i2\varphi_k} - e^{-i2\varphi_k} \right) \right\} \right] = \pi \int_0^R \left[-2 J_0 \sin \varphi_k - \right. \\ \left. - 2i \frac{p}{s} \cos \varphi_k \sin \varphi_k J_1 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{s^2} \left\{ \sin \varphi_k J_0 + J_2 \sin \varphi_k \cos 2\varphi_k + 2 J_2 \cos \varphi_k \sin \varphi_k \right\} \right] \\ \text{или } J_n(kR)$$

$$S_0 \left(\frac{\vec{p}}{k} \cdot \vec{m}_k \right) = -2\pi \sin \varphi_k \frac{R}{k} J_1(kR) - 2\pi i \frac{p}{s} \cos \varphi_k \sin \varphi_k \frac{R^2}{k} J_2(kR) + \\ + \frac{\pi}{2} \frac{1}{s^2} \sin \varphi_k \left[\frac{R^3}{k} J_1(kR) - \frac{2R^2}{k^2} J_2(kR) \right] + \frac{\pi}{2} \frac{1}{s^2} (\sin \varphi_k \cos 2\varphi_k + 2 \cos \varphi_k \sin \varphi_k) \frac{R^2}{k} J_2(kR) \\ = -2\pi \sin \varphi_k \frac{R}{k} J_1 - 2\pi i \frac{1}{s} \cos \varphi_k \sin \varphi_k \frac{R^2}{k} J_2(kR) + \\ + \frac{\pi}{2} \frac{1}{s^2} \sin \varphi_k \frac{R^3}{k} \left[J_1(kR) - \frac{2}{kR} J_2(kR) + J_3(kR) (\cos 2\varphi_k + 4 \cos^2 \varphi_k) \right]$$

$$\rightarrow S_0^2 \left| \left(\frac{\vec{p}}{k} \cdot \vec{m}_k \right) \right|^2 = 4\pi^2 \sin^2 \varphi_k \frac{R^2}{k^2} J_1^2 + 4\pi^2 (1) \frac{1}{s^2} \cos^2 \varphi_k \sin^2 \varphi_k \frac{R^4}{k^2} J_2^2 + \\ + 2(-2\pi) \sin \varphi_k \frac{R}{k} J_1 \frac{\pi}{2} \frac{1}{s^2} \sin \varphi_k \frac{R^3}{k} \left[J_1 - \frac{2}{kR} J_2 + J_3 (\cos 2\varphi_k + 4 \cos^2 \varphi_k) \right] \\ = 4\pi^2 R^2 \sin^2 \varphi_k \frac{J_1^2}{k^2} + 2\pi^2 \frac{1}{s^2} \sin^2 \varphi_k \frac{R^4}{k^2} \left[2 \cos^2 \varphi_k J_2^2 - J_1 \left(J_1 - \frac{2}{kR} J_2 + \right. \right. \\ \left. \left. + J_3 (\cos 2\varphi_k + 4 \cos^2 \varphi_k) \right) \right]$$

Используем: $\begin{cases} J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x) \\ J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) = 2 J_n'(x) \end{cases}$, где S - постоянная, $\frac{p}{s} \rightarrow \frac{p}{s}$

$$J_1 + J_3 = \frac{4}{x} J_2, \quad J_3(x) = \frac{4}{x} J_2(x) - J_1(x), \quad J_0 + J_2 = \frac{2}{x} J_1$$

$$\rightarrow [\dots] = 2 \cos^2 \varphi_k J_2^2 - J_1 \left\{ J_1 - \frac{2}{x} J_2 + \left(\frac{4}{x} J_2 - J_1 \right) (6 \cos^2 \varphi_k - 1) \right\} = \\ = 2 \cos^2 \varphi_k J_2^2 - J_1^2 + \frac{2}{x} J_1 J_2 - J_1 \left(\frac{4}{x} J_2 - J_1 \right) 6 \cos^2 \varphi_k + J_1 \left(\frac{4}{x} J_2 - J_1 \right) \\ = 2 \cos^2 \varphi_k \left(J_2^2 - \frac{12}{x} J_1 J_2 + 3 J_1^2 \right) + \frac{6}{x} J_1 J_2 - 2 J_1^2$$

Будем $14/17$ (с $\sin \varphi_k$, $\langle \vec{m} \rangle_{\text{ор}}$): $[\dots] = \cos 2\varphi_k \left[\frac{12}{x} J_1 J_2 - 3 J_1^2 - J_2^2 \right] + J_1^2 + J_2^2 - \frac{6}{x} J_1 J_2 = |\cos 2\varphi_k - 1| = 2 \cos^2 \varphi_k \left[\frac{12}{x} J_1 J_2 - 3 J_1^2 - J_2^2 \right] - \frac{18}{x} J_1 J_2 + 4 J_1^2 + 2 J_2^2$ — не совпадает, где $\varphi_k \rightarrow \varphi_k + \pi/2$
Ой ну!

SW wires (no e-mail (sabuna))

Date:

Задание $\varphi_k \rightarrow \varphi_k \pm \pi/2$ ($\langle \hat{M} \rangle \propto \langle \hat{M}^2 \rangle$) & energy parabolic $\omega \propto 1/\omega$:
 $[13-14/15] = 2 \sin^2 \varphi_k \left[\frac{12}{\gamma} J_1 J_2 - 3J_1^2 - J_2^2 \right] - \frac{18}{\gamma} J_1 J_2 + 4J_1^2 + 2J_2^2 =$

$$= |\sin^2 \varphi_k = 1 - \cos^2 \varphi_k| = -2 \cos^2 \varphi_k \left[\frac{12}{\gamma} J_1 J_2 - 3J_1^2 - J_2^2 \right] +$$

$$+ \frac{6}{\gamma} J_1 J_2 - 2J_1^2 \text{ в первом члене? } 16/11 \text{ в первом, зад } [...].$$

$$\frac{12}{\gamma} J_1 J_2 - 3J_1^2 - J_2^2 = 3J_1 \left(\frac{4}{\gamma} J_2 - J_1 \right) - J_2^2 = 3J_1 J_2 - J_2^2$$

$$= -\frac{6}{\gamma} J_1 J_2 + J_1^2 + J_2^2 = J_1 \left(J_1 - \frac{6}{\gamma} J_2 \right) + J_2^2 =$$

$$= J_1 \left(J_1 - \frac{4}{\gamma} J_2 \right) - \frac{2}{\gamma} J_1 J_2 + J_2^2 = -J_1 J_2 + J_2 \left(J_2 - \frac{2}{\gamma} J_1 \right) =$$

$$G = -J_1 J_2 - J_0 J_2$$

не хараактеризует $\mathcal{C}_1(x)$ 4-fold anisotropy?

Регистрация в учред. PRL - заготовка на 17/11
 m. coupled dots с кубическим.

SW wires

Рассея SW-wires (new experiment Demou/moels).

110 nm wire, $H = 600$ Oe, $w = 1 \mu m$, $L = 30$ nm. Res. - 124V.

Важно - FeNi с $4\pi M_s = 10.2$ kOe. // Магнитный момент ω_n (5-мг),

вспомогательная $m_n(x)$ - эф. загрузка.

$$\gamma = 2.95 \frac{GHz}{kOe} \cdot p = L/w = \frac{30 \text{ nm}}{1 \mu m} = \frac{30 \text{ nm}}{1000 \text{ nm}} = 0.03$$

$$\omega_M = \gamma \cdot 4\pi M_s = 2\pi f_M, \quad f_M = \left(\frac{\gamma}{2\pi} \right) \cdot 4\pi M_s = 2.95 \frac{GHz}{kOe} \cdot 10.2 kOe = 30.1 GHz$$

Эфф. Рассея - f_n не известна пока. $\frac{\omega_H}{\omega_M} = \frac{H}{4\pi M_s} = \frac{96}{10.2} = 0.059$

Задача (N=180) $\omega_0 = 0.306; \omega_1 = 0.361; \omega_2 = 0.401; \omega_3 = 0.432; \omega_4 = 0.456$

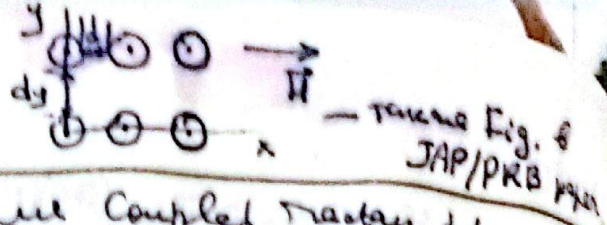
Загрузка маг: $\frac{m_0(1/2)}{m_0(0)} = 0.197; \frac{m_1(1/2)}{m_1(x=0.28) - \text{range max } |m_n(x)|} = 0.291$

Важнейшие загрузки ($\frac{\partial m_n}{\partial x} - d_n m_n = 0$): $d_n(0.03) = 26.1$ см. 13/12
 $d_n^k(0.03) = 14.9$

Рассея SW-мг

-0.5	-0.45	-0.40	-0.35	-0.30	-0.25	-0.20	-0.15	-0.10	-0.05	0
0.251	488	667	813	937	1,041	1,126	1,192	1,24	1,268	1,278
-0.590	-1.801	-1,086	-1,265	-1,339	-1,311	-1,186	-974	-691	-358	0

Date. 18. 07.

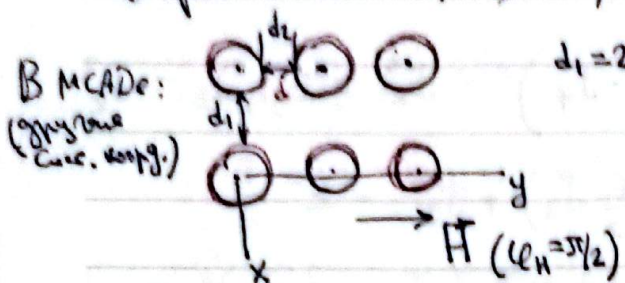


Paras $H_n(d/r)$ que coupled rectan. dot array.

Defin $L=40 \text{ nm}$, 60 nm . $\vec{H} \parallel \text{ocu nanorod} (-Ox)$. $d=d_x$.

$H_n = H_n(\beta, d/R, \varphi_n)$. Cu. $8, 12/\text{III}$, $20-22/\text{III}$, $5/\text{IV}$, $13/\text{V}$.

Defin $2R=0,42 \mu\text{m}$, $d_y=2R=\text{const}$, $d_x=d$ - uglebina.



$$d_1=2R=\text{const.} \quad d_2=\text{ugleba.} \therefore \frac{d_2}{R} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$$

$$\xi = \frac{T_1}{T_2} = \frac{2R+d_1}{2R+d_2} = \frac{2}{1+(\frac{d_2}{2R})} - \text{ugleba.}$$

13-14/VI a uormam H_n u $W_m(\varphi_0)$, zagaba $\vec{H} \parallel Ox$ ($\vec{S} \parallel Oy$ - opredelena u nemytch).

$$W_m(\varphi_0) = \frac{W_m(\varphi_0)}{M_s^2 V_d} = W_m(0) + \frac{(2\pi)^2}{S_0} \varphi_0^2 \sum_{\vec{k}} \frac{f(k_L)}{k^2} \cos^2 \varphi_k \left[C_1(k_R) \cos 2\varphi_k + C_2(k_R) \right]$$

$$\text{zhe } C_1(x) = \frac{12}{x} J_1(x) J_2(x) - 3J_1^2(x) - J_2^2(x) = 3J_1(x) J_3(x) - J_2^2(x)$$

$$C_2(x) = -\frac{6}{x} J_1(x) J_2(x) + J_1^2(x) + J_2^2(x) = -J_1(x) J_3(x) - J_0^2(x)$$

Ho que rectan. array $T_1 \neq T_2$ ($T_x \neq T_y$) u $\vec{H} \parallel Ox$ u $\vec{H} \parallel Oy$ gde poge.

B MCAD-file Rectan-lat-vortex, mcd borsfano: oc uenorm gnot (+.e. u plemenuoi u pmoz b zuch. kolocaza) $\parallel Oy$, t.e. $\vec{H} \parallel Oy$ - cnyy ($\vec{S} \parallel Ox$).

Umenno $\vec{S} \parallel Ox$ ($\vec{H} \parallel Oy$) a u zagaba b parace - u pobleme 15/VI

u nemytch:

$$|(\frac{\vec{E}}{k} \cdot \vec{m}_k)|^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{S_0^2} \frac{J_1^2}{k^2} \sin^2 \varphi_k + \frac{4\pi^2 R^2}{S_0^2} \left(\frac{1}{s^2}\right) \frac{\sin^2 \varphi_k}{k^2} \left[-C_1(k_R) \cos^2 \varphi_k + \frac{3}{x} J_1 J_2 \right]$$

$$W_m(\varphi_0) = \frac{W_m(\varphi_0)}{M_s^2 V_0} = 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(k_L)}{k^2} |(\vec{k} \cdot \vec{m}_k)|^2, \quad \text{zhe u plemenuoi na } V_d \text{ kago zuch. na } \frac{V_m}{V_d} = \frac{S_0}{S_d}$$

$$\rightarrow W_m(\varphi_0) = \left(\frac{S_0}{\pi R^2}\right) 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(k_L)}{k^2} |(\vec{k} \cdot \vec{m}_k)|^2 = \left(\frac{S_0}{\pi R^2}\right) \left(\frac{1}{s^2}\right) \sum_{\vec{k}} \frac{f(k_L)}{k^2} \sin^2 \varphi_k \left[-C_1(x) \cos^2 \varphi_k + \frac{3}{x} J_1(x) J_2(x) - J_1^2(x) \right]$$

$$+ \left(\frac{S_0}{\pi R^2}\right) 2\pi \sum_{\vec{k}} f(k_L) \frac{4\pi^2 R^2}{S_0^2} \left(\frac{1}{s^2}\right) \frac{\sin^2 \varphi_k}{k^2} \left[-C_1(x) \cos^2 \varphi_k + \frac{3}{x} J_1(x) J_2(x) - J_1^2(x) \right]$$

$$= \left(\frac{S_0}{\pi R^2}\right) + \frac{8\pi^2}{S_0} \left(\frac{1}{s^2}\right) \sum_{\vec{k}} \frac{f(k_L)}{k^2} \sin^2 \varphi_k \left[-C_1(x) \cos^2 \varphi_k + \frac{3}{x} J_1(x) J_2(x) - J_1^2(x) \right]$$

