

7/IV-2000-24/II-2001

2000 Diary

KIAS 한국과학기술원 부설
고등과학원

2000, May - Dec.

2001, Jan. - Feb.

Date. 07. 05.

Квадратичное взаимодействие в пленке (квантовой) инт. газоб
область и квантовой пленке (без газа и квантовой):

$$W_m^{12} = \frac{1}{16} \frac{1}{V_0} \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 \sum_n \frac{1}{R_n^5} + \frac{35}{48} \frac{1}{V_0} \left[2 \sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha}^2 - \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 \right] \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5},$$

V_0 - объем артема, $Q_{\alpha\beta} = \int d^3\vec{r} [3M_{\alpha}x_{\beta} + 3M_{\beta}x_{\alpha} - 2(\vec{M} \cdot \vec{r})]$, $Sp(Q_{\alpha\beta}) = 0$
 $(\hat{Q}^2)_{\alpha\beta} = \hat{Q}_{\alpha\gamma} \hat{Q}_{\gamma\beta} = \sum_{\gamma} Q_{\alpha\gamma} Q_{\gamma\beta}$, $Sp(\hat{Q}^2) = \sum_{\alpha} (\hat{Q}^2)_{\alpha\alpha} = \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} Q_{\beta\alpha} = \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2$,
 т.к. $Q_{\alpha\beta} = Q_{\beta\alpha}$. $\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 = Sp(\hat{Q}^2)$ - удвоенное сумм. бракетами
 бракетом у нас $\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2$ газа.

$$W_m^{12} = \frac{1}{16} \frac{1}{V_0} Sp(\hat{Q}^2) \sum_n \frac{1}{R_n^5} + \frac{35}{48} \frac{1}{V_0} \left[2 \sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha}^2 - Sp(\hat{Q}^2) \right] \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5}$$

- Рассм. 1) hom. dots или "flower" state dots $Q_{\alpha\beta} = 0$ (все $Q_{\alpha\beta}$ - симметричны)
 2) q_m - газ $\vec{r}^m$ - квант. газ, не как $Q_{\alpha\beta}$ газа, без $M(z)$
 неубавно. $Q_{\alpha\beta} \sim [2 \sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha}^2 - Sp(\hat{Q}^2)] \sim \cos 4\varphi$ газ ангажирован
 3) d.-d. dots $\rightarrow K_4^{q2} = -\frac{35}{24} \frac{Q^2}{V_0} \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5}$, $W_m^{12}(V_0) = \frac{1}{8} \frac{Q^2}{V_0} \sum_n \frac{1}{R_n^5} + K_4^{q2} \cos 4\varphi_0$
 4) "vortex" dots, $Q_{\alpha\beta} = 0 + O(S^2)$, $S \sim H$ - суммирование центра "vortex" $\rightarrow$ none
 К4 сам и безмаса, то $K_4 \sim Q^2 \sim S^4$ и суммирование надо в пленке
 5) "buckle" dots, $\langle \vec{M} \rangle_{\alpha} \neq 0$, а $Q_{\alpha\beta}$ не нуль.
 6) double "vortex" dots - не рассматривать (double "vortex" = double "buckle" или газ
 (сравнение с T. Pothol)

$$Q_{\alpha\alpha} = 2 \int d^3\vec{r} [3M_{\alpha}x_{\alpha} - (\vec{M} \cdot \vec{r})]$$

аперг. ангажировано и. энтрии,
 без $K_4 \sim [2 \sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha}^2 - Sp(\hat{Q}^2)]$.

$$\text{Если } d_{\beta} \neq 2, \text{ то } K_4 \sim [2 \sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha}^2 - Sp(\hat{Q}^2)] = [Q_{xx}^2 + Q_{yy}^2 - 2Q_{xy}^2].$$

Здесь $V_0 = \frac{V}{N}$, V - объем patterned film, N - число газоб в пленке.
 V_0 - объем мемб, упрощ. на один газ. Две F - пада (упрощ. газ
 и пленка) в пленке всего один газ, поэтому V_0 - объем артема.

Date.

- 8/5 Done with
Antony report.
- 9/5 Burt, APL'00, re conf. on the Fay paper
- 10/5 Negotiation and neg. application to u.s. 6 KIAS. Zhanna Kuznetsov
- 11/5 Review of new cases. Papers on M_n, H_n -vortex gas Holography
- 12/5 Review. Answer to Wittborn-APL'00.

14/5 Review of the theory of the vortex in 2D - plane

or 13/I + 6/II.

Integration of the homogeneous 2D plane vortex $(\vec{M}_n(\vec{p}))$

(note: not in eq. of motion)

$$W_m = -\frac{1}{2S} \sum_{nn'} \int d^2\vec{p} \int d^2\vec{p}' g_{\alpha\beta}(\vec{R}_n + \vec{p}; \vec{R}_{n'} + \vec{p}') M_n^\alpha(\vec{p}) M_{n'}^\beta(\vec{p}')$$

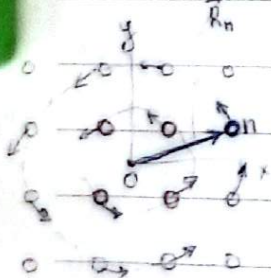
where $g_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\pi} \int d^2\vec{k} f(k) \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')} , \vec{k} = (k_x, k_y)$

$\vec{R}_n$ - vortex pos.

Since the vortex is homogeneous $\vec{M}_n(\vec{p}) = \vec{M}_n$, so
no dependence on $\vec{p}, \vec{p}'$ we can use the identity, so the result
is the same for all n and n' . Then we can use 6/II

$$\rightarrow W_m = 2\pi R^2 \sum_{nn'} F_{\alpha\beta}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}) M_n^\alpha M_{n'}^\beta, F_{\alpha\beta}(\vec{R}) = \int d^2\vec{k} f(k) \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} J_1^2(kR)$$

Under the assumption: 1) "vortex" is homogeneous in 2D plane,
2) homogeneous distribution of vortices W_m .



ω -vortex with a given energy density - $\begin{cases} M_n^x = -M_s \sin\varphi_{R_n} \\ M_n^y = M_s \cos\varphi_{R_n} \end{cases}$

$$\sum_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta M_n^\alpha M_{n'}^\beta = (\vec{k} \cdot \vec{M}_n)(\vec{k} \cdot \vec{M}_{n'}), \vec{k} - \text{wave vector}$$

$$(\vec{k} \cdot \vec{M}_n) = k (\cos\varphi_k, \sin\varphi_k) M_s (-\sin\varphi_{R_n}, \cos\varphi_{R_n}) = k M_s \sin(\varphi_k - \varphi_{R_n})$$

$$\int d\varphi_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_n} (\vec{k} \cdot \vec{M}_n) (\vec{k} \cdot \vec{M}_{n'}) = \int d\varphi_k k^2 M_s^2 \sin(\varphi_k - \varphi_{R_n}) \sin(\varphi_k - \varphi_{R_{n'}}) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})}$$

$$\sin(\varphi_k - \varphi_{R_n}) \sin(\varphi_k - \varphi_{R_{n'}}) = \frac{1}{2} [\cos(\varphi_{R_n} - \varphi_{R_{n'}}) - \cos(2\varphi_k - \varphi_{R_n} - \varphi_{R_{n'}})]$$

$$\text{Then } \sum_n (\vec{k} \cdot \vec{M}_n) e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_n} = k M_s \sum_n \sin(\varphi_k - \varphi_{R_n}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_n} = k M_s \sum_n \sin(\varphi_k - \varphi_{R_n}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_n \cos\varphi_k}$$

$$= k M_s \sum_n \sin(\varphi_k - \varphi_{R_n}) \sum_n i^n J_n(k R_n) e^{i^n (\varphi_k - \varphi_{R_n})}$$

в "vortex" состоянии (магнито-вortex - тождественно физич.)

$$\rightarrow W_m = 2\pi R^2 \sum_{nn'} \int d^2k f(kL) \frac{J_1^2(kR_{nn'})}{k^4} (\vec{k} \cdot \vec{M}_n)(\vec{k} \cdot \vec{M}_{n'}) e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} =$$

$$= 2\pi \frac{R^2}{S} \sum_{nn'} \int dk k \int d\varphi_k f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^4} k^2 M_s^2 \sin(\varphi_k - \varphi_{R_n}) \sin(\varphi_k - \varphi_{R_{n'}}) e^{ik(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} =$$

$$= 2\pi M_s^2 \frac{R^2}{S} \sum_{nn'} \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) \int_0^{2\pi} d\varphi_k \sin(\varphi_k - \varphi_{Rn}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_n} \sin(\varphi_k - \varphi_{Rn'}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{R}_{n'}}$$

$$J_k^{nn'} = \int d\varphi_k \sin(\varphi_k - \varphi_{Rn}) \sin(\varphi_k - \varphi_{Rn'}) \sum_n i^n J_n(kR_n) e^{i\mu(\varphi_k - \varphi_{Rn})} \sum_{n'} (-i)^{n'} J_{n'}(kR_{n'}) e^{-i\mu(\varphi_k - \varphi_{Rn'})}$$

$$= \sum_{\mu, \mu'} (-i)^{\mu+\mu'} J_{\mu}(kR_n) J_{\mu'}(kR_{n'}) \int d\varphi_k \frac{1}{2} [\cos(\varphi_{R_n} - \varphi_{R_{n'}}) - \cos(2\varphi_k - \varphi_{R_n} - \varphi_{R_{n'}})] \times$$

$$\times e^{i(\mu-\mu')\varphi_k} e^{-i\mu\varphi_{Rn}} e^{i\mu'\varphi_{Rn'}} = \sum_{\mu, \mu'} (-1)^{\mu+\mu'} J_{\mu} J_{\mu'} e^{-i\mu\varphi_n} e^{i\mu'\varphi_{n'}} \times$$

$$\times \frac{1}{2} \int_k \left[\cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) (2\pi \delta_{\mu, \mu'}) - \cos 2\varphi_k \cos(\varphi_n + \varphi_{n'}) - \sin 2\varphi_k \sin(\varphi_n + \varphi_{n'}) \right] e^{i(\mu-\mu')\varphi_k}$$

$$\int d\varphi_k \cos 2\varphi_k e^{ip\varphi_k} = \frac{1}{2} \int d\varphi_k (e^{i2\varphi_k} + e^{-i2\varphi_k}) e^{ip\varphi_k} = \pi (\delta_{p,-2} + \delta_{p,2})$$

$$\int d\varphi_k \sin 2\varphi_k e^{ip\varphi_k} = \frac{1}{2i} \int d\varphi_k (e^{i2\varphi_k} - e^{-i2\varphi_k}) e^{ip\varphi_k} = \frac{\pi}{i} (\delta_{p-2} - \delta_{p,2}) = i\pi \times (\delta_{p,2} - \delta_{p-2})$$

$$\Rightarrow \frac{n n'}{k} = \sum_{\mu, \mu'} a_{\mu, \mu'} \otimes \frac{1}{2} \left[\cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) 2\pi \delta_{\mu, \mu'} - \cos(\varphi_n + \varphi_{n'}) \pi (\delta_{\mu, -\mu'; -2} + \delta_{\mu, -\mu'; 2}) \right]$$

$$-\sin(\varphi_n + \varphi_{n'}) i\pi (\delta_{\mu-\mu',2} - \delta_{\mu-\mu',-2}) = \frac{\pi}{2} \sum_{\mu, \mu'} a_{\mu, \mu'} [2\delta_{\mu, \mu'} \cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) - \delta_{\mu-\mu',2} e^{i(\varphi_n + \varphi_{n'})} - \delta_{\mu-\mu',-2} e^{-i(\varphi_n + \varphi_{n'})}] , \quad a_{\mu, \mu'} = (-1)^{\mu'} i^{\mu+\mu'} J_{\mu} J_{\mu'}^{(\mu)} e^{-i\varphi_n} e^{i\varphi_{n'}}$$

$$W_m = 2\pi M_s^2 \frac{R^2}{S} \sum_{nn'} \int \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) Y_k^{nn'} = (1) \sum_{nn'} \int \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) \times$$

$$\times \frac{\pi}{2} \sum_{\mu} \left[2 \cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) a_{\mu\mu} - e^{i(\varphi_n + \varphi_{n'})} a_{\mu, \mu-2} - e^{-i(\varphi_n + \varphi_{n'})} a_{\mu, \mu+2} \right]$$

$$e^{i\psi} a_{j, j-2} + e^{-i\psi} a_{j, j+2} = e^{i\psi} (-1)^j i^{2j-2} J_j J_{j-2}(\cdot) e^{-i\psi} e^{i(j-2)\frac{\pi}{n}} +$$

$$+ e^{-i\varphi} (-1)^m i^{2m+2} J_\mu J_{\mu+2} (1) e^{-i\mu\varphi_n} e^{i(\mu+2)\varphi_n} = -e^{-i\varphi} J_\mu J_{\mu-2} (1) e^{-i\mu(\varphi_n - \varphi_n)} e^{-i2\varphi_n} -$$

$$-e^{-i\psi} J_{\mu} J_{\mu+2}(i) e^{-i\psi(\ell_n - \ell_{n'})} e^{i2\ell_{n'}} = -J_{\mu} e^{-i\psi(\ell_n - \ell_{n'})} \left[e^{i(\ell_n + \ell_{n'})} J_{\mu-2}(i) e^{-i2\ell_{n'}} + \right.$$

$$+ e^{-i(\varphi_n + \varphi_{n'})} J_{\mu+2}(1) e^{i2\varphi_{n'}} = - J_{\mu} e^{-i\mu(\varphi_n - \varphi_{n'})} [J_{\mu-2}(1) e^{i(\varphi_n - \varphi_{n'})} + J_{\mu+2}(1) e^{-i(\varphi_n - \varphi_{n'})}]$$

$$W_m = 2\pi M_s^2 \frac{R^2}{S} \frac{\pi}{2} \sum_{nn'} \int \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) \sum_{\mu} \left[2\cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) J_{\mu}(kRn') + J_{\mu-2}(kRn') e^{i(\varphi_n - \varphi_{n'})} + J_{\mu+2}(kRn') e^{-i(\varphi_n - \varphi_{n'})} \right]$$

Date: . . .

$$\sum_{nn'} J_\mu J_\nu (k) \cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) e^{-i\mu(\varphi_n - \varphi_{n'})} = \sum_{nn'} J_\mu J_\nu (k) \cos \mu(\varphi_n - \varphi_{n'})$$

$$\sum_{nn'} \sum_\mu \left[J_{\mu-2}(kR_n) J_\mu(kR_{n'}) e^{-i(\mu-2)(\varphi_n - \varphi_{n'})} + J_{\mu+2}(kR_n) J_\mu(kR_{n'}) e^{-i(\mu+2)(\varphi_n - \varphi_{n'})} \right]$$

$$= \left| \text{explicite } \sum_{nn'} \mu \geq \mu' \right| = \sum_{nn'} \sum_\mu \left[J_\mu(kR_n) J_{\mu+2}(kR_{n'}) e^{-i(\mu+2)(\varphi_n - \varphi_{n'})} + J_{\mu+2}(kR_n) J_\mu(kR_{n'}) e^{-i(\mu+2)(\varphi_n - \varphi_{n'})} \right] = 2 \sum_{nn'} \sum_\mu J_\mu(kR_n) J_{\mu+2}(kR_{n'}) \cos(\mu+2)(\varphi_n - \varphi_{n'})$$

$$W_m = 2\pi^2 M_s^2 \frac{R^2}{S} \int \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) \sum_{nn'} \sum_\mu \left[J_\mu(kR_n) J_\mu(kR_{n'}) \cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) \cos \mu(\varphi_n - \varphi_{n'}) + J_\mu(kR_n) J_{\mu+2}(kR_{n'}) \cos(\mu+2)(\varphi_n - \varphi_{n'}) \right], \quad \varphi_n = \varphi_{R_n}$$

$$\cos(\varphi_n - \varphi_{n'}) \cos \mu(\varphi_n - \varphi_{n'}) = \frac{1}{2} \left[\cos(\mu-1)(\varphi_n - \varphi_{n'}) + \cos(\mu+1)(\varphi_n - \varphi_{n'}) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\cos(\mu-1)\varphi_n \cos(\mu-1)\varphi_{n'} + \sin(\mu-1)\varphi_n \sin(\mu-1)\varphi_{n'} + \cos(\mu+1)\varphi_n \cos(\mu+1)\varphi_{n'} + \sin(\mu+1)\varphi_n \sin(\mu+1)\varphi_{n'} \right]$$

Due to symmetry, $\sum_n F(R_n) \cos(\varphi_{R_n}) \neq 0$ only for $\varphi = 4\ell, \ell = 0, 1, 2, \dots$ $\sum_n F(R_n) \sin(\varphi_{R_n}) = 0$

$$\sum_{nn'} \sum_\mu [\dots] = \sum_{nn'} J_\mu(kR_n) \left[J_\mu(kR_{n'}) \frac{1}{2} \left(\cos(\mu-1)\varphi_n \cos(\mu-1)\varphi_{n'} + \cos(\mu+1)\varphi_n \cos(\mu+1)\varphi_{n'} \right) + J_{\mu+2}(kR_{n'}) \left(\cos(\mu+1)\varphi_n \cos(\mu+1)\varphi_{n'} \right) \right]$$

$$= \sum_{nn'} \sum_\mu \left[\frac{1}{2} J_{\mu+2}(kR_n) J_{\mu+2}(kR_{n'}) + \frac{1}{2} J_\mu(kR_n) J_\mu(kR_{n'}) + J_\mu(kR_n) J_{\mu+2}(kR_{n'}) \right] \cos(\mu+1)\varphi_n \cos(\mu+1)\varphi_{n'} =$$

$$= \sum_{nn'} \frac{1}{2} \left[J_{\mu+1}(kR_n) J_{\mu+1}(kR_{n'}) + J_{\mu-1}(kR_n) J_{\mu-1}(kR_{n'}) + 2 J_{\mu-1}(kR_n) J_{\mu+1}(kR_{n'}) \right] \cos \mu \varphi_n \cos \mu \varphi_{n'}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{nn'} \left[J_{\mu+1}(kR_n) + J_{\mu-1}(kR_n) \right] \left[J_{\mu+1}(kR_{n'}) + J_{\mu-1}(kR_{n'}) \right] \cos \mu \varphi_n \cos \mu \varphi_{n'} =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{nn'} \left(\frac{2J_\mu}{kR_n} \right) J_\mu(kR_n) \left(\frac{2J_\mu}{kR_{n'}} \right) J_\mu(kR_{n'}) \cos \mu \varphi_n \cos \mu \varphi_{n'} = \frac{2}{k^2} \sum_{nn'} \frac{J_\mu(kR_n) J_\mu(kR_{n'})}{R_n R_{n'}} \cos \mu \varphi_n \cos \mu \varphi_{n'}$$

$$= \frac{4}{k^2} \sum_{nn'} \frac{1}{R_n R_{n'}} \mu^2 \cos \mu \varphi_n \cos \mu \varphi_{n'} J_\mu(kR_n) J_\mu(kR_{n'}) = \frac{4}{k^2} \sum_{\mu > 0} \mu^2 \left(\sum_n \frac{J_\mu(kR_n) \cos \mu \varphi_n}{R_n} \right)^2$$

$$W_m = 8\pi^2 M_s^2 \frac{R^2}{S} \int \frac{dk}{k^3} f(kL) J_1^2(kR) \sum_{\mu > 0} \mu^2 S_\mu^2(k), \quad S_\mu(k) = \sum_n \frac{J_\mu(kR_n) \cos \mu \varphi_n}{R_n}$$

3. R_n - радиусы атомов в решетке. $R_n > R$ и $R_n^{\min} = \sqrt{2} T = \frac{\sqrt{2}}{2} (2R + d)$. $\int \frac{dk}{k^3} f(kL) J_1^2(kR) J_\mu(kR_n) J_\mu(kR_{n'})$ не зависит от R_n и $R_{n'}$.

Для $S_\mu(k)$ $\mu = 4, 8, \dots$ но $S_\mu(k) = \sum_n \frac{J_\mu(kR_n) \cos \mu \varphi_n}{R_n}$ всегда равно нулю. $\rightarrow$ Будем считать W_m (vortex-penalty) > 0 где константы R, L всегда как 15-17/11 98. W_m^{vortex}

Date.

unabhängig von k und R , also $\sum_{n=1}^{\infty} (1) = \text{konstante}$ und $\Delta = \Delta_{nn'} = |\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}|$.
 $\varphi_n = \varphi_{n'}$, eine neue Bezeichnung wegen $\varphi_n, \varphi_{n'}$.

Wiederum wegen der Symmetrie $L \rightarrow 0, R \rightarrow 0$:

$$W_m = 2\pi M_s^2 \frac{R^2}{S} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{d}{dk} \left(\frac{1}{2} k L \right) \left(\frac{1}{2} k R \right)^2 \left[J_0(k\Delta) \cos(\cdot) + J_2(k\Delta) \cos(\cdot) \right] \right) =$$

$$= \left(\int_0^{\infty} dk J_0(k\Delta) = \frac{1}{\Delta} \right) \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi^2 M_s^2 R^4}{S} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{d}{dk} k^2 \left[J_0(k\Delta) \cos(\cdot) + J_2(k\Delta) \cos(\cdot) \right] \right) = \text{konst.}$$

Paras. $\sum \sin(\varphi_k - \varphi_n) e^{ikR_n}$, $\varphi_k \in [0, 2\pi]$, hierin $\sum_n$, n von 1 bis N .

$$\varphi_n = \sum_n \sin \varphi_n e^{ikR_n \cos \varphi_n} = \sum_n Y_n e^{ikX_n} = 0 \text{ bzw. } \text{c.u.} \vec{R}_n \rightarrow -\vec{R}_n$$

$$\Delta(k) = \sum_n \sin(\varphi_k - \varphi_n) e^{ikR_n} = \sum_n \left[\sin \varphi_k \cos \varphi_n - \cos \varphi_k \sin \varphi_n \right] e^{ikR_n (\cos \varphi_k \cos \varphi_n + \sin \varphi_k \sin \varphi_n)} =$$

$$= \sum_n \frac{1}{R_n} \left[\sin \varphi_k X_n - \cos \varphi_k Y_n \right] e^{ik \cos \varphi_k X_n} e^{ik \sin \varphi_k Y_n} = \sum_n \frac{1}{R_n} \left[\sin \varphi_k \cos(k_y Y_n) \right.$$

$$\left. - X_n i \sin(k_x X_n) - \cos \varphi_k \cos(k_x X_n) Y_n i \sin(k_y Y_n) \right] =$$

$$= i \sum_n \frac{k^{-1}}{R_n} \left[k_y \cos(k_y Y_n) \sin(k_x X_n) X_n - k_x \cos(k_x X_n) \sin(k_y Y_n) Y_n \right]$$

$$\rightarrow W_m = 2\pi M_s^2 \frac{R^2}{S} \int dk^2 f(k) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} |\Delta(k)|^2, \quad \Delta(k) = \sum \sin(\varphi_k - \varphi_n) e^{ikR_n}$$

- andere "exakte" paarweise Anordn.

$$|\Delta(k)|^2 = \sum_{n,n'} \frac{1}{k^2 R_n R_{n'}} \left[k_y X_n \cos(k_y Y_n) \sin(k_x X_n) - k_x Y_n \cos(k_x X_n) \sin(k_y Y_n) \right] \times$$

$$\left[k_y X_{n'} \cos(k_y Y_{n'}) \sin(k_x X_{n'}) - k_x Y_{n'} \cos(k_x X_{n'}) \sin(k_y Y_{n'}) \right] =$$

$$= \frac{1}{k^2} \sum_{n,n'} \frac{1}{R_n R_{n'}} \left[k_y^2 X_n X_{n'} \cos(k_y Y_n) \cos(k_y Y_{n'}) \sin(k_x X_n) \sin(k_x X_{n'}) - \right.$$

$$\left. - k_x k_y Y_n X_{n'} \cos(k_x X_n) \cos(k_y Y_{n'}) \sin(k_y Y_n) \sin(k_x X_{n'}) + k_x^2 Y_n Y_{n'} \cos(k_x X_n) \cos(k_x X_{n'}) \sin(k_y Y_n) \sin(k_y Y_{n'}) \right. \\ \left. - k_x k_y X_n Y_{n'} \cos(k_y Y_n) \cos(k_x X_{n'}) \sin(k_x X_n) \sin(k_y Y_{n'}) \right] = \left| \begin{array}{l} \text{weitere } n \rightarrow n' \text{ neg. } \sum_{n,n'} (1) \\ \text{u. } k_x \rightarrow k_y \text{ neg. } \sum_{n,n'} (1) \\ \text{u. } X_n \rightarrow Y_n \text{ gleich abh.} \end{array} \right|$$

$$\Delta(k) = \sum_n \sin(\varphi_k - \varphi_n) \sum_n i^n e^{i^n(\varphi_k - \varphi_n)} J_n(kR_n) =$$

$$= \sum_{n,n} i^n J_n(kR_n) \left[\sin \varphi_k \cos \varphi_n - \cos \varphi_k \sin \varphi_n \right] \left[\cos \varphi_n - i \sin \varphi_n \right] e^{i \varphi_n} =$$

ganz unabhängig von k und R , also eine konstante Funktion.

$$\text{Bemerkung } \int dk |\Delta(k)|^2 \sim \sum_{k=0}^{\infty} k^2 S_k^2(k) \text{ ist } 14/\pi$$

Date. 16.05.

Сравнение с экв. Holcaga по χ , H_n , H_{ncl} FeNi сун. угор. горб.

(May 2 curve)

$L = 60 \text{ nm}$, $d = 0.8 \text{ nm}$, $2R = 0.2; 0.4; 0.6 \text{ и } 0.8 \text{ } \mu\text{m}$.

β	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	$1 \text{ } \mu\text{m}$
β	1.2	0.6	0.4	0.3	0.2	0.15	0.12
J_{exch}	0.302	-	0.526	-	0.847	1.25	-
$J_{isol} = J_{calc}$	(0.446) ^{0.399} 0.404	(0.830) ^{0.602} 0.613	(1.22) ^{0.790} 0.819	(1.62) ^{0.967} 1.006	-	-	-

соединяет протект экв. референс

isolated dot
noise nonfabry
in interdot coupl.

Due to comp. сун. горб. согласно $11/\sqrt{V}$ $\langle \vec{M} \rangle = \frac{1}{2a} \vec{H}$, сун. $J_{isol} = \frac{1}{2a}$,

где $2a = 4\pi F(\beta) - (\frac{R_0}{R})^2$ в модели "двухгорб" бурда, $F(\beta) = \int_0^\infty \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$

Due FeNi $R_0 = 18 \text{ nm}$. $2a(\beta, R) = 4\pi F(\beta) - (\frac{R_0}{R})^2$

Due $2R = 0.8 \text{ } \mu\text{m}$ и $2R = 0.6 \text{ } \mu\text{m}$ $\frac{d}{R} = 2$ и 2.67 , соответственно.

T.e. модель сгенер. nonfabry на interdot coupling - см. 14/17

$J_{int} = \frac{J_{is}}{1 - \lambda J_{is}}$, $\lambda = \lambda(\beta, d/R)$ зависит от d/R , но не от β .
(again Burda - vortex. mod)

$\lambda(\beta = 0.15; d/R = 2) = 0.040$ сун. $J_{int}(\beta = 0.15; d/R = 2) = 1.006$ - $d = 0.8 \text{ } \mu\text{m}$

$\lambda(\beta = 0.20; d/R = 2.67) = 0.035$ сун. $J_{int}(\beta = 0.20; d/R = 2.67) = 0.819$

$M_s = 800 \text{ G}$, $L = 60 \text{ nm}$ May 2

$R, \text{ nm}$	50	100	150	200	300	400	500	H_{ncl}
$\beta = \frac{L}{R}$	1.2	0.6	0.4	0.3	0.2	0.15	0.12	
H_{ncl}^{calc}	1520	700	350	250	200	150	125	
H_n^{calc}	580	360	285	210	160	125		

(250 - June 26)

more nucleation of vortex

since more convex. que manoir β

Comp. $3/\sqrt{V}$: $\frac{1}{M_s} H_n = h_{SB}(\beta, R) = 4 [F_0(\beta) - (\frac{R_0}{R})^2]$, $F_0(\beta) = \pi \int_0^\infty \frac{dt}{t} f(\beta t) [J_1^2(t) - J_2^2(t)]$

↑ narrow peak, т.к. $R_0(\text{FeNi}) \approx 18 \text{ nm}$.

H_n в токе. пока без учета $(R_0/R)^2$ - в скобках (!). С этим учетом - заметно.

→ Ошибка в процессе h_{SB} "buckle" dot с $31/\pi$ и $3/\sqrt{V}$ не равна.

и без нее h_{SB} с $3/\sqrt{V}$ совпадает мало где совпадает экв.

Менее с.д. соединяет референс и экв. по отношению не

к "buckle" с $V_0 \ll 1$, а к гиранию неогорб. соединяет, уменьшая

разность H_{ncl} ? too minor? и тем. соединяет две кривые,

т.е. "buckle", захватывающее все горб.
(см. рис. перед Holcaga и рисунком 19/III 100.)
Экв. близко к "buckle".

Date. 17.05.

А как найти поле Ханнибл = Хан Гене "vortex" ген? Конечно $1/\sqrt{2}$ полноточное соответствие между "несколько" бурхас. В поле Хан: $\frac{S}{R} = \frac{1}{2\alpha} \frac{H}{M_s}$, $(\frac{H}{M_s})$ - поле бурхас и поле Хан Single-down. "несколько" от поле Хан $h = 2\alpha - \sqrt{4\alpha^2 - \Delta^2}$, $\Delta = W^{s.d.}(h=0) - W^{v.d.}(h=0) > 0$. Проверим условие Хан: $S = R$ (тогда $W^{s.d.} = W^{v.d.}$), тогда $\frac{S}{R} = 1$, что же $\frac{H_{an}}{M_s} = 2\alpha = 4\pi F(\beta) - (\frac{R_0}{R})^2$, тогда как найти H_{an} .

$$\frac{1}{M_s} H_{an} = 4[F(\beta) - (\frac{R_0}{R})^2] = 4\pi F(\beta) - 4\pi \int_0^1 J_1(\beta t) J_2^2(t) dt - 4(\frac{R_0}{R})^2 < H_{an}$$

Но в поле Ханнорга находим H_{an} где $L = 40 \text{ nm}$, $M_s = 800 \text{ G}$

R, nm	200	250	300	350	400	500	600	800	1000 = 1 μm	100
β	0.9	0.32	0.267	0.223	0.20	0.160	0.133	0.10	0.08	0.8
$H_{an}(\beta, R) \text{ G}$	260	230	200	180	150	130	100	80	30	320

300 (May 13)

Hannib $M_s = 800 \text{ G}$, $L = 60 \text{ nm}$ (May 2) $4\pi M_s = 4\pi \cdot 800 = 10050$

R, nm	50	100	150	200	300	400	500
$\beta = L/R$	1.2	0.6	0.4	0.3	0.2	0.15	0.12
$H_{an}(\beta)$	2170	-	1200	1000	750	500	300
$H_{an}(\beta, R) \text{ G}$	280	2030	1590	1330	1020	830	700

700 - Remo ко-с экв. См. 19/11/002.

$H_{an}(\beta) / (4\pi M_s)$ 0.216 0.119 0.0995 0.075

Ноу-бурхас где W_{an} Ханнибл, W_{an} от W_{an} $\frac{S}{R} \ll 1$, но W_{an} может "несколько" бурхас.

Полное значение W_{an} и W_{an}

$$W(s) = W_{ex}(s) + W_m(s) + W_H(s)$$

$$W_{ex}(s) = 2\pi CL + \frac{1}{2} CL \int_0^{2\pi} d\varphi \ln \left[\frac{S}{B} \cos \varphi + \frac{R}{B} \sqrt{1 - \frac{S^2}{R^2} \sin^2 \varphi} \right]$$

$$\frac{1}{M_s^2 V} W_{ex}(s) = 2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \ln \left[\frac{S}{B} \cos \varphi + \frac{R}{B} \sqrt{1 - \frac{S^2}{R^2} \sin^2 \varphi} \right]$$

$$R_0^2 = C/M_s^2$$

W_m состоит из $W_m^{s.d.}$, W_m^{top} и W_m^{dr} . $W_m^{dr} = 0$ ($1/\sqrt{2}$), W_m^{top} не забывает от $W_m^{s.d.}$ и W_m^{top} не забывает от $W_m^{s.d.}$ и W_m^{top} не забывает от $W_m^{s.d.}$.

$$W_m^{s.d.}(s) = \frac{1}{2} M_s^2 S^2 R^2 \int_0^L dz \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{|r^2 - r'^2|} \frac{1}{\sqrt{R^2 + S^2 + 2SR \cos \varphi}} \frac{1}{\sqrt{R^2 + S^2 + 2SR \cos \varphi'}}$$

($\beta = R, \beta' = R$)

Date.

Помните функцию shifted vortex" que имеет S/R ,
но в модели "successor" отсутствует $W(s)$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L dz dz' \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{\sin \varphi}{\sqrt{r(\cdot)}} \frac{\sin \varphi'}{\sqrt{r(\cdot)}} \sum_{\mu} \int dk e^{-k|z-z'|} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_{\mu}^2(kR) =$$

$$= \frac{1}{2} M_s^2 S^2 R^2 \cdot 2L \int d\varphi d\varphi' \frac{\sin \varphi}{\sqrt{R^2+S^2+2SR\cos\varphi}} \frac{\sin \varphi'}{\sqrt{R^2+S^2+2SR\cos\varphi'}} \sum_{\mu} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) J_{\mu}^2(kR) =$$

Imp. $I_{\mu}(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sin \varphi \cdot e^{i\mu\varphi}}{\sqrt{R^2+S^2+2SR\cos\varphi}}$ — похотим на $I_{\mu}(\varphi_0)$ из модели "buckle" 31/III

Раньше (7/IV) а для $I_{\mu}(s \ll 1) = \frac{1}{R} \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi e^{i\mu\varphi} = \frac{i\pi}{R} (\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1})$.

$$\rightarrow \frac{1}{M_s^2 V_d} W_m(s) = \frac{S^2}{\pi} \sum_{\mu} |I_{\mu}(s)|^2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) J_{\mu}^2(kR)$$

Для негравитационной W_H , а 9/IV и 10/IV:

$$\frac{1}{M_s^2 V_d} W_H(s) = -\left(\frac{H}{M_s}\right) \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R dp p \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{[s - p \cos \varphi]}{\sqrt{p^2 + s^2 - 2sp \cos \varphi}}$$

$$W_H(s) = -V_d H \left[\langle M_x \rangle_S \cos \varphi_H + \langle M_y \rangle_S \sin \varphi_H \right] = -V_d H \frac{1}{S_d} \frac{1}{2} M_s \left[- \int_0^{2\pi} d\varphi p_+^2(\varphi) \sin \varphi \cos \varphi_H + \right.$$

$$\left. + \sin \varphi_H \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi p_+^2(\varphi) \right] = -V_d H M_s \frac{1}{2\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\varphi p_+^2(\varphi) \sin(\varphi_H - \varphi),$$

где $p_+(\varphi) = -S \cos(\varphi - \varphi_S) + \sqrt{S^2 \cos^2(\varphi - \varphi_S) + R^2 - S^2} = |\varphi_S - \varphi_H = \frac{\pi}{2}| = -S \sin(\varphi - \varphi_H) +$

$p_+(\varphi) = F(\varphi - \varphi_H)$. $\int_0^{2\pi} d\varphi F_1(\varphi - \varphi_H) = \int_{-\varphi_H}^{2\pi - \varphi_H} d\varphi' F_1(\varphi') = \int_0^{2\pi} d\varphi' F_1(\varphi')$ — не зависит от φ_H как и граница интеграла.

$$\frac{1}{M_s^2 V_d} W_H(s) = -\left(\frac{H}{M_s}\right) \int_0^{2\pi} d\varphi p_+^2(\varphi) \sin(\varphi_H - \varphi) \frac{1}{2\pi R^2} = -\left(\frac{H}{M_s}\right) \frac{1}{2\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \left[S \cos \varphi + \sqrt{S^2 \cos^2 \varphi + R^2 - S^2} \right]^2$$

но так как $\varphi_H = 0$ или $\pi/2$

$$= -\frac{h}{2\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \left[S^2 \cos^2 \varphi + S^2 \cos^2 \varphi + R^2 - S^2 + 2S \cos \varphi \sqrt{R^2 - S^2 \sin^2 \varphi} \right] = \left| \text{бес} \text{ } \frac{d}{d\varphi} \cos \varphi = 0 \right| = -\frac{hS}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 \varphi \sqrt{R^2 - S^2 \sin^2 \varphi}$$

Кстати, при $S \ll 1$ модель $W_H = -h \left(\frac{S}{R}\right)$ как 11/IV, $h = H/M_s$.

$$\frac{1}{M_s^2 V_d} W_H = -hS \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 \varphi \sqrt{1 - S^2 \sin^2 \varphi}, \text{ где } \left(\frac{S}{R}\right) \rightarrow S.$$

$$\frac{1}{M_s^2 V_d} W(s) = \left(\text{т.е. не} \text{ } \frac{d}{d\varphi} \cos \varphi = 0 \right) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \ln \left[\frac{S}{b} \cos \varphi + \frac{1}{b} \sqrt{1 - S^2 \sin^2 \varphi} \right] +$$

$$+ \frac{S^2}{\pi} \sum_{\mu} |I_{\mu}(s)|^2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) J_{\mu}^2(kR) - hS \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 \varphi \sqrt{1 - S^2 \sin^2 \varphi},$$

где $I_{\mu}(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sin \varphi e^{i\mu\varphi}}{\sqrt{1+s^2+2s\cos\varphi}}$, а $\ln(b)$ можно вын. $b(\cdot)$ вынести.

Date.



SEB-B, unare parare W_{m, n_2, n_3}

$$\begin{aligned}
 I_\mu(s) &= \int_0^{2\pi} \frac{\sin \psi e^{i\mu\psi}}{\sqrt{1+s^2+2s\cos\psi}} d\psi = \left| \varphi = \pi + \psi \right| = - \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin \psi e^{i\mu\psi}}{\sqrt{1-2s\cos\psi+s^2}} e^{i\mu\pi} d\psi = \\
 &= (-1)^{\mu+1} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin \psi e^{i\mu\psi}}{\sqrt{1-2s\cos\psi+s^2}} d\psi = (-1)^{\mu+1} i \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin \psi \cdot \sin \mu\psi}{\sqrt{1-2s\cos\psi+s^2}} d\psi = \\
 &= (-1)^{\mu+1} i \int_0^{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-2s\cos\psi+s^2}} [\cos(\mu-1)\psi - \cos(\mu+1)\psi] d\psi = \\
 &= i(-1)^{\mu+1} \int_0^{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} s^n P_n(\cos\psi) [\cos(\mu-1)\psi - \cos(\mu+1)\psi] d\psi = \\
 &= i(-1)^{\mu+1} \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \left[s^0 + s \cos\psi + s^2 \frac{1}{4} (3\cos 2\psi + 1) + \dots \right] [\cos(\mu-1)\psi - \cos(\mu+1)\psi] d\psi = \\
 &= i(-1)^{\mu+1} \frac{1}{2} \left[s^0 2\pi (\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}) + s \pi (\delta_{\mu-1,1} - \delta_{\mu+1,1}) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{s^2}{4} \{ 3\pi (\delta_{\mu-1,2} - \delta_{\mu+1,2}) + 2\pi (\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}) \} + O(s^3) \right] = \\
 &= i(-1)^{\mu+1} \frac{\pi}{2} \left[2(\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}) + s(\delta_{\mu,0} + \delta_{\mu,2} - \delta_{\mu,0} - \delta_{\mu,-2}) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{s^2}{4} \{ 3(\delta_{\mu,-1} + \delta_{\mu,3} - \delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-3}) + 2(\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}) \} + O(s^3) \right] = \\
 &= i(-1)^{\mu+1} \frac{\pi}{2} \left[2(\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}) + s(\delta_{\mu,2} - \delta_{\mu,-2}) + \frac{s^2}{4} \{ 3(\delta_{\mu,3} - \delta_{\mu,-3}) + \delta_{\mu,-1} - \delta_{\mu,1} \} \right] \\
 |I_\mu(s)|^2 &= \frac{\pi^2}{4} \left[4(\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1}) + s^2(\delta_{\mu,2} + \delta_{\mu,-2}) - \frac{1}{2}s^2(\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1}) + O(s^4) \right]
 \end{aligned}$$

(Bugno, to naupabka na s^2 nebenka game ecm $s \leq 1$.)

Mozer obra nozno $\left(J_n(kr) = \frac{1}{2i^n} \int_{-1}^1 e^{ikr\mu} P_n(\mu) d\mu \right)$

Accu. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\psi \sin \psi \sin \mu\psi}{\sqrt{1-2s\cos\psi+s^2}} = \left| \cos\psi = x \right|_{dx = -\sin\psi d\psi} = - \int_1^{-1} \frac{\sin \mu\psi}{\sqrt{1-2sx+s^2}} dx = \int_{-1}^1 \frac{\sin \mu(\arccos x)}{\sqrt{1-2sx+s^2}} dx$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} s^n \int_{-1}^1 dx P_n(x) \sin \mu(\arccos x) = \sum_{n=0}^{\infty} s^n \int_0^{\pi} P_n(\cos\psi) \sin \mu\psi \sin \psi d\psi$$

18/10

B uunumne, pabnobeeae "S: s nago eufegemrb u

$\frac{\partial W(s)}{\partial s} = 0$, to gap $F(s_0, h) = 0$ um $s_0(h)$. Buguno, puzgune eufegemrb han ka $s_0(han) = 1 - \frac{1}{\text{Buxp}} \text{ baxogus na vhan gapa.}$

$F(1, han) = 0$ - yp-e na han.

do $W(s) = F_1(s) - h F_2(s)$, $\frac{\partial W}{\partial s} = F_1'(s) - h F_2'(s) = 0$, $h(s) = \frac{F_1'(s)}{F_2'(s)}$

Tornee han uz $W''(h, s_0(h)) = 0$. Cu. 10/12 Tozga $(han = F_1'(1)/F_2'(1))$

Date. 19. 05 .

$$\begin{aligned} \rightarrow I_n(s=1) &= \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sin \varphi e^{i\mu\varphi}}{\sqrt{1+s^2+2s\cos\varphi}} = i(-1)^{n+1} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \frac{\sin \psi \sin \mu\psi}{\sqrt{2(1-\cos\psi)}} = i(-1)^{n+1} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \frac{2\sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2} \sin \mu\psi}{2|\sin \frac{\psi}{2}|} \\ &= 2i(-1)^{n+1} \int_0^{\pi} d\psi \frac{\sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2} \sin \mu\psi}{|\sin \frac{\psi}{2}|} = 2i(-1)^{n+1} \int_0^{\pi} d\psi \cos \frac{\psi}{2} \sin \mu\psi = 4i(-1)^{n+1} \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos \varphi \sin 2\mu\varphi \\ &= 4i(-1)^{n+1} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \right) \left[\frac{(1+2\mu-2)!!}{(1+2\mu)!!} + \frac{(2\mu-1-2)!!}{(2\mu+1)!!} \right] = 4i(-1)^{n+1} \frac{1}{(2\mu+1)} \left[1 + \frac{1}{2\mu-1} \right] = \\ &= 8i(-1)^{n+1} \mu \frac{1}{(4\mu^2-1)}, \text{ analogous behavior. u } \frac{\partial I_n(s)}{\partial s} \text{ u } \mu s=1. \end{aligned}$$

→ Намечено создать на FMI vortex газам и камерам в KIAS.

→ Справление с эквн. Калосага χ, H_{an}, H_n FMI упр. газоб. 19/V

(Справка May 13) — $L=20 \text{ nm}$ или 40 nm . $f_n(L=40 \text{ nm})$ упр. 17/V

χ_{int} $2R=0,3; 0,35; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0 \mu\text{m}$. Сравнение с эквн. небезопасности.

R, nm	150	175	200	250	300	400	500
$\beta=L/R$	0,267	0,229	0,2	0,160	0,133	0,10	0,08
$\chi_{экен}$	-	0,360	+	0,980	2,00	2,75	3,19
$\chi_{is} = \chi_{calc}$	0,653	0,723	0,793	0,926	1,057	1,304	1,544
$\chi_{int} = \chi_{calc}$	0,673	0,742	0,817	0,964	1,099	1,375	1,649
	$\frac{d}{R} = \frac{0,4}{0,15}$	$\frac{d}{R} = \frac{0,5}{0,175}$	$\frac{d}{R} = \frac{0,5}{0,2}$	$\frac{d}{R} = \frac{0,5}{0,25}$	$\frac{d}{R} = \frac{0,6}{0,3}$	$\frac{d}{R} = \frac{0,6}{0,4}$	$\frac{d}{R} = \frac{0,6}{0,5}$

$\chi_{isol} = \frac{1}{2a}, 2a(\beta, R) = 4\pi F(\beta) - (R_0/R)^2. \chi_{int} = \frac{1}{2a'} = \frac{\chi_{is}}{1-\chi_{is}}$

Будно, 250 χ_{is}, χ_{int} небезопасности сравнения с эквн. особенно упр. R-сравнения.

H_{an} (сравнение $\frac{1}{M_s} H_{an} = 2a = 4\pi F(\beta) - (R_0/R)^2 = 1/\chi_{is}$ (сравнение $1,6 \text{ раз}$ по $\frac{R}{R_0}$):

β	0,267	0,229	0,20	0,16	0,133	0,10	0,08
H_{an}, β	450	380	375	374	373	365	285
H_{an}, β_{calc}	1225	1110	1010	860	760	610	512
H_{an}, β_{calc}	1575	153	153	107	92	62	43
H_{an}, β_{calc}	0,045	0,038	0,0375	0,037	0,037	0,035	0,0285

Будно, 250 H_{an} сравнение May 13 (сравнение с эквн. небезопасности),
в сравнении с May 2 (сравнение 17/V). Будно сравнение H_{an} упр. упр. $W(s)$.

$$\frac{1}{M_s} W(s) = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\cos \varphi + \sqrt{1-s^2 \sin^2 \varphi} \right] + \frac{2s^2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\beta) |I_n(s)|^2 - \frac{R_0^2}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 \varphi \sqrt{1-s^2 \sin^2 \varphi}$$

$0 \leq s \leq R-b$

Date. 20.05.

$$I_\mu(s) - \text{zero number}, |I_\mu(s)|^2 = 4 \left[\int_0^\pi \frac{\sin \varphi \cdot \sin \mu \varphi}{\sqrt{1 - 2s \cos \varphi + s^2}} d\varphi \right]^2. \text{ when } s \ll 1:$$

$$|I_\mu(s)|^2 = \frac{\pi^2}{4} \left[4\delta_{\mu,1} + s^2 \left(\delta_{\mu,2} - \frac{1}{2}\delta_{\mu,1} \right) + O(s^4) \right] - \text{value}.$$

Определение h_{an} из условия, что S_0 (минимум функции $W(s)$) = 1.
 $S_{max} = 1 - \frac{\beta}{R}$, но $\beta/R \ll 1$ предполагается, β - radius "core" буры.

Pair a Lambda-Vortex - lat. med.

$W(s)$ имеет максимум минимум, $W(s_0) < 0$ и $h \neq 0$.

- 1) Например, when $R = 150 \text{ nm}$, $\beta = 0,267$ и $h = 1$ ($H = M_s$) $S_0 = 0,44(!)$ берем.
 А $h = 2$ дает $S_0 = 0,59(!)$ берем, $S_0(h=3) = 0,65$ берем.

У нас минимум $S_0(h_{an}) = 1$ надо уменьшить (меньше S_0)
 или увеличить, но так $S_0 \leq 1$ может rigid vortex $W(s)$ не появится.

- 2) Другой пример. Пусть $R = 500 \text{ nm}$, $L = 0,08$ (большая толщина буры)
 Если значительно меньше h или h же S_0 - тогда не будет.

$W_{ex}(s)$ и $W_H(s)$ убывают с s , а $W_m(s)$ растет, т.к.

для $|I_\mu(s)|^2$ имеет максимум when $s \rightarrow 0$ (там больше, там больше).

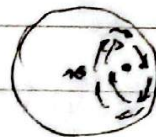
$$\text{Тогда } I_{\mu=1}(s) = 2 \int_0^\pi \frac{d\varphi \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - 2s \cos \varphi + s^2}} = \pi \sqrt{s}, \text{ если } s \text{ не забывает.}$$



rigid vortex



зон. и. зазора на периф. газа



более плавно
"Soft" vertex
ММС буры в центре
за счет уменьшения $q(r)$
буры

$W_m(s)$ уменьшается в центре "vertex"
 из газа. Model "rigid" vortex забывает $W_m(s)$, т.е. игнорирует
 в более глубокой области, забывает h_{an} .

$W_m(s)$ особенно сильно растет when $s \rightarrow 1$, когда имеет нов. зрелый максимум.

2a/5) Например случаи по газам Kobocage - vortex TEN:

Получается энергия Shifted "vertex" и hom. dot vortex:

$$h_- = 2a \left[1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta}{a}} \right], \quad W^{vor}(h=0) = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left[2 - \ln \frac{\beta}{R} \right] + \frac{4\pi\beta^3}{R^2 L} [g(0) - g(\beta/R)]$$

$$W^{hom}(h=0) = 2\pi F(\beta), \quad \Delta = W^{han}(0) - W^{vor}(0)$$

$$a - \Delta = 2\pi F(\beta) - \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 - \left[2\pi F(\beta) - \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left\{ 2 - \ln(1) \right\} - 4\pi \frac{\beta^3}{R} \{ g(0) - g(\beta/R) \} \right] =$$

$$h_- \cong \Delta$$

20-21 1/2

22/5

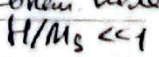
23/√

 $24\frac{1}{2}$ $24\frac{1}{2}$ $24\frac{1}{2}$ $24\frac{1}{2}$
$$H/M_S \ll 1$$
$$H/M_S \ll 1$$

$$H/M_S \ll 1$$

$$H/M_S \ll 1$$
$$H/M_S \ll 1$$

$$H/M_S \ll 1$$


$$H/M_S \ll 1$$
$$H/M_S \ll 1$$

$$H/M_S \ll 1$$

$$H/M_S \ll 1$$

Date.

Torça

$$\begin{cases} M_0^y h_z + m_y H_i^z = 0 \\ -h_z M_0^x - m_x H_i^z = 0 \\ M_0^x h_y - h_x M_0^y + m_x H_i^y - m_y H_i^x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (1) \Rightarrow M_0^y h_z + m_y H_i^z = 0 \\ (2) \Rightarrow -M_0^x h_z + m_x H_i^z = 0 \\ (3) \end{cases}$$

(1) $\sin\varphi + (2)\cos\varphi = (m_y \sin\varphi + m_x \cos\varphi) H_i^z = 0$, $H_i^z = 0$

u q'ada. $H_{ex}^z = \Delta \nabla^2 M_0^z = 0$, $H_m^z = \int d^3 r' [G_{zz} M_0^z + G_{zz} M_0^z + G_{zz} M_0^z]$
 Torçee $m_y H_i^z = 0$, $H_m^z = 0$ due "core".

(3) $-M_0^x h_y - h_x M_0^y + m_x H_i^y - m_y H_i^x = 0$ u uq (1)(2): $h_z = 0$
 T.e. $h_m^z = 0$ u $h_a^z = 0$
 h_a // magnetic core ($h_a^z = 0$ no anfegeerung).

$$H_{ex}^x = \Delta \nabla^2 M_0^x = \Delta (\nabla^2) M_0^x$$

$\vec{H}_{ex} = \Delta \nabla^2 \vec{M}_0$, $\vec{M}_0 (0, M_0^y, 0)$ due core, where $M_0^y = M_s$

$$\frac{1}{2} (\vec{H}_{ex})^y = \nabla^2 (M_0^y) - \frac{1}{\rho^2} M_0^y - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial M_0^y}{\partial \varphi} = 0$$

$\rightarrow (\vec{H}_{ex})^y = \nabla^2 (M_0^y) - \frac{1}{\rho^2} M_0^y + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial M_0^y}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\rho^2} M_s$, $(H_{ex}^z) = \Delta \nabla^2 M_0^z = 0$

$(\vec{H}_m)^y = \int d^3 r' G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') M_0^y + \int d^3 r' G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') M_0^y \left(\frac{2\theta\varphi}{\theta^2 + \varphi^2} \right) + \int d^3 r' G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') M_0^z$
 $\vec{r}'$ due core

$G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{(-1)}{(4\pi\rho\rho')} \sum_{\mu} \mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} \int dk e^{-k|z-z'|} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') = -(\nabla_r)_y (\nabla_{r'})_y \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

Even $M_0^y(r')$ no depend on φ' , so $\int d\varphi' (...) \sim \delta_{\mu 0}$, no $\mu=0$ because no goes
 u $(\vec{H}_m)^y = 0$. $(\vec{H}_m)^z = \int d^3 r' G_{zz} M_0^z = 0$ due $M_0^z(r')$ no depend on φ' .

$G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = -(\nabla_r)_z (\nabla_{r'})_z \frac{1}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial z'} \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') =$

$= -\frac{i}{\rho} \int dk \frac{\partial e^{-k|z-z'|}}{\partial z'} \sum_{\mu} \mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho')$

- even $M_0^z(r')$ or φ' no depend (a core), so because $(\vec{H}_m)^y = 0$.

Torçee $(\vec{H}_m^z)^z = \int d^3 r' G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') M_0^z(r') + \int d^3 r' [G_{zz} M_0^y + G_{zz} M_0^z] =$
 $= \int d^3 r' G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') M_0^z(r') \neq 0$

$(\vec{H}_m^z)^y = \int d^3 r' G_{yy} M_0^y(r') + \int d^3 r' [G_{yy} M_0^y + G_{yy} M_0^z] = \int d^3 r' G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') M_0^y(r')$
 $\vec{r}'$ due "core"

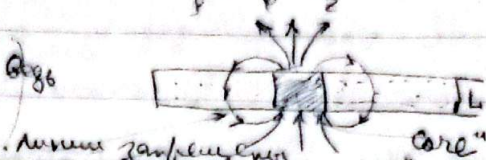
T.e. harmonics. none of vortex Usava $\vec{H}_m = (H_m^y, 0, H_m^z)$
 where $\vec{H}_m$ corresponds $\vec{M}_0$ -core. No even in other (due core)

Date.

Вектор "core" $\vec{M}_0(r) = (0, M_0^p, M_0^z(p))$, вектор "core" $M_0(r) = (0, M_s, 0)$
 Вектор "core" $(\vec{H}_m \cdot \vec{M}_0) = (H_m^p, 0, H_m^z)(0, M_s, 0) = 0$ и следовательно вектор "core"
 не дает никакого вклада в W_m (это и должно быть).

Один вихревой вихрь: $\vec{H}_{ex} = (0, H_{ex}^p, 0)$ и $\vec{H}_m = (H_m^p, 0, H_m^z)$.

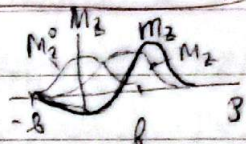
$$H_i^z = H_m^z \neq 0. \text{ - Граничные условия}$$



и т.д. - это и есть вихрь. Вектор $\vec{H}_m \neq 0$, $\vec{H}_m = (\vec{M} \cdot \vec{n}) \neq 0$, но вектор "core" $M_z = 0$.
 Нам же все это нужно для того, чтобы найти решение?

$$(1) \cdot \cos \varphi - (2) \cdot \sin \varphi = M_s h_z + H_i^z (m_y \cos \varphi - m_x \sin \varphi) = M_s h_z + H_i^z m_\varphi = 0$$

$$\begin{cases} m_p H_i^z = 0 \\ M_s h_z + m_\varphi H_i^z = 0 \\ -M_s h_p + m_x H_i^y - m_y H_i^x = 0 \end{cases} \quad \vec{h}_{eff} = \Delta \nabla^2 \vec{m} + \int d^3 r' \vec{G}(r, r') \vec{m}(r') + \vec{h}_a$$



Но так как $m_p = 0$, и $H_i^z = 0$. Выходит, что $m_z = 0 \forall r$.

Система уравнений - групп. уравнений где m_x, m_y, m_z вектор "core" $p \leq b$:
 $(m_z = 0)$

$$\begin{cases} M_0^y h_z + m_y H_i^z - m_z H_i^y = 0 \\ -h_z M_0^x + m_z H_i^x - m_x H_i^z = 0 \\ -M_s h_p + m_x H_i^y - m_y H_i^x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} H_i^z m_p - m_z H_i^p = 0 \\ h_z M_s + m_\varphi H_i^z - m_z H_i^p = 0 \\ -M_s h_p + m_p H_i^p - m_\varphi H_i^p = 0 \end{cases}$$

$$\text{Но } \vec{M}_0 \times \vec{H}_i = \begin{vmatrix} \hat{p} & \hat{p} & \hat{z} \\ 0 & M_s & 0 \\ H_i^p & H_i^p & H_i^z \end{vmatrix} = M_s H_i^z \hat{p} - M_s H_i^p \hat{z} = 0 \text{ где } \begin{cases} H_i^z = 0 \\ H_i^p = 0, \\ H_i^p = 0, \end{cases}$$

Вывод: Вектор "core" (вектор "core"): $\vec{H}_m = 0$ и если только $\vec{H}_{ex} = (0, H_{ex}^p, 0)$.
 H_i имеет только $H_i^p \neq 0$ (вектор "core", но $r \leq R$).

$$\begin{cases} h_z M_s - m_z H_i^p = 0 \\ -M_s h_p + m_p H_i^p = 0 \end{cases}, \vec{m} = (m_p, 0, m_z) \perp \vec{M}_0 = (0, M_0^p, 0) - \text{вихревой вихрь} \vec{m} \perp \vec{M}_0$$

$$H_i^p = H_{ex}^p = -\frac{M_s}{p^2} - \text{здесь}$$

$$h_z = \Delta (\nabla^2 \vec{m})_z + \int d^3 r' [G_{zp} m_p + G_{z\varphi} m_\varphi + G_{zz} m_z] = \Delta \nabla^2 m_z + \int d^3 r' [G_{zp} m_p + G_{zz} m_z]$$

$$h_p = \Delta \left[\nabla^2 m_p - \frac{1}{p^2} m_p \right] + \int d^3 r' [G_{pp} m_p + G_{pz} m_z]$$

$$\begin{cases} \Delta M_s \nabla^2 m_z - H_i^p m_z = - \int d^3 r' [G_{zp} m_p + G_{zz} m_z] M_s \\ \Delta M_s \left[\nabla^2 m_p - \frac{1}{p^2} m_p \right] - H_i^p m_p = - \int d^3 r' [G_{pp} m_p + G_{pz} m_z] M_s - \frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

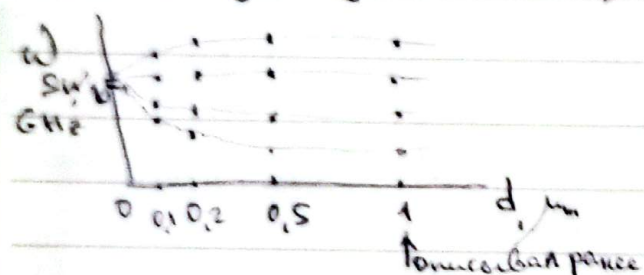
Date.

20/VI *Negrosobua annuvarum* R. Halle, *Tropane nobilis* Cassini
 21-23/VI *T. moulis*, *C. albicollis*, *Andri.*, *Polioptila*, *Recurv.* & *C. nobilis*
Tropane nobilis Cassini, *Passerina* *flavescens* no *PARADO* Zapr.
 24/VI *Negrosobua* *abruptus*, *Andri.*

25/VI Объединение эквивалентных Демонстрация no
n. coupled rectangular dots (width w, length l, spacing d).



В *связанных* *артике* *один* *гор* *bw*. В *F*-*page* *бсе* *соед.*
наименьшей *M* *гор* *и* *пальн*, т.е. *на* *артике* *соед.*
такие *один* *гор*. $d = 1 \mu m$ *и* *соед.* *на* *isolated* *dots*.



$d > 0.5 \mu m$ *соед.* *бсе* *взр.* *гор*.
 $d \rightarrow 0$ *соед.* *на* *пальн*.
Такая *SW* *соед.* *к* *один* $\omega^* = 10.8 \pi$,
в $d \rightarrow 0$ *и* *Демонстрация*.
Тогда *на* *такая* *ФМР* *соед.* *на* $\omega_0 = \sqrt{\omega_H(\omega_H + 1)} \approx 11 = 6003$ $\omega_0 = 7.52 \pi$.

Можно *эти*. *Такая* *SW* ω^* ($d=0$) *не* *соед.* *с* ω_0 -
Такая *ФМР* *соед.* *на* ω_0 *на* ω_0 *и* $H = 6003$?

Если *необходимо* *предположить* ($H \rightarrow 0$) *Такая* *соед.* *на* *DE*:

$$\omega_{DE}^2 = \left[\omega_H(\omega_H + 1) + \frac{1}{4}(1 - e^{-2q_H L}) \right]^{1/2}$$

$q_H = 0.38 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$, $L = 35 \text{ nm}$, $2q_H L \approx 10^5 \text{ cm}^{-1} \cdot 70 \cdot 10^{-7} \approx 0.7$,

$\Rightarrow$ *можно* *предположить* $\omega_{DE} \approx \omega^*$ *на*. *в* *предположении* q_H .

$$\omega_{DE}^2 \approx \omega_H(\omega_H + 1) + \frac{1}{2} q_H L, \text{ где } q_H L \ll 1.$$

Date. 26. 08.

SW- в режиме греб (d/r > 1, m d/r > 1)

Граничные и граничные взаимодействия с решеткой греб.

Сначала анализ от 203.00-12.03.00:

1) в наведенном приближении по сравнению с гребом рассредоточено граничное взаимодействие с решеткой греб есть сумма полей вторичных функций с моментами $\langle \vec{m}_n \rangle$, рассчитанных в узлах 2D-решетки;

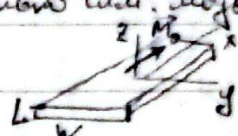
2) в наведенном приближении граничные функции граничного взаимодействия с решеткой греб есть сумма полей вторичных функций $\vec{m}_n = \langle \vec{m}_n(r) \rangle$.

Для чистого греб тогда в граничных взаимодействиях будет упрощаться только $\langle \vec{m}(r) \rangle \neq 0$, т.е. $J_0(\vec{m}, \vec{r})$ - радиально сим. моды.

Для чистого греб $m_z(r) \sim \cos(q_y^m y)$, $q_y^m = \frac{\pi m}{w}$

$$\langle m_z(r) \rangle \sim \int_0^w dy \cos\left(\frac{\pi m}{w} y\right) \neq 0 \text{ только при } m=0, \text{ т.е.}$$

Вклад в граничные m-coupling дают только однородные моды в граничных взаимодействиях



Гранич. ур. для "vortex"

Для "vortex" в чистом греб $\vec{m} = \frac{\vec{M}_0(r)}{M_z} = (m_x, m_y, m_z)$

$m_x = 0$, $m_y = 1$ (вне "core"), $m_z = 0$ (вне "core").

Какие же граничные условия выполняются на боковой поверхности чистого греб $\rho = R$? Вообще $m_y = f(\rho)$.

$$\vec{\nabla} m_y = \left(\hat{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \hat{\phi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) m_y(\rho) = \hat{\rho} \frac{\partial m_y(\rho)}{\partial \rho} = 0 \text{ вне "core"}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = (\vec{\nabla} \cdot \vec{n}) = (\vec{\nabla} \cdot \hat{\rho}) = \frac{\partial}{\partial \rho}. \quad \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} = \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial \rho} (0, m_y, 0) = \frac{\partial m_y}{\partial \rho} = 0? \forall \rho > R$$

Т.е. выполняется $\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} = 0$ не только при $\rho = R$, а вообще $\forall \rho > R$.
 $(\vec{m})_n = m_x = 0$ не только на границе $\rho = R$, но вообще $\forall \rho$.

Для "vortex" скажем: $\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = 0$ и $(\vec{m})_n = 0$ выполняются одновременно.

$$\text{Тогда } \frac{\partial \vec{m}}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial \rho} [\hat{\phi} m_y] = m_y \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \rho} + \hat{\phi} \frac{\partial m_y}{\partial \rho} = m_y \cdot 0 + \hat{\phi} \cdot 0 = 0 \text{ вне "core"}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\rho} &= \hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi \\ \hat{\phi} &= -\hat{x} \sin \phi + \hat{y} \cos \phi \end{aligned} \right. \text{ и } \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \rho} = 0, \text{ но } \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \phi} = \hat{\phi}, \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \phi} = -\hat{\rho}.$$

В магнитосфере энергия может быть объемной и поверхн. Вклад при варьировании — формально, тогда и объем. и поверхностные (р. ур.). Но правильно записывать W как сумму объемную $W_v = -\frac{1}{2} \int d^3r \vec{M}(r) \cdot \vec{H}(r)$, тогда $\vec{H}_m$ будет только в объемные ур. п.-п.

Date.

$g(x-x') = g(\xi)$ и тогда $I_s = \int_{-1/2}^{1/2} \{g(\xi)\}^{2s} d\xi$, тогда $\lambda_m = \frac{1}{u_m(0)} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{u_m^{[2s]}(0)}{(2s)!} I_s$,
если $u_m(x)$ - норма (Ф).

→ Вспомогательная $u_0(x) = (\frac{1}{4} - x^2)^{1/2}$, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ - норма (Ф).

$$u_0'(x) = \frac{1}{2}(\cdot)^{-1/2}(\cdot)'. \quad u_0(x) = (1-4x^2)^{1/2} = \sum_{s=0}^{\infty} u_0^{[2s]}(0) x^{2s} \quad u_0^{[2s]}(0) \text{ можно найти,}$$

определив разложение λ_0 .

$$\lambda_0 = I_0 + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{u_0^{[2s]}(0)}{(2s)!} I_s \frac{1}{u_0(0)}, \quad I_0 = -\frac{2}{p} \ln(1+4p^2) - 8 \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} \quad (17/II)$$

Для $s > 0$ мал. p тогда $I_s \approx -8p \frac{1}{2^{2s}(2s-1)!} \quad (17/II). \quad I_0 \approx -4\pi + 8p$

$$u_0''(0) = -4, \quad \lambda_0 \approx -4\pi + 8p + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{u_0^{[2s]}(0)}{u_0(0)} \frac{I_s}{(2s)!} = -4\pi + 8p + \frac{u_0''(0)}{u_0(0)} \frac{I_1}{2!} + \dots$$

$$= -4\pi + 8p - \frac{4}{1} \frac{1}{2} (-8p) \frac{1}{2^{2 \cdot 1}} + \dots (s \geq 2) = -4\pi + 8p + 4p + \dots$$

Далее $u_0^{(4)}(0) = -3 \cdot 2^4$ и (тогда $s=2$) $= -\frac{3 \cdot 2^4}{1} \frac{1}{4!} (-8p) \frac{1}{2^{4 \cdot 2}} = \frac{8}{4!} p = \frac{1}{3} p$

$$\rightarrow \lambda_0(p) = -4\pi + 8p + 4p + \frac{1}{3} p + \dots$$

см. 29/VI

эта часть должна быть, эквив. fo-мат.

— ряд не убывает, значит, не имеет предела (здесь $8+4+\frac{1}{3}+\dots = 4\pi$)

Нужно проверить и само $\lambda_{00}(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m_0(x')$ - уравнение на (Ф).

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' \ln \left[\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2} \right] \sqrt{(1/2+x')(1/2-x')} = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) \sqrt{\frac{1}{4} - (x+\xi)^2}$$

$$\text{Вм } x=0 \text{ надо найти } J_0 = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) \sqrt{\frac{1}{4} - \xi^2} = \left| \xi = \frac{1}{2} \sin t \right| =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dt \cos t \ln \left(\frac{1/4 \sin^2 t}{1/4 \sin^2 t + p^2} \right) \frac{1}{2} \cos t = \frac{1}{4} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dt \cos^2 t \ln \left(\frac{\sin^2 t}{\sin^2 t + 4p^2} \right)$$

$$J_0 = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) \sqrt{(1/2)^2 - \xi^2} = 2 \int_0^{1/2} d\xi (\cdot) = 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^1 d\xi \ln(\cdot) \sqrt{1 - (2\xi)^2} = \left| 2\xi = x \right| =$$

$$= \int_0^1 \frac{dx}{2} \ln \left[\frac{(x/2)^2}{(x/2)^2 + p^2} \right] \sqrt{1-x^2} = \frac{1}{2} \int_0^1 dx \sqrt{1-x^2} [2 \ln x - \ln(x^2 + 4p^2)] =$$

$$= \int_0^1 dx \ln x \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{2} \int_0^1 dx \sqrt{1-x^2} \ln(x^2 + 4p^2) = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4} \ln 2 - \frac{1}{2} \int_0^1 dx \sqrt{1-x^2} \quad \textcircled{x}$$

$$\textcircled{x} \left[\ln \left(1 + \frac{x^2}{4p^2} \right) - \ln \frac{1}{4p^2} \right] = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4} \ln 2 - \frac{1}{2} \frac{\pi}{2} \left[\ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 + 4p^2}}{2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1 - \sqrt{1 + 4p^2}}{1 + \sqrt{1 + 4p^2}} \right]$$

$$- \frac{1}{2} \ln(4p^2) \int_0^1 dx \sqrt{1-x^2} = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4} \ln 2 - \frac{\pi}{4} \left[\ln \left(\frac{2p + \sqrt{4p^2 + 1}}{4p} \right) + \frac{1}{2} \frac{2p - \sqrt{4p^2 + 1}}{2p + \sqrt{4p^2 + 1}} \right] -$$

$$- \frac{1}{2} 2 \ln(2p) \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4} \ln 2 - \frac{\pi}{4} \ln(p + \sqrt{p^2 + 1}) + \frac{\pi}{4} \ln 2p - \frac{\pi}{8} \frac{2p - \sqrt{4p^2 + 1}}{2p + \sqrt{4p^2 + 1}} = \frac{\pi}{4} \ln(2p)$$

$$= -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4} \ln(2p + \sqrt{4p^2 + 1}) - \frac{\pi}{8} \frac{2p - \sqrt{4p^2 + 1}}{2p + \sqrt{4p^2 + 1}}$$

Date. 29.06.20

Wires

$$29/12 \quad \lambda_0 m_0(x) = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \ln \left[\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2} \right] m_0(x'), \text{ where } m_0(x) = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$$

$$\text{we have } \lambda_0 m_0(0) = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \ln \left[\frac{x'^2}{x'^2 + p^2} \right] \sqrt{\frac{1}{4} - x'^2} = \frac{2}{p} J_0 = \frac{2}{p} \left[-\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4} \ln(2p + \sqrt{4p^2 + 1}) \right. \\ \left. - \frac{\pi}{8} \frac{2p - \sqrt{4p^2 + 1}}{2p + \sqrt{4p^2 + 1}} \right] = -\frac{\pi}{2} \frac{1}{p} \left[\ln(2p + \sqrt{4p^2 + 1}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{2p - \sqrt{4p^2 + 1}}{2p + \sqrt{4p^2 + 1}} \right] = \\ = -\frac{\pi}{2} \frac{1}{p} \left[\ln(2p + \sqrt{4p^2 + 1}) + \frac{2p}{2p + \sqrt{4p^2 + 1}} \right], \text{ so } m_0(0) = \frac{1}{2}. \text{ Obviously, } \\ \text{if } p \text{ is small, } m_0(0) \approx \frac{1}{2}.$$

$$\lambda_0(p) = -\frac{\pi}{p} \left[\frac{2p}{2p + \sqrt{4p^2 + 1}} + \ln(2p + \sqrt{1 + 4p^2}) \right]. \text{ If } p \ll 1 \text{ then } \lambda_0(p) \approx$$

$$\rightarrow \lambda_0(p \ll 1) = -\pi \left[\frac{2}{2p + 1 + 2p^2} + \frac{1}{p} \ln(2p + 1 + 2p^2) \right] = -\pi \left[2(1 - 2p) + \frac{1}{p} \cdot 2p + O(p^2) \right] = -4\pi + 4\pi p, \text{ so } \frac{\lambda_0(p)}{4\pi} = 1 - p, \text{ where } \frac{\lambda_0(0)}{4\pi} = 1 - \frac{2}{\pi}.$$

$$\ln(x + \sqrt{1 + x^2}) = \text{Arsh } x$$

$$\lambda_0(p) = -\pi \left[\frac{2}{2p + \sqrt{1 + 4p^2}} + \frac{1}{p} \text{Arsh}(2p) \right], \text{ Arsh}(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \dots, x \rightarrow 0. \\ \text{C3 } \delta \text{ frequency } m_0(x) = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} \text{ is the same as } m_0(x) = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}.$$

Но чтобы $\lambda_0 \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln \left[\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right] \sqrt{\frac{1}{4} - (x+\xi)^2}$ genuine function.
 with δ frequency $m_0(x) = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$.

→ Перепишем интеграл: $g(\xi) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) = -\frac{4}{p} \int_0^p \frac{dz}{z^2 + \xi^2}$

$$g(\xi) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) = 2 \int_0^{\infty} d\alpha \cos(\alpha \xi) \frac{e^{-p\alpha} - 1}{\alpha} \text{ then } g(\xi) = -\frac{4}{p} \int_0^{\infty} d\alpha e^{-\alpha p} \frac{1 - \cos \alpha \xi}{\alpha}$$

$$I_3 = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi g(\xi) \xi^{2s} = -\frac{4}{p} \int_0^{\infty} d\alpha \frac{(1 - \cos \alpha p)}{\alpha} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi e^{-\alpha \xi} \xi^{2s}$$

$$\frac{\partial m_0(x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_0 \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} = \frac{2}{p} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln(\cdot) \sqrt{\frac{1}{4} - (x+\xi)^2} = \frac{2}{p} \frac{1}{2} \ln(\cdot) \sqrt{\frac{1}{4} - (1/2 - x + x)^2} - \frac{2}{p} \frac{1}{2} \ln(\cdot) \sqrt{\frac{1}{4} - (1/2 + x - x)^2}$$

$$+ \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln(\cdot) \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{\frac{1}{4} - (x+\xi)^2} = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln(\cdot) \frac{1 \cdot (-2)(x+\xi)}{2\sqrt{\frac{1}{4} - (x+\xi)^2}} = -\frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) \frac{(x+\xi)}{\sqrt{\frac{1}{4} - (x+\xi)^2}}$$

So $m_0(x) = m_0(0) + \frac{1}{2} m_0''(0) x^2$ because near $m_0(x)$, i.e. $m_0'(0) = 0$ genuine.

$$\lambda_0 m_0'(0) = -\frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \ln \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right) \frac{\xi}{\sqrt{\frac{1}{4} - \xi^2}} = 0 - \text{because } C \cdot m_0''(x) \text{ is even.}$$

Среднее значение кануга на δ есть $p_2'(2x) \sim x\sqrt{1-4x^2}$ и $p_2''(2x) \sim (1-4x^2)$.

→ Мы знаем, что $m_0(x) = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ где δ small p , where $g(x, x')$ is the same as $m_0(x)$ не меняется

Int. 0520P no Physics B, C, E

1956 "Vortex" Bryant - Sehl.

Вспом. функция
для цилиндра: $g(\theta) = 1 - \sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}$, $h = \frac{H_0}{2\pi m_s}$ ($h = \frac{H_0}{4\pi m_s}$?)

$R=1$ $\text{kurve } A(x,y) = \text{const}$ $\text{erob } \begin{cases} x = (A-g)\cos\theta + g'\sin\theta \\ y = (A-g)\sin\theta - g'\cos\theta \end{cases} \quad (*)$
 $(\vec{A} = (0,0,A), \underline{\vec{m}} = \text{rot} \vec{A})$

$$m_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad m_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \cdot) \quad W_{\text{tot}} = 0, \quad g(\theta) = 0 \quad \begin{cases} x = A \cos \theta \\ y = A \sin \theta \end{cases} \rightarrow A^2 = x^2 + y^2$$

$$A(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad m_x = \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{1 \cdot 2y}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{\rho} = \sin \phi, \quad m_y = -\frac{\partial A}{\partial x} = -\frac{x}{\rho} = -\cos \phi$$

u  - нелыжым vortex Усова, но без "core".
vortex у $h=0$

2) $h \neq 0$, θ - не параметр, а функция $\theta = \theta(x, y)$. $g'(\theta) = \frac{h \sin \theta}{\sqrt{1+h^2+2h \cos \theta}}$
 $-x \sin \theta + y \cos \theta + \frac{h \sin \theta}{\sqrt{1+h^2+2h \cos \theta}} = 0$ где $\theta = \theta(x, y)$ где у нас, гора.

$\sqrt{1+h^2} \sin \theta + y \cos \theta = 0$, $\operatorname{tg} \theta(x, y) = \frac{y}{x-h}$
 Поскольку $\theta = \varphi + \pi/2$, где φ - полярный угол.

$$x^2 + y^2 = [A - g(\theta)]^2 + [g'(\theta)]^2 = x^2 \cos^2 \theta + y^2 \sin^2 \theta + 2xy \cos \theta \sin \theta + [g'(\theta)]^2$$

$$\rightarrow \text{Cancelling out } -x \sin \theta + y \cos \theta = g'(\theta).$$

Wichtiges. (x) wo $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}$: $1 = \left(\frac{\partial A}{\partial x} - g'(0) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \cos \theta + \dots$ ne ro.

$A(x, y)$ находится из крив. $\left\{ \begin{aligned} A(x, y) &= x \cos \theta + y \sin \theta + g(\theta) & (1) \\ -x \sin \theta + y \cos \theta + g'(\theta) &= 0 & (2) \end{aligned} \right.$

*) given $x(\theta), y(\theta)$ have as parameter θ .

$$m_x = \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial A}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad A(\theta) = ? \quad \theta(x, y) - \text{задано неавно как (2).}$$

$$m_x = \frac{\partial A}{\partial y} = x(-\sin \theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \sin \theta + y \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} + g'(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} = \sin \theta + \left[-x \sin \theta + y \cos \theta + g'(\theta) \right] \frac{\partial \theta}{\partial y} = \sin \theta (!)$$

$$-m_y = + \frac{\partial A}{\partial x} = \cos \theta + (-x) \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + y \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + g'(0) \frac{\partial \theta}{\partial x} = \cos \theta$$

$\vec{u}(\text{cyclo}) = \begin{cases} m_x(x,y) = \sin \theta(x,y) \\ m_y(x,y) = -\cos \theta(x,y) \end{cases}$, where when $h \rightarrow 0$, $\theta(x,y) = \varphi - \frac{y}{2R}$ - cyclo. wave phase
 a nonyltrac vortex $m_x = \sin \varphi$, $m_y = -\cos \varphi$

А сама $\theta(x, y)$ находится из ур-я $-x \sin \theta + y \cos \theta + g'(\theta) = 0$

Date.

вообще при $h=0$ для $\frac{y}{x} = \tan \varphi = \tan \theta$, т.е. $\theta = \varphi$ - угол φ от x -оси.