Date:

$$\frac{3}{x} J_1 J_2 - J_1^2 = J_1 \left(\frac{3}{x} J_2 - J_1 \right) = J_1 \left(\frac{4}{x} J_2 - J_1 - \frac{1}{x} J_2 \right) = J_1 \left(J_3 - \frac{1}{x} J_2 \right)$$

$$\cos^2 \varphi_k = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\varphi_k)$$

$$\left[-C_1 \cos^2 \varphi_k + \frac{3}{x} J_1 J_2 - J_1^2 \right] = \left[-C_1 (1 + \cos 2\varphi_k) + \frac{6}{x} J_1 J_2 - 2J_1^2 \right] =$$

$$= \left[-C_1 \cos 2\varphi_k - 3J_1 J_3 + J_2^2 + \frac{6}{x} J_1 J_2 - 2J_1^2 \right] =$$

$$= \left[-C_1 \cos 2\varphi_k + 3J_1 J_3 + J_2^2 + 3J_2 (J_0 + J_2) - 2J_1^2 \right] = |u_{\text{wave}}| =$$

$$= \left[-C_1 \cos 2\varphi_k + \frac{12}{x} J_1 J_2 + 3J_1^2 + J_2^2 + \frac{6}{x} J_1 J_2 - 2J_1^2 \right] =$$

$$= \left[-C_1 \cos 2\varphi_k - \frac{6}{x} J_1 J_2 + J_1^2 + J_2^2 \right] = \left[-C_1 \cos 2\varphi_k + C_2 \right]$$

$$W_m(\varphi_0) = \left(\sum_{\mathbf{k} \in \text{S}} \right) + \frac{4\pi^2}{S_0} \left(\frac{1}{S^2} \right) \sum_{\mathbf{k}} \frac{f(k_L)}{k^2} \sin^2 \varphi_k \left[-C_1(x) \cos 2\varphi_k + C_2(x) \right]$$

т.е. суммарная поверхностная зарядовая плотность в вертексе $\ll 1$ ("букле" dot)

где $\vec{S} \parallel \vec{Ox}$
 $\vec{F} \parallel \vec{Oy}$

При наложении к ней $\vec{H} \parallel \vec{Ox}$ вместо $\varphi_k \rightarrow \varphi_k \pm \frac{\pi}{2}$ и наоборот (*).
при $\cos \varphi_k \rightarrow \cos 2\varphi_k \rightarrow -\cos 2\varphi_k$.

→ Поле H_n ортогональное к $\vec{H}$ $\frac{H_n}{M_s} = 4\pi \left[F(\beta, d/R) - \frac{1}{\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \right]$,

где $F(\beta, d/R) = -\frac{8\pi}{S_0} \sum_{\mathbf{k}} \frac{f(k_L)}{k^2} \sin^2 \varphi_k \left[-C_1(x) \cos 2\varphi_k + C_2(x) \right]_{x=kR}$,

$S_0 = T_1 T_2$. $k^2 = \frac{(2\pi)^2}{T_1^2} [n_1^2 + 3^2 n_2^2]$, $\zeta = \frac{T_1}{T_2}$

$\frac{8\pi}{S_0 k^2} = \frac{8\pi}{T_1 T_2} \frac{(2\pi)^2}{T_1^2} \frac{1}{T_1^2} (n_1^2 + n_2^2 \zeta^2) = \frac{2}{\pi} \frac{\zeta}{(n_1^2 + n_2^2 \zeta^2)}$, $\sin^2 \varphi_k = \frac{n_2^2 \zeta^2}{n_1^2 + n_2^2 \zeta^2}$

$\cos 2\varphi_k = \cos^2 \varphi_k - \sin^2 \varphi_k = \frac{n_1^2 - n_2^2 \zeta^2}{n_1^2 + n_2^2 \zeta^2}$

$F(\beta, d/R, \varphi_k = \pi/2) = -\frac{2}{\pi} \zeta^3 \sum_{\substack{n_1, n_2 \\ (-\infty, \infty)}} f(k_L) \frac{n_1^2}{(n_1^2 + n_2^2 \zeta^2)^2} \left[-C_1(kR) \frac{n_1^2 - n_2^2 \zeta^2}{n_1^2 + n_2^2 \zeta^2} + C_2(kR) \right]$

$\sum_{n_1, n_2} F(n_1^2, n_2^2) = 2 \sum_{n_1=1} F(n_1^2, 0) + 2 \sum_{n_2=1} F(0, n_2^2) + 4 \sum_{\substack{n_1=1 \\ n_2=1}} F(n_1^2, n_2^2) + F(0, 0)$

При $d/R \rightarrow \infty$ получено $F(\beta, d/R) \rightarrow F(\beta) = F_1(\beta) - F_2(\beta) = \int_0^\infty \frac{dt}{t} f(\beta t) [J_1^2(t) - J_2^2(t)]$

$\frac{H_n^{\text{comp}}(\beta, R, d)}{H_n^{\text{isol}}(\beta, R)} = \frac{F(\beta, d/R) - \frac{1}{\pi} (R_0/R)^2}{F(\beta) - \frac{1}{\pi} (R_0/R)^2} \approx \frac{F(\beta, d/R)}{F(\beta)}$, т.к. $\frac{R_0}{R} = \frac{18 \text{ nm}}{210 \text{ nm}} \ll 1$

d/R	9	1.5	1	0.8	0.7	0.6	$\sqrt{2}$	$\sqrt{4}$	$1/8$	$1/16$
$H_n^{\text{comp}}/H_n^{\text{isol}}$	0.755	0.702	0.620	0.501	0.362	0.203	0.154			
$H_n^{\text{comp}}/H_n^{\text{isol}}$	0.717	0.695	0.620	0.550	0.407	0.306	0.262	0.163		

$L = 60 \text{ nm}$ } $R = 210 \text{ nm}$
 $L = 40 \text{ nm}$ } $d_1 = 2R$
 Указано: d/R по 10 (вверху) и по 100 (внизу)

Date. 20.07.

Wye to $\vec{S} \parallel OX$.

l-vortex (1) under $w(z, \bar{z}) = i \frac{(z-s)}{|z-s|} = \frac{-y + i(x-s)}{\sqrt{y^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}$

z-vortex (2) under $w(z, \bar{z}) = -i \frac{(z-s)}{|z-s|} = -\frac{-y + i(x-s)}{\sqrt{y^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}$

l-vortex : $m_y^l(\vec{p}) = \text{Im } w(z, \bar{z}) = \frac{p \cos \varphi - s}{\sqrt{y^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}$, $s > 0$ acc. $\downarrow \vec{H} \uparrow$

z-vortex : $m_y^z(\vec{p}) = \text{Im } w(z, \bar{z}) = -\frac{p \cos \varphi - s}{\sqrt{y^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}}$. Bugno, no

just $\uparrow \vec{H}$ mago unenoz. z-vortex $< s < 0$, torza $m_y \rightarrow -1, |s| \gg 1$.

$w_H(s) = -h_y \langle m_y \rangle_s = |h_y = -|h|| = |h| s \int_0^\infty dx [J_2(x) J_2(xs) - J_0(x) J_0(xs)]$.

reson. pyknoma s. Nozomy uferog as l-vortex to z-vortex, subbarano. Min zanke $m_y \rightarrow -m_y$, $s = |s| \rightarrow -s$ ke namar $w_H(s)$.

Wey zabunet as s^2 u oganovba que l u z-vortices.

qyrog as l- u z-vortex: Cusa $m_x \rightarrow -m_x, m_y \rightarrow -m_y$ u $s = |s| \rightarrow -s$. (que l-vortex)

Due related det : $w_m(s) = \frac{2}{\pi} s^2 \sum_{n=1}^\infty F_n(\beta) I_n^2(s)$ - resona pyknoma as s^2

u ero unafmanovocor oon. $\vec{m} \rightarrow -\vec{m}$, o.k. $w_m \sim \delta(\vec{r}) \delta(\vec{r}) = (\vec{m} \cdot \vec{n})(\vec{m} \cdot \vec{n})$

Due oganovbaux Campled detz : $w_m \sim |k \cdot \vec{m}_k|^2$ unafmanoma oon. $\vec{m} \rightarrow -\vec{m}$

$w_m(s)$ - resona pyknoma s^2 . T.e. w_m oganovba que array of l-vortex u z-vortex detz.

He quonovbaux as w_m eam l u z-vortex form of array

repebaroc? Zi. azenka

$E_{int} = \frac{q_1 q_2}{|r_1 - r_2|} < 0$ que pagony zkanob q_1, q_2 . $q_1 = -q_2 = Q$

$E_{int} = -\frac{Q^2}{|r_1 - r_2|}$ naronne que a) oganovbaux zkanob, r.k. eam $|r_1 - r_2|$ naronne.

Conveno $1/\sqrt{11}$ (que l-vortex) $\delta(\varphi) = (\vec{m} \cdot \vec{n})_s = -\frac{s \cdot \sin \varphi}{\sqrt{y^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}} = -s \sin \varphi \frac{1}{s} \sum_{n=0}^\infty P_n(\cos \varphi) \frac{P_n^s}{s^n}$

$= -s \sin \varphi \left[1 + \frac{1}{s} \cos \varphi + \frac{1}{2s^2} (3 \cos^2 \varphi - 1) + \dots \right]$

Date.

$H_n(d/R)$ anomaly ($H_n < 0$ since $\frac{d}{R} < 0.7-0.8$), therefore, n numbers l - a 2 -vortex gas in the structure.

Moner 200 anomaly MCAD ψ - 2π magnetic quanta? $\log \sum \dots$

$$\rightarrow W_m(\varphi_0) = W_m(\varphi_0=0) + \frac{4\pi^2}{S_0} \left(\frac{1}{S^2} \right) \sum_k \frac{f(k)}{k^2} \sin^2 \varphi_k \left[-C_1(kR) \cos 2\varphi_k + C_2(kR) \right]$$

$\frac{1}{S^2} = \sin^2 \varphi_0 \approx \varphi_0^2$, $\vec{H} \parallel \vec{B}$ is normal. $[-C_1 \cos 2\varphi_k + C_2] = [-C_1(2\cos^2 \varphi_k - 1) + C_2] =$
 $= [-2C_1 \cos^2 \varphi_k + C_1 + C_2]$

$$x = kR = \frac{2\pi R}{T_1} \sqrt{n_1^2 + n_2^2} = \left| \frac{n_1 \pm 1}{n_1 n_2 \pm 1} \right| = r \cdot \sqrt{n_1^2 + n_2^2} =$$

$$= \left| \frac{d/R = 2}{3 = \frac{T_1}{T_2} \pm 1} \right| = 1.57 \cdot \sqrt{n_1^2 + n_2^2} > 1 \quad \text{even } n_1 \neq 0, n_2 \neq 0 \Rightarrow \text{hypocenter } L_1, L_2$$

(at $k=0$ no gap for $l=0$)

$$J_0(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - (1/2)\frac{\pi}{2}\right)$$

Therefore $C_{1,2}(x)$ are the numbers MCAD - anomaly. Targa $H_n(d/R) < 0$ system generates negative nucleation mode θ coupled array.

$$[\dots] = [-C_1 \cos 2\varphi_k + C_2], \quad C_1(x) = 3J_1(x)J_3(x) - J_2^2(x) =$$

$$= \frac{2}{\pi x} \left[3 \cos\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) \cos\left(x - \frac{7}{4}\pi\right) - \cos^2\left(x - \frac{5}{4}\pi\right) \right] =$$

$$= \frac{2}{\pi x} \left[-3 \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] = -\frac{2}{\pi x} \left[3 \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] \leq 0$$

$$C_1(x) = -\frac{2 \cdot 2}{\pi x} [1 - \sin x \cos x] \leq 0.$$

$$C_2(x) = -J_1(x)J_3(x) - J_0(x)J_2(x) = -\frac{2}{\pi x} \left[\cos\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) \cos\left(x - \frac{7}{4}\pi\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{5}{4}\pi\right) \right] =$$

$$= -\frac{2}{\pi x} \left[-\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot (-1) \right] =$$

$$= \frac{2}{\pi x} \left[\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] = \frac{2}{\pi x} > 0, \quad x > 1.$$

$$\rightarrow [\dots] = \frac{4}{\pi x} (1 - \sin x \cos x) \cos 2\varphi_k + \frac{2}{\pi x} = \frac{2}{\pi x} \left[2(1 - \sin x \cos x) \cos 2\varphi_k + 1 \right]$$

$$\sin^2 \varphi_k [-C_1 \cos 2\varphi_k + C_2] = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\varphi_k) [-C_1 \cos 2\varphi_k + C_2] =$$

$$= \frac{1}{2} [C_2 - (C_1 + C_2) \cos 2\varphi_k + C_1 \cos^2 2\varphi_k]$$

Date.

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) + \frac{4\pi^2}{S_0} \left(\frac{1}{S^2} \right) \sum_{k \neq 0} \frac{f(kL)}{k^2} \frac{1}{2} \left[C_2 - (C_1 + C_2) \cos 2\varphi_k + C_1 \cos^2 2\varphi_k \right]$$

$$\cos 2\varphi_k = -\sin^2 \varphi_k + \cos^2 \varphi_k = \frac{k_y^2 - k_x^2}{k^2} = \frac{n_1^2 - n_2^2 \xi^2}{n_1^2 + n_2^2 \xi^2}, \quad \langle \cos 2\varphi_k \rangle = 0$$

quasi $\xi = 1$
e. log. par. per.

Due a log. p. $\lim_{\xi \rightarrow 1} \langle \cos 2\varphi_k \rangle = 0 \Rightarrow [C_2 + C_1 \cos^2 2\varphi_k] =$

$$= \left[\frac{2}{\pi x} - \frac{4}{\pi x} (1 - \sin x \cos x) \cos^2 2\varphi_k \right] = \frac{2}{\pi x} \left[-1 + 2 \sin x \cos x \cos^2 2\varphi_k \right] =$$

(negativo!), cos. sin. x

$$= \frac{2}{\pi x} [\sin 2x \cos^2 2\varphi_k - 1] < 0 (!) \Rightarrow F > 0.$$

$$C_1 + C_2 = -\frac{4}{\pi x} (1 - \sin x \cos x) + \frac{2}{\pi x} = \frac{2}{\pi x} [1 - 2(1 - \sin x \cos x)] =$$

$$= \frac{2}{\pi x} [\sin 2x - 1] \leq 0, \quad x = kL$$

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) + \frac{4\pi^2}{S_0} \left(\frac{1}{S^2} \right) \frac{1}{2} \frac{2}{\pi R} \sum_{k \neq 0} \frac{f(kL)}{k^3} \left[(\sin 2x \cos^2 2\varphi_k - 1) - \right.$$

non < 0

$$\left. - (\sin 2x - 1) \cos 2\varphi_k \right] =$$

$$= W_m(0) + \frac{4\pi}{S_0 R} \varphi_0^2 \sum_{k \neq 0} \frac{f(kL)}{k^3} \left[(\sin 2x \cos^2 2\varphi_k - 1) - (\sin 2x - 1) \cos 2\varphi_k \right] \cdot ?$$

< 0

$$\sum_{k \neq 0} F(k) \cos 2\varphi_k = \sum_{n_1, n_2} F(k) \frac{n_1^2 - n_2^2 \xi^2}{n_1^2 + n_2^2 \xi^2} = \sum_{n_1, n_2} \tilde{F}(k) (n_1^2 - n_2^2 \xi^2) - \text{quasi?}$$

non in $\xi = 1$
e. log. par. per., $\xi \neq 1$.