при $h \ll 1$ $\tan \theta(x,y) = \frac{y}{x-h}$, $m_x = \sin \theta = \sin(\arctan \frac{y}{x-h}) = \frac{y/(x-h)}{\sqrt{1+y^2/(x-h)^2}} =$

$= \frac{y}{\sqrt{(x-h)^2 + y^2}}$, $m_y = -\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{1+y^2/(x-h)^2}} = -\frac{(x-h)}{\sqrt{(x-h)^2 + y^2}}$

похоче на vortex "rigid" vortex or 6/17 (с $s \rightarrow -h$)
 $m_x \rightarrow -m_x, s = x, y$

Можно считать $s = h = \frac{H}{4\pi N M_s}$. Согласно 11/17 равнобедренный (B.S. vortex is rigid vortex)

Считаем в vortex "rigid" vortex $S_0 = \frac{H}{M_s \cdot 2a} = \frac{H}{M_s} \frac{1}{4\pi F(\beta) - (R_0/R)^2} \approx$

$\approx$ (считаем R_0 и $F(\beta)$) $\approx \frac{H}{4\pi F(\beta) M_s} = h$ vortex B.S. (Bryant - Sukla)

$N = F(\beta)$ - размер. параметр вихря в вихре. $S_0 = h$ - константа, если считать $F(\beta)$ и $2\pi M_s$ (vortex B.S.) заменить на $4\pi F(\beta) M_s$.

Важно: vortex B.S. в слабом поле $\sqrt{\epsilon} \ll 1$ эквивалентен vortex "rigid" vortex в сильном поле $R \gg R_0$ и вне "core".

Но core вращается в $\langle \vec{M} \rangle$ и не газ или газ малый вращается, если бы не вращался $\vec{M}$ вращался газ.

Тогда надо $h = \frac{H}{4\pi N M_s}$ как B.S. считать в более ранней статье APL Jan 89.

В vortex B.S. нет "core", но это и неважно для $\langle \vec{M} \rangle$ в $\vec{H}$, т.к.

Зато B.S. - vortex имеет смысл и при $h \sim 1$ (в случае or "rigid" vortex vortex B.S. $h \ll 1$)
но получается более точно найти $\langle \vec{M} \rangle = f(h)$, h_n, h_{an} .

В конкретном h : $m_x = \frac{y}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}} = \sin \theta$, $m_y = -\cos \theta = -\frac{(x-h^*)}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}}$

где $h^* = \frac{h}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}}$, x - координата h^* от θ . $h^* = h$, при $h \ll 1$.

$\cos^2 \theta [(h^*-x)^2 + y^2] = (x-h^*)^2$ или $y^2 = \sin^2 \theta [(x-h^*)^2 + y^2]$

$y^2 \cos^2 \theta = \sin^2 \theta (x-h^*)^2$, $\tan \theta = \frac{y}{x-h^*}$

$\cos \theta = z$, $y^2 z^2 = (1-z^2) \left(x^2 + \frac{h^2}{1+h^2+2hz} - \frac{2xh}{\sqrt{1+h^2+2hz}} \right)$

$y^2 z^2 = (1-z^2) \left[x^2 + \frac{h^2}{1+h^2+2hz} \right] = (1-z^2) (-2) x h \frac{1}{\sqrt{1+h^2+2hz}}$

$y^2 z^2 (1+h^2+2hz) - (1-z^2) [x^2 (1+h^2+2hz) + h^2] = -2xh(1-z^2) \sqrt{1+h^2+2hz}$

Уп-е 6-ой считаем $\cos \theta = z$.

Но надо знать только $\langle m_y \rangle = -\langle \cos \theta \rangle$

т.е. $\langle \cos \theta(x,y) \rangle_{x,y}$ где $M(H)$ нелинейна в $\vec{H}$ и $\vec{y}$.

В APL'89 B.S. hyperbolic, но $h=1$ два случая, vortex annihilation of vortex

то совпадает с известной $H_{an} (s/R=1) = 4\pi F(\beta) M_s - (R_0/R)^2 M_s$ vortex "rigid" vortex or 17/17.

1.07. $h=1$

ген. функ. B.S. при $h=1$ называется красивой.

ген. B.S. называется нормой. Но corresponds to an annihilation?

Анализ: означая h при некотором выборе $\langle m_x \rangle_{x,y} = \langle \sin \theta \rangle_{x,y} = 0$,
а также $\langle m_y \rangle_{x,y} = -\langle \cos \theta \rangle_{x,y}$ уменьшая h до нуля. $\langle m_x \rangle_{x,y} \approx 0$ в
случае $h \rightarrow 0$.

Рассмотрим h как параметр $\frac{\partial \langle m_y \rangle_{x,y}}{\partial h} = \max$.

Единственный случай, когда $h_{an} = 1$, то нормой B.S.

где $h < 1$ h_{an} нормой не является "rigid" vortex (RV)
Роль h ($\frac{h}{2} = 1$) $\rightarrow h_{an}$ где RV-нормой было предположено,
а в B.S.-нормой $h_{an} = 1$ более обосновано.

Угол θ в h и h в нормой Брайан-Сит

В рамках B.S. нормой
"vortex" в $h = 1/(4\pi M_s)$:

$$\begin{cases} m_x = \sin \theta = \frac{y}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}} \\ m_y = -\cos \theta = -\frac{(x-h^*)}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}} \end{cases}, \quad h^* = \frac{h}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}}$$

$\theta(x,y,h)$ определяется из: $-x \sin \theta + y \cos \theta + \frac{h \sin \theta}{\sqrt{1+2h\cos\theta+h^2}} = 0$ или $\tan \theta = \frac{y}{x-h^*}$

В нормой координатах с центром в центре гвоздя

$\theta(p,\varphi,h)$ определяется из: $-p \sin(\theta-\varphi) + \frac{h \sin \theta}{\sqrt{1+2h\cos\theta+h^2}} = 0$

$$(1+2h\cos\theta+h^2) p^2 \sin^2(\theta-\varphi) = h^2 \sin^2 \theta$$

$$(x-h^*)^2 + y^2 = x^2 - 2h^*x + (h^*)^2 + y^2 = p^2 - 2p\cos\varphi h^* + \frac{h^2}{1+h^2+2h\cos\theta}$$

$$\langle m_x \rangle_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^p dp \frac{p \sin \varphi}{\sqrt{p^2 - 2p\cos\varphi h^* + (h^*)^2}}, \quad \langle m_y \rangle_S = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^p dp \frac{(h^* - p\cos\varphi)}{\sqrt{p^2 - 2p\cos\varphi h^* + (h^*)^2}}$$

$$\begin{cases} x(\theta, A) = [A - g(\theta)] \cos \theta + g'(\theta) \sin \theta \\ y(\theta, A) = [A - g(\theta)] \sin \theta + (-1) g'(\theta) \cos \theta \end{cases} \text{ можно рассм. как}$$

нормой гвоздя. Зададим кривую $x(\theta), y(\theta)$, где $A = \text{const}$ (свойство нормой m - нормой)

то $dx dy = J\left(\frac{x,y}{\theta,A}\right) d\theta dA$ - но неверно!
тогда нормой $(x,y \rightarrow \theta,A)$ якобиан перехода к новым координатам θ, A .

$$J\left(\frac{x,y}{\theta,A}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial A} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial A} \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial A}\right) - \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial A}\right)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = -g' \cos \theta + [A - g](-\sin \theta) + g'' \sin \theta + g' \cos \theta; \quad \frac{\partial x}{\partial A} = \cos \theta$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} = -g' \sin \theta + [A - g] \cos \theta - g'' \cos \theta + g' \sin \theta; \quad \frac{\partial y}{\partial A} = \sin \theta$$

Date.

$$J\left(\frac{x, y}{\theta, A}\right) = \left[-g' \cos \theta - (A - g) \sin \theta + g'' \sin \theta + g' \cos \theta \right] \sin \theta -$$

$$- \left[-g' \sin \theta + (A - g) \cos \theta - g'' \cos \theta + g' \sin \theta \right] \cos \theta = -(A - g) + g''$$

? Começa no zero

$$\langle m_y \rangle_{S_A} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{A_m} m_y(x, y) d\theta dA = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{A_m} dA J\left(\frac{x, y}{\theta, A}\right) m_y(\theta, A) =$$

$$= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{A_m} dA [g''(\theta) + g(\theta) - A] \cos \theta = \left| \int_0^{2\pi} A \cos \theta d\theta = 0 \right| = -\frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} [g''(\theta) + g(\theta)] \cos \theta d\theta$$

$$g(\theta) = 1 - \sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}, \quad g'(\theta) = \frac{h \sin \theta}{\sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}}, \quad \frac{1}{h} g''(\theta) = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}} +$$

$$+ h \sin^2 \theta \frac{1}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} = \frac{1}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} [\cos \theta (1 + h^2 + 2h \cos \theta) + h \sin^2 \theta] =$$

$$= \frac{[(1 + h^2) \cos \theta + h(1 + \cos^2 \theta)]}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}}, \quad \text{MCAD } \langle m_y \rangle(h) \text{ ne cruza o eixo}$$

$$\langle m_y \rangle_{S_A} = -\frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \left\{ h \frac{(1 + h^2) \cos \theta + h(1 + \cos^2 \theta)}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} + 1 - (1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{1/2} \right\} =$$

$$= -\frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \frac{1}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} \left\{ h(1 + h^2) \cos \theta + h^2(1 + \cos^2 \theta) - (1 + h^2 + 2h \cos \theta)^2 \right\} =$$

$$= -\frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \frac{1}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} \left\{ h(1 + h^2) \cos \theta + h^2(1 + \cos^2 \theta) - 1 - h^4 - 4h^3 \cos \theta - 4h \cos \theta - 4h^2 \cos^2 \theta - 2h^2 \right\} =$$

$$= -\frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \frac{1}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} \left\{ -1 - 3h \cos \theta - 3h^3 \cos \theta - h^2 - 3h^2 \cos^2 \theta - h^4 \right\} =$$

$$= \frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \frac{1}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} \left[1 + h^2 + h^4 + 3h \cos \theta (1 + h^2 + h \cos \theta) \right]$$

$$J_n = \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\cos^n \theta}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} \quad - \text{Máximo}$$

$$J_1 = \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\cos \theta}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} = 2 \int_0^{\pi} d\theta \frac{\cos \theta}{(h^2 + 1 + 2h \cos \theta)^{3/2}}$$

$$J_2 = 2 \int_0^{\pi} d\theta \frac{\cos^2 \theta}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} = 2(2h)^{-3/2} \int_0^{\pi} d\theta \frac{\cos^2 \theta}{(\beta + \cos \theta)^{3/2}} = \frac{2}{(2h)^{3/2}} \int_0^{\pi} d\theta \frac{1 - \sin^2 \theta}{(\beta + \cos \theta)^{3/2}} =$$

$$\left(\beta = \frac{1 + h^2}{2h} \right)$$

$$= |P - P_{3,666}| = \frac{2}{(2h)^{3/2}} \left[\text{(ne aparece aqui)} - \frac{2^{3/2} \Gamma(3/2)}{\Gamma(3/2)} Q_{1/2}^0(\beta) \right]$$

$\downarrow \mu = -1 \quad \quad \quad \downarrow \mu = 0$

where:

$$\langle m_y \rangle_{S_A} = -\frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \left[\frac{h \cos \theta}{\sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}} + \frac{h^2 \sin^2 \theta}{(1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{3/2}} - (1 + h^2 + 2h \cos \theta)^{1/2} \right]$$

$$I_1 = \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\cos^2 \theta}{\sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}} = 2 \int_0^{\pi} d\theta \frac{(1 - \sin^2 \theta)}{\sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}} = 2 \int_0^{\pi} d\theta \frac{1}{\sqrt{1 + h^2 + 2h \cos \theta}}$$

Date: .

$$= \frac{2}{\sqrt{h}} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{\beta^2 + \cos \theta}} d\theta = 2 \cdot 2 K(h) - \frac{2}{(2h)^{1/2}} \frac{2^{3/2} e^{-i\pi} (\beta^2 - 1)^{1/2} \Gamma(3/2)}{\Gamma(5/2)} Q_{1/2}^1(\beta) =$$

$$= 4K(h) - \frac{2}{2^{1/2} h^{1/2}} \frac{2^{3/2} e^{-i\pi} (\beta^2 - 1)^{1/2} \Gamma(3/2)}{\Gamma(5/2)} Q_{1/2}^1(\beta) = 4K(h) + \frac{8}{3} \frac{(\beta^2 - 1)^{1/2}}{h^{1/2}} Q_{1/2}^1(\beta)$$

$$= \left| \beta = \frac{1+h^2}{2h}, \beta^2 - 1 = \frac{1+h^4+2h^2}{4h^2} - 1 = \frac{(h^2-1)^2}{4h^2}, \frac{(\beta^2-1)^{1/2}}{h^{1/2}} = \frac{|h^2-1|}{2h \cdot h^{1/2}} \right| =$$

$$= 4K(h) + \frac{4}{3} \frac{|h^2-1|}{h^{3/2}} Q_{1/2}^1\left(\frac{1+h^2}{2h}\right)$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \frac{\sin^2 \theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{3/2}} = 2 \int_0^\pi d\theta \cos \theta \frac{\sin^2 \theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{3/2}} = 2 \int_0^\pi d\theta \cos \theta \frac{\sin^2 \theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{3/2}} =$$

$$= \frac{2}{(1+h^2)} \int_0^\pi d\theta \cos \theta \frac{\sin^2 \theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{1/2}} - \frac{4h}{(1+h^2)} \int_0^\pi d\theta \frac{\cos^3 \theta \sin^2 \theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{3/2}} =$$

$$= (1) - \frac{4h}{(1+h^2)} \int_0^\pi d\theta \frac{(\sin^2 \theta - \sin^4 \theta)}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{3/2}} = (1) - \frac{4h}{(1+h^2)(2h)^{3/2}} \int_0^\pi d\theta \frac{(\sin^2 \theta - \sin^4 \theta)}{(\beta + \cos \theta)^{3/2}} =$$

$$= (1) - \frac{4h}{(1+h^2)(2h)^{3/2}} \left[\frac{2^{3/2} \Gamma(1/2)}{\Gamma(3/2)} Q_{1/2}^0(\beta) - \frac{2^{5/2} (-1) (\beta^2 - 1)^{1/2} \Gamma(5/2)}{\Gamma(7/2)} Q_{3/2}^1(\beta) \right] =$$

$$= (1) - \frac{4h}{(1+h^2)(2h)^{3/2}} \left[2^{3/2} Q_{1/2}^0(\beta) + 2^{5/2} \frac{2}{5} (\beta^2 - 1)^{1/2} Q_{3/2}^1(\beta) \right] =$$

$$= (1) - \frac{4h^{-1/2}}{(1+h^2)} \left[Q_{1/2}^0(\beta) + \frac{4}{5} (\beta^2 - 1)^{1/2} Q_{3/2}^1(\beta) \right]$$

$$(1) = I_2' = \frac{2}{(1+h^2)} \int_0^\pi d\theta \frac{\cos \theta \sin^2 \theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{1/2}} - ?$$

$$I_3 = \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \sqrt{1+h^2+2h\cos\theta} = 2 \int_0^\pi d\theta \cos \theta \sqrt{1+h^2+2h\cos\theta} =$$

$$= 2(1+h^2) \int_0^\pi d\theta \frac{\cos \theta}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} + 4h \int_0^\pi d\theta \frac{(1-\sin^2 \theta)}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} =$$

$$= 2(1+h^2) \frac{2}{(-h)} [K(-h) - E(-h)] + 4h \cdot 2K(h) - 4h \int_0^\pi d\theta \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} =$$

$$= -\frac{4(1+h^2)}{h} [K(-h) - E(-h)] + 8hK(h) - 4h \frac{1}{(2h)^{1/2}} \frac{2^{3/2} (-1) (\beta^2 - 1)^{1/2} \Gamma(3/2)}{\Gamma(5/2)} Q_{1/2}^1(\beta) =$$

$$= -\frac{4}{h} (1+h^2) [K(h) - E(h)] + 8hK(h) + 8 \frac{h}{h^{1/2}} \frac{(\beta^2 - 1)^{1/2}}{\left(\frac{3}{2}\right)} Q_{1/2}^1(\beta) =$$

$$= -\frac{4}{h} (1+h^2) [K(h) - E(h)] + 8hK(h) + \frac{16}{3} h^{1/2} (\beta^2 - 1)^{1/2} Q_{1/2}^1(\beta)$$

$$I_2' = \int_0^\pi d\theta \frac{\cos \theta \sin^2 \theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{1/2}}$$

Date. 02. 07.

$$\begin{aligned} \rightarrow \langle m_y \rangle_{S_A} &= -\frac{A_m}{\pi} \left[h I_1 + h^2 I_2 - I_3 \right] = -\frac{A_m}{\pi} \left[4h K(h) + \frac{4}{3} \frac{h^2-1}{h^{1/2}} Q_{1/2}^1(\beta) + \right. \\ &+ h^2 \frac{2}{(1+h^2)} \int_0^\pi d\theta \cos\theta \frac{\sin^2\theta}{(1+h^2+h\cos\theta)^{1/2}} - \frac{4}{(1+h^2)} \left\{ Q_{1/2}^0(\beta) + \frac{4}{5} (\beta^2-1)^{1/2} Q_{3/2}^1(\beta) \right\} + \\ &+ \frac{4}{h} (1+h^2) [K(h) - E(h)] - 8h K(h) - \frac{16}{3} h^{1/2} (\beta^2-1)^{1/2} Q_{1/2}^1(\beta) \left. \right] = \\ &= -\frac{A_m}{\pi} \left[-\frac{4}{3} \frac{h^2-1}{h^{1/2}} Q_{1/2}^1(\beta) - \frac{4h^{3/2}}{(1+h^2)} Q_{1/2}^0(\beta) - \frac{4h^{3/2}}{(1+h^2)} \frac{4}{5} \frac{h^2-1}{2h} Q_{3/2}^1(\beta) + \right. \\ &+ \frac{4}{h} K(h) - \frac{4}{h} (1+h^2) E(h) + \frac{2h^2}{(1+h^2)} \int_0^\pi d\theta \frac{\cos\theta \sin^2\theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{1/2}} \left. \right] = \\ &= -\frac{A_m}{\pi} \left[-\frac{4}{3} \frac{h^2-1}{h^{1/2}} Q_{1/2}^1(\beta) - \frac{4h^{3/2}}{(1+h^2)} Q_{1/2}^0(\beta) - \frac{8}{5} \frac{h^{1/2} (h^2-1)}{(1+h^2)} Q_{3/2}^1(\beta) + \right. \\ &+ \frac{4}{h} [K(h) - E(h)] - 4h E(h) + \frac{2h^2}{(1+h^2)} \int_0^\pi d\theta \frac{\sin^2\theta \cos\theta}{(1+h^2+2h\cos\theta)^{1/2}} \left. \right], \quad \beta = \frac{1+h^2}{2h} = \\ &= \frac{1}{2} \left(h + \frac{1}{h} \right) = d \end{aligned}$$

$$Q_{n-1/2}^m(ch\eta) = Q_{n-1/2}^m(\beta), \quad \bar{e}\eta = h, \quad (h = \bar{e}\eta) \quad \begin{aligned} h \rightarrow 0 \quad \beta = ch\eta \rightarrow \infty, \quad \eta \rightarrow \infty \\ h \rightarrow 1 \quad \beta = ch\eta \rightarrow 0, \quad \eta \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Wp. $h \rightarrow 0, \eta \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \text{asymptotika} \quad Q_{n-1/2}^m &\approx (-1)^m \frac{2^m \Gamma(h+m+1/2) \sqrt{\pi}}{\Gamma(h+1)} \frac{1}{2^m} e^{+\eta m} e^{-(h+m+1/2)\eta} \times \\ &\times F(m+1/2, h+m+1/2, h+1, e^{-2\eta}) = (-1)^m \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(h+m+1/2)}{\Gamma(h+1)} e^{-(h+1/2)\eta} [1 + O(e^{-2\eta})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Wp. } h \ll 1 \quad \langle m_y \rangle_{S_A} &= -\frac{A_m}{\pi} \left[-\frac{4}{3} \frac{1}{h^{1/2}} (-1) \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(5/2)}{\Gamma(2)} e^{-\frac{3}{2}\eta} - \frac{4}{1} \frac{h^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(2)} e^{-\frac{3}{2}\eta} - \right. \\ &- \frac{8}{5} h^{1/2} (-1) \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3+1/2)}{\Gamma(3)} e^{-\frac{5}{2}\eta} + \frac{4}{h^2} \left[1 + \frac{1}{4} h^2 - \left(1 - \frac{1}{4} h^2 \right) \right] - 4h \frac{\pi}{2} + O(h^3) \left. \right] = \\ &= |e^\eta = h| = -\frac{A_m}{\pi} \left[-\frac{4}{3} (-1) \sqrt{\pi} h \frac{3}{4} \sqrt{\pi} + \frac{2\pi}{h} \frac{1}{2} h^2 - 2\pi h + O(h^3) \right] = \\ &= -\frac{A_m}{\pi} \left[\pi h + \pi h - 2\pi h + O(h^3) \right] = 0 + O(h^3) = \text{ср. значение (не берем)} \\ &\quad \text{среднее значение } \sim h, \text{ и } \eta \text{ по } h. \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{Выводимый из-за того что } h \rightarrow 0 \quad \langle m_y \rangle_{S_A} = \frac{M_y}{M_s} = \frac{1}{2a} H = \frac{H}{4\pi F(\beta) M_s} = h.$$

Выводим $h^2 I_2$ по формуле Клебша-Нобельмана:

$$\begin{aligned} h^2 I_2 &= h^2 (.) - \frac{4h^{3/2}}{(1+h^2)} \left[Q_{1/2}^0(\beta) + \frac{4}{5} \frac{h^2-1}{2h} Q_{3/2}^1(\beta) \right] = \\ &= h^2 (.) - \frac{4h^{3/2}}{(1+h^2)} \left[\sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(2)} h^{3/2} + \frac{2}{5} \frac{h^2-1}{h} (-1) \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3+1/2)}{\Gamma(3)} h^{5/2} \right] \rightarrow \text{не годит} \\ &\quad \text{бывает } h \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Date.

$$f(d, \beta, \gamma; z) = 1 + \frac{d\beta}{\gamma} z + O(z^2), \quad z \rightarrow 0$$

$$\frac{1+h^2}{2h} = \beta = d\gamma$$

$$z = e^{-2\gamma} \rightarrow 0, \quad \gamma \rightarrow \infty, \quad e^{-\gamma} = h \rightarrow 0$$

$$Q_{n-1/2}^m(ch\gamma) = (-1)^m \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(n+m+1/2)}{\Gamma(n+1)} e^{-(n+1/2)\gamma} \left[1 + \frac{(m+1/2)(n+m+1/2)}{(n+1)} e^{-2\gamma} + \dots \right] =$$

$$= (-1)^m \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(n+m+1/2)}{\Gamma(n+1)} h^{n+1/2} \left[1 + \frac{(m+1/2)(n+m+1/2)}{(n+1)} h^2 + \dots \right]$$

Выведем по формулам 2π раз hI_1 и I_3 .

$$\langle m_y \rangle_s = - \frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos\theta \left[h \cos\theta - \sqrt{1+2h\cos\theta} \right] = - \frac{A_m}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos\theta \left[h \cos\theta - (1 + h \cos\theta) \right] = 0 + O(h^2). \text{ Вот так же!}$$

Отсюда $\langle m_y \rangle_s$ при $h \rightarrow 0$ равен нулю. Вектор $\langle m_y \rangle_s$ не зависит от угла θ .
 Вектор $\langle m_y \rangle_s$ равен нулю. Вектор $\langle m_y \rangle_s$ не зависит от угла θ .

Выведем формулу для $\Theta(x, y)$.

4/11

$$A(\theta) = x \cos\theta + y \sin\theta + g = [A - g] \cos^2\theta + g' \cos\theta \sin\theta + \dots = A(\theta)$$

$$\text{Уп-е где } \Theta(x, y): -x \sin\theta + y \cos\theta + \frac{h \sin\theta}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} = 0.$$

$$\sin\theta \left[\frac{h}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} - x \right] + y \cos\theta = 0, \quad \text{где } \frac{h \sin\theta}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} = 0.$$

$$-x \frac{2t}{1+t^2} + y \frac{1-t^2}{1+t^2} = -h \frac{2t}{1+t^2} \frac{1}{\sqrt{1+h^2+2h\frac{1-t^2}{1+t^2}}}$$

$$y(1-t^2) - 2tx = -2ht \frac{1}{\sqrt{1+h^2+2h\frac{1-t^2}{1+t^2}}}, \quad y^2(1-t^2)^2 + 4t^2x^2 - 4t(1-t^2)xy = \frac{4h^2t^2}{1+h^2+\frac{1-t^2}{1+t^2}}$$

$$[(1+h)^2 + (1-h)^2 t^2] [y^2(1-t^2)^2 + 4t^2x^2 - 4t(1-t^2)xy] = 4h^2t^2(1+t^2).$$

Очевидно, что y и x связаны. $t = \frac{h \sin\theta}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} = F(x, y, h)$.

→ Найдём $\frac{dx}{dy} \cos\theta$, где $\Theta(x, y)$ определено. Не абно $F(x, y, \theta) = 0$.

$$\text{Выведем формулу для } \Theta(x, y) = \frac{\pi}{2} + \alpha(x, y), \quad \alpha(x, y) \ll 1$$

$$-x \sin(\pi/2 + \alpha) + y \cos(\pi/2 + \alpha) + h \frac{\sin(\pi/2 + \alpha)}{\sqrt{1+h^2+2h\cos(\pi/2 + \alpha)}} = 0$$

$$-x \cos\alpha + y (-\sin\alpha) + \frac{h \cos\alpha}{\sqrt{1+h^2-2h\sin\alpha}} = 0, \quad \text{где } \alpha \ll 1$$

$$-x - y\alpha + h \frac{1}{\sqrt{1+h^2}} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{2h}{1+h^2}\alpha}} = -x - y\alpha + h \frac{1}{\sqrt{1+h^2}} (1 + \frac{h}{1+h^2}\alpha) = 0$$

$$-x + \frac{h}{\sqrt{1+h^2}} + \alpha \left[-y + \frac{h^2}{(1+h^2)^{3/2}} \right] = 0, \quad \alpha(x, y) = \frac{(h/\sqrt{1+h^2} - x)}{y - \frac{h^2}{(1+h^2)^{3/2}}} - ?$$

Сложно вывести $\alpha(x, y) \ll 1$? У нас $\theta = \pi/2$ или $\theta = 0$ или $\theta = \pi$.
 В $h \gg 1$ $\cos\theta = 1$, $\sin\theta = 0$ или $\theta = 0$ или $\theta = \pi$.

Date.

① Аналогично $\theta_0 = \pi$ выдер перемен, и при $\theta = \pi$ $y \cos \theta_0 = 0, y = 0$?
 → Векторное произведение не раскрываем и относительное переменное
 при $\theta_0 = \pi$ не выдер ни при каких h .

выбер $\theta = \pi + d$: $-x(-d) + y(-\cos d) + \frac{h(1-d)}{\sqrt{1+h^2+2h(-\cos d)}} = 0$, мин. по d
 $\cos d = 1 - \frac{d^2}{2}$
 $x d - y - \frac{h d}{1-h} = 0, d(x, y) = \frac{y}{x - \frac{h}{1-h}} = \frac{y(1-h)}{x(1-h) - h}$

Далее, так $d \ll 1$ ищем минимум при $|h-1| \ll 1$.
 Тогда минимум. нулем можно выдер $h_c = 1$.

$\langle m_y \rangle_s = \frac{1}{S} \int_S dx dy \cos \theta = (\cos \theta = \cos(\pi + d) = -\cos d = -1 + \frac{d^2}{2}) = -\frac{1}{S} \int_S dx dy x$
 $\times [-1 + \frac{1}{2} d^2] = 1 - \frac{1}{2S} \int_S dx dy d^2(x, y) = 1 - \frac{1}{2S} \int_S dx dy \frac{y^2(1-h)^2}{[x(1-h) - h]^2} = \left(\text{при } h \approx 1 \right)$
 $= 1 - \frac{1}{2S} (1-h)^2 \int_S dx dy y^2 = 1 - \frac{(1-h)^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \rho d\rho \rho^2 \sin^2 \varphi = 1 - \frac{(1-h)^2}{2\pi} \frac{\pi}{4} \Big|_0^1 \cdot \pi =$
 $= 1 - \frac{1}{8} (1-h)^2, \quad \langle m_y \rangle_s = 1 - \frac{1}{8} (1-h)^2, \text{ при } h \rightarrow 1$
 $\text{и } \langle m_y \rangle_s = h \text{ при } h \rightarrow 0$

Всего сош. 11/IV $\langle M_y \rangle_s = \frac{1}{2a} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial a} = \frac{\partial \mathcal{H}}{4\pi F(\beta) - (R_0/R)^2} \approx \frac{\partial \mathcal{H}}{4\pi F(\beta)} = M_s \frac{H}{4\pi F(\beta)} = M_s h$.
 Но $h_c = 1$ - это некое критическое, а не annihilation. $h_{an} \leq h_c$.

Wires
 5/VII Две CP, C3 wires $\lambda m(x) = \int_0^1 dx' g(x, x') m(x'), g(x, x') = \frac{2}{p} \ln \frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2}$
 C. Нобелев и его команда же не:

- ① раскрываем интеграл до ∞ и находим для CP, C3, отбрасываем
- ② в интеграле $p \rightarrow 0$ рассуждаем и показываем, что неограниченно
 не уходит из $[0, 1]$. Можем взять $g(x, x') = -4\pi \delta(x-x')$ и не отбрасывать
 не как обнуление $\delta(\frac{1}{2})$ - отрицательная.

1) $\lambda m(0) = \frac{2}{p} \int_0^1 dx' \ln \frac{x'^2}{x'^2 + p^2} m(x'), \quad \delta(\frac{1}{2}) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{p}{p^2 + \frac{1}{4}}$

2) $\lambda \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_{x=0} = -4p \int_0^1 \frac{dx'}{x'} \frac{m(x')}{(x'^2 + p^2)}, \quad g(\frac{1}{2}) = -\frac{4}{p} \int_0^p \frac{dz}{z} \frac{z}{z^2 + \frac{1}{4}}$

$m'(0)$ конечно $\rightarrow$ выдер $m(x) \sim x^d, m(0) = 0$.
 В 2) $p \rightarrow 0$ для $\lambda m'(0) = -4 \int_0^1 dx' \pi \delta(x') \frac{m(x')}{x'} = -4\pi \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m(x)}{x}$, откуда
 где конечно $m'(0)$ когда $m(x) \sim x^d, d \geq 1$.

$\lambda[m] = [m^2(x) dx]^{-1} \int dx dx' g(x, x') m(x) m(x') \rightarrow \min(\max)$

Date. 09. 07.

SW wires

Митрашнев, faxs Лоре и Любчанскому. Перемиса. 6-8/VII
Написание Abstracts в Texas на MM'01 (с Кобаром и Савиным).

$$\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x') \stackrel{\text{wires}}{\approx} \int dx' g(x, x') [m(x) + m'(x)(x' - x)] = \frac{g}{\sqrt{10}}$$

$$= m(x) \cdot \int dx' g(x, x') + m'(x) \cdot \int dx' g(x, x') (x' - x) = \varphi(x) m(x) + \varphi_1(x) m'(x) - \text{same person}$$

1. A varying gr-w gaseous bodies $\frac{\partial m(x)}{\partial x}$?

$$\lambda m'(x) = \lambda \frac{d m(x)}{dx} = \int dx' \frac{\partial g(x, x')}{\partial x} m(x') = \left| g(x, x') = g(x - x') \right|_{\frac{\partial g}{\partial x} = -\frac{\partial g}{\partial x'}} = - \int dx' \frac{\partial g(x, x')}{\partial x'} m(x') =$$

то $\lambda \frac{\partial m(x)}{\partial x} = \int dx' g(x, x') \frac{\partial m(x')}{\partial x'}$ — $m(x)$ и $m'(x)$ удовлетв. одному и тому же инт. уравнению для $m(x) = 0$

$$\text{II. Тогда } m(x') = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 dz g(x', z) m(z) \quad \text{и} \quad \lambda m(x) = \int dx' g(x, x') \frac{1}{\lambda} \int_0^1 dz g(x', z) m(z) =$$

$$= \frac{1}{\lambda} \int_0^1 dz \left[\int dx' g(x, x') g(x', z) \right] m(z) \rightarrow g(x, z) = \frac{1}{\lambda} \int dx' g(x, x') g(x', z) - \text{гравитационное поле}$$

(*)

$$\int dx' g(x|x') g(x'|z) = \int dx' g(x'|x) g(x'|z), \quad \lambda g(x,z) = \int dx' g(x|x') g(x'|z) \rightarrow \text{no longer in } \mathcal{M} \quad (*)$$

$$\lambda g(x,0) = \int dx' g(x|x') g(x'|0) \quad \text{u} \quad m(x) = g(x,0) \text{ aber } \in \mathcal{CP}.$$

$$m(x) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{x^2}{x^2 + p^2} \right) \quad \text{Hy - my, begin: } m(0) \rightarrow -\infty$$

Менее удобно $\frac{p}{(x^2+p^2)}$ как выражение, тогда $m(x, z) = \frac{2}{p} \ln \left[\frac{(x-z)^2}{(x-z)^2 + p^2} \right], z \neq 0$

Число (*) не зависит от z , т.к. $m(x)$ и $m'(x)$ удовлетв. одному ит. ур.
То, т.к. ФГ $g(x, z)$ удовлетв. ит. уравнению на сф, нигде не убывает.

$$\lambda \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_{x \rightarrow 0} = \int_0^1 dx' g(0, x') \frac{\partial m(x')}{\partial x'} = \frac{2}{p} \int_0^1 dx' \ln \left[\frac{x'^2}{x'^2 + p^2} \right] m'(x'), \text{ константа } m'(0)$$

изначальное $\ln x' \cdot m'(x') \rightarrow 0$ при $x' \rightarrow 0$, так как $m(x) \sim x^d$ ($d > 1$), $m'(x) \sim x^{d-1}$ и $\lim_{x \rightarrow 0} [x^{d-1} \cdot \ln x] = 0$ при $d > 1$, так как $\lim_{x \rightarrow 0} x^a = 0$ для $a > 0$. $d = 1$ тоже возможно.

Если $m(x)$ и $m'(x)$ - СФ и $\int_0^1 dx' g(x, x') m(x') = 0$, то $m(x)$ -
уникальная функция. $m(0) = m(1) = 0$. Поместно, так $g(x, x') \sim \delta(x - x')$
и любой $m(x)$, $m(0) = 0$ удовлетв. всем условиям. Тогда $\lambda = -4\pi$.

Возб. $g(x, x') = -4\pi\delta(x-x')$ возб. $\lambda g(x, x') = (4\pi)^2\delta(x-x') = (4\pi)^2 \int_0^1 dz \delta(x-z) \delta(x'-z)$

Date. 10.07.

Разложение функции $\max g(x, x'), \lambda \approx x$

$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m(x') \approx \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') [m(x) + m'(x)(x' - x)] = I_0(x) m(x) + I_1(x) m'(x)$

— можно расст. как гур-ур на $m(x)$. Алгоритм $I_{0,1}(x)$ — см. 29/4. Сумма λ невозможна.

Но $\lambda \rightarrow 0$: $I_1(x) \approx -\frac{2}{p^2} \left[(1/2 - x)^2 \ln \left[1 + \frac{p^2}{(1/2 - x)^2} \right] - (1/2 + x)^2 \ln \left[1 + \frac{p^2}{(1/2 + x)^2} \right] + p^2 \ln \left[\frac{(1/2 - x)^2 + p^2}{(1/2 + x)^2 + p^2} \right] \right] = -\frac{2}{p} \left[\frac{p^2 - p^2 + p^2 2 \ln \frac{(1/2 - x)}{(1/2 + x)}}{2} \right] = -4p \ln \frac{(1/2 - x)}{(1/2 + x)}$

$I_0(x) = \frac{2}{p} \left[-\frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{p^2}{(1/2 - x)^2} \right] - \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{p^2}{(1/2 + x)^2} \right] - x \ln \left[1 + \frac{p^2}{(1/2 + x)^2} \right] + x \ln \left[1 + \frac{p^2}{(1/2 - x)^2} \right] - 2p \left[\operatorname{arctg} \frac{(1/2 - x)}{p} + \operatorname{arctg} \frac{(1/2 + x)}{p} \right] \right] = [x \in [-1/2, 1/2]] =$

$= \frac{2}{p} \left[(x - 1/2) \frac{p^2}{(1/2 - x)^2} - (x + 1/2) \frac{p^2}{(1/2 + x)^2} - 2p \left[\operatorname{arctg} \frac{(1/2 - x)}{p} + \operatorname{arctg} \frac{(1/2 + x)}{p} \right] \right] =$

$= \frac{2}{p} \left[\frac{p^2}{x^2 - 1/4} - 2p \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{p^2 + (x^2 - 1/4)} \right) \right] = \frac{2p}{x^2 - 1/4} - 4 \operatorname{arctg} \frac{p}{p^2 + (x^2 - 1/4)}$

— такое разложение по $p \rightarrow 0$ можно $\lambda \rightarrow 1/2$, но λ не $\rightarrow 0$.

Если $|x| \rightarrow 1/2$, то $\lambda m(x) = 2p \left[\frac{1}{x^2 - 1/4} - 2 \right] m(x) + I_1(x) m'(x)$

$I_0(x)$ $\rightarrow 0$, $\operatorname{arctg} x = x, x \rightarrow 0$ и $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x}, x \rightarrow \infty$

$\operatorname{arctg} \frac{(1/2 - x)}{p} + \operatorname{arctg} \frac{(1/2 + x)}{p} = [x \rightarrow 1/2, \text{ так как } \frac{p}{|x \pm 1/2|} \ll 1] = \frac{\pi}{2} - \frac{p}{(1/2 - x)} + \frac{\pi}{2} - \frac{p}{(1/2 + x)} =$

$= \pi - p \left[\frac{1}{1/2 - x} + \frac{1}{1/2 + x} \right] = \pi - p \frac{1}{(1/4 - x^2)}$

$I_0(x) \approx \frac{2}{p} \left[\frac{p^2}{(x^2 - 1/4)} - 2p \left[\pi - \frac{p}{(1/4 - x^2)} \right] \right] = -4\pi - \frac{2p}{x^2 - 1/4}$

$\lambda m(x) = \left[-4\pi - \frac{2p}{(x^2 - 1/4)} \right] m(x) - 4p \ln \frac{(1/2 - x)}{(1/2 + x)} m'(x), x \in [-1/2, 1/2]$

Если $x \rightarrow 0$ $\ln \frac{(1/2 - x)}{(1/2 + x)} = -\ln \frac{(1 + 2x)}{(1 - 2x)} = -2 \operatorname{Arth}(x) \approx -2 \cdot 2x = -4x \rightarrow 0$

(!) $\lambda m(0) = [-4\pi + 8p] m(0) \rightarrow \lambda_0 = -4\pi + 8p, -\frac{\lambda_0}{4\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} p$ — разложение

Находим λ разложением $I_0(x), I_1(x)$ по $p \ll 1$ $\frac{p}{|x \pm 1/2|}$, т.е. разложение не работает на λ $\rightarrow 1/2$.

Пусть $x \ll 1$ (близко к началу гора): $\lambda m(x) = [-4\pi + 8p] m(x) - 4p(-4x) m'(x)$

$m(x) = m(0) + m'(0)x, m'(x) = m'(0) \rightarrow [\lambda + 4\pi - 8p][m(0) + m'(0)x] = 16px m'(0)$

а) φ -тема, $m'(0) = 0$, с тем. λ $[\lambda + 4\pi - 8p] m(0) = 0, \lambda = -4\pi + 8p$

Date.

б) (Ф - характеристика $m'(0) \neq 0$, но $m(0) = 0$: $[\lambda + 4\pi - 8\rho] x m'(0) = 16\rho x m'(0)$
 $\lambda_1 + 4\pi - 8\rho = 16\rho$, $(\lambda_1 = -4\pi + 24\rho)$, $\lambda_1 = 1 - \frac{6}{\pi} \rho$.

$[\lambda + 4\pi - 8\rho] m(x) = 16\rho x m'(x) \rightarrow \frac{dm}{m} = \frac{dx}{x} \frac{1}{16\rho} [\dots]$, $m(x) = x^{\frac{1}{16\rho} [\lambda + 4\pi - 8\rho]}$
 $m(0) = 0$. ($\lambda = \lambda_1$)

Ф - $m(x) = x$, χ^2 - с $m(x)$ связано $m(x)$ можно вычислить. на $x=0$ $m(x)$ равно.

Известно (18/II), что для решений (Ф) $u_m(x)$: $\lambda_m = \frac{1}{u_m(0)} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{u_m^{(2s)}(0)}{(2s)!} I_s$, $I_s = \int_{-1/2}^{1/2} g(x) x^s dx$
 где $I_s = I_{2s} = I_{2s}(x=0)$.

$\lambda_m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x x') \sum_{s=0}^{\infty} \frac{m^{(2s)}(x)}{s!} (x' - x)^s = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{m^{(2s)}(x)}{s!} I_s(x)$, $I_s(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x x') (x' - x)^s dx'$

нока $I_0(x)$ и $I_1(x)$ известны явно.

Если $m(x) = \text{const}$, $m(0) \neq 0$, то $\lambda m(0) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{m^{(2s)}(0)}{s!} I_s(0)$.

$I_2(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x x') (x' - x)^2 dx' = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} g(\xi) \xi^2 d\xi = \left| \int_{\xi=0}^{1/2-x} g(\xi) \xi^2 d\xi + \int_{\xi=-1/2-x}^0 g(\xi) \xi^2 d\xi \right| =$

$= \frac{1}{2} \xi^2 g(\xi) \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} - \int_{-1/2-x}^{1/2-x} \frac{1}{2} \xi^2 [g'(\xi) \xi + g(\xi)] d\xi = \frac{1}{2} \xi^2 g(\xi) \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} - \frac{1}{2} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi \xi^3 g'(\xi) - \frac{1}{2} I_2(x)$

Итак $I_2(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(\xi) \xi^2 d\xi = \left| \int_{\xi=0}^{1/2-x} g(\xi) \xi^2 d\xi + \int_{\xi=-1/2-x}^0 g(\xi) \xi^2 d\xi \right| = G(\xi) \xi^2 \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} - \int_{-1/2-x}^{1/2-x} G(\xi) 2\xi d\xi$

$g(\xi) = \frac{2}{p} \ln \frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2}$, $g'(\xi) = 4\rho \frac{1}{\xi(\xi^2 + p^2)}$ первое из уравнения.

$\rightarrow \frac{3}{2} I_2(x) = \frac{1}{2} \xi^3 g(\xi) \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} - \frac{1}{2} \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\xi \xi^3 \frac{4\rho}{\xi(\xi^2 + p^2)} = \frac{1}{2} \xi^3 g(\xi) \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} - \frac{2\rho}{\xi^2 + p^2} \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} =$

$= (1) - \frac{2\rho}{\xi^2 + p^2} \Big|_{-1/2-x}^{1/2-x} = (1) - \frac{2\rho}{\xi^2 + p^2} \left[\xi^2 - p^2 \left[\frac{1}{p} \arctg \frac{\xi}{p} \right] \right] \cdot 4 =$ неправ

$= \frac{1}{2} (1/2-x)^3 g(1/2-x) + \frac{1}{2} (1/2+x)^3 g(1/2+x) - \frac{2\rho}{\xi^2 + p^2} \left[\arctg \frac{(1/2-x)}{p} + \arctg \frac{(1/2+x)}{p} \right] \cdot 4$

Известно, что $g(\xi) = -4\pi \left[\delta(\xi) + \frac{1}{\xi^2} \frac{p}{2} + \dots \right]$, но это мы

$\frac{3}{2} I_2(x) \approx \frac{1}{2} (1/2-x)^3 (-2\pi p) \frac{1}{(1/2-x)^2} + \frac{1}{2} (1/2+x)^3 (-2\pi p) \frac{1}{(1/2+x)^2} - \frac{2\rho}{2} + O(p^2)$ скажем $\sigma(x) = 1/2$

$= (-\pi p) [(1/2-x) + (1/2+x)] - \frac{2\rho}{2} = -\pi p - \frac{2\rho}{2}$, $I_2(x) = \frac{2}{3} (-p) (\pi + 2)$ при $p \rightarrow 0$ $\frac{1}{2} \ln \frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{\xi^2}{p^2}$

$\lambda m(x) = \left[-4\pi - \frac{2\rho}{x^2 - 1/4} \right] m(x) + 8\rho \text{Arth}(2x) m'(x) + \frac{1}{2} \frac{2}{3} (-p) (\pi + 1/2) m''(x)$

$\left[-\lambda - 4\pi + \frac{2\rho}{x^2 - 1/4} \right] m(x) + 8\rho \text{Arth}(2x) m'(x) - \frac{p}{3} (\pi + 1/2) m''(x) = 0$? неберем конст.

а) Ф - решение, $m(x) = m(0) + \frac{1}{2} m''(0) x^2$, $m'(x) = m''(0) x$, $m''(x) = m''(0)$

x^0 : $-[\lambda + 4\pi - 8\rho] m(0) - \frac{p}{3} (\pi + 1/2) m''(0) = 0$

x^2 : $[-2\rho(-4)(1 + 4x^2) + \lambda + 4\pi] [m(0) + \frac{1}{2} m''(0) x^2] + 8\rho \cdot 2x^2 m''(0) = 0$

Date. 11.07.

✓ TB берем. условие no "p" 1

$$x^2: -[\lambda + 4\pi - 8\rho] \frac{1}{2} m''(0) + m(0)(-32\rho) + 16\rho m''(0) = 0$$

$$\begin{cases} + [\lambda + 4\pi - 8\rho] m(0) + \frac{\rho}{3} (\pi + 1/2) m''(0) = 0 \\ + 32\rho m(0) + \frac{\rho}{2} [\lambda + 4\pi] + 20\rho m''(0) = 0 \end{cases}$$

$$\det \hat{R} = 0, \text{ yes. совмещаем } (\lambda + 4\pi = \Lambda)$$

$$\det \hat{R} = [\Lambda - 8\rho][\Lambda + 20\rho] + 4 \cdot \frac{32}{3} \rho^2 = 0, \text{ б. мин. по } \rho \text{ и } \Lambda. \Lambda_0 = 8\rho$$

(это условие)

$$\Lambda_2 = +40\rho - \text{применяем}$$

Вопрос: $\Lambda_n > 0$.

б) СР-уравнение: $m(x) = m'(0)x + \frac{1}{3!} m'''(0)x^3, m'(x) = m'(0) + \frac{1}{2} m'''(0)x^2,$
 $m''(x) = m'''(0)x.$
 $-[\Lambda - 8\rho(1 + 4x^2)][m'(0)x + \frac{1}{3!} m'''(0)x^3] + 8\rho[2x + \frac{1}{3} 2^3 x^3][m'(0) + \frac{1}{2} m'''(0)x^2] -$
 $- \frac{\rho}{2} (\pi + 1/2) m'''(0)x = 0$

$$x: -[\Lambda - 8\rho] m'(0) + 16\rho m'(0) - \frac{\rho}{3} (\pi + 1/2) m'''(0) = 0$$

$$x^3: -m'(0)(-32\rho) + \frac{1}{6} m'''(0)[8\rho - \Lambda] + 8\rho \frac{8}{3} m'(0) + 8\rho 2 \cdot \frac{1}{2} m'''(0) = 0$$

$$\begin{cases} [24\rho - \Lambda] m'(0) - \frac{\rho}{3} (\pi + 1/2) m'''(0) = 0, \\ (32 + \frac{64}{3}) \rho m'(0) + [\frac{1}{6} (8\rho - \Lambda) + 8\rho] m'''(0) = 0, \end{cases} \det \hat{R} = [24\rho - \Lambda] [\frac{1}{6} \Lambda + \frac{28}{3}]$$

$$\text{сверим } \Lambda_1 = 24\rho \text{ и } \Lambda_3 = 56\rho.$$

→ Полиномы сверт: $\lambda_0 = -4\pi + 8\rho, \lambda_1 = -4\pi + 24\rho, \lambda_3 = -4\pi + 56\rho$
 $\lambda_2 = -4\pi + 40\rho$

Нормировка: $\lambda_n = -4\pi + (2n+1)8\rho. \lambda_n - C3 \text{ где } g_{22} = \Phi T.$

Паспорт SW wires (бег. ω_M): $\omega_n^2 = [\omega_H + 1 + \frac{1}{4\pi} \lambda_n][\omega_H - \frac{1}{4\pi} \lambda_n]$

Бег. $p = 0,011$ (4w); $\lambda = 500 \rightarrow \omega_H = 0,049; \omega_M = 30,1 \text{ ГГц}.$

$$\frac{\lambda_n}{4\pi} = -1 + (2n+1) \frac{2}{\pi} p, n=0,1,2,3.$$

	Wires			SW wires, $p=0,011$	
Рез. ω_n	0,242	0,268	0,292	0,313	
Дан. λ_n	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339
			(0,292-4/π)		

Составим уравнение (линейное) где бег. по бег. по ω . Разно-
 и (линейное) в PRB'99 нового обозначения. Умножим. бег. по — Разно-
 и $m_0(x)$ основной бег, где у линейного $m_0(x) = 1$ с равной факторизации, бег. по.

Из условия где $m(0), m''(0)$ и $\lambda = \lambda_0 = -4\pi + 8\rho$ следует $m''(0) = -2m(0),$
 т.е. основное (Ф $m_0(x) = m(0)[1 - x^2]$ неопределенно

→ Но условие где Λ надо решить второе (неблизко, не бег. по) — $\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2} x = \frac{8}{w}$

3, CP wires, разложение вблизи центра
где $x=0$

Date.

$$I_s(x) = \int_{-V_2}^{V_2} dx' g(x x') (x' - x)^s = \int_{-\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}-x} d\xi g(\xi) \xi^s, \quad g(\xi) = \frac{2}{p} \ln \left[\frac{\xi^2}{\xi^2 + p^2} \right]$$

$$\frac{\partial I_s(x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (V_2 - x) \cdot g(\xi) \xi^s \Big|_{\xi = V_2 - x} - \frac{\partial}{\partial x} (-V_2 - x) g(\xi) \xi^s \Big|_{\xi = -\frac{1}{2} - x} =$$

$$= -g(V_2 - x) (V_2 - x)^s + g(V_2 + x) (-1)^s (V_2 + x)^s, \quad s=0, 1, \dots$$

$$\frac{\partial^2 I_s(x)}{\partial x^2} = -g'(V_2 - x) (-1) (V_2 - x)^s - g(V_2 - x) s (V_2 - x)^{s-1} (-1) + g'(V_2 + x) (-1)^s (V_2 + x)^s +$$

$$+ g(V_2 + x) (-1)^s s (V_2 + x)^{s-1}$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial^2 I_s}{\partial x^2} \right)_{x=0} = \frac{1}{2^s} g'(V_2) + g(V_2) \frac{s}{2^{s-1}} + g'(V_2) (-1)^s \frac{1}{2^s} + g(V_2) (-1)^s \frac{s}{2^{s-1}} =$$

$$= \frac{1}{2^s} g'(V_2) [1 + (-1)^s] + \frac{s}{2^{s-1}} g(V_2) [1 + (-1)^s] = \frac{[1 + (-1)^s]}{2^s} \left[g'_2\left(\frac{1}{2}\right) + 2s g\left(\frac{1}{2}\right) \right]$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial I_s}{\partial x} \right)_{x=0} = -g(V_2) \frac{1}{2^s} + (-1)^s g(V_2) \frac{1}{2^s} = \frac{1}{2^s} g(V_2) [(-1)^s - 1]$$

$$g'_2(\xi) = \frac{\partial g(\xi)}{\partial \xi} = 4p \frac{1}{\xi(\xi^2 + p^2)}, \quad g'_2(V_2) = 4p \frac{1}{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} + p^2 \right]} = \frac{8p}{(1/4 + p^2)}; \quad g(V_2) = \frac{2}{p} \ln \left[\frac{1}{1 + 4p^2} \right]$$

Разложим $I_s(x) = I_s(0) + I'_s(0)x + \frac{1}{2} I''_s(0)x^2 + \dots = I_s(0) + \frac{[(-1)^s - 1]}{2^s} g(V_2)x +$
 $+ \frac{1}{2} x^2 \frac{[1 + (-1)^s]}{2^s} [g'_2(V_2) + 2s g(V_2)]$

$$I_0(x) = I_0(0) + x^2 \left[\frac{8p}{1/4 + p^2} \right] = I_0(0) + \frac{32p}{1 + 4p^2} x^2 + \dots O(x^4), \quad p \text{ — константа, } x \rightarrow 0$$

Было при x малом ($x \neq 1/2$), но $p \rightarrow 0$: $I_0(x) = -4\pi - \frac{2p}{x^2 - 1/4} \xrightarrow{x \rightarrow 0} -4\pi + 8p$

то совп. с раскладкой разложения при $I_0(0) = -4\pi + 8p$.

$$I_1(x) = I'_1(0)x = \frac{1}{2} \frac{2}{p} \ln \left[\frac{1}{4p^2 + 1} \right] (-2)x = + \frac{2}{p} \ln(1 + 4p^2) \cdot x + O(x^3)$$

Было при $p \rightarrow 0$ $I_1(x) = -4p \ln \left(\frac{V_2 - x}{V_2 + x} \right) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 16px$, где $I_1(x) = 8px$.

Нужно $I_1(x) = \frac{2}{p} \ln(1 + 4p^2) \cdot x \approx 8px$. так $1/2 - 4p^2$

$$\rightarrow I_2(x) = I_2(0) + \frac{1}{2} I''_2(0)x^2 = I_2(0) + \frac{x^2}{2} \frac{2}{2^2} \left[\frac{32p}{1 + 4p^2} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{p} (-1) \ln(1 + 4p^2) \right] =$$

$$= I_2(0) + 2 \left[\frac{4p}{1 + 4p^2} - \frac{1}{p} \ln(1 + 4p^2) \right] \cdot x^2 \xrightarrow{p \rightarrow 0} I_2(0) - 16p^3 x^2 \quad (!)$$

Разложим $I_2(0)$ — ординарные значения. Ясно, что было $I_2(0) = -\frac{2}{3}p(\pi + \sqrt{2})$ — неверно.

Т.е. 10/11 я вынужден использовать неверные $I_1(x), I_2(x)$ разложения. Неверные $I_1(x)$ повлияло на спектр высоких частот. $I_2(0)$ не учтено в квар. но квар. хорошо мало.

Date.

$$I_2(x=0, p) = \int_{-1/2}^{1/2} dz z^2 g(z); \quad \frac{\partial I_2}{\partial p} = \int_{-1/2}^{1/2} dz z^2 \frac{\partial g(z, p)}{\partial p} = \int_{-1/2}^{1/2} dz z^2 \left[-\frac{1}{p} g(z, p) - \frac{4}{z^2 + p^2} \right]$$

$$= -\frac{1}{p} I_2 - 4 \int_{-1/2}^{1/2} dz \frac{z^2}{z^2 + p^2} = -\frac{1}{p} I_2(p) - 4 \left[1 - 2p \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} \right]$$

$$\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x}, \quad 1 - 2p \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} = 1 - 2p \left[\frac{\pi}{2} - 2p \right] \approx 1 - p\pi$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial p} = -\frac{1}{p} I_2 - 4[1 - p\pi]. \text{ Пусть } I_2(p) = Ap, \text{ т.к. } I_2(0) = 0,$$

$$A = -A - 4 + 4p\pi, \text{ умножим на } p, \text{ } 2A = -4, A = -2 \text{ и } I_2(0, p) \approx -\frac{1}{2} p(?) \text{ с } 17/11 \text{ кон}$$

Можно рассмотреть функцию $I_s(0) = \int_{-1/2}^{1/2} dz z^s g(z)$ как функцию p .

$$\frac{\partial I_s}{\partial p} = \int_{-1/2}^{1/2} dz z^s \frac{\partial g(z, p)}{\partial p} = \int_{-1/2}^{1/2} dz z^s \frac{\partial}{\partial p} \frac{1}{p} [\ln(z^2) - \ln(z^2 + p^2)] = -\frac{1}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dz z^s g(z, p) -$$

$$-4 \int_{-1/2}^{1/2} dz z^s \frac{1}{z^2 + p^2}, \quad \frac{\partial I_s(0, p)}{\partial p} = -\frac{1}{p} I_s(0, p) - 4 \int_{-1/2}^{1/2} dz \frac{z^s}{z^2 + p^2}$$

У нас s -нечет.

справедливо $\frac{\partial I_s}{\partial p} = -\frac{1}{p} I_s$, $I_s(0, p=0) = 0$, что дает $I_s(0, p) = I_s(0) =$

У нас s -чет, умножим на p . Проверим $s=0$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dz \frac{z^0}{z^2 + p^2} = \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} \Big|_{-1/2}^{1/2} = \frac{2}{p} \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} \approx$$

$$\approx \frac{2}{p} \left[\frac{\pi}{2} - 2p \right] = \frac{\pi}{p} - 4$$

$$\frac{\partial I_0}{\partial p} = -\frac{1}{p} I_0 - 4 \left(\frac{\pi}{p} - 4 \right) = -\frac{1}{p} (I_0 + 4\pi) + 16, \quad I_0 + 4\pi = Ap$$

$$A = -A + 16, A = 8 \text{ и } I_0(0, p) = -4\pi + 8p - \text{верно. и } I_2(0, p) = -2p$$

$I_2(x=0, p) = -2p$. У функции u при $s > 0$ верно. $I_s(0, p) = -\frac{8}{2^s(s-1)!} p$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(xx') \left[\sum_{s=0}^{\infty} \frac{m^{[s]}(x)}{s!} (x' - x)^s \right] = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{m^{[s]}(x)}{s!} I_s(x)$$

(плюс же тоже гур. ур. пусть $|x| \rightarrow 0$ и будет $m(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^{(n)}(0)}{n!} x^n$

$$m^{[s]}(x) = \frac{d^s}{dx^s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^{(n)}(0)}{n!} x^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^{(n)}(0)}{n!} C_n^s x^{n-s}, \quad C_n^s = \frac{n!}{s!(n-s)!} \neq 0 \text{ при } s \leq n$$

$$\lambda \sum_n \frac{m^{(n)}(0)}{n!} x^n = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{I_s(x)}{s!} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^{(n)}(0)}{n!} C_n^s x^{n-s}, \quad I_s(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{I_s^{[m]}(0)}{m!} x^m$$

$$\lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^{(n)}(0)}{n!} x^n = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{s! m! n!} C_n^s m^{[n]}(0) I_s^{[m]}(0) x^{m+n-s} = \lambda \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m^{[m]}(0)}{m!} x^m$$

Предположим коэф. u при x^m :

$$B_{mn} = \frac{1}{n!} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} C_n^s I_s^{[m]}(0)$$

$$\lambda m^{[m]}(0) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s! n!} C_n^s m^{[n]}(0) I_s^{[m]}(0)$$

$$\lambda m^{[m]}(0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} m^{[n]}(0) B_{mn}$$

Date.

Составим мин. ур. для $m^{[n]}(0)$: $\sum_{n=0} \left[\frac{B_{nn}}{n!} - \lambda \delta_{nn} \right] m^{[n]}(0) = 0$

$n!$ домножим & вычтем. $B_{nn} \rightarrow \sum_{n=0} [B_{nn} - \lambda \delta_{nn}] m^{[n]}(0) = 0$

Состав. ур. на λ : $\det [B_{mn} - \lambda \delta_{mn}] = 0$ — характеристическое уравнение на функц. x^n .

$B_{mn}(p) = \frac{1}{n!} \sum_{s=0} \frac{1}{s!} C_n^s I_s^{[m]}(0, p)$ — $I_s(0, p)$ — уже известна.

$\frac{d^s x^n}{dx^s} = n(n-1)\dots(n-s+1) x^{n-s}$ и считаем, что $m^{[n]}(0)$ надо найти

$\lambda \sum_n \frac{m^{[n]}(0)}{n!} x^n = \sum_{s, m, n} \frac{1}{s! m! n!} C_n^s m^{[n]}(0) I_s^{[m]}(0) x^{m+n-s}$

$\lambda \sum_{l=0} \frac{m^{[l]}(0)}{l!} x^l = \sum_{s, m, n} \frac{C_n^s}{s! m! n!} m^{[n]}(0) I_s^{[m]}(0) x^{m+n-s}$ $l, m, n \geq 0$

Сравниваем коэф. у x^l : $\lambda \frac{m^{[l]}(0)}{l!} = \sum_{s, m, n} \frac{C_n^s}{s! m! n!} m^{[n]}(0) I_s^{[m]}(0) x^{m+n-s}$ $(m+n-s=l)$

$\sum_s \frac{C_n^s}{s! (l-n+s)!} I_s^{[l+n-s]}(0) = \delta_{ln}$

$\lambda m^{[l]}(0) = l! \sum_n \frac{\delta_{ln}}{n!} m^{[n]}(0) = \sum_n B_{ln} m^{[n]}(0)$, $B_{ln} = \frac{l!}{n!} \delta_{ln}$

Состав. ур. на λ : $\sum_n [B_{ln} - \lambda \delta_{ln}] m^{[n]}(0) = 0$, $\det [B_{ln} - \lambda \delta_{ln}] = 0$

$B_{ln} = \frac{l!}{n!} \sum_{s \leq n} \frac{C_n^s}{s! (l+n-s)!} I_s^{[l+n-s]}(0)$ и $l+n-s \geq 0$.

$C_n^s = n(n-1)\dots(n-s+1) = \frac{n!}{(n-s)!}$, $B_{ln} = l! \sum_{s \leq n} \frac{1}{s! (n-s)! (l+n-s)!} I_s^{[l+n-s]}(0)$

$B_{mn}(p) = m! \sum_{s \leq n} \frac{1}{s! (n-s)! (m+s-n)!} I_s^{[m+s-n]}(0, p)$

$B_{nn}(p) = n! \sum_{s \leq n} \frac{1}{(s!)^2 (n-s)!} I_s^{[n]}(0, p)$, $\sum_n [B_{mn} - \lambda \delta_{mn}] m^{[n]}(0) = 0$

$B_{00}(p) = I_0(0, p) = -4\pi + 8p$, $B_{22}(p) = 2! \left[\frac{1}{2!} I_0(0, p) + \frac{1}{2^2} I_2''(0, p) \right] =$
 для резонных сф $m(x)$ m, m -резонные, где не резонных сф s — не резонные, не резонные
 $= I_0(0, p) + \frac{1}{2} I_2''(0, p) = -4\pi + 8p + \frac{1}{2} \cdot 0 = -4\pi + 8p$ — ? Проверим явно.

Зам. ф: $\lambda m(x) = I_0(x, p) m(x) + \frac{1}{2} I_2(x, p) m''(x)$, $m(x) = m(0) + \frac{1}{2} m''(0) x^2$

$[\lambda + 4\pi - 8p(1+4x^2)] [m(0) + \frac{1}{2} m''(0) x^2] = \frac{1}{2} I_2(x, p) m''(0) = \frac{1}{2} m''(0) I_2(0) = -p m''(0)$

Date. 12.07.

$$\Lambda = \lambda + 4\pi$$

$$+ \frac{1}{2} m''(0) [\lambda + 4\pi - 8p] \} = -p m''(0)$$

$$x^0: m(0) [\lambda + 4\pi - 8p] + p m''(0) = 0$$

$$x^2: -32pm(0) + \frac{1}{2} m''(0) [\lambda + 4\pi - 8p] = 0$$

$$\begin{cases} (\Lambda - 8p)m(0) + p m''(0) = 0 \\ -32pm(0) + \frac{1}{2} [\Lambda - 8p] m''(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\Lambda - 8p)m(0) + p m''(0) = 0 \\ -32pm(0) + \frac{1}{2} [\Lambda - 8p] m''(0) \end{cases}$$

Затем: $[-4\pi + 8p(\lambda + 4\pi^2) - \lambda] [m(0) + \frac{1}{2} m''(0)x^2] + 8px m''(0)x - 2p \cdot \frac{1}{2} m''(0) = 0$

$$x^0: [8p - 4\pi - \lambda] m(0) - p m''(0) = 0$$

$$x^2: [-4\pi - \lambda + 8p] \frac{1}{2} m''(0) + m(0) \cdot 32p + 8p m''(0) = 0$$

$$\begin{cases} [8p - \Lambda] m(0) - p m''(0) = 0 \\ 2 \cdot 32pm(0) + [24p - \Lambda] m''(0) \end{cases}$$

Отсюда получ. характерист. $\Lambda_0 = 8p, \Lambda_2 = 24p (!)$ — но это не годится.

Возмем. проверим $\det \begin{vmatrix} 8p - \Lambda & -p \\ 64p & 24p - \Lambda \end{vmatrix} = (8p - \Lambda)(24p - \Lambda) + 64p^2 = 0$

$$\Lambda^2 - 32\Lambda p + 24 \cdot 8p^2 + 64p^2 = 0, \Lambda^2 - 32\Lambda p + 32 \cdot 8p^2 = 0$$

$$\Lambda_{0,2} = \frac{1}{2} [32p \pm \sqrt{(32p)^2 - 4 \cdot 32 \cdot 8p^2}] = 16p - \text{вот так да!}$$

Все проверяем. Метод разложения $\Phi m(x)$ и $I_s(x)$ вблизи $x=0$ не так уж и хорош, + к. проверяем к ∞ -состоянию мн. уравнения для сходимости спектра к СФ. Диф. ур. имеет:

$$\lambda m(x) = \sum_s \frac{m^{[2s]}(x)}{s!} I_s(x), \text{ если гарантировано } s=0,1$$

Все $I_s \sim p$, поэтому ТБ по p не выполняется, но $I_s \sim \frac{1}{2^s (s-1)!}$, $s \geq 1$

Для решения СФ $u_m(x)$, $\lambda_m = \frac{1}{u_m(0)} \sum_{s=0,1,\dots} \frac{u_m^{[2s]}(0)}{(2s)!} I_{2s}(0)$

$u_m(x)$ и $u_m^{[2s]}(x)$ абн. размением на y . $u_m(x) \sim \frac{y^p}{u_m^{[2s]}(x)}$, тогда $|u_m^{[2s]}(0)| = C |u_m(0)|$

$$\lambda_m = C_m \sum_{s=0} \frac{1}{(2s)!} I_{2s}(0) = C_m (-8p) \sum_{s=0} \frac{1}{(2s)!} \frac{1}{2^{2s} (2s-1)!}, C_m - \text{определяется?}$$

Сделаем: $g(z, p) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right) = -\frac{4}{p} \int_0^p \frac{z}{z^2 + z'^2} dz, \frac{\partial g}{\partial p} = -\frac{4}{p} - 4 \frac{1}{z^2 + p^2}$

$$\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x') \rightarrow \left(\frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda \right) m(x) = -4 \int dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$$

Если def. $\Lambda(p) = \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda$, то $\Lambda m(x) = (-4) \int dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$

$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{p^2 + z^2} = \pi \delta(z)$, $\Lambda m(x) = -\frac{4\pi}{p} \int dx' \delta(x-x') m(x') = -\frac{4\pi}{p} m(x) \rightarrow \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda = -\frac{4\pi}{p}$

Следовательно $\lambda(p) = -4\pi + Ap$ — не. $m(x) = m(0) = \text{const}$ (и $x=0$)

$\Lambda m(0) = m(0) (-4) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + p^2} dx = m(0) \left[\frac{\pi}{p} - 4 \right] \frac{1}{2} \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda = -4\pi, \text{ т.е. } 1 = 4\pi + 8p$

Date.

Но $m(x) = \text{const}$ не есть СФ, конечно.

Уравнение Гельмгольца СФ, удовлетв. $m(\pm 1/2) = 0$ есть $m_0(x) = 1 - 4x^2$,

а уравнение неогранич. СФ $m_1^{(x)} = x(1 - 4x^2)$.

Видно, что СФ хорошо ведет себя $x=0$, а при $|x| \rightarrow 1/2$ $m_0(x) \sim |x - 1/2| \ln |x - 1/2|$ — неогранич. СФ. Оно и $m(\pm 1/2) = 0$ удовлетворяется, и эквивалентно при $x \neq 0$, но неаналит. при $|x| = 1/2$.

$$\text{Тогда СФ } u_0(x) = (1/2 - x) \ln \left(\frac{1/2 - x}{1/2 + x} \right) + (1/2 + x) \ln \left(\frac{1/2 + x}{1/2 - x} \right)$$

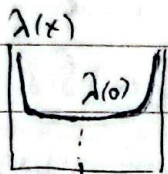
$$\text{При } x \rightarrow 0 \quad u_0(x) = (1/2 - x)(-2) \operatorname{arctanh}(2x) + (1/2 + x) 2 \operatorname{arctanh}(2x) =$$

$$= (1/2 - x)(-4x) + (1/2 + x)4x = 8x^2 - \text{и т.д.} \quad \text{и } \ln \left(\frac{1/2 + x}{1/2 - x} \right) \rightarrow \infty \quad \text{при } x \rightarrow 1/2$$

$$\text{Также } u(x) = (1/4 - x^2) \left[\ln \left(\frac{1/2 - x}{1/2 + x} \right) + \ln \left(\frac{1/2 + x}{1/2 - x} \right) \right] = 0, \text{ и т.д.}$$

$u_0(x) = (1/4 - x^2) \ln(1/4 - x^2) \rightarrow (1/4 - x^2)x^2, x \rightarrow 0$ — не основная СФ, не требуется ее.

$$\lambda u_2(x) = \int dx' g(x, x') u_1(x')$$



Свойства СФ:

→ Параметр малости эр. $\frac{P}{|x \pm 1/2|}$ и где x далеко от краев действительной, $|x| = 1/2$ мал,

где x близко к краям (тогда далеко от краев) и близко к $\delta(x - x')$.

Поэтому любая нормальная предельная СФ дает $\lambda(x) \approx \text{const}$ далеко от краев.

При $|x| \rightarrow 1/2$ $\frac{P}{|x \pm 1/2|}$ уже не мал, $g(x, x')$ не похоже на $\delta(x - x')$ и любой вид пред. функции важен. Произв. предельные ф-ии плохи и дают $\lambda(x)$ сильно зависит от x при $|x| \rightarrow 1/2$, где настоящих СФ было бы $\lambda(x) = \text{const} \forall x$. Т.е. поведение $\lambda(x)$ при $|x| \rightarrow 1/2$ определяется поведением пред. функции близка к исходной СФ.

Вероятно при $|x| \rightarrow 1/2$ СФ неаналитичны, но $m(\pm 1/2) = 0$ все же.

Можно ли завис. от параметра "P"?

Если нет, то инт. ур. принимает вид (x) как пред. СФ.

$$\Lambda m(x) = (\lambda + 4\pi) m(x) = \int dx' [g(x, x') + 4\pi \delta(x - x')] m(x')$$

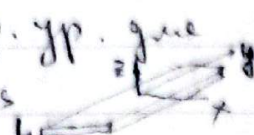
— запись в такой форме показывает, что разложение $m(x') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^{(n)}(x)}{n!} (x' - x)^n$

в окрестности $x' \approx x$ уже плохо (все члены $\sim P$), т.е. $G(x, x') = g(x, x') + 4\pi \delta(x - x')$ уже не имеет экстремума при $x' = x$.

Это эквивалентно, что ограничиться членами $n(s) = 0, 1, 2$ и т.д. — система лн. уравнений, где каждый член матрицы $\sim P$.

Date. 13.07.

sup. $(\Phi \text{ wires, } \text{maghoz zarez } \nabla^2 h_d = -4\pi \nabla \cdot \vec{m})$

Дип. гр. две генератора тока (15/III): $\nabla^2 \vec{h}_d = -4\pi \nabla \cdot \vec{m}$
 One wires  $\text{если две параллельные ген. тока } h_x \text{ и } h_z$

$$h_d^{\alpha}(\vec{r}) = \int d^3 r' \Gamma_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') m_{\beta}(\vec{r}') \quad , \quad \alpha, \beta = x, z - \text{индекс}$$

$$\begin{cases} h_d^x(\vec{r}) = \int d^3 r' [\Gamma_{xx} m_x + \Gamma_{xz} m_z](\vec{r}') \\ h_d^z(\vec{r}) = \int d^3 r' [\Gamma_{zx} m_x + \Gamma_{zz} m_z](\vec{r}') \end{cases}$$

Игнорировать (определять m !) $m_d(\vec{r})$ не зависит от z .

Тогда $h^x(\vec{r}, z) = \int d^2 \vec{r}' d^2 \vec{r}'' [\Gamma_{xx}(\vec{r}, \vec{r}'; z, z') m_x(\vec{r}') + \Gamma_{xz}(\vec{r}, \vec{r}'; z, z') m_z(\vec{r}')] \quad (1)$
 $\langle \dots \rangle_z = \frac{1}{L} \int dz (\dots) \text{ где } \bar{h}_d^x(\vec{r}) = \int d^2 \vec{r}' g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') m_x(\vec{r}')$

$$g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{L} \int dz d^2 z' \Gamma_{xx}(\vec{r}, \vec{r}'; z, z') \quad , \quad g_{xz}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{L} \int dz d^2 z' \Gamma_{xz}(\vec{r}, \vec{r}'; z, z') = 0$$

Аналогично $\bar{h}_d^z(\vec{r}) = \int d^2 \vec{r}' g_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') m_z(\vec{r}')$, но $g_{xx}(x, x') + g_{zz}(x, x') = -4\pi \delta(x - x')$

т.к. разрыв $\rightarrow \infty$ и вогнутые углубление по y (или $k_y = 0$).

Wires: $\bar{h}_d^d(x) = \int dx' g_{dd}(x, x') m_d(x') \quad , \quad d = x, z$

$$\bar{h}_d^z(x) = \int dx' g_{zz}(x, x') m_z(x') \quad , \quad \bar{h}_d^x(x) = \int dx' g_{xx}(x, x') m_x(x') = -4\pi m(x) - \int dx' g_{zz} m_x$$

Это уравнение интегрируем на $(\Phi, \text{ полая } \bar{h}_d^z(x) = \lambda_z m_z(x))$

Но $\nabla^2 \vec{h}_d = -4\pi \nabla \cdot \vec{m}$ брассируется до бесконечности. и $\nabla^2 \vec{h}_d^z = -4\pi \frac{\partial}{\partial z} \text{div } \vec{m}$

$$\begin{cases} \nabla^2 h_d^z(\vec{r}) = -4\pi \frac{\partial}{\partial z} \text{div } \vec{m} = -4\pi \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right)(\vec{r}) & (1) \\ \nabla^2 h_d^x(\vec{r}) = -4\pi \frac{\partial}{\partial x} \text{div } \vec{m} = -4\pi \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right)(\vec{r}) & (2) \end{cases}$$

$\frac{1}{L} \int dz (1) \quad \nabla^2 h_d^z(\vec{r}) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) h_d^z(\vec{r})$, где wire от y не зависит.

a) $\text{сразу } h_d^z(\vec{r}) = \lambda_z m_z(\vec{r})$, где $\langle \dots \rangle_z$ и $h_d^x(\vec{r}) = \lambda_x m_x(\vec{r})$ — но так

$$\begin{cases} \lambda_z \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) m_z(x, z) = -4\pi \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right) \\ \lambda_x \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) m_x(x, z) = -4\pi \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right) \end{cases}$$

$\int dz (\dots) \quad \int_0^L dz \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial m_z}{\partial z} \right) \Big|_0^L = 0$, если $m_z \neq f(z)$ или $\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = 0$

$\int dz \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \right) = \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \right) \Big|_0^L = 0$, если $m_x \neq f(z) \rightarrow \lambda_z \frac{\partial^2 m_z(x)}{\partial x^2} = 0$ как (15/III)

Тогда получаем $(\lambda_x + 4\pi) \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = 0$ (15/III). Ну что.

б) Проверка $\langle \dots \rangle_z$ для (1), (2): $\int dz \frac{\partial^2 h_d^z(x, z)}{\partial z^2} = \frac{\partial h_d^z(x, z)}{\partial z} \Big|_0^L$

— не должно входить $= 0$ конечно.

Date. 14.07.

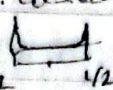
Проблема CF для wires

Ищется в виде CF вида: $(\sqrt{2}-x)^l \ln[(\frac{1}{2}-x)^2 + p^2] \pm (x \pm -x)$,

$$\textcircled{5} \ln \left[\frac{(\sqrt{2}-x)^2 + p^2}{p^2} \right] + \ln \left[x \pm -x \right] - \ln \left(1 + \frac{1}{p^2} \right),$$

$$\textcircled{6} (\sqrt{2}-x)^l \ln(\sqrt{2}-x) \pm (\sqrt{2}+x)^l \ln(\sqrt{2}+x), \text{ удовлетв. } u(\frac{1}{2})=0.$$

*) МАТРИЦА по хитрым случаям.

*) $l=1$ берем как ненулевой для CF осн. состояния, $Du = 0,070$
(но все же $\lambda(x)$ на краях , как обычно), $\omega_0 = 0,235$ (!)

*) $l=2$ берем как нулевой, $Du = 0,122$ и $\omega_0 = 0,212$.

Для CF-каждого $\sin(2\pi x)$, $Du = 0,080$ и $\omega_0 = 0,274$

Решение $\sqrt{1-4x^2}$ и $Du = 0,014$ и $\omega_0 = 0,240$ (!), по $m'(x)$ симметрии.

*) $l=1$ дает хорошие результаты с $Du = 0,036$, но $\omega_0 = 0,259$.

$l=2$ занесено выше, $Du = 0,127$, но $\omega_0 = 0,236$.

Решение $u_0(x) = 1$ является для $Du = 0,031$, $\omega_0(u_0(0)) = 0,232$.

Оценим, что Du и ω_0 при $x \in [-0,495, 0,495]$ достаточно
малы и ω_0 близко к ω_0 .

Можно просто аппроксимировать осн. CF:

$$u_0(x) = 1 + a_2 x^2 - 16(1 + \frac{1}{4} a_2) x^4, \quad u_0(\pm 1/2) = 0$$

Или $a_2 = 1$ получим $Du = 0,082$, $\omega_0 = 0,234$ (но $\lambda = 1/2$)

$a_2 = -1$ — || — $Du = 0,066$, $\omega_0 = 0,235$

$a_2 = -0.5$ — || — $Du = 0,064$, $\omega_0 = 0,237$

$a_2 = -1/4$ — || — $Du = 0,086$, $\omega_0 = 0,232$

$a_2 = -3/4$ — || — $Du = 0,065$, $\omega_0 = 0,236$

$a_2 = -0,65$ — || — $Du = 0,065$, $\omega_0 = 0,236$

$a_2 = -0,55$ — || — $Du = 0,064$, $\omega_0 = 0,237$

$a_2 = -0,45$ — || — $Du = 0,064$, $\omega_0 = 0,237$

$a_2 = -0,35$ — || — $Du = 0,086$, $\omega_0 = 0,231$

Пример $a_2 = -4$ — || — $Du = 0,092$, $\omega_0 = 0,224$

$a_2 = -2$ — || — $Du = 0,072$, $\omega_0 = 0,233$

$a_2 = 0$ — || — $Du = 0,085$, $\omega_0 = 0,233$

$a_2 = 0,5$ — || — $Du = 0,083$, $\omega_0 = 0,233$

$a_2 = 2$ — || — $Du = 0,082$, $\omega_0 = 0,235$

$a_2 = 3$ — || — $Du = 0,080$, $\omega_0 = 0,234$

$a_2 = 4$ — || — $Du = 0,079$, $\omega_0 = 0,236$

$a_4 = 8$ — || — $Du = 0,074$, $\omega_0 = 0,239$

Есть экстремальный min (или $a_2 > 0, a_2 \gg 1$ МСД не смещает) и/или

$a_2 = -1/2$ и $Du = 0,064$ — мин. малей, но $\gg Du(\sqrt{1-4x^2}) = 0,014$.

Date. 16. 07.

CF Wires

Из CF-пробной зона $u_0(x) = (1-4x^2)^{1/2}$,
 $\alpha = 1/4$ гас $Du = 0,019$, $\alpha = 0,6$ гас $Du = 0,019$ и Du растет
 $\alpha = 0,4$ - $Du = 0,017$. Так что $\alpha = 1/2$ гас мин Du и
 самым лучшим (по всем параметрам) пробной функцией.
 → Минимум параметра Du за все x краев интервала.

Теперь $x \in [-0,498, 0,498]$ $Du(\alpha=1/2) = 0,022$; $Du(0,4) = 0,015$;

$Du(0,3) = 0,020$; $Du(0,35) = 0,016$; $Du(0,45) = 0,017$.

Minimum $Du(\alpha)$ гас $\alpha = 0,4$ или такой параметр Du .

Проверим еще качество пробных функций: $u_0(x) = 1(\cos)$ и $u_0(x) = \sin$

$u_0(x) = 1$ гас $Du = 0,037$ (было 0,031) $\omega_0(\bar{\lambda}) = 0,269$; $\omega_0(\lambda_0) = 0,232$

$u_0(x) = \sin(2\pi x)$ гас $Du = 0,168$ (было 0,080) $\omega_0(\bar{\lambda}) = 0,250$; $\omega_0(\lambda_0) = 0,22$

Видно, что по параметру Du , лучше Du где 1 и $\sin(2\pi x)$ заметно.
 $u_0(x) = \cos(\pi x) \rightarrow Du = 0,214$, $\omega(\bar{\lambda}) = 0,171$ - еще хуже.
 $\cos(\pi x)$ считается очень плохо.

16/07 → Колумбово яйцо: Система CF - нулевой начальных значений

$P_n^m(2x)$ является хорошим приближением для истинных
 CF параметров. оператора $\int_{-w/2}^{w/2} g(xx')m(x') = \lambda m(x)$. и все.

$P_1^1(2x) = \sqrt{1-4x^2}$; $P_2^1(2x) = 6x\sqrt{1-4x^2}$; $P_2^2(2x) = 3(1-4x^2)$

$P_3^1(2x) = \frac{3}{2}(20x^2-1)\sqrt{1-4x^2}$; $P_3^2(2x) = 30x(1-4x^2)$; $P_3^3(2x) = 15(1-4x^2)^{3/2}$

Опровер. $\int_0^\pi d\theta \sin\theta P_n^m(\cos\theta) P_n^m(\cos\theta) = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \delta_{nn'}$
 не нулевой интеграл:
 Все $P_n^m(2x)$ удовлетв. т.е. $P_n^m(\pm 1) = 0$.

CF	$P_1^1(2x)$	$P_2^1(2x)$	$P_2^2(2x)$	$P_3^1(2x)$	$P_3^2(2x)$	$P_3^3(2x)$
Du	0,022/0,033	0,058	0,190	не смт.		0,43
$\omega(\bar{\lambda})$	0,256	0,311	0,188(?)	не смт., 0,324	0,339	не смт.
$\omega(\lambda_0)$	0,240/0,236	(0,311)	0,246	0,288	(0,227)	0,317
факт.	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339	
$\omega(\text{вар.})$	0,242	неверно	-	0,311	0,374(?)	

Видно, когда ориентируемся на $P_n^1(2x)$, все пропорционально по нулевой
 $P_4^1(2x) = 5x(7 \cdot 4x^2 - 3)\sqrt{1-4x^2}$. $\omega(\lambda_0)$ где $P_{2,4}^1(2x)$ не имеет смысла.
 т.е. $\lambda(0) = 0,162$

Date. 17. 07.

λ_2^n и соотв. параметр $\omega_2^n = [\omega_n + 1 + \frac{\lambda_2^n}{4\pi}] [\omega_n - \frac{\lambda_2^n}{4\pi}]$, $\lambda_n^2 = 4\pi Z_{n00}^{n00}$
можно указать и из параметра функционирования как $15/E$.

$$\lambda_2^n = \int_0^1 dx \int_0^1 dx' g(x, x') m_2^n(x) m_2^n(x') \cdot \frac{1}{N_n}, \quad N_n = \int_0^1 dx [m_2^n(x)]^2.$$

В информации SW-wires у меня замена: $-\frac{\lambda_2}{4\pi} = \lambda = -Z_{n00}^{n00}$

Этот способ поиска расколот, т.к. указать неясно какое λ брать для параметра ω_n : $\bar{\lambda} = \int_{-1/2}^{1/2} dx \lambda(x)$ или $\lambda(x=0) = \lambda(0)$ когда предельные функ. не есть точная (Ф). Для точных CF $\lambda \neq f(x)$ и способ удерж. неважен.

$$\lambda(\text{вар.}) = \frac{\int_{-1/2}^{1/2} dx \lambda(x) u^2(x)}{\int_{-1/2}^{1/2} dx u^2(x)}, \quad \lambda(\text{вар.}) = \bar{\lambda} = \lambda(0) \text{ для точных CF}$$

→ Словесно параметр $\bar{\lambda}$ занимает ее (зависимое ω), т.к. из $\int_{-1/2}^{1/2} dx \lambda(x)$ приращение исключать окрестности $|x|=1/2$, где сама $\lambda(x)$ имеет max значения. $\lambda(\text{вар.}) \sim \int_{-1/2}^{1/2} dx \lambda(x) u^2(x)$ и $x = \pm 1/2 - \epsilon$ всегда не дает, т.к. $u(\pm 1/2) = 0$.

$$\bar{\lambda} < \lambda_{\text{вар}} \leq \lambda(0) \rightarrow \omega(\bar{\lambda}) > \omega(\lambda_{\text{вар}}) \geq \omega[\lambda(0)].$$

CF P_2^1, P_3^1, P_4^1 MathCad не считает или считает неверно.

$$\text{Если } (P_m^1(2x) \equiv |m\rangle) \text{ то } \langle m | g | n \rangle = \frac{1}{4\pi} \int dx dx' g(x, x') u_m(x) u_n(x') -$$

негн. матриц. элементы ФГ. $\langle 1 | g | 1 \rangle = -0.662$

$$\langle 2 | g | 1 \rangle = \langle 1 | g | 2 \rangle = 0 (!); \langle 1 | g | 3 \rangle = 1.9 \cdot 10^{-3}; \langle 1 | g | 4 \rangle = 0,$$

это говорит в пользу диагональности (по n) матрицы $\langle m | g | n \rangle$ и эквивалентно утверждению, что $u_n(x)$ - хорошие прод. функции и почти CF.

$$\langle 2 | g | 4 \rangle = 9.9 \cdot 10^{-4}; \langle 2 | g | 3 \rangle = 0; \langle 3 | g | 4 \rangle = 0.$$

Тогда, $\langle 1 | g | 3 \rangle$ надо округлить на $3/2$, а $\langle 2 | g | 4 \rangle$ на $5.6 = 30$ и $\langle 2 | g | 4 \rangle = 3 \cdot 10$ но еще это не меняется, все равно негн. и. элементы $\langle \langle \text{диагональ} \rangle \rangle$. Хотя $\langle 4 | g | 4 \rangle = -0.08$ всего.

CF $P_3^1(2x)$ все же посчитал, но при большом $\epsilon = 10^{-6}$.

$P_4^1(2x)$ можно посчитать и при $\epsilon \rightarrow 0$. Но с $P_2^1(2x)$ проблема.

→ За исключением $P_1^1(2x) = \sqrt{1-4x^2}$ нельзя сказать,

что $P_n^1(2x)$ хорошо описывают эксперимент SW-wires.

Можно угадать. В том, что негн. $\langle m | g | n \rangle = 0$ точно нет (или m, n разные значения)

т.к. $P_n^1(2x)$ - четные или нечетные, а $\int_{-1/2}^{1/2} dx (-)$ от произведения

двух CF разных знаков точно $= 0$ из-за нечетности подынтегр. функ.

Итого вывод. $P_{m \pm 2}^1 \neq 0$ или $\cos(\pi m x)$ - предельные функ-я.

Date. 20.07.

Решение задачи

$$P'_n(x) = -\frac{nx}{\sqrt{1-x^2}} P_n(x) + \frac{n}{\sqrt{1-x^2}} P_{n-1}(x) = \frac{n}{\sqrt{1-x^2}} [P_{n-1}(x) - x P_n(x)]$$

$$P'_1(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} [P_0(x) - x P_1(x)] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} [1 - x \cdot x] = \sqrt{1-x^2} \text{ — верно}$$

$$P'_5(x) = \frac{5}{\sqrt{1-x^2}} [P_4(x) - x P_5(x)] = \frac{5}{\sqrt{1-x^2}} \left[\frac{1}{8} (35x^4 - 30x^2 + 3) - x \frac{1}{8} (63x^5 - 70x^3 + 15x) \right] = \frac{5}{8\sqrt{1-x^2}} [-63x^6 + 105x^4 - 45x^2 + 3] \text{ — ?}$$

$$P'_2(x) = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} [P_1(x) - x P_2(x)] = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \left[x - x \frac{1}{2} (3x^2 - 1) \right] = 3x \sqrt{1-x^2} \text{ — верно}$$

$$P'_5(x) = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} [-21x^6 + 35x^4 - 15x^2 + 1] = \frac{3 \cdot 5}{8} \frac{(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} [21x^4 - 14x^2 + 1] = \frac{15}{8} \sqrt{1-x^2} \cdot [21x^4 - 14x^2 + 1]$$

$$\rightarrow P'_5(2x) = \frac{15}{8} [21 \cdot 16x^4 - 14 \cdot 4x^2 + 1] \cdot \sqrt{1-4x^2} \text{ — проверка с помощью графика}$$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') m(x') = \left| \frac{x-x'}{dx'} = dz \right| = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g(z) m(x+z)$$

$$\lambda \frac{\partial m(x)}{\partial x} = g(1/2-x) m(1/2) - g(1/2+x) m(-1/2) + \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g(z) \frac{\partial m(x+z)}{\partial x}$$

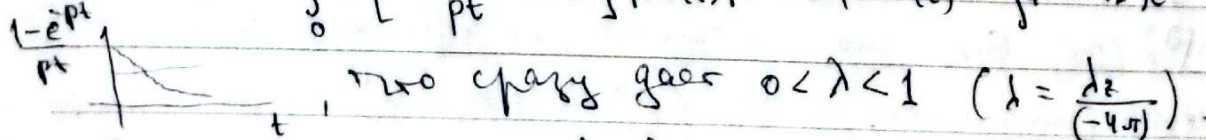
Если $m(\pm 1/2) = 0$, то $g(\cdot) m(\pm 1/2) = 0$, т.к. $\ln |1/2-x| \cdot m(1/2) = 0$, если $m(x) \sim (1/2-x)$ упр. $x \rightarrow 1/2$.

$$\lambda \frac{\partial m(x)}{\partial x} = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g(z) \frac{\partial m(x+z)}{\partial x} = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') \frac{\partial m(x')}{\partial x'}$$

то $m'(x)$ — функция, равная нулю. т.е. $m(x)$.

$$\lambda \frac{\partial m(x)}{\partial x} = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{4p}{(x-x') [p^2 + (x-x')^2]} m(x') = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') \frac{\partial m(x')}{\partial x'}$$

$\rightarrow$ M. Goldberg: (*) $\int_0^\infty dt \left[\frac{1-e^{-pt}}{pt} - \lambda \right] |\hat{m}(t)|^2 = 0$, $\hat{m}(t) = \int dx m(x) e^{itx}$,



то есть для $0 < \lambda < 1$ ($\lambda = \frac{4}{(-4\pi)}$).

Определим (*) значение $\lambda = \lambda(p)$ где гамильтониан $C\Phi m_n(x)$.

$$g(z) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right) = 2 \int_0^\infty dt \cos(zt) \left[\frac{e^{-pt} - 1}{t} \right] \text{ или } g(z) = \frac{2}{p} \ln(\dots) = -\frac{4}{p} \int_0^\infty dt \frac{z}{z^2 + t^2}$$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') m(x') = \frac{4}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \int_0^\infty dt \left[\frac{e^{-pt} - 1}{t} \right] \cos t(x-x')$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \cos t(x-x') = \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') [\cos t x \cos t x' + \sin t x \sin t x'] = \left| \frac{e^{itx} m(x)}{-2\pi} \right| =$$

Date.

$$m(t) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos xt \cdot m(x)$$

$$= \cos t x \int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') \cos t x' = \cos t x \cdot \hat{m}(t)$$

$$m(x) = A \int_0^\infty dt \hat{m}(t) \cos t x \rightarrow (?) - \text{модно ли так?}$$

$$\lambda A \int_0^\infty dt \hat{m}(t) \cos t x = \frac{4}{P} \int_0^\infty dt \left[\frac{e^{-Pt} - 1}{t} \right] \cos t x \hat{m}(t) - ?$$

$$\text{Учт. } \lambda m(x) = \frac{4}{P} \int_0^\infty dt \left[\frac{e^{-Pt} - 1}{t} \right] \cos t x \cdot \hat{m}(t), \text{ умн. на } m(x) \text{ и } \int_{-1/2}^{1/2} dx (.)$$

$$\lambda \int_{-1/2}^{1/2} m^2(x) dx = \frac{4}{P} \int_0^\infty \frac{dt}{t} [e^{-Pt} - 1] \hat{m}(t) \int_{-1/2}^{1/2} dx m(x) \cos t x = \frac{4}{P} \int_0^\infty \frac{dt}{t} [e^{-Pt} - 1] \hat{m}^2(t)$$

Если сф. нормирована на 1, $\int_{-1/2}^{1/2} m^2(x) dx = 1$, то получим

$$\lambda(P) = \frac{4}{P} \int_0^\infty \frac{dt}{t} [e^{-Pt} - 1] \hat{m}^2(t) \quad \text{снесем, берем. реф. сф. (аналог гармон. колебл.)}$$

$$1) \text{ Дана } m(x) = \sqrt{1-4x^2}, \quad \hat{m}(t) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \sqrt{1-4x^2} \cos xt = 2 \int_{-1/2}^{1/2} dx \sqrt{1-4x^2} \cos xt =$$

$$= \left| \frac{2x=z}{2dx=dz} \right| = 2 \int_0^1 \frac{dz}{2} \sqrt{1-z^2} \cos\left(\frac{t}{2}z\right) = \int_0^1 dz \cos\left(\frac{t}{2}z\right) \sqrt{1-z^2} = \frac{\pi}{t} J_1\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$\hat{m}(t) = \frac{\pi}{t} J_1\left(\frac{t}{2}\right), \quad \lambda(P) = \frac{4\pi^2}{P} \int_0^\infty \frac{dt}{t} [e^{-Pt} - 1] \frac{J_1^2(t/2)}{t^2}$$

$$\text{Надо же умножить на } e^{-Pt} - 1 = -Pt + \frac{1}{2}P^2t^2, \text{ то } \lambda(P) = \frac{4\pi^2}{P} \int_0^\infty dt \left[-P + \frac{1}{2}P^2t \right] \frac{J_1^2(t/2)}{t^2} =$$

$$= -4\pi^2 \int_0^\infty dt \frac{J_1^2(t/2)}{t^2} + 2\pi^2 P \int_0^\infty dt \frac{J_1^2(t/2)}{t} = -4\pi + 2\pi^2 P \int_0^\infty \frac{dt}{t} J_1^2(t)$$

$$\frac{\lambda(P)}{(-4\pi)} = 1 - \frac{\pi}{2} P \int_0^\infty \frac{dt}{t} J_1^2(t) = 1 - \frac{\pi}{4} P (!). \text{ Но } \text{где } \lambda_0 = 0,991 \text{ и } \omega_0 = 0,245$$

$$2) \text{ Дана } m(x) = P_3^1(2x) = \frac{3}{2} (20x^2 - 1) \sqrt{1-4x^2}$$

$$\hat{m}(t) = \int_{-1/2}^{1/2} dx (20x^2 - 1) \sqrt{1-4x^2} \cos xt = 2 \int_0^1 dx (5x^2 - 1) \sqrt{1-x^2} \cos\left(\frac{t}{2}x\right) =$$

$$= 5 \int_0^1 dz z^2 \sqrt{1-z^2} \cos\left(\frac{t}{2}z\right) - \int_0^1 dz \sqrt{1-z^2} \cos\left(\frac{t}{2}z\right)$$

не должно так быть, но модно так

$$3) m(x) = P_2^1(2x) = 6x \sqrt{1-4x^2}, \quad \hat{m}(t) = \int_{-1/2}^{1/2} dx m(x) \sin xt =$$

$$= \int_{-1/2}^{1/2} dx 6x \sqrt{1-4x^2} \sin xt = 2 \int_0^1 dx (.) \cdot \text{Удобнее в 1) нормировку.}$$

$$\text{Даже } m(x) = A \sqrt{1-4x^2}, \quad \int_{-1/2}^{1/2} dx m^2(x) = A^2 \int_{-1/2}^{1/2} dx (1-4x^2) = A^2 \frac{2}{3} = 1, A = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{Если } \hat{m}(t) = \frac{\pi}{t} J_1\left(\frac{t}{2}\right), \text{ то } \int_0^\infty dt \hat{m}^2(t) = \pi^2 \int_0^\infty dt \frac{J_1^2(t/2)}{t^2} = \left| \frac{t}{2} = z \right| = \frac{\pi^2}{2} \int_0^\infty \frac{J_1^2(z)}{z^2} dz =$$

$$= \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{4}{3\pi} \right) = \frac{2}{3} \pi. \text{ Нормировка}$$

$$\lambda(P) = \frac{1}{\int_{-1/2}^{1/2} m^2(x) dx} \left[\frac{4}{P} \int_0^\infty dt \left[-P + \frac{1}{2}P^2t \right] \hat{m}^2(t) \right] = \frac{1}{\int_{-1/2}^{1/2} m^2 dx} \left[-4 \int_0^\infty dt \hat{m}^2(t) + 2P \int_0^\infty dt t \hat{m}^2(t) \right]$$

Date.

Найдем: $\int_{-1/2}^{1/2} dx m^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dt \hat{m}^2(t)$, $\int_0^{\infty} dt J_1^2(t) = \frac{1}{2}$

$$\lambda_0(p) = \frac{3}{2} \left[-4 \cdot \frac{2}{3} \pi + 2p \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} \pi^2 J_1^2(t/2) \right] = -4\pi + \frac{3}{2} \cdot 2p\pi^2 \cdot \frac{1}{2} = -4\pi + \frac{3}{2} p\pi^2$$

$$\frac{\lambda_0(p)}{(-4\pi)} = 1 - \frac{3\pi}{8} p, \quad \left(\frac{\lambda_0}{(-4\pi)} = 0,987 \text{ и } \omega_0 = 0,253 \right) \text{ — } \text{близко к } \omega_0$$

→ Т.е. сф. $m_0(x) = \sqrt{1-4x^2}$ дает значение $\omega_0 = 0,253$.
Синусом достигаем значения, близкое к $\omega_0(\lambda)$ радиуса от 16/111.

→ Пусть $m_0(x) = 1$ тогда $\hat{m}(t) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos xt = \frac{\sin xt}{t} \Big|_{-1/2}^{1/2} = \frac{2}{t} \sin \frac{t}{2}$
 $\int_{-1/2}^{1/2} dx = 1$

$$\lambda_0(p) = -4 \int_0^{\infty} dt \hat{m}^2(t) + 2p \int_0^{\infty} dt t \hat{m}^2(t) = -4 \int_0^{\infty} dt \frac{\sin^2(t/2)}{(t/2)^2} + 2p \int_0^{\infty} dt \frac{4 \sin^2 t}{t} =$$

$$= -4 \cdot 2 \int_0^{\infty} dz \frac{\sin^2 z}{z^2} + 2p \cdot 4 \int_0^{\infty} dz \frac{\sin^2 z}{z} = -4\pi + 8p \int_0^{\infty} dx \frac{\sin^2 x}{x}$$

$$\int_0^{\infty} dx \frac{\sin^2 x}{x} \rightarrow \int_0^{\infty} \frac{\sin ax \cdot \sin bx}{x} dx = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{a+b}{a-b} \right)^2, \text{ — при } a \rightarrow b$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx = \frac{\pi}{2}, \text{ — тогда к } m_0(x) = 1 \text{ не подходит (и не подходит, если } m_0(x) \text{ не } \sqrt{1-4x^2}, m_0(\pm 1/2) = 0 \text{)}.$$

Если использовать $\cos xt$ и $\int_{-1/2}^{1/2} dx (-\dots)$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dx \cos^2 xt = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} dx (1 + \cos 2xt) = \left[\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin 2xt}{2t} \right]_{-1/2}^{1/2} = \frac{1}{4t} (\sin t - \sin(-t)) = \frac{\sin t}{2t}$$

$$\lambda \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos xt = \frac{4}{p} \int_0^{\infty} \frac{dt'}{t'} [e^{-pt'} - 1] \hat{m}(t') \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos xt' \cos xt =$$

$$= \frac{4}{p} \int_0^{\infty} \frac{dt'}{t'} [e^{-pt'} - 1] \hat{m}(t') \left[\frac{\sin \frac{1}{2}(t'-t)}{(t'-t)} + \frac{\sin \frac{1}{2}(t'+t)}{(t'+t)} \right] = \lambda \hat{m}(t)$$

Итак, $\lambda \hat{m}(t) = \frac{4}{p} \int_0^{\infty} \frac{dt'}{t'} [e^{-pt'} - 1] \left[\int_{-1/2}^{1/2} dx \cos xt' \cos xt \right] \hat{m}(t')$

причем $\lambda \hat{m}(t) = \dots$

Введем $\hat{g}(t, t') = \frac{4}{pt'} [e^{-pt'} - 1] \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos xt' \cos xt$

Если $p \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow \infty$) $\hat{g}(t, t') \rightarrow -4\pi \delta(t-t')$. Проверим, действительно ли $\hat{g}(t, t')$ уменьшается, или не уменьшается. Это аналогично расщ. оператору. Будем же сф. $m_0(x)$.

Если $\lambda(p) = \frac{4}{p} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} [e^{-pt} - 1] \hat{m}^2(t)$ можно сделать замену, $\int_0^{\infty} dt t \hat{m}^2(t)$ — константа. $\frac{1}{x} (e^{-x} - 1) = f(x) - 1$, $\int_{-1/2}^{1/2} dx \hat{m}^2(x) = \pi$

→ Тогда $\lambda(p) = -4\pi + 4 \int_0^{\infty} dt f(pt) \hat{m}^2(t)$, $f(pt) = \frac{1}{2} pt - \ln pt$.

Если же $g(z) = \frac{2}{p} \ln(1 + \frac{p^2}{z^2}) = -\frac{2}{p} \int_0^{\infty} dt e^{-t|z|} (1 - \cos pt)$, то не нужно вводить новую.

Date. 21.07.

Due $\hat{m}(t) = \frac{\pi}{t} J_1(t/2) \sqrt{\frac{3}{2}}$, $m_0(x) = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{1-4x^2}$, $\int_{-1/2}^{1/2} m_0^2(x) dx = 1$

$\lambda(p) = -4\pi + 4 \cdot \int_{-1/2}^{1/2} dt f(pt) \frac{\pi^{1/2} J_1^2(t/2)}{t^2} = -4\pi + 6\pi^2 \int_0^{\infty} dt f(pt) \frac{J_1^2(t/2)}{t^2}$

Знач. $\lambda(p)$ можно и так рассчитать

$(-1/4\pi)\lambda(p) = 1 - \frac{3\pi}{2} \int_0^{\infty} dt f(pt) \frac{J_1^2(t/2)}{t^2}$, $I(p) = \int_0^{\infty} dt f(pt) \frac{J_1^2(t/2)}{t^2}$

с помощью калькулятора $I(p=0,014) = 2,665 \cdot 10^{-3} \rightarrow \frac{\lambda_0}{(-4\pi)} = 1 - \frac{3\pi}{2} \cdot 2,665 \cdot 10^{-3} = 0,987 (!)$

и $\omega_0(\lambda_0) = 0,253$. Т.е. значит, расчет где

какая-то в СФ $m_0(x) = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{1-4x^2}$ где такое $\omega_0 = 0,253$

как было в методе разложения по "р" ≤ 1 .

Вывод: $m_0(x) \sim \sqrt{1-4x^2}$ (функция основного состояния)

мало совм. с экстремумом, где $f_0 = 0,236$.

$\rightarrow$ А это дает значит, расчет где $m_0(x) = 1$, $\hat{m}(t) = \frac{2}{t} \sin^2 \frac{t}{2}$

$\lambda(p) = 1 - \frac{1}{\pi} \int_{-1/2}^{1/2} dt f(pt) \frac{4}{t^2} \sin^2(t/2) = 1 - \frac{4}{\pi} \cdot 0,014 = 0,982$, где

где $\omega_0 [m_0(x)=1] = 0,263$, т.е. $m_0(x)=1$ еще хуже где

СФ. сн. состояние, чем $\sqrt{1-4x^2}$ (но и по Ду было видно).

Эта ω_0 совмещается с барьером, расчетом от $16/\pi$ где

$\cos(\pi m x)$, $m=0$.

$u_0(x) = \cos(\pi x)$ $\left\{ \sin(\pi x) \text{ w/m } x \in [0,1] \text{ как } 16/\pi \right\}$ где

расчет $\omega_0 = 0,238!$

Т.е. $\sin \pi m x' = \begin{cases} \sin(\pi m x), & m \text{ чет.} \\ \cos(\pi m x), & m \text{ нечет.} \end{cases}$ все же сн. у. д. м. и

проблемы СФ, чем $P_m'(2x)$. И $m(\pm 1/2) = 0$ выполн.

$\rightarrow$ Вывод, расчет на $\sin(\pi m x')$ от $16/\pi$ абс. у. д. м. и

сн. экстремума. К тому же СФ $\sin(\pi m x')$ - хорда и некую

сн. на $x' \in [0,1]$ образует. и у. д. м. и у. д. м. и $\lambda(x)$ пос.

$\rightarrow$ Вывод, расчет к у. д. м. $\lambda m(x) = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$ от 12.07. 21/07

где $m(x)$ есть неизвестное, тогда СФ. положим $x=0$:

$\lambda m(0) = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{m(x')}{x'^2 + p^2} = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{1}{x'^2 + p^2} \left[m(0) + \frac{1}{2} m''(0) x'^2 \right] =$

$= (-4) m(0) \left[\frac{\pi}{p} - 4 \right] - 2 m''(0) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{x'^2}{x'^2 + p^2} = -4 m(0) \left[\frac{\pi}{p} - 4 \right] - 2 m''(0) \cdot 1 + O(p)$

$\lambda(p) = \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{1}{p} \lambda = -\frac{4\pi}{p} + 16 - 2 \frac{m''(0)}{m(0)} + \dots$ и тогда $m''(0)$ где $\lambda(p) = -4\pi + 8p$.

(иногда даже ради

• •

$$\begin{cases} \text{Castro, in honor} \\ \text{El Jirón, in honor} \end{cases}$$

Разложение $\lambda(p)$ в ряд по производным ирредуктивных СР для
 простых СР $\phi_k(\pi m x)$, $x \in [-Y_2, Y_2]$ было получено - вернуто 17-18/
 m-ириде

$$\lambda_m = \lambda_0 - \epsilon p \left[1 - \frac{\pi m}{2} \text{Si} \left(\frac{\pi m}{2} \right) \right], \quad \lambda_0 = I_0(x=0) = -4\pi + 8p$$

$$I_m = -4\pi + 8p - 8p \left[1 - \frac{jm}{2} S_i(\cdot) \right] = -4\pi + 4\pi m p S_i\left(\frac{jm}{2}\right)$$

$$\frac{\lambda_m}{(-4\pi)} = 1 - mp \operatorname{Si}\left(\frac{\pi m}{2}\right) \quad \text{Dcn. } m=1, \lambda_1 = 1 - 1,37p = 0,985; \omega_0 = 0,257$$

Для $\lambda_m = \lambda_m(x=0)$ где μ — действ. ч. λ . Пог. по (25) (и по (26)) λ_m — действ. ч. λ . Для μ — действ. ч. (не действ. ч.) λ пог. по (25) λ_m — действ. ч. λ .

$\lambda_n(x=0)$, которое совм. с λ , лвар., и плохо отсоединяет эквн.

$\lambda_{n=0}(x=0)$ тајсно одређује (ангажино) $\lambda_{n=0}$, по којем $\lambda_{n=0}$ и $\lambda_{n=0}$ се одређује из $\lambda_{n=0}$ и $\lambda_{n=0}$. $m(\pm 1/2) = 0$.

Можно $\lambda_m(x=0)$ считать и где $\delta_{m-1}(x)$, но не
имеет смысла, т.к. они неверно будут отражать m -гос. спектр (3,
из-за того, что второе не имеет СФ.

→ Удобно использовать лемму на $\sin(\pi x')$, $x' \in [0, 1]$ как $16/\pi$
и ссодб, тасовые ω_m . Они достаточно хорошо совпадо, с f_m экон.

Wegener's formula "if we choose as p' larger $\frac{1}{2}$ we have $\Delta m(x) = (-1)^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$

$$\frac{1}{z^2 + p^2} = \frac{1}{p} \int_0^\infty e^{-pt} \sin pt \, dt, \quad (-v) \int_{-v/2}^{v/2} dx' m(x') \frac{1}{p} \int dt e^{-ik \cdot x' t} \sin pt = \Lambda_m(x)$$

$$g(z) = -\frac{4}{p} \int_0^\infty dt e^{-1/2 t} \frac{(1 - \cos pt)}{t} ; \quad g'' = -\frac{4}{p} \int_0^\infty dt \frac{(1 - \cos pt)}{t} [t^2 e^{-t/2} - 2t \delta(z)]$$

$$\begin{aligned} \lambda m''(x) &= \int dx' \frac{\partial^2}{\partial x^2} g(x, x') m(x') = \int dx' m(x') \left(-\frac{4}{P} \right) \int dt \left(\frac{1 - \cos pt}{t} \right) \left[t^2 e^{-t|x-x'|} - 2t \delta(x-x') \right] \\ &= \left(-\frac{4}{P} \right) \int dt (1 - \cos pt) \left[\int dx' m(x') t e^{-t|x-x'|} - \int dx' m(x') 2 \delta(x-x') \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{8}{p} m(x) \int_0^{\infty} dt (1 - \cos pt) - \frac{4}{p} \int dx' m(x') \int_0^{\infty} dt t (1 - \cos pt) e^{-t|x-x'|} - \text{residue}$$

$$\Delta m(x) = \left(-\frac{4\pi}{p}\right) \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} dx' \left[\frac{1}{\pi} \frac{p}{(x-x')^2 + p^2} \right] m(x'), \quad \text{when } p \rightarrow 0 \quad \frac{1}{\pi} \frac{p}{(x-x')^2 + p^2} \rightarrow \delta(x-x')$$

$$\mathcal{L} = \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{\lambda}{p} = \frac{\partial}{\partial p} (-4\pi + Ap) + \frac{1}{p} (-4\pi + Ap) = \frac{(-4\pi)}{p} + 2A$$

$$\Lambda \cdot \left(\frac{p}{-4\pi} \right) = 1 - 2A \left(\frac{p}{4\pi} \right) = \Lambda^*, \quad \Lambda^* m(x) = \frac{p}{4\pi} \int_{-v_2}^{v_2} \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2} dx'$$

Date. 22. 07.

(3) *нахождение операторов Вираса*

$$g(z) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right) = \frac{2}{p} \ln \left(\frac{(z/p)^2}{(z/p)^2 + 1} \right) = \frac{2}{p} \left(-\frac{2}{\pi} \right) \int_{t-z}^{\infty} \frac{dt}{t} \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t} \right) \quad 22/\pi$$

$$\frac{\partial g(z, p)}{\partial p} = -\frac{1}{p} g(z, p) - \frac{4}{p\pi} (p) \int_{t-z}^{\infty} \frac{dt}{t} \frac{t}{t^2 + p^2} = -\frac{1}{p} g - 4 \frac{1}{z^2 + p^2}$$

Еще более $g(z, p) = -\frac{4}{p} \int_0^z \frac{z}{z^2 + \xi^2} dz$, $\frac{\partial g}{\partial p} = -\frac{1}{p} g - \frac{4}{p} \frac{p}{p^2 + z^2} = -\frac{1}{p} g - 4 \frac{1}{z^2 + p^2}$

$$g(z) = -\frac{4}{p\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{t-z} \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t} \right) = \left| \begin{matrix} z = x - x' \\ t - z = t + x - x', t + x = t' \end{matrix} \right| = -\frac{4}{p\pi} \int_{t'-x}^{\infty} \frac{dt'}{t'-x} \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t'-x} \right)$$

$$\lambda m(x) = \int dx' g(x, x') m(x') = \int dx' m(x') \left(-\frac{4}{p\pi} \right) \int_{t'-x}^{\infty} \frac{dt'}{t'-x} \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t'-x} \right), \text{ где } \frac{1}{t'-x} = \frac{1}{f(x, \dots)}$$

$$\lambda \int dx \frac{m(x)}{t-x} = \left(-\frac{4}{p\pi} \right) \int dx \int dx' m(x') \frac{1}{t-x} \int_{t'-x}^{\infty} \frac{dt'}{t'-x} \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t'-x} \right)$$

Интеграл по x' $\hat{m}(t) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{m(x)}{t-x}$, $\lambda \hat{m}(t) = \left(-\frac{4}{p\pi} \right) \int dt' \left[\int dx \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t'-x} \right) \right] \int_{t'-x}^{\infty} \frac{dx' m(x')}{t'-x'}$

$$= \int dt' \hat{m}(t') \hat{g}(t, t'), \text{ где } \hat{g}(t, t') = \left(-\frac{4}{\pi p} \right) \int_{-1/2}^{1/2} dx \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t'-x} \right) = \left| t'-x = z \right| =$$

$$= -\frac{4}{\pi p} \int_{t'+1/2}^{t'-1/2} (-1) dz \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{z} \right)$$

$$\lambda \hat{m}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \hat{g}(t, t') \hat{m}(t')$$

и т.д. с бесконечным числом операторов $\hat{g}$ и $\hat{m}$.

Аналогично $\hat{g}(t, t') = \left(-\frac{4}{\pi p} \right) \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{\operatorname{arctg} \left(\frac{p}{t'-x} \right)}{t-x}$ - симметрично и знакопеременно.

$$\frac{\partial \hat{g}}{\partial p} = -\frac{1}{p} \hat{g} + \left(-\frac{4}{\pi p} \right) \int dx \frac{1}{(t-x)} \frac{1}{1+p^2} \frac{1}{(t'-x)} = -\frac{1}{p} \hat{g} + \left(-\frac{4}{\pi p} \right) \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{1}{(t-x)(t'-x)^2 + p^2}$$

$$J(t, t') = \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{(x-t')}{(x-t)(t'-x)^2 + p^2} = \left| \begin{matrix} x-t' = z \\ x-t = z+\Delta \\ \Delta = t'-t \end{matrix} \right| = \int_{-1/2-t'}^{1/2-t'} dz \frac{z}{(z+\Delta)(z^2 + p^2)} =$$

$$= \int dz \frac{z+\Delta - \Delta}{(z+\Delta)(z^2 + p^2)} = \int dz \frac{1}{z^2 + p^2} - \Delta \int \frac{dz}{(z+\Delta)(z^2 + p^2)} = \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} \Big|_{-1/2-t'}^{1/2-t'} -$$

$$- \Delta \left[\frac{1}{2(\Delta - p^2 \cdot 0 + \Delta^2)} \ln \frac{(z+\Delta)^2}{z^2 + p^2} - \frac{(-2)\Delta}{2(\Delta + \Delta^2)} \int \frac{dz}{z^2 + p^2} \right] = \left[\operatorname{arctg} \frac{z}{p} - \frac{1}{2(1+\Delta)} \ln \frac{(z+\Delta)^2}{z^2 + p^2} + \frac{\Delta(-1)}{(1+\Delta)} \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} \right] \Big|_{-1/2-t'}^{1/2-t'} =$$

$$= \frac{1}{1+\Delta} \left[\frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} - \frac{1}{2} \ln \frac{(z+\Delta)^2}{z^2 + p^2} \right]_{-1/2-t'}^{1/2-t'} = \frac{1}{1+\Delta} \left[\frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{(1/2-t')}{p} + \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{(1/2+t')}{p} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \ln \frac{(1/2-t')^2}{(1/2-t')^2 + p^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{(1/2+t')^2}{(1/2+t')^2 + p^2} \right], \Delta = t' - t. \text{ Значит } J(t, t') \text{ не равно нулю, см. } \rightarrow$$

$$\frac{\partial \hat{g}(t, t')}{\partial p} = -\frac{1}{p} \hat{g} + \left(-\frac{4}{\pi p} \right) J(t, t'), \text{ но } \frac{p}{(t' \pm 1/2)^2 + p^2} \text{ не имеет полюсов.}$$

Date.

Valore aspo e os - upegnam:

$$J(t, t') = \frac{1}{1+t'-t} \left[\frac{1}{p} \left(\operatorname{arctg} \frac{1/2-t'}{p} + \operatorname{arctg} \frac{1/2+t'}{p} \right) + \frac{1}{2} \ln \frac{(1/2-t')^2 + p^2}{(1/2+t')^2 + p^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{(1/2+t)^2}{(1/2-t)^2} \right], \text{ bugno curvatura pociu ujm } t = \pm 1/2.$$

Ecce $\hat{m}(t), m(x)$ ne zabuer abno or p , ro

$$\frac{\partial \lambda}{\partial p} \hat{m}(t) = \int dt' \frac{\partial \hat{g}(t, t')}{\partial p} \hat{m}(t') = \int dt' \left[-\hat{p} \hat{g} - \frac{4}{\pi p} J(t, t') \right] \hat{m}(t') = -\frac{1}{p} \lambda \hat{m}(t).$$

$\mathcal{L} \hat{m}(t) = -\frac{4}{\pi p} \int_{-\infty}^{\infty} dt' J(t, t') \hat{m}(t')$ $\mathcal{L}(p) = -\frac{4\pi}{p} + 2A$ curvatura ujm t = 1/2

$J(t, t) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{1}{(t-x)^2 + p^2} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{(t-x)^2 + p^2} = \int_{-1/2-t}^{1/2-t} \frac{dz}{z^2 + p^2} = \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} \Big|_{-1/2-t}^{1/2-t} = \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{(1/2-t)}{p} + \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{(1/2+t)}{p} \Rightarrow J(t, t') \text{ bounuennu korotko.}$

Unare

$$\frac{1}{(z+\Delta)(z^2+p^2)} = \frac{1}{p^2+\Delta^2} \frac{1}{(z+\Delta)} + \frac{(-\frac{1}{p^2+\Delta^2})z + \frac{\Delta}{p^2+\Delta^2}}{(z^2+p^2)} =$$

$$= \frac{1}{p^2+\Delta^2} \left[\frac{1}{(z+\Delta)} + \frac{\Delta-z}{p^2+z^2} \right]$$

$$\int \frac{dz}{(z+\Delta)(p^2+z^2)} = \frac{1}{p^2+\Delta^2} \left[\int \frac{dz}{z+\Delta} + \Delta \int \frac{dz}{p^2+z^2} - \int \frac{z dz}{z^2+p^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{p^2+\Delta^2} \left[\frac{1}{2} \ln(z+\Delta)^2 + \Delta \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} - \frac{1}{2} \ln(z^2+p^2) \right], \text{ y fr. p. overzeka bse kogo } \Delta \rightarrow 0.$$

$$J(t, t') = \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} \Big|_{-1/2-t}^{1/2-t} - \Delta \frac{1}{p^2+\Delta^2} \left[\frac{\Delta}{p} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} + \frac{1}{2} \ln \frac{(z+\Delta)^2}{z^2+p^2} \right] \Big|_{-1/2-t}^{1/2-t} =$$

$$= \left[\frac{1}{p} \left(1 - \frac{\Delta^2}{p^2+\Delta^2} \right) \operatorname{arctg} \frac{z}{p} - \frac{1}{2} \frac{\Delta}{p^2+\Delta^2} \ln \frac{(z+\Delta)^2}{z^2+p^2} \right] \Big|_{-1/2-t}^{1/2-t} = \frac{p}{p^2+\Delta^2} \operatorname{arctg} \frac{z}{p} \Big|_{-1/2-t}^{1/2-t} - \frac{1}{2} \frac{\Delta}{p^2+\Delta^2} \ln \frac{(z+\Delta)^2}{z^2+p^2} \Big|_{-1/2-t}^{1/2-t}$$

$$= \frac{1}{p^2+\Delta^2} \left[p \operatorname{arctg} \frac{(1/2-t')}{p} + p \operatorname{arctg} \frac{(1/2+t')}{p} - \frac{\Delta}{2} \ln \frac{(1/2-t')^2}{(1/2+t')^2 + p^2} + \frac{\Delta}{2} \ln \frac{(1/2+t')^2}{(1/2-t')^2 + p^2} \right]$$

$$J(t, t') = \frac{1}{p^2+(t-t')^2} \left[p \operatorname{arctg} \frac{(1/2-t')}{p} + p \operatorname{arctg} \frac{(1/2+t')}{p} + \frac{(t'-t)}{2} \ln \frac{(1/2-t')^2 + p^2}{(1/2+t')^2 + p^2} + \frac{(t'-t)}{2} \ln \frac{(1/2+t')^2}{(1/2-t')^2} \right]$$

Curvatura aspo anuonormo $\hat{g}(t, t')$ que aspo ujm ujm. 20/14, no curvatura.

Moner ujm p $\rightarrow 0$ aspo ujm?

Bugno curvatura ujm t = 1/2.

Ecce p $\rightarrow 0$, ro ujm abno or t' $\neq$ t

1) $\operatorname{arctg} \frac{z}{p} \approx \pi/2 - \frac{p}{z}$, ro moner ecce p $\ll 1$. U ujm bounuennu aspo ujm.

$$\mathcal{L}(t) = -\frac{4}{p} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{p}{(1/2-t)} + \frac{\pi}{2} - \frac{p}{(1/2+t)} \right] = -\frac{4\pi}{p} + \frac{4}{\frac{1}{1/2-t} + \frac{1}{1/2+t}}$$

Date.

$$\Lambda(t, p) \approx -\frac{4\pi}{p} + \frac{16}{1-4t^2}, \quad |t| < \frac{1}{2}, \quad 2A \approx 16 + O(t^2), \quad A=8 \text{ при } t \ll 1.$$

$$\lambda_0(p) = -4\pi + 8p, \quad \frac{\lambda_0}{(-4\pi)} = 1 - \frac{2}{\pi}p - \text{верно.}$$

$$2) \quad t \rightarrow 1/2: \quad \Lambda(t, p) = -\frac{4}{p} \left[\frac{(1/2 - t)}{p} + \arctg \frac{(1/2 + t)}{p} \right] = \frac{2\pi}{p} + 4(1/2 - t).$$

интеграл константа при p - фиксированном и $p \ll 1$.

Для $p \rightarrow 0$ $\Lambda(t)$ не зависит от вида СФ $\hat{m}(t)$ и по существу уменьшается с 3 основных мод (видимо именно $m_0(x)$ не зависит от p).
Раньше не мог вывести $\Lambda(t, p)$.

Для основных СЗ надо было найти $\hat{g}(t, t')$ и $\frac{\partial \hat{g}}{\partial p} = -\frac{1}{p} \hat{g} - \frac{4}{\pi} J(t, t')$
или вывести $\hat{g}(t, t') = \left(\frac{4}{\pi p} \right) \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{\arctg \left(\frac{p}{t-x} \right)}{(t-x)}$.

→ Снова вспомогательный интеграл.
(если $m(x)$ не зависит от p)

$$\Lambda m(x) = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}, \quad 24/\text{VII}$$

$$\Lambda = \frac{\partial \Lambda}{\partial p} + p^{-1} \Lambda, \quad \Lambda^* = \Lambda p + 4\pi = 2A p.$$

$$\Lambda^*(p) m(x) = 4\pi \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[\delta(x-x') - \frac{1}{\pi} \frac{p}{(x-x')^2 + p^2} \right] m(x'), \quad \Lambda^* \sim p \rightarrow 0.$$

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + x^2}, \quad \frac{\varepsilon}{z^2 + \varepsilon^2} - \frac{p}{z^2 + p^2} = \frac{\varepsilon(z^2 + p^2) - p(z^2 + \varepsilon^2)}{(z^2 + \varepsilon^2)(z^2 + p^2)} = (\varepsilon - p) \frac{z^2 - \varepsilon p}{(z^2 + \varepsilon^2)(z^2 + p^2)}$$

$$\Lambda m(x) = (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \frac{1}{z^2 + p^2} m(x+z)$$

→ Визуал Полюс с действ. Ось. Обсуждение. Найдена в Correfour.

25-26/VI

Обсужд. Найдены в Children park и Saccon. Переезд на ул.

27/VII-2/

Написание статьи по INTAS. Земле новых статей.

3/VIII-4/

$$m(x+z) = e^{\int_z^x \frac{d}{dx}} m(x) \rightarrow \Lambda m(x) = (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \frac{e^{\int_z^x \frac{d}{dx}}}{z^2 + p^2} m(x) = \hat{F}(x, \frac{d}{dx}) m(x)$$

$$\text{где } \hat{F}(x, \frac{d}{dx}) = (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \frac{e^{\int_z^x \frac{d}{dx}}}{z^2 + p^2}. \quad \text{Если бы можно было вывести } \hat{F}(x, a)$$

или, то можно бы получить. где $m(x)$.

$$\hat{F}(x, a) = (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \frac{e^{az}}{z^2 + p^2}, \quad \frac{\partial \hat{F}}{\partial x} = (-4) \frac{e^{(1/2-x)a}}{(1/2-x)^2 + p^2} - (-4) \frac{e^{-(1/2+x)a}}{(1/2+x)^2 + p^2} (-1)$$

$$\frac{\partial \hat{F}}{\partial a} = (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \frac{z e^{az}}{z^2 + p^2}, \quad \frac{\partial^2 \hat{F}}{\partial a^2} = (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz \frac{z^2 e^{az}}{z^2 + p^2} = (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz e^{az} \left[1 - \frac{p^2}{z^2 + p^2} \right] =$$

$$= (-4) \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz e^{az} + 4p^2 \hat{F}(a)$$

Date.

$$\int d(e^{ax}) = \frac{1}{a} \int d(a) e^{ax} = \frac{1}{a} e^{ax} \Big|_{-\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}-x} = \frac{1}{a} [e^{(\frac{1}{2}-x)a} - e^{(-\frac{1}{2}-x)a}]$$

$$= \frac{e^{-ax}}{a} [e^{\frac{1}{2}a} - e^{-\frac{1}{2}a}] = 2e^{-ax} \frac{\sinh \frac{a}{2}}{a}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{F}}{\partial a^2} - 4p^2 \hat{F} = (-4) 2e^{-ax} \frac{\sinh \frac{a}{2}}{a} = \text{just give } \hat{F}(a), (a = \frac{d}{dx})$$

$$(*) \frac{\partial^2 \hat{F}}{\partial a^2} - 4p^2 \hat{F} = C e^{-ax} \frac{d}{dx} \quad \text{A.N.D.Y.}$$

Due A.N.D.Y. $\frac{\partial^2 \hat{F}}{\partial a^2} - 4p^2 \hat{F} = 0$ per se $\hat{F}_0(a) = C_1 e^{-2pa} + C_2 e^{2pa}$

non-zero per se $p^2 a^2 \ll 1$ so $a \ll 1$

$$\frac{\sinh \frac{a}{2}}{(\frac{a}{2})} = \frac{\sinh y}{y} = \frac{1}{y} (y + \frac{1}{3!} y^3) = 1 + \frac{1}{6} y^2 + \dots = 1 + \frac{1}{6} \frac{a^2}{4} + \dots$$

0th approximation: $\hat{F}_{aa} - 4p^2 \hat{F} = -4e^{-ax} \cdot 1$

1st order per se A.N.D.Y $\hat{F}_1(a) = B e^{-ax}$

$$B e^{-ax} x^2 - 4p^2 B e^{-ax} = -4e^{-ax}, \quad B(x^2 - 4p^2) = -4, \quad B = \frac{(-4)}{x^2 - 4p^2}$$

0th order per se $\hat{F}(a) = C_1 e^{-2pa} + C_2 e^{2pa} + \frac{(-4)}{x^2 - 4p^2} e^{-ax}$

$$\rightarrow \hat{F}(x, a) = (-4) \int_{-\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}-x} d\zeta \frac{e^{\zeta a}}{\zeta^2 + p^2}, \quad \hat{F}(x, a=0) = (-4) \int_{-\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}-x} \frac{d\zeta}{\zeta^2 + p^2}$$

$$= (-4) \frac{1}{p} \operatorname{arctg} \frac{\zeta}{p} \Big|_{-\frac{1}{2}-x}^{\frac{1}{2}-x} = -\frac{4}{p} \left[\operatorname{arctg} \frac{(\frac{1}{2}-x)}{p} + \operatorname{arctg} \frac{(\frac{1}{2}+x)}{p} \right]$$

$$\hat{F}(x, a=0) = C_1 + C_2 + \frac{(-4)}{x^2 - 4p^2} = -\frac{4}{p} \left[\operatorname{arctg} \frac{(\frac{1}{2}-x)}{p} + \operatorname{arctg} \frac{(\frac{1}{2}+x)}{p} \right]$$

$$\left(\frac{\partial \hat{F}}{\partial a} \right)_{a=0} = (-4) \int \frac{d\zeta \zeta}{\zeta^2 + p^2} = (-2) \int \frac{du}{u + p^2} = (-2) \ln(u + p^2) \Big|_{(\frac{1}{2}-x)^2}^{(\frac{1}{2}+x)^2} =$$

$$= (-2) \ln \left[\frac{(\frac{1}{2}-x)^2 + p^2}{(\frac{1}{2}+x)^2 + p^2} \right] = \text{just give } \hat{F}'_a$$

$$\left(\frac{\partial^2 \hat{F}}{\partial a^2} \right)_{a=0} = 4p^2 \hat{F}(a=0) - 4 = 4p^2 \left(-\frac{4}{p} \right) \left[\operatorname{arctg} \frac{(\frac{1}{2}-x)}{p} + \operatorname{arctg} \frac{(\frac{1}{2}+x)}{p} \right] - 4$$

$$\hat{F}(x, a) = -\frac{4}{p} \left[\operatorname{arctg}(-) + \operatorname{arctg}(+) \right] + (-2) \ln \left[\frac{(\frac{1}{2}-x)^2 + p^2}{(\frac{1}{2}+x)^2 + p^2} \right] \cdot a + \hat{F}(x, 0)$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ -16p \left[\operatorname{arctg}(-) + \operatorname{arctg}(+) \right] - 4 \right\} \cdot a^2 + \dots \quad \text{Or more } \operatorname{arctg} z = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{z}$$

$$\mathcal{L}m(x) = \hat{F}(x, \frac{d}{dx}) m(x) \approx -\frac{4}{p} \left[\operatorname{arctg}(-) + \operatorname{arctg}(+) \right] m(x) - 2 \ln \left[\frac{(\frac{1}{2}-x)^2 + p^2}{(\frac{1}{2}+x)^2 + p^2} \right] \frac{d}{dx} m$$

$$+ \left\{ -8p \left[\operatorname{arctg}(-) + \operatorname{arctg}(+) \right] - 2 \right\} \frac{d^2}{dx^2} m(x) + \dots$$

$$\frac{d^2 m}{dx^2} + \ln \left[\frac{(\frac{1}{2}-x)^2 + p^2}{(\frac{1}{2}+x)^2 + p^2} \right] \cdot \frac{dm}{dx} + \left(-\frac{1}{2} \right) \left[-\frac{4}{p} \left(\operatorname{arctg}(-) + \operatorname{arctg}(+) \right) - 1 \right] m(x) =$$

Date.

Inhom. det. 2-2 coupling.

$$\text{Безули } x=0: \ln \left[\frac{(\sqrt{2}-x)^2 + p^2}{(\sqrt{2}+x)^2 + p^2} \right] = \ln \left[\frac{(\sqrt{2}+x)^2 + p^2 - 2x}{(\sqrt{2}+x)^2 + p^2} \right] =$$

$$= \ln \left[1 - \frac{2x}{(\sqrt{2}+x)^2 + p^2} \right] \approx \ln \left[1 - \frac{2x}{\frac{1}{4} + p^2} \right] = -\frac{2x}{\frac{1}{4} + p^2} \approx -8x$$

$$\text{arctg}(-) + \text{arctg}(+) = \text{arctg} \left[\frac{4p(\sqrt{2}-x) + \frac{1}{p}(\sqrt{2}+x)}{1 - \frac{1}{p^2}(\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x)} \right] = \text{arctg} \left[\frac{p}{p^2 - \frac{1}{4} + x^2} \right]. \text{ при } x \rightarrow 0$$

при $x \rightarrow 0$ гаер $\text{arctg}(-) + \text{arctg}(+) = \text{arctg}(-4p) \approx -4p$. Уравнение гур

$m(x)$ уравнение бур:

$$m''(x) - 8x \cdot m'(x) + \left[\frac{1}{2} - 8 \right] m(x) = 0$$

Ищем рен. в бурге (расчет гур осн. ϕ): $m_0(x) = 1 + b x^2, x \rightarrow 0$

$$2b - 8x(2bx) + \left[\frac{1}{2} - 8 \right] (1 + b x^2) = 0 \rightarrow \begin{cases} -16b + b(\frac{1}{2} - 8) = 0 \\ 2b + (\frac{1}{2} - 8) = 0 \end{cases}$$

рен. а) $b=0, \Lambda=16$

б) $b \neq 0, \Lambda=48, b=-8 \rightarrow \Lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{\lambda}{p} = 16, \lambda(p) = 8p$ — неварно.

→ Гаго $\text{arctg}(\bar{r})$ рзурнано по орденности как $22\sqrt{11}$ (см. 2) Курга (-4π) гур?

Вернемся к расчету квадратур. взаимогенерация в 7/111
решение inhom. гуров от 5-7/11. Бур Q_{2p} можно не конкретиз.

$$\text{Ищем: } \text{arctg} \left(\frac{\sqrt{2}-x}{p} \right) + \text{arctg} \left(\frac{\sqrt{2}+x}{p} \right) = \frac{\pi}{2} - \frac{p}{\sqrt{2}-x} + \frac{\pi}{2} - \frac{p}{\sqrt{2}+x} = \pi + p \frac{(-1)}{\frac{1}{4} - x^2}$$

$$\text{ур. на } \phi \text{ гурно } \rightarrow m''(x) - 8x m'(x) - \frac{1}{2} \left[-\frac{4\pi}{p} + \frac{4}{\frac{1}{4} - x^2} \right] m(x) = 0.$$

$$x \rightarrow 0, m'' - 8x m' + \left[\frac{2\pi}{p} - 8 + \frac{1}{2} \right] m = 0$$

$$m''(x) - 8x \cdot m'(x) + \left[\frac{2\pi}{p} - 8(1+x^2) + \frac{1}{2} \right] m(x) = 0$$

$$\text{Ищем } m_0(x) = 1 + b x^2: 2b - 8x(2bx) + \left[\frac{2\pi}{p} - 8 + \frac{1}{2} - 32x^2 \right] (1 + b x^2) = 0$$

$$\begin{cases} 2b + \left(\frac{2\pi}{p} - 8 + \frac{1}{2} \right) = 0 \\ -16b + \left(\frac{2\pi}{p} - 8 + \frac{1}{2} \right) b - 32 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots = -2b, -16b + b(-2b) - 32 = 0 \\ b^2 + 8b + 16 = 0, (b+4)^2 = 0, b = -4, \end{cases}$$

$$\Lambda = 2 \left[8 - \frac{2\pi}{p} - 2b \right] = 2 \left[-\frac{2\pi}{p} + 8 - 2(-4) \right] = -\frac{4\pi}{p} + 32 \rightarrow \lambda_0 = -4\pi + 16p.$$

? по $16+8p$

$$W_m^{99} = \frac{1}{16} \frac{1}{V_0} \text{Sp}(\hat{Q}^2) \sum_n \frac{1}{R_n^5} + \frac{35}{48} \frac{1}{V_0} \left[2 \sum_d Q_{dd}^2 - \text{Sp}(\hat{Q}^2) \right] \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5} -$$

Ищем энергия 99 - взаимогенерация ренески inhom. гуров в F-гуре.

$\hat{Q} = Q_{2p}$ - тензор квадратур. момента гур. $\vec{R}_n$ - гур ренески гуров.

→ Ищем коэффициенты Q_{zz}, Q_{xz} компонент (т.е. берем W_m^{99} по гур. гур-2)

Date. 20.08.

Quadrupolar moment of shifted vortex

$$V_{\text{core}} \sim s^2: \{ \dots \} = R \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{R} \sin^2(\varphi - \varphi_s) J_n(kR) + \frac{1}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_s) \times$$

$$\left[J_n(kR) + \frac{1}{2} kR (J_{n-1} - J_{n+1}) \right] = \frac{1}{2} J_n(kR) \cos 2(\varphi - \varphi_s) +$$

$$+ \frac{1}{4} kR \cos^2(\varphi - \varphi_s) [J_{n-1}(kR) - J_{n+1}(kR)]$$



$$\int_0^{2\pi} d\varphi J_n(kR) = F_n(R) - F_n(0) = F_n(R) - F_n(0) - R \cos(\varphi - \varphi_s) J_n(kR) \cdot S +$$

$$+ s^2 \{ \dots \}.$$

Then $\sim s^0$ and $\sim s$ harmonics (problem 13/12/02)

$$M_x^x = -\frac{M_s}{T^2} \sum_n e^{i n \varphi_s} i^n \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi e^{-i n \varphi} \left[\Delta F_n - R \cos(\varphi - \varphi_s) J_n(kR) \cdot S + s^2 \{ \dots \} \right]$$

$$M_x^y = \frac{M_s}{T^2} \sum_n e^{i n \varphi_s} i^n \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi e^{-i n \varphi} \left[\Delta F_n - R \cos(\varphi - \varphi_s) J_n(kR) \cdot S + s^2 \{ \dots \} \right]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi e^{-i n \varphi} \cos 2(\varphi - \varphi_s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi [\cos \varphi \cos \varphi_s - i \sin \varphi \sin \varphi_s] [\cos 2\varphi \cos 2\varphi_s + \sin 2\varphi \sin 2\varphi_s]$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi [\cos \varphi \cos \varphi_s - i \sin \varphi \sin \varphi_s] \left[\cos 2\varphi_s \frac{1}{2} (\sin 3\varphi - \sin \varphi) + \sin 2\varphi_s \frac{1}{2} (\cos \varphi - \cos 3\varphi) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \cos 2\varphi_s (-i) \pi [\delta_{n,3} - \delta_{n,-3} - \delta_{n,1} + \delta_{n,-1}] + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_s \pi [\delta_{n,1} + \delta_{n,-1} - \delta_{n,3} - \delta_{n,-3}]$$

quadrupolar moment. Now δ -function. Where δ is normalized Q_{xx} (11/12)

$$Q_{xx} = \int d^3 \vec{r} [6 M_x x - 2 (\vec{M} \cdot \vec{r})], \quad (\vec{M} \cdot \vec{r}) = M_x x + M_y y + M_z z$$

$$\vec{M} \cdot \vec{r} = -M_s f(\rho) \frac{y}{\rho} x + M_s f(\rho) \frac{x}{\rho} y = 0$$

one zabucheno or $\vec{r} \in \text{core}$ and $\vec{r} \in \text{core}$. $f(\rho) = 1$.

$$\text{Vortex } Q_{zz} = 6 \int d^3 \vec{r} M_z z = 6 \int d^2 \vec{r} M_z(\vec{r}) \int dz z = 0 \text{ due shifted "vortex".}$$

$$Q_{xz} = 3 \int d^3 \vec{r} [M_x z + M_z x] = 3 \int d^3 \vec{r} M_z x = 3L \int d\rho \rho M_z(\rho) \int d\varphi x = 0,$$

($\varphi = y/x$) + $x \cdot M_z$ zabucheno or $|\vec{r}|$, a $\int d\varphi \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} = 0$, $x = \rho \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$.

Due shifted "vortex" occurrence $Q_{xx}, Q_{yy}, Q_{xy} = Q_{yx}$.

$$Q_{xx} = 6 \int d^3 \vec{r} M_x x = 6L \int d^2 \vec{r} M_x(\vec{r}) \rho \cos \varphi = 6L \int d^2 \vec{r} M_x \rho \cos \varphi + 6L \int d^2 \vec{r} M_x \rho \cos \varphi =$$

$$= 6L \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho \rho \cos \varphi (-M_s) f(\rho) \sin \varphi + 6L \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho \rho \cos \varphi (-M_s) \sin \varphi$$

"core" $\rho_+(\varphi)$ "core" $f(\rho) = 1$

$$Q_{xx} = -6LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi \cos \varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho \rho^2 = -2LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi \cos \varphi [\rho_+^3(\varphi) - \rho^3] =$$

$$= -2LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi \cos \varphi \rho_+^3(\varphi), \text{ c torn. go } s^2: \rho_+(\varphi) = R - s \cos(\varphi - \varphi_s) - \frac{1}{2} s^2 \sin^2(\varphi - \varphi_s)$$

$$\rho_+^3(\varphi) = (R + as + bs^2)^3 = (R + \Delta)^3 = R^3 + 3R^2 \Delta + 3R \Delta^2 =$$

$$= R^3 + 3R^2 (as + bs^2) + 3R a^2 s^2 = R^3 + 3R^2 as + s^2 \{ Rb + a^2 \} 3R =$$

$$= R^3 + 3R^2 (-\cos(\varphi - \varphi_s)) s + 3R s^2 \left\{ -\frac{1}{2} \sin^2(\varphi - \varphi_s) + \cos^2(\varphi - \varphi_s) \right\}$$

← планет $\sim 5^0, \sim 5$ не дадут вкладов сои. $n/2$

$$Q_{yy} = -Q_{xx} = \frac{9\pi}{4} M_s L R^2 \sin 2\psi_s$$

$$Q_{xx} = -Q_{yy} = -Q_v \sin 2\varphi_s, \quad Q_{xy} = Q_{yx} = Q_v \cos 2\varphi_s, \quad Q_v = \frac{9}{4} \pi M_s L R S^2$$

(W_m от направи. $\vec{S}$ не зависи,
такоже него $\vec{S} \perp R$.)

The mono chary $W_m^{99}(\text{shifted vortex "d."}) = (\text{isotropic}) + K_4^{99} \cos 4\phi_s$

for reverse $\varphi_s = \varphi_H \pm \frac{\pi}{2}$, $\cos 4\varphi_s = \cos(4\varphi_H \pm 2\pi) = \cos 4\varphi_H$

$W_{in}^{(4)}(\varphi_H)$
 $2(K_{eff})$
 0 $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$ φ_H

Или иначе: S "равновесие" зависит не только от $|H|$, но и от φ_H по отношению к осам решетки.

21/VIII - 4/IX lecture course on in-hum. data & Phys. Lett. A.
Organic & chemical. Announcement on travel arrangements and methods.

Date. 05.09.00

План работы на завтра. Встречи (см. план от 19/8):

- 1) Встреча с Усобиным по м. coupled S.-d. u. inhom. dots, особенно с м. ЕММА сейчас не будет работать.
- 2) Встреча с Усобиным по SW в non-ellips. dots в PRB
- 3) Уточнить papers Hn, Han "vortex" dots (с Усобиным)
- 4) Работа papers SW на основе "vortex" state
- 5) Встреча с MMM-Intermag сейчас в JAP по информации Гониман (с Кобелевым)
- 6) Уточнить возврат маг. спаривания и несп. фазов.
- 7) Уточнить contract в KIAS и уточнить бумаги себе и А., отправка А. и А. ident. cards
- 8) Работа application в Porto, касающаяся газу на границе раздела
- 9) Уточнить сейчас с Любимовым по non-lin. MO response of vortex dots
- 10) Встреча KIAS - sorry for now
- 11) Рассчитать "vortex" - dot с $\vec{m} = \vec{f}(\varphi)$, обратив MFM картину.
- 12) Запустить Res. Proposal for KIAS and operation of Res. Fund.
- 13) Работа с м. Б. Улановым с INTAS и А. Прохоровым о встрече с Улановым (fax)

Date. 10. 09.

M_k of "vortex" dots



(que U. Fabianov)

10/ix Pacer qnyse-komponente namamrennora vortex-gora.

$$\text{Vortex } \begin{cases} M_x = -M_s f(\rho) \sin \varphi \\ M_y = M_s f(\rho) \cos \varphi \end{cases} \quad f(\rho) = \begin{cases} \frac{2b\rho}{b^2 + \rho^2}, & \rho < b, \text{ "core" } \\ 1, & \rho \geq b, \text{ "bore" } \end{cases}$$

Or "z" $\vec{M}(\vec{r})$ - vortex ne zabucan.

$$M_z^z = \int d^2\vec{r} M_z(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} = \int d^2\vec{r} e^{i\vec{k}\vec{r}} (\pm M_s) \begin{cases} \frac{b^2 - \rho^2}{b^2 + \rho^2}, & \rho < b \\ 0, & \rho \geq b \end{cases} = (\pm M_s) J_k$$

$$J_k = 2\pi \int_0^b d\rho \rho \left(\frac{b^2 - \rho^2}{b^2 + \rho^2} \right) J_0(k\rho) = \left| \rho/b = x \right| = 2\pi b^2 \int_0^1 dx x \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) J_0(kbx)$$

$$I(\xi) = \int_0^1 dx x \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) J_0(\xi x) = \left| \text{Laplace-Cornu} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! J_{n+1}(\xi)}{\xi^{n+1}}, \quad \xi = kb \text{ u}$$

que MO-experiments $k \cdot b \approx 10^5 \text{ cm}^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ cm} \sim 0.1 \ll 1$ nomeo Cornu.

$$J_{n+1}(\xi) = \frac{\xi^{n+1}}{2^{n+1} (n+1)!} - \frac{\xi^{n+3}}{2^{n+3} (n+2)!} + \dots$$

$$I(\xi) = \int_0^1 dx x \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) J_0(\xi x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\xi^{n+1}} \left[\frac{\xi^{n+1}}{2^{n+1} n! (n+1)} - \frac{\xi^{n+3}}{2^{n+3} (n+1)(n+2)n!} + \dots \right] =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1} (n+1)} \left[1 - \frac{\xi^2}{4(n+2)} + \dots \right] = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)2^n} - \frac{\xi^2}{8} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)2^n} + O(\xi^4)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1} (n+1)} = \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1} (n+1)} \right| = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{1}{2^m \cdot m} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m 2^m} - \frac{1}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2} \quad (\text{p.p.})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)2^{n+1}} = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{1}{2^m m(m+1)} = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{1}{2^m} \left[\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} \right] =$$

$$= \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{1}{2^m (m+1)} = (-) - 2 \sum_{m=2}^{\infty} \frac{1}{2^{m+1} (m+1)} = (-) - 2 \sum_{n'=3}^{\infty} \frac{1}{2^{n'} n'} =$$

$$= (-) - 2 \left[\sum_{n'=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n'} n'} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right] = \ln 2 - \frac{1}{2} - 2 \left[\ln 2 - \frac{5}{8} \right] = \frac{3}{4} - \ln 2$$

$$I(\xi) = \int_0^1 dx x \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) J_0(\xi x) = \ln 2 - \frac{1}{2} - \frac{\xi^2}{4} \left(\frac{3}{4} - \ln 2 \right) + O(\xi^4) \quad \text{w/m } \xi \ll 1.$$

$$J_k \approx 2\pi b^2 \left[\ln 2 - \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - \ln 2 \right) \frac{k^2 b^2}{4} + O(k^4 b^4) \right] \quad \text{w/m } kb \ll 1. \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Born-approx.}$$

$\ln 2 = 0.693$

$$\text{Due pameru gora} \quad M_z^z = \frac{1}{S_{\text{ar}}} \int d^2\vec{r} M_z(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} = \frac{M_s}{S_{\text{ar}}} J_k s(\vec{k}),$$

$$\text{ve Caprykynon} \quad s(\vec{k}) = \sum_n e^{i\vec{k}\vec{r}_n} \cos \theta_n \quad \text{que 1-nam. gora,}$$

$$s(\vec{k}) = \sum_n e^{i\vec{k}\vec{r}_n} \cos(\varphi_n - \varphi_k) \quad \text{que in-plane magnetized dots, } n - \text{pameru gora } \vec{r}_n \text{ - vektoru n-gora } \vec{r}_n \text{ ar.}$$

Date. 11. 09.

Due F. cylindrical (ogun gas na arewiy) $S(\vec{k})$ yupensalalal.

LM: $S(\vec{k}) = \pm 1$, u $\parallel \vec{M}$: $\varphi_n = \varphi_0$, $S(\vec{k}) = \cos(\varphi_0 - \varphi_k)$?

Ma'anishe (x, y) - koma'anshe $M_{\vec{k}}^{x,y}$ gae ogunoro vortex-gara: (cm. 13/IV)



$$M_{\vec{k}}^x = \int_{S_d} d^2\vec{p} M_x(\vec{p}) e^{i\vec{k}\vec{p}} = (-M_s) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dp p f(p) \sin\varphi e^{i\vec{k}\vec{p}} +$$

$$+ (-M_s) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dp p \sin\varphi e^{i\vec{k}\vec{p}} = (-M_s) \int_0^b dp p f(p) \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi e^{i\vec{k}\vec{p}} + (-M_s) \int_0^b dp p \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi e^{i\vec{k}\vec{p}}$$

$$f(p) = \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi e^{i\vec{k}\vec{p}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi \sum_n e^{i\mu(\varphi_0 - \varphi)} i^n J_n(kp) = \sum_n i^n e^{i\mu\varphi_0} J_n(kp) \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi e^{-i\mu\varphi} =$$

$$= \sum_n i^n e^{i\mu\varphi_0} J_n(kp) \frac{\pi}{i} (\delta_{n,1} - \delta_{n,-1}) = \frac{\pi}{i} i e^{i\varphi_0} J_1 + \frac{\pi}{i} (-1) i^{-1} e^{-i\varphi_0} J_{-1} =$$

$$= \pi e^{i\varphi_0} J_1 + \pi e^{-i\varphi_0} J_{-1} = \pi J_1 [e^{i\varphi_0} - e^{-i\varphi_0}] = 2\pi i J_1(kp) \sin\varphi_k$$

$$M_{\vec{k}}^x = (-M_s) 2\pi i \sin\varphi_k \int_0^b dp p f(p) J_1(kp) + (-M_s) 2\pi i \sin\varphi_k \int_0^b dp p J_1(kp) =$$

$$= (-M_s) 2\pi i \sin\varphi_k \left[\int_0^b dp p \left(\frac{2bp}{b^2 + p^2} \right) J_1(kp) + \int_0^b dp p J_1(kp) \right] \text{ na'ab. bu'arag.}$$

no gas magnito-optics Bannu $(kb) \ll 1$, $kR \sim 1$.

$$I_1^x = \int_0^b dp p \left(\frac{2bp}{b^2 + p^2} \right) J_1(kp) = 2b \int_0^b dp \frac{p^2 + b^2 - b^2}{p^2 + b^2} J_1(kp) = 2b \int_0^b dp J_1(kp) -$$

$$- 2b^3 \int_0^b dp \frac{J_1(kp)}{p^2 + b^2} = |x = p/b| = 2b^2 \int_0^1 dx J_1(kbx) - 2b^2 \int_0^1 dx \frac{J_1(kbx)}{1 + x^2} =$$

$$= \frac{2b^2}{bk} \int_0^1 dy J_1(y) = \frac{2b}{k} [1 - J_0(kb)] - 2b^2 \int_0^1 dx \frac{J_1(kbx)}{1 + x^2} = \frac{2b}{k} [\dots] -$$

$$- 2b^2 \int_0^1 dx \frac{1}{1 + x^2} \left[\frac{kbx}{2} - \frac{(kb)^3 x^3}{2^3 \cdot 2!} + \dots \right] = \frac{2b}{k} [\dots] - 2b^2 \frac{1}{2} kb \int_0^1 dx \frac{x}{1 + x^2} +$$

$$+ 2b^2 \frac{(kb)^3}{8 \cdot 2} \int_0^1 dx \frac{x^3}{1 + x^2} = \frac{2b}{k} [\dots] - \frac{kb^3 \ln 2}{2} + b^2 \frac{(kb)^3}{8} \frac{1}{2} (1 - \ln 2) + O(k^5 b^5) =$$

$$= \frac{2b}{k} \left[1 - \left(1 - \frac{k^2 b^2}{4} + \frac{1}{4} \frac{k^4 b^4}{16} \right) \right] - \frac{1}{2} kb^3 \ln 2 + \frac{1}{16} b^2 (kb)^3 (1 - \ln 2) + O(k^5 b^5) =$$

$$= \frac{1}{2} kb^3 - \frac{1}{32} k^3 b^5 - \frac{1}{2} kb^3 \ln 2 + \frac{1}{16} b^2 (kb)^3 (1 - \ln 2) + O(k^5 b^5) =$$

$$= \frac{1}{2} b^2 \left[(1 - \ln 2) kb + \frac{1}{8} (1/2 - \ln 2) (kb)^3 + O(k^5 b^5) \right], \quad kb \ll 1$$

$$I_2(k) = \int_0^R dp p J_1(kp) = \int_0^R dp p J_1(kp) - \int_0^b dp p J_1(kp) = \left| \frac{p/R = x}{p/b = y} \right| =$$

$$= R^2 \int_0^1 dx x J_1(kRx) - b^2 \int_0^1 dy y J_1(kby)$$

Date. 12.09.

$$\int_0^a dx x J_1(ax) = \frac{\sqrt{\pi}}{a} \Gamma(3/2) \left[J_1(a) H_0(a) - H_1(a) J_0(a) \right]$$

$H_0(2)$ — гипергеометрическая функция

$$\int_0^a dx x J_1(ax) = \left| \frac{ax=y}{\frac{dx}{dy} = \frac{1}{a}} \right| = \frac{1}{a^2} \int_0^a dy y J_1(y) = -\frac{1}{a^2} \int_0^a dy y J_0'(y) = \left| \frac{dv=dy}{u=y, v=J_0} \right|$$

$$= -\frac{1}{a^2} \left[y J_0(y) \Big|_0^a - \int_0^a J_0(y) dy \right] = -\frac{1}{a^2} \left[a J_0(a) - \int_0^a dx J_0(x) \right] =$$

$$= -\frac{1}{a} J_0(a) + \frac{1}{a^2} \cdot 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(a) = -\frac{1}{a} J_0(a) + \frac{2}{a^2} J_1(a) + \frac{2}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(a) =$$

$$= \frac{1}{a} J_2(a) + \frac{2}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(a)$$

$$I_2(k) = R^2 \frac{1}{(kR)} \left[J_2(kR) + \frac{2}{kR} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(kR) \right] - \frac{b^2}{(kb)} \left[J_2(kb) + \frac{2}{kb} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(kb) \right]$$

$$\begin{aligned} \rightarrow M_{\vec{k}}^x &= (-M_s) 2\pi i \sin \varphi_{\vec{k}} \left[I_1(k) + I_2(k) \right] = \{ \dots \} \left[\int_0^b d\rho \rho \left(\frac{2b\rho}{b^2+\rho^2} \right) J_1(k\rho) - \right. \\ &- \left. \int_0^b d\rho \rho J_1(k\rho) + \int_0^R d\rho \rho J_1(k\rho) \right] = \{ \dots \} \left\{ \frac{R^2}{(kR)} [\dots] - \frac{b^2}{(kb)} \left[\frac{k^2 b^2}{2^2 \cdot 2} + \frac{2}{kb} \frac{k^3 b^3}{2^3 \cdot 3!} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \frac{1}{2} b^2 (1 - \ln 2) kb + O(k^3 b^3) \right] \right\} = \{ \dots \} \left\{ \frac{R^2}{(kR)} [\dots] - b^2 \frac{1}{6} (kb) + \frac{1}{2} b^2 (1 - \ln 2) kb + O(k^3 b^3) \right\} \\ &= \{ \dots \} \left[\frac{R^2}{(kR)} [\dots] + b^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \ln 2 \right) (kb) + O(k^3 b^3) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\vec{k}}^x &= -M_s 2\pi i \sin \varphi_{\vec{k}} \left\{ \frac{R}{k} \left[J_2(kR) + \frac{2}{kR} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(kR) \right] + b^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \ln 2 \right) kb \right\} = \\ &= -M_s R^2 2\pi i \sin \varphi_{\vec{k}} \left\{ \frac{1}{kR} \left[J_2(kR) + \frac{2}{kR} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(kR) \right] + \left(\frac{b}{R} \right)^2 (kb) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \ln 2 \right) \right\} \end{aligned}$$

Вывод: Zero Gauge "core" vortex $\left(\frac{b}{R} \right)$ можно пренебречь
если $\left(\frac{b}{R} \right) \ll 1$ и $kb \ll 1$. С точностью до поправки:

Здесь тоже так
но с поправкой

$$M_{\vec{k}}^x = \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} M_x(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = -M_s R^2 2\pi i \sin \varphi_{\vec{k}} \frac{1}{(kR)} \left[J_2(kR) + \frac{2}{(kR)} \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(kR) \right]$$

где vortex — это $H=0$

$$M_{\vec{k}}^y = \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} M_y(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b d\rho \rho f(\rho) \cos \varphi e^{i\vec{k}\vec{\rho}} + M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R d\rho \rho \cos \varphi e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$$

$$f_{\vec{k}}(\rho) = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{2} (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi_k - \varphi)} i^{\mu} J_{\mu}(k\rho) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\mu} i^{\mu} J_{\mu} \int_0^{2\pi} d\varphi (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) e^{-i\mu\varphi} e^{i\mu\varphi_k} = \frac{1}{2} 2\pi \sum_{\mu} i^{\mu} J_{\mu} e^{i\mu\varphi_k} (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1}) =$$

Date. 27.09.

$$= \frac{1}{2} 2\pi \left[i J_1 e^{i\varphi_k} + i^{-1} J_{-1} e^{-i\varphi_k} \right] = \frac{1}{2} 2\pi i J_1 \left[e^{i\varphi_k} + e^{-i\varphi_k} \right] = 2\pi i J_1(k\rho) \cos\varphi_k$$

$$M_k^y = M_s \cdot 2\pi i \cos\varphi_k \int_0^b d\rho \rho f(\rho) J_1(k\rho) + M_s 2\pi i \cos\varphi_k \int_b^R d\rho \rho J_1(k\rho) =$$

$$= M_s 2\pi i \cos\varphi_k \left[\int_0^b d\rho \rho \left(\frac{2b\rho}{b^2 + \rho^2} \right) J_1(k\rho) + \int_b^R d\rho \rho J_1(k\rho) \right] = M_s 2\pi i \cos\varphi_k \left[I_1(k) + I_2(k) \right]$$

разб. брнэг

$$M_k^z = \int_S d^2\rho M_y(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = M_s R^2 2\pi i \cos\varphi_k \frac{1}{(kR)} \left[J_2(kR) + \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(kR) \right]$$

где оговорка газ < "vortex" w/m H=0.