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) + \frac{8\pi}{S_0 R} \varphi_0^2 \sum_{k \neq 0} \frac{f(kL)}{k^3} \sin 2\varphi_k \left[2(1 - \sin x \cos x) \cos^2 2\varphi_k + 1 \right]$$

$$C_2 + C_1 \cos^2 2\varphi_k = \frac{2}{\pi x} [1 - 2(1 - \sin x \cos x) \cos^2 2\varphi_k] =$$

$$= \frac{2}{\pi x} [1 - 2 \cos^2 2\varphi_k + \sin 2x \cos^2 2\varphi_k] \quad u$$

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) + \frac{4\pi}{S_0 R} \varphi_0^2 \sum_{k \neq 0} \frac{f(kL)}{k^3} \left[1 - 2 \cos^2 2\varphi_k + \sin 2x \cos^2 2\varphi_k - \right.$$

$$\left. - (\sin 2x - 1) \cos 2\varphi_k \right]$$

$$\frac{8\pi}{S_0 R k^3} = \frac{8\pi}{T_1 T_2 \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 (n_1^2 + n_2^2 \xi^2)} \frac{1}{\frac{2\pi R}{T_1} \sqrt{n_1^2 + n_2^2 \xi^2}} = \frac{2}{\pi} \frac{\xi}{(n_1^2 + n_2^2 \xi^2)} \frac{1}{2 \sqrt{n_1^2 + n_2^2 \xi^2}}$$

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) + \varphi_0^2 \frac{e}{\pi} \frac{\xi}{2} \sum_{k \neq 0} f(kL) \frac{n_2^2 \xi^2}{(n_1^2 + n_2^2 \xi^2)^{5/2}} \left[2(1 - \frac{1}{2} \sin 2x) \cos 2\varphi_k + 1 \right]$$

$$F(\xi, d/R) = -\left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \frac{\xi^3}{2} \sum_{k \neq 0} f(kL) \frac{n_2^2}{(n_1^2 + n_2^2 \xi^2)^{5/2}} \left[2(1 - \frac{1}{2} \sin 2x) \cos 2\varphi_k + 1 \right]$$

Date.

Асимпт. разложение $g_{\mu\nu}(x) = C_1(x) + C_2(x)$.

первое замечание

$$\sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=1}^{\infty} F(n_1, n_2) = \sum_{n_1=1}^{\infty} \left\{ \sum_{n_2=1}^{n_1^*} F(n_1, n_2) + \sum_{n_2=n_1^*+1}^{\infty} F(n_1, n_2) \right\} =$$

$$= \sum_{n_2=1}^{\infty} \sum_{n_1=1}^{n_2^*} F(n_1, n_2) + \sum_{n_2=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{n_1=1}^{\infty} F(n_1, n_2) = \sum_{n_2=1}^{\infty} \left(\sum_{n_1=1}^{n_2^*} + \sum_{n_1=n_2^*+1}^{\infty} \right) +$$

$$+ \sum_{n_2=n_1^*+1}^{\infty} \left(\sum_{n_1=1}^{n_2^*} + \sum_{n_1=n_2^*+1}^{\infty} \right) = \sum_{n_2=1}^{\infty} \sum_{n_1=1}^{n_2^*} + \sum_{n_2=1}^{\infty} \sum_{n_1=n_2^*+1}^{\infty} +$$

$$+ \sum_{n_2=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{n_1=1}^{n_2^*} + \sum_{n_2=n_1^*+1}^{\infty} \sum_{n_1=n_2^*+1}^{\infty}$$

здесь $C_1(x), C_2(x)$ - то же, в остальных $\sum_{n_1, n_2}$ - усреднено.

Вспомогательное соотношение n_1^*, n_2^* всегда можно задать $x = kR = r\sqrt{n_1^2 + n_2^2} > 4$. Например $n_1^* = n_2^* = 3$ уже хорошо.

→ Намные в $w_m(\varphi_0)$ члены $\cos 2\varphi_k$ относятся к uniaxial, а $\cos^2 2\varphi_k \rightarrow \cos 4\varphi_k$ к fourfold anisotropy (?). А есть ли в "buckle" state с малых $\varphi_0 \ll 1$ вбавку члены $\hat{Q}$?

$$m_x(\vec{p}) = \frac{-p \sin \varphi}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}} = -\frac{p \sin \varphi}{s} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \varphi) \frac{p^n}{s^n} =$$

$$= -\frac{p}{s} \sin \varphi \left[1 + \frac{p}{s} \cos \varphi + O(p^2/s^2) \right]$$

$$m_y(\vec{p}) = \frac{p \cos \varphi - s}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2ps \cos \varphi}} = (p \cos \varphi - s) \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \varphi) \frac{p^n}{s^n} =$$

$$= \frac{1}{s} \left[p \cos \varphi + \frac{p^2}{s} \cos^2 \varphi + (-s) - p \cos \varphi - \frac{p^2}{2s} (3 \cos^2 \varphi - 1) + O(p^3/s^2) \right] =$$

$$= -1 + \frac{p^2}{2s^2} \sin^2 \varphi + O(p^3/s^2)$$

$$Q_{\alpha\beta} = L \int_{S_1} d^2 \vec{p} \left[3m_\alpha x_\beta + 3m_\beta x_\alpha - 2\delta_{\alpha\beta} (\vec{m} \cdot \vec{p}) \right]_{\vec{p} \cdot \vec{x} = y} \quad \text{см. 6/11.}$$

Для "buckle" dot (мерен из одного vertex'a с учетом биего)

$$m_z = 0. \quad \vec{m} \cdot \vec{p} = p m_x \cos \varphi + p m_y \sin \varphi = p \left[-\frac{p}{s} \sin \varphi \cos \varphi (1 + \frac{p}{s} \cos \varphi) + \right.$$

$$\left. + (-\sin \varphi) + \frac{p^2}{2s^2} \sin^3 \varphi \right] \rightarrow \int_0^{2\pi} d\varphi (\vec{m} \cdot \vec{p}) = 0. \quad Q_{zz} = 0, \quad Q_{\alpha z} = 0.$$

$$Q_{xx} = 3L \int d^2 \vec{p} m_x x = 6L \int d^2 \vec{p} (-1) \frac{p^2}{s} \sin \varphi \cos \varphi (1 + \frac{p}{s} \cos \varphi) = 0$$

$$Q_{yy} = 6L \int d^2 \vec{p} m_y y = 6L \int d^2 \vec{p} p \sin \varphi \left[-1 + \frac{p^2}{2s^2} \sin^2 \varphi \right] = 0$$

$$Q_{xy} = 3L \int d^2 \vec{p} [m_x y + m_y x] = 3L \int d^2 \vec{p} p \left[-\frac{p}{s} \sin^2 \varphi (1 + \frac{p}{s} \cos \varphi) + \right.$$

date. 22.07.

SW wires

Упорядочим факторы расчёта SW wires для нашего эксперимента. Демонстрация (см. 17/21). Filloc wire, $\kappa = 600 \text{ Ge}$, $\omega_H = 10.2 \text{ keV}$, $w = 1 \mu\text{m}$, $L = 30 \mu\text{m}$.

группа	0	1	2	3	4	5
7.5 (0.250)	9.2	11.1	12.6	13.5	14.3	
-	9.8	11.4	12.7	13.6	14.5	
-	(0.306) 9.2	(0.361) 10.9	(0.401) 12.1	(0.432) 13.0	(0.456) 13.7	
-	(0.306)	(0.363)	(0.404)	(0.437)	(0.463)	
-	9.2	10.9	12.2	13.2	13.9	

наибольший фактор от 17/21

наибольший фактор с направлением на ось

наибольший фактор от 17/21: $\omega_m^2 = (\omega_H + 1 + \frac{\lambda_m}{4\pi})(\omega_H - \frac{\lambda_m}{4\pi})$, $\omega_H = \frac{0.6}{10.2} = 0.059$

$\lambda_n = C3$ $\lambda_n m_n(x) = \int_{-y/2}^{y/2} dx g(x, x') m_n(x')$, $g(z) = \frac{2}{p} \ln(\frac{z^2}{z^2 + p^2})$

для $p \ll 1$ можно считать $\lambda_n = -4\pi + C_n p$ - эр. гр.

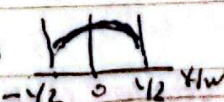
$\tilde{\lambda}_n m_n(x) = \int_{-y/2}^{y/2} dx' g_L(x, x') m_n(x')$, $g_L(z) = \frac{p}{\pi} \frac{1}{z^2 + p^2}$

тогда $\tilde{\lambda}_n = 1 - \frac{p}{2\pi} C_n = -1 - \frac{1}{2\pi} \lambda_n$. $-\frac{\lambda_n}{4\pi} = \frac{1}{2}(\tilde{\lambda}_n + 1)$.

Для расчёта сдвига надо $\omega_H \rightarrow \Omega_{mo} = \omega_H + \alpha' \pi_{mo}^2$,

$\pi_{mo} = \frac{\pi m}{w}$. $\alpha' = \frac{\lambda}{4\pi} = 2.5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$

$\omega_{ex}^m = \alpha' (\frac{\pi m}{w})^2 = 2.5 \cdot 10^{-13} \frac{\text{cm}^2}{(10^{-4})^2 \text{cm}^2} \pi^2 m^2 = 2.47 \cdot 10^{-4} m^2$.
($m=1, 2, 3, \dots$ номер моды)

для $m=1$  $\approx$ сдвиг. первой SW моды wires.

тогда $\omega_m^2 = [\omega_H + \omega_{ex}^m + 1 + \frac{\lambda_m}{4\pi}][\omega_H + \omega_{ex}^m - \frac{\lambda_m}{4\pi}]$

SW wires с направлением на ось.

Взглянув на Table, что направление на ось ω_{ex}^m , то и меньше ω_m в напр. направлении, но неосуществима для сдвига f_m -элем. с $m=3, 4, 5$.

Date. . .

Vortex - complex description

Резюме по комплексному описанию тонких гребней $\vec{m}(\vec{r})$

1) гребень не эллипсоид $\rightarrow \vec{m}(\vec{r})$ неоднородно и описывается возмущенным состоянием обмен. зарядов $\rightarrow f(z)$, $z = x + iy$, где $f(z)$ - аналит. функция (в поле внешнего тока)

2) $f(z)$ разложена в ряд по $(z - a_i)^j$ и/или $(z - b_i)^{-j}$, каждый член которого - "солитон" или "антисолитон"
 $w(z) = f(z)$, $\vec{m}$ через $w(z)$

3) Требование min энергии (face surface charges) m_z
 формальных зарядов приводит к $w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|}$ - безгребневая "море"-область

4) Требование min боковых поверх. зарядов $(\vec{m} \cdot \vec{n})_S = 0$
 суммарно нулю (не равна 0 в $H \neq 0$) и приводит к $\vec{m}(\vec{r})$ зависящему от 4-параметров $C, A, \bar{A}$ и d (независимых)
 Делением на это $f(z) = B(z - z_1)(z - z_2)$ - безгребневая область

5) $f(z)$ имеет разрыв по-прежнему, + к. $E_{ex} \sim Q \sim |V|, |H|$ обмен. энергии и тонк. заряду Q , определяем как $\max(\mu, \nu)$ - максимум степени точности или размерности f

6) Самый простой: $f(z) = az + b \rightarrow$ "rigid" v. model $f(z) = \frac{z - a}{z - \bar{a}}$
 ($f(z) = \text{const}$ - тривиально и соответствует ground state $\vec{m} = \text{const}$ of E_{ex})
 Следующее по сложности $f(z) = \frac{az + b}{cz + d} \rightarrow$ "Conformal" model $\left(\frac{z - a}{z - \bar{a}}\right)$
 $f(z) = cz + A - \bar{A}z^2$ - "quadratic" model, $Q=2$. $\left(\frac{z - a}{1 - \bar{a}z}\right)$
 $Q=1$

Вместо "rigid" v. model - one vortex (soliton)
 "Flower", "Conformal" and "quadratic" models в сумме - the soliton
 ($\vec{B} = (\vec{m} \cdot \vec{n})_S = 0$)

$f(z) = -A(z - z_1)(z + z_1)$ - "flower" state $(2g/\sqrt{2})$ - two solitons (Skyrmions)

"Flower" state "quadratic" m. распадаются на две
 $f(z) = az^2 + bz + c$ с $Q=2$.

Plan Memo

H_n

radiation, dip. coupling
(dip. interaction)
general coupling

Date. Magnon $H_n(d/R)$ for radiation, lat. of coupled dets.
B. gen. unperturbed generalized radiation $\langle M^2 \rangle_{S_d} = M_2^2$

$\vec{H} \parallel \text{Oy}, \varphi_n = \pi/2$, range (ca. 15/100) $\langle m_x \rangle_{S_d} = 0$, $\langle m_y \rangle_{S_d} = 1 - \frac{1}{8} \frac{1}{S^2}$

$$W_m(s) = \frac{3\pi^2}{S_0} \langle \vec{M} \rangle_{S_d}^2 \sum_k f(kL) \frac{J_1^2}{k^2} \cos^2(\varphi_k - \varphi_n) =$$

$$= (\dots) \left(1 - \frac{1}{8} s^2\right)^2 = (\dots) \left(1 - \frac{1}{4} \frac{1}{s^2}\right) = 2\pi \left[\frac{4\pi}{S_0} \sum_k f \frac{J_1^2}{k^2} \cos^2(\varphi_k - \varphi_n) + O(k s^4) \right]$$

$$= \frac{1}{4} \frac{1}{s^2} \frac{4\pi}{S_0} \sum_k f \frac{J_1^2}{k^2} \cos^2(\varphi_k - \varphi_n) = 2\pi \left[F_1(\beta, \frac{1}{2}, \varphi_n) - \frac{1}{s^2} \frac{\pi}{S_0} \sum_k f \frac{J_1^2}{k^2} \cos^2(\varphi_k - \varphi_n) \right], \frac{1}{s^2} = \varphi^2, F_1(\beta, \frac{1}{2}) \xrightarrow{\frac{1}{2} \rightarrow 0} F_1(\beta)$$

$$W_m(\varphi_0) = W_m(0) - \varphi_0^2 (2\pi) \frac{\pi}{S_0} \sum_k (\dots) = W_m(0) - \frac{\pi}{2} \varphi_0^2 F(\beta, \frac{1}{2})$$

$$F(\beta, \frac{1}{2}) = \frac{4\pi}{S_0} \sum_k f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} \cos^2(\varphi_k - \varphi_n) \quad \text{--- gen. } H_n, \varphi_0^2 \propto 1$$

C. general coupling $\cos^2 d (C_1 \cos 2d + C_2) = C_1 - (C_1 + C_2) \cos 2d + C_1 \cos^2 2d$
 $+ C_1 \cos^2 2d = C_2 - (C_1 + C_2) \cos 2d + C_1 \frac{1}{2} (1 + \cos 4d) =$
 $= \frac{1}{2} C_1 + C_2 - (C_1 + C_2) \cos 2d + \frac{C_1}{2} \cos 4d, d = \varphi_k - \varphi_n. f(\varphi_n) \sim \frac{1}{2} \frac{1}{s^2}$

$\rightarrow$ Ho. $\varphi_n d/R \rightarrow \infty$ $F(\beta, \frac{1}{2}) \sim F_1(\beta) \sim \int \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$
unperturbed unperturbed $\sim \int \frac{dt}{t} f(\beta t) [J_1^2(t) - J_2^2(t)]$ isolated separated

B. $\vec{k}$ - unperturbed generalized radiation dip. coupling
 $\vec{M}(\vec{p}) \rightarrow \langle \vec{M}(\vec{p}) \rangle_{S_d}$ na range unperturbed. Then more
general to be seen n' - general unperturbed radiation $n' (n' \neq n)$.

Ca. 13/I 007. : $W_m = -\frac{1}{2S} \sum_{nn'} \int d^3 \vec{p} \int d^3 \vec{p}' g_{\alpha\beta}(\vec{p} + \vec{R}_n, \vec{p}' + \vec{R}_{n'}) M_n^\alpha(\vec{p}) M_{n'}^\beta(\vec{p}')$
 (na eq. general radiation)

$$g_{\alpha\beta}(\vec{p} + \vec{R}_n, \vec{p}' + \vec{R}_{n'}) = -\frac{1}{\pi} \int d^2 \vec{k} f(kL) \frac{k_x k_\beta}{k^2} e^{i\vec{k}(\vec{p} + \vec{p}')} e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})}$$

$\vec{p}$ - generalized radiation coupling, $\vec{R}_n$ - generalized radiation (perturbed)

$$W_m = -\frac{1}{2S} N \int d^3 \vec{p} \int d^3 \vec{p}' g_{\alpha\beta}(\vec{p} + \vec{R}_n, \vec{p}' + \vec{R}_{n'}) M_n^\alpha(\vec{p}) M_{n'}^\beta(\vec{p}') -$$

$$-\frac{1}{2S} \sum_{nn'} \int d^3 \vec{p} \int d^3 \vec{p}' g_{\alpha\beta}(\vec{p} + \vec{R}_n, \vec{p}' + \vec{R}_{n'}) \langle M_n^\alpha \rangle \langle M_{n'}^\beta \rangle$$

--- dip. unperturbed radiation general

Plan Memo

$$\sum_{n=1}^N f(\vec{R}_{nn'}) = N \sum_n f(\vec{R}_n)$$

Use van der Waals. analog of harmonic. van der Waals. $n=1, \dots, N$ array.

$$H_d^{(n)}(\vec{r}) = \int_{V_d^{(n)}} d^3r' G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') M_{\beta}^{(n)}(\vec{r}') + \sum_{n' \neq n} \frac{V_d}{R_{nn'}^3} \left[3 \frac{\vec{R}_{nn'} (\vec{R}_{nn'} \cdot \langle \vec{M}^{(n')} \rangle)}{R_{nn'}^2} - \langle \vec{M}^{(n')} \rangle \right]$$

$$W_m(\text{cogno. gora}) = -\frac{1}{2} \int_{V_d^{(n)}} d^3r \vec{M}^{(n)}(\vec{r}) \cdot \vec{H}_d^{(n)}(\vec{r}) = \left[\vec{H}_d^{(n)} = \vec{H}_d(\text{self}) + \vec{H}_d^{(n')} \right]$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{V_d^{(n)}} d^3r \int_{V_d^{(n)}} d^3r' G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') M_{\alpha}^{(n)}(\vec{r}) M_{\beta}^{(n)}(\vec{r}') -$$

$$-\frac{1}{2} \int_{V_d^{(n)}} d^3r \vec{M}^{(n)}(\vec{r}) \cdot \sum_{n' \neq n} \frac{V_d}{R_{nn'}^3} \left[3 \frac{\vec{R}_{nn'} (\vec{R}_{nn'} \cdot \langle \vec{M}^{(n')} \rangle)}{R_{nn'}^2} - \langle \vec{M}^{(n')} \rangle \right] =$$

$$= V_d \cdot W_m(\text{self}) - \frac{1}{2} V_d \langle \vec{M}^{(n)} \rangle \cdot \sum_{n' \neq n} \frac{V_d}{R_{nn'}^3} \cdot$$

$$\cdot \left[3 \frac{\vec{R}_{nn'} (\vec{R}_{nn'} \cdot \langle \vec{M}^{(n')} \rangle)}{R_{nn'}^2} - \langle \vec{M}^{(n')} \rangle \right]$$

$$W_m(\text{array}) = \sum_n W_m(n) = -\frac{1}{2} \int_{V_d^{(n)}} d^3r \vec{M}^{(n)}(\vec{r}) \cdot \vec{H}_d^{(n)}(\vec{r}) =$$

$$= V_d N W_m(\text{self}) - \frac{1}{2} V_d^2 \sum_{n, n' (n' \neq n)} \frac{1}{R_{nn'}^3} \left[3 \frac{\vec{R}_{nn'} (\vec{R}_{nn'} \cdot \langle \vec{M}^{(n')} \rangle)}{R_{nn'}^2} - \langle \vec{M}^{(n')} \rangle \right] \cdot \langle \vec{M}^{(n)} \rangle$$

$$\rightarrow W_m(\text{array}) = W_m(\text{self}) + \frac{1}{2} \sum_{nn'} \frac{1}{R_{nn'}^3} \left[\vec{\mu}_n \cdot \vec{\mu}_{n'} - \frac{3}{R_{nn'}^2} (\vec{R}_{nn'} \cdot \vec{\mu}_n) (\vec{R}_{nn'} \cdot \vec{\mu}_{n'}) \right]$$

Van der Waals. analog of harmonic. van der Waals. $n=1, \dots, N$ array. $\vec{\mu}_n = V_d \langle \vec{M}^{(n)} \rangle$ - cogno. gora.

No currenty gora pacera $\mu_n(d/R)$ bca $\vec{\mu}_n \parallel \vec{\mu}_{n'} \parallel \vec{H}$.

$$\vec{\mu}_n = |\vec{\mu}_n| \frac{\vec{H}}{H} = \mu \frac{\vec{H}}{H} \quad \frac{\vec{H}}{H} = (\cos \varphi_H, \sin \varphi_H) \quad \frac{\vec{R}_{nn'}}{R_{nn'}} = (\cos \varphi_{R_{nn'}}, \sin \varphi_{R_{nn'}})$$

$$[\dots] = \mu^2 \left[1 - \frac{3}{R_{nn'}^2} (\vec{R}_{nn'} \cdot \frac{\vec{H}}{H})^2 \right] = \mu^2 \left[1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_{nn'}} - \varphi_H) \right]$$

$$W_m(\text{array}) = V_d N W_m(\text{self}) + \frac{1}{2} N \mu^2 \sum_n \frac{1}{R_n^3} \left[1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H) \right]$$

$$\rightarrow W_m(\text{na eg. } V_d \text{ \& det arrays}) = W_m(\text{self}) + \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{V_d} \sum_n \frac{1}{R_n^3} \left[1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H) \right]$$

$$W_m(\varphi_0) = W_m^{\text{self}}(\varphi_0) + (-\frac{\pi}{2}) \varphi_0^2 \int \frac{dt}{t} f(\beta t) [J_1^2(t) - J_2^2(t)]$$

$$\mu^2 = V_d^2 \langle \vec{M} \rangle^2 = V_d^2 M_s^2 \langle \vec{m} \rangle^2 = V_d^2 M_s^2 (1 - \frac{1}{4} \varphi_0^2)$$

$$W_m(\varphi_0) = W_m^{\text{self}}(\varphi_0) - \frac{\pi}{2} \varphi_0^2 [F_1(\beta) - F_2(\beta)] + \frac{1}{2} V_d (1 - \frac{1}{4} \varphi_0^2) \sum_n \Phi(R_n) =$$

Plan Memo

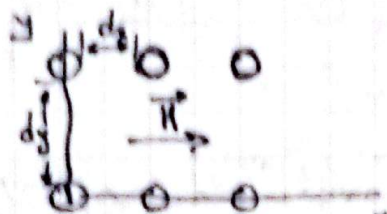
$$= W_m^{comp}(0) - \epsilon_0^2 \frac{\pi}{2} \left[F(\beta) + \frac{1}{4\pi} V_d \sum_n \Phi(R_n) \right]$$

Date:

$$= W_m^c(0) - \frac{\pi}{2} \epsilon_0^2 \beta^2 F(\beta, d/R)$$

$$F(\beta, d/R) = F(\beta) + \frac{1}{4\pi} V_d \sum_{n \neq 0} \frac{1}{R_n^3} [1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n})]$$

$\vec{R}_n$ - vector from center of atom to point, $\vec{R}_n$ - vector from point to center of atom.



участки $100 \mu\text{g}$. $100 \mu\text{g}$ и $100 \mu\text{g}$.
 $T_x = 2R + d_x$ - расстояние ($T_x < T_y$)

$$\vec{R}_n = (n_1 T_x, n_2 T_y) = T_y (n_1 \frac{T_x}{T_y}, n_2)$$

$$\vec{\xi}^{-1} = \frac{T_x}{T_y} = \frac{2 + (d_x/2R)}{1 + (d_y/2R)} = \frac{1}{2} (1 + \frac{d_x}{2R})$$

$$d_y = 2R, d_x = d: \varphi_n = 0.$$

$$F(\beta, d/R) = F(\beta) + \frac{1}{4\pi} V_d \sum_{n \neq 0} \frac{1}{R_n^3} [1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n})]$$

$$\frac{1}{4\pi} V_d \frac{1}{R_n^3} = \frac{1}{4\pi} \pi R^2 L \frac{1}{R_n^3} = \frac{1}{4} \beta \left(\frac{R}{R_n} \right)^3 = \frac{1}{4} \beta R^3 \frac{1}{T_y^3 (n_1^2 \xi^{-2} + n_2^2)^{3/2}}$$

$$= \left| T_y = 2R + d_y = 2R + 2R = 4R \right| = \frac{1}{4} \beta \frac{1}{4^3 (n_1^2 \xi^{-2} + n_2^2)^{3/2}} = \frac{1}{4^4} \beta \frac{1}{(n_1^2 \xi^{-2} + n_2^2)^{3/2}}$$

$$\cos^2 \varphi_{R_n} = \frac{(R_x^x)^2}{|R_n|^2} = \frac{n_1^2 T_x^2}{n_1^2 T_x^2 + n_2^2 T_y^2} = \frac{n_1^2}{n_1^2 + n_2^2 \left(\frac{T_y}{T_x} \right)^2} = \frac{n_1^2}{n_1^2 + n_2^2 \xi^2}$$

$$F(\beta, d/R) = F(\beta) + \frac{\beta}{4^4} \sum_{n_1, n_2 (n_i \neq 0)} \frac{1}{(n_1^2 \xi^{-2} + n_2^2)^{3/2}} \left[1 - 3 \frac{n_1^2}{n_1^2 + n_2^2 \xi^2} \right]$$

$$\frac{H_n}{M_s} = 4\pi \left[F(\beta, d/R) - \frac{1}{\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \right]$$

$$\frac{H_n^{comp}(\beta, d/R)}{H_n^{isol}(\beta)} = \frac{F(\beta, d/R) - \frac{1}{\pi} (R_0/R)^2}{F(\beta) - \frac{1}{\pi} (R_0/R)^2} \approx \frac{F}{F(\beta)} = 1 + \frac{\beta}{4^4 F(\beta)} \sum_{n_1, n_2} (...)$$

$$2R = 420 \text{ nm}, d_y = 2R$$

d/R	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
$L=60 \text{ nm}$ H_n^{comp}/H_n^{isol}	-0.193	-0.044	0.091	0.188	278	356	423	481	532	577	617	652	683	711	735	758	778
$L=40 \text{ nm}$ H_n^{comp}/H_n^{isol}	-0.225	-0.072	0.057	0.166	259	339	408	467	520	566	606	642	674	703	728	751	772

Plan Memo

Plan: $\rightarrow$ Brunnian m. Coupling $\sim \frac{\beta}{F(\beta)}$ give $H_n(d/R)$.
 Date: Due $H_n(d/R)$ to gen. in $\mathbb{Z}_2$ and $\mathbb{Z}_2$ are integers.
 Coupling no. $\sum_{n=1}^{\infty} (n-1) \text{ dyges} \sim \frac{\beta}{F_1(\beta)}$.
 no top. $\rightarrow$ $F(\beta)$ and $F_1(\beta)$.

Date. Дана $\Pi_{\text{ан}}(d/R)$ в гн. и приближенно две интеграл
 Sampling попутно аналогичную $\kappa(\kappa)$ - функцию,
 no коэф. или $\sum_{n=1}^{\infty} (n-1)$ будет $\sim \frac{\beta}{F_1(\beta)}$.
 $F_1(\beta)$ задано.

Т.к. $F_1(\beta)$ знаменное больше $F_1(\beta)$
 $F(\beta) = F_1(\beta) - F_2(\beta)$
 то в случае coupling на $H_n(d/R)$ будет
 знаменное, чем на $H_n(d/R)$.