Важно, что где "vortex" газ $M_k^x \sim k_y$, $M_k^y \sim k_x$. Но симметрия МО $\vec{k} = (k_x, 0, k_z)$  т.е. $M_k^x = 0$ и брнэг газ $\perp$ плоскости вращения $\vec{M}$ (M_y в данном случае). Это w/m H=0 и где оговорка газ.

→ Обсуждение и понимание состояний в NMO of "vortex" dot arrays 13.22/ix
с в. лабораториям.

Дополнение "vortex" состояний с Kobocagen. 23/ix

////////////////////
→ Как выглядит брнэг в MFM (где непересекается H_m^z брнэг газ) 27/ix
"vortex" газ? Как объяснить эквивалентные, аксиально симметричные MFM картины?

Вспомогательное "vortex" (условия) газ $\vec{M}(\vec{r})$:
$$\begin{cases} M_x(\vec{r}) = -M_s f(\rho) \sin\varphi \\ M_y(\vec{r}) = M_s f(\rho) \cos\varphi \end{cases}$$

где $f(\rho) = \begin{cases} \frac{2b\rho}{b^2 + \rho^2}, & \rho < b \\ 1, & \rho \geq b \end{cases}$
от 2 не забывает

$$\text{div} \vec{M}(\vec{r}) = \frac{\partial}{\partial x} M_x + \frac{\partial}{\partial y} M_y + \frac{\partial}{\partial z} M_z = \frac{\partial}{\partial x} \left(-M_s \frac{f(\rho)}{\rho} y \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(M_s \frac{f(\rho)}{\rho} x \right) =$$

$$= -M_s y \frac{\partial f(\rho)}{\partial x} + M_s x \frac{\partial f(\rho)}{\partial y} = -M_s y f'(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} + M_s x f'(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial y} = M_s f'(\rho) \left[-y \frac{x}{\rho} + x \frac{y}{\rho} \right] = 0$$

- объяснений нап. записей нет.

Напр. записи $\vec{M}(\vec{r})$ есть только на торцах газ ($z=0, L$) брнэг газ ($\rho < b$).

Аксиально симметричные записи на торцах газ $M = \partial(\rho) = \left(\pm M_s \right) \frac{b^2 \rho^2}{b^2 + \rho^2}$, $\rho < b$ - аксиально симметричные.

⇒ $H_m^z(\vec{r})$ на (ног) газ аксиально симметрична (записи только от ρ и z).

С тем. где знала $\varphi_m(\vec{r}) = \oint_{S'} \frac{\vec{n} \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS'$ если $\text{div} \vec{M}(\vec{r}) = 0$
симметрично. аксиально

Date. 06. 10.

Вспомогательное на MFM-картинки Hillebrands'97 на чист. Fe dots. Эти картинки  - 4x контрастные, (возможно соотв. d.d. dots)
 тогда как у Hill - моноцентричные. У Vavassori $2R=0,4 \mu m, L=40 nm$.

Wäbermann'98 на немагн. Co-dots , cylindrical, неважно, 1200 double-dot dots gives 4x контрастные MFM  $\rightarrow$ 
 d.d. MFM

Упреждающе "vortex" structure, отсюда от "vortex" Якова,
 Helin'97(4) на Co-dots изм. магн. осей.  $2R=0,5 \mu m, L=25 nm$
 Миллсман верст, но есть M_z , которая аксиально сим.,
 но симметрична от "p". "Core" Якова отсутствует. Circular domains
 т.е. HAF-Co

Вывод: неясные "vortices" наблюдали в Ферманте, чист. Fe dots -
 Fernandez и Vavassori, в чист. Fe dots с $H > 0$ - Pokhil и в чист. Co dots -
 Helin'97. Но "vortices" Fernandez и Vavassori - из-за ферромагнетизма,
 экск. Pokhil при $H > 0$ и только "vortices" от Helin представляются
 интерес (хотя и малоинформативны. априорного надо учитывать),
 распределения и теоретически не описывались.

Обобщение "vortex" Якова в конечном поле. Vortex с $v=2$
 "Vortex" Якова есть солитон Беналвина-Поликова (BP) $8/x$

с тангенциальным зазором ($v=1$) приращенный к аксиально
 3D-поле с конечным радиусом R. Солитон BP -  - 
 Беналвина 2D-преобразование. Роль радиуса BP-солитона
 в поле имеет радиус "core" внутри. Возникает вопрос:
 как будут выглядеть BP солитоны при $v > 1$, в частности

- 1) как выглядят BP солитоны с $v > 1$ в поле вообще "vortex"
 Якова при каких то размерах газа R, L и магн. поле H?
- 2) какие MFM дают солитоны с $v = 2, 3, \dots$ и не смогут ли
 они объяснять экск. MFM картинки Hillebrands'97,99 и Pokhil'00?

$\rightarrow$ Пусть θ, φ - сферические углы $\vec{m} = \frac{\vec{M}(\vec{r})}{M_s}$ солитонного BP солитона
 и $\vec{r}$ - радиус солитона.

Согласно с. Ivanov'95: $\tan \frac{\theta}{2} = \left(\frac{R}{r} \right)^M$, $\varphi = v\psi + \varphi_0$ зазор
 функции $\theta(\vec{r}), \varphi(\vec{r})$, $\vec{m} = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta)$ солитона BP.
 $\psi = \frac{\varphi}{v}$, ψ - обобщенный полярный угол, r - полярный радиус (ρ).

1) $v=1$, $R \rightarrow b$, $r \rightarrow \rho$, $\psi \rightarrow \varphi$, $\varphi_0 = \pi/2$ и получим $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{b}{\rho}$, $m_x = -f(\rho) \sin \varphi$,
 $m_y = f(\rho) \cos \varphi$,
 где $\sin \theta(\rho) = f(\rho) = \frac{2b\rho}{b^2 + \rho^2}$ - "vortex" Якова

Date.

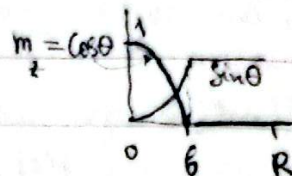
Vortex c $\nu=2$

$$\frac{\pi}{2} \nu = 2, \quad \text{tg } \frac{\theta(p)}{2} = \left(\frac{b}{p}\right)^2, \quad m_x = \sin \theta \cos(2\varphi + \varphi_0), \quad m_y = \sin \theta \sin(2\varphi + \varphi_0), \\ m_z = \cos \theta$$

$m_z(p) = \cos \theta(p)$ асимптотически стремится к 1, но m_x, y уже не асимптотически стремятся к 0, а осциллируют. асимптотически стремятся к 0, а осциллируют. асимптотически стремятся к 0, а осциллируют.

$$\sin \theta(p) = \frac{2b^2 p^2}{b^4 + p^4}$$

$$\cos \theta(p) = \cos \left[2 \arctg \left(\frac{b}{p} \right)^2 \right] = (\pm 1) \frac{b^4 - p^4}{b^4 + p^4}$$



$$f(p) = \sin \theta(p) = \begin{cases} \frac{2b^2 p^2}{b^4 + p^4}, & p \leq b \\ 1, & p > b \end{cases}. \quad \text{Но } c m_x, m_y \text{ осциллирует.}$$

Для $\nu=1$ было $\begin{cases} m_p = m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi = -f(p) \sin \varphi \cos \varphi + f(p) \cos \varphi \sin \varphi = \\ m_\varphi = -m_x \sin \varphi + m_y \cos \varphi = f(p) \sin^2 \varphi + f(p) \cos^2 \varphi = f(p) \end{cases}$

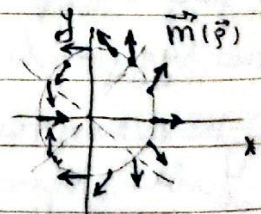
$m_p=0$, это cos θ , "vortex" state.

Тогда $m_p = \sin \theta \cos(2\varphi + \varphi_0) \cos \varphi + \sin \theta \sin(2\varphi + \varphi_0) \sin \varphi =$
 $= \sin \theta \cos(\varphi + \varphi_0) \neq 0, \quad m_\varphi = -\sin \theta \cos(2\varphi + \varphi_0) \sin \varphi + \sin \theta \sin(2\varphi + \varphi_0) \cos \varphi =$
 $= \sin \theta [\sin(2\varphi + \varphi_0) \cos \varphi - \cos(2\varphi + \varphi_0) \sin \varphi] = \sin \theta \sin[(2\varphi + \varphi_0) - \varphi] = \sin \theta \sin(\varphi + \varphi_0)$

Т.е. в общем $\vec{m}(\vec{r})$ $\begin{cases} m_p(\vec{r}) = \sin \theta(p) \cos(\varphi + \varphi_0) \\ m_\varphi(\vec{r}) = \sin \theta(p) \sin(\varphi + \varphi_0) \\ m_z(\vec{r}) = \cos \theta(p) \end{cases}$ - именно же $\nu=2$ где $\sin \theta(p)$ экспоненциально

Для $\nu=1$ было $m_p = f(p) \cos \varphi_0, m_\varphi = f(p) \sin \varphi_0$ при $\varphi_0 = \pi/2$, это cos θ .
 "vortex" тогда с осцилляциями при $p=0$. Но если $\varphi_0 \neq \pi/2$ осцилляции
 "vortex" в общем не нули?

Мы же $\nu=2$. Берём новую $\varphi_0=0$: $\begin{cases} m_x = \sin \theta \cos 2\varphi \\ m_y = \sin \theta \sin 2\varphi \end{cases} \Rightarrow$



Тогда $(\vec{m} \cdot \vec{n})$ - скалярное $p=R$ значение на границе.

при $\vec{n} = (\cos \varphi, \sin \varphi) = \frac{\vec{p}}{p} = \hat{p}$. $(\vec{m} \cdot \vec{n}) = (\vec{m} \cdot \hat{p}) = m_p = \sin \theta(R) \cos \varphi$

таким образом на границе. при $p=R$ значение $(\vec{m} \cdot \vec{n}) = \sin \theta(R) \cos \varphi$ (!) на границе $c m_z$

Одновременно найдем. в центре $\vec{m} = (1, 0, 0)$ и тогда $(\vec{m} \cdot \vec{n}) = \cos \varphi$.

$$\sin \theta(R) = \frac{2b^2 R^2}{b^4 + R^4} = \left| \frac{b}{R} \right| \sim 1$$

Но если $R > b$, то $\sin \theta(R) = 1$ и тогда $\vec{m} \cdot \vec{n} = \cos \varphi$ на границе.

$$\langle m_x \rangle = \frac{1}{V} \int d\varphi \int dp m_x(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dp \sin \theta(p) \cos 2\varphi = 0 \quad \text{и} \quad \langle m_y \rangle = 0, \quad \langle m_z \rangle \neq 0$$

Выводим, что $\langle \vec{m} \rangle = 0$, и $\langle m_z \rangle \neq 0$ осциллирует.

Для $\nu=2$ картина $\vec{m}(\vec{r})$ - вращающийся вектор. в центре $\vec{m} = (1, 0, 0)$ и тогда $\vec{m} \cdot \vec{n} = \cos \varphi$ на границе.

→ Для $\nu=2$ картина $\vec{m}(\vec{r})$ - вращающийся вектор. в центре $\vec{m} = (1, 0, 0)$ и тогда $\vec{m} \cdot \vec{n} = \cos \varphi$ на границе. Это double-vortex, который будет в центре.

Date. 03.10.

4. Задачу решаем на гора. Две из них гора находится
на поверхности от 40 не забывает. Но в dot lattice нечего забывает
Нормальная энергия нового "vortex" и срабатывает с "vortex" гора.

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{m} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho m_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{m_\rho}{\rho} + \frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} = \left| \sigma, z \text{ не забывает} \right| \\ &= \frac{1}{\rho} \sin \theta \cos \varphi + \cos \varphi \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \sin \theta \cos \varphi = \cos \varphi \left[\frac{1}{\rho} \sin \theta + \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right] \neq 0 (!) \\ \text{rot} \vec{m} &= \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ m_\rho & \rho m_\varphi & m_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\rho} \left[\hat{\rho} \frac{\partial m_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho m_\varphi \hat{\varphi}) + \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho m_\varphi \hat{z}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial \varphi} (m_\rho \hat{z}) - \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \hat{\varphi} m_z) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho m_\varphi \hat{\rho}) \right] = \frac{1}{\rho} \left[\hat{z} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho m_\varphi) - \hat{\varphi} \frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \hat{\varphi} m_z) \right] \\ &= \frac{1}{\rho} \left[\hat{z} \left(m_\varphi + \rho \frac{\partial m_\varphi}{\partial \rho} - \frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} \right) - \hat{\varphi} m_z - \rho m_z \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \rho} - \rho \hat{\varphi} \frac{\partial m_z}{\partial \rho} \right], \text{ т.е.} \\ \text{rot} \vec{m} &= \frac{1}{\rho} \left[\hat{\rho} \frac{\partial m_z}{\partial \varphi} + \rho \hat{\varphi} \frac{\partial m_\rho}{\partial z} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho m_\varphi) - \hat{\varphi} \frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} - \rho \hat{\varphi} \frac{\partial m_z}{\partial \rho} - \hat{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\rho m_\varphi) \right] = \\ &= \frac{1}{\rho} \left[\hat{z} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho m_\varphi) - \hat{\varphi} \frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} - \rho \hat{\varphi} \frac{\partial m_z}{\partial \rho} \right] = -\hat{\varphi} \frac{\partial m_z}{\partial \rho} + \frac{\hat{z}}{\rho} \left[m_\varphi + \rho \frac{\partial m_\varphi}{\partial \rho} - \frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} \right] \\ \frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \sin \theta \cos \varphi = \sin \theta (-\sin \varphi) = -m_\varphi \text{ и } \text{rot} \vec{m} \neq 0. \quad \frac{\partial m_\varphi}{\partial \rho} = m_\rho. \end{aligned}$$

Vortex с $J=2$

→ Плоскость единичной энергии в числ. координатных
Согласно формул. Hubert'a (3.2a) - Eq. есть $\frac{g}{K}$

$$\begin{aligned} E_{21} &= \frac{C}{2} \left[\left(\frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\rho}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial z} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho^2} \left\{ \left(\frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} - m_\varphi \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} + m_\rho \right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial \varphi} \right)^2 \right\} \right] \end{aligned}$$

Далее считаем, что z забывается нест. $\varphi_0 = 0$ и т.д.

$$\frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} = \cos(\varphi + \varphi_0) \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho}, \quad \frac{\partial m_\varphi}{\partial \rho} = \sin \varphi \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho}, \quad \frac{\partial m_z}{\partial \rho} = -\sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial \rho}$$

$$\frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} = -\sin \varphi \sin \theta = -m_\varphi, \quad \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} = \sin \theta \cos \varphi = m_\rho, \quad \frac{\partial m_z}{\partial \varphi} = 0$$

$$\begin{aligned} E_{21} &= \frac{C}{2} \left[\cos^2 \varphi \cos^2 \theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)^2 + \sin^2 \varphi \cos^2 \theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left\{ (m_\varphi)^2 + (m_\rho)^2 \right\} \right] = \\ &= \frac{C}{2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{4}{\rho^2} \left\{ (m_\varphi)^2 + (m_\rho)^2 \right\} \right] = \frac{C}{2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)^2 + 4 \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} \right] \end{aligned}$$

но забывает, что φ_0 и т.д. и т.д. и т.д. "и" не переп. $\frac{\sin^2 \theta}{\rho^2}$ от E_{21} "vortex" гора.

Date. . .

Для любого "vertex" $\sin\theta(p) = \frac{2b^2 p^2}{b^4 + p^4}$, $p \leq b$ и 1 иначе. $\tan \frac{\theta}{2} = \left(\frac{b}{p}\right)^2$ - где
то $\tan \frac{\theta}{2} = \left(\frac{p}{b}\right)^2$ где $p > b$ и коническим паучком R.

$$\cos\theta = \frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{1 - (p/b)^4}{1 + (p/b)^4} = \frac{b^4 - p^4}{b^4 + p^4}, \quad p \leq b \text{ иначе } \cos\theta = 0.$$

$$\sin\theta = \frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} = 2 \frac{(p/b)^2}{1 + (p/b)^4} = \frac{2b^2 p^2}{b^4 + p^4}, \quad p \leq b \text{ иначе } \sin\theta = 1, \quad \theta = \pi/2, p > b$$

$$\theta(p) = 2 \arctan \left(\frac{p}{b}\right)^2, \quad \frac{\partial\theta}{\partial p} = 2 \frac{1}{1 + (p/b)^4} \cdot \frac{2p}{b^2} = \frac{4pb^2}{b^4 + p^4}, \quad p \leq b. \text{ Иначе } \frac{\partial\theta}{\partial p} = 0, p > b.$$

$$W_{ex} = \frac{C}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial p}\right)^2 + 4 \frac{\sin^2\theta}{p^2} \right] = \frac{1}{2} CL \int_0^b dp \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dr \left[\frac{16b^4 p^2}{(b^4 + p^4)^2} + \frac{4}{p^2} \frac{4b^4 p^4}{(b^4 + p^4)^2} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} CL \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dr \int_b^\infty dp \frac{4}{p^2} = 16CLb^4 \cdot 2\pi \int_0^b dp \frac{p^3}{(b^4 + p^4)^2} + 2CL \cdot 2\pi \int_b^\infty dp \frac{1}{p} = \left| p^4 = u \right| =$$

$$= 4CLb^4 \cdot 2\pi \int_0^b \frac{du}{(b^4 + u)^2} + 2CL \cdot 2\pi \ln \frac{R}{b} = 8\pi b^4 CL \frac{(-1)}{(b^4 + u)} \Big|_0^b + 4\pi CL \ln \frac{R}{b} =$$

$$= 8\pi b^4 CL (-1) \left[\frac{1}{2b^4} - \frac{1}{b^4} \right] + 4\pi CL \ln \frac{R}{b} = 4\pi CL + 4\pi CL \ln \frac{R}{b} =$$

$$= 4\pi CL \left[1 - \ln \frac{b}{R} \right] \rightarrow \left(\frac{1}{V_d} W_{ex} = 4 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left[1 - \ln \frac{b}{R} \right] \right), \quad R_0^2 = C, \quad \left(R_0^2 = \frac{C}{M_s^2} \right)$$

→ осн. значение нового "vertex" state $c \neq 2$.

Осн. значение, то она должна, тем $\frac{1}{V_d} W_{ex} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left[2 - \ln \frac{b}{R} \right]$ у "vertex" $\frac{1}{V_d}$
Менее того $b \geq R$, тогда как у $\frac{1}{V_d} W_{ex}$ $b \ll R$. $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{V_d} W_{ex} \rightarrow 0$ (?!)

Максимум

→ Две раскраски максимумов. Энергии того нафта макс. нормирован
близко к $\varphi(\vec{r})$, $\vec{r} \in V_d$. Уни. возмущения $\Phi \Gamma$, тогда нафта $\Pi_m(\vec{r})$.

Ем. у нас тогда есть только поверхн. заряды $(\vec{m} \cdot \vec{n})_s$. Но где
новый "vertex" $\text{div} \vec{m} \neq 0$ - есть объемные заряды.

$$\text{div} \vec{m} = \cos\varphi \left[\frac{2}{p} \sin\theta + \cos\theta \frac{\partial\theta}{\partial p} \right] = \cos\varphi \left[\frac{2}{p} \frac{2b^2 p^2}{b^4 + p^4} + \frac{b^4 - p^4}{b^4 + p^4} \frac{4pb^2}{b^4 + p^4} \right] =$$

$$= \cos\varphi \cdot \frac{4b^2 p}{(b^4 + p^4)^2} \left[b^4 + p^4 + b^4 - p^4 \right] = \cos\varphi \frac{8b^6 p}{(b^4 + p^4)^2}, \quad p \leq b.$$

$$\text{Уже } p > b \quad \text{div} \vec{m} = \frac{2}{p} \cos\varphi. \quad \text{Вок. поверхн. заряды } (\vec{m} \cdot \vec{n})_s = \sin\theta(R) \cos\varphi.$$

Торцевые поверхн. заряды $(\vec{m} \cdot \vec{n})_{z=0,L} = \pm \cos\theta(p)$ - аннигило-сумма

Т.к. есть ~ объемные и боковые заряды то, видимо, $W_m > W_{ex}$.
у "vertex" $\frac{1}{V_d} W_{ex}$ один только торцевые поверхн. заряды.

Date.

Угловая скорость $m_p \rightarrow -m_p$: $\left\{ \begin{array}{l} m_p(\vec{p}) = \sin\theta(p) \cos\varphi \\ m_\varphi(\vec{p}) = -\sin\theta(p) \sin\varphi \\ m_z(\vec{p}) = \cos\theta(p) \end{array} \right\}$ Где! $\varphi=0$ - направление вращения - по часовой стрелке $\vec{O}(p)$

То же $\frac{\partial m_p}{\partial \varphi} = \sin\theta(-1) \sin\varphi = -m_\varphi$ и $\frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} = -\sin\theta \cos\varphi = -m_p$ и очевидно $E_{ex} = \frac{C}{2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial p} \right)^2$, то же

$W_{ex} = \frac{C}{2} \frac{1}{V_d} \int d^3r \left(\frac{\partial \theta}{\partial p} \right)^2 = \frac{1}{(b \leq R) V_d} \frac{1}{2} CL \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dp p \frac{16b^4 p^2}{(b^4 + p^4)^2} = 2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2, b \leq R$

То же $b > R$, то $W_{ex} = \frac{1}{V_d} \frac{1}{2} CL \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dp p \frac{16b^4 p^2}{(b^4 + p^4)^2} = \left| p^4 = u \right| =$

$= \frac{1}{V_d} \pi CL \cdot 4b^4 \int_0^R \frac{1}{(b^4 + u)^2} du = \frac{1}{\pi R^2 L} \pi CL \cdot 4b^4 \left(-\frac{1}{b^4 + u} \right) \Big|_0^R = \frac{C}{R^2} 4b^4 \left[\frac{1}{b^4 + R^4} - \frac{1}{b^4} \right] (-1) =$

$= \frac{C}{R^2} 4b^4 \frac{R^4}{(b^4 + R^4)b^4} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{4}{1 + (b/R)^4}$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{V_d} W_{ex} = 2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left\{ \begin{array}{l} 1, b \leq R \\ \frac{4}{1 + (b/R)^4}, b > R \end{array} \right\}$ - то

то же W_{ex} of "vortex" usova.

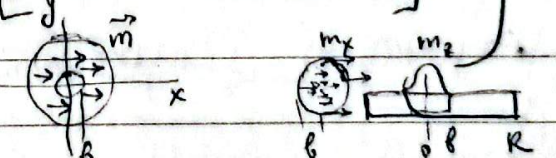
$\text{div} \vec{m} = \frac{1}{p} \left(m_p + \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial m_p}{\partial p} = \frac{\partial m_p}{\partial p} = \cos\varphi \cos\theta \frac{\partial \theta}{\partial p}$ $(\vec{m} \cdot \vec{n})_s = m_p$ - то же

В итоге, то $\text{div} \vec{m} \neq 0$ только в "core" $p \leq b$.

$\varphi_m(\vec{r}) = - \int d^3r' \frac{\text{div} \vec{m}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \oint_S \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int d\vec{k} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \sum_{\vec{r}'} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}'} J_0(k\rho) J_0(k\rho')$

Векторы $\vec{m}(\vec{r})$ Core. new "vortex" - 1? $\varphi_0 = 0$. 10/8

$\left\{ \begin{array}{l} m_x = m_p \cos\varphi - m_\varphi \sin\varphi = \sin\theta [\cos^2\varphi + \sin^2\varphi] = \sin\theta \\ m_y = m_p \sin\varphi + m_\varphi \cos\varphi = \sin\theta [\cos\varphi \sin\varphi - \sin\varphi \cos\varphi] = 0 \\ m_z = \cos\theta \end{array} \right\}$

$\vec{m}(\vec{r}) = (\sin\theta, 0, \cos\theta)$  i.e.

то же $\vec{m}$ в "core" a $m_x = 1$ - hom. dot.
 в "core" $\vec{m} \in xOz$, m_x и m_z падают на некое направление xOz - "core". Тогда $\vec{m}(\vec{r})$ и вектор W_{ex} и W_m (из-за m_z) не
 $\varphi_0 = 0$ и hom. dot $m_x = 1$ где $\forall \varphi$, т.е. не зависит, разве что есть LONH.

$\Rightarrow$ Векторы $\vec{m}$ и W_m "vortex" - new or 8/8 ($\nu=2$).

$\varphi(\vec{r}) = \varphi_v(\vec{r}) + \varphi_s(\vec{r})$, $\varphi_v(\vec{r}) = - \int d^3r' \frac{\text{div} \vec{m}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$, $\varphi_s(\vec{r}) = \oint_S \frac{\vec{n}' \cdot \vec{m}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$
 $\varphi_v(\vec{r}) = - \int d^3r' \int d\vec{k} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \sum_{\vec{r}'} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}'} J_0(k\rho) J_0(k\rho') \cos\varphi' \left[\frac{2}{p} \sin\theta + \cos\theta \frac{\partial \theta}{\partial p} \right]$
 $\cos\varphi' = \int d\varphi' e^{-i\varphi'} \frac{1}{2} (e^{i\varphi'} + e^{-i\varphi'}) = \pi (\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1})$

Date. 11.10.

$$\begin{aligned}\varphi_V(\vec{r}) &= - \int d^3z' \int d^3p' \int dk e^{-k|z-z'|} \left[\frac{2}{p'} \sin \theta(p') + \cos \theta(p') \frac{\partial \theta(p')}{\partial p'} \right] \pi \left[e^{i\varphi} J_1(kp) + e^{-i\varphi} J_1(kp') \right] \\ &= -2\pi \int d^3z' \int d^3p' \int dk e^{-k|z-z'|} \left[\dots \right] J_1(kp) J_1(kp') \cos \varphi = \\ &= -2\pi \cos \varphi \int d^3z' \int d^3p' \int dk e^{-k|z-z'|} \left[\frac{8b^6 p'}{(b^4 + p'^4)^2}, p' \leq b \right. \\ &\quad \left. \frac{2}{p'}, p' > b \right] J_1(kp) J_1(kp') \\ \varphi_V(\vec{r}) &= -4\pi \cos \varphi \int dk \int d^3z' \int d^3p' e^{-k|z-z'|} \left[\frac{4b^6 p'}{(b^4 + p'^4)^2}, p' \leq b \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{p'}, p' > b \right] J_1(kp) J_1(kp') \\ &= -4\pi \cos \varphi \int dk \int d^3z' e^{-k|z-z'|} \left[4b^6 \int_0^b d^3p' \frac{p'^2}{(b^4 + p'^4)^2} J_1(kp) J_1(kp') + \int_b^R d^3p' J_1(kp) J_1(kp') \right] = \\ &= -4\pi \cos \varphi \int dk \int d^3z' e^{-k|z-z'|} J_1(kp) \left[4b^6 \int_0^b d^3p' \frac{p'^2}{(b^4 + p'^4)^2} J_1(kp') + \int_b^R d^3p' J_1(kp') \right] = \\ &= -4\pi \cos \varphi \int dk \int d^3z' e^{-k|z-z'|} J_1(kp) \left[\frac{1}{k} \{J_0(kR) - J_0(kb)\} + 4b \cdot \int_0^1 \frac{J_1(kbx)}{(1+x^4)^2} x^2 dx \right] \\ W_m^V &\sim \int_{V_d} d^3\vec{r} \operatorname{div} \vec{m}(\vec{r}) \cdot (\varphi_V(\vec{r}) + \varphi_S(\vec{r}))\end{aligned}$$

By eq. M5:
$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) \varphi(\vec{r}) + \frac{1}{2} \oint_{S_d} dS \partial(\vec{r}) \varphi(\vec{r})$$

— we need harmonics. frequency given. $\rho(\vec{r}) = -\operatorname{div} \vec{m}(\vec{r})$, $\partial(\vec{r}) = \vec{m}(\vec{r}) \cdot \vec{n}$

1/x $\rightarrow W_m = \frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) [\varphi_V(\vec{r}) + \varphi_S(\vec{r})] + \frac{1}{2} \oint_{S_d} dS \partial(\vec{r}) [\varphi_V(\vec{r}) + \varphi_S(\vec{r})] =$

$$= \frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) \varphi_V(\vec{r}) + \frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) \varphi_S(\vec{r}) + \frac{1}{2} \oint_{S_d} dS \partial(\vec{r}) \varphi_V(\vec{r}) + \frac{1}{2} \oint_{S_d} dS \partial(\vec{r}) \varphi_S(\vec{r})$$

(I) (II) (III) (IV)

(I) $\frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) \varphi_V(\vec{r}) = \frac{1}{2} (-1) \int_{V_d} d^3\vec{r} \operatorname{div} \vec{m}(\vec{r}) \cdot \varphi_V(\vec{r}) = -\frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \cos \varphi \cdot 2 \left[\frac{4b^6 p}{(b^4 + p^4)^2}, p \leq b \right. \\ \left. \frac{1}{p}, p > b \right] \\ \times (-4\pi) \cos \varphi \int dk \int d^3z' e^{-k|z-z'|} J_1(kp) [\dots] = 4\pi \int_0^L dz \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R dp p \cos^2 \varphi \left[\frac{4b^6 p}{(b^4 + p^4)^2}, p \leq b \right. \\ \left. \frac{1}{p}, p > b \right] \\ \times \int_0^\infty dk \int_0^L dz' e^{-k|z-z'|} J_1(kp) [\dots], \quad \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi [1 + \cos 2\varphi] = \pi \\ \int_0^L dz \int_0^L dz' e^{-k|z-z'|} = \frac{2L}{k} f(kL), \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x} (1 - e^{-x})$

$\frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) \varphi_V(\vec{r}) = 4\pi \int_0^L dk \frac{2L}{k} f(kL) \cdot \pi \int_0^R dp p \left[\frac{4b^6 p}{(b^4 + p^4)^2}, p \leq b \right. \\ \left. \frac{1}{p}, p > b \right] J_1(kp) [\dots]$

$\rightarrow I_V(k) \equiv \int_0^R dp p \left[\frac{4b^6 p}{(b^4 + p^4)^2}, p \leq b \right. \\ \left. \frac{1}{p}, p > b \right] J_1(kp) = [\dots] = \frac{1}{k} \{J_0(kR) - J_0(kb)\} + 4b \int_0^1 \frac{J_1(kbx)}{(1+x^4)^2} x^2 dx$

Thus $\frac{1}{2} \int_{V_d} d^3\vec{r} \rho(\vec{r}) \varphi_V(\vec{r}) = 8\pi^2 L \int_0^\infty dk \frac{f(kL)}{k} I_V^2(k)$

Wm of vortex $c \nabla = 2$

Date.

$$\varphi_s(\vec{r}) = \oint_{S_d} \frac{\vec{n} \cdot \vec{m}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int_{S_d} dS' [\dots] + \int_{S_d} dS' [\dots] = \varphi_s^T + \varphi_s^\delta(\vec{r})$$

$(z=0, L)$ (top) $(p=R)$ (outer)

$$(\vec{n} \cdot \vec{m}(\vec{r}'))_{S_r} = m_z(z=0, L, \vec{r}) - \text{circulation around vortex, } a p(\vec{r}) \sim \cos \varphi.$$

$$(II) \frac{1}{2} \int d^3\vec{r} p(\vec{r}) \varphi_s(\vec{r}) = \frac{1}{2} \int d^3\vec{r} p(\vec{r}) [\varphi_s^T(\vec{r}) + \varphi_s^\delta(\vec{r})] = \frac{1}{2} \int d^3\vec{r} p(\vec{r}) \varphi_s^\delta(\vec{r})$$

no gas braga

$\varphi_s^\delta(\vec{r})$ Cobnagaer c norenymanom hom. dat c nabepruocem
Japeregen $(\vec{n} \cdot \vec{m})_{p=R} = \sin \theta(R) \cos \varphi$ u $\vec{M}_0 \parallel OX$. To duno $4/\pi$ u $4/\sqrt{\pi}$ ggr.
Jue $\vec{M}_0 \parallel OY$.

$$\varphi_s^\delta(\vec{r}) = \oint_{p=R} dS' \frac{(\vec{m}(\vec{r}') \cdot \vec{n}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int_0^L dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' R \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$$

$$\times \sin \theta(R) \cos \varphi' = R \int_0^L dz' \int dk e^{-k|z-z'|} \sin \theta(R) 2\pi \cos \varphi J_1(kp) J_1(kp') =$$

$$= 2\pi R \cos \varphi \sin \theta(R) \int_0^L dz' \int dk e^{-k|z-z'|} J_1(kp) J_1(kR), \quad \varphi_s^\delta(\vec{r}) \sim \cos \varphi, \varphi_v(\vec{r}) \sim \cos \varphi$$

$$\frac{1}{2} \int d^3\vec{r} p(\vec{r}) \varphi_s^\delta(\vec{r}) = \frac{1}{2} \int dz \int d\varphi \int p dp \cdot 2 \cos \varphi \left[\frac{4\pi^2 p / (b^4 + p^4)^2, p \leq b}{1/p, p > b} \right] (-1) \times$$

$$\times 2\pi R \sin \theta(R) \cos \varphi \int_0^L dz' \int dk e^{-k|z-z'|} J_1(kp) J_1(kR) =$$

$$= (-1) 2\pi R \sin \theta(R) \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^L dz \int_0^L dz' e^{-k|z-z'|} J_1(kR) \int_0^R dp p \left[\frac{4\pi^2 p / (b^4 + p^4)^2, p \leq b}{1/p, p > b} \right] J_1(kp)$$

$$= (-1) 2\pi R \sin \theta(R) \pi \int_0^L dk \frac{2L}{k} f(kL) J_1(kR) I_v(k) = (-1) 4\pi^2 RL \sin \theta(R) \int_0^L dk f(kL) J_1(kR) I_v(k)$$

$$\frac{1}{2} \int d^3\vec{r} p(\vec{r}) \varphi_s(\vec{r}) = (-1) 4\pi^2 RL \sin \theta(R) \int_0^L dk f(kL) J_1(kR) I_v(k)$$

$$(III) \frac{1}{2} \oint_{S_d} dS \partial_r(\vec{r}) \varphi_v(\vec{r}) = \frac{1}{2} \int_{(z=0, L)} dS \partial_r(\vec{r}) \varphi_v(\vec{r}) + \frac{1}{2} \int_{(p=R)} dS \partial_r(\vec{r}) \varphi_v(\vec{r}) =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{p=R} dS \sin \theta(R) \cos \varphi (-4\pi) \cos \varphi \int_0^L dz' \int dk e^{-k|z-z'|} J_1(kp) I_v(k) = \left| \int_{p=R} dS = R \int dz \int d\varphi \right|$$

$$= (-1) 2\pi \sin \theta(R) R \int_0^L dz \int d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^L dz' \int dk e^{-k|z-z'|} J_1(kR) I_v(k) =$$

$$= (-1) 4\pi^2 \sin \theta(R) RL \int_0^L dk f(kL) J_1(kR) I_v(k), \text{ r.e. cobnagaer co } \vec{n} \cdot \vec{r} \text{ znenom.}$$

$$(IV) \frac{1}{2} \oint_{S_d} dS \partial_r(\vec{r}) \varphi_s(\vec{r}) = \frac{1}{2} \int_{(z=0, L)} dS \partial_r(\vec{r}) [\varphi_s^T(\vec{r}) + \varphi_s^\delta(\vec{r})] + \frac{1}{2} \int_{(p=R)} dS \partial_r(\vec{r}) [\varphi_s^T(\vec{r}) + \varphi_s^\delta(\vec{r})] =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{(z=0, L)} dS \partial_r(\vec{r}) \varphi_s^T(\vec{r}) + \frac{1}{2} \int_{(p=R)} dS \partial_r(\vec{r}) \varphi_s^\delta(\vec{r}).$$

for braga pacem. anuomomno
"Vortex" Jacob or 23/III, $\partial_r(\vec{r})$ rano
gryue.

$$\frac{1}{2} \int_{(z=0, L)} dS \partial_r(\vec{r}) \varphi_s^T(\vec{r}) = (2\pi)^2 \int_0^L dz \int_0^L dz' \cos \theta(p) \cos \theta(p') \int dk (1 - e^{-kL}) J_0(kp) J_0(kp') - \text{anaom.}$$

23/III

Escaneado con CamScanner

$$\text{So } m_{\text{eff}}(\cos \theta, p) = \frac{6^2 - p^2}{6^2 + p^2}, \quad p \in \mathbb{R} \quad \text{A positive or "bottleneck" value } m_2(p) = \frac{6^2 - p^2}{6^2 + p^2}$$

$$J_4 = 2\pi \int_0^6 (4r \cos(\theta(r))) J_0(4r) = 2\pi 6^2 1(46), \quad I(x) = \int_0^x 4r \left(\frac{1-r^2}{1+r^2} \right) J_0(2r)$$

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \, \phi_1(\tau) \phi_2^*(\tau) = (2\pi)^2 \delta^4 \int_0^{\infty} d\ell \, (1 - e^{-\ell}) \Gamma^2(\ell) = (2\pi)^2 \delta^4 \int_0^{\infty} d\ell \, (1 - e^{-\ell/2}) \Gamma^2(\ell).$$

$$\frac{1}{2} \int_{(\varphi=R)} d\varphi \, \partial_r(r) \psi_r^S(r) = \frac{1}{2} \int d\varphi \, R \{ d\varphi \sin\theta(R) \cos\varphi \cdot 2\pi R \cos\varphi \sin\theta(R) \} \int dr' \sqrt{h} e^{6\lambda(r')} J_1^2(r'),$$

$$= \frac{1}{2} R 2 \pi R \omega^2 D(R) \int_0^R \cos^2 \varphi \int_0^b \int_0^{2\pi} d\alpha d\alpha' e^{-b(1-\cos\alpha)} J_1^2(bR)$$

$$= \pi^2 R^2 \sin^2 \theta(R) \int_0^L 2L f(kL) J_1^2(kR) = 2\pi^2 R^2 L \sin^2 \theta(R) \int_0^1 \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR)$$

с 10160 до 80 м. $\sin^2 \theta(P)$ - это минимизация. Измеряем $\sin^2 \theta$ в $N^2/4$.

1. Normalen normaler Ortho Drop neu WV det (n=2):

$$W_m = 8\pi^2 L \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) I_v^2(k) = 8\pi^2 RL \ln \theta(R) \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_1(kR) I_v(k) +$$

$$+ (2\pi)^2 \epsilon^3 \int_0^{\infty} dt (1 - e^{-\frac{1}{2}t}) I^2(t) + 2\pi^2 R^2 L \sin^2 \alpha(R) \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} J_0(kL) J_1^2(kR), \quad V_d = \pi R^2 L$$

$$\frac{1}{V_n} W_n = \frac{8\pi}{R^2} \int_0^R dk J_V^2(k) - 8\pi \frac{\sin\theta(R)}{R} \int_0^R dk J_1(kR) J_V(k) + 2\pi \sin^2\theta(R) \int_0^R dk J_1^2(kR) +$$

$$+ 2^2 \pi \frac{6^3}{R^2 L} \int dt (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) I^2(t) = 25 \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} g(kL) \left[\frac{4}{R^2} I_v^2(k) - \frac{4}{R} \sin O(R) J_1(kR) I_v(k) + \right.$$

$$+ 6h^2 O(R) J_1^2(kR) \Big] + 4\pi \frac{b^3}{R^2 L} \int dt (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) I^2(t)$$

$$\frac{1}{V_d} W_m = 2\pi \int_0^\infty \frac{dk}{k} S(kL) \left[\frac{2}{R} I_v(k) - \sin \theta(R) J_1(kR) \right]^2 + 4\pi \frac{b^3}{R^2 L} \int_0^\infty dt [1 - e^{-\frac{1}{2}t}] I^2(t)$$

и/или энергии за счет облучения

первое тело. не-исв M_2

и' доковых поверх. зарядов, которых не было у "выстрел" (D=1) 4.6.64

$$\sin \theta(R) = \begin{cases} 1, & \theta \in \mathbb{R} \\ 2G^2 R^2 / (G^4 + R^4), & \theta \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Расчет с К. Мосюков 12-31/8.

12-16/II Обсуждение программных работ и $v=1,2$ вых. с к. Метод
Ур. Эйлера для вых. и его устойчивость 8^{11} в.

17/7 (ii) Kance Stray field d_m^2 nag gavan gae "vortex" e $\nu=2$?

Асимптотически-нормальное распределение $\varphi_V(\vec{r})$, $\varphi_S^S(\vec{r}) \sim \cos \varphi$.

$$\psi_V(\vec{r}) = -4\pi \cos\varphi \int dk \int dz' e^{-k|z-z'|} J_1(k\rho) I_V(k)$$

One goes to $z \gg l$, $z \gg z_1$: $\int_0^l dz' e^{-k|z-z'|} = e^{-kz} \int_0^l dz' e^{kz'} = e^{-kz} \frac{1}{k} (e^{kl} - 1)$

Аналогично vortex $O(z) = \frac{z-a}{1-az}$

Date.

$$\psi(z) = -4\pi \cos\varphi \int_0^z \frac{dk}{k} e^{-k^2} (e^{k^2} - 1) J_1(k\rho) J_0(k)$$

Взяв $\psi(z)$ в H_m^2 : $H_m^2(z) = -\frac{\partial \psi(z)}{\partial z} = 4\pi \cos\varphi \int_0^z dk e^{-k^2} (e^{k^2} - 1) J_1(k\rho) J_0(k)$

$H_m^2(z) \sim \cos\varphi$, так же не симметрично газу - vortex
 $H_m^2(z) \sim \cos\varphi$ и MFM vortex на hom. dot.
 или $\psi(z)$. Скорее всего MFM-типа vortex vortex $w(z) = 1/2$.

Рассет аналогично "vortex" Губа (не rigid'ного, а обменная и.)

$$\vec{m}(z) = (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta), \quad \theta(z), \varphi(z), \quad \vec{m} = \frac{\vec{M}}{M_s}, \quad |\vec{m}| = 1$$

параметры намагниченности в газе.

$$m_x + im_y = \frac{2W(z)}{1+|W|^2}, \quad m_z = \frac{1-|W|^2}{1+|W|^2}, \quad W = \tan\frac{\theta}{2} e^{i\varphi}$$

$z = x + iy$. Взяв кривую $W(z)$ определяем $\vec{m}(z)$ vortex.
 $|z| = \rho$.

$$W(z) = \begin{cases} i \frac{(z/c)^p}{|z|^p}, & |z| \leq c, \quad \frac{\rho}{R} \leq c \\ i \frac{z^p}{|z|^p}, & z > c \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{— контур ВР с тен.} \\ \text{защитом } \gamma \end{matrix}$$

Случай vortex на $a = x_c + iy_c$ аналогично $z \rightarrow O(z) = \frac{z-a}{1-a^*z} = z'$

Для vortex Губа $\gamma = 1$ и предположим $a = \bar{a}$ (случай $\parallel O_x$).

$$W(z) = \begin{cases} e^{i\pi/2} \frac{1}{c} \frac{z-a}{1-az} & \frac{\rho}{R} \leq c, |z| \leq c \\ i \frac{z-a}{1-az} \frac{1}{|O(z)|} & \frac{\rho}{R} > c, |z| > c \end{cases} \quad W(z) = \begin{cases} \frac{1}{c} O(z), & |z| \leq c \\ i \frac{O(z)}{|O(z)|}, & |z| > c \end{cases}$$

$$d\vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

$$\frac{z-a}{1-az} = \frac{x+iy-a}{1-a(x+iy)} = \frac{(x-a)+iy}{(1-ax)-iay} \cdot \frac{(1-ax)+iay}{(1-ax)+iay} =$$

$$= \frac{(x-a)(1-ax) - ay^2 + iy[1-ax+a(x-a)]}{(1-ax)^2 + a^2y^2} = \frac{(x-a)(1-ax) - ay^2 + iy(1-a^2)}{(1-ax)^2 + a^2y^2}$$

$$\frac{z-a}{1-az} = \frac{\rho \cos\varphi - a + a^2 \rho \cos\varphi - a\rho^2 + i \rho \sin\varphi (1-a^2)}{1-2a\rho \cos\varphi + a^2\rho^2} = \left| z = \frac{\rho}{R} e^{i\varphi} \right| =$$

$$= \frac{(1+a^2)\rho \cos\varphi - a(1+\rho^2) + i \rho \sin\varphi (1-a^2)}{1-2a\rho \cos\varphi + a^2\rho^2} = \frac{\rho e^{i\varphi} - a(1+\rho^2) + a^2 \rho e^{-i\varphi}}{1-2a\rho \cos\varphi + a^2\rho^2}$$

Date.

By using "core":
$$W(z) = \frac{i}{c} \frac{(1+a^2)p \cos \varphi - a(1+p^2) + ip \sin \varphi (1-a^2)}{1 - 2ap \cos \varphi + p^2 a^2}$$

$$|W(z)|^2 = \frac{1}{c^2} \frac{[(1+a^2)^2 p^2 \cos^2 \varphi + a^2(1+p^2)^2 - 2a(1+p^2)(1+a^2)p \cos \varphi + p^2 \sin^2 \varphi (1-a^2)^2]}{[1 - 2ap \cos \varphi + p^2 a^2]^2} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \frac{1}{[\dots]^2} [(1+a^4)p^2 + 2a^2 p^2 \cos 2\varphi + a^2(1+p^2)^2 - 2ap(1+a^2)(1+p^2) \cos \varphi]$$

$$\begin{cases} m_x = \frac{2}{1+|W|^2} \operatorname{Re}(W) = \frac{2}{1+|W|^2} \frac{(-1)}{c} \frac{p \sin \varphi (1-a^2)}{[1 - 2ap \cos \varphi + p^2 a^2]} \\ m_y = \frac{2}{1+|W|^2} \operatorname{Im}(W) = \frac{2}{1+|W|^2} \frac{1}{c} \frac{(1+a^2)p \cos \varphi - a(1+p^2)}{[1 - 2ap \cos \varphi + p^2 a^2]} \end{cases} \quad \text{--- By using "core"}$$

$$W(z) = \frac{i}{c} \frac{z-a}{1-\bar{a}z} = \frac{i}{c} \frac{[(1+a^2)p \cos \varphi - a(1+p^2) + ip \sin \varphi (1-a^2)]}{[1 - 2ap \cos \varphi + p^2 a^2]}$$

$$= \frac{1}{c} \frac{[-p \sin \varphi (1-a^2) + i \{(1+a^2)p \cos \varphi - a(1+p^2)\}]}{[1 - 2ap \cos \varphi + p^2 a^2]} = \frac{1}{c} \frac{\sin \theta}{2} e^{i\Phi}$$

$$\tan \Phi = \frac{(1+a^2)p \cos \varphi - a(1+p^2)}{p \sin \varphi (1-a^2)}, \quad \tan^2 \frac{\theta}{2} = |W|^2$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = \frac{\partial}{\partial x} [\sin \theta \cos \Phi] + \frac{\partial}{\partial y} [\sin \theta \sin \Phi] = \cos \Phi \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} +$$

$$+ \sin \theta (-1) \sin \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \sin \Phi \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} + \sin \theta \cos \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} =$$

$$= m_z \left[\cos \Phi \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin \Phi \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + m_x \frac{\partial \Phi}{\partial y} - m_y \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

13/2 $W(z) = W_1(z) + iW_2(z)$

$$\frac{dW(z)}{dz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) [W_1 + iW_2] = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial W_1}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial y} + i \left(\frac{\partial W_2}{\partial x} - \frac{\partial W_1}{\partial y} \right) \right]$$

$$m^+ = m_x + im_y, \quad \frac{dm^+}{dz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + i \left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} [\operatorname{div} \vec{m} + i (\operatorname{rot} \vec{m})_z]$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial m^+}{\partial z} = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial z} \frac{2W(z)}{1+|W|^2}, \quad z' = O(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$$

$$W(z) = \begin{cases} \frac{i}{c'} z', & |z'| < c' \\ i \frac{z'}{|z'|}, & |z'| > c' \end{cases}, \quad c' \text{ (небольшая "core" при } a \neq 0) \text{ равно } c \text{ case } a=0.$$

Условие биполе $m_2 = 1$ параметризован u при $z=a$.

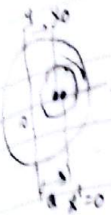
Date.

$N_2 \cdot (1 - |w|^2) = 0$ даёт формулу "core" численного биполя (формулы "core").

$$|z'| = c', \quad |w|^2 = \frac{|z'|^2}{c'^2} = 1, \quad \left| \frac{z-a}{1-az} \right|^2 = c'^2$$

$$\left| \frac{z-a}{1-az} \right|^2 = \frac{[(1+a^2)x - a(1+p^2)]^2 + y^2(1-a^2)^2}{[(1-ax)^2 + a^2y^2]^2} = \frac{(1+a^2)^2x^2 + a^2(1+p^2)^2 - 2a(1+a^2)(1+p^2)x}{[\quad]^2}$$

$$+ y^2(1-a^2)^2 = \frac{1}{[\quad]^2} \left[(1+a^4)p^2 + a^2(1+p^2)^2 + 2a^2(x^2-y^2) - 2a(1+a^2)(1+p^2)x \right]$$



Гипербла не u при $|z'|^2 = c'^2$, а на численном эквипотенциале. Гипербла u при $|z' - z'_0| = c'$?

$$\text{формула } w(z) = \begin{cases} \frac{i z'}{c}, & |w| \leq 1, \quad w(z) = \frac{i z'}{c} z \\ i \frac{z'}{|z'|}, & |w| > 1 \end{cases}$$

Проверка $|w|^2 = 1$ - формула "core".

$$1 = |w(z)|^2 = \left| \frac{i z'}{c} \right|^2 = \left| \frac{i}{c} \frac{z-a}{1-az} \right|^2 = \frac{1}{c^2} \left| \frac{z-a}{1-az} \right|^2$$

$$\begin{aligned} (1+a^4)p^2 + \dots &= (1+a^4)p^2 + a^2(1+p^2)^2 + 2a^2(x^2-y^2) - 2a(1+a^2)(1+p^2)x = \\ &= c^2 \left[(1-ax)^4 + a^4y^4 + 2a^2y^2(1-ax)^2 \right] \\ (1+a^4)p^2 + \dots &= c^2 \left[1 + 4a^2x^2 + a^4p^4 - 4ax + 2a^2p^2 - 4a^3xp^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1+a^4)p^2 + \dots &= (1+a^4)p^2 + a^2(1+p^2)^2 + 2a^2(2x^2-p^2) - 2a(1+a^2)(1+p^2)x = \\ &= (1+a^4)p^2 + a^2[1+p^4+2p^2-2p^2] + 4a^2x^2 - 2a(1+a^2)(1+p^2)x = \\ &= (1+a^4)p^2 + (1+p^4)a^2 + 4a^2x^2 - 2a(1+a^2)(1+p^2)x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |w|^2 &= \frac{1}{c^2} \left| \frac{z-a}{1-az} \right|^2 = \frac{1}{c^2} \frac{z-a}{1-az} \cdot \left(\frac{z-a}{1-az} \right)^* = \frac{1}{c^2} \frac{(z-a)(z^*-a)}{(1-az)(1-az^*)} = \\ &= \frac{1}{c^2} \frac{zz^* - a(z+z^*) + a^2}{1 - a(z+z^*) + a^2zz^*} = \frac{1}{c^2} \frac{p^2 - 2ax + a^2}{1 - 2ax + a^2p^2}, \quad |w|^2 = 1 - \text{формула "core"} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^2 - 2ax + a^2 &= c^2[1 - 2ax + a^2p^2] \\ p^2(1 - c^2a^2) - 2ax(1 - c^2) + a^2 - c^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-x_0)^2 + y^2 &= r^2 \rightarrow p^2 + x_0^2 - 2x_0x - r^2 = 0 \\ x_0 &= a \frac{1-c^2}{1-c^2a^2}, \quad -r^2 + x_0^2 = \frac{a^2-c^2}{1-c^2a^2}, \quad r^2 = x_0^2 - \frac{a^2-c^2}{1-c^2a^2} = c^2 \frac{(1-a^2)^2}{(1-c^2a^2)^2} \end{aligned}$$

Условие биполя, гиперблы "core" - формулы, $z(a)$ - формула "core".

Date.

(Cylindrical "core": $(x-x_0)^2 + y^2 = r^2$, $x_0 = a \frac{1-c^2}{1-c^2 a^2}$, $r = \frac{c(1-a^2)}{1-c^2 a^2}$)

$\text{div} \vec{m} = 2 \text{Re} \frac{\partial}{\partial z} \frac{2W(z)}{1+|W|^2}$, $W(z) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{i}{c} O(z), \text{ "bore", "core", } |W| < 1 \\ i \frac{O(z)}{|O(z)|}, \text{ "bore", "core" } \end{array} \right\}$

"bore", "core" $|W|^2 = \left| i \frac{O(z)}{|O(z)|} \right| = 1$

$\text{div} \vec{m} = 2 \text{Re} \frac{\partial W(z)}{\partial z} = 2 \text{Re} \frac{\partial}{\partial z} i \frac{O(z)}{|O(z)|} = 2 \text{Re} \frac{\partial}{\partial z} i e^{i\Phi} = -2 \text{Re} e^{i\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial z}$

$O(z) = |O(z)| e^{i\Phi(z)}$

$O(z) = \frac{z-a}{1-az}$, $|O(z)| = \sqrt{\frac{p^2 - 2ax + a^2}{1 - 2ax + a^2 p^2}}$, $\Phi(z) = \arctan \frac{p \sin \varphi (1-a^2)}{(1+a^2) p \cos \varphi - a(1-p^2)}$

$p^2 = x^2 + y^2$

$|O(z)| = \sqrt{O(z) \cdot O^*(z)} = \sqrt{\frac{z-a}{1-az} \cdot \frac{z^*-a}{1-az^*}}$

$\text{div} \vec{m} = 2 \text{Re} i \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{z-a}{1-az} \right) \frac{1}{\sqrt{\frac{z-a}{1-az} \cdot \frac{z^*-a}{1-az^*}}} = 2 \text{Re} i \sqrt{\frac{1-az^*}{z^*-a}} \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{\frac{z-a}{1-az}} =$

$= 2 \text{Re} i \sqrt{x} \frac{1}{2 \sqrt{\frac{z-a}{1-az}}} \cdot \frac{[1-az - (z-a)(-a)]}{(1-az)^2} = \text{Re} i \sqrt{\frac{1-az^*}{z^*-a}} \frac{1-az^*}{z-a} \frac{1-a^2}{(1-az)^2}$

$= (1-a^2) |O(z)|^{-1} \text{Re} i \frac{1}{(1-az)^2} = -(1-a^2) \frac{1}{|O(z)|} \text{Im} \left[\frac{1}{(1-az)^2} \right]$

$\frac{1}{(1-az)^2} = \frac{1}{1-2az + z^2 a^2} = \frac{1}{1-2a(x+iy) + a^2(x^2-y^2+2ixy)}$

$= \frac{1}{[1-2ax + a^2(x^2-y^2)] + i[-2ay + 2a^2xy]} = \frac{1}{[.] + i2ay(ax-1)}$

$[.] - i2ay(ax-1)$

$\text{div} \vec{m} = \frac{-(1-a^2)}{|O(z)|} \frac{(-1)2ay(ax-1)}{[1-2ax + a^2(x^2-y^2)]^2 + 4a^2y^2(ax-1)^2} = \frac{(1-a^2)}{|O(z)|} \frac{2ay(ax-1)}{[.]^2 + 4a^2y^2(ax-1)^2}$

$\text{div} \vec{m}$ - reserves pyramides $y = p \sin \varphi$

Volume charges

Gubermanskiy - bore

$\rightarrow W_m^{\text{vol}} = \frac{1}{2} \int_V d^3r \rho(r) \phi_v(r) = \frac{1}{2} \int_V d^3r' \int_V d^3r \frac{\text{div} \vec{m}(r) \cdot \text{div} \vec{m}(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} =$

$= \frac{1}{2} \int_V d^3r \int_V d^3r' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{2} \int_V d^3r \int_V d^3r' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{2} \int_V d^3r \int_V d^3r' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int d^3k e^{-k|\vec{r} - \vec{r}'|} \sum_n e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} J_n(k\rho) J_n(k\rho')$

Date. 19. 10.

$$W_m^{(int)}(r, r' \text{ due } core) = \frac{1}{2} \int d^3r \int d^3r' \int dk e^{-k|r-r'|} \left[J_0 J_0 + 2 \sum_{\mu \neq 0} \cos \mu(\varphi - \varphi') J_\mu J_\mu \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{4a^2(1-a^2)^2}{[1-2ax+a^2(x^2-y^2)]^2 + 4a^2y^2(ax-1)^2} \cdot \frac{1}{[1-2ax'+a^2(x'^2-y'^2)]^2 + 4a^2y'^2(ax'-1)^2}$$

$$\sqrt{\frac{1-2ax+a^2y^2}{y^2-2ax+a^2}} \sqrt{\frac{1-2ax'+a^2y'^2}{y'^2-2ax'+a^2}} \int_0^1 dz dz' e^{-k|z-z'|} = \frac{2L}{k} f(kL)$$

$$J_0' \cos \mu(\varphi - \varphi') = J_0' \sin \mu \varphi \sin \mu \varphi' [\cos \mu \varphi \cos \mu \varphi' + \sin \mu \varphi \sin \mu \varphi']$$

no gogogo buraaga uku jape(...)

$$W_m^{(int)}(r, r' \text{ due } core) = \frac{2L}{2} \int \frac{dk}{k} f(kL) 4a^2(1-a^2)^2 \int d\varphi \int d\varphi' \int d\varphi' \int d\varphi'$$

$$\sum_{\mu \neq 0} J_\mu(k\varphi) J_\mu(k\varphi') \sin \mu \varphi \sin \mu \varphi' \frac{J_0' \sin \mu(ax-1)}{[1-2ax+a^2(x^2-y^2)]^2 + 4a^2y^2(ax-1)^2}$$

$$\frac{J_0' \sin \mu(ax-1)}{[1-2ax+a^2(x^2-y^2)]^2 + 4a^2y^2(ax-1)^2} \sqrt{\frac{1-2ax+a^2y^2}{y^2-2ax+a^2}} \sqrt{\frac{1-2ax'+a^2y'^2}{y'^2-2ax'+a^2}} \sim a^2(1-a^2)^2$$

$$J(k, a) = \int d\varphi \int d\varphi' J_\mu(k\varphi) \sin \mu \varphi \frac{J_0' \sin \mu(ax \cos \varphi - 1)}{[1-2ax+a^2(x^2-y^2)]^2 + 4a^2y^2(ax-1)^2} \sqrt{\frac{1-2ax+a^2y^2}{y^2-2ax+a^2}}$$

$$W_m^{(int)}(r, r' \text{ due } core) = \frac{8La^2(1-a^2)^2}{2} \int \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu \neq 0} J_\mu^2(k, a)$$

$$J_\mu(k, a=0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' J_\mu(k\varphi) \sin \mu \varphi \frac{(-\varphi) \sin \varphi}{\varphi} = -\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' J_\mu(k\varphi) \sin \mu \varphi$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \sin \mu \varphi \sin \mu \varphi' = -\pi \delta_{\mu,1} \int_0^{2\pi} d\varphi J_1(k\varphi) \delta_{\mu,1} = \left| \int dx J_1(x) x = f(\dots) \right|_{\text{seperate uku}} =$$

$$= -\pi \delta_{\mu,1} \int_0^{2\pi} d\varphi J_1(k\varphi) R^2 = -\pi \delta_{\mu,1} F_1(k) (R^2) \quad F_1(k, c) = \int_0^{2\pi} d\varphi J_1(k\varphi)$$

$$W_m^{(int)}(r, r' \text{ due } core) = \frac{8La^2R^2}{2} \int \frac{dk}{k} f(kL) \pi^2 F_1^2(k) = \frac{8\pi^2La^2R^2}{2} \int \frac{dk}{k} f(kL) F_1^2(k, c)$$

$$W_m^{(int)}(r, r' \text{ due } core) \quad W(z) = \frac{i}{c} O(z), \quad O(z) = \frac{z-a}{1-az} \quad 19/x$$

$$O(z) = (z-a) (1 + az + a^2z^2 + \dots) = z - a + az^2 - a^2z + a^2z^3 =$$

$$= z + a(z^2-1) + a^2z(z^2-1), \quad |W(z)|^2 = \frac{1}{c^2} |O(z)|^2 = \frac{1}{c^2} [z + a(z^2-1) + a^2z(z^2-1)]$$

$$[z + a(z^2-1) + a^2z(z^2-1)] = \frac{1}{c^2} [zz^* + a(z^2-1)z^* + a(z^2-1)z + a^2zz^*(z^2-1) + a^2z^*(z^2-1)z + a^2zz^*(z^2-1)]$$

Date: . . . Broyfman „Core“

$$|w(z)|^2 = \frac{1}{c^2} \left[|z|^2 + a \left\{ z(z^2-1) + z^*(z^2-1) \right\} + a^2 \left\{ z z^* (z^2+z^{*2}-2) + (z^2-1)(z^{*2}-1) \right\} \right]$$

$$w(z) = \frac{i}{c} \left[z + a(z^2-1) + a^2 z(z^2-1) \right]$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial z} \frac{2w(z)}{1+|w(z)|^2} = 4 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{i}{c} \right) \frac{[z + a(z^2-1) + a^2 z(z^2-1)]}{\frac{1}{c^2} [|z|^2 + a\{ \cdot \} + a^2 \{ \cdot \}]}$$

$$\frac{z + a(z^2-1) + a^2 z(z^2-1)}{[|z|^2 + a\{ \cdot \} + a^2 \{ \cdot \}]} = \frac{1}{|z|^2} [z + a(z^2-1) + a^2 z(z^2-1)] \frac{1}{1 + \frac{a}{|z|^2} \{ \cdot \} + \frac{a^2}{|z|^2} \{ \cdot \} }$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = 4 \operatorname{Re} \frac{\frac{\partial w}{\partial z} (1+|w|^2) - w(z) \frac{\partial |w|^2}{\partial z}}{(1+|w|^2)^2} = \frac{4}{(1+|w|^2)^2} \operatorname{Re} \left[\frac{\partial w}{\partial z} (1+|w|^2) - w \frac{\partial |w|^2}{\partial z} \right]$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{i}{c} [1 + 2az + a^2(z^2-1) + a^2 z \cdot 2z]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial |w|^2}{\partial z} &= \frac{1}{c^2} \left[z^* + a \left\{ z^{*2}-1 + 2zz^* \right\} + a^2 \left\{ z^* (z^2+z^{*2}-2) + z z^* \cdot 2z + 2z(z^{*2}-1) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{c^2} \left[z^* + a \left\{ z^{*2}-1 + 2|z|^2 \right\} + a^2 \left\{ -2(z+z^*) + z^{*3} + z|z|^2 + 2|z|^2(z+z^*) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = \frac{4}{(1+|w|^2)^2} \operatorname{Re} \left[\frac{i}{c} (1+2az + a^2(z^2-1)) (1+|w|^2) - \frac{i}{c} (z + a(z^2-1) + a^2 z(z^2-1)) \times \frac{1}{c^2} \left\{ z^* + a(z^{*2}-1 + 2|z|^2) + a^2 (2(z+z^*)(|z|^2-1) + z^{*3} + z|z|^2) \right\} \right] = \left| \frac{\partial w}{\partial z} (1+|w|^2) - w \frac{\partial |w|^2}{\partial z} \right| \sim a$$

$$= -\frac{1}{c} \frac{4}{(1+|w|^2)^2} \operatorname{Im} \left[(1+2az)(1+|w|^2) - (z + a(z^2-1)) \frac{1}{c^2} \left\{ z^* + a(z^{*2}-1 + 2|z|^2) \right\} \right] =$$

$$= -\frac{1}{c} \frac{4}{(1+|w|^2)^2} \operatorname{Im} \left[2az(1+|w|^2) - \frac{1}{c^2} \left\{ |z|^2 + a(z^2-1)z^* + a z (z^{*2}-1 + 2|z|^2) \right\} \right] =$$

$$= -\frac{1}{c} \frac{4}{(1+|w|^2)^2} \operatorname{Im} \left[2az(1+|w|^2) - \frac{a}{c^2} \left\{ (z^2-1)z^* + z(z^{*2}-1 + 2|z|^2) \right\} \right] =$$

$$= -\frac{2a}{c} \frac{4}{(1+|w|^2)^2} \operatorname{Im} \left[z(1+|w|^2) - \frac{1}{c^2} z|z|^2 \right] = -\frac{8a}{c} \frac{4}{(1+|w|^2)^2} \left[1+|w|^2 - \frac{|z|^2}{c^2} \right]$$

Уменьшаем $|w|^2 = \frac{1}{c^2} [|z|^2 + a \{ z(z^2-1) + z^*(z^2-1) \} + \dots]$, $c \rightarrow \infty$ „go a“:

$$\operatorname{div} \vec{m} = -\frac{8a}{c} \frac{4}{(1+|w|^2)^2} [1+O(a)] = -\frac{8a}{c} \frac{4}{\left(\frac{|z|^2}{c^2} + 1\right)^2} = -8ac^3 \frac{4}{(|z|^2+c^2)^2}$$

Т.е. Broyfman „Core“ $\operatorname{div} \vec{m} = -8ac^3 \frac{\rho \sin \varphi}{(\rho^2+c^2)^2}$ $c \rightarrow \infty$ „go a“.

Свойства „Core“ $c \rightarrow \infty$ „go a“: $\operatorname{div} \vec{m} = -\frac{2a\gamma}{\rho} = -2a \sin \varphi$ $c \rightarrow \infty$ „go a“.

Date.

$$W_m^{vel} = \frac{1}{2} \int_{r \in \text{core}} d^3r \int_{r' \in \text{core}} d^3r' \frac{\text{div} \vec{m}(r) \text{div} \vec{m}(r')}{|r-r'|} + \int_{r \in \text{core}} d^3r \int_{r' \in \text{core}} d^3r' \frac{\text{div} \vec{m}(r) \text{div} \vec{m}(r')}{|r-r'|} + \frac{1}{2} \int_{r, r' \in \text{core}} d^3r d^3r' \frac{\text{div} \vec{m}(r) \text{div} \vec{m}(r')}{|r-r'|}$$

$$W_m^{vel}(r, r' \in \text{core}) = \frac{1}{2} \int d^2z d^2z' \int d\varphi \int d\varphi' \int d\rho \int d\rho' \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$$

$$J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') (8ac^3)^2 \frac{\rho \sin \varphi}{(\rho^2+c^2)^2} \frac{\rho' \sin \varphi'}{(\rho'^2+c^2)^2}$$

$$\int d\varphi e^{i\mu\varphi} \sin \varphi = i \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \mu\varphi \sin \varphi = \pi i \delta_{\mu 1}$$

$$W_m^{vel}(r, r' \in \text{core}) = \frac{1}{2} \int dk \frac{2L}{k} f(kL) \int d\rho \rho \int d\rho' \rho' \sum_{\mu} J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') \frac{\rho}{(\rho^2+c^2)^2} \frac{\rho'}{(\rho'^2+c^2)^2}$$

$$(8ac^3)^2 \pi^2 \delta_{\mu 1} = L (8\pi ac^3)^2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) \int d\rho \rho J_1(k\rho) \frac{\rho}{(\rho^2+c^2)^2} \int d\rho' \rho' J_1(k\rho') \frac{\rho'}{(\rho'^2+c^2)^2}$$

$$\text{Define } G(k, c) = \int_0^c d\rho \rho J_1(k\rho) \frac{\rho}{(\rho^2+c^2)^2} \text{ , тогда}$$

$$W_m^{vel}(r, r' \in \text{core}) = L (8\pi)^2 a^2 c^6 \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) G^2(k, c)$$

$$J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') (-8ac^3) \frac{\rho' \sin \varphi'}{(\rho'^2+c^2)^2} (-2a) \sin \varphi = \int dk \frac{2L}{k} f(kL) (i\pi \delta_{\mu 1}) (-i\pi \delta_{\mu 1})$$

$$J_{\mu}(k\rho) J_{\mu}(k\rho') (16a^2 c^3) \frac{\rho'}{(\rho'^2+c^2)^2} = 32 L a^2 c^3 \pi^2 \int \frac{dk}{k} f(kL) \int d\rho \rho J_1(k\rho) \times$$

$$\times \int d\rho' \rho' J_1(k\rho') \frac{\rho'}{(\rho'^2+c^2)^2} = 32 \pi^2 L a^2 c^3 \int \frac{dk}{k} f(kL) F_1(k, c) G(k, c)$$

$$W_m^{vel} = \frac{8\pi^2 L a^2}{2} \int \frac{dk}{k} f(kL) F_1^2(k, c) + 32 \pi^2 L a^2 c^3 \int \frac{dk}{k} f(kL) F_1(k, c) G(k, c) + 64 \pi^2 L a^2 c^6 \int \frac{dk}{k} f(kL) G^2(k, c)$$

$$W_m^{vel} = 4\pi^2 L a^2 \int \frac{dk}{k} f(kL) [F_1^2(k, c) + 8c^3 F_1(k, c) G(k, c) + 16c^6 G^2(k, c)] =$$

$$= 4\pi^2 L a^2 \int \frac{dk}{k} f(kL) [F_1(k, c) + 4c^3 G(k, c)]^2, \quad V_d = 8\pi R^2 L \rightarrow \pi L \quad (R=1)$$

$$\frac{1}{V_d} W_m^{vel} = 4\pi a^2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) [F_1(k, c) + 4c^3 G(k, c)]^2$$

$$F_1(k, c) + 4c^3 G(k, c) = \int d\rho \rho J_1(k\rho) + 4c^3 \int d\rho \rho J_1(k\rho) \frac{\rho}{(\rho^2+c^2)^2} = \int d\rho \rho J_1(k\rho) F(\rho, c)$$

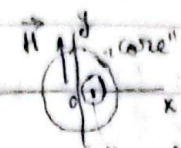
$$F(\rho, c) = \begin{cases} 4c^3 \rho / (\rho^2+c^2)^2, & \rho \leq c \\ 1, & \rho > c \end{cases} \text{ - функция } F(\rho, c) \text{ - } \rho \text{ - радиус } \vec{m}(r)$$

Date.

$$H_{Hoy} \quad y_p = \frac{1}{c} \sqrt{(x-x_0)^2 + y^2} = r^2$$

$$\langle m_y \rangle_{V_d} = L \int d^2 \vec{\rho} m_y(\vec{\rho}), \quad m_y(\vec{\rho}) = \frac{2}{1+|w|^2} \frac{\rho \cos \varphi - a(1+\rho^2)}{L1}$$

$$|w|^2 = \left\{ \begin{array}{l} 121/2, \text{ "core" } \\ 1, \text{ "buc" } \end{array} \right\}$$



$$x_0, \quad x_0 = a \frac{1-c^2}{1-a^2 c^2}$$

$$\int_{S_d} d^2 \vec{\rho} m_y(\vec{\rho}) = \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} m_y^{in}(\vec{\rho}) + \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} m_y^{out}(\vec{\rho}) =$$

$$= \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} [m_y^{in}(\vec{\rho}) - m_y^{out}(\vec{\rho})] + \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} m_y^{out}(\vec{\rho})$$

$$\int_{S_d} d^2 \vec{\rho} m_y^{out}(\vec{\rho}) = \int_0^1 \rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{2}{1+\rho^2} [\rho \cos \varphi - a(1+\rho^2)] = 0$$

$$m_y^{out}(\vec{\rho}) = \frac{2}{c} \frac{\rho \cos \varphi - a(1+\rho^2)}{1+|w|^2} = \frac{2c^{-1}}{1+|w|^2} [\rho \cos \varphi - a(1+\rho^2)] [1+2a\rho \cos \varphi]$$

$$= \frac{2c^{-1}}{1+|w|^2} [\rho \cos \varphi + 2a\rho^2 \cos^2 \varphi - a(1+\rho^2)] = \frac{2c^{-1}}{1+|w|^2} [\rho \cos \varphi + a\rho^2 \cos 2\varphi - a]$$

$$\int_{S_d} d^2 \vec{\rho} m_y^{out}(\vec{\rho}) = \int_0^1 \rho \rho \int_0^{2\pi} d\varphi [\rho \cos \varphi + a\rho^2 \cos 2\varphi - a] = -\pi a \quad \text{небесно}$$

$$\int_{S_d} d^2 \vec{\rho} [m_y^{in} - m_y^{out}] = \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} [\rho \cos \varphi + a\rho^2 \cos 2\varphi - a] 2 \left[\frac{1}{1+|w^{in}|^2} - \frac{1}{1+|w^{out}|^2} \right] =$$

$$= \int_{S_d} d^2 \vec{\rho} [\rho \cos \varphi + a\rho^2 \cos 2\varphi - a] \left[\frac{2}{1+\frac{1}{c^2} \{ |z|^2 + a \{ \dots \} \}} - 1 \right]$$

$$\{ \dots \} = z(z^* - 1) + z^*(z^2 - 1) = |z|^2 z^* + |z|^2 z - (z + z^*) = (z + z^*)(|z|^2 - 1) = 2\rho \cos \varphi (\rho^2 - 1)$$

Векторное поле. Вектор $m_y = \frac{2}{c} \frac{\rho \cos \varphi - a(1+\rho^2)}{1+|w|^2}$ "бук" "core"

Вектор "core" $w(z) = i \frac{O(z)}{I(z)}$ "core" $m_y = \frac{2 \operatorname{Im} w}{1+|w|^2}$ "core" (с бун. $|w|^2 = 1$).

Вектор "core" $w(z) = \frac{i}{I(z)} \frac{z-a}{1-az}$, $m_y = \operatorname{Im} w = \frac{1}{|O(z)|} \operatorname{Re} \frac{z-a}{1-az} =$

$$= \frac{1}{|O(z)|} \operatorname{Re} \left[\frac{z+a(z^2-1)}{1-az} \right] = \frac{1}{|O(z)|} \operatorname{Re} [x+iy + a(x^2-y^2+2ixy-1)] =$$

$$= \frac{\rho \cos \varphi + a(\rho^2 \cos 2\varphi - 1)}{|O(z)|}, \quad |O(z)|^2 = |z|^2 + a(z+z^*)(|z|^2-1) = \rho^2 + 2\rho \cos \varphi a(\rho^2-1)$$

$$m_y(\vec{\rho}) = \frac{\rho \cos \varphi + a(\rho^2 \cos 2\varphi - 1)}{\sqrt{\rho^2 + 2a\rho \cos \varphi (\rho^2 - 1)}} = \frac{[\cos \varphi + \frac{a}{\rho}(\rho^2 \cos 2\varphi - 1)] [1 - \frac{a}{\rho} \cos \varphi (\rho^2 - 1)]}{\rho}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi = \pi$$

Date.

$$= \cos \varphi + \frac{a}{\rho} \left[\rho^2 \cos 2\varphi - 1 - \cos^2 \varphi (\rho^2 - 1) \right] = \cos \varphi + \frac{a}{\rho} \left[\rho^2 (-\sin^2 \varphi) + (-\sin^2 \varphi) \right]$$

$$m_y(\vec{\rho}) = \cos \varphi - \frac{a}{\rho} (\rho^2 + 1) \sin^2 \varphi \quad \text{Вне "core" с током go "a".}$$

$$\int d^2 \vec{\rho} m_y^{\text{out}} = \int_0^1 d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\cos \varphi - \frac{a}{\rho} (\rho^2 + 1) \sin^2 \varphi \right] = -a\pi \int_0^1 d\rho (\rho^2 + 1) =$$

$$= -a\pi \left[\frac{\rho^3}{3} + \rho \right]_0^1 = -a\pi \left[\frac{1}{3} + 1 \right] = -\frac{4}{3} a\pi$$

$$\int d^2 \vec{\rho} [m_y^{\text{in}} - m_y^{\text{out}}] - \text{нормализация.}$$

$$\langle m_y \rangle_{\vec{\rho}} = -\frac{4}{3} a\pi L \quad \text{или нормировка } \langle m_y \rangle_{\vec{\rho}} = -\frac{4}{3} a, \quad \vec{H} \parallel -y$$

$$\frac{1}{V M_s^2} W_H = -\frac{1}{V_d M_s^2} \int d^3 \vec{r} \vec{m} \cdot \vec{H} = + \frac{L H_y M_s}{V_d M_s^2 S_d} \int d^2 \vec{\rho} m_y = -\frac{4}{3} a h, \quad h = \frac{H}{M_s}$$

Здесь использован
элементарный вывод

$$\rightarrow W_{cy} = R_0^2 L \int d^2 \vec{\rho} \frac{8}{(1 + |\vec{w}|^2)^2} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)$$

$$w(z) = \begin{cases} \frac{i}{c} O(z) = \frac{i}{c} [z + a(z^2 - 1)], & \text{Внутри "core"} \\ \frac{i}{c} \frac{O(z)}{|O(z)|} = i \frac{[z + a(z^2 - 1)]}{\sqrt{z\bar{z} + a(z+\bar{z})(z\bar{z}-1)}}, & \text{Вне "core"} \end{cases}$$

$$\frac{[z + a(z^2 - 1)]}{\sqrt{(\dots)}} = \frac{[\dots]}{\sqrt{z\bar{z} + a \frac{(z+\bar{z})(z\bar{z}-1)}{z\bar{z}}}} = \frac{1}{\sqrt{z\bar{z}}} [z + a(z^2 - 1)] \left[1 - \frac{a}{2} \frac{(z+\bar{z})(z\bar{z}-1)}{z\bar{z}} \right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{z\bar{z}}} \left[z + a \left\{ z^2 - 1 - \frac{1}{2} \frac{(z+\bar{z})(z\bar{z}-1)}{\bar{z}} \right\} \right] = \frac{1}{|z|} \left[z + \frac{a}{\bar{z}} \left\{ z|z|^2 - \bar{z} - \frac{1}{2} (z+\bar{z})(|z|^2 - 1) \right\} \right] =$$

$$= \frac{1}{|z|} \left[z + \frac{a}{\bar{z}} \left\{ z|z|^2 - \bar{z} - \frac{1}{2} z|z|^2 - \frac{1}{2} \bar{z}|z|^2 + \frac{1}{2} z + \frac{1}{2} \bar{z} \right\} \right] = \frac{1}{|z|} \left[z + \right.$$

$$\left. - \frac{a}{\bar{z}} \left\{ \frac{1}{2} z|z|^2 - \frac{1}{2} \bar{z}|z|^2 + \frac{1}{2} z - \frac{1}{2} \bar{z} \right\} \right] = \frac{1}{|z|} \left[z + \frac{1}{2} \frac{a}{\bar{z}} (z - \bar{z})(|z|^2 + 1) \right]$$

$$W(z) = \begin{cases} \frac{i}{c} [z + (z^2 - 1)a] \\ \frac{i}{\sqrt{z\bar{z}}} \left[z + \frac{1}{2} \frac{a}{\bar{z}} (z - \bar{z})(z\bar{z} + 1) \right] \end{cases}, \quad \overline{W(z)} = \begin{cases} -\frac{i}{c} [\bar{z} + a(\bar{z}^2 - 1)] \\ -\frac{i}{\sqrt{z\bar{z}}} \left[\bar{z} + \frac{1}{2} a \left(\frac{\bar{z}}{z} - 1 \right) (z\bar{z} + 1) \right] \end{cases}$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \begin{cases} \frac{i}{c} [1 + 2za] \\ -\frac{i}{z^2 \bar{z}} [\dots] + \frac{i}{z\bar{z}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{a}{\bar{z}} \left(\frac{1}{z} (z\bar{z} + 1) + \left(\frac{z}{\bar{z}} - 1 \right) \bar{z} \right) \right] \end{cases} \quad \text{нельзя и}$$

Получены $m_x(\vec{\rho})$, $m_y(\vec{\rho})$ с нормировкой go a.

$$W_{cy} = \frac{1}{2} R_0^2 \int d^3 \vec{r} \left[(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2 \right], \quad R_0^2 = \frac{c}{M_s^2}$$

Date. 21. 10.

Bozamygylarlar nomli konformni $\vec{m}$ boylari

21/2 Bozamygylarlar nomli konformni boylari.

→ Bozamygylarlar nomli konformni boylari: $m_y(\vec{p}) = \cos\varphi - \frac{a}{p}(p^2+1)\sin^2\varphi$

$m_x(\vec{p}) = \frac{2}{1+|w|^2} \operatorname{Re} w = \operatorname{Re} W$, $W = w(z) = \frac{i}{|O(z)|} \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$

$m_x(\vec{p}) = -\frac{1}{|O(z)|} \operatorname{Im} \frac{z-a}{1-\bar{a}z} = -\frac{1}{|O(z)|} \operatorname{Im} [x+iy + (x^2-y^2+2ixy-1)a] =$
 $= -\frac{1}{|O(z)|} [y + 2xya] = -p \sin\varphi \frac{[1 + 2ap \cos\varphi]}{\sqrt{p^2 + 2ap \cos\varphi (p^2-1)}} - \text{sez pazaryatlar nomli "a"}$

→ Bozamygylarlar nomli konformni boylari: $m_x(\vec{p}) = -p \sin\varphi [1 + 2ap \cos\varphi] [1 - \frac{a}{p} \cos\varphi (p^2-1)] =$
 $= -\sin\varphi [1 + 2ap \cos\varphi - \frac{a}{p} \cos\varphi (p^2-1)] = -\sin\varphi [1 + ap \cos\varphi + \frac{a}{p} \cos\varphi] =$
 $= -\sin\varphi [1 + \frac{a}{p} \cos\varphi (p^2+1)]$

Bozamygylarlar nomli konformni boylari: $m_x^2 + m_y^2 = \cos^2\varphi - 2\frac{a}{p}(p^2+1)\sin^2\varphi \cos\varphi + \sin^2\varphi [1 + \frac{2a}{p}(p^2+1)\cos\varphi] = 1 + O(a^2)$

→ Bozamygylarlar nomli konformni boylari: $m_y(\vec{p}) = \frac{2}{1+|w|^2} \operatorname{Im} w = \frac{2}{1+|w|^2} \frac{1}{c} \frac{(1+a^2)p \cos\varphi - a(1+p^2)}{[1 - 2ap \cos\varphi + p^2 a^2]}$
 $|w(z)|^2 = \frac{1}{c^2} [1z^2 + a(z(z^2-1) + z^*(z^2-1))] + O(a^2)$, pazaryatlar nomli "a"

$m_y(\vec{p}) = \frac{1}{c} \frac{2}{1+|w|^2} [p \cos\varphi + a(p^2 \cos 2\varphi - 1)] = \frac{2}{c} \frac{1}{1 + \frac{1}{c^2} [p^2 + a \{ \dots \}]}$
 $\times [p \cos\varphi + a(p^2 \cos 2\varphi - 1)] = \frac{2}{c} \frac{c^2}{c^2 + p^2} [1 - \frac{a}{c^2 + p^2} \{ z(z^2-1) + z^*(z^2-1) \}] \times$
 $\times [p \cos\varphi + a(p^2 \cos 2\varphi - 1)] = \frac{2c}{c^2 + p^2} [1 - \frac{a}{c^2 + p^2} \{ p^2 - 1 \} 2p \cos\varphi] [p \cos\varphi + a(p^2 \cos 2\varphi - 1)] =$
 $= \frac{2c}{c^2 + p^2} [p \cos\varphi + a(p^2 \cos 2\varphi - 1 - \frac{2p^2}{c^2 + p^2} (p^2 - 1) \cos^2\varphi)] =$
 $= \frac{2c}{c^2 + p^2} [p \cos\varphi + a \left\{ \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} 2p^2 \cos^2\varphi - (p^2 + 1) \right\}]$

→ Bozamygylarlar nomli konformni boylari: $m_x(\vec{p}) = \frac{2}{1+|w|^2} \operatorname{Re} w = \frac{2}{1+|w|^2} \frac{(-1)}{c} \frac{p \sin\varphi (1-a^2)}{1 - 2ap \cos\varphi + p^2 a^2} =$
 $= -\frac{2c}{c^2 + p^2} [1 - \frac{a}{c^2 + p^2} (p^2 - 1) 2p \cos\varphi] [1 + 2ap \cos\varphi] p \sin\varphi =$

$= -\frac{2cp \sin\varphi}{c^2 + p^2} [1 + a \left\{ 2p \cos\varphi - \frac{(p^2 - 1)}{c^2 + p^2} 2p \cos\varphi \right\}] = -\frac{2cp \sin\varphi}{c^2 + p^2} [1 + a 2p \cos\varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2}]$

$m_z(\vec{p}) = \frac{1-|w|^2}{1+|w|^2} = \frac{1 - \frac{1}{c^2} [1z^2 + a \{ \dots \}]}{1 + \frac{1}{c^2} [1z^2 + a \{ \dots \}]} = \frac{c^2 - p^2 - a \{ \dots \}}{c^2 + p^2 + a \{ \dots \}} =$

Date.

$$\begin{aligned}
 \frac{c^2 p^2}{c^2 + p^2} \frac{1 - \frac{a}{c^2 - p^2} \{ \dots \}}{1 + \frac{a}{c^2 + p^2} \{ \dots \}} &= \frac{c^2 p^2}{c^2 + p^2} \left[1 - \frac{a}{(c^2 - p^2)} \{ \dots \} \right] \left[1 - \frac{a}{(c^2 + p^2)} \{ \dots \} \right] = \\
 \frac{c^2 p^2}{c^2 + p^2} \left[1 - \frac{a}{c^2 - p^2} \{ \dots \} - \frac{a}{c^2 + p^2} \{ \dots \} \right] &= \frac{c^2 p^2}{c^2 + p^2} \left[1 - a \{ 2 \cos \varphi (p^2 - 1) \frac{2c^2}{c^4 - p^4} \} \right] = \\
 \frac{1}{c^2 + p^2} \left[c^2 - p^2 - 2ap(p^2 - 1) \cos \varphi \frac{2c^2}{c^2 + p^2} \right] &= \\
 \text{Поэтому "core" } 1 = m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 &= \frac{2c^2 p^2 \sin^2 \varphi}{(c^2 + p^2)^2} \left[1 + a \cdot 4p \cos \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} \right] + \\
 + \frac{4c^2}{(c^2 + p^2)^2} \left[p^2 \cos^2 \varphi + 2ap \cos \varphi \left\{ \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} 2p^2 \cos^2 \varphi - (p^2 + 1) \right\} \right] + \\
 + \frac{1}{(c^2 + p^2)^2} \left[(c^2 - p^2)^2 - 8ap(p^2 - 1)(c^2 - p^2) \cos \varphi \frac{c^2}{c^2 + p^2} \right] &= \\
 = \frac{4p^2 c^2 + (c^2 - p^2)^2}{(c^2 + p^2)^2} + \frac{1 \cdot a}{(c^2 + p^2)^2} \left[4c^2 p^2 (1 - \cos^2 \varphi) 4p \cos \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} + \right. \\
 + 4c^2 \cdot 2p \cos \varphi \left\{ \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} 2p^2 \cos^2 \varphi - (p^2 + 1) \right\} - 8p(p^2 - 1)(c^2 - p^2) \frac{c^2}{c^2 + p^2} \cos \varphi &= \\
 = 1 + \frac{a \cdot 8}{(c^2 + p^2)^2} \left[\left\{ 2c^2 p^2 p \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} - (p^2 + 1)c^2 p - p(p^2 - 1)(c^2 - p^2) \frac{c^2}{c^2 + p^2} \right\} \cos \varphi + \right. \\
 + \left. \left\{ -2c^2 p^3 \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} + 2c^2 p^3 \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} \right\} \cos 3\varphi \right] &= 1 + O(a^2) - \text{Всего.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Вектор "core": } m_p(\vec{p}) &= m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi = -\cos \varphi \sin \varphi \left[1 + \frac{a}{p} \cos \varphi (p^2 + 1) \right] + \\
 + \cos \varphi \sin \varphi - \frac{a}{p} (p^2 + 1) \sin^3 \varphi &= \frac{a}{p} \sin \varphi \left[-\cos^2 \varphi (p^2 + 1) - \sin^2 \varphi (p^2 + 1) \right] = \\
 = -a \frac{(p^2 + 1)}{p} \sin \varphi & \\
 m_y(\vec{p}) &= -m_x \sin \varphi + m_y \cos \varphi = \sin^2 \varphi \left[1 + \frac{a}{p} \cos \varphi (p^2 + 1) \right] + \cos^2 \varphi - \frac{a}{p} \sin^2 \varphi \cos \varphi (p^2 + 1) = \\
 = 1 + O(a^2) ! \quad m_z &= 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Вектор "core": } \sum_{\alpha} (\nabla m_{\alpha})^2 &= \left(\frac{\partial m_p}{\partial p} \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[\left(\frac{\partial m_p}{\partial \varphi} - m_y \right)^2 + m_p^2 \right] = \\
 = a^2 \sin^2 \varphi \left(\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{p} + p \right) \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[\left(-a \frac{p^2 + 1}{p} \cos \varphi - 1 \right)^2 + a^2 \frac{(p^2 + 1)^2}{p^2} \sin^2 \varphi \right] &= \\
 = a^2 \sin^2 \varphi \left[-\frac{1}{p^2} + 1 \right]^2 + \frac{1}{p^2} \left[a^2 \frac{(p^2 + 1)^2}{p^2} + 2a \frac{(p^2 + 1)}{p} \cos \varphi + 1 \right] &= \\
 = a^2 \sin^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{p^2} \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[1 + \frac{a^2}{p^2} (p^2 + 1)^2 + 2a \cos \varphi \frac{(p^2 + 1)}{p} \right] & \\
 \int d^3 \vec{p} \sum_{\alpha} (m_{\alpha})^2 &= \int d^3 \vec{p} (.) + \int d^3 \vec{p} (.) \quad \text{Уравнение на поверхности "core" } (x - x_0)^2 + y^2 = r^2. \\
 \text{Вектор "core"} \quad \text{Вектор "core"} &
 \end{aligned}$$

Date. . .

$$\text{By using "core": } m_p(\vec{r}) = -\frac{2cp \sin \varphi \cos \varphi}{(c^2 + p^2)} \left[1 + 2ap \cos \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} \right] +$$

$$+ \frac{2c \sin \varphi}{(c^2 + p^2)} \left[p \cos \varphi + a \left\{ 2p^2 \cos^2 \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} - (p^2 + 1) \right\} \right] =$$

$$= a \frac{2c \sin \varphi}{c^2 + p^2} \left[-2p^2 \cos^2 \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} + 2p^2 \cos^2 \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} - (p^2 + 1) \right] = -2ca \sin \varphi \frac{p^2 + 1}{p^2 + c^2}$$

$$m_\varphi(\vec{r}) = \frac{2cp \sin^2 \varphi}{c^2 + p^2} \left[1 + 2ap \cos \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} \right] + \frac{2c \cos \varphi}{c^2 + p^2} \left[p \cos \varphi + a \left\{ 2p^2 \cos^2 \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} - (p^2 + 1) \right\} \right]$$

$$= \frac{2cp}{c^2 + p^2} + \frac{2ca}{c^2 + p^2} \left[2p^2 \sin^2 \varphi \cos \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} + 2p^2 \cos^3 \varphi \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} - (p^2 + 1) \cos \varphi \right] =$$

$$= \frac{2cp}{c^2 + p^2} + \frac{2ca}{c^2 + p^2} \cos \varphi \left[2p^2 \frac{c^2 + 1}{c^2 + p^2} - (p^2 + 1) \right] = \frac{2cp}{c^2 + p^2} + \frac{2ca}{c^2 + p^2} \cos \varphi \frac{1}{c^2 + p^2} (p^2 - 1)(c^2 + p^2)$$

$$m_z(\vec{r}) = \frac{1}{c^2 + p^2} \left[c^2 - p^2 - 4a \cos \varphi p (p^2 - 1) \frac{c^2}{c^2 + p^2} \right]$$

$$\sum (\nabla m_d)^2 = \left(\frac{\partial m_p}{\partial p} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial p} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial p} \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[\left(\frac{\partial m_p}{\partial \varphi} - m_\varphi \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} + m_p \right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial \varphi} \right)^2 \right]$$

$$= 4c^2 a^2 \sin^2 \varphi \left[\frac{\partial}{\partial p} \frac{p^2 + 1}{p^2 + c^2} \right]^2 + 4c^2 \left[\frac{\partial}{\partial p} \frac{p}{c^2 + p^2} + a \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^2 - 1}{(c^2 + p^2)^2} \cos \varphi \right) \right]^2 +$$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial p} \frac{c^2 - p^2}{c^2 + p^2} - 4ac^2 \cos \varphi \frac{p(p^2 - 1)}{(c^2 + p^2)^2} \right]^2 + \frac{1}{p^2} \left[\left(-2ca \cos \varphi \frac{p^2 + 1}{p^2 + c^2} - \frac{2cp}{c^2 + p^2} - \right. \right.$$

$$\left. - 2ca \cos \varphi \frac{(p^2 - 1)(c^2 - p^2)}{(c^2 + p^2)^2} \right)^2 + \left(-2ca \sin \varphi \frac{(p^2 - 1)(c^2 - p^2)}{(c^2 + p^2)^2} - 2ca \sin \varphi \frac{p^2 + 1}{p^2 + c^2} \right)^2 +$$

$$\left. + \left(4ac^2 \frac{p(p^2 - 1)}{(c^2 + p^2)^2} \sin \varphi \right)^2 \right]$$

22/20/2020

$$\sum (\nabla m_d)^2 = 4c^2 a^2 \left[\frac{2p(p^2 + c^2) - (p^2 + 1)2p}{(p^2 + c^2)^2} \right]^2 + 4c^2 \left[\frac{c^2 + p^2 - p \cdot 2p}{(c^2 + p^2)^2} + \right.$$

$$\left. + a \cos \varphi \frac{2p(c^2 - p^2) + (p^2 - 1)(-2p)}{(c^2 + p^2)^2} - \frac{[c^2 + p^2 - p \cdot 2p](p^2 - 1)(c^2 - p^2)2(c^2 + p^2)2p}{(p^2 + c^2)^2} \right]^2 +$$

$$+ \left[\frac{-2p(p^2 + c^2) - (c^2 - p^2)2p}{(c^2 + p^2)^2} - 4ac^2 \cos \varphi \frac{p^2 - 1 + p \cdot 2p}{(c^2 + p^2)^2} - p(p^2 - 1)2(c^2 + p^2)2p \right]^2 +$$

$$+ \frac{1}{p^2} \left[\frac{4c^2}{(c^2 + p^2)^2} \left(p + a \cos \varphi (p^2 + 1) + a \cos \varphi \frac{(p^2 - 1)(c^2 - p^2)}{(c^2 + p^2)} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{4c^2 a^2 \sin^2 \varphi}{(c^2 + p^2)^2} \left(\frac{(p^2 - 1)(c^2 - p^2)}{(c^2 + p^2)} + (p^2 + 1) \right)^2 + 16a^2 c^4 \sin^2 \varphi \frac{p^2 (p^2 - 1)^2}{(c^2 + p^2)^4} \right] =$$

Date.

$$\begin{aligned}
 &= 4c^2 a^2 \cdot 4p^2 \frac{(c^2-1)^2}{(p^2+c^2)^4} + 4c^2 \left[\frac{c^2 p^2}{(c^2+p^2)^2} + a \cos \varphi p \frac{(c^2+1)(c^2+p^2) - 2(p^2-1)(c^2 p)}{(c^2+p^2)^3} \right] \\
 &+ \frac{1}{(c^2+p^2)^4} \left[-4p c^2 - 4a c^2 \cos \varphi \frac{(3p^2-1)(c^2+p^2) - 4p^2(p^2-1)}{(c^2+p^2)^2} \right]^2 + \\
 &+ \frac{1}{p^2} \left[\frac{4c^2}{(c^2+p^2)^2} \left(p + a \cos \varphi \frac{2p^2(c^2+1)}{(p^2+c^2)} \right)^2 + \frac{4c^2 a^2 \sin^2 \varphi}{(c^2+p^2)^2} \left(\frac{2p^2(c^2+1)}{(c^2+p^2)} \right)^2 + \right. \\
 &\left. + 16a^2 c^4 \sin^2 \varphi \frac{p^2(p^2-1)^2}{(c^2+p^2)^4} \right] = 16a^2 c^2 p^2 \frac{(c^2-1)^2}{(p^2+c^2)^4} + \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^4} \left[c^2 p^2 + \right. \\
 &\left. + 2ap \cos \varphi (c^4 + 3c^2 - 3p^2 c^2 - p^2) \right]^2 + \frac{16c^4}{(c^2+p^2)^4} \left[p + a \cos \varphi \frac{(-p^4 + 3p^2 + 3p^2 c^2 - c^2)}{(c^2+p^2)} \right]^2 \\
 &+ \frac{1}{p^2} \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^2} \left[\left(p + 2a \cos \varphi p^2 \frac{(c^2+1)}{p^2 c^2} \right)^2 + a^2 \sin^2 \varphi \left(\frac{2p^2(c^2+1)}{(c^2+p^2)} \right)^2 + \right. \\
 &\left. + 4a^2 c^2 \sin^2 \varphi \frac{p^2(p^2-1)^2}{(c^2+p^2)^2} \right] = 16a^2 c^2 p^2 \frac{(c^2-1)}{(p^2+c^2)^4} + \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^4} \left[c^2 p^2 + 2ap \cos \varphi \frac{(c^4 + 3c^2 - 3p^2 c^2 - p^2)}{(c^2+p^2)} \right. \\
 &\left. + \frac{16c^4}{(c^2+p^2)^4} \left[p + a \cos \varphi \frac{(-p^4 + 3p^2 + 3p^2 c^2 - c^2)}{(c^2+p^2)} \right]^2 + \frac{1}{p^2} \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^2} \times \right. \\
 &\left. \left[p^2 + 4a \cos \varphi p^3 \frac{(c^2+1)}{p^2 c^2} + 4a^2 p^4 \left(\frac{c^2+1}{p^2 c^2} \right)^2 + 4a^2 c^2 \sin^2 \varphi \frac{p^2(p^2-1)^2}{(c^2+p^2)^2} \right] = \right. \\
 &= 16a^2 c^2 p^2 \frac{(c^2-1)^2}{(p^2+c^2)^4} + \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^4} \left[(c^2-p^2)^2 + 4ap \cos \varphi (c^2-p^2) \frac{(c^4+3c^2-3p^2 c^2-p^2)}{(c^2+p^2)} + \right. \\
 &\left. + 4a^2 p^2 \cos^2 \varphi \frac{(c^4+3c^2-3p^2 c^2-p^2)^2}{(c^2+p^2)^2} + 4c^2 p^2 + 4c^2 \cdot \frac{2a \cos \varphi p}{(c^2+p^2)} (-p^4 + 3p^2 + 3p^2 c^2 - c^2) + \right. \\
 &\left. + 4c^2 \frac{a^2 \cos^2 \varphi}{(p^2+c^2)^2} (-p^4 + 3p^2 + 3p^2 c^2 - c^2)^2 \right] + \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^2} \left[1 + 4ap \cos \varphi \frac{(c^2+1)}{(c^2+p^2)} + \right. \\
 &\left. + 4a^2 p^2 \left(\frac{c^2+1}{c^2+p^2} \right)^2 + 4a^2 c^2 \sin^2 \varphi \frac{(p^2-1)^2}{(c^2+p^2)^2} \right] \\
 &\sum (m_d)^2 = F(a) = F(0) + a \frac{4c^2 \cos \varphi}{(c^2+p^2)^4} \left[4p(c^2-p^2) \frac{(c^4+3c^2-3p^2 c^2-p^2)}{(c^2+p^2)} + \right. \\
 &\left. + 8c^2 p \frac{(-p^4 + 3p^2 + 3p^2 c^2 - c^2)}{(c^2+p^2)} + 4p(c^2+1)(c^2+p^2) \right] + \\
 &+ a^2 \frac{16c^2}{(c^2+p^2)^4} \left[p^2(c^2-1)^2 + p^2 \cos^2 \varphi \frac{(c^4+3c^2-3p^2 c^2-p^2)^2}{(c^2+p^2)^2} + \frac{c^2 \cos^2 \varphi}{(p^2+c^2)^2} (-p^4 + 3p^2 + 3p^2 c^2 - c^2)^2 + \right. \\
 &\left. + p^2(c^2+1)^2 + c^2 \sin^2 \varphi (p^2-1)^2 \right] =
 \end{aligned}$$

Date. 24.10.

$$= F(\phi) + a \cos \varphi \frac{4c^2}{(c^2 + p^2)^2} \left[c^2 + 2c^4 + 2p^2(c^2 + 1)(p^2 + 2c^2) \right] p^2 +$$

$$+ a^2 \frac{16c^2}{(c^2 + p^2)^4} \left[2p^2(c^2 + 1) + c^2(p^2 - 1)^2 a^2 c^2 \varphi + \frac{a^2 c^2 \varphi}{(c^2 + p^2)^2} \left\{ p^2(c^4 + 3c^2 - 3p^2 c^2 - p^2)^2 \right. \right.$$

$$\left. \left. + c^2(-p^2 + 3p^2 + 3p^2 c^2 - c^2)^2 \right\} \right] - \text{близко к } \dots$$


$$\begin{cases} x_0 = a \frac{1-c^2}{1-c^2 a^2} \\ r = c \frac{1-a^2}{1-c^2 a^2} \end{cases}$$

Углы φ и φ' связаны соотношением $(x' - x_0)^2 + y'^2 = r^2$

$$x^2 - 2x x_0 + x_0^2 + y^2 = r^2$$

$$p^2 - 2p' \cos \varphi' x_0 = r^2 - x_0^2 \Rightarrow p'^2 - 2p' \cos \varphi' x_0 = \frac{c^2 - a^2}{1 - a^2 c^2} = \tilde{r}^2$$

Докажем, что $m_a(p)$ не вырождена. Вспомогательная функция $\tilde{r}(p)$ — это расстояние от центра до границы. Вспомогательная функция $\tilde{r}(p)$ — это расстояние от центра до границы.

$$p'^2 - 2p' \cos \varphi' x_0 = \tilde{r}^2$$

$$p' = \frac{1}{2} \left[+ 2x_0 \cos \varphi' \pm \sqrt{4x_0^2 \cos^2 \varphi' - 4(\tilde{r}^2)} \right] = x_0 \cos \varphi' \pm \sqrt{\tilde{r}^2 + x_0^2 \cos^2 \varphi'}$$

Дополнительно рассмотрим случай $p=0$ — центр грани. Углы φ и φ' связаны соотношением $(x' - x_0)^2 + y'^2 = r^2$

$$p'(\varphi) = x_0 \cos \varphi \pm \sqrt{\tilde{r}^2 + x_0^2 \cos^2 \varphi}$$

Вспомогательная функция $\tilde{r}(p)$ — это расстояние от центра до границы. Вспомогательная функция $\tilde{r}(p)$ — это расстояние от центра до границы.

$$p'(\varphi) = x_0 \cos \varphi + \sqrt{\tilde{r}^2 + x_0^2 \cos^2 \varphi}$$

При $\varphi \in [0, 2\pi]$. Две окружности "внутри" грани. Вспомогательная функция $\tilde{r}(p)$ — это расстояние от центра до границы.

$$\oint_{S_d} d^2 \vec{p} \sum_a (\sigma m_a)^2 = \oint_{S_d} d^2 \vec{p} \left(\sum_a (\sigma m_a)^2 \right)_{\text{out}} + \oint_{S_d} d^2 \vec{p} \left\{ \left[\sum_a (\sigma m_a)^2 \right]_{\text{in}} - \left[\sum_a (\sigma m_a)^2 \right]_{\text{out}} \right\}$$

$$\oint_{S_d} d^2 \vec{p} \left[\sum_a (\sigma m_a)^2 \right]_{\text{out}} = \oint_{S_d} d^2 \vec{p} \left\{ a^2 \sin^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{p^2} \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[1 + \frac{a^2}{p^2} (p^2 + 1)^2 + 2a \cos \varphi \frac{p^2 + 1}{p} \right] \right\}$$

— если $\oint_{S_d} d^2 \vec{p}$, то система параметров независима.

$$\oint_{S_d} d^2 \vec{p} \left[\sum_a (\sigma m_a)^2 \right]_{\text{out}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 dp \left\{ a^2 \sin^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{p^2} \right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[1 + \frac{a^2}{p^2} (p^2 + 1)^2 + 2a \cos \varphi \frac{p^2 + 1}{p} \right] \right\}$$

$$\rightarrow p'(\varphi) = x_0 \cos \varphi + \sqrt{\tilde{r}^2 + x_0^2 \cos^2 \varphi} \stackrel{a \ll 1}{\approx} x_0 \cos \varphi + \tilde{r} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{x_0^2}{\tilde{r}^2} \cos^2 \varphi \right] = x_0 \cos \varphi + \tilde{r} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{a^2 (1-c^2)^2}{c} \cos^2 \varphi = a(1-c^2) \cos \varphi + c \left[1 + a^2 (c^2 - 1) \right] + a^2 \frac{(1-c^2)^2}{2c} \cos^2 \varphi$$

$$\oint_{S_d} d^2 \vec{p} \left[\sum_a (\sigma m_a)^2 \right]_{\text{in}} = a^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 dp \left\{ \sin^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{p^2} \right)^2 + \frac{1}{p^2} (p^2 + 1)^2 \right\} + 2a \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 dp \cos \varphi \frac{p^2 + 1}{p^3} +$$

Date: 24.10.

$$\{...\} = c(c^2-1) + \frac{(1-c^2)^2 \cos^2 \varphi}{2c}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{d\varphi dp}{p^2} &= \pi a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[\pi \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)^2 + 2\pi \frac{1}{p^4} (p^2-1)^2 \right] + 2a \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi \cos \varphi}{p_+(0)} \left(1 + \frac{1}{p^2}\right) + \\ &= \pi a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[3p + 2\frac{1}{p} + 3\frac{1}{p^3} \right] + 2a \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi \cos \varphi}{p_+(0)} \left[p - \frac{1}{p} \right] - \int_0^{2\pi} d\varphi \ln p_+(\varphi) = \\ &= \pi a^2 \left[\frac{3}{2} p^2 + 2 \ln p + (-1) \frac{3}{2} \frac{1}{p^2} \right]_0^1 + 2a \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi \cos \varphi}{p_+(0)} \left[p_+(\varphi) - \frac{1}{p_+(\varphi)} \right] - \int_0^{2\pi} d\varphi \ln p_+(\varphi) = \\ &= \pi a^2 \left[\frac{3}{2} c^2 + 2 \ln c - \frac{3}{2} \frac{1}{c^2} \right] + 2a \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi \cos \varphi}{p_+(0)} \left[p_+(\varphi) - \frac{1}{p_+(\varphi)} \right] - \int_0^{2\pi} d\varphi \ln p_+(\varphi) \end{aligned}$$

$$\frac{p_+(\varphi)}{p_-(\varphi)} = c + a(1-c^2) \cos \varphi - \frac{1}{c \left[1 + \frac{a}{c} (1-c^2) \cos \varphi \right]} = c + a(1-c^2) \cos \varphi - \frac{1}{c \left[1 + \frac{a}{c} (1-c^2) \cos \varphi \right]}$$

$$\ln \frac{p_+(\varphi)}{p_-(\varphi)} = \ln \left[c + a(1-c^2) \cos \varphi + a^2 \{...\} \right] = \ln c + \ln \left[1 + a \frac{(1-c^2)}{c} \cos \varphi + \frac{1}{c} a^2 \{...\} \right] =$$

$$= \ln \left(1 + x \right) = x - \frac{1}{2} x^2 = \ln c + a \frac{(1-c^2)}{c} \cos \varphi + \frac{a^2}{c} \{...\} - \frac{1}{2} a^2 \frac{(1-c^2)^2}{c^2} \cos^2 \varphi =$$

$$= \ln c + \frac{a^2}{c^2} \left[c^2(c^2-1) + \frac{1}{2} (1-c^2)^2 \cos^2 \varphi - \frac{1}{2} (1-c^2)^2 \cos^2 \varphi \right] = \ln c + a^2(c^2-1)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[\sum (\nabla m_\lambda)^2 \right]_{out} = -\pi a^2 \left[\frac{3}{2} \frac{1}{c^2} (c^4-1) + 2 \ln c \right] + 2a \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi \cos \varphi}{p_+(0)} \left[\frac{c^2-1}{c} + \frac{a}{c^2} \cos \varphi (1-c^4) \right] -$$

$$- \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[\ln c + a^2(c^2-1) \right] = -\pi a^2 \left[\frac{3}{2} \frac{(c^4-1)}{c^2} + 2 \ln c \right] + 2a^2 \frac{(1-c^4)}{c^2} \pi - 2\pi \left[\ln c + a^2(c^2-1) \right] =$$

$$= -2\pi \ln c - \pi a^2 \left[\frac{3}{2} \frac{(c^4-1)}{c^2} + 2 \ln c + 2 \frac{(1-c^4)}{c^2} + 2(c^2-1) \right] =$$

$$= -2\pi \ln c + \pi a^2 \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{c^2} (1-c^4) + 2(1-c^2) - 2 \ln c \right], \quad c < 1, \text{ так как } [.] > 0.$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[\sum (\nabla m_\lambda)^2 \right]_{in} = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[F(0) + a \cos \varphi \frac{16c^2 p}{(c^2+p^2)^2} [.] + a^2 \frac{16c^2}{(c^2+p^2)^2} [.] \right]$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^1 \frac{d\varphi dp p}{(c^2+p^2)^2} F(0) = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{d\varphi dp}{(c^2+p^2)^2} \left\{ \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^4} \left[(c^2-p^2)^2 + 4c^2 p^2 \right] + \frac{4c^2}{(c^2+p^2)^2} \right\} =$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{d\varphi dp}{(c^2+p^2)^2} \frac{8c^2}{(c^2+p^2)^2} = \frac{8c^2}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \frac{d(p^2)}{(c^2+p^2)^2} = 4c^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left. \frac{(-1)}{(c^2+p^2)} \right|_0^1 =$$

$$= 4c^2(-1) \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\frac{1}{c^2+p_+^2} - \frac{1}{c^2} \right] = 4 \int_0^{2\pi} d\varphi \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{c^2} p_+^2(\varphi)} \right]$$

$$\frac{1}{c^2} \left[c + a(1-c^2) \cos \varphi + a^2 \{...\} \right]^2 = \frac{1}{c^2} \left[c^2 + 2ca(1-c^2) \cos \varphi + 2ca^2 \{...\} + \right.$$

$$\left. a^2(1-c^2)^2 \cos^2 \varphi \right] = 1 + 2 \frac{a}{c} (1-c^2) \cos \varphi + \frac{a^2}{c^2} 2(1-c^2) [-c^2 + (1-c^2) \cos^2 \varphi]$$

Date.

$$(I) \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_1(\varphi)} F(r) = 4 \int_0^{2\pi} \left[1 - \frac{1}{1 + \rho^2(\varphi)} \right] = 4 \int_0^{2\pi} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{a^2}{c^2} (1 - e^2) \cos^2 \varphi} \right] \\ = 4 \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} a^2 (1 - e^2) \right] = 4\pi - 4\pi a^2 (1 - e^2)$$

$$(II): \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_1(\varphi)} \frac{16c^2 s}{(c^2 + s^2)^3} [c^6 + 2c^4 + 2s^2(c^2 + 1)(s^2 + 2c^2)] = \\ = 16c^2 a \int_0^{2\pi} \cos \varphi \left[\int_0^{\rho_1(\varphi)} f(s) = \left[f(s) = \frac{s^2}{(c^2 + s^2)^3} \right] \right] = \\ = 16c^2 a \int_0^{2\pi} \cos \varphi [F(\rho_1(\varphi)) - F(0)] = \left[\frac{c^2 \sin \varphi}{\rho_1(\varphi)} - \frac{c^2 \sin \varphi}{\rho_1(0)} \right] = \\ = 16c^2 a \int_0^{2\pi} \cos \varphi \left[F(c) + a(1 - e^2) \cos \varphi \cdot \frac{dF(\varphi)}{d\varphi} \right] = \left[\frac{dF(\varphi)}{d\varphi} = f(\varphi) \right] \\ = 16c^2 a^2 (1 - e^2) \left(\frac{dF}{d\varphi} \right)_{\varphi=c} \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi = 16c^2 a^2 (1 - e^2) \pi \cdot \frac{\pi^2}{2^5 c^{10}} [c^6 + 2c^4 + 2c^2(c^2 + 1)c^2] \\ = \frac{1}{2} a^2 \pi (1 - e^2) \frac{1}{c^6} [c^6 + 2c^4 + 6c^4(c^2 + 1)] = \frac{1}{2} \pi a^2 (1 - e^2) \left[7 + \frac{8}{c^2} \right]$$

$$(III): \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_1(\varphi)} a^2 \frac{16c^2}{(c^2 + s^2)^4} [\dots] = 16c^2 a^2 \int_0^{2\pi} \int_0^c \frac{1}{(c^2 + s^2)^4} [2s^2(c^4 + 1) + \dots] = \\ = \left[\frac{1}{\rho_1(\varphi)} \right]_{\varphi=2\pi} = 16\pi c^2 a^2 \int_0^c \frac{1}{(c^2 + s^2)^4} [4s^2(c^4 + 1) + c^2(s^2 - 1)^2 + \\ + \frac{1}{(c^2 + s^2)^2} \{ s^2(c^4 + 3c^2 - 3s^2c^2 - s^2)^2 + c^2(-s^4 + 3s^2 + 3s^2c^2 - c^2)^2 \}] = \\ = 16\pi c^2 a^2 \int_0^c \frac{1}{(c^2 + s^2)^4} [4s^2(c^4 + 1) + c^2(s^2 - 1)^2 + (s^2c^2)(s^2c^2 + 1)] = \left[s = c \right] \\ = 16\pi c^2 a^2 \int_0^1 \frac{1}{c^8(1+x^2)^4} [4x^2c^2(c^4 + 1) + c^2(c^2x^2 - 1)^2 + c^2(x^2 + 1)(x^2c^4 + 1)] = \\ = 16\pi a^2 \frac{1}{c^2} \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^4} [4x^2(c^4 + 1) + (c^2x^2 - 1)^2 + (x^2 + 1)(x^2c^4 + 1)] = \\ = 16\pi \frac{a^2}{c^2} \left[4(c^4 + 1) \int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^2)^4} + \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^4} \{ c^4x^4 - 2c^2x^2 + 1 \} + \right. \\ \left. + \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^4} \{ c^4x^2(x^2 + 1) + (x^2 + 1) \} \right] = 16\pi \frac{a^2}{c^2} [4(c^4 + 1) \cdot 0,042 + c^4 \cdot 0,042 - \\ - 2c^2 \cdot 0,042 + 0,146 + c^4 \cdot 0,063 + 0,187] = 16\pi \frac{a^2}{c^2} [4(c^4 + 1) \cdot 0,042 + 2c^4 \cdot 0,042 - \\ - 2c^2 \cdot 0,042 + 0,333]$$

Date.

$$R_0^2 = C/\mu_3^2$$

$$V_d = \pi R^2 L = \pi (6 \text{ mm})^2 (1 \text{ m})$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} W_{\text{ex}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{C}{S_d} \int d^3\vec{p} \sum_{\alpha} (\nabla m_{\alpha})^2 = (R_0)^2 \left[2 - \ln c \right] + R_0^2 a^2 \left[\frac{7}{4} \frac{1}{c^2} (1-c^4) + 1 - c^2 - \ln c + 2(1-c^2) + 2(1-c^2) \left[\frac{7}{8} + \frac{1}{c^2} \right] + \frac{8}{c^2} [6 \cdot 0.042 c^4 - 2 \cdot 0.042 c^2 + \sqrt{2}] \right]$$

$$\frac{1}{V_S R_0^2} W_{ex} = \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} d^2 \vec{r} \sum_L (\nabla m_L)^2 = 2 - \ln c + a^2 \left[\frac{7}{4} \frac{1}{c^2} - \frac{7}{4} c^2 - 1 + c^2 - \ln c + \frac{14}{8} - \frac{14}{8} c^2 + 2 \frac{1}{c^2} - 2 + \frac{4}{c^2} + 8 \cdot 2 \cdot 0,042 (3c^2 - 1) \right] =$$

$$= 2 - \ln c + a^2 \left[-\frac{5}{4} - 16 \cdot 0,042 + \frac{31}{4} \frac{1}{c^2} - \ln c + (48 \cdot 0,042 - \frac{5}{2}) c^2 \right]$$

→ общая энергия смешанного газа увеличилась!

~~Проверка $\vec{m}$ у/ам $\sum_d (\nabla m_d)^2$ некого $w(z)$.~~

"Core" → $w(z) = \begin{cases} \frac{i}{c} (z + a(z^2 - 1)) & \text{--- } w_{\text{age}} \text{ near } z=0 \sim a^2 (!) \\ i \frac{z^2 + a(z^2 - 1)}{\sqrt{z\bar{z} + a(z\bar{z} - 1)(z + \bar{z})}} = i \left[\frac{\bar{z}}{z} + \frac{1}{2} \frac{a}{z\bar{z}} (z - \bar{z})(z\bar{z} + 1) \right] \end{cases}$
 "core" →

$$\frac{1}{\sqrt{1-a}} = \frac{1}{|z|} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a}{|z|^2}(z\bar{z}-1)(z+\bar{z})}}, \quad a'' - \text{базисное.}$$

Ex 7.10 : $w(z) = \frac{i}{c} [z + a(z^2 - 1)]$, $\overline{w(z)} = -\frac{i}{c} [\overline{z} + a(\overline{z}^2 - 1)] = -\frac{i}{c} [\overline{z} + a(\overline{z}^2 - 1)]$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{c} [1 + g a z], \quad \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} = -\frac{i}{c} [1 + 2 a \bar{z}], \quad \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} = \frac{i}{c} [1 + 2az] \left(-\frac{i}{c}\right) [1 + 2a\bar{z}] = \frac{1}{c^2} [1 + 2a(z + \bar{z}) + 4a^2 |z|^2]$$

$$(1 + |w|^2)^2 = \left(1 + \frac{1}{c^2} [|z|^2 + a \{ \cdot \} + a^2 \{ \cdot \}] \right)^2 = 1 + \frac{2}{c^2} [|z|^2 + a \{ \cdot \} + a^2 \{ \cdot \}] + \frac{1}{c^4} [|z|^4 + 2a |z|^2 \{ \cdot \} + a^2 \{ \cdot \}^2 + 2a^2 |z|^2 \{ \cdot \}] = \left(1 + \frac{|z|^2}{c^2}\right)^2 + a \left[\frac{2}{c^2} \{ \cdot \} + \frac{2|z|^2}{c^4} \{ \cdot \} \right] +$$

Date.

$$\begin{aligned}
 & + a^2 \left[\frac{2}{c^2} \{ \cdot \} + \frac{1}{c^4} \{ \cdot \}^2 + \frac{2|z|^2}{c^4} \{ \cdot \} \right] = \left(1 + \frac{|z|^2}{c^2} \right)^2 + 2a \frac{1}{c^2} \{ \cdot \} \left[1 + \frac{|z|^2}{c^2} \right] + \\
 & + \frac{a^2}{c^2} \left[\frac{1}{c^2} \{ \cdot \}^2 + 2 \{ \cdot \} \left(1 + \frac{|z|^2}{c^2} \right) \right] = (1 + |w|^2)^2 \\
 \rightarrow & \frac{1}{(1 + |w|^2)^2} \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{b_0 + b_1 a + b_2 a^2} \left[1 + 2a(z + \bar{z}) + 4a^2 |z|^2 \right] \frac{1}{c^2} = \\
 & = \frac{1}{b_0 c^2} \frac{1}{1 + \frac{b_1 a}{b_0} + \frac{b_2 a^2}{b_0}} [\cdot] = \frac{1}{b_0 c^2} \left[1 - \frac{b_1}{b_0} a - \frac{b_2}{b_0} a^2 + \frac{b_1^2}{b_0^2} a^2 \right] \left[1 + 2a(z + \bar{z}) + 4a^2 |z|^2 \right] \\
 & = \frac{1}{b_0 c^2} \left[1 + a \left(-\frac{b_1}{b_0} + 2(z + \bar{z}) \right) + a^2 \left\{ \frac{b_1^2}{b_0^2} - \frac{b_2}{b_0} + 4|z|^2 - \frac{b_1}{b_0} 2(z + \bar{z}) \right\} \right]
 \end{aligned}$$

Косф. $\frac{1}{b_0 c^2}$ $2(z + \bar{z}) - \frac{b_1}{b_0} = 4x - \frac{1}{(1 + \frac{p^2}{c^2})^2} \frac{2}{c^2} \{ \cdot \} \left[1 + \frac{p^2}{c^2} \right] = 4x - \frac{2}{c^2} \frac{1}{(1 + \frac{p^2}{c^2})} \cdot 2p \cos \varphi (p^2 - 1) =$

$$= 4p \cos \varphi \left[1 - \frac{(p^2 - 1)}{c^2 + p^2} \right] = \frac{4p \cos \varphi}{c^2 + p^2} (c^2 + 1)$$

некое на pag. 10. $F(a)$ as $22/\bar{z}$, no no to.

Косф. $\frac{1}{b_0 c^2}$ $\frac{b_1}{b_0} \left(\frac{b_1}{b_0} - 2(z + \bar{z}) \right) + 4|z|^2 - \frac{b_2}{b_0} = \frac{2}{c^2} \frac{2p \cos \varphi (p^2 - 1) (1 + \frac{p^2}{c^2})}{(1 + \frac{p^2}{c^2})^2} \times$

$$\times (-1) \frac{4p \cos \varphi}{(c^2 + p^2)} (c^2 + 1) + 4p^2 - \frac{1}{(1 + \frac{p^2}{c^2})^2} \frac{1}{c^2} \left[\frac{1}{c^2} \{ \cdot \}^2 + 2 \{ \cdot \} \left(1 + \frac{p^2}{c^2} \right) \right] =$$

$$= \left\{ \begin{aligned} \{ \cdot \} &= |z|^2 (z^2 + \bar{z}^2 - 2) + (z^2 - 1)(\bar{z}^2 - 1) = |z|^2 (z^2 + \bar{z}^2 - 2) + |z|^4 + 1 - z^2 - \bar{z}^2 = \\ & z = x + iy = p e^{i\varphi}, \quad z^2 + \bar{z}^2 = p^2 (e^{2i\varphi} + e^{-2i\varphi}) = 2p^2 \cos 2\varphi \\ & = p^2 (2p^2 \cos 2\varphi - 2) + p^4 + 1 - 2p^2 \cos 2\varphi = 1 + p^4 + 2p^2 (p^2 \cos 2\varphi - 1) - 2p^2 \cos 2\varphi \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & = -\frac{16}{c^2} p^2 \cos^2 \varphi (p^2 - 1) \frac{1}{(1 + \frac{p^2}{c^2})} \frac{c^2 + 1}{(c^2 + p^2)} + 4p^2 - \frac{1}{c^2} \frac{1}{(1 + \frac{p^2}{c^2})^2} \left[\frac{1}{c^2} 4p^2 \cos^2 \varphi (p^2 - 1)^2 + \right. \\
 & \left. + 2 \{ 1 + p^4 + 2p^2 (p^2 \cos 2\varphi - 1) - 2p^2 \cos 2\varphi \} \left(1 + \frac{p^2}{c^2} \right) \right] = \\
 & = -16p^2 \cos^2 \varphi (p^2 - 1) \frac{c^2 + 1}{(c^2 + p^2)^2} + 4p^2 - \frac{1}{c^4} \frac{1}{(1 + \frac{p^2}{c^2})^2} \left[4p^2 (p^2 - 1)^2 \cos^2 \varphi + \right. \\
 & \left. + 2 \{ 1 + p^4 + 2p^2 (p^2 \cos 2\varphi - 1) - 2p^2 \cos 2\varphi \} (c^2 + p^2) \right]
 \end{aligned}$$

$$W_{ex} = 8 R_0^2 L \int_{S_d} d^2 \vec{p} \frac{1}{(1 + |w|^2)^2} \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}$$

$$\int_{S_d} d^2 \vec{p} \frac{1}{(1 + |w|^2)^2} \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} = \int_0^{2\pi} \int_0^p p(\varphi) \frac{1}{c^2 (1 + \frac{p^2}{c^2})^2} \left[1 + a \cdot \frac{4p \cos \varphi}{c^2 + p^2} (c^2 + 1) + \right. \\
 \left. + a^2 \left\{ -16p^2 \cos^2 \varphi (p^2 - 1) \frac{c^2 + 1}{(c^2 + p^2)^2} + 4p^2 - \frac{1}{(1 + \frac{p^2}{c^2})^2} \left[4p^2 (p^2 - 1)^2 \cos^2 \varphi + 2(c^2 + p^2)(p^2 - 1) \right] \right\} \right]$$

Date. 25.10.

... $\cos 2\varphi$, т.к. $\frac{1}{2} \int_0^c \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{1}{(c^2 + \rho^2)^2} \rho d\rho = \dots$

$$= c^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^2} + a c^2 \cdot 4(c^2 + 1) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{\rho \cos \varphi}{(c^2 + \rho^2)^3} +$$

$$+ a^2 c^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^2} \left\{ -16\rho^2 \cos^2 \varphi \frac{(\rho^2 - 1)}{(c^2 + \rho^2)^2} (c^2 + 1) + 4\rho^2 - \frac{(\rho^2 - 1)^2}{(c^2 + \rho^2)^2} [4\rho^2 \cos^2 \varphi + 2(c^2 + \rho^2)] \right\}$$

$$= c^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^2} + 4a c^2 (c^2 + 1) \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \int_0^c \frac{\rho^2}{(c^2 + \rho^2)^3} +$$

$$+ 4a^2 c^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^2} \left\{ -4\rho^2 \frac{(\rho^2 - 1)}{(c^2 + \rho^2)^2} (c^2 + 1) + 2\rho^2 - \frac{(\rho^2 - 1)^2}{(c^2 + \rho^2)^2} [\rho^2 + c^2 + \rho^2] \right\}$$

(I) $8c^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^2} = 4\pi - 4\pi a^2 (1 - c^2)$

(II): $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^3} = a(1 - c^2) \pi \frac{1}{c^4} = \pi a(1 - c^2) \frac{1}{c^4}$

(III): $\frac{1}{(c^2 + \rho^2)^2} \left[(\rho^2 - 1) \left\{ -4\rho^2 (c^2 + 1) - (\rho^2 - 1)(c^2 + 2\rho^2) \right\} + 2\rho^2 (c^2 + \rho^2)^2 \right] =$

$$= \frac{1}{(c^2 + \rho^2)^2} \left[(\rho^2 - 1) \left\{ -4\rho^2 (c^2 + 1) - (\rho^2 - 1)(c^2 + 2\rho^2) \right\} + 2(c^2 + \rho^2)^2 \right] =$$

$$= 2 + \frac{(\rho^2 - 1)}{(c^2 + \rho^2)^2} \left\{ 2c^4 + c^2 - c^2 \rho^2 - 2\rho^2 \right\}$$

$\frac{1}{R_0^2 L} W_{ex}(\text{Energy core}) = 8 \int_{\text{core}} d^2 \vec{\rho} \frac{1}{(1 + |\vec{u}|^2)^2} \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 4\pi - 4\pi a^2 (1 - c^2) +$

$$+ 4a c^2 (c^2 + 1) \cdot 8 \cdot \frac{\pi}{8} a(1 - c^2) \frac{1}{c^4} + 8 \cdot 4a^2 c^2 \pi \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^2} \left[2 + \frac{(\rho^2 - 1)}{(c^2 + \rho^2)^2} \left\{ \dots \right\} \right] =$$

$$= 4\pi - 4\pi a^2 (1 - c^2) + 4\pi a^2 (1 - c^4) \frac{1}{c^2} + 32\pi a^2 c^2 \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^2} \left[2 + \right.$$

$$\left. + \frac{(\rho^2 - 1)}{(c^2 + \rho^2)^2} \left\{ 2c^4 + c^2 - c^2 \rho^2 - 2\rho^2 \right\} \right] =$$

$$= 4\pi - 4\pi a^2 (1 - c^2) + 4\pi \frac{a^2}{c^2} (1 - c^4) + 32\pi \cdot 2a^2 c^2 \frac{1}{4c^2} + 32\pi a^2 c^2 \int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^4} \left\{ 2c^4 + c^2 - c^2 \rho^2 - 2\rho^2 \right\}$$

$\int_0^c \frac{\rho d\rho}{(c^2 + \rho^2)^4} \left\{ 2c^4 + c^2 - c^2 \rho^2 - 2\rho^2 \right\} = \left[x = \rho^2 \right] = c^2 (2c^2 + 1) \frac{1}{2} \int_0^c \frac{(x - 1)}{(c^2 + x)^4} dx -$

$$- \frac{(c^2 + 2)}{2} \int_0^c \frac{(x - 1)}{(c^2 + x)^4} dx = \frac{1}{2} c^2 (2c^2 + 1) \left(\frac{dx}{(c^2 + x)^4} [x + c^2 - c^2 - 1] - \frac{1}{2} (c^2 + 2) \times \right.$$

$$\times \int dx x \frac{1}{(c^2 + x)^4} [x + c^2 - c^2 - 1] =$$

Date.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} c^2 (2c^2 + 1) \left[\int \frac{dx}{(c^2 + x)^3} - (c^2 + 1) \int \frac{dx}{(c^2 + x)^4} \right] - \frac{1}{2} (c^2 + 2) \left[\int \frac{dx \cdot x}{(c^2 + x)^3} - (c^2 + 1) \int \frac{dx \cdot x}{(c^2 + x)^4} \right] \\
 &= \frac{1}{2} c^2 (2c^2 + 1) \left[\cdot \right] - \frac{1}{2} (c^2 + 2) \left[\int \frac{dx}{(c^2 + x)^2} - c^2 \int \frac{dx}{(c^2 + x)^3} - (c^2 + 1) \int \frac{dx}{(c^2 + x)^3} + (c^2 + 1) c^2 \int \frac{dx}{(c^2 + x)^4} \right] \\
 &= \left[\int_0^{c^2} \frac{dx}{(c^2 + x)^2} = (-1) \frac{1}{c^2 + x} \Big|_0^{c^2} = (-1) \left[\frac{1}{2c^2} - \frac{1}{c^2} \right] = \frac{1}{2c^2}; \int_0^{c^2} \frac{dx}{(c^2 + x)^3} = -\frac{1}{2} \frac{1}{(c^2 + x)^2} \Big|_0^{c^2} = \right. \\
 &\quad \left. = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4c^4} - \frac{1}{c^4} \right] = \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{3}{4} \right) = \frac{3}{8c^4}; \int_0^{c^2} \frac{dx}{(c^2 + x)^4} = -\frac{1}{3} \frac{1}{(c^2 + x)^3} \Big|_0^{c^2} = -\frac{1}{3} \left[\frac{1}{8c^6} - \frac{1}{c^6} \right] = \right. \\
 &= \frac{1}{2} c^2 (2c^2 + 1) \left[\frac{3}{8} \frac{1}{c^4} - (c^2 + 1) \frac{7}{3 \cdot 8} \frac{1}{c^6} \right] - \frac{1}{2} (c^2 + 2) \left[\frac{1}{2} \frac{1}{c^2} - c^2 \frac{3}{8} \frac{1}{c^4} - (c^2 + 1) \frac{3}{8} \frac{1}{c^4} + c^2 (c^2 + 1) \frac{1}{3} \frac{1}{c^6} \right] \\
 &= \frac{3}{8} \frac{1}{2} \frac{(2c^2 + 1)}{c^2} \left[1 - (c^2 + 1) \frac{7}{9} \frac{1}{c^2} \right] - \frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{(c^2 + 2)}{c^2} \left[\frac{1}{3} - (c^2 + 1) \frac{1}{c^2} + \frac{(c^2 + 1)}{c^2} \frac{1}{9} \right] = \\
 &= \frac{3}{16} \left(2 + \frac{1}{c^2} \right) \left[\frac{2}{9} - \frac{7}{9} \frac{1}{c^2} \right] - \frac{3}{16} \left(1 + \frac{2}{c^2} \right) \left[\frac{1}{3} - \frac{2}{9} \left(1 + \frac{1}{c^2} \right) \right] = \\
 &= \frac{3}{16} \left(2 + \frac{1}{c^2} \right) \frac{1}{9} \left[2 - \frac{7}{c^2} \right] - \frac{3}{16} \frac{1}{9} \left(1 + \frac{2}{c^2} \right) \left[1 - \frac{2}{c^2} \right] = \frac{1}{48} \left[4 - \frac{14}{c^2} + \frac{2}{c^2} - \frac{7}{c^4} - \right. \\
 &\quad \left. - 1 + \frac{4}{c^4} \right] = \frac{1}{48} \left[3 - \frac{12}{c^2} - \frac{3}{c^4} \right] = \frac{1}{16} \left[1 - \frac{4}{c^2} - \frac{1}{c^4} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{R_0^2 L} W_{\text{ex}} (\text{buzg "core"}) &= 4\pi - 4\pi a^2 (1 - c^2) + 4\pi \frac{a^2}{c^2} (1 - c^4) + 16\pi a^2 + \\
 &+ 32\pi a^2 c^2 \cdot \frac{1}{16} \left[1 - \frac{4}{c^2} - \frac{1}{c^4} \right] = 4\pi + 2\pi a^2 \left[-2(1 - c^2) + \frac{2}{c^2} (1 - c^4) + 8 + \right. \\
 &\quad \left. + c^2 - 4 - \frac{1}{c^2} \right] = 4\pi + 2\pi a^2 \left[2 + c^2 - \frac{1}{c^2} \right]
 \end{aligned}$$

— 2-го бузга "core" бузгачи.
 бузгачи бузгачи 24/2,
 бузгачи бузгачи бузгачи.

$$\begin{aligned}
 \text{Buzg "core": } W(z) &= \frac{i}{|z| \bar{z}} \left[|z|^2 + \frac{1}{2} a (z - \bar{z})(|z|^2 + 1) \right] = \\
 &= \frac{i}{|z|} \left[1 + \frac{1}{2} a \frac{1}{|z|^2} (z - \bar{z})(|z|^2 + 1) \right], \quad \frac{\partial W}{\partial z} = \text{не рақам аст.} \\
 \overline{W(z)} &= -i \frac{\bar{z}}{|z|} \left[1 + \frac{1}{2} a \frac{1}{|z|^2} (\bar{z} - z)(|z|^2 + 1) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W(z) &= i \frac{(x + iy)}{\rho} \left[1 + \frac{1}{2} a \frac{1}{\rho^2} 2iy(\rho^2 + 1) \right] = \frac{1}{\rho} \left[-y - x \frac{a}{\rho^2} y(\rho^2 + 1) + i \left(x - ay \frac{y}{\rho^2} (\rho^2 + 1) \right) \right] \\
 &= \frac{1}{\rho} \left[-y \left(1 + \frac{xa}{\rho^2} (1 + \rho^2) \right) + i \left(x - a \frac{y^2}{\rho^2} (\rho^2 + 1) \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$m_y(\vec{p}) = \text{Im} W = \cos \varphi - a \frac{\sin^2 \varphi}{\rho} (\rho^2 + 1), \quad m_x(\vec{p}) = \text{Re} W = -\sin \varphi \left(1 + a \cos \varphi \frac{1}{\rho} (\rho^2 + 1) \right)$$

$$p_1(\varphi) = c + a(1-c^2)\cos\varphi + O(a^2)$$

Date.

$$m_x(x, y) = -\frac{y}{\rho} \left(1 + a \frac{x}{\rho^2} (1 + \rho^2) \right) = -\frac{y}{\rho} \left[1 + a x \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right], \quad \rho^2 = x^2 + y^2$$

$$m_y(x, y) = \frac{x}{\rho} - a y^2 \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^3} \right), \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_x}{\partial x} &= -y \left(\frac{1}{\rho^2} \frac{x}{\rho} \left[1 + a x \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] - \frac{y}{\rho} \left[a \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) + a x \left(-\frac{2}{\rho^3} \right) \frac{x}{\rho} \right] \right) = \\ &= \frac{y x}{\rho^3} \left[1 + a x \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] - a \frac{y}{\rho} \left[1 + \frac{1}{\rho^2} - 2 \frac{x^2}{\rho^4} \right] = \frac{x y}{\rho^3} + a \left[\frac{y x^2}{\rho^3} \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) - \frac{y}{\rho} \left(1 + \frac{1}{\rho^2} - \frac{2 x^2}{\rho^4} \right) \right] \\ &= \frac{x y}{\rho^3} + a \frac{y}{\rho} \left[\frac{x^2}{\rho^2} \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) - 1 - \frac{1}{\rho^2} + 2 \frac{x^2}{\rho^4} \right] = \frac{x y}{\rho^3} + a \frac{y}{\rho} \left[-1 + \frac{1}{\rho^2} (x^2 + 1) + 3 \frac{x^2}{\rho^4} \right] = \end{aligned}$$

... $x, y, (\nabla m_x)^2, (\nabla m_y)^2$...

$$m_\rho(\rho^2) = -a \frac{(\rho^2 + 1)}{\rho} \sin\varphi, \quad m_\varphi(\rho^2) = 1, \quad m_z = 0$$

$$\sum (\nabla m_\alpha)^2 = \left(\frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left[\left(\frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} - 1 \right)^2 + m_\rho^2 \right]$$

$$\frac{\partial m_\rho}{\partial \rho} = -a \sin\varphi \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} (\rho^2 + 1) \right] = -a \sin\varphi \left[-\frac{1}{\rho^2} (\rho^2 + 1) + \frac{1}{\rho} 2\rho \right] = -a \sin\varphi \left[1 - \frac{1}{\rho^2} \right]$$

$$\frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} = -a \frac{(\rho^2 + 1)}{\rho} \cos\varphi$$

$$\begin{aligned} \sum (\nabla m_\alpha)^2 &= a^2 \sin^2\varphi \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left[\left(-1 - \frac{a}{\rho} (\rho^2 + 1) \cos\varphi \right)^2 + \frac{a^2}{\rho^2} (\rho^2 + 1) \sin^2\varphi \right] = \\ &= a^2 \sin^2\varphi \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left[1 + \frac{2a}{\rho} (\rho^2 + 1) \cos\varphi + \frac{a^2}{\rho^2} (\rho^2 + 1)^2 \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\rho^2} + 2a \frac{1}{\rho^3} (\rho^2 + 1) \cos\varphi + a^2 \left[\sin^2\varphi \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right)^2 + \frac{1}{\rho^4} (\rho^2 + 1)^2 \right]$$

$$\int_{\rho_+(c)}^{\rho_-(c)} \sum (\nabla m_\alpha)^2 = \int_0^{2\pi} \int_{\rho_+(c)}^{\rho_-(c)} \left[\frac{1}{\rho^2} + 2a \frac{(\rho^2 + 1)}{\rho^3} \cos\varphi + a^2 \left\{ \sin^2\varphi \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right)^2 + \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right)^2 \right\} \right] d\rho d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} \ln \rho_+(c) d\varphi + 2 \int_0^{2\pi} \cos\varphi \int_{\rho_+(c)}^{\rho_-(c)} d\rho \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) + a^2 \int_0^{2\pi} \int_{\rho_+(c)}^{\rho_-(c)} \left[\sin^2\varphi \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right)^2 + \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right)^2 \right] d\rho d\varphi$$

$$\int_0^{2\pi} \ln \rho_+(c) d\varphi = (\ln c) \cdot 2\pi + \int_0^{2\pi} \ln \left[\frac{1}{c} (1 - c^2) \cos\varphi + a^2 \left\{ c^2 - 1 + \frac{(1 - c^2)^2}{2c^2} \cos^2\varphi \right\} \right] d\varphi =$$

$$= 2\pi \ln c + \int_0^{2\pi} \left[a^2 \left\{ c^2 - 1 + \frac{(1 - c^2)^2}{2c^2} \cos^2\varphi \right\} - \frac{1}{2} \frac{a^2}{c^2} (1 - c^2)^2 \cos^2\varphi \right] d\varphi = 2\pi \ln c + 2\pi a^2 (c^2 - 1) \quad (\text{срочно})$$

$$\int_0^{2\pi} \cos\varphi \int_{\rho_+(c)}^{\rho_-(c)} d\rho f(\rho) = \int_0^{2\pi} \cos\varphi [F(\rho_-) - F(\rho_+)] d\varphi = - \int_0^{2\pi} \cos\varphi F[\rho_+(c)] d\varphi = - \int_0^{2\pi} \cos\varphi \left[\frac{1}{c} (1 - c^2) \cos\varphi + O(a^2) \right] d\varphi = -a(1 - c^2) f(c) \pi = -\pi a(1 - c^2) \left(1 + \frac{1}{c^2} \right) = -\pi a \frac{1}{c^2} (1 - c^4)$$

Date.

$$\begin{aligned} \text{III} \quad & \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c dp p \left[\sin^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{p^2}\right)^2 \right] = \pi \int_0^c dp p \left[\left(1 - \frac{1}{p^2}\right)^2 + 2\left(1 + \frac{1}{p^2}\right)^2 \right] = \\ & = \pi \int_0^c dp p \left[1 - \frac{2}{p^2} + \frac{1}{p^4} + 2 + \frac{4}{p^2} + \frac{2}{p^4} \right] = \pi \int_0^c dp p \left[3 + \frac{2}{p} + \frac{3}{p^3} \right] = \\ & = \pi \left[3 \frac{p^2}{2} + 2 \ln p + 3 \frac{(-1)}{2} \frac{1}{p^2} \right]_0^c = \pi \left[\frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right] - \pi \left[\frac{3}{2} c^2 + 2 \ln c - \frac{3}{2} \frac{1}{c^2} \right] = \\ & = -\pi \left[\frac{3}{2} (c^2 - \frac{1}{c^2}) + 2 \ln c \right] - \text{равно как и } 24/\pi. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \int d^2 p \sum (\nabla m_\alpha)^2 &= -2\pi \ln c - 2\pi a^2 (c^2 - 1) + 2a \left[-\pi \frac{a}{c^2} (1 - c^4) \right] - \\ & - \pi a^2 \left[\frac{3}{2} (c^2 - \frac{1}{c^2}) + 2 \ln c \right] = -2\pi \ln c - 2\pi a^2 (c^2 - 1) - \\ & - 2\pi a^2 \frac{1}{c^2} (1 - c^4) - \pi a^2 \left[\frac{3}{2} \frac{1}{c^2} (c^4 - 1) + 2 \ln c \right] = -2\pi \ln c - \\ & - \pi a^2 \left[2(c^2 - 1) + 2 \frac{1}{c^2} (1 - c^4) + \frac{3}{2} \frac{1}{c^2} (c^4 - 1) + 2 \ln c \right] = -2\pi \ln c - \\ & - \pi a^2 \left[2(c^2 - 1) + 2 \ln c + \frac{1}{2} \frac{1}{c^2} (1 - c^4) \right] - \text{совн. с непальн. выражением } 24/\pi. \end{aligned}$$

уточняется. K. Moroz known by Mathematica, too $W_{ex} = W_{ex}(0) + \dots$

$$\frac{1}{V M^2} W_m^{\text{topm}} = \frac{4\pi c^3}{\beta} \left\{ \left[g_u(0) - g_u\left(\frac{\beta}{c}\right) \right] + 8c^2 a^2 \left[g_{MG}(0) - g_{MG}\left(\frac{\beta}{c}\right) \right] \right\}$$

$$\beta = \frac{L}{R}$$

c - radius of core w/m $a=0$
eg. R, a - cylinder radius $\frac{2-a}{1-a^2}$
6 eg. R.

$$\frac{1}{V M^2} W_m^{\text{Sok}} = \pi a^2 \int_0^\infty dk \frac{2 f(\beta k)}{k} J_1^2(k), \quad g_{MG}(x) = \frac{1}{2}$$

$$g_{MG}(x) = \int_0^\infty dk e^{-kx} \left[\int_0^1 dr \frac{r^2(1-r^2)}{(1+r^2)^2} J_1(kr) \right]^2$$

$$g_u(x) = \int_0^\infty dk e^{-kx} \left[\int_0^1 \frac{r(1-r^2)}{(1+r^2)} J_0(kr) dr \right]^2, \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1 - e^{-x})$$

$$\frac{1}{V M^2} W_m^{\text{vel}} = 4\pi a^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \left[\int_0^1 dp p J_1(kp) F(p, c) \right]^2, \quad F(p, c) = \begin{cases} \frac{4c^3 p}{(p^2 + c^2)^2}, & p \leq c \\ 1, & p > c \end{cases}$$

$$\frac{1}{V M^2} W(a) = W_m(a) + W_{ex}(a) + W_H(a) = W(0) + W_m^{\text{topm}}(a) + W_m^{\text{Sok}}(a) + W_m^{\text{vel}}(a) - \frac{4}{3} a h$$

$$\int_0^1 dp p J_1(kp) F(p, c) = \left| \beta/c = x \right|_{dp = dx \cdot c}^{kc} = e^2 \int_0^1 dx x \cdot [\dots], \quad F(p, c) = \frac{4}{c} \frac{p}{(1 + p^2/c^2)^2}$$

Date. 28. 10.

Выводим элемент дуги конформного $O(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$

1. Найдём величину W и её значение в a и точке z $z=a^2$

$$W = \sum (\nabla m_x)^2 = \left| \frac{\partial \ln O(z)}{\partial z} \right|^2 \text{ в } a \text{ "core"}$$

$$\text{Вне "core" } m_x = \operatorname{Re} W, m_y = \operatorname{Im} W, W(z) = i \frac{O(z)}{|O(z)|}, W(z) = e^{i\Phi(x,y)}$$

$$m_x = \operatorname{Re} W = \operatorname{Re}[e^{i\Phi}] = \operatorname{Re}[i(\cos \Phi + i \sin \Phi)] = -\sin \Phi, m_y = \cos \Phi$$

У нас $a=0$ $\Phi(a=0) = \varphi$ - произвольный угол.

$$\sum (\nabla m_x)^2 = \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_y}{\partial y} \right)^2 = \left| \begin{matrix} m_x = -\sin \Phi(x,y) \\ m_y = \cos \Phi(x,y) \end{matrix} \right|^2 =$$

$$= \cos^2 \Phi \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] + \sin^2 \Phi \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 = (\nabla \Phi)^2$$

$$\Phi(x,y) = \arctg \left[\frac{\rho \sin \varphi (1-a^2)}{(1+a^2)\rho \cos \varphi - a(1+\rho^2)} \right] \text{ Конечное 18/18}$$

$$(\nabla m_x)^2 = \left[\nabla (m_x^0 + a \cdot f + f \cdot a^2) \right]^2$$

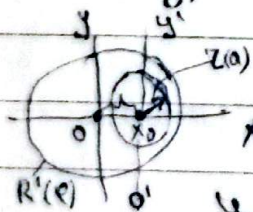
$$\sum (\nabla m_x)^2 = \left(\frac{\partial m_p}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left[\left(\frac{\partial m_p}{\partial \varphi} - m_\varphi \right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} + m_p \right)^2 \right]$$

Конечное 21/18 Вне "core" : $m_p = -a \sin \varphi (\rho^2+1) + O(a^2), m_\varphi = 1 + O(a^2)$

→ Найдём в точке $\left(\frac{\partial m_p}{\partial \varphi} - m_\varphi \right)^2 = \left(\frac{\partial m_p}{\partial \varphi} \right)^2 + m_\varphi^2 - 2m_\varphi \frac{\partial m_p}{\partial \varphi}$ возврат

до a невозврат и параметр Вне "core" 21/18 невозврат параметр $a < c$ (+, к. $a \rightarrow 0$).

29/18 $\Phi(x,y) = \arctg \left[\frac{y(1-a^2)}{(1+a^2)x - a(1+x^2+y^2)} \right], x,y$ - координаты конформного преобразования



$$\begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y - y_0 \end{cases} \text{ В } O'(x'y') \text{ координаты конформного преобразования с центром в } O', \text{ "core" } \rho' = r(a)$$

У нас Φ - функция конформного преобразования в $x'y'$ -координатах : $R'(a) = -x_0 \cos \varphi + \sqrt{R^2 - x_0^2 \sin^2 \varphi}$

$$\text{У нас } \Phi(x,y) = \arctg \left[\frac{y(1-a^2)}{(1+a^2)x - a(1+x^2+y^2)} \right] \quad \left\{ \begin{matrix} x_0 = a \frac{1-c^2}{1-a^2c^2} \\ c = c \frac{1-a^2}{1-a^2c^2} \end{matrix} \right.$$

$$\text{ctg } \Phi(x',y') = \frac{1}{y'(1-a^2)} \left[(1+a^2)(x'+x_0) - a[1+x'^2+y'^2+2x'x_0+x_0^2] \right] = \left| \text{core} \right|$$

$$= \frac{1}{y'} (1+a^2) [x'+x_0 + a^2 x' - a[1+x'^2+y'^2+2x'x_0]] = \frac{1}{y'} [x'+x_0 - a(1+x'^2+y'^2) + 2a^2 x']$$

Date.

$$= \frac{1}{y'} \left[x' - a(c^2 + x'^2 + y'^2) + 2a^2 x' c^2 \right] \cdot \Phi(x, y) = \operatorname{arctg}(u)$$

$$\operatorname{arctg} u = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{u} \cdot \Phi(x, y) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left[\frac{(1+a^2)x - a(1+y^2)}{y(1-a^2)} \right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left[\frac{x'}{y'} - \frac{a}{y'} (c^2 + x'^2 + y'^2) + 2a^2 c^2 \frac{x'}{y'} \right]$$

$$\operatorname{arctg} [\varphi_0 + a\varphi_1 + a^2\varphi_2] = f(\varphi_0 + a\varphi_1 + a^2\varphi_2) = f(\varphi_0) + f'(\varphi_0)(a\varphi_1 + a^2\varphi_2) +$$

$$+ \frac{1}{2} f''(\varphi_0) a^2 \varphi_1^2 = \operatorname{arctg} \varphi_0 + \frac{1}{1+\varphi_0^2} (a\varphi_1 + a^2\varphi_2) + \frac{1}{2} \frac{(-1)}{(1+\varphi_0^2)^2} 2\varphi_0 a^2 \varphi_1^2 =$$

$$= \operatorname{arctg} \varphi_0 + a \frac{\varphi_1}{1+\varphi_0^2} + \frac{a^2}{(1+\varphi_0^2)^2} [\varphi_2(1+\varphi_0^2) - \varphi_0 \varphi_1^2]$$

$$\Phi(x', y') = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{x'}{y'} - a \frac{1}{1 + \frac{x'^2}{y'^2}} \left(-\frac{1}{y'} \right) (c^2 + x'^2 + y'^2) + \frac{a^2}{\left(1 + \frac{x'^2}{y'^2}\right)^2} \left[2c^2 \frac{x'}{y'} (1 + \frac{x'^2}{y'^2}) - \frac{x'}{y'} \frac{1}{y'^2} (c^2 + y'^2)^2 \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{x'}{y'} + a \frac{y'}{x'^2 + y'^2} (c^2 + x'^2 + y'^2) + \frac{a^2}{(x'^2 + y'^2)^2} \left[2c^2 x' y' (x'^2 + y'^2) - x' y' (c^2 + y'^2)^2 \right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{x'}{y'} + a \frac{y'}{y'^2} (c^2 + y'^2) + a^2 \frac{x' y'}{y'^4} [2c^2 y'^2 - (c^2 + y'^2)^2] =$$

$$= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{x'}{y'} + a \frac{y'}{y'^2} (c^2 + y'^2) + a^2 \frac{x' y'}{y'^4} (-1) (c^4 + y'^4) =$$

$$= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{x'}{y'} + ac^2 \frac{y'}{y'^2} + ay' - a^2 c^4 \frac{x' y'}{y'^4} - a^2 x' y'$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x'} = -\frac{1}{1 + \frac{x'^2}{y'^2}} \frac{1}{y'} + ac^2 y' \left(-\frac{2}{y'^3} \right) \frac{x'}{y'} - a^2 c^4 y' \left[\frac{1}{y'^4} + x' \left(-\frac{4}{y'^5} \right) \frac{x'}{y'} \right] - a^2 y'$$

и т.д. - с помощью формулы. Дрugiи выго:

$$w_x = \sum (\nabla w_x)^2 = \left| \frac{\partial}{\partial z} \ln O(z) \right|^2 = \left| \frac{\partial}{\partial z} \ln \left(\frac{z-a}{1-az} \right) \right|^2 = \left| \frac{\partial}{\partial z} [\ln(z-a) - \ln(1-az)] \right|^2 =$$

$$\left| \ln(z-a) - \ln \left(z \left(1 - \frac{a}{z} \right) \right) \right|^2 = \left| \ln z + \ln \left(1 - \frac{a}{z} \right) \right|^2 =$$

$$\ln O(z) = \ln \frac{z-a}{1-az} = \ln z + \ln \frac{1-a/z}{1-az} = \ln z + \ln \left[\left(1 - \frac{a}{z} \right) (1 + az + a^2 z^2) \right] =$$

$$= \ln z + \ln \left[1 + az + a^2 z^2 - \frac{a}{z} - a^2 \right] = \ln z + \ln \left[1 + a \left(z - \frac{1}{z} \right) + a^2 (z^2 - 1) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \ln O(z) = \frac{\partial}{\partial z} [\ln(z-a) - \ln(1-az)] = \frac{1}{z-a} - \frac{1}{1-az} (-a) =$$

$$= \frac{1}{z} \frac{1}{1-a/z} + a \frac{1}{1-az} = \frac{1}{z} \left[1 + \frac{a}{z} + \frac{a^2}{z^2} \right] + a \left[1 + az \right] = \frac{1}{z} + a \left(\frac{1}{z^2} + 1 \right) + a^2 \left(\frac{1}{z^3} + z \right)$$

$$\left| \frac{\partial}{\partial z} \ln O(z) \right|^2 = \left[\frac{1}{z} + a \left(\frac{1}{z^2} + 1 \right) + a^2 \left(\frac{1}{z^3} + z \right) \right] \left[\frac{1}{\bar{z}} + a \left(\frac{1}{\bar{z}^2} + 1 \right) + a^2 \left(\frac{1}{\bar{z}^3} + \bar{z} \right) \right] =$$

Date.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{|z|^2} + a \left\{ \frac{1}{z} \left(\frac{1}{\bar{z}} + 1 \right) + \frac{1}{\bar{z}} \left(\frac{1}{z} + 1 \right) \right\} + a^2 \left\{ \left(\frac{1}{z} + 1 \right) \left(\frac{1}{\bar{z}} + 1 \right) + \frac{1}{z} \left(\frac{1}{\bar{z}} + 1 \right) + \frac{1}{\bar{z}} \left(\frac{1}{z} + 1 \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{|z|^2} + a \left\{ \frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} + \frac{1}{|z|^2} + \frac{1}{|z|^2} \right\} + a^2 \left\{ \frac{1}{|z|^4} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{\bar{z}^2} + 1 + \frac{1}{|z|^2 \bar{z}^2} + \frac{\bar{z}}{z} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{z^2 |z|^2} + \frac{z}{\bar{z}} \right\} = \frac{1}{|z|^2} + a \left(\frac{1}{|z|^2} + 1 \right) \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} \right) + a^2 \left\{ 1 + \frac{1}{|z|^4} + \frac{\bar{z}^2}{|z|^4} + \frac{z^2}{|z|^4} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{z^2}{|z|^6} + \frac{\bar{z}^2}{|z|^6} + \frac{\bar{z}^2}{|z|^2} + \frac{z^2}{|z|^2} \right\} = \frac{1}{|z|^2} + a \left(\frac{1}{|z|^2} + 1 \right) \left(\frac{z + \bar{z}}{|z|^2} \right) + \\
 &\quad + a^2 \left\{ 1 + \frac{1}{|z|^4} + \frac{1}{|z|^4} (\bar{z}^2 + z^2) + \frac{1}{|z|^6} (z^2 + \bar{z}^2) + \frac{1}{|z|^2} (z^2 + \bar{z}^2) \right\} = \\
 &= \frac{1}{|z|^2} + \frac{a}{|z|^2} \left(\frac{1}{|z|^2} + 1 \right) (z + \bar{z}) + a^2 \left\{ 1 + \frac{1}{|z|^4} + \frac{(z^2 + \bar{z}^2)}{|z|^2} \left[1 + \frac{1}{|z|^2} + \frac{1}{|z|^4} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

— have necessary of them. In general for "core". $|z|^2 = x^2 + y^2 = (x' + x_0)^2 + y'^2$

$$z = x + iy = x' + x_0 + iy', \quad x_0 \sim a. \quad z + \bar{z} = 2(x' + x_0) = 2[p' \cos \varphi' + x_0]$$

$$z^2 + \bar{z}^2 = x^2 - y^2 + 2xiy + x^2 - y^2 - 2ixy = 2(x^2 - y^2) = 2[(x' + x_0)^2 - y'^2]$$

$$a^2 \{ \dots \} = a^2 \{ \dots \}_{x'=x} = a^2 \left\{ 1 + \frac{1}{p'^4} + \frac{1}{p'^2} 2(x'^2 - y'^2) \left[\frac{1}{p'^4} + \frac{1}{p'^2} + 1 \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \oint_{\gamma(a)} dS W_{ey} &= \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \left| \frac{\partial}{\partial z} \ln D(z) \right|^2 = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \frac{1}{|z|^2} + \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \times \\
 &\quad \times a \frac{1}{|z|^2} \left(\frac{1}{|z|^2} + 1 \right) 2[p' \cos \varphi' + x_0] + \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' a^2 \left\{ 1 + \frac{1}{p'^4} + 2 \cos 2\varphi' [\dots] \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (I): \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \frac{1}{y'^2 + (x' + x_0)^2} &= \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \frac{1}{p'^2 + 2p' \cos \varphi' x_0 + x_0^2} = \\
 &= \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \frac{1}{p'^2 + 2p' \cos \varphi' x_0 + x_0^2} = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \left[1 - 2 \cos \varphi' \frac{x_0}{p'} + \frac{x_0^2}{p'^2} + 4 \cos^2 \varphi' \frac{x_0^2}{p'^2} \right] \\
 &= \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \frac{1}{p'^2} \left[1 - 2 \cos \varphi' \frac{x_0}{p'} + \frac{x_0^2}{p'^2} (4 \cos^2 \varphi' - 1) \right] = \\
 &= \int_0^{2\pi} d\varphi' \ln \frac{R'(\varphi')}{r} - 2x_0 \int_0^{2\pi} d\varphi' \cos \varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \frac{1}{p'^2} + x_0^2 \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\gamma(a)} dS' p' \frac{1}{p'^4} (4 \cos^2 \varphi' - 1) = \\
 &= \int_0^{2\pi} d\varphi' \left[\ln \frac{-x_0 \cos \varphi' + \sqrt{R'^2 - x_0^2 \sin^2 \varphi'}}{r(a)} \right] - 2x_0 \int_0^{2\pi} d\varphi' \cos \varphi' \left(-\frac{1}{p'} \right) \Big|_{\gamma(a)} + \\
 &\quad + x_0^2 \left(-\frac{1}{3} \right) \frac{1}{p'^3} \Big|_{\gamma(a)} \cdot [4 \cdot \pi - 2\pi] = \int_0^{2\pi} d\varphi' \ln \left[\sqrt{1 - x_0^2 \sin^2 \varphi'} - x_0 \cos \varphi' \right] - 2\pi \ln r(a) + \\
 &\quad + 2x_0 \int_0^{2\pi} d\varphi' \cos \varphi' \frac{1}{R'(\varphi')} - x_0^2 2\pi \frac{1}{3} \left[1 - \frac{1}{\bar{c}^2} \right] = 2\pi \ln r(a)
 \end{aligned}$$

Задание № 10. Вектор $\vec{m}$ - единичный вектор?