Die Han uz sursen
magnet w/m $\mu = M_s s V_d$ dip-dip geogringu 23.07.
 $\frac{\mu^2}{V_d} = \frac{1}{V_d} M_s^2 s^2 V_d = M_s^2 V_d s^2$

$$W_{in}^{Comp}(s) = W_{in}^{Self}(s) + \frac{1}{2} V_d s^2 \sum_n \Phi(R_n)$$

$$W_{\text{self}}(s) = W_m^s(0) + 2\pi F_1(\beta) s^2$$

$$W_m^{\text{Goup}}(s) = W_m^S(0) + 2\pi F_1(\beta) s^2 + \frac{1}{2} V_d s^2 \sum_n \Phi(R_n) =$$

$$= W_m^S(0) + 2\pi \left[F_1(\beta) + \frac{1}{4\pi} V_d \sum_n \Phi(R_n) \right] s^2 = (s=0) + 2\pi F_1(\beta_d) s^2$$

$$\rightarrow F_1(\beta, \phi/R) = F_1(\beta) + \frac{V_0}{4\pi} \sum_n \Phi(R_n) \quad \text{give Han, } H_{\text{an}} = 4\pi F_1 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2$$

$$\frac{H_{an}^{comp}(\beta, d/R)}{H_{an}^{isol}(\beta)} = \frac{4\pi F_1(\beta, d/R) - (R_0/R)^2}{4\pi F_1(\beta) - (R_0/R)^2} \approx \frac{F_1(\beta, d/R)}{F_1(\beta)} = 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\beta}{F_1(\beta)} \right) R^3 \sum_n \phi(R_n)$$

Plan Memo

Exchange integral theorem

Date. 26. 07.

Given 6 $\vec{m}$ -components in equilibrium.

$$W_{ex} = \frac{C}{2} [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] = \frac{C}{2} \sum_d (\nabla m_d)^2$$

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla: (\vec{m}^2 = 1)$$

$$m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$$

$$\nabla^2 m_d^2 = 2 m_d \nabla^2 m_d + 2 (\nabla m_d \cdot \nabla m_d)$$

$$\nabla^2 \sum_d m_d^2 = 2 \sum_d m_d \cdot \nabla^2 m_d + 2 \sum_d (\nabla m_d)^2 = 0$$

$$\text{i.e. } \sum_d (\nabla m_d)^2 = - \sum_d m_d \nabla^2 m_d = - \vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m}$$

$$W_{ex} = \frac{C}{2} \int dV \sum_d (\nabla m_d)^2 = - \frac{C}{2} \int dV \vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m}$$

$\int dV m_d \cdot \nabla^2 m_d \rightarrow$ disappears & $\int dS$ vanishes
 & $w(z, \vec{z})$ - surface & derivative.