Дата. 30. 10.

Известно: $\vec{m}$ - единичный вектор

$$\frac{1}{z-a} = \frac{1}{z-a} + \frac{a}{1-az} = \frac{1-az + a(z-a)}{(z-a)(1-az)} = \frac{1-a^2}{(z-a)(1-az)}$$

$$|(z-a)(1-az)|^2 = (z-a)(\bar{z}-a)(1-az)(1-a\bar{z}) = [z\bar{z} - a(z+\bar{z}) + a^2]$$

$$| \frac{1-a^2}{(z-a)(1-az)} |^2 = \frac{(1-a^2)^2}{[z\bar{z} - a(z+\bar{z}) + a^2][1 - a(z+\bar{z}) + a^2\bar{z}z]}$$

$$= \frac{(1-a^2)^2}{z\bar{z}} \left[1 - a \frac{z+\bar{z}}{z\bar{z}} + \frac{a^2}{z\bar{z}} \right] \left[1 - a(z+\bar{z}) + a^2\bar{z}z \right] = \frac{(1-a^2)^2}{z\bar{z}} \left[1 + a \frac{(z+\bar{z})}{z\bar{z}} - \frac{a^2}{z\bar{z}} + \right.$$

$$\left. + a^2 \frac{(z+\bar{z})^2}{z\bar{z}^2} \right] \left[1 + a(z+\bar{z}) - a^2\bar{z}z + a^2(z+\bar{z})^2 \right] = \frac{(1-a^2)^2}{z\bar{z}} \left[1 + a \left\{ \frac{(z+\bar{z})}{z\bar{z}} + (z+\bar{z}) \right\} + \right.$$

$$\left. + a^2 \left\{ -\frac{1}{z\bar{z}} - \bar{z}z + (z+\bar{z})^2 \left[\frac{1}{z\bar{z}^2} + \frac{1}{z\bar{z}} + 1 \right] \right\} \right] = \frac{(1-2a^2)}{z\bar{z}} \left[1 + a(z+\bar{z}) \left\{ \frac{1}{z\bar{z}} + 1 \right\} + \right.$$

$$\left. + a^2 \left\{ -2 - \frac{1}{z\bar{z}} - \bar{z}z + (z+\bar{z})^2 \left[\frac{1}{z\bar{z}^2} + \frac{1}{z\bar{z}} + 1 \right] \right\} \right] = \frac{1}{z\bar{z}} \left[1 + a(z+\bar{z}) \left\{ \frac{1}{z\bar{z}} + 1 \right\} + \right.$$

$$\left. + a^2 \left\{ -2 - \frac{1}{z\bar{z}} - \bar{z}z + (z+\bar{z})^2 \left[\frac{1}{z\bar{z}^2} + \frac{1}{z\bar{z}} + 1 \right] \right\} \right] - \text{сумма, которая равна } 0 \text{ в } z \text{ и } \bar{z} \text{.$$

Вектор $\vec{m}$ - единичный вектор $\vec{m}$ ($w(z) = i \frac{O(z)}{1-az}$, $O(z) = \frac{z-a}{1-az}$)

а - действительное т.е. $\vec{m}$ - единичный вектор, $\vec{m}(\vec{p})$

$$\begin{aligned} m_x(\vec{p}) &= \frac{-p \sin \varphi (1-a^2)}{\sqrt{1-2ap \cos \varphi + a^2 p^2} \sqrt{p^2 - 2ap \cos \varphi + a^2}} \\ m_y(\vec{p}) &= \frac{(1+a^2)p \cos \varphi - a(1+p^2)}{\sqrt{1-2ap \cos \varphi + a^2 p^2} \sqrt{p^2 - 2ap \cos \varphi + a^2}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{1-2ap \cos \varphi + a^2 p^2} \sqrt{1-2a \frac{1}{p} \cos \varphi + \frac{a^2}{p^2}} = \sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + \dots =$$

$$= \left[1 - ap \cos \varphi + \frac{1}{2}a^2 p^2 + \frac{1}{8}4a^2 p^2 \cos^2 \varphi \right] \left[1 - \frac{a}{p} \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{a^2}{p^2} + \frac{1}{8}4a^2 \frac{1}{p^2} \cos^2 \varphi \right] =$$

$$= 1 - a \cos \varphi \left[p + \frac{1}{p} \right] + \frac{a^2}{2} \left[p^2 + p^2 \cos^2 \varphi + \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^2} \cos^2 \varphi + 2 \cos^2 \varphi \right] =$$

$$= 1 - a \cos \varphi \left[p + \frac{1}{p} \right] + \frac{a^2}{2} \left[(p^2 + \frac{1}{p^2} + 2) \cos^2 \varphi + p^2 + \frac{1}{p^2} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x} \sqrt{1+y}} = \frac{1}{1 - a \cos \varphi \left[p + \frac{1}{p} \right] + \frac{a^2}{2} \left[(p^2 + \frac{1}{p^2} + 2) \cos^2 \varphi + p^2 + \frac{1}{p^2} \right]} =$$

$$+ a^2 \cos^2 \varphi (p + \frac{1}{p})^2 = 1 + a \cos \varphi (p + \frac{1}{p}) + \frac{a^2}{2} \left[(p + \frac{1}{p})^2 \cos^2 \varphi - p^2 - \frac{1}{p^2} \right] =$$

Date. . .

$$= 1 + a \cos \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{a^2}{2} \left[2 \cos^2 \varphi - \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin^2 \varphi \right] - \text{Answer!}$$

$$m_x(\rho) = -\rho \sin \varphi (1 - a^2) \left[1 + a \cos \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{a^2}{2} \left[2 \cos^2 \varphi - \left(\frac{1}{\rho^2} + \rho^2 \right) \sin^2 \varphi \right] \right] =$$

$$= -\sin \varphi \left[1 + a \cos \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{a^2}{2} \left[2 \cos^2 \varphi - \left(\frac{1}{\rho^2} + \rho^2 \right) \sin^2 \varphi \right] - a^2 \right] =$$

$$= -\sin \varphi \left[1 + a \cos \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) - \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 \right] \text{ Ans. core }$$

$$m_y(\rho) = \left[\rho \cos \varphi (1 + a^2) - a \left(1 + \rho^2 \right) \right] \frac{1}{\rho} \left[1 + a \cos \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{a^2}{2} \left[2 \cos^2 \varphi - \left(\frac{1}{\rho^2} + \rho^2 \right) \sin^2 \varphi \right] \right]$$

$$= \cos \varphi + a \left[\cos^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) - \left(\frac{1}{\rho} + \rho \right) \right] + a^2 \left[\frac{1}{2} \cos \varphi \left[2 \cos^2 \varphi - \left(\frac{1}{\rho^2} + \rho^2 \right) \sin^2 \varphi \right] \right]$$

$$+ \cos \varphi - \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 \cos \varphi \Big] = \cos \varphi - a \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin^2 \varphi +$$

$$+ \frac{a^2}{2} \cos \varphi \left[2 \cos^2 \varphi - \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin^2 \varphi + 2 - 2 \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 \right] =$$

$$= \cos \varphi - a \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin^2 \varphi - \frac{a^2}{2} \cos \varphi \left[\sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 + 2 \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] \text{ Ans. core }$$

$$\rightarrow m_\rho(\rho) = m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi = -\sin \varphi \cos \varphi \left[1 + a \cos \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) - \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 \right]$$

$$+ \sin \varphi \cos \varphi - a \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin^3 \varphi - \frac{a^2}{2} \cos \varphi \sin \varphi \left[\sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 + 2 \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] =$$

$$= -a \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi \left[\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \right] - \frac{a^2}{2} \cos \varphi \sin \varphi \left[- \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 + 2 \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] =$$

$$= -a \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin \varphi - a^2 \cos \varphi \sin \varphi \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) = -a \sin \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) - \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right)$$

$$m_\varphi(\rho) = -m_x \sin \varphi + m_y \cos \varphi = \sin^2 \varphi \left[1 + a \cos \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) - \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 \right] +$$

$$+ \cos^2 \varphi - a \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \sin^2 \varphi \cos \varphi - \frac{a^2}{2} \cos^2 \varphi \left[\sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 + 2 \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] =$$

$$= 1 - \frac{a^2}{2} \left[\sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 + \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 + 2 \cos^2 \varphi \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] =$$

$$= 1 - \frac{a^2}{2} \left[\sin^2 \varphi \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right)^2 + 2 \cos^2 \varphi \left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \right] =$$

$$= 1 - \frac{a^2}{2} \left[\left(\frac{1}{\rho} + \rho \right)^2 + \cos^2 \varphi \left(\frac{1}{\rho} - \rho \right)^2 \right] \text{ Ans. core }$$

Date. 31. 10.

BO

4 4 T 4 E K
4 11 4 8 9

$$m_x^2 + m_y^2 = m_p^2 + m_q^2 = a^2 \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + 1 - a^2 \left[\sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + 2 \cos^2 \varphi \left(\frac{p^2 + 1}{p^2}\right) \right]$$

$\sim O(a^2)$ - no dependence. Denominator $= (1 + O(a^2))$.

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2a \frac{1}{p} \cos \varphi + \frac{a^2}{p^2}}} = \left| \frac{1}{\sqrt{1+x}} \right| = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 =$$

$$= \left[1 + a p \cos \varphi - \frac{1}{2} a^2 p^2 + \frac{3}{8} 4 a^2 p^2 \cos^2 \varphi \right] \left[1 + a \frac{1}{p} \cos \varphi - \frac{1}{2} \frac{a^2}{p^2} + \frac{3}{8} 4 a^2 \frac{\cos^2 \varphi}{p^2} \right] =$$

$$= 1 + a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{a^2}{2} \left[-p^2 + 3 p^2 \cos^2 \varphi - \frac{1}{p^2} + 3 \cos^2 \varphi \frac{1}{p^2} + 2 \cos^2 \varphi \right] =$$

$$= 1 + a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{a^2}{2} \left[(3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \cos^2 \varphi \right] - \text{same}$$

$$[3 \cos^2 \varphi] \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \cos^2 \varphi = (2 \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \cos^2 \varphi$$

$$m_x(p) = -p \sin \varphi (1 - a^2) \frac{1}{p} \left[1 + a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{a^2}{2} \left\{ (3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \cos^2 \varphi \right\} \right] =$$

$$= -\sin \varphi \left[1 + a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{a^2}{2} \left\{ \cdot \right\} - a^2 \right] =$$

$$= -\sin \varphi \left[1 + a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{a^2}{2} \left[2 \cos^2 \varphi \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) - \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] \right]$$

$$m_y(p) = [p \cos \varphi - a(1 + p^2) + a^2 p \cos \varphi] \frac{1}{p} \left[1 + a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{a^2}{2} \left\{ (3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \cos^2 \varphi \right\} \right] =$$

$$= \cos \varphi - a \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + a^2 \left[\cos \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi \left\{ (3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \cos^2 \varphi \right\} - \right.$$

$$\left. - \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] = \cos \varphi - a \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{2} a^2 \cos \varphi \left[2 + (3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) + 2 \cos^2 \varphi - \right.$$

$$\left. - 2 \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right]$$

$$= \left[2 + (3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2(3 \cos^2 \varphi - 1) + 2 \cos^2 \varphi - 2 \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] =$$

$$= \left[\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 3(\cos^2 \varphi - 1) - 4 \cos^2 \varphi + 4 \right] = \sin^2 \varphi \left[4 - 3 \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right]$$

$$m_y(p) = \cos \varphi - a \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{2} a^2 \cos \varphi \sin^2 \varphi \left[4 - 3 \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right]$$

$$m_x(p) = -\sin \varphi - a \sin \varphi \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) - \sin \varphi \frac{a^2}{2} \left[(3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 4 \cos^2 \varphi \right]$$

$$m_p(p) = -\sin \varphi \cos \varphi - a \sin \varphi \cos^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) - \sin \varphi \cos \varphi \frac{a^2}{2} \left[(3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 4 \cos^2 \varphi \right] +$$

$$+ \sin \varphi \cos \varphi - a \sin^3 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{2} a^2 \cos \varphi \sin^3 \varphi \left[4 - 3 \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] =$$

Date.

$$= -a\left(p + \frac{1}{p}\right) \sin \varphi - \frac{a^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi \left[(3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 4 \cos^2 \varphi - 4 \sin^2 \varphi + 3 \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] \\ = -a \sin \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) - \frac{a^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi \left[-4 + 2 \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] \\ = -a \sin \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) - a^2 \sin \varphi \cos \varphi \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)$$

$$m_\varphi(\vec{p}) = \sin^2 \varphi + a \sin^2 \varphi \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left[(3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 4 \cos^2 \varphi \right] \\ + \cos^2 \varphi - a \sin^2 \varphi \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{2} a^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi \left[4 - 3 \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] = \\ = 1 + \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left[(3 \cos^2 \varphi - 1) \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 4 \cos^2 \varphi + 4 \cos^2 \varphi - 3 \cos^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] = \\ = 1 + (-1) \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2$$

$$\vec{m}^2 = m_p^2 + m_\varphi^2 = a^2 \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + 1 - a^2 \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = 1 + O(a^3) - \text{bepne}$$

$$\begin{cases} m_p(\vec{p}) = -a \sin \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) - a^2 \sin \varphi \cos \varphi \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) \\ m_\varphi(\vec{p}) = 1 - \frac{1}{2} a^2 \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \end{cases} \quad \text{One "core" term - go } a^2$$

Take factor $W_{\vec{p}}$ One "core" at $2/x$ terms go to zero.

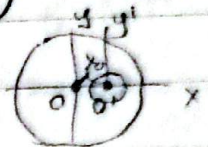
$$\sum_{\vec{p}} (m_{\vec{p}})^2 = \left(\frac{\partial m_p}{\partial p}\right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[\left(\frac{\partial m_p}{\partial \varphi} - m_\varphi\right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} + m_p\right)^2 \right] = \\ = a^2 \sin^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)^2 + \frac{1}{p^2} \left[\left\{ -a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) - a^2 \cos 2\varphi \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) - 1 + \frac{a^2}{2} \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right\}^2 \right. \\ \left. + \left\{ -\frac{1}{2} a^2 \frac{\partial \sin^2 \varphi}{\partial \varphi} \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + m_p \right\}^2 \right] = a^2 \sin^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)^2 + \frac{1}{p^2} a^2 \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + \\ + \frac{1}{p^2} \left[a^2 \cos^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + 1 + 2a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + 2a^2 \cos 2\varphi \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) - a^2 \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \right] \\ = a^2 \sin^2 \varphi \left[\left(1 - \frac{1}{p^2}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{p^2}\right)^2 \right] + \frac{1}{p^2} \left[1 + 2a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + \right. \\ \left. + a^2 \left\{ \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + 2 \cos 2\varphi \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) \right\} \right] = \\ = 2a^2 \sin^2 \varphi \left[1 + \frac{1}{p^4} \right] + \frac{1}{p^2} \left[1 + 2a \cos \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) + a^2 \cos 2\varphi \left\{ \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + 2 \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) \right\} \right] \\ = \frac{1}{p^2} + 2a \cos \varphi \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p^3}\right) + a^2 \left[2 \sin^2 \varphi \left(1 + \frac{1}{p^4}\right) + \cos 2\varphi \left(3 + \frac{3}{p^4} + \frac{2}{p^2}\right) \right]$$

Date.

$$\sum_k (\nabla m_k)^2 = \frac{1}{\rho^2} + 2a \cos \varphi \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^3} \right) + a^2 \left[\left(1 + \frac{1}{\rho^4} \right) (4 \cos^2 \varphi - 1) + \frac{2}{\rho^2} \cos 2\varphi \right]$$

можно проверить через $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$, без труда получается то же самое
 в m_x, m_y — не, не получается.

$$\begin{aligned} m_x(\rho) &= -\frac{y}{\rho} - a \frac{xy}{\rho^2} \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{y}{\rho} - a xy \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^3} \right) + O(a^2) \\ m_y(\rho) &= \frac{x}{\rho} - a y^2 \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^3} \right) + O(a^2) \end{aligned}$$



формула "core" $(x-x_0)^2 + y^2 = r^2$ или формула для $O'(x'y')$

$$R'(\varphi') = -x_0 \cos \varphi' + \sqrt{1 - x_0^2 \sin^2 \varphi'}, \quad R=1.$$

$$\int dS \sum_k (\nabla m_k)^2 = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{r(a)}^{R(\varphi')} \rho' d\rho' \sum_k (\nabla m_k)^2, \quad \text{но } \sum_k (\nabla m_k)^2 \text{ по формуле в } O(x,y) - \text{коэффициенты}$$

вычисляем $x_0 < 1$ (т.е. центр круга находится в "core").

$$\text{то есть } a \frac{1-c^2}{1-c^2 a^2} < c \frac{1-a^2}{1-c^2 a^2}, \quad a(1-c^2) < c(1-a^2), \quad a > 0,$$

то есть $a < c$. Тогда $\int dS$ можно в xy -координатах и перейти к полярным по ρ если $\rho_+(\varphi)$ как из 23/8.

$$\int dS \sum_k (\nabla m_k)^2 = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\rho_+(\varphi)}^1 \rho d\rho \sum_k (\nabla m_k)^2 = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\rho_+(\varphi)}^1 \frac{\rho}{\rho^2} + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\rho_+(\varphi)}^1 \rho 2a \cos \varphi \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^3} \right) +$$

$$+ a^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\rho_+(\varphi)}^1 \rho \left[\left(1 + \frac{1}{\rho^4} \right) (4 \cos^2 \varphi - 1) + \frac{2}{\rho^2} \cos 2\varphi \right] =$$

$$= \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \ln \rho_+(\varphi) + 2a \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \int_{\rho_+(\varphi)}^1 \rho \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) + \pi \int_0^{2\pi} d\varphi \rho a^2 \left[\left(1 + \frac{1}{\rho^4} \right) (4 \cdot 1 - 2) \right] \right) =$$

$$= -2\pi \left[\ln c + a^2 (c^2 - 1) \right] + 2a \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \int_{\rho_+(\varphi)}^1 \rho \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) + 2\pi a^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \rho \left(1 + \frac{1}{\rho^4} \right)$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \int_{\rho_+(\varphi)}^1 \rho f(\rho) = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \left[F(1) - F(\rho_+(\varphi)) \right] = - \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi F[\rho_+(\varphi)] = \left[\rho_+(\varphi) = c + \frac{a(1-c^2) \cos \varphi}{1 - c^2 a^2} + O(a^2) \right]$$

$$= - \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \left[F(c) + a(1-c^2) \cos \varphi \frac{dF(\rho)}{d\rho} \Big|_{\rho=c} \right] = - \int_0^{2\pi} d\varphi a(1-c^2) \cos^2 \varphi f(c) = -2\pi a(1-c^2) f(c) \text{ по теореме } \sim a.$$

$$\int dS \sum_k (\nabla m_k)^2 = -2\pi \ln c - 2\pi a^2 (c^2 - 1) + 2a (-\pi) a(1-c^2) \left(1 + \frac{1}{c^2} \right) +$$

$$+ 2\pi a^2 \left[\frac{\rho^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{\rho^2} \right]_c^1 = -2\pi \ln c - 2\pi a^2 (c^2 - 1) - 2\pi a^2 (1-c^2) \left(1 + \frac{1}{c^2} \right) +$$

$$+ 2\pi a^2 \left[\frac{c^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{c^2} \right] = -2\pi \ln c - 2\pi a^2 (c^2 - 1) - 3\pi a^2 \frac{1}{c^2} (1 - c^4) =$$

$$= -2\pi \ln c - \pi a^2 \left[\frac{3}{c^2} - 2 - c^2 \right] - \text{но так же! } [\dots] > 0, \text{ т.е. } c < 1.$$

Date. . .

$$m_p(r) = m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi = \frac{-p \sin \varphi \cos \varphi (1-a^2) + p \sin \varphi \cos \varphi (1+a^2) - a \sin \varphi}{\sqrt{1-2ap \cos \varphi + p^2 a^2} \sqrt{p^2 - 2ap \cos \varphi + a^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1)} \sqrt{(p^2)}} \left[2a^2 p \sin \varphi \cos \varphi - a \sin \varphi (1+p^2) \right] = \frac{a \sin \varphi \left[2pa \cos \varphi - (1+p^2) \right]}{\sqrt{1-2ap \cos \varphi + p^2 a^2} \sqrt{p^2 - 2ap \cos \varphi + a^2}}$$

Сократим на a^2 : $m_p = \frac{a \sin \varphi \left[2pa \cos \varphi - (1+p^2) \right] \left[1 + ap \cos \varphi \right] \left[1 + \frac{a}{p} \cos \varphi \right]}{a^2 \sqrt{1-2ap \cos \varphi + p^2 a^2} \sqrt{p^2 - 2ap \cos \varphi + a^2}} =$
 $= a \sin \varphi \left[2a \cos \varphi - \left(p + \frac{1}{p}\right) \right] \left[1 + a \left(p + \frac{1}{p}\right) \cos \varphi \right] = a \sin \varphi \left[-\left(p + \frac{1}{p}\right) + \right.$
 $\left. + 2a \cos \varphi - \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 a \cos \varphi \right] = a \sin \varphi \left[-\left(p + \frac{1}{p}\right) - a \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) \cos \varphi \right] =$
 $= -a \sin \varphi \left(p + \frac{1}{p}\right) - a^2 \sin \varphi \cos \varphi \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) = \text{Верно.}$

→ Т.е. константы m_p, m_e не зависят от a^2 . Верно с точностью до a^2 .

$\ln p_+(e) = \ln [c + \dots]$. Была ошибка в $p_+(e)$ от $23/\bar{x}$. Исправлю.

Нужно $\frac{c^2 - a^2}{1 - c^2 a^2} = \frac{(c^2 - a^2)(1 + c^2 a^2)}{1 - c^2 a^2} = c^2 - a^2 + a^2 c^4 = c^2 + a^2(c^4 - 1)$

$$\bar{r} = \sqrt{c^2 + a^2(c^4 - 1)} = c \sqrt{1 + \frac{a^2}{c^2}(c^4 - 1)} = c \left\{ 1 + \frac{a^2}{2c^2}(c^4 - 1) \right\}$$

$$p_+(e) = a(1 - c^2) \cos \varphi + c \left\{ 1 + \frac{a^2}{2c^2}(c^4 - 1) \right\} + a^2 \frac{(1 - c^2)^2}{2c} \cos^2 \varphi =$$

$$= c + a(1 - c^2) \cos \varphi + \frac{a^2}{2c} \left[(c^4 - 1) + (1 - c^2)^2 \cos^2 \varphi \right] =$$

$$= c + a(1 - c^2) \cos \varphi + \frac{a^2}{2c} (c^2 - 1) [c^2(1 + \cos^2 \varphi) + \sin^2 \varphi]$$

$$\ln p_+(e) = \ln c + \ln \left[1 + \frac{a}{c}(1 - c^2) \cos \varphi + \frac{a^2}{2c^2} (c^2 - 1) \{ c^2(1 + \cos^2 \varphi) + \sin^2 \varphi \} \right] =$$

$$= \ln c + \frac{a}{c}(1 - c^2) \cos \varphi + \frac{a^2}{2c^2} (c^2 - 1) \{ c^2(1 + \cos^2 \varphi) + \sin^2 \varphi \} -$$

$$- \frac{1}{2} \frac{a^2}{c^2} (1 - c^2)^2 \cos^2 \varphi = \ln c + \frac{a}{c}(1 - c^2) \cos \varphi + \frac{a^2}{2c^2} \left[c^4 - 1 + (1 - c^2) \cos^2 \varphi - (1 - c^2)^2 \right]$$

$$= \ln c + \frac{a}{c}(1 - c^2) \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{a^2}{c^2} (c^4 - 1)$$

Нужно $p_+(e)$ и значение в a^2 -член. Это необходимо учесть на следующем шаге.

Решо: $-\int_0^{2\pi} d\varphi \ln p_+(e) = -2\pi \ln c - \pi a^2 \frac{1}{c^2} (c^4 - 1)$

→ $\int_{\text{вне "core"}} dS \sum (\sigma_{\alpha})^2 = -2\pi \ln c - \pi a^2 \frac{1}{c^2} (c^4 - 1) - 2\pi a^2 \frac{(1 - c^4)}{c^2} - \pi a^2 \frac{1}{c^2} (c^4 - 1) =$

$$= -2\pi \ln c + O(a^4), \text{ т.е. } W_{ex}(\text{вне "core"}) \text{ не увеличивается}$$

и при $\frac{z-a}{1-a^2} = O(r)$ в пределе "буква" с точностью до нулевых $\sim a^2$.

В отличие с помощью МАТН показал, что $W_{ex}(\text{"core"})$ также не увеличивается с точн. до a^2 и $W_{ex}(\text{вне "core"})$ и $W_{ex}(\text{core})$ не увеличивается с точностью до a^4 .

Date.

Рассеяние W_{ex} ("core"). Ошибка предыдущего расчета 21-23/2
 не связана с использованием некоторой $P_1(w)$ (как в "core", а с функцией
 $w(z)$ - функцией.

Вывод "core": $W(z) = \frac{i}{c} \frac{z-a}{1-az}$, $\overline{W(z)} = -\frac{i}{c} \frac{\bar{z}-a}{1-a\bar{z}}$
 $\frac{\partial W(z)}{\partial z} = \frac{i}{c} \frac{(1-az) - (z-a)(-a)}{(1-az)^2} = \frac{i}{c} \frac{(1-a^2)}{(1-az)^2}$, $\frac{\partial \overline{W}}{\partial \bar{z}} = -\frac{i}{c} \frac{(1-a^2)}{(1-a\bar{z})^2}$

Нормировка по W_{ex}

$$\frac{1}{W_{ex}} = \frac{1}{(1+|W|^2)^2} \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial \overline{W}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{(1+|W|^2)^2} \frac{1}{c^2} \frac{(1-a^2)^2}{(1-az)^2 (1-a\bar{z})^2} =$$

$$= \frac{(1-a^2)^2}{c^2} \frac{1}{(1+|W|^2)^2} \frac{1}{[1-a(z+\bar{z})+a^2|z|^2]^2} = \frac{(1-a^2)^2}{c^2} \frac{1}{(1+|W|^2)^2}$$

$$\cdot [1+2a(z+\bar{z})-2a^2|z|^2+3a^2(z+\bar{z})^2] = \frac{(1-a^2)^2}{c^2} \frac{1}{(1+|W|^2)^2}$$

$$\cdot [1+2a(z+\bar{z})+4a^2|z|^2+3a^2(z^2+\bar{z}^2)]$$

Здесь ошибка в расчете 24/2

См. 22/2, и вывод из формулы conform. map, что $W_{ex} \neq f(a)$
 free free conform. mode (self-to-self analyt. $z'=0(z)$)

date:

Vortex annihilation field

$$I_1(s) = 2 \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta \sin \theta \sum_{n=0}^{\infty} s^n P_n(\cos \theta) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} s^n \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta \sin \theta P_n(\cos \theta)$$

(if $\cos \theta = P_n(\cos \theta)$, $m = n+1$)

Han-vortex

Define the energy W of vortex on $18/R$

$$W(s) = F_1(s) - h F_2(s), \quad \frac{\partial W(s)}{\partial s} = F_1'(s) - h F_2'(s) = 0$$

minimum of W is at $s = s_0(h)$

$$h = \frac{F_1'(s)}{F_2'(s)} \quad \text{at } s = s_0(h)$$

$$\frac{\partial^2 W(s)}{\partial s^2} \Big|_{s=s_0} > 0, \quad W''(s_0(h)) = 0 \text{ or } s_0 = s_0(h)$$

if $s_0 = s_0(h)$

$$W'' = \frac{\partial^2 W(s)}{\partial s^2} = F_1''(s) - h F_2''(s) = 0 \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{F_1'(s)}{F_2'(s)} \\ h = \frac{F_1''(s)}{F_2''(s)} \end{cases} \quad \text{at } s = s_0(h)$$

if $s_0 = s_0(h)$ then $\frac{\partial W}{\partial s} = 0, \frac{\partial^2 W}{\partial s^2} = 0$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

Define the energy W of vortex on $18/R$

$$W(s) = F_1(s) - h F_2(s), \quad \text{where } h(s) = \frac{F_1'(s)}{F_2'(s)}$$

if $s_0 = s_0(h)$ then $F_1'(s) = \frac{F_1''(s)}{F_2''(s)}$ and $F_1'(s) F_2''(s) - F_2'(s) F_1''(s) = 0$

if $s_0 = s_0(h)$ then $h(s_0) = h_c$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

$$h(s) = \frac{F_1'(s)}{F_2'(s)}, \quad \frac{dh(s)}{ds} = \frac{[F_1''(s) F_2'(s) - F_1'(s) F_2''(s)]}{[F_2'(s)]^2}, \quad \text{i.e. } (h'(s_0) = 0)$$

if $s_0 = s_0(h)$ then $h(s_0) = h_c$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

if $s_0 = s_0(h)$ then $h(s_0) = h_c$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

if $s_0 = s_0(h)$ then $h(s_0) = h_c$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

if $s_0 = s_0(h)$ then $h(s_0) = h_c$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

if $s_0 = s_0(h)$ then $h(s_0) = h_c$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

if $s_0 = s_0(h)$ then $h(s_0) = h_c$ is a necessary condition for $s_0(h)$ to be a minimum.

Date. 12. 11.

Jim-conformal model u Han-conf

12/11 В обозначениях паруса и в. несобств. (s → a) (H II - g₁)
β → g a > 0, h₀

$$W(a, g, h) = E(a, g) + M_g(a)h - \text{несобств. } g \text{ с } W(h=0), \text{ см. в. н. п.}$$

$$h_{an}(g) = - \frac{(dE(a, g)/da)}{(dM_g/da)} \Big|_{a=a_c(g)}, \quad a_c(g) \text{ из } \text{г.р. на } \max h(a, g) \text{ т.е. } \frac{dh(a, g)}{da} = 0$$

наше новое представление нечетного (a ≠ 1, vortex численности) паруса

Начальное (hem. dot) Coorb-свойств a = 1 (H II state)

Наше представление нечетного imp. из W(a, g, h) = W(1, g, h), где

a = a₀(g, h) - параболочное значение a из г.р. $\frac{\partial W(a, g, h)}{\partial a} = 0$

a₀(g, h) - параболочное значение h.

h₀ (наше представление нечетного vortexa u hem. dot) < h_{an} u при этом не "g"

$$a_0(g, h) \text{ выразим из } h = - \frac{\partial E(a, g)/\partial a}{\partial M_g/\partial a} = F(a, g) \quad h \Big|_{h_0} \quad h_1(a) = F(a, g)$$

a₀(g, h₀) < a_c(g) ≈ 0,51 = 0,52 - возмущение g₀е
(h₀ < h_{an})
 "квантование" и "дисперсия" по "a"
иногда возникает параболочное значение h₀

$$\text{г.р. на } h_0: E(a_0, g) + M_g(a_0)h = E(1, g) = h, \quad \text{т.к. } M_g(a=1) = 1 \quad (\text{начальное состояние})$$

Поскольку W(a, g, h₁(a)) u сбалансировано с W(1, g, h₁(a)).

Корень a₀ г.р. a W(a, g, h₁(a)) = W(1, g, h₁(a)) u г.р. h₀ = h₁(a₀).

В квантовании и дисперсии (см. 11/12 в. н. п. и г.р. г.р. rigid vortex):

$$\text{Vortex } W(a_0, g, h) = W(a=0, g, h) - \frac{1}{2} \chi h^2 = E(0, g) - \frac{\chi}{2} h^2, \quad \chi - \text{хар. константа}$$

$$\text{Hem. dot } W(1, g, h) = E(1, g) - h. \quad \Delta = W_{hem}(h=0) - W_{vort}(h=0) = E(1, g) - E(0, g)$$

$$\text{Наше представление нечетного паруса из г.р.: } E(0) - \frac{1}{2} \chi h^2 = E(1) - h$$

$$\frac{1}{2} \chi h^2 - h + \Delta = 0 \rightarrow h_0 = \frac{1}{\chi} [1 - \sqrt{1 - 2\chi\Delta}], \quad \Delta = 0 \text{ г.р. } R_c(L).$$

Это представление сбалансировано с $\chi = \frac{1}{2} \text{ или } 1/12$ (1/12)
 u балансу б.с. с дисперсией (mm - APL)
 (1/12) = 0 г.р. г.р. R-г.р. u б.с.
 дисперсия h₀ u f.

$$\text{несобств. } \Delta = E(1, g) - E(0, g) \quad \frac{1}{4\pi N_x^2 V_d} W(a) = w(0) + \frac{1}{2} w''(0) a^2 - \left(\frac{4}{3}\right) ah, \quad h = 4/\sigma^2$$

$$E(a, g) = E(0, g) + 2a^2 \int_0^\infty dk f(pk) J_1^2(k) - \text{б. несобств. и дисперсия, u параболочное представление}$$

$$\chi = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \frac{1}{w''(0)} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \frac{1}{4N_x} = \left(\frac{4}{3}\right) \frac{1}{N_x} \quad w''(0) = 4 \int_0^\infty dk f(pk) J_1^2(k) = 4N_x(\beta)$$

$$\text{Поскольку } \chi \text{ не равен } \frac{1}{12} \text{ (rigid vortex)} \quad \chi = \frac{4\beta}{2\alpha(\beta, R)} = \frac{1}{[N_x(\beta) - \frac{1}{4\beta} (\frac{R\alpha}{R})^2]} \approx \frac{1}{N_x} \text{ г.р. R-г.р.}$$

$$\text{или } \chi_{\text{het}} = \frac{4}{\beta} \chi \text{ г.р. г.р.} \quad \text{характеристика конформности}$$

$W_m(a)$ - Conform. model

date.

[illegible]
$$A = W_{\text{kin}}(h=0) - W_{\text{pot}}(h=0) \text{ на входе. } \text{ср. замечана небагине}$$

$$\text{Bsp: } W_m \left(\begin{smallmatrix} a=0 \\ b=0 \end{smallmatrix} \right) \neq 0. \quad \frac{1}{\sqrt{m^2 V_4}} W_m^{(B)} = \frac{c^3}{\beta} [g_u(0) - g_u(\frac{\beta}{c})]$$

$$\frac{1}{45 M_s^2 h_d} W(a_0^2, h) = W_{\text{mer}}(h=0) - \frac{1}{2} y h^2, \quad y = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \frac{1}{4 N_s} - \frac{6}{c} \frac{\text{Mer. möglich}}{h = H/4\pi M_s}$$

$$\frac{1}{M^2 V} W(a_0, h') = W(h'=0) - \frac{1}{2} \chi_{in} h'^2, \quad h' = H/M_s \text{ - rigid v. -}$$

$$\frac{1}{M_s^2 V} W^{max} (a, h) = w(h=0) - \frac{1}{2} \left[\frac{16}{9} \frac{1}{4N_x} \right] \cdot 4\pi \frac{H^2}{(4\pi)^2 M_s^2} = \dots - \frac{1}{2} \left[\frac{4}{9} \frac{1}{4N_x} \right] \left(\frac{H}{M_s} \right)^2$$

$$\frac{1}{M_s^2 V_d} W_{\perp}(\alpha_0, h) = w(h'=0) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4\pi N_x - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2} \right] \frac{H^2}{M_s^2} = \dots = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4\pi N_x - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2} \right] \left(\frac{H}{M_s} \right)^2$$

→ $y = \frac{\partial M}{\partial x_1}$; $\frac{1}{4\pi N_x - \left(\frac{R_0}{R_0}\right)^2}$ гравит. акт. и $\left(\frac{4}{9}\right) \frac{1}{4\pi N_x}$ - грав. магн. с магн. бари.

~~Кривизна и разрыв модели~~

→ Вязкость $\eta_{мет} < \eta_{жидк.}$ и в малых H ($H \ll M_s$) в вязкостном режиме падает быстрее, чем в жидком состоянии. (иногда наоборот)

Mer. waga $a_0 = \frac{4}{3} \frac{1}{w''(0)} h$, rigid mode $s_0 = \frac{1}{2\alpha(\beta R)} h' = \frac{1}{4\pi N - \left(\frac{R_0}{b}\right)^2} \left(\frac{H}{M_s}\right)$

~~$$a_0 = \frac{4}{3} \frac{1}{4N} \frac{H}{4\pi m_c} = \frac{1}{3} \frac{1}{4\pi N_x} \left(\frac{H}{m_c} \right) \text{ и т.д. } \text{ограничений } (H/m_s)$$~~

$2 \approx \frac{1}{2} S_2$ - ~~близко к нулю~~ ~~мет. измерения~~ ~~наличие, тем rigid motion~~

$$\frac{1}{V_{m2}^2} W_{\text{доп}}^2 = (4\pi)^2 a^2 N_x(\beta) \text{ при } a \ll 1 \text{ в атомар. и молекуляр. состоянии}$$

A) $E(a, g) = \frac{1}{4\pi M^2 V_d} W_m^{\text{Box}} = \frac{1}{2} \left[a^2 (2-a^2)^2 I_1(g) + (1-a^2)^2 \sum_{n=2}^{\infty} a^{2n} I_n(g) \right]$

$$\text{eg } I_{\mu}(g) = \int \frac{dk}{k} f(kg) I_{\mu}^2(k), \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1 - e^{-x})$$

Упругий коэф. при a^2 в разложении $E(a, g) = E(0) + \frac{1}{2} 2^2 I_1(g) a^2$.

Поиск экстремума функции $31/\sqrt{2} (\vec{m} \cdot \vec{n})|_{p=R} = -a \sin \varphi (p + \frac{1}{p})|_{p=1} + 0(a^2) = -2a \sin \varphi + 0(a^2)$

$\vec{m} \cdot \vec{n} = \frac{5 \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 + 25 \cos^2 \varphi + 25}} = 5 \cdot \sin \varphi + O(\varphi^2)$

Значит $\sim (m \cdot n)^2$ а не $M \cdot m \cdot n$ $\frac{1}{2} V_1 + 2 S_{\text{ср}} + S_R$ S_R $\frac{1}{2} V_1 + 2 S_{\text{ср}} + S_R$ $2^2 = 4$ раза больше.

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

Son. batman. ad

W_m Conformal model

Date. 13.11.

13/11

1) $W = m_x \cos \varphi + m_y \sin \varphi$, $m_x + i m_y = W(z) = \frac{i(z-a)}{1-az}$
 where $z = x + iy$, $a = \rho e^{i\varphi}$
 $m_x = \text{Re } W(z)$, $m_y = \text{Im } W(z)$
 $O(z) = \frac{z-a}{1-az}$

$$W(z) = \frac{i}{|O(z)|} \frac{(z-a)(1-a\bar{z})}{(1-az)(1-a\bar{z})} = i \frac{1}{\sqrt{\frac{(z-a)(\bar{z}-\bar{a})}{(1-az)(1-a\bar{z})}}} \frac{(z-a)(1-a\bar{z})}{(1-az)(1-a\bar{z})}$$

$$= i \frac{(z-a)(1-a\bar{z})}{\sqrt{(z-a)(\bar{z}-\bar{a})} \sqrt{(1-az)(1-a\bar{z})}} = i \frac{(z-a-a|z|^2+a^2\bar{z})}{\sqrt{|z|^2-a(z+\bar{z})+a^2} \sqrt{1-a(z+\bar{z})+a^2|z|^2}}$$

$$= i \frac{(x+iy-a+a^2(x-iy)-a\rho^2)}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}} = \frac{ix-ia+ia^2-iag^2-y+a^2y}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}}$$

$$\left. \begin{aligned} m_x = \text{Re } W(z) &= \frac{y(a^2-1)}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}} \\ m_y = \text{Im } W(z) &= \frac{x-a+a^2x-a\rho^2}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}} = \frac{(1+a^2)x-a(1+\rho^2)}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &x = \rho \cos \varphi \\ &y = \rho \sin \varphi \end{aligned}$$

Two columns m_x, y or $30^\circ/2$

the square root $\sqrt{(1)} \sqrt{(2)} = \sqrt{\rho^2 - 2a\rho \cos \varphi + a^2} \sqrt{1 - 2a \cos \varphi + a^2} =$
 $= \left| \rho = R \right. \left. \text{to } \rho = 1 \text{ to } \rho = \infty \right| = \sqrt{1 - 2a \cos \varphi + a^2} \sqrt{1 - 2a \cos \varphi + a^2} = 1 - 2a \cos \varphi + a^2$

- from the above (to assume or cylinder "rigid" vortex model) you can see, the vortex lines $\vec{S}$ and $\vec{S}'(\dots)$ to be perpendicular to a .

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}} \left[(a^2-1) \rho \sin \varphi \cos \varphi + \sin \varphi ((1+a^2) \rho \cos \varphi - a(1+\rho^2)) \right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}} \left[2a^2 \rho \sin \varphi \cos \varphi - a \sin \varphi (1+\rho^2) \right] = \frac{a \sin \varphi [-(1+\rho^2) + 2a \rho \cos \varphi]}{\sqrt{(1)} \sqrt{(2)}}$$

$$(\vec{m} \cdot \vec{n}) = m_\varphi \Big|_{\rho=1} = \frac{2a \sin \varphi [a \cos \varphi - 1]}{1 - 2a \cos \varphi + a^2}$$

to $\rho=1$ vortex line goes

to $\rho=1$ vortex line goes

for $a=1$ $(\vec{m} \cdot \vec{n}) = \frac{2a \sin \varphi [\cos \varphi - 1]}{2 - 2 \cos \varphi} = -\sin \varphi = \cos \varphi$, then goes.

for "rigid" vortex $(\vec{m} \cdot \vec{n}) = \frac{-S \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 - 2S \cos \varphi + S^2}}$ (the vortex $S \rightarrow -S$ no vortex $(\varphi/2)$ - because $u \cdot \vec{S} = \sqrt{1-1} = 0$)
 $S_{\text{max}} = \frac{1}{R}(R-\delta) = 1 - \frac{\delta}{R}$, where δ is the "core" thickness of the vortex line
 from the above $S \rightarrow 1$, so $(\vec{m} \cdot \vec{n}) \rightarrow \frac{-\sin \varphi}{\sqrt{2(1-\cos \varphi)}} = -\cos \frac{\varphi}{2}$, then goes.
 the vortex line "rigid" vortex model is valid for $S \leq 1$ (the model $a=1$)
 and the vortex line is not a vortex line, but a vortex line, so the vortex line is not a vortex line
 the vortex line is not a vortex line, but a vortex line, so the vortex line is not a vortex line

Date.

B) fermion "rigid" vortex model $\sim \sqrt{g\hbar}$ $\frac{\hbar \Delta n(\beta_R)}{m_s} = 4\pi F_1(\beta) - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2$

$$\frac{R_0}{R} = \frac{L}{R} \left(\frac{R_0}{L} \right) = \beta \left(\frac{R_0}{L} \right), \quad h_{\text{an}}(\beta) = \frac{H_{\text{an}}(\beta)}{(4\pi M_s)} = N_x(\beta) - \frac{1}{4\pi} \beta^2 \left(\frac{R_0}{L} \right)^2$$

$\frac{h}{h_{\text{max}}} = \frac{1}{\gamma M_s}$	(5)	(6,67)	(10)	(15)	(20)	(25)	(30)	(40)	(50)
	0,2	0,15	0,1	0,067	0,05	0,04	0,033	0,025	0,020
	0,036	0,020	0,060	0,044	0,036	0,030	0,025	0,020	0,017

1. Для более быстрого вычисления вероятности
используют следующие мет.-модели:

Анализаторы, т.е. квантование информации и т.д. в. модель универсальной
Экспериментальное по Schneider '00 et al. и т.д. Тем квантование (g) Met-модель

→ Fluorine has a "rigid" vortex model since there is no "s" region around the nucleus. $W(1) = E(1) - E(0)$

$W(s) = F_1(s) - h F_2(s)$, $h(s) = \frac{F_1'(s)}{F_2'(s)}$ và $\max h(s)$ gần hơn với $s_{\max}$

Аналогично $F_1(s) \cup F_2(s) = m_y(s)$, а в МСД не нужно учитывать

$$\begin{aligned} \ln[s \cos \varphi + \sqrt{1-s^2 \sin^2 \varphi}] &= \ln[s \cos \varphi + \sqrt{(1-s^2) + s^2 \cos^2 \varphi}] = \\ &= \ln[\sqrt{1-s^2} \left[\frac{s}{\sqrt{1-s^2}} \cos \varphi + \sqrt{1 + \frac{s^2}{1-s^2} \cos^2 \varphi} \right]] = \ln \sqrt{1-s^2} + \ln \left[\frac{s \cos \varphi}{\sqrt{1-s^2}} + \sqrt{1 + \frac{s^2 \cos^2 \varphi}{1-s^2}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \ln(1-s^2) + \operatorname{Arth} \left(\frac{s \cos \varphi}{\sqrt{1-s^2}} \right) \end{aligned}$$

$$W_{B_x}(s) = W_{B_x}(0) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \ln \left[s \cos \varphi + \sqrt{1 - s^2 \sin^2 \varphi} \right] \cdot \left(\frac{R_0}{R} \right)^2$$

$$\rightarrow \int_0^{\pi} \ln \left[\cos \varphi + \sqrt{1 - s^2 \sin^2 \varphi} \right] d\varphi = \pi \ln(1 - s^2) + \int_0^{2\pi} d\varphi \operatorname{Arsh} \left(\frac{s \cos \varphi}{\sqrt{1 - s^2}} \right)$$

$$\text{Arsh}(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k)!}{2^{2k} (k!)^2 (2k+1)} x^{2k+1}$$

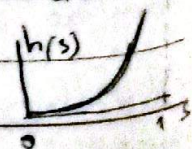
$\frac{S^2}{1-S^2} \leq 1, S \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7$. $\text{Arth}\left(\frac{\cos \varphi}{1-S^2}\right) = \text{Arth}\left(\frac{\cos \varphi}{\sqrt{1-S^2 \cos^2 \varphi}}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \left(\frac{\cos \varphi}{\sqrt{1-S^2 \cos^2 \varphi}}\right)^{2k+1}$

$$W_{ex}(s) = W_{ex}(0) + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \pi \ln(1-s^2) = W_{ex}(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln(1-s^2)$$

→ МСАД жас, то $h(s) = \frac{F'_1(s)}{F'_2(s)}$ ($\beta=0,1$) монотонно өсүүс 

и экстремумов не имеет, т.е. "жигд" мода не

тегээр сабчинности үгүй рассе



11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

11.11.2019

Date.



$$I_\mu(\varphi_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi e^{i\mu\varphi}}{\sqrt{1 + \sin^2\varphi_0 + 2\sin\varphi_0 \sin\varphi}}, \quad (\vec{m} \cdot \vec{n})_{\varphi=R} = -\frac{l \cos\varphi}{\sqrt{R^2 + l^2 + 2Rl \sin\varphi}}, \quad l = \frac{R}{\sin\varphi_0}$$

When $\varphi_0 \rightarrow 0$ $l/R \rightarrow \infty$ $(\vec{m} \cdot \vec{n})_{\varphi=R} \approx -\cos\varphi$ because s.d. c $\vec{m} \parallel -Ox$ - because.

Remember $\varphi \rightarrow \varphi + \pi/2$, $\cos\varphi \rightarrow \cos(\varphi + \pi/2) = -\sin\varphi$, $\sin\varphi \rightarrow \sin(\varphi + \pi/2) = \cos\varphi$, a reflection in the plane, i.e., mirror in the $\varphi = \pi/2$ or $\varphi = \pi/2$.

$$\rightarrow I_\mu(\sin\varphi_0) = - \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sin\varphi e^{i\mu\varphi} e^{i\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{1 + 2\sin\varphi_0 \cos\varphi + \sin^2\varphi_0}} = -i \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\sin\varphi \cdot \sin\varphi}{\sqrt{1 + 2\sin\varphi_0 \cos\varphi + \sin^2\varphi_0}} =$$

$$= -2i \int_0^\pi d\varphi \frac{\sin\varphi \sin\varphi}{\sqrt{1 + 2\sin\varphi_0 \cos\varphi + \sin^2\varphi_0}} \quad \text{--- } I_\mu(s) \text{ shifted v. model with } s = \sin\varphi_0$$

(from 0 to π because of symmetry)

$$I_\mu(s) = \pi \delta_{\mu,1} \quad \begin{matrix} s \rightarrow 0 \\ \varphi_0 \rightarrow 0 \end{matrix} \quad W^{bd}(\varphi_0 \rightarrow 0) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu=0} F_\mu(\beta) \pi^2 \delta_\mu - h = 2\pi F_1(\beta) - h = W^{hom}(\beta, h)$$

$$\rightarrow W_m^{bd}(\varphi_0) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu=0} F_\mu(\beta) I_\mu^2(\sin\varphi_0) \quad \text{--- } W_m^{v.d.}(s) = \frac{2}{\pi} s^2 \sum_{\mu=0} F_\mu(\beta) I_\mu^2(s)$$

we have "s" in $\sin\varphi_0 = \frac{R}{l} = \frac{1}{s}$. Then the dependence on l is clear. Because $l \propto 1/s$.

$$\text{Due b.d. } (\vec{m} \cdot \vec{n})_{\varphi=R} = + \frac{l \sin\varphi}{\sqrt{R^2 + l^2 + 2Rl \cos\varphi}} \quad \text{--- } W_m^{v.d.}(s) = \frac{2}{\pi} s^2 \sum_{\mu=0} F_\mu(\beta) I_\mu^2(s)$$

because in s.d. $(\vec{m} \cdot \vec{n})_{\varphi=R} = \frac{s \sin\varphi}{\sqrt{1 + s^2 + 2s \cos\varphi}}$

$$\text{no } s \rightarrow 0 \quad s' = \frac{l}{R} = \frac{1}{\sin\varphi_0} \quad s' \rightarrow \frac{1}{s} \quad \mathcal{B}(\varphi, s) = \frac{s \cdot \sin\varphi}{\sqrt{1 + s^2 + 2s \cos\varphi}}$$

$$\mathcal{B}(\varphi, \frac{1}{s}) = \frac{1/s \cdot \sin\varphi}{\sqrt{1 + 1/s^2 + 2/s \cos\varphi}} = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{1 + s^2 + 2s \cos\varphi}} \quad \text{--- } \mathcal{B}_{b.d.}(\varphi, s') = \frac{s' \cdot \sin\varphi}{\sqrt{1 + s'^2 + 2s' \cos\varphi}}$$

$$\mathcal{B}_{b.d.}(\varphi, \frac{1}{s}) = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{1 + s^2 + 2s \cos\varphi}} \quad \text{--- } \text{We change in } \pi \text{ c } \varphi \text{ (periodic) and } \mathcal{B}(\pi, s) = \frac{1}{s}?$$

$$\mathcal{B}_{b.d.}(\varphi, s) = \mathcal{B}_{v.d.}(\varphi, 1/s), \quad s = \sin\varphi_0$$

$$\rightarrow \frac{1}{m^2 v_d} W_H^{b.d.} = W_H^{b.d.} = -\frac{4}{\pi} h \frac{1}{\sin^2\varphi_0} J(\varphi_0), \quad J(\varphi_0) = \int_0^{\varphi_0} d\varphi \cos^2\varphi \sqrt{\sin^2\varphi_0 - \sin^2\varphi}$$

$$J(\varphi_0 \rightarrow 0) = \frac{\pi}{4} \sin^2\varphi_0 \left[1 - \frac{1}{8} \sin^2\varphi_0 \right] \text{ u } \text{ gets } W_H^{b.d.} = -h \rightarrow \text{s.d.}$$

$$W_H^{v.d.}(s) = -h \frac{s}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2\varphi \sqrt{1 - s^2 \sin^2\varphi}, \quad W_H^{v.d.}(1/s) = -h \frac{1}{\pi s^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2\varphi (s^2 - \sin^2\varphi)$$

--- because in $W_H^{b.d.}(s = \sin\varphi_0)$, no l in the $\varphi_0 \rightarrow \pi/2 \rightarrow 0$ when $l \rightarrow R + \delta$.

$$J(\varphi_0) = \int_0^{\varphi_0} d\varphi \cos^2\varphi \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0} = \int_0^{\sin\varphi_0} dx \sqrt{1 - x^2} \sqrt{\sin^2\varphi_0 - x^2}$$

Once $h(\varphi_0) = \frac{\partial F_1(\varphi_0)}{\partial \varphi_0}$ we need $\frac{\partial F_2(\varphi_0)}{\partial \varphi_0}$ (??), i.e., we need $h_{m=2}$.

U buy $W_m(\varphi_0)$ for φ_0 , we can know $31/\pi$ and $32/\pi$ and $33/\pi$ and $34/\pi$ and $35/\pi$ and $36/\pi$ and $37/\pi$ and $38/\pi$ and $39/\pi$ and $40/\pi$.

Date. 16. 11.

Есть $W_{in}(R_0)$ пачка с R_0 , то т.е. $W_{in}(R_0) = W_{in}(R_0)$ пачка, то
 излучает поле для $R_0=0$ (s.d.) $\forall h$. А это не так. Вспомните.

Отметим, что "rigid" v. model имеет ненулевой номер сбалансированности
 нис h_0 - радиусы энергии vortex и s.d. - раз. Выходит
 пачка в мес. - можем $a_{c0} = 0,02 - 0,16$ где $\beta = 0,1 - 0,3$ - a^2 (3°)
 гомогенно поле. Так что "rigid" vortex имеет ненулевой номер
 сбалансированности $(h_0(\beta, R) = 2a(\beta, R) [1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta(\beta)}{a(\beta, R)}}])$.
 см. пачка 12/21.

→ Можем воспользоваться $h_0(\beta)$ и $h_{an}(\beta)$ rigid v. model в вращении.
 вращении где $l = \frac{L}{R_0}$. А также воспользуемся $h_0(\beta)$ в
 rigid v. model - гомогенно, отталкиваясь от вращений. вращении.

Получение вращений $h_0(g)$ в мес. - можем.

Получение APL-vortex сбалансированности с вращением.

15/21

Вращение вращений. rigid v. model : $h_{an}(\beta) = 4\pi F_1(\beta) - \beta^2 \frac{1}{l^2}$, $l = \frac{L}{R_0} = \text{const}$. 46/21

$$h_0(\beta) = 2a(\beta, R) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta(\beta)}{a(\beta, R)}} \right], \Delta(\beta) = W_{in}(\beta) - W_{v.d.}(\beta, R)$$

$$W_{s.d.}(\beta) = 2\pi F_1(\beta) = a(\beta, R) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = a(\beta, l) + \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{l^2}$$

$$1 - \frac{\Delta(\beta, R)}{a(\beta, R)} = 1 - \frac{1}{a(\beta, R)} \left[a(\beta, R) + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 - W_{v.d.}(\beta, R) \right] =$$

$$= \frac{1}{a(\beta, R)} \left[W_{v.d.}(\beta, R) - \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \right], W_{v.d.}(\beta, R) = \beta^2 \left[4\pi \zeta^3 \left[g_u(0) - g_u\left(\frac{1}{3}\right) \right] + \left(\frac{R_0}{L} \right)^2 \left(2 - \ln \beta \zeta \right) \right]$$

$$\zeta = \frac{b}{L}, l = \frac{L}{R_0}$$

$$\left[\right] = W_{v.d.}(\beta, R) - \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 = \beta^2 \left[\dots \right] - \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{l^2} =$$

$$= \beta^2 \left[4\pi \zeta^3 \left[g_u(0) - g_u\left(\frac{1}{3}\right) \right] + \frac{1}{l^2} \left(2 - \ln \beta \zeta \right) \right] - \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{l^2}$$

$$h_0(\beta, l) = 2a(\beta, l) \left[1 - \sqrt{\frac{W_{v.d.}(\beta, l) - \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{l^2}}{a(\beta, l)}} \right], a(\beta, l) = 2\pi F_1(\beta) - \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{l^2}$$

$$W_{v.d.}(\beta, l) = \beta^2 \left[4\pi \zeta^3 \left[g_u(0) - g_u\left(\frac{1}{3}\right) \right] + \frac{1}{l^2} \left(2 - \ln \beta \zeta \right) \right], \zeta = f(l) - \text{о. пачка}$$

$$\text{Тоже как } h_{an}(\beta, l) = 2a(\beta, l)$$

→ Можем еще воспользоваться $h_n(\beta, l)$ в пачках мес. - можем $h_{an}(\beta, l)$

$$h_{an}(\beta, l) = 4\pi \left[F_1(\beta) - F_2(\beta) - \frac{1}{\pi} \frac{\beta^2}{l^2} \right] -$$

rigid vortex model. $h_0(\beta, l)$ $h_{an}(\beta, l)$ $h_n(\beta, l)$ с гомогенностью β .

→ h_0 - rigid v. model гомогенно h_{an} в вращении. вращении.
 $\beta = 0,2$ $[h_0(0,2, \frac{5}{6}) = 0,405$ и $a_0 = 0,283]$ - h_{an} и $h_0(0,2, \frac{5}{6}) = 0,505$

Conformal model - W_m ?

Date.

гомоморфизм $\text{Box} \rightarrow \text{Zar}$

→ Вспомогательная кривая с параметром λ и другим масштабом λ .

$$\frac{1}{4\pi M_s^2 V_d} W_m^{\text{Box}} = 2a^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(\beta k) J_1^2(k)$$

$$\frac{1}{4\pi M_s^2 V_d} W_m^{\text{vol}} = a^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(\beta k) \left[\int_0^1 ds J_1(k s) F(s, c) \right]^2, \quad c = \frac{b}{R}$$

$$\rightarrow c = \frac{b}{R} = \frac{L}{R} \frac{b}{L} = \beta \frac{b}{L} \quad F(s, c) = \begin{cases} \frac{4c^3 s}{(c^2 + s^2)^2} = \frac{4\beta^3 \frac{b}{L} s}{(\beta^2 \frac{b^2}{L^2} + s^2)^2} & s < \beta \frac{b}{L} \\ 1 & s > \beta \frac{b}{L} \end{cases}$$

$$B(k, \beta) = \int_0^1 ds J_1(k s) F(s, c) = \int_0^{\beta \frac{b}{L}} ds J_1(k s) \frac{4(\beta \frac{b}{L})^3 s}{(\beta^2 \frac{b^2}{L^2} + s^2)^2} + \int_{\beta \frac{b}{L}}^1 ds J_1(k s)$$

Туннель $\beta \frac{b}{L}$ нагнем. One term. Schneider $\frac{L}{R_0} = \frac{1}{5} \approx \frac{1}{30} \approx \frac{1}{5} = 0,2$.

Тун. $\beta = \frac{1}{5} \div \frac{1}{30}$, $\frac{1}{5} = 5 \div 30$. Т.е. $\beta \frac{b}{L} \ll 1$ и $J_1(k s)$ можно разложить по $k s$ и получить $\approx \frac{1}{2} k s$. Тогда $\int_0^{\beta \frac{b}{L}} ds J_1(k s) \approx \int_0^{\beta \frac{b}{L}} ds \frac{1}{2} k s = \frac{1}{4} k (\beta \frac{b}{L})^2$.

$B^2(k, \beta)$ тоже $\propto \max < 0,1$ от $2J_1^2(k)$.

Оценки $\left(\frac{W_m^{\text{vol}}}{W_m^{\text{Box}}} \right)_{\max} < 0,002$ где $\beta = \frac{b}{L}$ и $\frac{1}{5} \in [0,03, 0,3]$.

и туннель $\beta \frac{b}{L} < 0,001$.

Вывод: объемный заряд можно пренебречь по сравнению с δ -зарядом.

Это важно при $a \ll 1$ в квантовом приближении, но это не удовлетворяет и где $a \approx 0,1-0,2$ (наш h_0) и $a \approx 0,5$ (наш h_n).

→ Но касаясь δ -зарядов, то они $\sim \frac{c^5}{\beta} = \beta^4 \frac{b^5}{L^5} \ll 1$, т.к. $\beta = \frac{1}{5} \div \frac{1}{30}$, $\frac{1}{5} \ll 1$. Зависимость от a^2 пренебрежимо мала.

17/XI Вспомогательная h_n, h_0, h_n в рамках "rigid" v-model

		$h = 20 \text{ nm}$ $z_0 = b/L = 0.734$															File: Vortex - rigid.mcd				
β		0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28	0.30	0.32	0.34	0.36	0.38	0.40
$h_n = h_{\text{Box}}$	h_n	0.212	0.516	0.761	0.97	1.153	1.237	1.317	1.39	1.46	1.53	1.60	1.66	1.71	1.77	1.82	1.87	1.92	1.97	2.02	2.07
	h_0	0.193	0.394	0.526	0.612	0.688	0.757	0.811	0.851	0.881	0.901	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911
$h_n = \frac{1}{5}$	h_n	0.026	0.068	0.1	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.20	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25	0.26	0.27	0.28
	$\frac{R}{L} = \frac{1}{\beta}$	50	25	12.5	8.33	6.25	5	4.55	4.17	3.85	3.57	3.33	3.13	2.94	2.78	2.63	2.5	2.38	2.27	2.17	2.08

Rigid v. model - H_{an}, H_n, H_o

Date.

"package core"

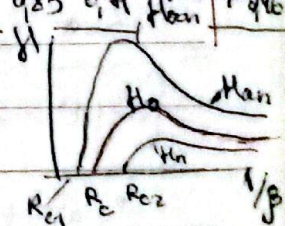
Due $L = 40 \text{ nm}$ $\beta_o = \frac{L}{R_c} = 0,435$, a give $L = 60 \text{ nm}$, $\beta_o = 0,325$.

$L = 40 \text{ nm}$ $\beta_o = 0,435$												
β	0,25	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0
H_{an}	16,67	8,33	5,56	4,00	3,09	2,50	2,00	1,67	1,43	1,25	1,11	1,00
H_n	576	288	192	144	108	81	60	45	36	30	25	20
H_o	0,212	0,106	0,071	0,050	0,037	0,028	0,020	0,015	0,011	0,008	0,006	0,005
β	0,35	0,7	1,05	1,4	1,75	2,1	2,45	2,8	3,15	3,5	3,85	4,2
H_{an}	12,5	6,25	4,17	3,09	2,31	1,80	1,43	1,11	0,86	0,67	0,50	0,40
H_n	648	324	216	162	121	91	68	51	39	30	23	18
H_o	0,191	0,095	0,063	0,045	0,034	0,026	0,019	0,014	0,010	0,008	0,006	0,005
β	0,45	0,9	1,35	1,8	2,25	2,7	3,15	3,6	4,05	4,5	4,95	5,4
H_{an}	10,0	5,0	3,33	2,50	1,85	1,40	1,11	0,86	0,67	0,50	0,40	0,33
H_n	512	256	171	128	96	72	54	41	31	23	18	14
H_o	0,174	0,087	0,058	0,042	0,032	0,024	0,018	0,013	0,010	0,008	0,006	0,005
β	0,55	1,1	1,65	2,2	2,75	3,3	3,85	4,4	4,95	5,45	5,95	6,45
H_{an}	8,0	4,0	2,67	2,00	1,50	1,11	0,86	0,67	0,50	0,40	0,33	0,28
H_n	400	200	133	100	75	56	43	33	25	19	14	11
H_o	0,160	0,080	0,053	0,039	0,029	0,022	0,016	0,012	0,009	0,007	0,005	0,004
β	0,65	1,3	1,95	2,6	3,25	3,9	4,55	5,2	5,85	6,45	7,05	7,65
H_{an}	6,4	3,2	2,13	1,60	1,20	0,91	0,71	0,56	0,43	0,33	0,26	0,22
H_n	320	160	107	80	60	45	34	26	19	14	11	8
H_o	0,148	0,074	0,049	0,036	0,027	0,020	0,015	0,011	0,008	0,006	0,005	0,004
β	0,75	1,5	2,25	3,0	3,75	4,5	5,25	6,0	6,75	7,5	8,25	9,0
H_{an}	5,3	2,7	1,78	1,33	1,00	0,75	0,58	0,45	0,35	0,28	0,22	0,18
H_n	256	128	85	64	48	36	27	20	15	11	8	6
H_o	0,137	0,068	0,045	0,033	0,025	0,019	0,014	0,010	0,008	0,006	0,005	0,004

Выводы, надо понять, если берем β , то $H_{an}(\beta)$, $H_o(\beta)$
 Если $\beta > \beta_{c1} = 1,81$ то $H_{an} = 0$ и $H_o = 0$ и $R = R_c$ - однороден.
 Если $\beta < \beta_{c1}$ то $H_n = 0$ и $R = R_{c2}$ - некое част. β_{c2} (см. 14/21).

$L = 20 \text{ nm}$ $\beta_o = 0,75$ $\beta_{c1} = 1,81$												
β	0,425	0,450	0,475	0,500	0,55	0,65	0,8	0,95	1,1	1,2	1,4	1,6
H_{an}	1,93	1,99	2,04	2,09	2,17	2,31	2,44	2,49	2,46	2,40	2,22	1,93
H_n	0,592	0,527	0,452	0,377	0,292	0,207	0,122	0,055	0,023	0,011	0,006	0,003
β	2,35	2,22	2,11	2,00	1,82	1,54	1,25	1,05	0,91	0,83	0,71	0,63

Due $L = 20 \text{ nm}$ $\beta_{c1} = \frac{L}{R_{c1}} = 2,37$, $\beta_c = \frac{L}{R_c} = 0,787$, $\beta_{c2} = \frac{L}{R_{c2}} = 0,390$
 $1/\beta_{c1} = 0,422$; $1/\beta_c = 1,27$; $1/\beta_{c2} = 2,56$



Выводы: энергия равна нулю в точке β_{c1} и β_{c2} и β_c . 19/21

$$m_z = \frac{1 - |w|^2}{1 + |w|^2}, \text{ "bryzhu core" } w(z) = \frac{i}{c} \frac{z - a}{1 - az}, z = x + iy.$$

$$|w(z)|^2 = w(z) \cdot \overline{w(z)} = \frac{1}{c^2} \frac{(z - a)(\bar{z} - \bar{a})}{(1 - az)(1 - a\bar{z})} = \frac{1}{c^2} \frac{|z|^2 - a(z + \bar{z}) + a^2}{|1 - a(z + \bar{z}) + a^2|}$$

$$m_z = c^2 \left[\frac{|z|^2 - a(z + \bar{z}) + a^2}{|1 - a(z + \bar{z}) + a^2|} - \frac{|z|^2 - a(z + \bar{z}) + a^2}{|1 - a(z + \bar{z}) + a^2|} \right]$$

Date.

$$= \frac{c^2 - a^2 - a(2+2)(c^2-1) + 121^2(c^2a^2-1)}{c^2 + a^2 - a(2+2)(c^2+1) + 121^2(c^2a^2+1)}$$

Розв'язок
сформулюємо $\mu = c \frac{1-a^2}{1-c^2a^2}$

$$m_2(p, p') = \frac{c^2 - a^2 - 2ap \cos \varphi (c^2 - 1) + p^2 (c^2 a^2 - 1)}{c^2 + a^2 - 2ap \cos \varphi (c^2 + 1) + p^2 (c^2 a^2 + 1)}$$

згодом p, p' введемо
координати x, y та x', y'
у відповідній системі.



нехай x, y та x', y' у відповідній системі
введемо координати $\begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y \end{cases}$. Тодя $x^2 + y^2 = r^2$

$$x = p \cos \varphi = x' + x_0 = p' \cos \varphi' + x_0, \quad p^2 = x^2 + y^2 = (x' + x_0)^2 + y'^2 = x'^2 + 2x'x_0 + x_0^2 + y'^2$$

$$m_2(p', \varphi') = \frac{c^2 - a^2 - 2a(c^2-1)(p' \cos \varphi' + x_0) + (c^2 a^2 - 1)[p'^2 + 2p' \cos \varphi' x_0 + x_0^2]}{c^2 + a^2 - 2a(c^2+1)(p' \cos \varphi' + x_0) + (c^2 a^2 + 1)[p'^2 + 2p' \cos \varphi' x_0 + x_0^2]}$$

$$= \frac{c^2 - a^2 - 2a(c^2-1)x_0 + (c^2 a^2 - 1)x_0^2 + 2p' \cos \varphi' [-a(c^2-1) + x_0(c^2 a^2 - 1)] + (c^2 a^2 - 1)p'^2}{c^2 + a^2 - 2a(c^2+1)x_0 + (c^2 a^2 + 1)x_0^2 + 2p' \cos \varphi' [-a(c^2+1) + (c^2 a^2 + 1)x_0] + (c^2 a^2 + 1)p'^2}$$

$$= \left| x_0 = a \frac{(1-c^2)}{1-c^2 a^2} \right| = \frac{c^2 - a^2 - 2a(c^2-1) \frac{a(1-c^2)}{1-c^2 a^2} + a^2 \frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2 a^2)^2} (-1) + (c^2 a^2 - 1) p'^2}{\left[c^2 + a^2 - 2a(c^2+1) \frac{a(1-c^2)}{1-c^2 a^2} + 2p' \cos \varphi' \left[-a(c^2+1) + (c^2 a^2 + 1) \frac{a(1-c^2)}{1-c^2 a^2} \right] + (c^2 a^2 + 1) p'^2 \right]}$$

$$= \left| p = p'/2, \varphi' \rightarrow \varphi \right| = \frac{c^2 - a^2 - 2a(c^2-1) \frac{a(1-c^2)}{(1-c^2 a^2)} + (c^2 a^2 - 1) \left[p'^2 + \frac{a^2 (1-c^2)^2}{c^2 (1-a^2)^2} r^2 \right]}{\left[c^2 + a^2 - 2a(c^2+1) \frac{a(1-c^2)}{(1-c^2 a^2)} + 2p' \cos \varphi' \left[-a(c^2+1)(1-c^2 a^2) + a(1-c^2)(c^2 a^2 + 1) \right] + (c^2 a^2 + 1) \left[p'^2 + \frac{a^2 (1-c^2)^2}{c^2 (1-a^2)^2} r^2 \right] \right]}$$

$$= \frac{c^2 - a^2 + 2a^2 \frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2 a^2)} + (c^2 a^2 - 1) p'^2 + (c^2 a^2 - 1) a^2 \frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2 a^2)^2}}{\left[c^2 + a^2 - 2a^2 \frac{(1-c^4)}{(1-c^2 a^2)} + \frac{2p' r \cos \varphi}{(1-c^2 a^2)} [c^2 + c^4 a^2 + c^2 a^2 + 1 - c^2 + c^2 a^2 - c^4 a^2] + (c^2 a^2 + 1) p'^2 + (c^2 a^2 + 1) \frac{a^2 (1-c^2)^2}{c^2 (1-a^2)^2} r^2 \right]}$$

$$= \frac{c^2 - a^2 + a^2 \frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2 a^2)} + (c^2 a^2 - 1) p'^2 r^2}{\left[\frac{c^2 (1-a^2)^2}{(1-c^2 a^2)} + (c^2 a^2 - 1) p'^2 r^2 \right] (1-c^2 a^2)}$$

$$= \frac{\left[(c^2 a^2) (1-c^2 a^2) - 2a^2 (1-c^4) - 4a^2 p' r \cos \varphi (1-a^2) + a^2 (c^2 a^2 + 1) \frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2 a^2)} + (c^2 a^2 + 1) p'^2 r^2 \right]}{\left[c^2 (1-c^2 a^2) + (c^2 a^2 - 1) p'^2 r^2 \right] (1-c^2 a^2)}$$

$$= \frac{\left[(c^2 - a^2) (1 + a^2 c^2) - 4a^2 (1-a^2) r p \cos \varphi + a^2 (c^2 a^2 + 1) \frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2 a^2)} + (c^2 a^2 + 1) p'^2 r^2 \right]}{r^2 (1-c^2 a^2)^2 [1 - p^2]}$$

$$= \frac{\left[\frac{(1+a^2 c^2)}{(1-a^2 c^2)} c^2 (1-a^2)^2 - 4a^2 c^2 (1-a^2) r p \cos \varphi + (c^2 a^2 + 1) \frac{(1-c^2)^2}{(1-c^2 a^2)} + (c^2 a^2 + 1) p'^2 r^2 \right]}{r^2 (1-a^2 c^2)^2}$$

Confirm. model: Mammals. marine & river
Zatryagol vortex. Mes. - mognim

Date.

$$m_2(p, q) = \frac{r^2(1-c^2a^2)^2(1-p^2)}{\left[(1-a^4c^4)r^2 - 4p \cos \varphi a^2 c (1-c^2a^2) + \frac{(c^2a^2+1)p^2 r^2}{1-c^2a^2} \right]}$$

$$= \frac{(1-c^2a^2)^2(1-p^2)}{\left[(1-a^4c^4) - 4p \cos \varphi (1-c^2a^2) + \frac{(1-a^4c^4)p^2}{1-c^2a^2} \right]} = \left[\text{нужно знать } \frac{r^2}{a^2} \text{ и } \frac{p^2}{1-c^2a^2} \right]$$

$$= \frac{(1-c^2a^2)(1-p^2)}{\left[(1+c^2a^2) - 4p \cos \varphi a c + (c^2a^2+1) \cdot p^2 \right]} = \frac{(1-c^2a^2)(1-p^2)}{1+p^2 - 4 \frac{ac}{1+a^2c^2} p \cos \varphi} (!)$$

Найдем числитель при p^2 :

$$\left[\text{Знамен.} \right] = c^2 + a^2 - 2a(c^2+1)(p' \cos \varphi' + x_0) + (1+c^2a^2) \left[p'^2 + 2p' \cos \varphi' x_0 + x_0^2 \right]$$

Корр. Знаменатель при $(p')^2$:

$$c^2 + a^2 - 2a(c^2+1)x_0 + (1+c^2a^2)x_0^2 =$$

$$= \frac{1}{(c^2a^2-1)^2} \left[\frac{(c^2+a^2)(1-a^2c^2)^2}{(1)} - 2a^2(c^2+1)(1-a^2c^2)(1-c^2) + \frac{(1+c^2a^2)a^2(1-c^2)^2}{(3)} \right] =$$

$$= \frac{1}{(1-a^2c^2)^2} \left[(1) + a^2 \left\{ -2(1+c^2)(1-a^2c^2) + (1+a^2c^2)(1-c^2) \right\} (1-c^2) \right] =$$

$$= \frac{1}{(1)} \left[(1) + a^2(1-c^2) \left\{ -2 - 2c^2 + 2a^2c^2 + 2a^2c^4 + 1 - c^2 + a^2c^2 - a^2c^4 \right\} \right] =$$

$$= \frac{1}{(1)} \left[(1) + a^2(1-c^2) \left\{ -1 - 3c^2 + 3a^2c^2 + a^2c^4 \right\} \right] =$$

$$= \frac{1}{(1)} \left[(c^2+a^2)(1-a^2c^2)^2 + a^2(1-c^2) \left\{ 3a^2c^2 + a^2c^4 - 3c^2 - 1 \right\} \right] =$$

$$= \frac{1}{(1)} \left[(c^2+a^2)(1-2a^2c^2+a^4c^4) + a^2(1-c^2) \left\{ a^2c^4 + 3a^2c^2 - 3c^2 - 1 \right\} \right] =$$

$$= \frac{1}{(1)} \left[a^2(1-2a^2c^2+a^4c^4 - a^4c^4 - 3a^4c^2 + 3a^2a^2 + a^2) + \right.$$

$$\left. + a^2(1-2a^2c^2+a^4c^4 + a^2c^4 + 3a^2c^2 - 3c^2 - 1) \right] = \frac{1}{(1)} \left[c^2(1+a^2+a^2c^2-3a^4c^2) + \right.$$

$$\left. + a^2(a^2c^2 + a^4c^4 + a^2c^4 - 3c^2) \right] = \frac{c^2}{(1)} \left[1+a^2+a^2c^2-3a^4c^2 + a^4 + c^2a^6 + c^2a^4 - 3a^2 \right] =$$

$$= \frac{c^2}{(1)} \left[(1-a^2)^2 + c^2a^2(1-3a^2+a^4+a^2) \right] = \frac{c^2}{(1)} \left[(1-a^2)^2 + c^2a^2(1-a^2)^2 \right] =$$

$$= \frac{c^2}{(1-a^2c^2)^2} (1-a^2)^2 (1+c^2a^2) = r^2(1+a^2c^2) (!)$$

Корр. Знаменатель при $2p' \cos \varphi'$:

$$-a(c^2+1) + (c^2a^2+1)x_0 =$$

$$= -a(c^2+1) + (c^2a^2+1)a(1-c^2) = \frac{a}{1-c^2a^2} \left[-(c^2+1)(1-c^2a^2) + (c^2a^2+1)(1-c^2) \right] =$$

Date. . .

$$= \frac{a}{(1-c^2a^2)} \left[-c^2 - 1 + c^4a^2 + c^2a^2 + c^2a^2 + 1 - c^4a^2 - c^2 \right] = \frac{2ac^2}{(1-c^2a^2)} (a^2-1) = -2ac^2$$

- Conform. model

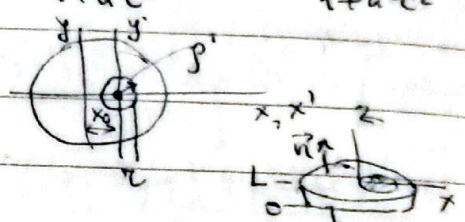
$$m_z(\rho, \varphi) = \frac{1-c^2a^2}{1+c^2a^2} \frac{1-\rho^2}{1+\rho^2 - 4 \frac{ac}{1+a^2c^2} \rho \cos \varphi}$$

- b. angle
координат
используем б. координаты
 $\rho = \rho'/a$, z - радиус
цикла

Един. вектор кан. координат. $\tan \frac{\delta}{2} = ac$, $\sin \delta = \frac{2ac}{1+a^2c^2}$, $\cos \delta = \frac{1-a^2c^2}{1+a^2c^2}$

$$m_z(\rho, \varphi) = \cos \delta \frac{(1-\rho^2)}{1+\rho^2 - 2 \sin \delta \rho \cos \varphi}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = (\vec{M} \cdot \vec{n}) = \begin{cases} m_z, z=L \\ -m_z, z=0 \end{cases}$$



$$\frac{1}{M^2} W_m^{\text{top}} = \frac{1}{2} \int_{z=0} \int_{z'=0} ds ds' \frac{\vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{2} \int_{z=L} \int_{z'=L} ds ds' \frac{\vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int_{z=0} \int_{z=L} ds ds' \frac{\vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int_0^\infty dk e^{-k|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \text{ограничен}$$

$$J_0(k|\vec{r} - \vec{r}'|) = \sum_{\mu} \int dk e^{-k|\vec{r} - \vec{r}'|} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho')$$

$$\frac{1}{M^2} W_m^{\text{top}} = \int_{z=0} \int_{z'=0} ds ds' \vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}') \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} \int dk J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') + \int_{z=L} \int_{z'=L} ds ds' \vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}') \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} \int dk J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') + \int_{z=0} \int_{z=L} ds ds' \vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}') \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} \int dk J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho')$$

$$= \left| \vec{B}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}') = -m_z(\rho) m_z(\rho') \right| = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} d\varphi d\varphi' \sum_{\mu} e^{i\mu(\varphi - \varphi')} \times$$

$$\times \int_0^\infty dk [1 - e^{-kL}] J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') m_z(\vec{r}) m_z(\vec{r}') =$$

$$= \sum_{\mu} \int_0^\infty dk [1 - e^{-kL}] \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} d\varphi d\varphi' e^{i\mu\varphi} m_z(\vec{r}) J_\mu(k\rho) \cdot \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} d\varphi d\varphi' e^{-i\mu\varphi'} m_z(\vec{r}') J_\mu(k\rho') =$$

$$= \sum_{\mu} \int_0^\infty dk [1 - e^{-kL}] \left| \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} d\varphi d\varphi' e^{i\mu\varphi} m_z(\vec{r}) J_\mu(k\rho) \right|^2$$

$$\int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi m_z(\vec{r}) e^{i\mu\varphi} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} \cos \delta \frac{r^2 - \rho^2}{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \sin \delta \cos \varphi} \quad \text{r. k. b. } m_z(\vec{r}) \rho = \frac{\rho'}{a}$$

$$J_\mu(k) = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} d\varphi d\varphi' e^{i\mu\varphi} J_\mu(k\rho) m_z(\vec{r}) \quad , \quad e^{i\mu\varphi} \rightarrow \cos \mu\varphi \text{ b. using } \text{can. coord.}$$

$$J_\mu(k) = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} d\varphi d\varphi' J_\mu(k\rho) \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cos \delta \frac{r^2 - \rho^2}{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \sin \delta \cos \varphi} = \left| \rho = x \cdot a \right| =$$

$$= x^2 \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi x J_\mu(kx) \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi \cos \mu\varphi \cos \delta \frac{1-x^2}{1+x^2 - 2x \sin \delta \cos \varphi} \quad , \quad m_z(x, \varphi) = \cos \delta \frac{1-x^2}{1+x^2 - 2x \sin \delta \cos \varphi}$$

[illegible]

Date.

Укажем оптимальные значения $b \rightarrow b(1-a^2)$ и b численно в точке $b = W_m$. Для W_m получаем из уравнения a_{c0} равенства $\sin^2 \delta = 1 - a^2$ (12/11) отсюда $a_{c0} = 0,12$ где $b \approx 0,12$ и a значения b не зависят на результаты.

Как и $\frac{1}{1-a^2} \approx 1$ - замена.
Но где $\frac{1-a^2}{1+a^2}$ $c \approx 1$ и $a \approx 0,5$ равен b "0" оптимальным по (ca) номер δ неограниченно малым.

Нормировка: $J_\mu(\delta, x) = \frac{\cos \delta}{(2\pi)} \int_0^1 dx x J_\mu(x) \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \mu \varphi \frac{1-x^2}{1+x^2-2x \sin \delta \cos \varphi}$

$$J_\mu(\delta) = \int_0^\pi d\varphi \frac{\cos \mu \varphi}{1+x^2-2x \sin \delta \cos \varphi} = \left| \lambda = \frac{2x \sin \delta}{1+x^2} \right| = \frac{1}{(1+x^2)} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos \mu \varphi}{1-\lambda \cos \varphi} =$$

$$= \frac{1}{(1+x^2)} 2 \int_0^\pi d\varphi \frac{\cos \mu \varphi}{1-\lambda \cos \varphi} = \frac{2}{1+x^2} \frac{\pi}{\sqrt{1-\lambda^2}} \left(\frac{\sqrt{1-\lambda^2}-1}{\lambda} \right)^\mu (-1)^\mu$$

$$J_\mu(\delta, x) = \frac{\cos \delta}{2\pi} \int_0^1 dx x J_\mu(x) (1-x^2) \frac{2\pi}{(1+x^2) \sqrt{1-\lambda^2}} \left(\frac{\sqrt{1-\lambda^2}-1}{\lambda} \right)^\mu$$

$$1-\lambda^2 = 1 - \frac{4x^2 \sin^2 \delta}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{(1+x^2)^2} [(1+x^2)^2 - 4x^2 \sin^2 \delta] =$$

$$= \frac{1}{(1+x^2)^2} [1 + 2x^2 + x^4 - 4x^2 \sin^2 \delta] = \frac{1}{(1+x^2)^2} [(1-x^2)^2 + 4x^2 \cos^2 \delta]$$

Далее $\sqrt{1-\lambda^2} = 1 - \frac{\lambda^2}{2}$, $\frac{\sqrt{1-\lambda^2}-1}{\lambda} = \frac{1-\lambda^2/2-1}{\lambda} = -\frac{1}{2} \lambda$, $\lambda = \frac{2x \sin \delta}{1+x^2} < 1$

$$J_\mu(\delta, x) = \cos \delta \int_0^1 dx x J_\mu(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{(-1)^\mu}{\sqrt{1-\lambda^2}} \left(\frac{-1}{2} \lambda \right)^\mu =$$

$$= \frac{\cos \delta}{2^\mu} \int_0^1 dx x J_\mu(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{\lambda^\mu}{\sqrt{1-\lambda^2}} = \frac{\cos \delta}{2^\mu} \int_0^1 dx x J_\mu(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \lambda^\mu \left[1 + \frac{\lambda^2}{2} \right]$$

$\lambda = \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) \sin \delta \ll 1$, поэтому мал. b и $a \approx 0$ $\mu = 0$.

$$\frac{r}{R} = c \frac{1-a^2}{1-a^2 c^2} = c(1-a^2) \frac{1}{1-\frac{1}{2} \frac{1-a^2}{1+a^2}} = c(1-a^2) \left(\frac{1+\cos \delta}{2 \cos \delta} \right), \quad \frac{\delta}{2} = ca$$

$$J_0(\delta, x) = \cos \delta \int_0^1 dx x J_0(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \left[1 + \frac{\lambda^2}{2} \right] \approx \cos \delta \int_0^1 dx x J_0(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$$

$$J_1(\delta, x) = \frac{1}{2} \cos \delta \int_0^1 dx x J_1(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \lambda \approx \sin \delta \int_0^1 dx x J_1(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \left(\frac{x}{1+x^2} \right)$$

$$J_2(\delta, x) = \frac{1}{4} \cos \delta \int_0^1 dx x J_2(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \lambda^2 = \frac{1}{4} \sin^2 \delta \int_0^1 dx x J_2(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{4x^2}{(1+x^2)^2}$$

$\cos \delta = \frac{1-a^2 c^2}{1+a^2 c^2} = 1 - 2a^2 c^2$, $\sin \delta = \frac{2ac}{1+a^2 c^2} \approx 2ac$

$$\sum_\mu J_\mu^2(\delta, x) = \sum_\mu \left[\cos \delta \sin^\mu \delta \int_0^1 dx x J_\mu(x) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x^\mu}{(1+x^2)^\mu} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{4x^2 \sin^2 \delta}{(1+x^2)^2} \right) \right]^2$$

Date.

$$= \left(\sum_{n=0}^{\infty} \right) + 2 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \right) = \cos \delta \left[\dots \right] + \dots, \text{ where } \gamma \text{ and } \epsilon \text{ are } (a^2 c^2),$$

$$J_0(\delta, x) = \cos \delta \int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \left[1 + \frac{2x^2}{(1+x^2)^2} \sin^2 \delta \right] = \left| \epsilon = a^2 c^2 \right| =$$

$$= \cos \delta \int_{-1}^1 dx x J_0(1) + \int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{2x^2}{(1+x^2)^2} \sin^2 \delta = \left| \cos \delta = 1 - 2\epsilon \right.$$

$$= (1 - 2\epsilon) \int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) + 2\epsilon \int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x^2}{(1+x^2)^2} =$$

$$= \int_{-1}^1 dx x J_0(1) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) + 2\epsilon \int_{-1}^1 dx x J_0(1) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \left[\frac{4x^2}{(1+x^2)^2} - 1 \right] =$$

$$= \int_{-1}^1 dx x J_0(1) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) - 2\epsilon \int_{-1}^1 dx x J_0(1) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x^2}{(1+x^2)^2} = A - 2\epsilon B$$

$$J_1(\delta, x) = \sin \delta \int_{-1}^1 dx x J_1 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x}{1+x^2} + O(\epsilon)$$

$$\sum_n J_n^2(\delta, x) = J_0^2(\delta, x) + 2 J_1^2(\delta, x) = \left[\int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \right]^2 -$$

$$- 4\epsilon \left[\int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \right] \left[\int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x^2}{(1+x^2)^2} \right] + 2 \cdot 4\epsilon \cdot \left[\int_{-1}^1 dx x J_1 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x}{1+x^2} \right]^2 =$$

$$= \left[\int_{-1}^1 dx x J_0(1) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \right]^2 + 4\epsilon \left\{ 2 \left[\int_{-1}^1 dx x J_1(1) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x}{1+x^2} \right]^2 - \left[\int_{-1}^1 dx x J_0 \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \right] \left[\int_{-1}^1 dx x J_0(1) \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \frac{x^2}{(1+x^2)^2} \right] \right\}$$

$$G(\delta, z) = \int_0^{\infty} dx e^{-xz} \sum_n J_n^2(\delta, x) = \int_0^{\infty} dx e^{-xz} \left[(us) + 4\epsilon \{ \dots \} \right]$$

$$W_m = \left(\frac{L}{R} \right)^3 \frac{1}{\beta} \left[G(\delta, 0) - G(\delta, \frac{L}{R}) \right] = \left| \frac{\tau}{R} = \frac{c(1-a^2)(1+\epsilon)}{\tau_0} \right| =$$

$$= \frac{1}{\beta} c^3 (1-a^2)^3 (1+\epsilon)^3 \int_0^{\infty} dx \left(1 - e^{-x \frac{L}{\tau_0} (1+\epsilon)} \right) \left[(us) + 4\epsilon \{ \dots \} \right] =$$

$$= \frac{c^3}{\beta} (1-a^2)^3 (1+3\epsilon) \int_0^{\infty} dx \left[1 - e^{-x \frac{L}{\tau_0} (1+\epsilon)} \right] \left[(us) + 4\epsilon \{ \dots \} \right]$$

$$(1+3\epsilon)(K_1 + K_1 \epsilon) [us + 4\epsilon \{ \dots \}] = [K_1 + \epsilon(3K_1 + K)] [us + 4\epsilon \{ \dots \}] =$$

$$= K_1 \cdot us + \epsilon \left[us \cdot (3K_1 + K) + 4K_1 \{ \dots \} \right]$$

$$W_m(a) = \frac{c^3}{\beta} (1-a^2)^3 \left[\int_0^{\infty} dx (1 - e^{-x \frac{L}{\tau_0}}) (us) + \epsilon \left[\int_0^{\infty} dx \left\{ 3(1 - e^{-x \frac{L}{\tau_0}}) + (-1) \frac{xL}{\tau_0} e^{-x \frac{L}{\tau_0}} \right\} (us) + \right. \right.$$

Date. 21. 11.

$$(V_{exp.} - V_{th}) = [\dots] = \int_0^1 dx \left\{ 3(1 - e^{-\frac{xL}{r_0}}) - \frac{xL}{r_0} e^{-\frac{xL}{r_0}} \right\} \left[\left(\int_0^1 dx x J_0(x) \frac{(1-x^2)}{(1+x^2)} \right)^2 + 4(1 - e^{-\frac{xL}{r_0}}) \left\{ 2 \left[\int_0^1 dx x J_1(x) \frac{(1-x^2)}{(1+x^2)} \frac{x}{1+x^2} \right]^2 - \left[\int_0^1 dx x J_0(x) \frac{(1-x^2)}{(1+x^2)} \right] \left[\int_0^1 dx x J_0(x) \frac{(1-x^2)}{(1+x^2)} \right] \right\} \right]$$

He poznamo no $\epsilon = c^2 a^2$: $J_\mu(\delta, x) = (-1)^\mu \cos \delta \int_0^1 dx x J_\mu(x) \frac{(1-x^2)}{(1+x^2)} \frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2}} \left(\frac{1-\lambda^2-1}{2} \right)$
 где $\lambda = \frac{2x}{1+x^2} \sin \delta$.

$$W_m^{exp.}(a) = \frac{1}{\beta(R)^3} \int_0^1 dx (1 - e^{-\frac{xL}{r_0}}) \sum_\mu J_\mu^2(\delta, x), \quad r = r(a) = cR \frac{1-a^2}{1-a^2}$$

21/11 Кое-какие неравенства вращаются из-за разрывных функций. *Вспомогательная мет.-модель*
 7-я. правило "Core" $q = \frac{c}{g}(1-a^2) = \frac{b}{L}(1-a^2)$.
 Если минимизировать $W_{tot}(q, a)$ по q , то где q минимально
 7-я - 2-я. Тогда $q = \frac{b}{L}$ или надо заменить на $q = \frac{b}{L}(1-a^2)$.
 Если вложить q в минимизацию $W(a)$ получаем тогда
 $\lambda^2 g^2 \ln(1-a^2) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln(1-a^2) \approx -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 a^2$, где $a \ll 1$.

теперь (см. 12/11): $\frac{1}{4\pi N_x^2 V_d} W(a) = W(0) + \frac{1}{2} W''(0) a^2 - \frac{4}{3} a h$

$$\frac{1}{2} W''(0) = 2N_x(\beta) - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2, \quad \chi = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \frac{1}{W''(0)} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \frac{1}{2[2N_x(\beta) - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2]}$$

нормальные возмущения возмущает по сравнению с 12/11.
 Если ввести усредненные вихри $\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = 2N_x(\beta)$ или
 $\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = \frac{1}{2N_x(\beta)}$, $\frac{R_{c1}(\beta)}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{N_x(\beta)}$. Для $R_{c1} < R_{c1}^{th} = \frac{R_0}{\sqrt{N_x(\beta)}}$

т.е. мет.-модель все же не показывает где возникает
 новые усредненные вихри без нуклеации. Но где $H_{th}(\beta)$ она дает
 некоторые результаты. Нам пока при $a \ll 1$ надо уметь - см. 5/11/11.

22-26/11 Возврат. Голубчиков на US-visa, буферы в топ Marvel (интервью)
 и ан. ресурсы. Намечены способы с к. механизмом. Vertex in H.
 время в. механизма - способ по 2-м механизмам вихря.

27/11 Вспомогательная:

- 1) Минимизация в комплексном пространстве (2)
- 2) Дав-во неэвклидовой W_{ex} от a при конформ. преобразованиях
- 3) Комплексная порождающая модель Bogdan Suhl.

Orbigno $\frac{1}{M^2} E_v^{BP} = 4\pi L C M u \cdot \frac{1}{M_s^2} W_{ex}^{Sol} = \dots$

T.e. $W_{ex}^{sol} = E_1^{BP}$ при $\nu = 1/2$ — соответствует нач. энергии
 первого вихря в состоянии когер. тонкокристаллической пленки $1/2$ ($Q = 1/2$)
 или $Q = (1/2)\nu$ — т.е. энергия "core" бурыя.
 или при $\nu = 1$, то $W_{ex}^{sol} = (1/2) E_1^{BP}$.

Comienzo, con $\frac{1}{\epsilon}$ que $\nu = 2$ sobre $W_{ex} = 4V_d \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[1 + \ln \frac{R}{b}\right] = 4\pi LC \left[1 + \ln \frac{R}{b}\right]$

Then $W_{ex}^{sol}(\nu) = \frac{1}{2} E_{\nu}^{BP} = 2\pi L C |\nu|$ - conservation of energy
 vortex - coordinate $\arg \frac{Q}{2} = \left(\frac{\beta}{b}\right) |\nu|$, $\nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right) = \frac{1}{2} (a + a^{-1})$$
 и имеет смысл центра инверсии,

Итог показат из определения ранжир. Запреда Q :

2) $w(z) = i \frac{z}{|z|} = i \sqrt{\frac{z}{\bar{z}}}$ не известен образ в $\mathbb{Q}$ ($|w|=1$).

$$W_{\text{ex}} = 4 \text{ LC} \int \frac{d^2 \vec{p}}{(1+|\vec{p}|^2)^2} \left[\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right] = \left| \frac{dw}{dz} \right|_{|w|=1}^2$$

$$= -4 \text{LC} \frac{1}{4} \int d^3 \vec{p} \left[\left(\frac{i}{2} \frac{1}{|\vec{p}|} \right) \left(\frac{-i}{2} \frac{1}{|\vec{p}|} \right) + \left(\frac{-i}{2} \frac{\sqrt{2}}{\vec{p}^{3/2}} \right) \left(\frac{i}{2} \frac{\sqrt{2}}{\vec{p}^{3/2}} \right) \right] =$$

$$= LC \int_{S_2(p>0)} d^2 p \frac{1}{2} \frac{1}{|z|^2} = \frac{1}{2} LC \cdot 2\pi \int dp p \frac{1}{p^2} = \pi LC \ln \frac{R}{b}$$

$$\frac{1}{M_s^2 V_d} W_{ex}^{max} = \frac{1}{\pi R^2 L M_s^2} \pi L C \ln\left(\frac{R}{b}\right) = \left(\frac{C}{M_s^2}\right) \frac{1}{R^2} \ln \frac{R}{b} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln \frac{R}{b}, R_0^2 = \frac{C}{M_s^2} = \frac{2\mu}{M_s^2}$$

Модом с $|w|=1$ соответ. обр. в vec_{core} .

Date. 28. 11.

more known basis $f = u + iv$, $g = s + it$, $\bar{f}g = \bar{f} \cdot \bar{g} + i$

2) $f = u + iv$, $g = s + it$, $\bar{f}g = \bar{f} \cdot \bar{g} + i|\vec{f} \times \vec{g}|$
 $\vec{f} = (u, v)$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} = 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}}, \quad \bar{\nabla} = 2 \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\bar{\nabla} g = \text{div } g + i |\text{rot } g|, \quad \nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$$

$w = f(z) = u + iv$, $z = x + iy$, $w = f(z)$ - Konformanz vektorfeldes
 aus $f(z)$ ana. invariance, r.e. $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ (yes. Cauchy-Riemann)

$$\frac{df(z)}{dz} = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{где параметры функции } f(z).$$

$|f(z)|$ — задает изменение масштаба при конформ. преобразовании.

Преобразование инверсии $w(z) = \frac{a^2}{\bar{z}}$ (внутр. круга radius "a" $\rightarrow$ наружну).

(R. Greene - S. Krantz): ρ_{max} . $f_a(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$, $|f(z)| < 1$ $\text{если } |z| < 1$

$f(z)$ is holomorphic (analytic) $\Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$. $\det T = \begin{vmatrix} 1 & -\bar{a} \\ -a & 1 \end{vmatrix} = 1 - (-a)(-\bar{a}) = 1 - |a|^2 \geq 0$

$\rightarrow f_a(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ is holomorphic (конформное) отображение круга

1812: Самою на себя.

$|f_a(z_1)| < 1$, where $f_a(z_1) = z_2$, where $|f'_a(z_1)| = \frac{1 - |z_2|^2}{1 - |z_1|^2}$.

$f_a(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ с $|z| < 1$ называется преобразованием Мöбиуса (квадрат в квадрат)

Задан комплекс. построить область $W = f(Z) = u + iv$, то определить изображение

6. $x, y \rightarrow u(x, y), v(x, y) \Rightarrow J = \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} = u_x v_y - v_x u_y = (u_x)^2 + (v_x)^2 = |f'(z)|^2$
 Важная формула.

важная формула

of Jew. Women - Persians.

Корреляция, отражающаяся на кривой  отражает в ~~наглядности~~ ^{наглядности} то, что корреляция при расч. SW в зимнее.

Более совершенные конструкции. Усовершенствование
таких деталей как ось

$$f_a(z) = \int \frac{z-a}{R^2 - \bar{a}z}, \quad |a| < R$$

Date.

Vorher, Suchen conform. $W(z) = \begin{cases} \frac{i}{c} z, & |z| \leq c \\ \frac{i}{|z|}, & |z| > c \end{cases}$. Konform. v. $z \rightarrow z' = O(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$

Konform. v. $W(z, \bar{z}) \rightarrow W(z', \bar{z}')$ $\bar{z}' = \frac{\bar{z}-\bar{a}}{1-\bar{a}\bar{z}}$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial W(z', \bar{z}')}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} = \left[\frac{\partial W(z')}{\partial z'} \right]_{z=z'} \cdot \frac{\partial O}{\partial z}$$

$$\frac{\partial O(z)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{z-a}{1-\bar{a}z} \right) = \frac{(1)(1-\bar{a}z) - (z-a)(-\bar{a})}{(1-\bar{a}z)^2} = \frac{1-|a|^2}{(1-\bar{a}z)^2}$$

Ausdr. d. Jacobian v. (x, y) na (x', y') $J = \left| \frac{\partial O(z)}{\partial z} \right|^2 =$

$$= \left| \frac{1-|a|^2}{(1-\bar{a}z)^2} \right|^2 = \left| \frac{1-|a|^2}{1-\bar{a}z} \right|^2 = (1-|a|^2)^2 \left| \frac{1}{(1-\bar{a}z)^2} \right|^2 = \frac{(1-|a|^2)^2}{(1-\bar{a}z)^2(1-\bar{a}\bar{z})^2} =$$

$$= \frac{(1-|a|^2)^2}{[1-a(z+\bar{z})+a^2|z|^2]^2} \quad J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} \end{vmatrix}$$

$$dx dy = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial x'} & \frac{\partial x}{\partial y'} \\ \frac{\partial y}{\partial x'} & \frac{\partial y}{\partial y'} \end{vmatrix} dx' dy' \quad z' = O(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}, \quad \bar{O}(z) = \bar{z}' = \frac{\bar{z}-\bar{a}}{1-\bar{a}\bar{z}} \quad \text{symmetrisch zu } z'$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial W(z', \bar{z}')}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial z'} \frac{\partial O}{\partial z}$$

$$\frac{\partial W}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial W(z', \bar{z}')}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial W}{\partial \bar{z}'} \frac{\partial \bar{z}'}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial W}{\partial \bar{z}'} \frac{\partial \bar{O}}{\partial \bar{z}}$$

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{W}(z', \bar{z}')}{\partial z} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial z} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial z'} \frac{\partial O}{\partial z}$$

$$W_{ef} = 4LC \int_{S_d} dx dy \frac{1}{(1+|w|^2)^2} \left[\frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} \right] =$$

$$= 4LC \int_{S_d} dx' dy' J_{z' \rightarrow z} \frac{1}{(1+|w|^2)^2} \left[\frac{\partial W}{\partial z'} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}'} \frac{\partial O}{\partial z} \frac{\partial \bar{O}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}'} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z'} \frac{\partial \bar{O}}{\partial \bar{z}} \frac{\partial O}{\partial z} \right] =$$

$$= 4LC \int_{S_d} dx' dy' J_{z' \rightarrow z} \frac{1}{(1+|w|^2)^2} \left[\frac{\partial W}{\partial z'} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}'} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}'} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z'} \right] \frac{\partial O}{\partial z} \frac{\partial \bar{O}}{\partial \bar{z}}$$

$$\text{Ab } \frac{\partial O(z)}{\partial z} \frac{\partial \bar{O}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial O}{\partial z} \left(\frac{\partial \bar{O}}{\partial \bar{z}} \right) = \left| \frac{\partial O(z)}{\partial z} \right|^2 = J_{z \rightarrow z'}$$

Die konform. v. $z' = O(z)$ $\frac{\partial O}{\partial z} = \frac{1}{\frac{\partial z'}{\partial z}}$ weil $z = \tilde{O}(z')$ also $\frac{\partial z}{\partial z'} = \frac{1}{\frac{\partial z'}{\partial z}}$

$$W_{ef} = 4LC \int_{S_d} dx' dy' \frac{1}{(1+|w|^2)^2} \left[\frac{\partial W}{\partial z'} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{z}'} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}'} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z'} \right] J_{z' \rightarrow z} J_{z \rightarrow z'}$$

$$J_{z' \rightarrow z} J_{z \rightarrow z'} = \left| \frac{\partial O}{\partial z} \right|^2 \left| \frac{\partial z'}{\partial z} \right|^2 = 1 \quad \text{u. d.h. es gilt } S_d = S_d' \quad \text{u. d.h. es gilt } S_d = S_d' \quad \text{u. d.h. es gilt } S_d = S_d'$$

date.

date. $W_{ex} = 4LC \int_{S_1} dx' dy' \frac{1}{(1+w^2)^2} \left[\frac{\partial w}{\partial z'} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}'} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}'} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z'} \right] =$

$$= 4\pi \int_{\Sigma} dx dy \frac{1}{(1+w^2)^2} \left[\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$
 не слагается на комплексной плоскости $z^1 = 0(z)$.
 инвариантно относительно

т.е. отображение $z \rightarrow z' = O(z)$, если $O(z)$ — аналит. функция. Это
 верно для любой конкретной области S_d , и game $S_d = S'_d$ не определено?
 Нет, это определение
 "где zero" где $w(z)$ аналитична, отображающая W_{ex}

Для выбора $z \rightarrow z' = 0(z)$ можно выбрать с сохранением точности.
 Значит Q , т.к. $W_{ex} \sim Q$ внутри "сере". Но из-за выбора W_{ex}
 "сере" пропорциональность $W_{ex}^{tot} \sim Q$ нарушается. W_{ex} сохраняется
 только тогда $z \rightarrow z' = 0(z)$
 сдвиг - 10 - 0015

Beginn b USA - noconvertio u Carrefour. Fxrs. self-to-self conf. mapping. 29/XI
- 30/XI

Написание и редактирование статьи с К. Мерцониным

→ Нормальное h_{an}, h_o, h_n в "rigid vortex" model given

Кванта пр. $L = 40 \text{ nm}$ и 60 nm и сравним с его энергией —
— с. 17/1 и 19/1. Квант. разности с. 17/1.

Есть эксперимент по $L = 60 \text{ nm}$ — H_n, H_{an}
 $L = 40 \text{ nm}$ — H_{an}, H_n (file Nov-May 13, 01)
 → там graph, picture и exp

Case 2: $L = 80 \text{ nm}$, $R = 1 \text{ nm}$ - H_n, H_{an} ; $L = 60 \text{ nm}$, $R = 0,4 \text{ nm}$ - H_n, H_{an}
(e-mail of 27.06.20)

Т.к. H_n сгущается с трансформацией в поле Nov-May 13. spj
($g_{\text{eff}} = 40 \text{ nm}$)

• Han Correc. c Han ^{calc} give $L = 40 \text{ mm}$ or 10×10 , to pass. $L = 60 \text{ mm}$.

Надо доказать M_{an}, H_0, H_n ($L=60\text{nm}$) где $\mu_{max} R/L < 2,5$.

$\frac{1}{2}$	2,22	2	1,82	1,67	1,54	1,33	1,05
$\frac{1}{3}$	2,13	2,27	2,39	2,50	2,61	2,81	3,14
$\frac{1}{4}$	1,59	1,65	1,71	1,75	1,79	1,85	1,89
$\frac{1}{5}$	0,99	0,528	0,560	0,594	0,623	0,671	0,727

Bugue, isto que $L = 60 \text{ nm}$ bee 4 μm . torna xofreano
consequencia e repuboi han (R/L) "rigid-vortex" model.

Date. 04. 12.

2D - Vortex of Bryant-Suhl, $m_z = 0$

4/12 3) Вопрос 12/12: Комплексная формулировка уравнения
Bryant-Suhl - уравнение не к комплексной. представление комплексной
 2D - завихрения ($x, y \rightarrow \bar{z}$) без отрицания. $m_z = 0$ - "core" нет.

$$\vec{m} = (m_x, m_y) = (\sin \theta, -\cos \theta)$$

$$m^+ = m_x + im_y = \sin \theta - i \cos \theta = -i [\cos \theta + i \sin \theta] = -i e^{i\theta(x,y)}$$

$$m_x + im_y = \frac{2W(z)}{1 + |W|^2} = \left| \frac{\text{core}^* \text{ker}}{|W|^2 = 1} \right| = W(z),$$

т.е. $W(z) = e^{i[\theta(x,y) - \pi/2]}$, с гипотезой комплексной "core".

$$W(z) = i \frac{\phi(z)}{|\phi(z)|} = i \frac{f(z)}{|f(z)|}, \text{ где } f(z) = z \text{ где не численно. } \text{буква } f(z)$$

Пусть $h \neq 0$ уравнение на $\theta(x, y, h)$. $-x \sin \theta + y \cos \theta + h \sin \theta = 0$
 Которое $f(z)$ сложно. численно буква уравнение $h \neq 0$? $\sqrt{1 + 2h \cos \theta + h^2} = 0$

$$\begin{cases} m_x = \sin \theta = \frac{y}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}} \\ m_y = -\cos \theta = -\frac{(x-h^*)}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}} \end{cases}; \quad h^* = h$$



$$\tan \theta(x, y) = \frac{y}{(x-h^*)}$$

$$\text{Уравнение } h \rightarrow 0 \quad \tan \theta = \frac{y}{x} = \tan \varphi, \quad \theta = \varphi \quad m_x = \sin \varphi, \quad m_y = -\cos \varphi$$

$$i \frac{f(z)}{|f(z)|} = e^{i(\theta - \pi/2)}, \quad \text{Arg}(f(z)) = \theta(x, y) - \pi/2, \quad f(z) = |f(z)| e^{i[\theta(x, y) - \pi/2]}$$

$$m^+ = m_x + im_y = \frac{\partial A}{\partial y} + i(-\frac{\partial A}{\partial x}) = (\frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial x}) A = (-i) (\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}) A = (-i) 2 \frac{\partial A}{\partial \bar{z}}$$

$$\vec{m} = \text{rot } \vec{A}, \quad \vec{A} = (0, 0, A)$$

$$m^+ = -i \nabla A, \quad \nabla = 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}$$

$$\text{div } \vec{m} = \text{div rot } \vec{A} \equiv 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} m^+ = (-i) 2 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}} A = (-i) \Delta A, \quad \Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

с гипотезой комплексной $\frac{\partial m^+}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (m_x + im_y) = \frac{1}{2} \text{div } \vec{m} + \frac{i}{2} \text{rot } \vec{m}$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} m^+ = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} [m_x + im_y] = \frac{1}{2} (\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y}) (m_x + im_y) = \frac{1}{2} (\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}) + \frac{i}{2} (\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y})$$

$$= \frac{1}{2} \text{div } \vec{m} + \frac{i}{2} (\text{rot } \vec{m})_z, \quad \frac{\partial m^+}{\partial \bar{z}} = \frac{i}{2} (\text{rot } \vec{m})_z = -\frac{i}{2} \Delta A_z, \quad (\text{rot } \vec{m})_z = -\Delta A_z$$

т.е. A_z не обн. уравнение. гипотеза, то $\text{rot } \vec{m} \neq 0$.

$$A_z(x, y) = A_z(z, \bar{z}) \text{ тогда не } \text{ограниченность}$$

$$\text{Уравнение } \vec{m} = \text{rot } \vec{A}, \quad \text{rot } \vec{m} = \text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} = -\Delta \vec{A}$$

для век. небывающего года $p = R$: $\beta = (\vec{m} \cdot \vec{n}) = (\sin \theta, -\cos \theta) (\cos \varphi, \sin \varphi) = \sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi = \sin(\theta - \varphi)$

Date. 04. 12.

2D - vortex of Bryant-Suhl, $m_z=0$

4/12 3) аналог 2.8/12: Коническая формулировка wegen
Bryant-Suhl - vortex has a conical singularity. $m_z=0$ - "core" ker.

$$\vec{m} = (m_x, m_y) = (\sin\theta, -\cos\theta)$$

$$m^+ = m_x + im_y = \sin\theta - i\cos\theta = -i[\cos\theta + i\sin\theta] = -ie^{i\theta(x,y)}$$

$$m_x + im_y = \frac{2W(z)}{1+|W|^2} = \left| \frac{\text{core}^+ \text{ker}}{|W|^2=1} \right| = W(z),$$

r.e. $W(z) = e^{i[\theta(x,y) - \pi/2]}$, C-гипер-сепаратор - line "core".

$$W(z) = i \frac{O(z)}{|O(z)|} = i \frac{f(z)}{|f(z)|}, \text{ где } f(z) = z \text{ где нечетное число } \text{hyperbolic}$$

Где $h \neq 0$ гиперплоскость на $\theta(x,y,h)$. $-x\sin\theta + y\cos\theta + h\sin\theta = 0$
Корень $f(z)$ cosb. численности hyperbolic? $\sqrt{1+2h\cos\theta+h^2}$

$$\begin{cases} m_x = \sin\theta = \frac{y}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}} \\ m_y = -\cos\theta = -\frac{(x-h^*)}{\sqrt{(x-h^*)^2 + y^2}} \end{cases}, h^* = h$$

$$\tan\theta(x,y) = \frac{y}{(x-h^*)}$$



when $h \rightarrow 0$ $\tan\theta = \frac{y}{x} = \tan\varphi$, $\theta = \varphi$ $m_x = \sin\varphi$, $m_y = -\cos\varphi$

$$i \frac{f(z)}{|f(z)|} = e^{i(\theta - \pi/2)}, \text{ Arg}(f(z)) = \theta(x,y) - \pi/2, f(z) = |f(z)| e^{i[\theta(x,y) - \pi/2]}$$

$$m^+ = m_x + im_y = \frac{\partial A}{\partial y} + i(-\frac{\partial A}{\partial x}) = (\frac{\partial}{\partial y} - i\frac{\partial}{\partial x})A = (-i)(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y})A = (-i)2\frac{\partial A}{\partial z}$$

$$\vec{m} = \text{rot} \vec{A}, \vec{A} = (0, 0, A)$$

$$m^+ = -i \nabla A, \nabla = 2\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}$$

$$\text{div} \vec{m} = \text{div} \text{rot} \vec{A} \equiv 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} m^+ = (-i)2 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}} A = (-i) \Delta A, \Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

C-гипер-сепаратор $\frac{\partial m^+}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (m_x + im_y) = \frac{1}{2} \text{div} \vec{m} + \frac{i}{2} |\text{rot} \vec{m}|$

$$\frac{\partial}{\partial z} m^+ = \frac{\partial}{\partial z} [m_x + im_y] = \frac{1}{2} (\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}) [m_x + im_y] = \frac{1}{2} (\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}) + \frac{i}{2} (\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y})$$

$$= \frac{1}{2} \text{div} \vec{m} + \frac{i}{2} (\text{rot} \vec{m})_z, \frac{\partial m^+}{\partial z} = \frac{i}{2} (\text{rot} \vec{m})_z = -\frac{i}{2} \Delta A, (\text{rot} \vec{m})_z = -\Delta A$$

r.e. A_z не абс. определено, $\text{rot} \vec{m} \neq 0$

$$A_z(x,y) = A_z(z,\bar{z}) \text{ тогда не имеет аналогичности}$$

$$\text{Уравнение } \vec{m}' = \text{rot} \vec{A}, \text{rot} \vec{m}' = \text{rot} \text{rot} \vec{A} = \text{grad} \text{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} = -\Delta \vec{A}$$

где div обозначает $\text{grad} p = \nabla p$: $\beta = (\vec{m} \cdot \vec{m}') = (\sin\theta, -\cos\theta)(\cos\varphi, \sin\varphi) = \sin\theta\cos\varphi - \cos\theta\sin\varphi = \sin(\theta - \varphi)$

Date. 08.12.

Угол θ на $O(x,y)$ считаем $1/2\pi$: $\arg z = \theta - \varphi = \arg z - 0 = \arg z$

$$\sin(\theta - \varphi) = \frac{1}{R} \frac{y}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} = \frac{y}{\sqrt{1+h^2+2h\cos\theta}} \quad \text{при } h \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0 \Rightarrow \sin \theta = \theta$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} w(z) \right\} = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad w(z) = e^{i(\arg z - \pi/2)}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) e^{i(\arg z - \pi/2)} = \frac{1}{2} e^{-i\pi/2} \left[e^{i0} \frac{\partial}{\partial x} - i e^{i0} \frac{\partial}{\partial y} \right] =$$

$$\frac{1}{2} (-i) e^{i0} \left[\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right] = -\frac{i}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right] = -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$0 = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial w}{\partial z} = 2 \operatorname{Re} \left(-\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial z} \right) = \operatorname{Re} (i \frac{\partial}{\partial z}) = \operatorname{Re} (i \cos \theta + i \sin \theta) \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) =$$

$$= \operatorname{Re} \left[i \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial x} - i^2 \sin \theta \frac{\partial}{\partial y} \right] = \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial y} = 0 \quad \text{if } \theta = \arg z$$

$$\operatorname{div} \vec{m} = -m_y \frac{\partial}{\partial x} + m_x \frac{\partial}{\partial y} = 0 \quad \text{where } \operatorname{div} \vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

$$\text{Угол } \arg z = \frac{az+b}{cz+d}, \quad |\phi|^2 = \frac{\bar{a}z+\bar{b}}{c\bar{z}+\bar{d}} \frac{az+b}{cz+d} = \frac{|a|^2|z|^2 + \bar{b}a + b\bar{a} + |b|^2}{|c|^2|z|^2 + \bar{d}c + c\bar{d} + |d|^2}$$

$$W(z) = e^{i\theta - \pi/2} = \sin \theta - i \cos \theta = u + iv, \quad \operatorname{div} \vec{m} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$\rightarrow u(z) = \text{real part}$

Задача 6 US - неопределено, Иллюзии, Тонг даемому формулы 5-7/20

Вектор $\vec{m}$ не имеет разрывов.

1) Разрыв "core" $\Delta \ll R$.

$$W_{ex} = \frac{A}{2} \int d^3r (\nabla \varphi)^2 \quad \text{внешнее поле}$$

Тогда по Б.А.У. $W_{ex} = \pi A L \ln \left(\frac{R^2 - x^2}{\Delta^2} \right)$, x - расстояние между бусинами.

$$\frac{1}{V} W_{ex} = \frac{\pi A L}{\pi R^2 L} \ln \left(\frac{R^2 - x^2}{\Delta^2} \right) = \frac{A}{R^2} \ln \left(\frac{1 - (x/R)^2}{(\Delta/R)^2} \right) = |A - \frac{C}{2}| =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{C}{R^2} \right) \ln \left(\frac{1 - \xi^2}{(\Delta/R)^2} \right) = \frac{1}{2} M_s^2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \left[\ln(1 - \xi^2) - 2 \ln \frac{\Delta}{R} \right] =$$

$$= -M_s^2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln \frac{\Delta}{R} + \frac{1}{2} M_s^2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln(1 - \xi^2), \quad \left(\xi = x/R \right) \quad (\text{по 5})$$

$$\frac{1}{M_s^2 V} W_{ex} \left(\frac{2}{3} \right) = -\left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln \frac{\Delta}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \ln(1 - \xi^2) = \text{два слагаемых}$$

и $W_{ex}(S)$ из задачи 6 с $A L$ и $R_0^2 = \frac{C}{M_s^2}$.

Date. . .

$$W(\xi) = \frac{1}{N_x V_x} W(\xi) = W_{ex}(\xi) + W_m(\xi) + W_H(\xi)$$

$W_{ex} = W_H$ refers to magnetic energy. $W_m(\xi) = \frac{1}{2} N_x \xi^2$,
 $W_H(\xi) = -h\xi$, a lot $W_{ex}(\xi)$ depends on $\ln(1-\xi^2)$.

$$W(\xi) = \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln(1-\xi^2) + \frac{1}{2} N_x \xi^2 - h\xi$$

$$\frac{\partial W}{\partial \xi} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1}{1-\xi^2} (-\xi) + N_x \xi - h = 0 \quad \text{gives } \xi_0(h) \text{ parabola.}$$

Even if we ignore $\ln(1-\xi^2)$, so $(N_x - \frac{R_0^2}{R^2}) \xi - h = 0$, $\xi_0 = \frac{1}{N_x - \frac{R_0^2}{R^2}} h$.

problem to APL - parabola.

[...] = 0 gives ξ "parabola vertex" $R_c^2 = \frac{R_0^2}{N_x} = \frac{C}{M_x^2 N_x}$ Bouquet condition $R > R_c$.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{(1-\xi^2) - \xi(-2\xi)}{(1-\xi^2)^2} + N_x = 0$$

Current J gives equilibrium h and ξ_c $\left\{ \begin{matrix} W'(\xi) = 0 \\ W''(\xi) = 0 \end{matrix} \right\}$:

$$\left\{ \begin{matrix} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{\xi}{1-\xi^2} = N_x \xi - h \\ \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1+\xi^2}{(1-\xi^2)^2} = N_x \end{matrix} \right\} \quad \begin{matrix} (R_0/R)^2 = 1/z^2, \xi^2 = z \\ 1+z = N_x z^2 (1-z)^2 = B(1-z)^2 \\ 1+z = B(1-2z+z^2), B = N_x z^2 = N_x \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \end{matrix}$$

$$Bz^2 + z(-2B-1) + (B-1) = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{1}{2B} \left[2B+1 \pm \sqrt{(2B+1)^2 - 4B(B-1)} \right] = \frac{1}{2B} \left[2B+1 \pm \sqrt{8B+1} \right]$$

No current $J=0$: $\xi_c = \frac{1}{2B} \left[2B+1 - \sqrt{8B+1} \right]$, $B = N_x \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = \left(\frac{R}{R_c}\right)^2$

For $R \rightarrow R_c = \frac{R_0}{\sqrt{N_x}}$, $B \rightarrow 1$ and $\xi_c(R) = \frac{1}{2B} \left[2B+1 - \sqrt{8B+1} \right] = \frac{3-3}{2} \rightarrow 0$.

Now we have, to give magnetic field H :

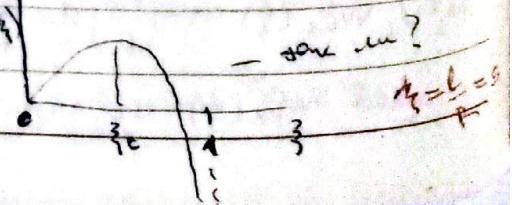
$$W(\xi) = F_1(\xi) - h F_2(\xi), \quad h(\xi) = \frac{F_1'(\xi)}{F_2'(\xi)} \quad \text{Max } h(\xi) \text{ gives } \xi_c, \text{ a } h(\xi_c) = h_m.$$

$$F_1(\xi) = \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln(1-\xi^2) + \frac{1}{2} N_x \xi^2, \quad F_2(\xi) = \xi$$

$$h(\xi) = F_1'(\xi) = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{\xi}{1-\xi^2} + N_x \xi$$

Derivative, you have magnetic

and $\xi_c < 1$ (only if we have h and $B.A.U.$).



Date. 10. 12.

Date: 10.11.2019

- Знаем что у нас задано на $\frac{1}{k}$ точек в $W_m(\frac{1}{k})$, то $w_k(\frac{1}{k})$ дает такое же значение при $\frac{1}{k} \rightarrow 1$ и $\max h(\frac{1}{k})$ может и не быть.

Вспомогательно $w_k(\frac{1}{k}) \sim \ln(1 - \frac{1}{k^2}) \rightarrow -\infty$ при $\frac{1}{k} \rightarrow 1$, но $\frac{1}{k} = s \leq 1 - \frac{\beta}{K} < 1$

то же и $w_k(\frac{1}{k})$ не может конкурировать с $W_m(\frac{1}{k}) > 0$.

т.е. $h(\frac{1}{k})$ может формально достигать $\max$, но $\lim_{k \rightarrow \infty} h(\frac{1}{k}) = -\infty$ и потому не существует максимума.

насосово $\frac{1}{2}$ движущих к единице ($\frac{1}{2} \approx 1$), то они требуют
смены. Поэтому $\frac{1}{2} \approx 1$ (как у меня в АПЛ-загот.) - правильно.

$$1 - \left[\frac{1}{2} + 1 - \sqrt{\frac{1}{2} + 1} \right] = 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{2} + 1} = 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{2}} = 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{2}} \approx$$

$$\xi_c(B) = \frac{1}{2B} \left[2B+1 - \sqrt{8B+1} \right] = 1 + \frac{1}{2B} - \sqrt{\frac{2}{B} + \frac{1}{4B^2}} = \left| B - \left(\frac{R}{R_c} \right)^2 \right| \approx$$
 (где B — безразмерная параметр) $\approx 1 - \sqrt{\frac{2}{B}}$ при $B \gg 1$ "где"

параметр $\frac{R}{R_c}$ (параметр) где $B \gg 1$. А при $B \ll 1$ $\xi_c(B) \approx 1$.

"Mg(B) в рамках "rigid vortex" model, ξ_c — это длина ≈ 1 ".

→) Тот же процесс во в. А. У., минимизация энергии
теплов (какого? какого?) vortex при условии $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}\right)_{S_{\text{free}}} = 0$. 10/хн

$$\vec{m} = (\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta) = \left| \begin{matrix} \text{due to } \theta = \pi/2 \end{matrix} \right| = (\cos\phi, \sin\phi, 0) = (m_x, m_y, 0)$$

Решение задачи (используем вектор): $\varphi = \frac{\pi}{2} + \varphi_{\text{номер-угол}}$, $\vec{m} = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0)$

б.а.и. frequencies

$$\Phi_B(x,y) = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{y}{x-l} - \arctg \frac{y}{x-R^2/l}$$

~~1-сечение груза бурра. $l \in R, s=3 = l/R \in I$~~

Apr 1.50 we came

$$\begin{aligned} \text{arctg}\left(\frac{y}{x-l}\right) - \text{arctg}\left(\frac{y}{x-\frac{R^2}{l}}\right) &= \text{arctg}\left[\frac{\frac{y}{x-l} - \frac{y}{x-\frac{R^2}{l}}}{1 + \frac{y}{x-l} \frac{y}{x-\frac{R^2}{l}}}\right] = \\ &= \text{arctg}\left[\frac{y\left\{x-\frac{R^2}{l} - (x-l)\right\}}{(x-l)\left(x-\frac{R^2}{l}\right) + y^2}\right] = \text{arctg}\left[-y \frac{\left\{\frac{R^2}{l} - l\right\}}{(x-l)\left(x-\frac{R^2}{l}\right) + y^2}\right] = \\ &= \text{arctg}\left[-y \frac{\{R^2 - l^2\}}{(x-l)(xl - R^2) + y^2 l}\right]. \quad l \rightarrow 0 \quad \text{arctg}(1) - \text{arctg}(2) = \\ &= \text{arctg}\left[-y \frac{R^2}{-xR^2}\right] = \text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned}$$

$$(m_x, m_y, m_z) = (\cos \phi, \sin \phi, 0) \quad \text{--- Gne. Core}$$

$$\vec{v}_m \cdot \vec{n} = \left(\frac{\partial m}{\partial t} \cdot \vec{n} \right) = -\sin\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \cdot \vec{n} = -\sin\phi (v\phi \cdot \vec{n})$$

$$\frac{d}{dt} = \nabla v_g \cdot \vec{n} = \cos \phi (\nabla \phi \cdot \vec{n})$$

$$W_e \sim \mu^2 \left[(\nabla\Phi)^2 + \sin^2\theta (\nabla\Phi)^2 \right]$$

"b. line. case"

Date.

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{(x-l)^2}} \cdot y \left(-\frac{1}{(x-l)^2} \right) \cdot (1) = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{(x-R^2/l)^2}} \cdot y \cdot \frac{(-1)}{(x-R^2/l)^2} =$$

$$= \frac{-y}{(x-l)^2 + y^2} + \frac{y}{(x-R^2/l)^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{(x-l)^2}} \cdot \frac{1}{x-l} - \frac{1}{1 + \frac{y^2}{(x-R^2/l)^2}} \cdot \frac{1}{x-R^2/l}$$

$$\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\Phi}{\partial y} \vec{j} = \vec{i} y \left[\frac{1}{(x-R^2/l)^2 + y^2} - \frac{1}{(x-l)^2 + y^2} \right] + \vec{j} \left[\frac{x-l}{(x-l)^2 + y^2} - \frac{(x-R^2/l)}{(x-R^2/l)^2 + y^2} \right]$$

$$= (x\vec{j} - y\vec{i}) \left[\frac{1}{(x-l)^2 + y^2} - \frac{1}{(x-R^2/l)^2 + y^2} \right] + \vec{j} \left[\frac{-l}{(x-l)^2 + y^2} + \frac{R^2/l}{(x-R^2/l)^2 + y^2} \right]$$

$$\nabla\Phi = (-y\vec{i} + x\vec{j}) \left[\frac{1}{(x-l)^2 + y^2} - \frac{1}{(x-R^2/l)^2 + y^2} \right] + \vec{j} \frac{(R^2-R^2)(R^2/l-l)}{[(x-l)^2 + y^2][(x-R^2/l)^2 + y^2]} =$$

$$= \frac{(R^2/l - l)}{[(x-l)^2 + y^2][(x-R^2/l)^2 + y^2]} \left\{ (-y\vec{i} + x\vec{j}) \left(\frac{R^2}{l} + l - 2x \right) + \vec{j} (R^2 - R^2) \right\}$$

$s = \frac{l}{R} \Rightarrow \nabla\Phi \sim (R^2 - l^2)$, r.e. $\text{w/} \mu \ s = \frac{l}{R} = 1 \Rightarrow \nabla\Phi \equiv 0$ u $W_e \sim \mu^2 (\nabla\Phi)^2 = 0$.
- w/ eger hom. dot (!).

$$\nabla\Phi = F(x,y) \left\{ (-y\vec{i} + x\vec{j}) \left(\frac{R^2}{l} + l - 2x \right) + \vec{j} (R^2 - R^2) \right\}$$

$$(\nabla\Phi \cdot \vec{n}) = \nabla\Phi \cdot (\cos\varphi, \sin\varphi, 0) = \nabla\Phi \cdot \left(\frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}, 0 \right) = (\nabla\Phi)_x \frac{x}{\rho} + (\nabla\Phi)_y \frac{y}{\rho} =$$

$$= \frac{x}{\rho} (-y) F \left(\frac{R^2}{l} + l - 2x \right) + \frac{y}{\rho} (x) F \left(\frac{R^2}{l} + l - 2x \right) + \frac{y}{\rho} F (R^2 - R^2) = \frac{y}{\rho} (R^2 - R^2) F(x,y)$$

xy - 6. csekkre vanq. q. csekkre 6. csekkre jara, r.e. orobugno

$$(\nabla\Phi \cdot \vec{n})_{\rho=R} \equiv 0 (!) \quad \text{u} \quad \left(\frac{\partial m}{\partial n} \right)_S = 0 \quad \text{w/} \mu \ \rho=R.$$

$$\frac{\partial m}{\partial n} \sim (\nabla\Phi \cdot \vec{n})$$

→ T.e. $\Phi_0(x,y)$ orombaco csekkre na l (110x) baxpa q. csekkre
boremele $\left(\frac{\partial m}{\partial n} \right)_{\rho=R} = 0$.

$$\Phi_0(x,y) = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{y}{x-l} - \arctg \frac{y}{x-R^2/l} = \frac{\pi}{2} + \arctg \left[\frac{y(l^2 - R^2)}{(x-l)(xl - R^2) + y^2 l} \right]$$

Ezre $13/l$ q. csekkre a vanq. $W(z) = i \frac{\alpha(z)}{|\alpha(z)|} = e^{i\frac{\pi}{2}} e^{i\Phi(z)}$, rge

$$\Phi(z) = \arctg \left[\frac{\rho \sin\varphi (1-a^2)}{(1+a^2)\rho \cos\varphi - a(1+\rho^2)} \right], \text{ rge } x,y,a \text{ b eg. } R.$$

$$(x-l)(xl - R^2) + y^2 l = x^2 l - R^2 x - x l^2 + l R^2 + y^2 l = l \rho^2 + l R^2 - x(R^2 + l^2) =$$

$$= R^3 \left[\frac{l}{\rho} \left(\frac{\rho^2}{R^2} + 1 \right) - \frac{x}{\rho} (1 + \frac{l^2}{R^2}) \right] = R^3 \left[a \left(\frac{\rho^2}{R^2} + 1 \right) - \frac{x}{\rho} (1 + \frac{l^2}{R^2}) \right]$$

Date.

То есть $\Phi(x,y)$ Б.А.У. $\Phi_B(x,y) = \frac{\pi}{2} + \arctg \left[\frac{y(1-a^2)}{x(1+a^2) - a(1+y^2)} \right]$

при $a \rightarrow 0$ $x \rightarrow x/r, y \rightarrow y/r, a = y/r$
 for $a \rightarrow 0$!

$\Phi_B(x,y) = \frac{\pi}{2} + \Phi(z)$ и $w(z) = e^{i[\pi/2 + \Phi(z)]} = e^{i\Phi_B(x,y)}$ — line "core".

line "core" $m_x + i m_y = w(z) = e^{i\Phi_B(z)} = \cos \Phi_B + i \sin \Phi_B$, т.е.
 $\vec{m} = (m_x, m_y) = (\cos \Phi_B, \sin \Phi_B)$, где Φ_B — сферич. угол $\vec{m}$.

Примем (гол) $\Phi_B(x,y)$ Б.А.У. для сферического вектора $\vec{m}$ в точке z — $z \rightarrow \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ — угол с Меридианом.

Но $\Phi_B(x,y)$ удовлетворяет $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}\right)_{z=a} = 0$, т.е. и конформная
 отображ. $z \rightarrow \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ удовлетворяет $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}\right)_s = 0$.

Вектор Уэбба ($a=0$) line "core" $m_x = -\sin \varphi, m_y = \cos \varphi, (\vec{m} \cdot \vec{n}) = 0$

$\frac{\partial m_x}{\partial n} = \nabla m_x \cdot \vec{n}, \nabla m_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial m_x}{\partial y} \vec{j} = \left| m_x = -\frac{y}{\rho} \right|$
 $\frac{\partial m_x}{\partial x} = + \frac{y}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{yx}{\rho^3}, \frac{\partial m_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} - y \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} + \frac{y}{\rho^2} \frac{y}{\rho}$

$\vec{\nabla} m_x = \vec{i} \frac{yx}{\rho^3} + \vec{j} \left[-\frac{1}{\rho} + \frac{y^2}{\rho^3} \right], \frac{\partial m_x}{\partial n} = (\nabla m_x \cdot \vec{n}) = \frac{yx}{\rho^3} \frac{x}{\rho} + \left(-\frac{1}{\rho} + \frac{y^2}{\rho^3} \right) \frac{y}{\rho} =$
 $= \frac{y}{\rho^4} [x^2 - \rho^2 + y^2] = \frac{y}{\rho^4} \cdot 0 = 0$

$\frac{\partial m_y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} + x \left(-\frac{1}{\rho^2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{\rho} - \frac{x^2}{\rho^3}, \frac{\partial m_y}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x}{\rho} \right) = x \left(-\frac{1}{\rho^2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial y}$

$(\nabla m_y \cdot \vec{n}) = \left(\frac{1}{\rho} - \frac{x^2}{\rho^3} \right) \frac{x}{\rho} + \left(-\frac{xy}{\rho^3} \right) \frac{y}{\rho} = \frac{x}{\rho^4} [\rho^2 - x^2 - y^2] = 0,$

т.е. $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}\right)_s = 0$ для вектора Уэбба (касательного вектора) и $(\vec{m} \cdot \vec{n}) = 0$.

$\frac{\partial w(z)}{\partial z} = \frac{1}{2} [\text{div } \vec{m} + i (\text{rot } \vec{m})_z], \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} = 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$

$\vec{m} = \nabla w(z, \bar{z}) = 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} i \sqrt{\frac{z}{2}} = 2 i \sqrt{\frac{z}{2}} \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{z}{2}} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{z}{\sqrt{2}} = -\frac{i}{2} \frac{z^2}{\sqrt{2}} =$
 $= -\frac{i}{\sqrt{2}} \frac{z^2}{2} = -\frac{i}{\sqrt{2}} (x^2 - y^2 + 2ixy) = \frac{1}{\sqrt{2}} [2xy - i(x^2 - y^2)] = \frac{1}{\sqrt{2}} (2xy, y^2 - x^2)$

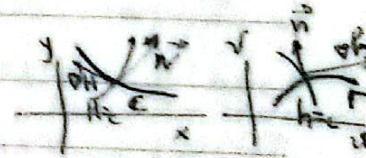
$(\nabla \vec{m} \cdot \vec{n}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2xy, y^2 - x^2) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (x, y) = \frac{1}{2} [2x^2y + y(y^2 - x^2)] = \frac{y}{2} - ?$

См. также (Brown - Churchill, 1976):

Нужно преобразование $w(z) = f(z) = u(x,y) + i v(x,y)$

конформное отображение Γ и Γ есть образ Γ в w -плоскости (u,v) . Если образ Γ $h(u,v)$ удовлетв. условиям

$h = h_0$ или $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$, то образ Γ в w -плоскости $H(x,y) = h[u(x,y), v(x,y)] = h_0$ или $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$ $\vec{n}, \vec{n}'$ — нормали.



Date.

У дуги Леона $\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = 0$ вдоль поверхности - граничной гора
 $S=R$, $\Rightarrow$ у компарии могут с заменой $z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ тогда
 будет $\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = 0$ вдоль поверхности $S=R$. Вектор нормали гора $\rightarrow$ норм. гора
 $[\text{и вроде что } |\nabla H(x,y)| = |\nabla h(u,v)| |f'(z)|]$

Пусть $|z|=1$ (нормальная гора), тогда $|z'| = \left| \frac{z-a}{1-\bar{a}z} \right| = \frac{(z-a)(\bar{z}-\bar{a})}{(1-\bar{a}z)(1-a\bar{z})}$
 $\frac{|a-\bar{a}z|}{|1-\bar{a}z|} = \frac{|z|^2 - a(z+\bar{z}) + a^2}{1 - a(z+\bar{z}) + a|z|^2} = |z|=1 \Rightarrow |z'|=1$

- нормальная гора отображается в нормальную гору.

Вывод: компарияльная норма сменяется вектор $z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$
 хорона не нормаль, это сопранал W_x , а нормаль это сопранал
 норм. условие $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right)_S = 0$ на док. поверхности гора $S=R$ ($|z|=1$).

$\rightarrow O(z) = \frac{z-a}{1-\bar{a}z} = -\frac{1}{a} \frac{z-a}{z-\frac{1}{\bar{a}}} = -\frac{1}{a} (z-a) \frac{1}{(z-\frac{1}{\bar{a}})}$ соответствует

компарии преобразование) вектор с центром в т. а и "антивектор" $\left(\frac{1}{\bar{a}} \right)$ с
 центром в т. $z = \frac{1}{\bar{a}}$.

$W(z) = i \frac{O(z)}{|O(z)|} = e^{i\frac{\pi}{2}} \frac{(z-a)}{|z-a|} \frac{|z-\frac{1}{\bar{a}}|}{(z-\frac{1}{\bar{a}})} = e^{i\Phi_B}$

$\Phi_B(x,y) = \frac{\pi}{2} + \arg(z-a) - \arg(z-\frac{1}{\bar{a}}) = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{y}{x-a} - \arctg \frac{y}{x-\frac{1}{\bar{a}}}$

- а это и есть безразмер. переменная функция $\Phi_B(x,y)$ Б.А.И.

11/XII Работа над статьей с Мерсеном и резултат в Taiwan с Шобером.

12/XII Две "rigid" vortex model
 Вне "core" в ас. координатах
 $x'y'z'$ с центром в центре гора
 $\left\{ \begin{aligned} m_{x'} &= -\frac{y'}{\sqrt{(x'-s)^2 + y'^2}} \\ m_{y'} &= \frac{x'-s}{\sqrt{(x'-s)^2 + y'^2}} \end{aligned} \right\}, s \geq 0$

Тогда $\delta = (\vec{m} \cdot \vec{n})_{\text{горы}} = -\frac{s \cdot \sin \varphi'}{\sqrt{1+s^2-2s \cos \varphi'}}$

$x'Oy'$ - центр
 в центре гора

(гипотеза) $\vec{m} = (\cos \Phi, \sin \Phi, 0)$ вне "core".

Тогда в "rigid" vortex model $\tan \Phi = \frac{m_{y'}}{m_{x'}} = -\frac{(x'-s)}{y'}$

$\Phi(x',y') = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{y'}{x'-s}$ сравн. с $\Phi_B(x,y) = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{y}{x-a} - \arctg \frac{y}{x-\frac{1}{\bar{a}}}$
 (Conf. mode vector)

Важно, что "rigid" v. model не имеет нормализации
 $\Phi_B(x,y) = \pi + \arctg \left(\frac{y}{\frac{1}{\bar{a}}} \right) - \arctg \left(\frac{y}{x-\frac{1}{\bar{a}}} \right)$

Date.

$$\vec{m} = \begin{cases} m_x = -\frac{y}{\sqrt{(x-s)^2 + y^2}} \\ m_y = \frac{x-s}{\sqrt{(x-s)^2 + y^2}} \end{cases} \quad \vec{n} = (\cos \theta, \sin \theta) \text{ где } \theta_{\text{пол}}.$$

$$\vec{m}_x = i \frac{\partial m_x}{\partial x} + j \frac{\partial m_y}{\partial y}, \quad (\nabla \vec{m}_x \cdot \vec{n}) = \frac{\partial m_x}{\partial x} n_x + \frac{\partial m_y}{\partial y} n_y =$$

$$= (-y) \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{1}{[(x-s)^2 + y^2]^{3/2}} \cdot \frac{2(x-s) \cdot x}{s} + \left[\frac{(-1)}{\sqrt{(x-s)^2 + y^2}} - y \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{1}{[(x-s)^2 + y^2]^{3/2}} \cdot 2y \right] \frac{y}{s} =$$

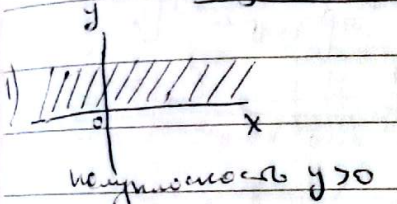
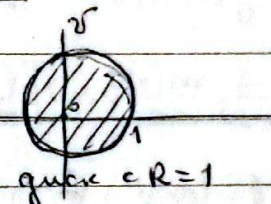
$$= \frac{xy(x-s)}{[(x-s)^2 + y^2]^{3/2} s} - \frac{y}{s} \frac{1}{\sqrt{(x-s)^2 + y^2}} + \frac{y^3}{s [(x-s)^2 + y^2]^{3/2}}$$

$$(\nabla \vec{m}_x \cdot \vec{n})_{s=R} = \frac{y}{s [(x-s)^2 + y^2]^{3/2}} \left[x(x-s) + y^2 - \{(x-s)^2 + y^2\} \right] =$$

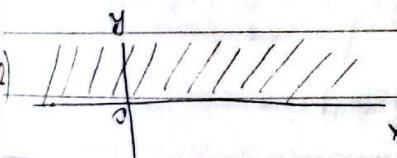
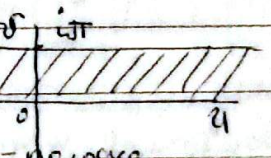
$$= \frac{y}{s [(x-s)^2 + y^2]^{3/2}} \left[x(x-s) - (x-s)^2 \right] = \frac{y}{s [(x-s)^2 + y^2]^{3/2}} s(x-s) \neq 0 \text{ где } \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{R}{R} = 1.$$

$\rightarrow$ т.е. для "rigid" shift угол $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}\right)_s = 0$ не сохраняется.

Conformal mappings

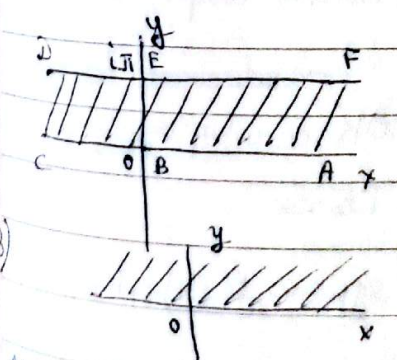
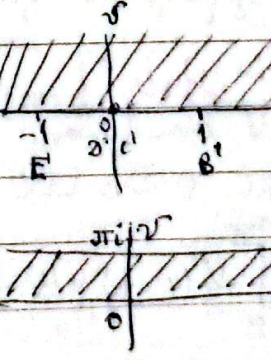
1)  $y > 0$  $u^2 + v^2 < 1$

(Cayley transform)
 $w = u + iv = f(z) = \frac{z-i}{z+i}$
 $z = f(w) = -i \frac{w+1}{w-1}$

2)  $y > 0$  $0 < v < \pi$

$w = f(z) = \ln z$
 $z = e^w$ - соответствие.

$\ln z = \ln |z| + i \operatorname{Arg} z, \quad \operatorname{Arg} z = \varphi \in [0, \pi]$

3)  $0 < y < \pi$  $0 < v < \frac{\pi}{2}$

$w = e^z$
 $w = \ln \left(\frac{z-1}{z+1} \right)$
 $z = -\operatorname{cth} \frac{w}{2}$

4) $\lambda_m(x) = \frac{2}{p} \int_0^\pi dx' \ln \left[\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2} \right] m(x')$

5) $\lambda_m(y) = \frac{2\pi}{p} \int_0^\pi dy' \ln \left[\frac{(y-y')^2}{(y-y')^2 + \pi^2 p^2} \right] m(y'), \quad y, y' \geq 0.$

6) $\lambda_m(x) = \frac{2}{p} \int_0^\pi dx' \ln \left[\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2} \right] m(x'), \quad x, x' \in [0, 1]$

7) $\lambda_m(y) = \frac{2\pi}{p} \int_0^\pi dy' \ln \left[\frac{(y-y')^2}{(y-y')^2 + \pi^2 p^2} \right] m(y'), \quad y, y' \geq 0.$

Date. 13. 12.

Решим с помощью $0 \leq y \leq \pi$ и параметров u, v конформное отображение $w = e^z$

$$w(x, y) = u(x, y) + i v(x, y) = e^x \cdot i^y = e^x [\cos y + i \sin y]$$

$$v(x, y) = e^x \sin y$$

$$u(x, y) = e^x \cos y$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{v}{u}, \quad y = \operatorname{arctg} \frac{v}{u}$$

$$y - y' = \operatorname{arctg} \frac{v}{u} - \operatorname{arctg} \frac{v'}{u'} = \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{v}{u} - \frac{v'}{u'}}{1 + \frac{v}{u} \frac{v'}{u'}} \right)$$

Нужно $u = u' = 1$, $y = \operatorname{arctg} v$, $dy = \frac{1}{1+v^2} dv$. Здесь $y = \operatorname{arctg} v$, где $v \in [0, \infty]$

$$\int_0^\infty dy' [\dots] = \int_0^\infty \frac{dv' \cdot 2}{1+v'^2} \ln \left[\dots \right] =$$

$$= 2 \int_0^\infty \frac{dv'}{1+v'^2} \ln \left[\frac{\left\{ 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right) \right\}^2}{\left\{ 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right) \right\}^2 + \pi^2 p^2} \right] m(v')$$

$$\lambda m(v) = \frac{4}{\pi p} \int_0^\infty \frac{dv'}{1+v'^2} \ln \left[\frac{\operatorname{arctg}^2 \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right)}{\operatorname{arctg}^2 \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right) + \frac{1}{4} \pi^2 p^2} \right] m(v')$$

$$\lambda m(v) = \int_0^\infty dv' g(v, v') m(v'), \quad g(v, v') = \frac{4}{\pi p} \frac{1}{1+v'^2} \ln \left[\frac{\operatorname{arctg}^2 \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right)}{\operatorname{arctg}^2 \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right) + \frac{1}{4} \pi^2 p^2} \right]$$

Обозначим $f(v) = \frac{1}{v+iv^2} m(v)$, $G(v, v') = \frac{4}{\pi p} \frac{1}{\sqrt{1+v^2} \sqrt{1+v'^2}} \ln \left[\frac{\operatorname{arctg}^2 \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right)}{\operatorname{arctg}^2 \left(\frac{v-v'}{1+vv'} \right) + \frac{1}{4} \pi^2 p^2} \right]$

тогда $\lambda f(v) = \int_0^\infty dv' G(v, v') f(v')$, $G(v, v') = G(v', v)$ — симметрично.

Но для нас не описано преобразование $\operatorname{tg} \frac{y}{2} = v$.

Решим уравнение конформного нпр. надо определить к какому классу относятся, затем с помощью преобразования уравнений. Если не x и y (не z — преобразование для комплексных переменных тогда)

13/12/19 SW wires
A.P. Palyanin, A.V. Manzharov. HANDBOOK of integral equations.
1998. 787 p. CRC press LLC, Boca Raton, Florida.

Ср. 317. $y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} K(x-t) y(t) dt$ — рез. уравн $K(x) = K(-x)$

ищем решение $\lambda_n = \frac{1}{\pi a_n}$, $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K(x) \cos nx dx$ ($n=0, 1, 2, \dots$)

Ср: $y_0(x) = 1$, $y_n^{(1)} = \cos nx$ и $y_n^{(2)} = \sin nx$ ($n=1, 2, \dots$)

Две пары λ_n ($n \neq 0$) есть гл. линейно-независимые ср $y_n^{(1)}(x)$ и $y_n^{(2)}(x)$. (Они образуют полную фан. систему $\vec{m} = 0$ и $\frac{dm}{dx} = 0$)

date.

if we know: $\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m(x')$, $g(x, x') = g(x-x') = \frac{2}{p} \ln \left[\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2} \right]$

analogous $g(x) = \frac{2}{p} \ln \left[\frac{x^2}{x^2 + p^2} \right]$, $g(-x) = g(x)$ - even.
 $x = \frac{z}{2\pi}$, $x' = \frac{z'}{2\pi}$, $x \rightarrow \frac{1}{\lambda}$, $dx' = \frac{1}{2\pi} dz'$

$m(z) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_{-\pi}^{\pi} dz' g(z-z') m(z')$ или $m(z) = \Lambda \int_{-\pi}^{\pi} dz' g(z-z') m(z')$

Fourier (FS): $\Lambda_n = \frac{1}{2\pi\lambda} a_n$, $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dz g(z) \cos n z$, $\Lambda = \frac{1}{2\pi\lambda}$

$a_n = \frac{1}{\pi} \frac{2}{p} \int_{-\pi}^{\pi} dz \cos n z \cdot \ln \left[\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right]$. Not very good (!).

try. $\lambda_n = \frac{1}{2\pi\Lambda_n} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\pi a_n} = \frac{1}{2} a_n = \frac{1}{\pi p} \int_{-\pi}^{\pi} dz \ln \left[\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right] \cos n z$

correct $\lambda_n = \frac{1}{\pi p} \int_{-\pi}^{\pi} dz \ln \left[\frac{z^2}{z^2 + (2\pi p)^2} \right] \cos n z$, $z \rightarrow x$, $dz = 2\pi dx$

$\lambda_n = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx \ln \left[\frac{x^2}{x^2 + p^2} \right] \cos(2\pi n x)$, где $x \in [-1/2, 1/2]$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Let's try p . $\int_0^{\infty} dx \ln \left[\frac{x^2}{x^2 + b^2} \right] \cos c x = \frac{\pi}{c} [e^{-bc} - 1]$

$\rightarrow \int_0^1 \ln(1+x^2) x^{n-1} dx = \frac{1}{n} \left[\ln 2 - \beta \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \right]$, $\text{Re } n > -2$ (c. 593).

Let λ_n increase, so SW resonator wires $\left(\frac{\omega_n}{\omega_m} \right)^2 = \left[\omega_H + 1 + \frac{\lambda_n}{4\pi} \right] \left[\omega_H - \frac{\lambda_n}{4\pi} \right]$

condition 11 (VII). $I_s(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz g(z) z^s$, $g(z) = \frac{2}{p} \ln \left[\frac{z^2}{z^2 + p^2} \right]$

В частности (ср. 17/II) $\lambda_0 = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx \ln \left[\frac{x^2}{x^2 + p^2} \right] = I_0(0) = -\frac{2}{p} \ln(1+p^2) - 8 \arctg \frac{1}{2p}$

When $p \ll 1$ anyway $\lambda_0 = -4\pi + 8p$, $-\frac{\lambda_0}{4\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} p$, $p = \frac{L}{w}$
 (это как у Чалкина PRB'99).

$\rightarrow \Phi$: $m_n^{(1)}(x) = \cos(2\pi n x)$ и $m_n^{(2)}(x) = \sin(2\pi n x)$, $n = 1, 2, \dots$
 (иногда считают Φ на $[-1/2, 1/2]$) $x \in [-1/2, 1/2]$

Но в частности: $m_n^{(1)}(1/2) = \cos(\pi n) = (-1)^n$, $m_n^{(2)}(1/2) = 0$.

$\left(\frac{\partial m_n^{(1)}}{\partial x} \right)_{x=1/2} = 0$, $\left(\frac{\partial m_n^{(2)}}{\partial x} \right)_{x=1/2} = (2\pi n)(-1)^n \neq 0$.

(3) λ_n не зависит от выбора Φ $m_n^{(1)}$ или $m_n^{(2)}$. Это и то же

иногда называют $\left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_{x=\pm 1/2}$ но же вообще $m_n^{(2)}(x) = \sin(2\pi n x)$
 $m_n^{(2)}(x') = \sin[2\pi n (x' - 1/2)] = \sin 2\pi n x' \cos \pi n = (-1)^n \sin(2\pi n x')$, $m_n^{(1)}(x') = (-1)^n \cos(2\pi n x')$

Date. 14. 12.

$$m_n(x) = A_n m_n^{(1)}(x) + B_n m_n^{(2)}(x) = A_n \cos(2\pi n x) + B_n \sin(2\pi n x) = C_n \cos(2\pi n x + \varphi_n)$$

$$m_n(\pm 1/2) = \cos(\pi n + \varphi_n) = (-1)^n \cos \varphi_n$$

$$\left(\frac{\partial m_n(x)}{\partial x} \right)_{x=1/2} = -(2\pi n) \sin(2\pi n \frac{1}{2} + \varphi_n) = -(2\pi n) (-1)^n \sin \varphi_n$$

I Если не предполагать осн. ун. условие $\left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_s = 0$ (как у Чубина), то $\sin \varphi_n = 0$, $\varphi_n = \pi n$ и $m_n(x) = \cos(2\pi n x + \pi n)$

II Тогда $m_n(\pm 1/2) = 0$ дает $\cos \varphi_n = 0$, $\varphi_n = (2n-1)\frac{\pi}{2}$.

Получим б.е. не $\cos(2\pi n x)$, а не $\cos(\pi n x)$?

a) Если $x \in [-l, l] \rightarrow$ разложение по $\cos \frac{2\pi n}{2l} x = \cos \frac{\pi n}{l} x$ и $\sin \frac{\pi n}{l} x$,
или $\cos(\frac{\pi n}{l} x)$ и $\sin(\frac{\pi n}{l} x)$ на $[-l, l]$ не надо,
а именно φ не l а $2l$ аргумент.

b) Если $x \in [0, l] \rightarrow$ разложение или по $\cos \frac{\pi n}{l} x$ (в том случае, когда $x \in [-l, 0]$)
или по $\sin \frac{\pi n}{l} x$. (или наоборот, разложение по $\sin$ на $[0, l]$)

$$14/xII \quad y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} K(x-t) y(t) dt, \quad y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad x \in [-\pi, \pi]$$

Но $m_n(-x) = \pm m_n(x)$ - ЧФ либо четное, либо нечетное.

$$\text{Введем } y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos(nx), \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y(t) \cos nt dt$$

$$\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos nx = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} K(x-t) \left[\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos nt \right] dt = \left| \begin{matrix} t-x=\tau \\ x-t=\pi \\ t=x+\pi \end{matrix} \right| =$$

$$= \lambda \int_{-\pi-x}^{\pi-x} K(\tau) \left[\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos n(x+\tau) \right] d\tau = \lambda \int_{-\pi-x}^{\pi-x} K(\tau) \left[\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \{ \cos nx \cos n\tau - \sin nx \sin n\tau \} \right] d\tau$$

$$\cos nx: \quad a_n = \lambda a_n \int_{-\pi-x}^{\pi-x} K(\tau) \cos n\tau d\tau, \quad \lambda^{-1} = \int_{-\pi-x}^{\pi-x} K(\tau) \cos n\tau d\tau$$

$$\sin nx: \quad 0 = -\lambda a_n \int_{-\pi-x}^{\pi-x} K(\tau) \sin n\tau d\tau. \quad \text{Б.е. } 0, K, \text{ равнос. с } K(\tau) - \text{неприменимо с } \tau=2\pi.$$

$$y(0) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} K(t) y(t) dt$$

$$K(t): K(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos n\tau, \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K(\tau) \cos n\tau d\tau, \quad \tau \in [-\pi, \pi]$$

$$y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} y(t) \left[\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos n(t-x) \right] dt = \left| y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n \bar{a}_n \cos nx \right| =$$

$$= \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt \left[\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos nt \cos nx + \sum_n a_n \sin nt \sin nx \right] y(t) =$$

Date.

$$= \lambda \left[\frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) + \sum_n a_n \cos nx \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \cos nt + \sum_n a_n \sin nx \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \sin nt \right] =$$

$$= | \text{cor. } y(t) | = \lambda \left[\frac{a_0}{2} \pi \bar{a}_0 + \sum_n a_n \cos nx \cdot \pi \bar{a}_n \right] = \pi \lambda \left[\frac{1}{2} a_0 \bar{a}_0 + \sum_n a_n \bar{a}_n \cos nx \right] =$$

$$= \frac{a_0}{2} + \sum_n \bar{a}_n \cos nx. \text{ Тогда } \pi \lambda a_0 = 1 \text{ и } \pi \lambda a_n = 1, \text{ т.е. } \lambda_n = \frac{1}{\pi a_n},$$

$\lambda_n = \frac{1}{\pi a_n}$, где $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) \cos nt$. Если $y(t)$ - нечет., то $a_n = 0$ и $\lambda_n = \infty$.

Если нет явного выражения для $y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} K(x-t) y(t) dt$, то

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} dt K(t) \cos nt, \quad K(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nt, \quad t, \tau \in [0, \pi].$$

$K(t) \sim \ln \left[\frac{\tau^2}{\tau^2 + \rho^2} \right]$ и неограниченно возрастает на $[-\pi, 0]$.

$$y(x) = \lambda \int_0^{\pi} dt y(t) \left[\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos(x-t)n \right] = \lambda \left[\frac{a_0}{2} \int_0^{\pi} y(t) dt + \sum_{n \neq 0} a_n \cos nx \int_0^{\pi} y(t) \cos nt + \right.$$

$$\left. + \sum_{n < 0} a_n \sin nx \int_0^{\pi} y(t) \sin nt \right], \quad y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n \bar{a}_n \cos nx, \quad \bar{a}_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y(t) \cos nt dt$$

или $y(x) = \sum_n b_n \sin nx, \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y(t) \sin nt dt$.