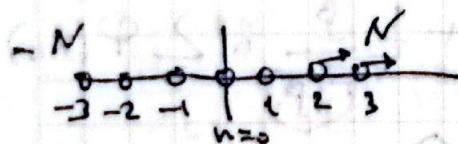
~~~~~  $H_n$ , Han dot array (isotropic)

27/07 // When discussing  $H_n$ , Han of coupled dot array  
 & dip-dip interaction give interdot coupling, boz-  
 number  $\sum_n \Phi(R_n) = \sum_n \frac{1}{R_n^3} [1 - 3 \cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H)]$

Even array = 1D system  $\parallel O_x$   $\rightarrow$   $\vec{R}_n \parallel O_x$ ,  $\varphi_{R_n} - \varphi_H = 0$

$$\sum_n \Phi(R_n) = \sum_{n \neq 0} \frac{1}{R_n^3} [1 - 3] = (-2) \sum_n \frac{1}{R_n^3}, \quad n=0 \text{ - center dot}$$

$$R_n = n T_x, T_x = 2R + d \rightarrow \sum_n \Phi(R_n) = (-2) \frac{1}{T_x^3} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{|n|^3}$$



lycra & system  $(2N+1)$  dots, large  
 give comparison gas

$$\rightarrow F(\beta, d/R) = F(\beta) + \frac{V_d}{4\pi} \sum_n \Phi(R_n) = F(\beta) + \frac{1}{4} \beta R^3 \frac{(-2)}{T_x^3} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{|n|^3}$$

$$= F(\beta) + \frac{1}{4} \beta \left(\frac{R}{T_x}\right)^3 (-2) \cdot 2 \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^3} = F(\beta) - \frac{1}{2} \beta \frac{1}{(1+d/2R)^3} \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^3}$$

У нас  $N=3(!)$   $2N+1=7$  dots in chain.

When  $N \rightarrow \infty$   $\sum_{n=1}^N \frac{1}{n^3} = \zeta(3) = 1.202$  Riemann Zeta function

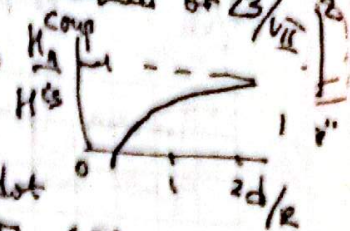
When  $N=3$   $\sum_{n=1}^3 \frac{1}{n^3} = 1.162$  give series sum  $N \rightarrow \infty$ .

$\rightarrow$  Paves  $H_n(d/R)$  in p. system  $N=100$  (K) series sum



# Memo

paucorum que 2D array & dip-dip w/ uniformity of 23/100  
 T.e.  $\frac{H_n^{comp}(\beta, d/R)}{H_n^{isol}(\beta)}$  uger ammoson magko  $\frac{H_n^{comp}}{H_n^{isol}}$



no geo He & nonuniformity ytes interdot  
 coupling, a & ammoson mardun  $H_n(\beta) \sim F_1(\beta)$  que 2R=420 nm  
 magko zabunat bunnma coupling  $\sim \frac{\beta}{F_1(\beta)}$   
 distribucio, que paucos 2R=420 nm  $H_n \sim F_1(\beta)$  zabunat bunnma  
 ammoson  $H_n$  - micromag. Calc. u  $H_n$  - exp.

$$H_n^{comp}(\beta, d/R) - H_n^{isol} = H_n \left[ F(\beta, d/R) - \frac{1}{\pi} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \right] - \frac{1}{\pi} \left[ F(\beta) - \frac{1}{\pi} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \right] H_n = 4\pi \left[ F(\beta, d/R) - F(\beta) \right] M_s$$

dip-dip w/ uniformity:

$$\frac{H_n^{comp}}{M_s}(\beta, d/R) - \frac{H_n^{isol}}{M_s}(\beta) = 4\pi \left( \frac{M_s}{4\pi} \right) \sum_n \Phi(R_n) = \pi \beta \sum_n \left( \frac{R}{R_n} \right)^3 \left[ 1 - 3 \cos^2(\theta_n) \right]$$

$$\frac{R}{R_n} = \frac{R}{\sqrt{n_1^2 T_z^2 + n_2^2 T_y^2}} = \frac{R}{T_y \sqrt{n_1^2 z^2 + n_2^2}} = \frac{R}{(2R+2R)\sqrt{z}} = \frac{1}{4\sqrt{n_1^2 z^2 + n_2^2}}$$

$$\frac{H_n^{comp}}{M_s}(\beta, d/R) - \frac{1}{M_s} H_n^{isol}(\beta) = \pi \beta \frac{1}{4^3} \sum_n \frac{1}{(n_1^2 z^2 + n_2^2)^{3/2}} \left[ 1 - 3 \frac{n_1^2}{n_1^2 z^2 + n_2^2} \right]$$

que zabunat.  $\beta$  &  $\beta = \beta(d) = \frac{2}{1 + \frac{1}{2}(\frac{d}{R})}$ ,  $d_y = 2R$  is fixed.

t.e. nucleatib w/ magko  $\beta$  none  $H + H_{dip}^{comp} = H^{ef}$   
 $H_{dip}^{comp} \parallel \langle \vec{M} \rangle \rightarrow W_m^{comp} < 0$ . Ho y caben nucleatib  $H^{ef} = H_n^{isol}$   
 $H_n^{comp} + H_{dip}^{comp} = H_n^{isol} \rightarrow M_s \Delta h_n(d/R) = H_n^{comp}(d/R) - H_n^{isol} = -H_{dip}^{comp}(d/R)$

$\Delta h_n(d/R) = -\frac{1}{M_s} H_{dip}^{comp}(d/R)$  - cgbur  $H_n$  & array w/ magko:  $H^{comp}(d/R)$   
 paucos  $(n=0)$  co bcbur of. array (pemeran gaoos).

| Rect. array, $d_y = 2R$ , $L = 40-60$ nm, $R = 210$ nm |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $d/R$                                                  | 0.1   | 0.2   | 0.3   | 0.4   | 0.5   | 0.6   | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.0   | 1.1   | 1.2   | 1.3   | 1.4   | 1.5   | 1.6   | 1.7   | 1.8   |
| $\frac{H_n^{comp}}{H_n^{isol}}$                        | 0.533 | 0.466 | 0.405 | 0.354 | 0.312 | 0.276 | 0.245 | 0.219 | 0.196 | 0.176 | 0.159 | 0.143 | 0.128 | 0.118 | 0.108 | 0.098 | 0.088 | 0.078 |
| $\frac{H_n^{comp}}{H_n^{isol}}$                        | 0.353 | 0.310 | 0.270 | 0.236 | 0.208 | 0.184 | 0.163 | 0.146 | 0.130 | 0.117 | 0.106 | 0.096 | 0.087 | 0.079 | 0.072 | 0.065 | 0.058 | 0.051 |
| $\frac{H_n^{comp}}{H_n^{isol}}$                        | 0.182 | 0.163 | 0.142 | 0.124 | 0.109 | 0.095 | 0.085 | 0.075 | 0.066 | 0.058 | 0.052 | 0.046 | 0.041 | 0.037 | 0.034 | 0.031 | 0.028 | 0.025 |

$\frac{1}{\beta} \Delta h_n(\beta, d/R) = f(d/R)$  - paucos - ymagko. w/ magko & dip-dip w/ uniformity



# Plan Memo

27/VII

Date.

Exchange energy transformations.

Т-на форма  $\oint \Phi \vec{\nabla} \Phi \cdot d\vec{S} = \oint_S \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS = \int_V [\Phi \nabla^2 \Phi + (\vec{\nabla} \Phi)^2]$   
 где масса функции  $\Phi(\vec{r})$ . Пусть  $\Phi(\vec{r}) = m_\alpha(\vec{r})$

$$\oint_S dS m_\alpha \frac{\partial m_\alpha}{\partial n} = \int_V [m_\alpha \nabla^2 m_\alpha + (\vec{\nabla} m_\alpha)^2]$$

$$\sum_{\alpha=x,y,z} (1.) \rightarrow \oint_S dS \vec{m} \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = \int_V [\vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m} + \sum_{\alpha} (\vec{\nabla} m_\alpha)^2]$$

то-то же  $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}\right)_S \cdot \vec{m}(S) = 0$  (это тем. для  $\vec{m}^2=1$ )  $\int_V \sum_{\alpha} (\vec{\nabla} m_\alpha)^2 = - \int_V \vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m}$  var 26/VII

Для 2D-случая  $\vec{m}(p)$   $W_{ex} = \frac{C}{2} \int_V \sum_{\alpha} (\vec{\nabla} m_\alpha)^2 = \frac{1}{2} CL \int dS \sum_{\alpha} (\vec{\nabla} m_\alpha)^2$

$\int dS = \int d^2 p = \int dx dy = \int dS_z$ . Перегруппируем  $\sum_{\alpha} (\vec{\nabla} m_\alpha)^2$  var  
 z-компоненты  $\text{rot } \vec{A}$ . Тогда  $\int dS_z (\text{rot } \vec{A})_z = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{L}$

C-компоненты (нормальная) угловых.

$$\text{rot rot } \vec{m} = \text{grad}(\text{div } \vec{m}) - \nabla^2 \vec{m}$$

$$\text{div } \vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}, \quad \nabla \cdot \vec{m} = i \frac{\partial m_\alpha}{\partial x} + j \frac{\partial m_\alpha}{\partial y} = \text{grad } m_\alpha$$

$$\text{rot } \vec{m} = i \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} \right) + j \left( -\frac{\partial m_z}{\partial x} \right) + k \left( \frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y} \right)$$

В случае координат  $(\vec{m})$   $W_{ex} = \frac{C}{2} [(\nabla \Theta)^2 + \sin^2 \Theta (\nabla \Phi)^2]$

$$m_x = \sin \Theta \cos \Phi, \quad m_y = \sin \Theta \sin \Phi, \quad m_z = \cos \Theta$$

$$m_x + i m_y = \sin \Theta e^{i\Phi}, \quad \frac{m_x + i m_y}{1 - m_z} = \frac{\sin \Theta e^{i\Phi}}{1 - \cos \Theta} = \cot \frac{\Theta}{2} e^{i\Phi}$$

$$m^+ = m_x + i m_y = \frac{2W(z, \bar{z})}{1 + |W|^2}, \quad m_z = \frac{1 - |W|^2}{1 + |W|^2}, \quad W(z, \bar{z}) = \begin{cases} f(z), & |f| < 1 \\ S(z)/f(z), & |f| > 1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) W = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) (W + iV) = \frac{1}{2} \text{div } \vec{m} + \frac{1}{2} (\text{rot } \vec{m})_z$$

$$W_{ex} = -\frac{C}{2} \int_V \vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m} = -\frac{1}{2} CL \int dS \vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m} \quad \text{так } \vec{m} \neq f(z).$$

$$\vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m} = m_x \nabla^2 m_x + \dots = \frac{(\text{rot } \vec{A})_z}{(\text{rot } \vec{A})_z} = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}$$

Буд.  $\text{div}(\vec{m} \times \text{rot } \vec{m} + \vec{m} \text{div } \vec{m}) = \text{div}(\vec{m} \times \text{rot } \vec{m}) + \text{div}(\vec{m} \text{div } \vec{m}) =$

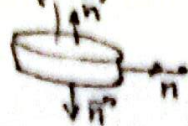
$$= -\vec{m} \cdot \text{rot rot } \vec{m} + \text{rot } \vec{m} \cdot \text{rot } \vec{m} + (\text{div } \vec{m}) \cdot \text{div } \vec{m} + \vec{m} \cdot \text{grad div } \vec{m} =$$

$$= (\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 + \vec{m} \cdot [\text{grad div } \vec{m} - \text{rot rot } \vec{m}] =$$

$$= (\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 + \vec{m} \cdot \nabla^2 \vec{m} = (\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 - \sum_{\alpha} (\vec{\nabla} m_\alpha)^2$$



# Memo



$$\sum (\nabla m_k)^2 = (\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 - \text{div} [\vec{m} \times \text{rot } \vec{m} + \vec{m} \cdot \text{div } \vec{m}], \vec{m}^2 = 1.$$

$$\int dV \sum (\nabla m_k)^2 = \int dV [(\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2] - \int dV \text{div} [\vec{m} \times \text{rot } \vec{m} + \vec{m} \cdot \text{div } \vec{m}]$$

$$\int dV \text{div} [\dots] = \int dV [(\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2] - \oint_{S_d} [\vec{m} \times \text{rot } \vec{m} + \vec{m} \cdot \text{div } \vec{m}] \cdot d\vec{S}$$

$$\int_{S_d} \sum (\nabla m_k)^2 = L \int dS_d [(\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2] - \int dS_d \vec{n} \cdot [\vec{m} \times \text{rot } \vec{m} + \vec{m} \cdot \text{div } \vec{m}]$$

$$\left\{ \int_{S_{\text{top}}} d^2 \vec{\rho} \frac{\hat{z}}{2} [\dots]_{+1/2} + \int_{S_{\text{bot}}} d^2 \vec{\rho} \left( -\frac{\hat{z}}{2} \right) [\dots]_{-1/2} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \{ \dots \} = 0, \text{ т.к.} \\ \{ \dots \} \text{ не задано.} \\ dS_{\text{top}} = d^2 \rho \end{array} \right.$$

$$\int_{S_d} \sum (\nabla m_k)^2 = L \int dS_d [(\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2] - L \oint_C d\ell [\vec{n} \cdot \vec{m} \times \text{rot } \vec{m} + (\vec{n} \cdot \vec{m}) \text{div } \vec{m}]$$

C - контур поверхности (d\ell = R d\phi \text{ где R/2 - радиус})

$$\int_{S_d} \sum (\nabla m_k)^2 = \int dS_d [(\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2] - \oint_C d\ell [\vec{n} \cdot \vec{m} \times \text{rot } \vec{m} + (\vec{n} \cdot \vec{m}) \text{div } \vec{m}]$$

$$(\text{rot } \vec{m})^2 = |\text{б. мерона}| = \left( \frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y} \right)^2 = \left( 2 \text{Im} \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2$$

$$(\text{div } \vec{m})^2 = \left( 2 \text{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2, m^+ = m_x + i m_y$$

$$(\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 = \left( 2 \text{Re} \frac{\partial m^+}{\partial z} \right)^2 + \left( 2 \text{Im} \frac{\partial m^+}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_z}{\partial x} \right)^2 =$$

$$= 4 \left| \frac{\partial m^+}{\partial z} \right|^2 + \left( \frac{\partial m_z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} \right)^2 = 4 \left| \frac{\partial m^+}{\partial z} \right|^2 + 4 \left| \frac{\partial m_z}{\partial z} \right|^2 =$$

$$= 4 \left| \frac{\partial m^+}{\partial z} \right|^2 + 4 \left| \frac{\partial m_z}{\partial z} \right|^2$$

$$\text{Б. мерона, } m_z = 0, |w| = 1, m^+ = w : (\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 = 4 \left| \frac{\partial w}{\partial z} \right|^2$$

$$\text{Б. солитона, } w(z, \bar{z}) = f(z) : (\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 = \dots$$

$$\frac{\partial m^+}{\partial z} = 2 \frac{\partial}{\partial z} \frac{f(z)}{1 + f(z)f(\bar{z})} = 2 \frac{f'(z)}{1 + |f|^2} + 2 f(z) \frac{(-1)}{(1 + |f|^2)^2} f(\bar{z}) f'(z) =$$

$$= \frac{2 f'(z)}{(1 + |f|^2)^2} [1 + |f|^2 - |f|^2] = \frac{2 f'(z)}{(1 + |f|^2)^2}$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1 - f\bar{f}}{1 + f\bar{f}} \right) = \frac{-f' \bar{f} (1 + f\bar{f}) - (1 - f\bar{f}) f' \bar{f}}{(1 + |f|^2)^2} =$$

$$= \frac{-2 \bar{f} f'(z)}{(1 + |f|^2)^2} \rightarrow (\text{rot } \vec{m})^2 + (\text{div } \vec{m})^2 = 4 \frac{4 |f'|^2}{(1 + |f|^2)^4} + 4 \frac{4 |f|^2 |f'|^2}{(1 + |f|^2)^4} =$$

$$= 16 \frac{|f'(z)|^2}{(1 + |f|^2)^3} - \text{б. солитона можно. Солитон имеет нулевую кривизну } \nabla^2 \vec{m}.$$



Quadratic model  $\rightarrow$  4 coefficients

$$y^2 m' = y^2 \frac{2f(x)}{1+|f|^2} = 4 \frac{y^2}{2x^2} \frac{2f(x)}{1+f(x)f(x)} = 4f(x) \frac{y^2}{2x^2} = 1$$
$$= 2 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{f}{1+fs} = 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{f(-1)}{(1+fs)^2} \right] = -2 f'(x) \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{(1+fs)^2}$$

$$= -2 f'(x) \frac{2fs'(1+fs)^2 - f^2(1+fs)f'}{(1+fs)^4} = -8 f' \cdot 2fs' \cdot \frac{1}{(1+fs)^3}$$

$$= -16 \frac{f(x) \cdot 1 \cdot f'(x)}{(1+fs)^3} \quad \text{на уровне,}$$

(1 + 55)<sup>3</sup>  
(T. a. bubble to 2D - <sup>any time, any place, any way</sup> (no problem to it))  
give way to <sup>obvious</sup> representation. no real problem,  
ignore rest  $v(z, \bar{z}) = f(z) + \bar{f}(\bar{z})$  primary (conjugate)  
very gentle method!

$$\iint_D \frac{\partial u(z, \bar{z})}{\partial \bar{z}} d\gamma d\eta = -\frac{i}{2} \oint_{\partial D} u(z, \bar{z}) d\bar{z}$$

$$w(r, t) = \frac{1}{2} \frac{g_0}{g_1} e^{g_1 t}$$

Одним из важнейших у иванов. людей

$$z \rightarrow z' = z + \frac{1}{a^2} (a - \bar{a} z^2), \quad f(z) = \frac{1}{e} \left( i\pi + \frac{1}{2} (a - \bar{a} z^2) \right) \quad \text{Cq. JAHN}$$

Cur. subcav. ang. quadratica modal. 05-22-23/II

$$E_c = 2\pi \left[ 2 - \ln c - \ln \frac{2}{1 + \sqrt{1 - a^2}} \right], \quad c = b/k.$$

$$R \text{ over, ag. mag. } \times \left( \frac{1}{2} L C \right) = \frac{1}{2} L R_0^2 M_s^2 \rightarrow W_{ex} = \frac{1}{2} L C \sin^2 [\dots] = \pi (R_0^2 M_s^2)$$

$$\rightarrow W_{\text{eff}} = \frac{1}{(\pi R^4 L) M_2^2} W_{\text{eff}} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[ 2 - \ln c - \ln \frac{2}{1 + \sqrt{1 - a^2}} \right], \quad a \neq 1$$

$$\ln \frac{2}{1 + \sqrt{1 - a^2}} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \ln [1 - a^2 \sin^2 \varphi] = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \left[ -a^2 \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} a^4 \sin^4 \varphi + O(a^6) \right] = +\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} a^2 \pi = \frac{1}{4} a^2$$

$$W_{\text{eff}}(a) = W_{\text{eff}}(0) - \frac{1}{4} \left( \frac{\rho_2}{a} \right)^2 a^2$$

a) Bestimmung der gemeinsamen Wurzeln von  $Z = Z_1$  und  $Z = Z_2$ :  $Z_{1,2} = \frac{1}{2} [1 \pm \sqrt{1 - 0}]$

Wm.  $a \rightarrow 0$   $z_1 \approx i \frac{a}{2}$ ,  $z_2 = i \frac{2}{a}$ . Unverändert  $z_1 z_2^* = 1$

→ Dual  $V_A$ :  $z_1, z_2^* = \frac{1}{a_2} [1 - \sqrt{c_1}] [1 + \sqrt{c_1}] = 1$  — unbounded  
unbounded

Torax Very Good. Conforms. neck. Ears unaltered. <sup>unborn</sup> Voluptuous <sup>unborn</sup> Voluptuous

$$f(z) = -\frac{a}{2c} (z-z_1)(z-z_2) \text{ g.m. } \text{Re } z, \text{ } z''.$$

1. Quadratic model



# Plan Memo

$\rightarrow W_m^{vol} = \frac{W_m}{M_s^2 V} = 2\pi a^2 F_1^V(\beta), \quad F_1^V(\beta) = \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(\beta k) \left[ \int_0^1 d\varphi J_1(k\rho) \right]$

date.

Kazo + solono Hamilton  $W_H$  (quasi-particles).

$\langle m_x \rangle = \frac{1}{S_d} \int d^2 \vec{\rho} m_x(\vec{\rho})$ . Umbral, two-core (soliton)   
 gauge function (um ero vnaag v penebrenno mas) u zamenen   
 na "soliton" na "meron".

$f(z) = W(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|} = \frac{iz + \frac{1}{2}a(1-z^2)}{\sqrt{[iz + \frac{a}{2}(1-z^2)][-i\bar{z} + \frac{a}{2}(1-\bar{z}^2)]}} =$

$= \frac{iz + \frac{a}{2}(1-z^2)}{\sqrt{z\bar{z} - i\bar{z}\frac{a}{2}(1-z^2) + iz\frac{a}{2}(1-\bar{z}^2) + \frac{a^2}{4}(1-z^2)(1-\bar{z}^2)}} = |c \text{ um. } \rho \text{ a}| =$

$= \frac{iz}{\sqrt{\rho^2 + a\rho(1+\rho^2)\sin\varphi}} + \frac{\frac{a}{2}(1-z^2)}{\rho} = \frac{iz}{\rho\sqrt{1 - \frac{a}{\rho}(1+\rho^2)\sin\varphi}} + \frac{a}{2\rho}(1-z^2) =$

$m_x(\vec{\rho}) = \text{Re } W = \text{Re} \frac{i\rho(\cos\varphi + i\sin\varphi) \left[ 1 + \frac{a}{2\rho}(1+\rho^2)\sin\varphi \right] + \frac{a}{2\rho}(1-\rho^2\cos 2\varphi)}{\rho} =$

$= -\sin\varphi + \left( \frac{1}{4} \frac{a}{\rho} - \frac{1}{4} a\rho + (\text{um } \sim \cos 2\varphi) \right)$

$\langle m_x \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^1 d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \left[ -\sin\varphi + \frac{1}{4} \frac{a}{\rho} - \frac{1}{4} a\rho + (\text{um } \sim \cos 2\varphi) + O(a^2) \right] =$

$= \frac{1}{4} 2a \int_0^1 d\rho \rho \left( \frac{1}{\rho} - \rho \right) = \frac{1}{2} a \int_0^1 d\rho (1-\rho^2) = \frac{1}{2} a \left[ 1 - \frac{1}{3} \right] = \frac{1}{3} a$

$\langle m_y \rangle = \frac{1}{\pi} \int d^2 \vec{\rho} \left\{ \text{Im } i(\cos\varphi + i\sin\varphi) \left[ 1 + \frac{a}{2\rho}(1+\rho^2)\sin\varphi \right] + \frac{a}{2\rho}(-\rho^2)\sin 2\varphi \right\} =$

$= \frac{1}{\pi} \int_0^1 d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \cos\varphi + \frac{a}{2\rho}(1+\rho^2)\cos\varphi\sin\varphi - \frac{1}{2} a\rho\sin 2\varphi \right\} = 0$

$\rightarrow W(a) = W_{ex}(a) + W_m^{vol}(a) + W_H(a) = W_{ex}(0) - \frac{1}{4} \left( \frac{\rho_0}{R} \right)^2 a^2 +$

$+ 2\pi a^2 F_1^V(\beta) - h_x \langle m_x \rangle = W(0) + \left[ 2\pi F_1^V - \frac{1}{4} \left( \frac{\rho_0}{R} \right)^2 \right] a^2 - \frac{1}{3} h a$

$W(a) = W(0) + \frac{1}{2} B a^2 - \frac{1}{3} h a, \quad B = 4\pi F_1^V(\beta) - \frac{1}{2} (R/\rho)^2$

$\frac{\partial W}{\partial a} = B a - \frac{1}{3} h = 0, \quad a_0 = \frac{1}{3B} h, \quad \langle m_x \rangle = \frac{1}{3} a_0 = \frac{1}{9B} h$

$\chi(a) = \frac{\partial \langle m_x \rangle}{\partial h} = \frac{1}{9B} = \frac{1}{9} \frac{1}{\left[ 4\pi F_1^V(\beta) - \frac{1}{2} (R/\rho)^2 \right]}$



29/VII

## Plan Memo

 $\chi$  - quadratic model of unit, dig

Date.  $\chi_{qu}^{-1} \approx 9.4\pi F_1^V(\beta)$  when  $\beta \ll 1$   $F_1^V(\beta) \approx 2\pi\beta$ ,  $\beta = 0.001$

$\chi_{qu}^{-1} \approx 9.4\pi \cdot 2\beta$ . Tenga van gina "dig" model.

Since  $\chi_{rig}^{-1} \approx 2\beta [\ln \frac{8}{\beta} - \frac{1}{2}]$ , we express both w/m  $\beta \ll 1$ .

Quadratic

$$\chi_{qu}^{-1}(\beta) \approx \chi_{rig}^{-1}(\beta) \text{ w/m } \beta \leq 0.1$$



for MCA D nuxo unites  $\int dk(\dots)$  &  $\chi_{qu}^{-1}$ .

Factor  $\chi_{qu}(\beta)$  nago upobeputo. Xase w/m  $\beta \ll 1$ .

$$\rightarrow F_1^V(\beta) = \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(\beta k) F_2^2(k), \quad F_2(k) = \int_0^1 d\beta \beta J_1(k\beta)$$

$$\text{we } f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1 - e^{-x}). \quad F_2(k) = \frac{1}{k} \int_0^k dx x J_1(x), \quad k\beta = x.$$

$$\text{w/m } k\beta = x, \quad k = \frac{x}{\beta} \quad F_1^V(\beta) = \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(x) F_2^2\left(\frac{x}{\beta}\right) = \int_0^\infty dx(\dots) + \int_1^\infty dx(\dots)$$

$$\text{gno } F_2(k) = \int_0^1 d\beta \beta J_1(k\beta) = \left| \frac{6.561}{\Gamma \cdot \Gamma} \right| = \frac{1}{k} \pi^{1/2} \Gamma(3/2) [J_1(k) H_0(k) - H_1(k) J_0(k)]$$

we  $H_0(z)$  - ququama Gyge (Struve).

$$H_\nu(z) = \frac{2(z/2)^\nu}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu + 1/2)} \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin(z \cos \varphi) \sin^{2\nu} \varphi.$$

$$\text{w/m } k \ll 1: \quad H_0(k) \approx \left(\frac{k}{2}\right) \frac{1}{[\Gamma(3/2)]^2}; \quad H_1(k) \approx \left(\frac{k}{2}\right)^2 \frac{1}{\Gamma(3/2)\Gamma(5/2)}$$

$$\text{w/m } k \gg 1: \quad H_\nu(k) \approx N_\nu(k) + O\left(\frac{1}{k^{3-\nu}}\right)$$

$$N_\nu(k) \approx \sqrt{\frac{2}{k\pi}} \sin\left(k - \left(\nu + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right), \quad k \gg 1.$$

$$\begin{aligned} [J_1(k)H_0(k) - H_1(k)J_0(k)] &\underset{k \gg 1}{=} [J_1\{N_0(k) + O(\frac{1}{k^2})\} - J_0\{N_1(k) + O(\frac{1}{k^2})\}] \\ &= J_1(k)N_0(k) - J_0(k)N_1(k) + O(\frac{1}{k^{5/2}}) = \left| \frac{6.561}{\Gamma \cdot \Gamma} \right| \\ &= \frac{2}{\pi k} + O\left(\frac{1}{k^{5/2}}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_1^V(\beta) &= \int_0^{10} \frac{dk}{k} f(\beta k) F_2^2(k) + \int_{10}^\infty \frac{dk}{k} f(\beta k) F_2^2(k) = \\ &= \int_0^{10} \frac{dk}{k} f(\beta k) F_2^2(k) + \int_{10\beta}^\infty \frac{dx}{x} f(x) F_2^2\left(\frac{x}{\beta}\right) = \int_0^m dx(\dots) + \int_m^\infty \frac{dx}{x} f(x) F_2^2\left(\frac{x}{\beta}\right) \\ &\quad (k_m \gg 1 - \text{wogon.n. opozama}) \end{aligned}$$



# Plan Memo

$k_m \gg 1$  и/или  $\beta k_m \gg 1$  и/или  $\beta k_m \ll 1$  и/или  $\beta k_m \approx 1$

$$F_1^V(\beta) = \int_0^{k_m} dk (...) + \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k} f(\beta k) F_2^2(k) \approx \int_0^{k_m} dk (...) +$$

$$\int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k} f(\beta k) \left[ \frac{1}{\pi^2 k^2} + O(k^{3/2}) \right] \frac{1}{k^2} \pi [\Gamma(3/2)]^2, \quad \Gamma(3/2) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$$

$$I(k_m) = \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^5} f(\beta k) \frac{1}{k^4} = \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^5} \left\{ 1 - \frac{1}{\beta k} (1 - e^{-\beta k}) \right\} =$$

$$= \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^5} - \frac{1}{\beta} \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^6} + \frac{1}{\beta} \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^6} e^{-\beta k} = \frac{1}{4} \frac{1}{k_m^4} - \frac{1}{\beta} \frac{1}{5} \frac{1}{k_m^5} + \frac{1}{\beta} \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^6} e^{-\beta k}$$

$$\int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^6} e^{-\beta k} = \left| \beta k = x \right| = \beta^5 \int_{\beta k_m}^{\infty} \frac{dx}{x^6} e^{-x} = \beta^5 (...) = k_m^{-5} \Gamma(-5, \beta k_m)$$

$\Gamma(a, x)$  - неопределенная  $\Gamma$ -функция. какое  $\beta k_m$  брать?

а) Пусть  $k_m \beta \gg 1$  - где параметр  $\beta > 0.01$ ,  $k_m \geq 100$ .

б) Если  $k_m \beta \ll 1$  - это соответствует  $\beta \rightarrow 0$ .

$$\Gamma(-5, x) \approx x^{-6} e^{-x} \left[ \frac{\Gamma(6)}{\Gamma(6)} \cdot 1 - \frac{\Gamma(7)}{\Gamma(6)} \frac{1}{x} + O(x^2) \right] \approx$$

$$\approx \frac{1}{x^6} e^{-x}$$

$$I(k_m) = \frac{1}{4} \frac{1}{k_m^4} - \frac{1}{5} \frac{1}{\beta} \frac{1}{k_m^5} + \frac{1}{\beta} k_m^{-5} \frac{1}{\beta^6 k_m^6} e^{-\beta k_m} =$$

$$= \frac{1}{k_m^4} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \frac{1}{\beta k_m} \right) + \frac{1}{k_m^4} \frac{1}{(\beta k_m)^7} e^{-\beta k_m}, \quad \beta k_m \gg 1.$$

$$F_1^V(\beta) = \int_0^{k_m} \frac{dk}{k} f(\beta k) F_2^2(k) + I(k_m) = \int_0^{k_m} dk (...) + \frac{1}{4 k_m^4} \left( 1 - \frac{1}{5} \frac{1}{\beta k_m} \right), \quad k_m \beta \gg 1.$$

Если  $\beta \rightarrow 0$  так, что  $\beta k_m \ll 1$ , то  $I_m$  - малая

$$\Gamma(-5, x) \approx \frac{1}{5!} \left[ -Ei(-x) - e^{-x} \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^m m!}{x^{m+1}} \right]$$

$$Ei(-x) \approx C + \ln x + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s x^s}{s \cdot s!} = C + \ln x - x + \frac{x^2}{4} + O(x^3)$$

$$\int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^6} e^{-\beta k} = \left| \beta k = x \right| = \beta^5 \int_{\beta k_m}^{\infty} \frac{dx}{x^6} e^{-x} = \beta^5 (k_m \beta)^{-5} \Gamma(-5, \beta k_m) =$$

$$= k_m^{-5} \Gamma(-5, \beta k_m)$$

$$I(k_m) = \int_{k_m}^{\infty} \frac{dk}{k^5} f(\beta k) = \beta^4 \int_{\beta k_m}^{\infty} \frac{dx}{x^5} f(x) = \beta^4 \int_{\beta k_m}^{\infty} \frac{dx}{x^5} \left[ 1 - \frac{1}{x} (1 - e^{-x}) \right]$$

Если  $\beta k_m \gg 1$ ,  $I(k_m) \approx \frac{1}{4 k_m^4} \left( 1 - \frac{1}{5} \frac{1}{\beta k_m} \right)$ .

Если  $\beta k_m \ll 1 \rightarrow 0$ .



## Plan Memo

$$I(k_m) = \frac{1}{4k_m^4} - \frac{1}{5k_m^4} \frac{1}{\beta k_m} + \beta^4 \Gamma(-5, \beta k_m)$$

$$I(k_m) = \beta^4 \int_0^{\beta k_m} \frac{dx}{x^5} (1 - \frac{1}{x}) + \beta^4 \int_{\beta k_m}^{\infty} \frac{dx}{x^5} e^{-x} = \frac{1}{4k_m^4} (1 - \frac{1}{\beta k_m})$$

$$\text{Date. } + \beta^4 \int_{\beta k_m}^{\infty} \frac{dx}{x^5} e^{-x} = (\dots) + \beta^4 (k_m \beta)^{-5} \Gamma(-5, \beta k_m)$$

логично  $\Gamma(s, x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t^{1-s}} dt$

$$\int_0^{\infty} x^{s-1} e^{-ux} dx = |ux = z| = \int_0^{\infty} \frac{dz}{u^{1-s}} x^{s-1} e^{-z} = u^{-s} \int_0^{\infty} dz z^{s-1} e^{-z} =$$

$$= u^{-s} \Gamma(s, u) \approx 6 \cdot 3.281(3) \text{ y } \Gamma(-5, \beta k_m) \text{ (логично)}$$

неформальном  $I(k_m)$ .

a)  $\beta k_m \gg 1$ :  $\Gamma(-5, \beta k_m) \approx \frac{1}{(\beta k_m)^6} e^{-\beta k_m}$

$$I(k_m) = \frac{1}{4k_m^4} (1 - \frac{1}{\beta k_m}) + \beta^4 \frac{1}{(\beta k_m)^6} e^{-\beta k_m} =$$

$$= \frac{1}{4k_m^4} (1 - \frac{1}{\beta k_m}) + \frac{1}{k_m^4} \frac{1}{(\beta k_m)^2} e^{-\beta k_m} \approx \frac{1}{4k_m^4} (1 - \frac{1}{\beta k_m})$$

— не уменьшится, т.к. сумма в  $\Gamma(-5, \beta k_m)$  не сходящаяся

b)  $\beta k_m \ll 1$ :  $\Gamma(-5, x) \approx -\frac{1}{5!} \left[ -\infty - \ln x + x - \dots - \right.$

$$\left. - e^{-x} \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^m m!}{x^{m+1}} \right]$$

$$I(k_m) = \frac{1}{4k_m^4} - \frac{1}{5k_m^4} \frac{1}{\beta k_m} + \beta^4 \frac{(-1)}{5!} \left[ -\infty - \ln(k_m \beta) - \right.$$

$$\left. - e^{-\beta k_m} \sum_{m=0}^4 \frac{(-1)^m m!}{\beta^m (k_m \beta)^{m+1}} \right] = \frac{1}{4k_m^4} - \frac{1}{5k_m^4} \frac{1}{(k_m \beta)} + \frac{1}{5!} \frac{e^{-\beta k_m}}{(k_m \beta)^5} \times$$

$$\times \beta^4 \sum_{n=0}^4 \frac{(-1)^n n!}{\beta^n k_m^n} = \frac{1}{4k_m^4} - \frac{1}{5k_m^4} \frac{1}{(k_m \beta)} + \frac{1}{5!} e^{-\beta k_m} \beta^4 \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{1}{\beta k_m} + \frac{2!}{\beta^2 k_m^2} - \frac{3!}{\beta^3 k_m^3} + \frac{4!}{\beta^4 k_m^4} \right] \frac{1}{(k_m \beta)^5} =$$

$$= \frac{1}{4k_m^4} - \frac{1}{5k_m^4} \frac{1}{(k_m \beta)} + \frac{1}{5!} \frac{e^{-\beta k_m}}{(k_m \beta)^5} \frac{1}{k_m^2} \left[ 2\beta^2 - 6\beta \frac{1}{k_m} + \frac{4!}{k_m^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{k_m^4} \left[ \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \frac{1}{k_m \beta} + \frac{1}{5!} \frac{e^{-\beta k_m}}{(k_m \beta)^5} \left\{ 4! - 6\beta k_m + 2\beta^2 k_m^2 \right\} \right]$$

$$e^{-\beta k_m} (4! - 6x + 2x^2) = (1 - x + \frac{x^2}{2})(4! - 6x + 2x^2) =$$

$$= 4! - 6x + 2x^2 - 4!x + 6x^2 + \frac{x^2}{2} 4! = 4! - 30x + 20x^2$$



Plan Memo

$$\text{Note: } \frac{1}{k_m^4} \left[ \cancel{\frac{1}{1!}} - \cancel{\frac{1}{5!} x} + \cancel{\frac{1}{9!} x} - \cancel{\frac{1}{13!} x^3} + \frac{20}{5!} x + O(x^2) \right] = \frac{1}{k_m^4} \frac{1}{6} (k_m \beta)$$

$$F_4^V(p) = \int_0^{k_m} \frac{dk}{k} f(pk) F_2^2(i) + \underbrace{I(k_m)}_{\text{crossover. term}}, \quad I(k_m) = \frac{1}{k_m^4} \times \begin{cases} \frac{1}{6} (k_m p), & k_m p \ll 1 \\ \frac{1}{4} (1 - \frac{4}{3} \frac{1}{k_m p}), & k_m p \gg 1 \end{cases}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \beta_k < 1, \text{ so } f(\beta_k) = \frac{1}{2} \beta_k$$

$$\frac{1}{\rho} F_1'(p) = \frac{1}{2} \int_0^{k_m} dk F_2^2(k) + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{k_m^3} \approx 0.0883 \text{ МЧД} \quad k_m = 100. \quad (\text{обн. с мет.}).$$

$I(k_m, \beta)$  — оговор. Then определяем  $\int_0^L dk(\dots) \rightarrow \int_0^{k_m} dk(\dots), k_m \gg L$  (обознач. с точн.).

Bubog:  $\frac{f_{zig}(\beta)}{f_{qu}(\beta)} = 1.2 \div 1.5$  gme  $\beta = 0.1 \div 0.5$



Две суммы  $\beta = 0,1 \div 0,5$   $f_{\text{гг}}$  немого болонне  
(~ 20-50%), тем  $f_{\text{гг}}(\beta)$ . Разные расер с  $\beta$ .

При  $\beta < 0.05$  можно считать  $\chi^2_{21}$  и  $\chi^2_{24}$  зависимыми.

Здесь  $\gamma_{qu}$  - коэффициент quadratic model  
(surface charges free)

30/vii → Hago wrobenus kocun barbog  $W_m^{vol}$  b quadratic model (JMM - JEMS'01, submitted).

→ По  $f(t)$  определяем частоту круговых колебаний

Число vertex'a и  $f_{\text{tri}}$  даст кешного базового Таскату,  
( $\omega_0 \sim \frac{1}{x}$ ) чем  $f_{\text{tri}}$  "мелкий" vertex можем  $\rightarrow$  это не  
так. Таскату супер

не  $\chi$ , а возмущающая сила  
 $F = -\frac{\partial W}{\partial \chi}$ .

Проблема библога  $W_m^{vol}$  of quadr. model.

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{m} &= 2 \operatorname{Re} \frac{\partial m^+}{\partial z} = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{2w}{1+|w|^2} \right) = | \text{blue "core"}; |w|^2=1 | = \\ &= 2 \operatorname{Re} \frac{\partial w}{\partial z} = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial z} \frac{f(z)}{|f(z)|}, \quad w(z) = \frac{\frac{1}{c} [iz + \frac{a}{2}(1-z^2)]}{\sqrt{\frac{1}{c^2} [iz + \frac{a}{2}(1-z^2)][-i\bar{z} + \frac{a}{2}(1-\bar{z}^2)]}} = \\ &= \frac{iz + \frac{a}{2}(1-z^2)}{\sqrt{|z|^2 + \frac{a}{2}(1-\bar{z}^2)(\dots) \dots}} \end{aligned}$$



# Plan Memo

$$z - \bar{z} = \rho(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}) = 2i\rho \sin \varphi$$

$$c|f(z)|^2 = \left[ iz + \frac{a}{2}(1-z^2) \right] \left[ -i\bar{z} + \frac{a}{2}(1-\bar{z}^2) \right] = |z|^2 +$$

$$\text{Date. } + \frac{a}{2}(1-\bar{z}^2)iz - i\bar{z}\frac{a}{2}(1-z^2) + O(a^2) =$$

$$= \rho^2 + i\frac{a}{2} \left[ z - |z|^2\bar{z} - \bar{z} + |z|^2z \right] = \rho^2 + i\frac{a}{2} [z - \bar{z} + |z|^2(z - \bar{z})]$$

$$= \rho^2 + i\frac{a}{2}(\rho^2 + 1)(z - \bar{z}) = \rho^2 + i\frac{a}{2}(1 + \rho^2) 2i\rho \sin \varphi =$$

$$= \rho^2 + (-1)a\rho(1 + \rho^2) \sin \varphi$$

$$\frac{1}{c|f(z)|} = \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - a\rho(1 + \rho^2) \sin \varphi}} = \frac{1}{\rho} \frac{1}{\sqrt{1 - a(\rho + \frac{1}{\rho}) \sin \varphi}} \approx$$

$$\approx \frac{1}{\rho} \left[ 1 + \frac{a}{2} \left( \rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi \right]$$

$$w(z) = \frac{f(z)}{|f(z)|} = \frac{iz + \frac{a}{2}(1-z^2)}{c|f(z)|} = \left[ iz + \frac{a}{2}(1-z^2) \right] \frac{1}{\rho} \left[ 1 + \frac{a}{2} \left( \rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi \right]$$

$$= \frac{1}{\rho} \left[ iz + \frac{a}{2}(1-z^2) + iz \frac{a}{2} \left( \rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi \right] - \text{нужно еще}$$

$$w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{\sqrt{f(z)\bar{f}(\bar{z})}} = \sqrt{\frac{f(z)}{\bar{f}(\bar{z})}} \quad f(z) = \frac{1}{2} \left[ iz + \frac{a}{2}(1-z^2) \right]$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\sqrt{f(z)}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{f(z)}} \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{1}{|f(z)|} \frac{1}{2} [i - az]$$

$$\text{div } \vec{m} = 2 \text{Re} \frac{\partial w}{\partial z} = 2 \text{Re} \frac{1}{2} \frac{1}{c|f(z)|} [i - az] = |a - \cos \varphi|$$

$$= \frac{1}{c|f(z)|} (-a) \rho \cos \varphi \approx \frac{-a \rho \cos \varphi}{\rho} = -a \cos \varphi$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \frac{1}{R} \left( \frac{\partial}{\partial z} \right) - \text{не зависит, не переменные } z = \frac{x+iy}{R} \text{ как}$$

$$B \text{ переменные не переменные } \text{div } \vec{m} = -\frac{a}{R} \cos \varphi \quad \int_0^L \int_0^{2\pi} d\varphi dz e^{-k|z-z'|} = \frac{2L}{k} f(k)$$

$$W_m^{\text{vol}} = \frac{1}{2} M_s^2 \int d^3z \int d^3z' \frac{\text{div } \vec{m}(z) \cdot \text{div } \vec{m}(z')}{|z - z'|} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{a^2}{R^2} M_s^2 \int_0^L dz dz' \int_0^{V_d} d^2\rho \int_0^{V_d} d^2\rho' \int_0^\infty dk e^{-k|z-z'|} J_0(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) \cos \varphi \cos \varphi' =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{a^2}{R^2} M_s^2 2L \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \cos \varphi \cos \varphi' \sum_n e^{in(\varphi-\varphi')} J_n(k\rho) J_n(k\rho')$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi e^{in\varphi} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) e^{in\varphi} = \pi (\delta_{n1} + \delta_{n-1})$$



Phone Address

$$W_m^{vol} = \frac{a^2}{R^2} L M_0^2 \int_0^R \int_0^R d\rho \rho' \int \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') \pi^2 (\delta_{\mu+1} + \delta_{\mu-1}) (\delta_{\mu+1} + \delta_{\mu-1}) =$$

$$= \frac{a^2}{R^2} \pi^2 L \int_0^R \int_0^R d\rho \rho' \int \frac{dk}{k} f(kL) 2 J_1(k\rho) J_1(k\rho') = \left| \epsilon \rightarrow 0 \text{ sphere} \right| =$$

$$= \frac{a^2}{R^2} 2\pi^2 L M_0^2 \int_0^R \frac{dx}{x} f(\beta x) \left[ \int_0^1 d\rho \rho J_1(\rho x) \right]^2 = \left| \frac{kR=x}{\beta \rho \rightarrow \rho} \right| =$$

$$= \frac{a^2}{R^2} 2\pi^2 L R^4 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) \left[ \int_0^1 d\rho \rho J_1(\rho x) \right]^2 = F^2(x)$$

$$\frac{W_m^{vol}}{M_0^2 L} = W_m^{vol} = \frac{1}{\pi R^2} \frac{a^2}{R^2} 2\pi^2 L R^4 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) F^2(x) =$$

$$= 2\pi a^2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) F^2(x), \text{ с тем же } \gamma_{\text{мн. на } \frac{1}{4\pi}, \text{ то}$$

то наша конструкция  $\beta$ , которая была у нас в  $F_1^V$  superglue Coenager Eq. (6) JMM - JEMS paper. Eq. (6) было для сферы с радиусом "core".

$$W_m^{vol}(a) = 2\pi a^2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) \left[ \int_0^1 d\rho \rho J_1(\rho x) \right]^2 = 2\pi a^2 F_1^V(\beta)$$

$$F_1^V(\beta) = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} f(\beta x) \left[ \int_0^1 d\rho \rho J_1(\rho x) \right]^2$$

но мы не знаем, что такое  $\beta$ ,  $c^2 \ll 1$ .

У нас же было, что  $W_m^{vol}(a)$  и оно связано с  $28/VII$  где  $\rho$  есть  $\gamma$  и  $\gamma$  есть  $\gamma$ .

$$\gamma_{in} = \frac{1}{9} \frac{1}{\left[ 4\pi F_1^V(\beta) - \frac{1}{2} \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \right]} - \text{quadratic model}$$

$$c f(z) = \frac{c}{2} \left[ z + \frac{a}{2} (1-z^2) \right]$$

→ чтобы получить  $\gamma_{in} = \gamma(0)$ .

Для сферы "core"  $W(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f|} = \frac{1}{\rho} \left[ i\bar{z} + \frac{a}{2} (1-z^2) + i\bar{z} \frac{a}{2} \left( \rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi \right] =$

$$= i e^{i\varphi} \left[ 1 + \frac{a}{2} \left( \rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi \right] + \frac{a}{2\rho} (1-z^2) = (i \cos \varphi - \sin \varphi) \left[ 1 + \frac{a}{2} \left( \rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi \right] +$$

$$+ \frac{a}{2\rho} [1 - \rho^2 (\cos 2\varphi + i \sin 2\varphi)]$$

$$W(z, \bar{z}) = \frac{Re W}{(Re W)} = -\sin \varphi - \frac{1}{2} a \left( \rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin^2 \varphi + \frac{a}{2\rho} [1 - \rho^2 \cos 2\varphi]$$



# ADDRESS & TELEPHONE

$f(\phi)$  is factor of translation of vortex

Name Company Phone Address

$$\langle m_x(s) \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\psi \left[ -\frac{1}{2}(s+\frac{1}{s}) \sin^2 \varphi + \frac{a}{2s} \right] =$$

(all "vortices" cancel, no net "vortex" moment)

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \left[ -\frac{1}{2}(s+\frac{1}{s}) \pi + \frac{a}{2s} \pi \right] = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \left[ \frac{a}{s} - a s \right] =$$

$$= \frac{a}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi [1 - s^2] = \frac{a}{2} [2\pi - \frac{1}{2} s^2] = \frac{a}{2} [1 - \frac{1}{3}] = \frac{1}{3} a$$

no change in position or  $2\pi/\sqrt{11}$

$\vec{a} = (a_x, 0)$

$$W(a) = W(0) + \frac{1}{2} B a^2 - \frac{1}{3} h a, \quad a = 2s, \quad s = \text{cylindrical vortex}$$

$$f(0) = \frac{1}{9B}$$

U. Ginzburg-Landau  $W(s) = W(0) + \frac{1}{2} A s^2 - \mu h s$ , so

$$\frac{\partial W}{\partial s} = A s - \mu h = 0, \quad s_0 = \frac{\mu h}{A}, \quad \langle m_x \rangle = \mu s_0 = \frac{\mu^2}{A} h$$

$$f(0) = \frac{\mu^2}{A}, \quad \mu = \frac{1}{2} \langle m_x \rangle = \mu s, \quad A = \text{determined by } h=0, \quad s = \text{cylindrical vortex}$$

B. "rigid" vortex model:  $(\mu=1)$ ,  $A = 2a(\beta, R) = 4\pi F_1(\beta) - (\frac{R_0}{R})^2$

a. B. "quadratic" model:

$$W(s) = W(0) + \frac{1}{2} B (2s)^2 - \frac{1}{3} h \cdot 2s = W(0) + \frac{1}{2} (4B) s^2 - \frac{2}{3} h s$$

$$A = 4B, \quad \mu = \frac{2}{3}, \quad f(0) = \frac{\mu^2}{A} = \frac{(2/3)^2}{4B} = \frac{1}{9B}$$

$$A = 4B = 4 \left[ 4\pi F_1(\beta) - \frac{1}{2} (R_0/R)^2 \right], \quad B = 4\pi F_1(\beta) - \frac{1}{2} (R_0/R)^2$$

$\mu = \frac{2}{3}$ ,  $f(0) = \frac{\mu^2}{9A}$ ,  $A = \frac{\mu^2}{f(0)}$  is necessary

$$W(s) = W(0) + \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{f(0)} s^2 - \mu h s$$

$$\frac{\partial W}{\partial s} = \frac{\mu^2}{f(0)} s - \mu h = 0, \quad \frac{\mu^2}{f(0)} s - h = 0, \quad s_0 = \frac{f(0)}{\mu} h = \frac{1}{\mu} \langle m_x \rangle$$

$$\langle m_x \rangle = \mu s_0 = \text{average}$$

U. Ginzburg-Landau  $W(x) = W(0) + \frac{1}{2} x X^2$

U.  $W(s) = W(0) + \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{f(0)} s^2$  necessary ( $s = \frac{x}{R}$ );  $W = \frac{W}{\pi L M_s^2 R^2}$

$$W(s) = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu^2}{f(0)} \right) s^2 = \frac{1}{2} \frac{x}{(\pi R^2 L) M_s^2} X^2 = \frac{1}{2} \frac{x}{\pi L M_s^2} s^2$$

$$\frac{x}{\pi L M_s^2} = \frac{\mu^2}{f(0)}, \quad x = \frac{\mu^2}{f(0)} \pi L M_s^2, \quad A = \frac{\mu^2}{f(0)}$$



$$G = 2\pi g \frac{M_2}{f(0)} \rightarrow \omega_0 = \frac{\mu^2}{2f(0)} \delta M_2$$

ADDRESS & TELEPHONE

Phone

Address

$\omega_0$

$G$

$$\frac{\mu^2}{f(0)} \delta M_2 \frac{\delta}{2\pi g M_2} = \frac{\mu^2 \delta M_2}{2f(0)g}$$

translation mode of vortex condensation oscillations

Due conformal mode,  $W(z) = W(0) + \frac{1}{2} 4\pi F_1(\rho) z^2 - \frac{1}{2} h z$

$$\mu = \frac{4}{3}, A = 16\pi F_1(\rho) \rightarrow f(0) = \frac{A}{\mu} = \frac{4^2}{3^2} 16\pi F_1(\rho) = \frac{4}{3} \left( \frac{1}{16\pi F_1(\rho)} \right)$$

$$A = 4 \cdot 4\pi F_1(\rho) = 4 A_{\text{rig.v.m.}} \frac{1}{3} f_{\text{rig.v.}}(0)$$

$$\omega_0^{\text{conf.m.}} = \left( \frac{\delta M_2}{2g} \right) \frac{(4/3)^2}{(4/3) f(0)_{\text{rig.v.}}} = \left( \frac{\delta M_2}{2g} \right) \frac{4}{f_{\text{rig.v.}}(0)} = \frac{4}{2} \omega_0^{\text{rig.v.}}$$

gene  $l=2$  quadrupole  $\omega_0^{\text{conf.m.}} = 2 \omega_0^{\text{rig.v.}}$  - dominant mode (no mode  $l=1$  for  $a \rightarrow 0$ )

Toga var gene - quadr. "modal"

$$\omega_0^{\text{quadr.m.}} = \frac{\delta M_2 (2/3)^2}{2g f_{\text{quadr.}}(0)} = |f_{\text{quadr.}} \approx f_{\text{rig.v.}} \text{ for } \rho \rightarrow 0| = \frac{1}{3} \omega_0^{\text{rig.v.}} \approx \frac{1}{9} \omega_0^{\text{rig.v.}}, \text{ T.K. } l \geq 1 \text{ gene } a \rightarrow 0.$$

Bubog: Tactura  $\omega_0$  conf. mode dauca  $\omega_0$  rig.v.m., a  $\omega_0$  quadr. mode  $\sim l=2$  para pequena  $\omega_0$  rig.v.m.

no surface side h. charges

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \frac{\mu^2 \delta M_2}{f(0)}, \quad \text{r.v. } f(0)^{-1} = 2\beta \left[ \ln \frac{8}{\beta} - \frac{1}{2} \right] = 4\pi F_1(\rho)$$

para free  $\gamma^{-1}(0) = g \cdot 4\pi F_1'(\rho)$

$$\frac{\omega_0^{\text{r.v.}}}{\omega_0^{\text{p.f.}}} = \frac{(1)^2}{f_{\text{r.v.}}(0)} \frac{f_{\text{p.f.}}(0)}{(2/3)^2} = \left( \frac{3}{2} \right)^2 \frac{f_{\text{p.f.}}(0)}{f_{\text{r.v.}}(0)} = \frac{1}{4} \frac{F_1''(\rho)}{F_1'(\rho)} \left( \frac{1}{4} \right) \left( \frac{0.082\beta}{4} \right)$$