Если $y(x)$ разлагается по $\cos nx$. Тогда:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_n \bar{a}_n \cos nx = \lambda \left[\frac{a_0}{2} \frac{\pi}{2} \bar{a}_0 + \sum_n a_n \cos nx \cdot \frac{\pi}{2} \bar{a}_n + \sum_n a_n \sin nx \cdot \frac{\pi}{2} \bar{b}_n \right]$$

$$\frac{\pi}{2} \bar{b}_n = \int_0^{\pi} dt y(t) \sin nt = \int_0^{\pi} dt \left[\frac{a_0}{2} + \sum_m \bar{a}_m \cos mt \right] \sin nt = \text{беско } \neq 0.$$

$$\int_0^{\pi} dt \cos mt \sin nt = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} dt [\sin(n-m)t + \sin(n+m)t] = \frac{1}{2} (-1) \left[\frac{\cos(n-m)t}{(n-m)} + \frac{\cos(n+m)t}{(n+m)} \right]_0^{\pi}$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\frac{(-1)^{n-m}}{n-m} + \frac{(-1)^{n+m}}{n+m} - \frac{1}{n-m} - \frac{1}{n+m} \right] =$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\frac{(-1)^{n+m} 2n}{n^2 - m^2} - \frac{2n}{n^2 - m^2} \right] = \frac{n}{n^2 - m^2} [1 - (-1)^{n+m}]$$

$\bar{b}_n \neq 0$ - условие нечетости $y(x)$.

$$\frac{\pi}{2} \bar{b}_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{n} [1 - (-1)^n] + \sum_{m \neq n} \bar{a}_m \frac{n}{n^2 - m^2} [1 - (-1)^{n+m}], \quad (n \neq m) - ?$$

Если $\frac{\pi}{2} \bar{b}_n = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \sin nt = 0$ если $y(t)$ неограниченно на $[-\pi, 0]$ и нечетно.

Случай: $1 = \lambda a_0 \frac{\pi}{2}$ и $1 = \lambda a_n \frac{\pi}{2}$, т.е. $\lambda_n = \frac{2}{\pi a_n}$, $a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} dt K(t) \cos nt$,

$$\lambda_n^{-1} = \int_0^{\pi} dt K(t) \cos nt, \quad \lambda_n^{-1} = \int_0^{\pi} dx g(x) \cos(\pi n x) \rightarrow \lambda_n = \frac{\lambda_n^{-1}}{\pi} = \int_0^{\pi} dx g(x) \cos(\pi n x)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

$\lambda_{mn}(x) = \int_0^{\pi} dx' g(x x') m_n(x')$. Это выражение для λ_n из π .

то есть (некий SW) $\omega_n = f(\lambda_n)$ не является значением кан. ив. δ и не является неограниченно возрастающим, т.е. набухает в $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ или $x \in [0, 1]$.

Date. 19. 12.

15-16/xii Passes may compare c k. mеmоrіаlіа b PRB
18/xii не згук в k IMPB u top travel.

SW-Wires

19/xii Умт. уравнение $y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt K(x-t) y(t)$, c $K(-x) = K(x)$
уметр СЗ (выпукленные глыбки, время нервов)
 $\lambda_n^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} dx K(x) \cos nx$ u $C\Phi y_0(x) = 1$ u $y_n^{(1)}(x) = \cos nx$
 $y_n^{(2)}(x) = \sin nx$

Знач. cosb. в одноволн. отогнанных: $\lambda_m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') m(x')$
 $\lambda_n = \int_{-1/2}^{1/2} dx g(x) \cos(2\pi nx)$, где $g(x) = \frac{2}{p} \ln \left[\frac{x^2}{x^2 + p^2} \right]$, $p = L/w$.
u $C\Phi \cos(2\pi nx), \sin(2\pi nx)$

Задача SW: $\omega_n^2 = \left[\omega_H + 1 + \frac{\lambda_n}{4\pi} \right] \left[\omega_H - \frac{\lambda_n}{4\pi} \right]$. Умт ω_n численно (SW-wires, m)

wires, $p=0.011$ $n=0,1,2,...$

ω_n	0,232	0,281	0,330	0,367	0,398
$\omega_{n,f}$	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339

Умт. ω_n $n=0$ $n=1$ $n=2$ $n=3$ $n=4$ n/w $\omega_{n,f}$ $E_{90} 0.5 \cdot 10^{-10}$
Знач. ω_n $n=0$ $n=1$ $n=2$ $n=3$ $n=4$ n/w $\omega_{n,f}$ $E_{90} 0.5 \cdot 10^{-10}$
Остаточное ω_n заметно (вмесе f_n).

Отметим, что альтернативное $\lambda_n = \int_0^1 dx g(x) \cos(\pi nx)$ дает совсем небольшие значения ω_n .

→ Если $C\Phi$ не зависит от p (то упрощается), то согласно 12/vii u 21

умт. уравнение можно упростить $\Lambda(p) m(x) = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$,
где $\Lambda(p) = \frac{\partial \lambda}{\partial p} + \frac{\lambda}{p}$ задает гур. гр. на $\lambda(p)$.

В сопряж. буге: $m(x) = \left(\frac{-4}{\Lambda} \right) \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2 + p^2}$, $\lambda(p) m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') m(x')$

$2\pi x \rightarrow -\frac{z}{2\pi}$ $m(z) = \left(\frac{-4}{\Lambda} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dz'}{2\pi} \frac{m(z')}{(z-z')^2 + p^2} = \int_{-\pi}^{\pi} dz' G(z-z') m(z')$

$\mu = \left(\frac{-4}{\Lambda} \right) \frac{1}{2\pi}$, $G(z-z') = \left[\frac{1}{(2\pi)^2} (z-z')^2 + p^2 \right]^{-1}$, $G(x) = \text{резид.}$

Следств $\mu_n^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} dz G(z) \cos nz = \int_{-\pi}^{\pi} dz \frac{\cos nz}{\left(\frac{z}{2\pi} \right)^2 + p^2} = 2\pi \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{\cos(2\pi nx)}{x^2 + p^2}$
 $\left(\frac{-\Lambda_n}{4} \right) 2\pi = 2\pi \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{\cos(2\pi nx)}{x^2 + p^2}$ u $\Lambda_n(p) = (-4) \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{\cos(2\pi nx)}{x^2 + p^2}$

Тогда $\Lambda_{n=0}(p)$ можно найти аналитически, но для остальных $\Lambda_n(p)$ нужно использовать $p \rightarrow 0$.

Date. 20. 12.

$$2\pi n = x, \quad \Lambda_n(p) = (-4)^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{1}{x^2 + p^2} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\nu x^{2\nu}}{(2\nu)!} x^{2\nu} = \frac{20/\pi}{\pi}$$

$$= \sum_{\nu} \frac{(-1)^\nu x^{2\nu}}{(2\nu)!} (-4)^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{x^{2\nu}}{x^2 + p^2} = (-4)^{1/2} \sum_{\nu} \frac{(-1)^\nu x^{2\nu}}{(2\nu)!} I_\nu(p)$$

$$I_0(p) = \int_{-1/2}^{1/2} dx \frac{x^{2\nu}}{x^2 + p^2} = \left| \frac{x}{p} = u \right| = \int_{-1/2p}^{1/2p} du \cdot p \frac{p^{2\nu} u^{2\nu}}{p^2(1+u^2)} = p^{2\nu-1} \int_{-1/2p}^{1/2p} du \frac{u^{2\nu}}{1+u^2} =$$

$$= p^{2\nu-1} \left[\frac{u^{2\nu-1}}{(2\nu-1)} \Big|_{-1/2p}^{1/2p} - \int_{-1/2p}^{1/2p} du \frac{u^{2\nu-2}}{1+u^2} \right] = p^{2\nu-1} \left[\frac{1}{(2\nu-1)} \frac{1 \cdot 2}{2^{2\nu-1} p^{2\nu-1}} - \int_{-1/2p}^{1/2p} du \frac{u^{2\nu-2}}{1+u^2} \right] =$$

$$= p^{2\nu-1} \left[\frac{1}{(2\nu-1)} \frac{4}{2^{2\nu} p^{2\nu-1}} - \frac{u^{2\nu-3}}{(2\nu-3)} \Big|_{-1/2p}^{1/2p} + \int_{-1/2p}^{1/2p} du \frac{u^{2\nu-4}}{1+u^2} \right] =$$

$$= p^{2\nu-1} \left[\frac{4}{2^{2\nu} (2\nu-1)} \frac{1}{p^{2\nu-1}} - \frac{2}{(2\nu-3)} \frac{1}{2^{2\nu-3} p^{2\nu-3}} + \int_{-1/2p}^{1/2p} du \frac{u^{2\nu-4}}{1+u^2} \right], \quad \nu > 0.$$

$$I_0(p) = \frac{1}{p} \int_{-1/2p}^{1/2p} \frac{du}{1+u^2} = \frac{1}{p} \operatorname{arctg} u \Big|_{-1/2p}^{1/2p} = \frac{2}{p} \operatorname{arctg} \frac{1}{2p}$$

$$I_1(p) = p \int_{-1/2p}^{1/2p} du \frac{u^2}{1+u^2} = p \left[\int_{-1/2p}^{1/2p} du \frac{1+u^2-1}{1+u^2} \right] = p \left[u - \operatorname{arctg} u \right]_{-1/2p}^{1/2p} =$$

$$= p \left[\frac{1}{2p} \cdot 2 - 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} \right] = 1 - 2p \operatorname{arctg} \frac{1}{2p}$$

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{2p} \underset{p \rightarrow 0}{=} \frac{\pi}{2} - 2p + \frac{1}{3}(2p)^3 + \dots \quad \text{В разл. по } p^k \text{ и } \frac{1}{p} \text{ и } p^0.$$

генератор коэф. разл. в $\Lambda_n(p)$ равен $\sim \frac{1}{p} + p^0$.

$$I_\nu(p) = \frac{4}{2^{2\nu} (2\nu-1)} - \frac{2}{(2\nu-3) 2^{2\nu-3} p^{2\nu-3}} + O(p^4), \quad \nu > 0.$$

$$I_0(p) \approx 2p^{-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} = 2p^{-1} \left(\frac{\pi}{2} - 2p \right) = \frac{\pi}{p} - 4. \quad I_\nu(p) \approx \frac{4}{2^{2\nu} (2\nu-1)}.$$

$$\Lambda_n(p) = (-4)^{1/2} \left[I_0(p) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^\nu x^{2\nu}}{(2\nu)!} I_\nu(p) \right] = (-4)^{1/2} \left[\frac{\pi}{p} - 4 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^\nu x^{2\nu}}{(2\nu)!} \frac{4}{2^{2\nu} (2\nu-1)} \right] = (-4)^{1/2} \left[\frac{\pi}{p} - 4 + 4 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^\nu (x/2)^{2\nu}}{(2\nu)! (2\nu-1)} \right], \quad \text{см. 17/II.}$$

$$\text{См. 17/II: } \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s z^{2s}}{(2s)! (2s-1)} = 1 - \cos z - z \operatorname{Si}(z) =$$

$$= 1 - \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s z^{2s}}{(2s)!} - z \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} z^{2k-1}}{(2k-1)(2k-1)!} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^{s+1} z^{2s}}{(2s)!} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^{s+1} z^{2s}}{(2s-1)(2s-1)!} =$$

$$= \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^{s+1} z^{2s}}{(2s)!} \left[1 - \frac{2s}{(2s-1)} \right] = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s z^{2s}}{(2s)! (2s-1)} \quad \text{Вопрос.}$$

$$\Lambda_n(p) = (-4)^{1/2} \left[\frac{\pi}{p} - 4 + 4 \cdot \left\{ 1 - \cos \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \operatorname{Si}\left(\frac{x}{2}\right) \right\} \right] = (-4)^{1/2} \left[\frac{\pi}{p} - 4 \cos \frac{x}{2} - 2x \operatorname{Si}\left(\frac{x}{2}\right) \right]$$

Date.

$$\lambda_n(p) = \frac{\partial \lambda_n}{\partial p} + \frac{\lambda_n}{p} = -\frac{4\pi}{p} + B, \quad B = 16 \cos \frac{\pi}{2} + 8\pi \operatorname{Si}(\frac{\pi}{2})$$

и тогда $\lambda_n = a + bp, \quad b + \frac{1}{p}(a + bp) = \frac{a}{p} + 2b = -\frac{4\pi}{p} + B, \quad \text{откуда}$
 $a = -4\pi, \quad b = \frac{1}{2}B = 8 \cos \frac{\pi}{2} + 4\pi \operatorname{Si}(\frac{\pi}{2}), \quad x = x_n = 2\pi n.$

$$\lambda_n(p) = -4\pi + 8p \left[\cos \frac{x_n}{2} + \frac{x_n}{2} \operatorname{Si}(\frac{x_n}{2}) \right], \quad \lambda_0 = -4\pi + 8p.$$

это б резонанс на $17/\pi$, но $\frac{\pi m}{2} \rightarrow \frac{x_n}{2} = \pi n$. Это означает, что $n=0,1,2$

Отметим, что резонанс ω_n падает по формуле λ_n еще выше совмещаясь с экстремумом, где ω_n от $19/\sqrt{11}$ (какое λ_n - $13/\sqrt{11}$).

Вспомогательное уравнение для λ_n по Polymin '98

и тогда $m(\xi) = \mu \int_{-\pi}^{\pi} d\xi' G(\xi - \xi') m(\xi'), \quad G(\xi) = \frac{1}{\xi^2 + p^2}$

Зная основное уравнение $g(x) \sim \ln \left[\frac{x^2}{x^2 + p^2} \right]$, то оно берется с $\frac{1}{(2\pi)^2}$ и $\frac{1}{(2\pi)^2} 2\xi$. Если $\xi \neq 0$ не забудем $\frac{1}{(2\pi)^2}$.

$$\frac{\partial m(\xi)}{\partial \xi} = -\mu \frac{2}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\xi' \frac{(\xi - \xi')}{\left[\frac{(\xi - \xi')^2}{(2\pi)^2} + p^2 \right]^2} m(\xi'), \quad \text{и так как } \xi = \pm \pi.$$

Формулы $\lambda_m(p)$ с $\cos(\pi m x)$, $x \in [0,1]$ совпадают с экстремумом $\lambda_m(p)$ от 19 и $20/\sqrt{11}$.

22/III - Ханген б. тем. аналитическое решение для уравнения 4.9-2 (р. 217) по Polymin et al. '98. $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ - ширина гребня (wire).

$$y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt K(x-t) y(t), \quad K(x) = K(-x).$$

1) Проверим $\text{CF } y_0(x) = 1$ и $\lambda_0^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} dx K(x)$

$$1 = \lambda_0 \int_{-\pi}^{\pi} dt K(x-t) = \lambda_0 \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t-x) = |t-x=\tau| = \lambda_0 \int_{-\pi-x}^{\pi-x} d\tau K(\tau) = \lambda_0 \int_{-\pi}^{\pi} d\tau K(\tau)$$

причем $K(\tau)$ есть неположительная и неположительная 2π .

2) Проверим $\text{CF } y_n(x) = \cos(nx)$ и $\lambda_n^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} K(x) \cos(nx) dx$

$$\cos nx = \lambda_n \int_{-\pi}^{\pi} dt K(x-t) \cos(nt) = |t=x+\tau| = \lambda_n \int_{-\pi-x}^{\pi-x} d\tau K(\tau) \cos n(\tau+x) =$$

$$= \left[\text{то есть если } K(\tau) \text{ неполож. и неполож. } 2\pi \right] = \lambda_n \int_{-\pi}^{\pi} d\tau K(\tau) [\cos n\tau \cos nx + \sin n\tau \sin nx] =$$

$$= \lambda_n \cos nx \int_{-\pi}^{\pi} d\tau K(\tau) \cos n\tau = \cos nx$$

Date. 22. 12.

$K(\tau)$ имеет период 4π , а $y(t)$ — период 2π .
Понимая, что $K(\tau)$ имеет период 2π — ошибка Пашкина.

т.е. во втором случае для $K(\tau)$ период $p. \in T = 2\pi$.
 $K(\tau) \in \tau \in [-\pi, \pi]$ всегда можно периодизировать
и получить $V.C.$

тогда в инт. промежутке $\tau = x - t$ (или $t - x$) увеличится от -2π
до 2π . т.е. $K(\tau)$ можно считать периодом
имеет $T = 4\pi$, т.к. $\tau \in K(\tau) \in [2\pi, 4\pi]$

тогда $K(\tau) = K(|\tau|) = K(|t-x|)$, $|t-x|$ измен. от 0 до 2π .

тогда разлагая по $\cos(\frac{2\pi}{2L} n \tau) = |L=4\pi| = \cos(\frac{1}{2} n \tau)$ или,
в равномерной непрерывной $\tau = 2\pi x$, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, по $\cos(\frac{1}{2} n \tau)$.

$$K(\tau) = \sum_n K_n \cos(\frac{1}{2} n \tau), \quad K_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^{2\pi} d\tau K(\tau) \cos(\frac{1}{2} n \tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\tau K(\tau) \cos(\frac{1}{2} n \tau)$$

$$y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \sum_n K_n \cos(\frac{1}{2} n \tau) \Big|_{\tau=t-x} = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \sum_n K_n \left[\cos \frac{n}{2} t \cdot \cos \frac{n}{2} x + \sin \frac{n}{2} t \cdot \sin \frac{n}{2} x \right] =$$

$$= \lambda \sum_n K_n \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \left[\cos \frac{n}{2} t \cdot \cos \frac{n}{2} x + \sin \frac{n}{2} t \cdot \sin \frac{n}{2} x \right]$$

а) пусть $y(x)$ — четная, $y(x) = \lambda \sum_n K_n \cos(\frac{n}{2} x) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \cos(\frac{n}{2} t)$ (*)

то $y(t)$, $t \in [-\pi, \pi]$ периодич. с периодом 2π , т.е. $y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1,2,\dots} y_m \cos(m t)$

б) если $y(x)$ — нечетная, то $y(x) = \lambda \sum_n K_n \sin(\frac{n}{2} x) \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \sin(\frac{n}{2} t)$,
 $y(t) = \sum_m y_m \sin(m t)$.

номинально часть разложения $y(t)$ (нечетная) $y(t) = \sum_m y_m \sin(m t)$ — нечетная
и $y(t)$ нечетно периодична с
периодом $T = 4\pi$, тогда $t > \pi$ — бие жана
 $t < -\pi$ и не определена.

тогда $y(t) = 0$ вне $[-\pi, \pi]$ и периодична

и периодична с периодом 4π — все t — ось.

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_m y_m \cos(\frac{1}{2} m \tau), \quad y_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi}^{2\pi} y(t) \cos(\frac{1}{2} m \tau) dt$$

$$\frac{a_0}{2} + \sum_m y_m \cos(\frac{1}{2} m x) = \lambda \sum_n K_n \cos(\frac{1}{2} n x) \int_{-2\pi}^{2\pi} dt y(t) \cos(\frac{n}{2} t)$$

$$\frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos(\frac{1}{2} n x) = \lambda \sum_n K_n \cos(\frac{1}{2} n x) \cdot 2\pi a_n$$

$$\text{тогда } K(\tau) = \frac{1}{2} K_0 + \sum_n K_n \cos(\frac{1}{2} n \tau), \text{ тогда}$$

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n a_n \cos(\frac{1}{2} n x) = \lambda \left[\frac{K_0}{2} \cdot 2\pi a_0 + \sum_n K_n \cos(\frac{1}{2} n x) \cdot 2\pi a_n \right]$$

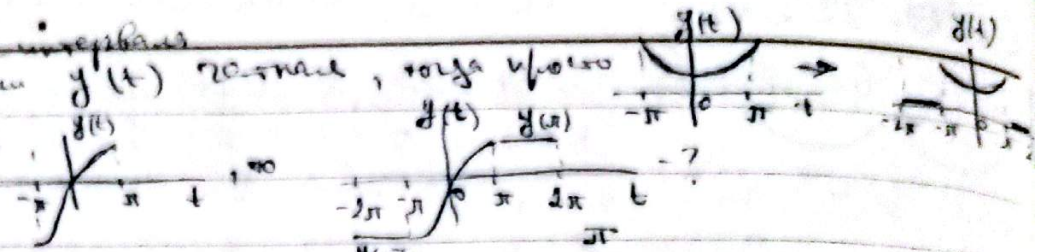
$$\lambda_0 = 2\pi K_0 \text{ и } \lambda_n = 2\pi K_n, \text{ т.е. } \lambda_n^{-1} = \int_{-2\pi}^{2\pi} d\tau K(\tau) \cos(\frac{1}{2} n \tau),$$

$$\text{а } \cos(\frac{1}{2} n \tau), n=1,2,\dots, \tau=2\pi x.$$

Date.

Решение задачи

а) А ссн (Ф) не равна



$$y(x) = \sum_{n>0} a_n \sin\left(\frac{1}{2}nx\right) = \lambda \sum_{n>0} K_n \sin\left(\frac{n}{2}x\right) \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \sin\left(\frac{n}{2}t\right)$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dt y(t) \sin\left(\frac{1}{2}nt\right)$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y(t) \sin\left(\frac{1}{2}nt\right), y(t)=0 \text{ вне } [-\pi, \pi]$$

$$\sum_n a_n \sin\left(\frac{1}{2}nx\right) = \lambda \sum_n K_n \sin\left(\frac{n}{2}x\right) \cdot 2\pi a_n$$

$$(3) : \lambda_n^{-1} = 2\pi K_n, \text{ (Ф) } \sin\left(\frac{1}{2}nx\right). K_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) \cos\left(\frac{1}{2}nt\right)$$

$$\lambda_n^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) \cos\left(\frac{1}{2}nt\right) \text{ как и где равна Ф}$$

$$\text{Уравнение: } y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t-x) y(t) \rightarrow y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t-x) y(t)$$

$$y_n(x) = \cos\left(\frac{1}{2}nx\right) = \lambda_n \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t-x) \cos\left(\frac{1}{2}nt\right)$$

$$y(x) = \lambda \int_{-\pi-x}^{\pi-x} dt K(t) y(\pi+x) = \left| \begin{matrix} y(t) \text{ не меняется} \\ t = \pi+x \text{ и } y(\pi+x) \text{ не меняется} \end{matrix} \right| = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) y(\pi+x)$$

$$\cos \frac{1}{2}nx = \lambda_n \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) \cos \frac{1}{2}n(\pi+x) = \lambda_n \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) \left[\cos \frac{n}{2}\pi \cos \frac{n}{2}x + \sin \frac{n}{2}\pi \sin \frac{n}{2}x \right]$$

$$= \lambda_n \cos \frac{n}{2}x \cdot \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) \cos\left(\frac{1}{2}nt\right) = \lambda_n \cdot 2\pi K_n \cos \frac{1}{2}nx - \text{берно.}$$

$$\text{T.e. черт } \lambda_n^{-1} = \int_{-\pi}^{\pi} dt K(t) \cos\left(\frac{1}{2}nt\right) \text{ и в нем обознач.}$$

$$\lambda_n = \int_{-1}^1 dx g(x) \cos(\pi nx) \quad (\text{Ф} - \cos(\pi nx) \text{ и } \sin(\pi nx), x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}])$$

23/11 Уравнение для паров SW тасов wires

не имеет авто резонансов. как они появляются? MCAO с частотой 10 ГГц E=0.5 · 10¹⁰

ω_n	0,206 (n=0)	0,236 (n=1)	0,270 (n=2)	0,296 (n=3)	0,320 (n=4)	0,341 (n=5)
ω_n / ω_0	-	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339

→ Состояние хопов. Если частота, то hom. логар (n=0) и не резонансов не наблюдается и Ф есб $\sin(n\pi x) \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_{x=\pm 1/2} = 0$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dt g(x-t) m(t), g(x) = \sum_n g_n \cos(\pi nx), g_n = \int_{-1}^1 dx g(x) \cos(\pi nx)$$

$$g(x-x') = \sum_n g_n [\cos \pi nx \cos \pi nx' + \sin \pi nx \sin \pi nx']$$

Date.

$u_m(x) = \sin(\pi m x)$: $\lambda_m u_m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x-x') u_m(x') dx'$

$\lambda_m u_m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \sum_n g_n [\cos n\pi x \cos n\pi x' + \sin n\pi x \sin n\pi x'] \sin m\pi x'$

$\int_{-1/2}^{1/2} dx' \cos n\pi x' \sin m\pi x' = \left| 2\pi x' = \tau \right| = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\tau}{2\pi} \cos\left(\frac{n}{2}\tau\right) \sin\left(\frac{m}{2}\tau\right) \equiv 0$ vanishes, for odd, even.

$\int_{-1/2}^{1/2} dx' \sin(n\pi x') \sin(m\pi x') = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} dx' [\cos(n-m)\pi x' - \cos(n+m)\pi x'] =$

$= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(n-m)\pi x'}{(n-m)\pi} - \frac{\sin(n+m)\pi x'}{(n+m)\pi} \right]_{-1/2}^{1/2} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin(n-m)\frac{\pi}{2}}{(n-m)} - \frac{\sin(n+m)\frac{\pi}{2}}{(n+m)} \right] \neq 0$ even m, n gives zero.

$I_{mn} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\tau}{2\pi} \sin\left(\frac{m}{2}\tau\right) \sin\left(\frac{n}{2}\tau\right) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\tau \sin\frac{m}{2}\tau \sin\frac{n}{2}\tau = \left| \tau = 2t \right|$

Therefore we have $u_m(x) = \begin{cases} \sin \pi m x, & |x| \leq 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases}$, only within periodic interval

$\lambda_m u_m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') u_m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') u_m(x')$

$\lambda_m u_m(x) = \int_{-1}^1 dx' \sum_n g_n [\cos n\pi x \cos n\pi x' + \sin n\pi x \sin n\pi x'] \sin m\pi x'$ 3rd last term vanishes (CP = sin n\pi x' due to [-1/2, 1/2] zero outside)

$I_{mn} = \int_{-1}^1 dx' \sin n\pi x' \sin m\pi x' = \delta_{mn}$ and $\lambda_m u_m(x) = \sum_n g_n \sin n\pi x \delta_{mn} = g_m u_m(x)$

" $\lambda_n = g_n = \int_{-1}^1 dx g(x) \cos(\pi n x)$. conjugate.

$u_m(x) \sin(\pi m x) = \sum_n a_n \sin(\pi n x)$, $a_n = \int_{-1}^1 dx u_m(x) \sin \pi n x = \begin{cases} u_m(x) = 0 & \text{due } |x| > 1/2 \\ u_m(x) = \sin \pi n x & \text{when } |x| \leq 1/2 \end{cases}$

$= \int_{-1/2}^{1/2} dx \sin(m\pi x) \sin(n\pi x) = I_{mn} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin(n-m)\frac{\pi}{2}}{(n-m)} - \frac{\sin(n+m)\frac{\pi}{2}}{(n+m)} \right]$

$u_m(x) = \sum_n I_{mn} \sin(\pi n x) = \text{CP}$

$\lambda_m u_m(x) = \lambda_m \sum_n I_{mn} \sin(\pi n x) = \sum_n \int_{-1/2}^{1/2} dx' g_n [\cos \pi n x \cos \pi n x' + \sin \pi n x \sin \pi n x'] \sin m\pi x'$

$= \sum_n I_{mn} \sin(\pi n x') = \sum_n \int_{-1}^1 dx' g_n \sin \pi n x \sin \pi n x' \sum_n I_{mn} \sin(\pi n x) =$

$= \sum_{nn'} g_n I_{mn} \sin n\pi x \int_{-1}^1 dx' \sin n\pi x' \sin n'\pi x' = \sum_{nn'} g_{n'} I_{mn'} \sin n'\pi x$,

where $\delta_{nn'} = \int_{-1}^1 dx' \sin n\pi x' \sin n'\pi x' = \delta_{nn'}$: $\lambda_m I_{mn} = g_n I_{mn}$, $\lambda_m = g_m$?

where $\lambda u(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x-x') u(x') = \left| \begin{matrix} u(x') = u(x'), & |x| < 1/2 \\ u(x') = 0, & |x| > 1/2 \end{matrix} \right| = \int_{-1}^1 dx' g(x-x') u(x')$

$\lambda u(x) = \sum_n \int_{-1}^1 dx' g_n [\cos \pi n x \cos \pi n x' + \sin \pi n x \sin \pi n x'] u(x')$, g.c. u(x) - here

$\lambda u(x) = \sum_n g_n \sin n\pi x \int_{-1}^1 dx' u(x') \sin n\pi x'$, $u(x) = \sum_{n'} a_{n'} \sin(n'\pi x)$

Date.

$$\lambda \sum_{n'} a_{n'} \sin(n' \pi x) = \sum_n g_n \sin n \pi x \int_{-1}^1 dx' \sin \pi x' n \left(\sum_{n'} a_{n'} \sin n' \pi x' \right)$$

$$= \sum_{nn'} g_n a_{n'} \sin n \pi x \int_{-1}^1 dx' \sin n \pi x' \cdot \sin n' \pi x' = \sum_{n'} g_n a_{n'} \sin(n' \pi x)$$

$U(x')$
 $\int_{-1}^1 dx' \sin n \pi x' \cdot \sin n' \pi x' = \delta_{nn'}$
 $\int_{-1}^1 dx' \sin n \pi x' \cdot \sin n' \pi x' = \delta_{nn'}$

$\sin n \pi x: \lambda a_n = g_n a_n, \lambda = \lambda_n = g_n = \int_{-1}^1 dx g(x) \cos(n \pi x).$

26/XII - 27/XII OSZOP. Письмо - Fax Б. Убанову.
 28/XII проверка ответов. Carrefour.

29/XII SW wires. Урождение.

$\int_{-1/2}^{1/2} dx f(x, \sqrt{x^2 + a^2}) = a \int du f(a \tanh u, a \sec u) \sec^2 u, \tanh u = \frac{x}{a}, \sec u = \frac{1}{\cos x}.$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x-x') m(x') dx' = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \ln \left[\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + p^2} \right] m(x')$$

Здесь $\frac{\partial}{\partial x}$? Везде Φ $g(x-x')$ и все сдвинуто $\frac{\partial g}{\partial x}$ при $x=x'$.

Пусть $x=0, m(0) \neq 0$ $\lambda m(0) = \int_{-1/2}^{1/2} g(x) m(x') dx'$ можно расче. как
 значение Фурье-преобразования в 0 по g .

Gr. 243 - Polygon: $\int_a^b f(t) y(t) dt = B$ и все расче.

$y(x) = p \sin \lambda x + q \cos \lambda x$, ерунда!

SW Die ummington. ganz yf-e на $C\Phi$ (3 на миссис. Оуфенсера.

$$S_{\mu}^z(p) = \lambda \int_0^R dp' g_{zz}^{\mu}(p, p') S_{\mu}^z(p'), g_{zz}^{\mu}(p, p') = \frac{4\pi}{L} \int_0^{\infty} dk (e^{-kL} - 1) \Lambda_{\mu}(k, p)$$

Умноженное преобразование Хенне

$$S_{\mu}(p) = \int_0^{\infty} dk k J_{\mu}(kp) S_{\mu}(k) \text{ это } yf-e \text{ можно переписать в виде}$$

$$S_{\mu}(k) = \frac{4\pi}{L} \lambda \frac{(e^{-kL} - 1)}{k} \int_0^{\infty} dk' k' \Lambda_{\mu}(k, k') S_{\mu}(k') \text{ с } \infty - \text{пределом}$$

с ягрен $\Lambda_{\mu}(k, k') = \int_0^R dp p J_{\mu}(kp) J_{\mu}(k'p)$.

при $\frac{R}{L} \gg 1$ $\Lambda_{\mu}(k, k') = \frac{2}{\pi} \frac{\sin(k-k')R}{(k^2 - k'^2)}$, это б. малому по $\frac{L}{R}$ (27.12.99)

тогда $S_{\mu}^z(k) = \frac{4\lambda}{L} \frac{(e^{-kL} - 1)}{k} \int_0^{\infty} dk' \frac{\sin(k-k')R}{(k-k')} S_{\mu}^z(k')$ - вот значение S_{μ}^z .

Date.

2001.

Возвращение к конгр. в San Antonio и компании
везущая в USA: sea MMM-Intermag в San Antonio и
в Oakland Univ. и A. Chabany. Назначение в Prof. Suga,
C.A. Ross (MIT), Grimsditch (Argonne), L. Buda (G-vortex), менеджера Rid Rite и
коллеги Prof. Weiss'a.

2-6/I

2001

7-18/I

План работы на Ближайшее время (с 1/I 2001): 20/I

- 1) Подготовка ст. со Славным по SW в rectangular dots в PRB
- 2) Подгот. ст. со Славным и Демьяновым по SW в rect. dots
и wires методом СР магнитост. симуляции - PRL
- 3) Если ЕММА сейчас не будет опубликована, подгот. ст. с Яковлевым по
магнитост. Coupling в S.d. и vortex dot arrays
- 4) Ст. с Метловым по стабильности vortex state (S.d. state) и переносу
vortices с $\nu = 2$ и $\nu = -1$ (MFM)
- 5) Расчеты колебаний вихря (метод Стергачева)
или Иванова
- 6) Ст. по "rigid" vortex model с Новосаговым или Ивановым - в APL
- 7) Расчет с Иодранским NMO of vortex dots arrays
- 8) Встретиться с Попротом (Поприлов) и съездить в Португалию.
- 9) Написать рецензию ст. где Shin'a и съездить к нему на семинар
- 10) Рецензия Ивара. Встретиться на Ближ. встрече
- 11) Подготовка статьи и письма - appl. по запросам San Antonio
конгр.
- 12) Встретиться с организатором везущей в Japan (Tokyo)
- 13) Написать Han, Hn, x где coupled dots где Новосага
- 14) Организовать работу по излучению. гороб (Новосага) и их
FMR - измерению (Kikazui, Pardavi-Korvath, Grimsditch)
- 15) Тезисы в Grenoble или Билбао (Метлов, Новосага)
(30 Feb. 1) (30 March 1)
- 16) Встретиться Japan assembly и съездить в Jap. ноябрь
- 17) Запрос application в Australia (до 31.03) и Seagate, (Lynch)
(до 15 мая)
- 18) Написать C.A. Ross о ОФП II → I в переносе гороб (San Antonio)
- 19) Рецензия где JAP

Date.

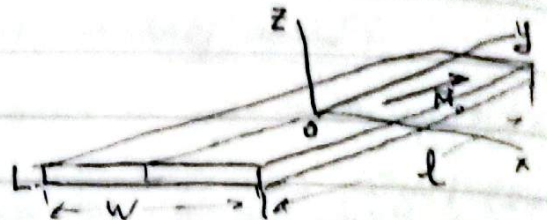
21-24/I Внесение изменений и дополнений в св. со
составом по SW в rectan. dots и ФГ.

26/I Казеке сестры, Писма Убежову и Кобрягу. Рецензия графа

27-29/I Боян.

30/I Внесение и исправл Abstracts на JEMS с Матвеем по Казе

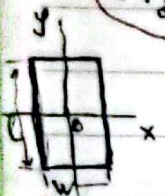
31/I SW rectangular dots.



Составно 1/III до 2/IV компоненты

ген. поле $\parallel \vec{M}_0 \parallel oy$ поле упрощенное по z есть $H_d^y(k_x^2, k_y^2, k_z^2)$

$$H_d^y(x, y) = -\frac{4}{\pi} M_s \int d^2 \vec{k} f(k) \frac{k_y^2}{k^2} \frac{\sin(k_x \frac{w}{2})}{k_x} \frac{\sin(k_y \frac{l}{2})}{k_y} \cos k_x x \cos k_y y$$



1) На линии $x=0$ (центр газа) т.е. вдоль осевой линии $\parallel oy$

$$\rightarrow H_d^y(0, y) = -\frac{4}{\pi} M_s \int d^2 \vec{k} f(k) \frac{k_y^2}{k^2} \frac{\sin(k_x \frac{w}{2})}{k_x} \frac{\sin(k_y \frac{l}{2})}{k_y} \cos k_y y$$

2) упрощенное по x: $\langle H_d^y(x, y) \rangle_x = \frac{1}{w} \int_{-w/2}^{w/2} dx H_d^y(x, y)$

$$\frac{1}{w} \int_{-w/2}^{w/2} dx \cos k_x x = \frac{2}{w} \frac{\sin(k_x \frac{w}{2})}{k_x} \text{ и получим}$$

$$\rightarrow \langle H_d^y(x, y) \rangle_x = -\frac{8}{\pi w} M_s \int d^2 \vec{k} f(k) \frac{k_y^2}{k^2} \frac{\sin^2(k_x \frac{w}{2})}{k_x^2} \frac{\sin(k_y \frac{l}{2})}{k_y} \cos k_y y$$

Введем $(\text{или } 9/10 \text{ cor.})$ $p = \frac{l}{w}$ и $u = \frac{l}{w}$, т.е. пропорция на единицу газа.
 $p \ll 1$, а u может > 1 .

Замена $k_x w = \alpha_x$

$$\frac{1}{M_s} H_d^y(0, y) = -\frac{4}{\pi} \int d^2 \vec{\alpha} f(p \alpha) \frac{\alpha_y^2}{\alpha^2} \frac{\sin \frac{\alpha_x}{2}}{\alpha_x} \frac{\sin(\alpha_y \frac{u}{2})}{\alpha_y} \cos(\alpha_y u \frac{y}{l})$$

$$\frac{1}{M_s} \langle H_d^y(x, y) \rangle_x = -\frac{8}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \vec{\alpha} f(p \alpha) \frac{\alpha_y^2}{\alpha^2} \frac{\sin^2(\frac{\alpha_x}{2})}{\alpha_x^2} \frac{\sin(\alpha_y \frac{u}{2})}{\alpha_y} \cos(\alpha_y u \frac{y}{l})$$

$\frac{y}{l}$ изменяется от $-1/2$ до $1/2$. Два направления газа: p и u .

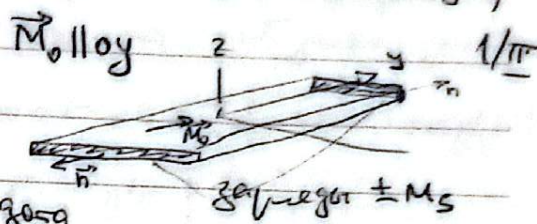
date. 01.02.

погружен. вычисление осредненных значений $\langle H_d^y(x,y) \rangle_x$ и $H_d^y(y,x=0)$ rectan. det, $\frac{L}{w}=0,035, \frac{L}{h}=1,75, \alpha_x=0,49$

y/l	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
$H_d^y(x,y)/M_s$	-0,042	-0,06	-0,064	-0,073	-0,075	-0,082	-0,125	-0,180	-0,306	-0,653	-0,017
$\langle H_d^y(x,y) \rangle_x$				-0,054	-0,027	$2 \cdot 10^{-4}$	$-3,2 \cdot 10^{-3}$		0,024	-0,133	$-3 \cdot 10^{-5}$

→ Результирующее значение зависит от углов α_x, α_y , где $\alpha_x = 0,49$ - 500, 700.

формула через м. намагниченности:



$$\psi(\vec{r}) = - \int dS' \frac{(\vec{M} \cdot \vec{n})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$\psi(\vec{r}) = -M_s \int dx' dz' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=\frac{L}{2}} + M_s \int dx' dz' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=-\frac{L}{2}}$$

$$= M_s \int_{-w/2}^{w/2} dx' \int_0^L dz' \left[\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=-\frac{L}{2}} - \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=\frac{L}{2}} \right], \text{ см. 23.06.99}$$

$$H_d^y(\vec{r}) = - \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial y} = M_s \frac{\partial}{\partial y} \int dx' \int dz' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=\frac{L}{2}} - \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=-\frac{L}{2}}$$

Усреднение по размеру z : $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + \dots}$

$$H_d^y(x,y) = \frac{1}{L} \int_0^L dz H_d^y(\vec{r}) = \frac{M_s}{L} \frac{\partial}{\partial y} \int dx' \int dz dz' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=\frac{L}{2}} - \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Big|_{y'=-\frac{L}{2}}$$

Усреднение углов интерп. и наигем $\langle H_d^y(x,y) \rangle_x$ и $H_d^y(y,x=0)$

y/l	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
$\langle H_d^y \rangle_x$	-0,078	-0,08	-0,085	-0,086	-0,091	-0,105	-0,133	-0,219	-0,372	-0,725	-1,608
$H_d^y(y,x=0)$	0,091	-0,081	-0,072	-0,097	-0,128	-0,139	-0,166	-0,250	-0,424	-0,780	-1,633

→ Переводим для удобства обработки экв. на вычисление $H_i = H + H_d$, $H = 600 \text{ Э}$, $M_s = 10,2 \text{ kOe}/4\pi = 812 \text{ Гс}$.

Файл ORIGIN H_d - гист. орг

См. $H_d^y(x,y)$ и $H_{\text{min}}^{\text{min}}$ - канал этой пары - берем от 12/1

Date.

2/II Поверх SW rect. dots на поверхности p-на Crabura
 $\int dy k_y = n\pi$ - Eq. (12).

Согласно Eq. (12) из Фак'a Crabura

$$\int_{y_{\min}(\omega)}^{y_{\max}(\omega)} dy k_y(H_i, k_x^m, \omega) = n\pi, \quad n - \text{целое}$$

$m=0$ где осн. моды

Известно что $w=1\mu\text{m}$, $l=1.75\mu\text{m}$, $L=35\text{nm}$ - rect. dot
 Дана частота излучения $\omega_0 = 5.2\text{GHz}$, $H=600\text{Å}$, $\vec{E} \parallel Oy$.
 Пусть $m=0$, $k_x^m=0$. Тогда SW - квазир. зонон (тогда $L \rightarrow 0$):

$$\left(\frac{\omega_{on}}{\omega_m}\right)^2 = \left[\frac{\omega_H}{\omega_m} + d'k_{mn}^2 + H_{mn} \right] \left[\frac{\omega_H}{\omega_m} + d'k_{mn}^2 + 1 - f(k_{mn}L) + H_{mn} \right]$$

$$\omega_{on}^2 = \left[\omega_H + H_{mn}\omega_m + d'k_y^2\omega_m^2 \right] \left[\omega_H + \omega_m H_{mn} + \omega_m d'k_y^2 + \omega_m \{1 - f(k_y L)\} \right]$$

Угел Crabura $\omega_H + \omega_m H_{mn}$ заменим на $\omega_{Hi} = \gamma H_i$, где
 $H_i = H + H_d^y(x, y)$, $H_d^y(x, y)$ зависит от $x=0$ или $\langle \dots \rangle_x$.

Тогда

$$\omega_{on}^2 = \left[\omega_{Hi}(y) + d'\omega_m k_y^2 \right] \left[\omega_{Hi}(y) + d'\omega_m k_y^2 + \omega_m \{1 - f(k_y L)\} \right]$$

Скорее находим $k_y(y)$. Если будем считать, то

$$\omega_{on}^2 = \omega_{Hi} \left[\omega_{Hi} + \omega_m \{1 - f(k_y L)\} \right], \quad \omega_{on} \rightarrow \omega$$

$$\omega^2 - \omega_{Hi}^2 = \omega_{Hi} \omega_m [1 - f(k_y L)], \quad 1 - f(x) = 1 - \left[1 - \frac{1}{x}(1 - e^{-x}) \right] = \frac{1}{x}(1 - e^{-x})$$

$$\frac{1 - e^{-k_y L}}{k_y L} = \frac{\omega^2 - \omega_{Hi}^2}{\omega_{Hi} \omega_m} \quad \text{или} \quad \tilde{f}(k_y L) = \frac{\omega^2 - \omega_{Hi}^2(y)}{\omega_{Hi}(y) \omega_m}, \quad \text{если } \tilde{F}(x) = \frac{1}{x}(1 - e^{-x})$$

то $k_y(y) = \frac{1}{L} \tilde{F}^{-1} \left(\frac{\omega^2 - \omega_{Hi}^2(y)}{\omega_{Hi}(y) \omega_m} \right)$ - зависит от $k_y(y)$.

Еще проблема найти $y_{\min}$ и $y_{\max}$, которые определяются областью локализации SW при данной ω .

Надо написать

$$\rightarrow \omega^2(k_y) = \omega_m^2 \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_m} + d'k_y^2 \right] \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_m} + d'k_y^2 + 1 - f(k_y L) \right]$$

как функцию k_y где разном $\omega_{Hi} = \gamma H_i$. $d' = \frac{d}{4\pi} = 2.5 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2 \text{ густоты}$

Date.

Введен $p = \frac{L}{w}$ и $k_y w = \alpha_y$ - безразмерные.

$$\alpha' k_y^2 = \alpha' \frac{1}{w^2} \alpha_y^2 = \frac{2,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2 \alpha_y^2}{(1 \cdot 10^{-8} \text{ см})^2} = 0,25 \alpha_y^2 \cdot 10^{-1}, \quad \alpha' = 0,25 \cdot 10^{-1} p = 0,035$$

$$\frac{\omega^2(k_y)}{\omega_M^2} = \left[\frac{\omega_{H1}}{\omega_M} + \frac{\alpha'}{w^2} \alpha_y^2 \right] \left[\frac{\omega_{H1}}{\omega_M} + \frac{\alpha'}{w^2} \alpha_y^2 + 1 - f(p \alpha_y) \right]$$

Размер. параметр rectangular dot.

3/11

Собери в e-mail и fax номеру-то используешь $N_{yy} = \frac{2L}{\pi w}$,
номерови абв. размер. параметр (нормирован) wire 11 по ширине w.
(средняя по ширине $x=0$)

Размере ф. Aharoni's для двумер. размер. параметр
покрыт сох. 10/I 2000. (y||M-L, x-w) при $p \rightarrow 0, u \sim 1$:

$$N_{xx} = -4p \ln \frac{p}{24}, \quad N_{yy} = -4 \frac{p}{u} \ln \frac{p}{2}, \quad N_{zz} = \frac{4p}{u} \ln \frac{p}{2} + 4p \ln \frac{p}{2u} + 4\pi$$

где $p = L/w, u = l/w$. rect. dot, $p \rightarrow 0, u \sim 1$. конечно

В частности, для газа Демондрова $L = 35 \text{ nm}, w = 1 \mu\text{m}, l = 1,75 \mu\text{m}$
 $p = 0,035; u = 1,75$ и $N_{yy}(p, u) = -4 \frac{0,035}{1,75} \ln \left(\frac{0,035}{2} \right) = 0,324$.

$$\langle H_d^y(x, y) \rangle_{x, y} = -M_s N_{yy} = -\frac{16 M_s}{\pi w l} \int d^2 k f(kL) \frac{\sin^2(k_x \frac{w}{2})}{k_x^2} \frac{\sin^2(k_y \frac{l}{2})}{k_y^2} \frac{k_y^2}{k^2}$$

$$N_{yy}(p, u) = \frac{16}{\pi} \frac{1}{u} \int d^2 \alpha f(p \alpha) \frac{\sin^2 \frac{\alpha_x}{2}}{\alpha_x^2} \frac{\sin^2(\frac{\alpha_y}{2} u)}{\alpha_y^2} \frac{\alpha_y^2}{\alpha^2}, \quad \alpha_x = k_x w.$$

Очевидно $N_{yy} \rightarrow 0$ при $u = l/w \rightarrow \infty$ (нефизог к wire). fgonb M_s rect. dot ballistic factor

Поэтому оценка $N_{yy} \langle H_d^y \rangle_v = -M_s N_{yy} = -810 \cdot 0,324 = -262$ (э) всего.

и вычитаемое поле $\langle H_i \rangle_v = 600 \text{ э} - 260 \text{ э} = 340 \text{ э}.$

Примени расчет по ф. Aharoni от 10/I газ $N_{yy}(p, u) = 0,341$ (SW-Prisma mod)
нормированное, тем по приближен. формулам (*) $N_{yy} = 0,324$.

К сожалению расчет по (**) зависит от предполож. по α_x и
невозможно точно считать значение N_{yy} , т.к. MCAD считает α_y и
зависит от длины l . Оценено для (**) $\alpha_{max} = 400$,

то газ $N_{yy}(p, u) = 0,343$.

Date.

Нормыны мы поправа 10/5 (урабаванне абн. рэч і ўвеганне ^{дэталі, паказатэлі} ^{А. Хароні '98} ~~увеганне~~ $u = \frac{1}{2}u^2$, т.е. WIRES-увеган.

$$\begin{aligned} \lim_{u \rightarrow \infty} N_{yy}(p, u) &= \frac{4p}{u} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1} \right) - \ln \frac{p}{2} - u + \frac{1}{2} + \sqrt{u^2-1} \right] = \\ &= \frac{4p}{u} \left[\sqrt{u^2+1} - u + \frac{1}{2} - \ln \frac{p}{2} - \operatorname{arctanh} \frac{1}{\sqrt{u^2+1}} \right] = \\ &= 4p \frac{\sqrt{u^2+1}-u}{u} - \frac{4p}{u} \operatorname{arctanh} \frac{1}{u} + \frac{4p}{u} \left(\frac{1}{2} - \ln \frac{p}{2} \right) = \\ &= 4p \left[\sqrt{1+\frac{1}{u^2}} - 1 \right] - \frac{4p}{u} \cdot \frac{1}{u} + \frac{4p}{u} (\cdot) = \frac{4p}{u} \left(\frac{1}{2} - \ln \frac{p}{2} \right) + O\left(\frac{1}{u^2}\right) \end{aligned}$$

$\rightarrow \lim_{u \rightarrow \infty} N_{yy}(p, u) = 0$ как паказвае. фактар 11 оці wire.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} N_{xx}(p, u) &= p \ln \frac{2u}{p} + \frac{1}{2} p \ln \left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u} \right] + p \frac{u}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{p}{u} \frac{1}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{p}{2} - \frac{p}{u} = \\ &= p \ln \frac{2u}{p} + \frac{1}{2} p \ln \left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1} \right] + p \frac{\sqrt{u^2+1}}{u} + \frac{p}{2} - \frac{p}{u} = \\ &= p \ln \frac{2u}{p} + \frac{1}{2} p \ln \left[\frac{2(2u^2)}{2+\frac{1}{2u^2}} \right] + p \sqrt{1+\frac{1}{u^2}} + \frac{p}{2} - \frac{p}{u} = \\ &= p \ln \frac{2u}{p} + \frac{1}{2} p \ln \left[\frac{1}{4u^2} \right] + p \left(1 + \frac{1}{2u^2} \right) + \frac{p}{2} - \frac{p}{u} = p \left[\ln(2u) - \ln p + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot 2 \ln \left(\frac{1}{2u} \right) + \frac{3}{2} - \frac{1}{u} \right] = p \left[-\ln p + \frac{3}{2} - \frac{1}{u} + O\left(\frac{1}{u^2}\right) \right] \end{aligned}$$

$\lim_{u \rightarrow \infty} N_{xx}(p, u) = 4p \left[\frac{3}{2} - \ln p \right]$ ^{скабана} ^{гэтыя wires}, а божа не $N_{xx} = 4\pi \cdot \frac{2}{\pi} p = 8p$

$$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{1+u^2}-u}{\sqrt{1+u^2}+u} \right) \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}}{1-\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}} \right) = -\operatorname{Arctanh} \frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$$

Урабаванне рэч $N_{zz}(p, u)$ (см. 10/1002.):

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} N_{zz}(p, u) &= \pi - p \left[2\sqrt{1+\frac{1}{u^2}} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{u} \right) + \frac{1}{u} \ln \frac{2}{p} + \ln \frac{2u}{p} - \frac{1}{u} \operatorname{Arctanh} \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{1+u^2}-u}{\sqrt{1+u^2}+u} \right) \right] = \pi - p \left[2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2u} + \frac{1}{u} \ln \frac{2}{p} + \ln \frac{2u}{p} - \frac{1}{u} \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1/2u^2}{2+\frac{1}{2u^2}} \right) \right] = \pi - p \left[\frac{3}{2} + \ln 2u - \ln p + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1}{4u^2} \right) \right] = \pi - p \left[\frac{3}{2} - \ln p \right] \end{aligned}$$

$\lim_{u \rightarrow \infty} N_{zz}(p, u) = 4\pi - 4p \left[\frac{3}{2} - \ln p \right]$ ^{гэтыя wires}.

Date. 05. 02.

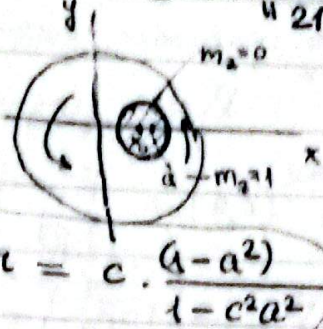
Vortex stability (conformal mode)

Устойчивость вихря в чис. поле (с К. Кернелом) $5/\pi$
 $c = \frac{b}{R}$ - радиус "core" нормирован. вихря.
 (ан. $f_{in} = 12/\sqrt{1002}$)
 "21/11" 001.

Конформный вихрь на "a" $z \rightarrow \frac{z-a}{1-a\bar{z}}$ вдоль Ox
 "core" в вихре окружности с центром

тоже $x_0 = a \frac{1-c^2}{1-c^2 a^2}$ " радиусом

$R_c = cR$ - в обозначениях модели $g = \frac{L}{R}$.



$\frac{R_y}{R} = \pi = c \cdot \frac{(1-a^2)}{1-c^2 a^2}$

$W(c, a) = W_{ex}(c) + W_m^{face}(c, a) + W_m^{side}(a) + W_m^{vol}(c, a)$

при $a=0$ радиус "core" удовлет. уравнению Якова

$\left(\frac{1}{4\pi M_s^2 V_d}\right) W_{us}(\xi) = \frac{c^3}{g} [G_u(0) - G_u(\frac{g}{c})] + \lambda^2 [2 - \ln c]$

Тогда удобнее ввести $\xi = \frac{b}{L} = \frac{b}{R} \frac{R}{L} = \frac{c}{g}$, $g = const$.

$\lambda^2 = \frac{L_E^2}{4\pi R^2}$
 $c = b/R, g = L/R$
 $L_E = R_0$

(1) $W_{us}(\xi) = \xi^3 g^2 [G_u(0) - G_u(\frac{1}{\xi})] + \lambda^2 [2 - \ln \xi - \ln g]$

$\frac{\partial W_{us}(\xi)}{\partial \xi} = g^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \xi^3 [G_u(0) - G_u(\frac{1}{\xi})] - \frac{\lambda^2}{g^2} \frac{1}{\xi} \right\} = 0$, $\frac{\lambda^2}{g^2} = \frac{L_E^2 R^2}{4\pi R^2 L^2} = \frac{L_E^2}{4\pi L^2}$
 $\frac{\partial}{\partial \xi} \xi^3 [G_u(0) - G_u(\frac{1}{\xi})] = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{L_E}{L}\right)^2 \frac{1}{\xi}$, ξ_0 зависит от L_E .

Будем считать во энергии нормирован. на $4\pi M_s^2 V_d$.

$W_{us}(c) = W(c, a=0) = \frac{c^3}{g} [G_u(0) - G_u(\frac{g}{c})] + \lambda^2 [2 - \ln c]$

$\frac{\partial W(c, 0)}{\partial c} = \frac{3c^2}{g} [G_u(0) - G_u(\frac{g}{c})] + \frac{c^3}{g} (-1) \frac{\partial G_u(x)}{\partial x} \frac{(-g)}{c^2} - \lambda^2 \frac{1}{c} = 0$

(*) $\frac{\lambda^2}{c} = \frac{3c^2}{g} [G_u(0) - G_u(\frac{g}{c})] + c \frac{\partial G_u(x)}{\partial x} \Big|_{x=g/c}$, с учетом $G_u(x) = G(x, 0)$

то в формуле Eq. (5) левая.

Хотим получить разложение по "a":

$W(c, a) = W(c, a)|_{a=0} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(c, a)}{\partial a^2} \Big|_{a=0} \cdot a^2$, где $c_0(a)$ satisfies "c" при $a \neq 0$.

Без $\frac{\partial W}{\partial a} \Big|_{a=0} = 0$.

Date.

Две функции. remembering: a'' - center vortex and c'' - R_v . $c = \frac{R_v(a=0)}{R}$.
 R_v when $a \neq 0$ не равно c (различно), потому $\frac{R_v}{R} = c \frac{1-a^2}{1-c^2 a^2}$, где $c = \frac{R}{R_v}$ - параметр. равенство "core" when $a=0$.

Нужно получить $W_m^{face}(c, a)$ по a'' с учетом $R_v(a)$ и $\delta(a)$.

$$W_m^{face}(c, a) = \frac{R_v^3}{LR^2} \left[G(0, \delta) - G\left(\frac{L}{R_v}, \delta\right) \right], \quad \delta = 2 \arctg(ac).$$

$$\left(\frac{R_v}{R}\right)^3 = c^3 \left(\frac{1-a^2}{1-c^2 a^2}\right)^3 = c^3 \left[\frac{(1-a^2)(1+c^2 a^2)}{(1-c^2 a^2)} \right]^3 = c^3 \left[1 + (c^2-1)a^2 \right]^3 =$$

$$= c^3 \left[1 + 3(c^2-1)a^2 \right] + O(a^4)$$

$$G(0, \delta) = G(0, \delta)|_{a=0} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G(0, \delta)}{\partial a^2} \Big|_{a=0}$$

$$\frac{\partial G(0, \delta)}{\partial a} = \frac{\partial G}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial a}, \quad \frac{\partial^2 G(0, \delta)}{\partial a^2} = \frac{\partial^2 G}{\partial \delta^2} \left(\frac{\partial \delta}{\partial a}\right)^2 + \frac{\partial G}{\partial \delta} \frac{\partial^2 \delta}{\partial a^2}, \quad G = G(0, \delta)$$

$$\frac{\partial G\left(\frac{L}{R_v}, \delta\right)}{\partial a} = \frac{\partial G(x, \delta)}{\partial x} \Big|_{x=\frac{L}{R_v}} \frac{\partial x}{\partial a} + \frac{\partial G}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial a}$$

$$\frac{\partial^2 G\left(\frac{L}{R_v}, \delta\right)}{\partial a^2} = \frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial x^2} \left(\frac{\partial x}{\partial a}\right)^2 + \frac{\partial G(x, \delta)}{\partial x} \frac{\partial^2 x}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial \delta^2} \left(\frac{\partial \delta}{\partial a}\right)^2 + \frac{\partial G(x, \delta)}{\partial \delta} \frac{\partial^2 \delta}{\partial a^2}$$

where $x = \frac{L}{R_v} = \frac{L}{R} \frac{1}{c} \frac{1-c^2 a^2}{1-a^2}$, $\delta(a) = 2 \arctg(ac)$

$$W_m^{face}(c, a) = R_v^3 [\dots], \quad \frac{\partial W_m^f}{\partial a} = 3R_v^2 \frac{\partial R_v}{\partial a} [\dots] + R_v^3 \frac{\partial}{\partial a} [\dots]$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 W_m^f}{\partial a^2} = 6R_v \left(\frac{\partial R_v}{\partial a}\right)^2 [\dots] + 3R_v^2 \frac{\partial^2 R_v}{\partial a^2} [\dots] + 3R_v^2 \frac{\partial R_v}{\partial a} \frac{\partial}{\partial a} [\dots] + R_v^3 \frac{\partial^2}{\partial a^2} [\dots]$$

$$R_v(a) = cR \frac{1-a^2}{1-c^2 a^2} = cR [1 + (c^2-1)a^2]. \quad \text{Б } \frac{\partial^2 W_m^f}{\partial a^2} \text{ towards } a^0.$$

$$\frac{\partial R_v}{\partial a} = cR(c^2-1)2a, \quad \frac{\partial^2 R_v}{\partial a^2} = 2cR(c^2-1)$$

$$\delta(a) = 2 \arctg(ac) = 2 \left[ac - \frac{1}{3} a^3 c^3 + \dots \right], \quad \frac{\partial \delta}{\partial a} = 2c - 2c^3 a^2, \quad \frac{\partial^2 \delta}{\partial a^2} = -4c^3 a.$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 W_m^f}{\partial a^2} = 3R_v^2 \cdot 2cR(c^2-1) \frac{1}{LR^2} \left[G(0, \delta) - G\left(\frac{L}{R_v}, \delta\right) \right] + R_v^3 \frac{1}{LR^2} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \left[G(0, \delta) - G\left(\frac{L}{R_v}, \delta\right) \right] =$$

$$= 6 \frac{R_v^2}{LR} c(c^2-1) \left[G(0, \delta) - G\left(\frac{L}{R_v}, \delta\right) \right] + \frac{R_v^3}{LR^2} \left[\frac{\partial^2 G(0, \delta)}{\partial \delta^2} 4c^2 - \frac{\partial G(x, \delta)}{\partial x} \frac{2L(1-c^2)}{cR} \right]$$

$$- \frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial \delta^2} 4c^2] = |c \text{ goes to } a^0| = |G(x, \delta)|_{\delta=0} = G_u(x) =$$

$$= 6 \frac{c^3 R^2}{LR} (c^2-1) \left[G_u(0) - G_u\left(\frac{g}{c}\right) \right] + \frac{c^3 R^3}{LR^2} \left[4c^2 \left\{ \frac{\partial^2 G(0, \delta)}{\partial \delta^2} - \frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial \delta^2} \right\} - \frac{2L(1-c^2)}{cR} \frac{\partial G(x, \delta)}{\partial x} \right]$$

Date.

$$x(a) = \frac{L}{Rc} \frac{1-c^2 a^2}{1-a^2} = \frac{L}{cR} \frac{(1-c^2 a^2)(1+a^2)}{(1-a^2)(1+a^2)} = \frac{L}{cR} [1 + (1-c^2) a^2]$$

$$\frac{\partial x}{\partial a} = \frac{L}{cR} (1-c^2) \cdot 2a, \quad \frac{\partial^2 x}{\partial a^2} = \frac{L}{cR} \cdot 2(1-c^2)$$

$$\left. \frac{\partial^2 W_m^{free}}{\partial a^2} \right|_{a=0} = 6 \frac{c^3}{g} (c^2-1) \left[G_u(0) - G_u\left(\frac{g}{c}\right) \right] +$$

$$+ \frac{c^3}{g} \left[4c^2 \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left\{ G(0, \delta) - G\left(\frac{g}{c}, \delta\right) \right\} - \frac{2g}{c} (1-c^2) \frac{\partial G_u(x)}{\partial x} \right]_{x=g/c}$$

аналогично при $c \rightarrow 1$ при $a=0$: $\frac{\lambda^2}{c} = \frac{3c^2}{g} \left[G_u(0) - G_u\left(\frac{g}{c}\right) \right] + c \frac{\partial G_u(x)}{\partial x} \Big|_{x=\frac{g}{c}}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_m^f}{\partial a^2} &= 2(c^2-1)c \left[\frac{\lambda^2}{c} - c \frac{\partial G_u(x)}{\partial x} \right] + \frac{4c^5}{g} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left\{ G(0, \delta) - G\left(\frac{g}{c}, \delta\right) \right\} - \\ &- 2c^2(1-c^2) \frac{\partial G_u(x)}{\partial x} = 2(c^2-1)\lambda^2 + \frac{4c^5}{g} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left[G(0, \delta) - G\left(\frac{g}{c}, \delta\right) \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 W_m^{free}}{\partial a^2} = \frac{2c}{g} \left[-(1-c^2) \frac{g}{c} \lambda^2 + 2c^4 \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left\{ G(0, \delta) - G\left(\frac{g}{c}, \delta\right) \right\} \right]$$

- в формулу подставляем с Eq. (6) и заменяем переменные, $a \rightarrow 0$.

$$G(x, \delta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{p}_1 d^2 \vec{p}_2}{\sqrt{x^2 + (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2}} \partial(\vec{p}_1, \delta) \partial(\vec{p}_2, \delta), \quad \text{где}$$

$$\partial(\vec{p}, \delta) = m_2 = \cos \delta \frac{1-p^2}{1+p^2 - 2p \sin \delta \cos \varphi}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} &= \frac{1}{\sqrt{(z-z')^2 + (\vec{p} - \vec{p}')^2}} = \sum_{\mu=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dk e^{-k|z-z'|} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') e^{i\mu(\varphi-\varphi')} = \\ &= \int_0^{\infty} dk e^{-k|z-z'|} \left[J_0(kp) J_0(kp') + 2 \sum_{\mu=1}^{\infty} J_{\mu}(kp) J_{\mu}(kp') \cos \mu(\varphi-\varphi') \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial \delta^2} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \vec{p}_1 d^2 \vec{p}_2}{\sqrt{x^2 + (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2}} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left[\frac{\cos^2 \delta (1-p_1^2)(1-p_2^2)}{[1+p_1^2 - 2p_1 \sin \delta \cos \varphi_1][1+p_2^2 - 2p_2 \sin \delta \cos \varphi_2]} \right] \partial(\vec{p}_1, \delta) \partial(\vec{p}_2, \delta)$$

p_1, p_2 - функции R .

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} [\cos^2 \delta \cdot f(\sin \delta)] = \cos^2 \delta \frac{\partial^2 f(\sin \delta)}{\partial \delta^2} + 2 \cdot 2 \cos \delta (-1) \sin \delta \frac{\partial f}{\partial \delta} + f(\sin \delta) \cdot (-2 \cos 2\delta)$$

$= 0 \text{ при } \delta=0$

Date. 06.02.

$$6/\Pi \int_{\varphi_1, \varphi_2}^{\pi} = \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \cos \mu(\varphi_1 - \varphi_2) \frac{1}{1 + \rho_1^2 - 2\rho_1 \sin \delta \cos \varphi_1} \frac{1}{1 + \rho_2^2 - 2\rho_2 \sin \delta \cos \varphi_2}$$

$$= \frac{1}{(1 + \rho_1^2)(1 + \rho_2^2)} \int d\varphi_1 \int d\varphi_2 [\cos \mu \varphi_1 \cos \mu \varphi_2 + \sin \mu \varphi_1 \sin \mu \varphi_2] \frac{1}{1 + a_1 \cos \varphi_1} \frac{1}{1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

$$= \left| \begin{array}{l} a_1 = -\frac{2\rho_1 \sin \delta}{1 + \rho_1^2} \\ a_2 = -\frac{2\rho_2 \sin \delta}{1 + \rho_2^2} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{l} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \frac{\sin \mu \varphi}{1 + a \cos \varphi} = 0 \\ [0, 2\pi] \rightarrow [-\pi, \pi] \end{array} \right| = \frac{1}{(1 + \rho_1^2)(1 + \rho_2^2)} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi_1 \cos \mu \varphi_1}{1 + a_1 \cos \varphi_1} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi_2 \cos \mu \varphi_2}{1 + a_2 \cos \varphi_2} =$$

$$= \frac{1 \cdot 4}{(1)(2)} \int_0^{\pi} d\varphi_1 (1) \int_0^{\pi} d\varphi_2 (1) = \frac{4}{(1)(2)} \pi^2 \frac{1}{\sqrt{1 - a_1^2}} \left(\frac{\sqrt{1 - a_1^2} - 1}{a_1} \right)^{\mu} \frac{1}{\sqrt{1 - a_2^2}} \left(\frac{\sqrt{1 - a_2^2} - 1}{a_2} \right)^{\mu}$$

Величина $\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \int_{\varphi_1, \varphi_2}^{\pi} \varphi_{\mu} \delta \rightarrow 0$, т.е. $\int_{\varphi_1, \varphi_2}^{\pi} (\delta)$ зависит от δ как $\sim \delta^2$, $a_1, a_2 \sim \delta$.

$$\frac{1}{\sqrt{1 - a_1^2}} \left(\frac{\sqrt{1 - a_1^2} - 1}{a_1} \right)^{\mu} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}a_1^2} \left(\frac{1 - \frac{1}{2}a_1^2 - 1}{a_1} \right)^{\mu} = (1 + \frac{1}{2}a_1^2) \frac{1}{2^{\mu}} (-a_1)^{\mu} = (1 + \frac{1}{2}a_1^2) \left(\frac{-1}{2} \right)^{\mu}$$

$$\int_{\varphi_1, \varphi_2}^{\pi} (\delta) = \frac{4\pi^2}{(\rho_1^2 + 1)(\rho_2^2 + 1)} (1 + \frac{1}{2}a_1^2)(1 + \frac{1}{2}a_2^2) \left(\frac{-a_1}{2} \right)^{\mu} \left(\frac{-a_2}{2} \right)^{\mu} =$$

$$= \frac{4\pi^2}{(1 + \rho_1^2)(1 + \rho_2^2)} \left(1 + \frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{2}a_2^2 \right) \frac{1}{4^{\mu}} a_1^{\mu} a_2^{\mu}, \quad \Theta_{\mu} = \begin{cases} 1, \mu=0 \\ 2, \mu>0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial \delta^2} \Big|_{\delta \rightarrow 0} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \cos^2 \delta \int_0^{\infty} dk e^{-k|x|} \int d\rho_1 \rho_1 \int d\rho_2 \rho_2 \int d\varphi_1 \int d\varphi_2 \times$$

$$\times (1 - \rho_1^2)(1 - \rho_2^2) \sum_{\mu=0}^{\infty} \Theta_{\mu} J_{\mu}(k\rho_1) J_{\mu}(k\rho_2) \cos \mu(\varphi_1 - \varphi_2) \frac{1}{1 + \rho_1^2 - 2\rho_1 \sin \delta \cos \varphi_1} \frac{1}{1 + \rho_2^2 - 2\rho_2 \sin \delta \cos \varphi_2}$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \cos^2 \delta \int_0^{\infty} dk e^{-k|x|} \sum_{\mu=0}^{\infty} \Theta_{\mu} J_{\mu}(k\rho_1) J_{\mu}(k\rho_2) d\rho_1 \rho_1 d\rho_2 \rho_2 (1 - \rho_1^2)(1 - \rho_2^2) \int_{\varphi_1, \varphi_2}^{\pi} (\delta)$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \cos^2 \delta \int_0^{\infty} dk e^{-k|x|} \sum_{\mu=0}^{\infty} \Theta_{\mu} \int d\rho_1 \rho_1 \int d\rho_2 \rho_2 J_{\mu}(k\rho_1) J_{\mu}(k\rho_2) (4\pi^2) \left(\frac{1 - \rho_1^2}{1 + \rho_1^2} \right) \left(\frac{1 - \rho_2^2}{1 + \rho_2^2} \right) \times$$

$$+ \frac{1}{4^{\mu}} \left(1 + \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} \right) a_1^{\mu} a_2^{\mu} = \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \cos^2 \delta \int_0^{\infty} dk e^{-k|x|} \sum_{\mu=0}^{\infty} \Theta_{\mu} \int d\rho_1 \rho_1 \int d\rho_2 \rho_2 \times$$

$$\times \frac{(1 - \rho_1^2)(1 - \rho_2^2)}{(1 + \rho_1^2)(1 + \rho_2^2)} \frac{1}{4^{\mu}} J_{\mu}(k\rho_1) J_{\mu}(k\rho_2) \left(1 + \frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{2}a_2^2 \right) a_1^{\mu} a_2^{\mu} =$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \cos^2 \delta \int_0^{\infty} dk e^{-k|x|} \sum_{\mu=0}^{\infty} \Theta_{\mu} \int d\rho_1 f_{\mu}(k, \rho_1) \int d\rho_2 f_{\mu}(k, \rho_2) \frac{1}{4^{\mu}} \left(1 + \frac{1}{2}a_1^2 + \frac{1}{2}a_2^2 \right) a_1^{\mu} a_2^{\mu}$$

Рассм. $\rho_{\mu}(\delta, \rho_1, \rho_2) = \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \left[\cos^2 \delta \frac{1}{4^{\mu}} \left(1 + \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} \right) a_1^{\mu} a_2^{\mu} \right]$

Date.

$$\times \left[-1 + \frac{1 - \cos 2\gamma_1}{2} + \frac{1 - \cos 2\gamma_2}{2} \right] = \int_0^1 I_3(k) = \int_0^1 \int_0^1 \sin \gamma \cos \gamma J_0(k\rho) =$$

$$= \int dk e^{-k|x|} \left[I_3(k)^2 + \frac{1}{2} \int_0^1 \rho_1 \cos \gamma_1 J_0(k\rho_1) \int_0^1 \rho_2 \cos \gamma_2 J_0(k\rho_2) \left[-\cos 2\gamma_1 - \cos 2\gamma_2 \right] \right]$$

$$\int_0^1 \rho_1 \cos \gamma_1 J_0(k\rho_1) \cos 2\gamma_1 \int_0^1 \rho_2 \cos \gamma_2 J_0(k\rho_2) + \int_0^1 \rho_1 \cos \gamma_1 J_0(k\rho_1) \int_0^1 \rho_2 \cos \gamma_2 \cos 2\gamma_2 J_0(k\rho_2)$$

$$= \left| \text{смена переменных} \right| = 2 \left[\int_0^1 \rho \cos \gamma \cos 2\gamma J_0(k\rho) \right] \cdot \left[\int_0^1 \rho \cos \gamma J_0(k\rho) \right] = 2 I_1(k) I_2(k)$$

$$\rightarrow I_3(k) = \int_0^1 \rho \cos \gamma \cos 2\gamma J_0(k\rho) , \rightarrow I_2(k) = \int_0^1 \rho \cos \gamma J_0(k\rho) , \gamma(\rho) = 2 \arctan \rho$$

$$Q(x) = \frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial \delta^2} \Big|_{\delta \rightarrow 0} = \int_0^\infty dk e^{-k|x|} \left[I_3(k)^2 - I_1(k) I_2(k) \right] - \text{T.E.}$$

Eq. (8) y метода x y некие значения (!), $I_\mu(k)$ - как выше.

В Eq. (6) y записывем $\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} [G(0, \delta) - G(\frac{g}{c}, \delta)] = Q(0) - Q(x)$
(где $x = g/c$)

Тогда же $x = \frac{g}{c} = \frac{0,1 \div 0,2}{0,05} = 0,2 \cdot 10^2 \cdot 0,1 \approx 2$, так что $x \gg 1$ не нужно
поэтому там выше $g = 1/2$ номер строки и номера, "g" от $\frac{1}{5}$ до $\frac{1}{30}$ g

$$Q(x) = \int_0^\infty dk e^{-kx} F(k), \text{ так как } x \gg 1. \quad h(x) = -x, \quad \begin{matrix} h(x) \\ h'(x) = -1 \\ h = 0 \end{matrix}$$

$$Q(x) = \frac{1}{x} F(0) + Q(\frac{1}{x}), \quad F(0) = I_3(0)^2 - I_1(0) I_2(0) = -I_1(0) I_2(0)$$

$$I_1(0) = \int_0^1 \rho \rho \left(\frac{1-\rho^2}{1+\rho^2} \right) \left[2 \left(\frac{1-\rho^2}{1+\rho^2} \right)^2 - 1 \right], \quad I_2(0) = \int_0^1 \rho \rho \left(\frac{1-\rho^2}{1+\rho^2} \right)$$

$$Q(0) - Q(x) = \int_0^\infty dk (1 - e^{-kx}) F(k) < 0 \text{ y метод, что возможно}$$

где $F(k) < 0$.

Проблема $Q(x) = \frac{1}{x} (-1) I_1(0) I_2(0)$, где $I_1(0) < 0$ (!?),

то расхождение с методом.

$$W_{\delta \rightarrow 0} \frac{\partial^2 W_{\text{free}}}{\partial a^2} = \frac{2c}{g} \left[-(1-c^2) \frac{g}{c} x^2 + 2c^4 \left\{ Q(0) - Q(\frac{g}{c}) \right\} \right], \quad \delta = 2 \arctan(ac).$$

слова > 0

См. 18/II.

Date. 08.02.

SW

Решение. 1-й - Joseph - Schloman.

Вспомогательная к задаче. Вспомогательная функция $H_d^y(y)$

Два условия: (1) непрерывность в $y=0$, (2) нормировка $H_d^y(y)$ в $y=0$.

Уравнение 31/II: $H_d^y(x,y) = \frac{M_s}{L} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-w/2}^{w/2} dx' \int_{-l/2}^{l/2} dz dz' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \Big|_{y'=l/2}^{y'=-l/2}$

$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int_0^\infty dk e^{-k|\vec{r}-\vec{r}'|} J_0(k|\vec{r}-\vec{r}'|)$ воспользуемся $\int_{-l/2}^{l/2} dz dz'$

$H_d^y(x,y) = \frac{M_s}{L} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-w/2}^{w/2} dx' \int_{-l/2}^{l/2} dz dz' \int_0^\infty dk e^{-k|\vec{r}-\vec{r}'|} J_0(k|\vec{r}-\vec{r}'|) \Big|_{y'=l/2}^{y'=-l/2} =$
 $= \int_{-l/2}^{l/2} dz dz' e^{-k|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{2L}{k} f(kL) \Big|_{y'=l/2}^{y'=-l/2} = 2M_s \frac{\partial}{\partial y} \int_{-w/2}^{w/2} dx' \int_0^\infty dk \frac{f(kL)}{k} J_0(k|\vec{r}-\vec{r}'|) \Big|_{y'=l/2}^{y'=-l/2}$

$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$

Нужно найти $H_d^y(y)$ в $y=0$

y/l	0	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
$H_d^y(y)$	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075	-0,075

$\frac{dJ_0(x)}{dx} = -J_1(x)$, $\frac{\partial}{\partial y} |\vec{r}-\vec{r}'| = \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} = \frac{y-y'}{2\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} = \frac{(y-y')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$H_d^y(x,y) = 2M_s \int_{-w/2}^{w/2} dx' \int_0^\infty dk \frac{f(kL)}{k} (-1) J_1(k|\vec{r}-\vec{r}'|) k \frac{(y-y')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} =$
 $= (-2)M_s \int_{-w/2}^{w/2} dx' \int_0^\infty dk f(kL) J_1(k|\vec{r}-\vec{r}'|) \frac{(y-y')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \Big|_{y'=l/2}^{y'=-l/2}$

Вспомогательная функция, $\int_{-l/2}^{l/2} dz dz'$

Аналогично: $H_d^x(x,y)$ в $y=0$, $H_d^z(x,y)$ в $y=0$.

где $H_{yy}(\vec{r})$ равно $f(\vec{r})$ $H_{yy}(\vec{r}) = \frac{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}{(x-x')(z-z')}$

а.б.с - вычисляем и получаем $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$.

$a = \frac{w}{2}$, $b = \frac{l}{2}$, $c = \frac{L}{2}$, $p = \frac{L}{w}$, $u = \frac{l}{w}$, w - ширина жала, l - длина.

Date. . .

$$N_{yy}(\vec{r}): \text{crucial} \quad \langle N_{yy}(\vec{r}) \rangle_z = \frac{1}{L} \int_0^L dz N_{yy}(\vec{r})$$

volume row $x=0$ um $\int_{-w/2}^{w/2} dx (\dots)$

$$g(\vec{r}) = \frac{(\frac{w}{2} - y)}{(\frac{1}{2} - x)(\frac{p}{2} - z)} \sqrt{(\frac{w}{2} - x)^2 + (\frac{w}{2} - y)^2 + (\frac{p}{2} - z)^2}, \quad (x, y, z) \rightarrow \frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{p}$$

Because $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \quad \forall x$.

however $\operatorname{arctg} x = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, \quad x > 0$.

$N_y(x=0, y) = \text{constant}$, $\frac{y}{w}$ increases as 0 goes $\frac{p}{w} = u$.

No p-12 J.-Schl. '65 $p=0.035, u=1.75$

y/w	0	0.05	0.1	0.15	0.20	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.48
$\frac{1}{M_s} H_d^y(0, y)$	-0.679	-0.081	-0.087	-0.097	-0.113	-0.139	-0.180	-0.250	-0.388	-0.780	-1.762
$H_d^y(y) \geq$	536	534	530	521	508	487	454	397	285	-33	-831
$\frac{1}{M_s} \langle H_d^y \rangle_x$	-0.073	-0.074	-0.079	-0.087	-0.101	-0.123	-0.158	-0.219	-0.372	-0.726	1.702
$\langle H_d^y \rangle_x \geq$	541	540	536	529	518	501	452	422	319	14	-782

Знаемие $H_d^y(0, y)$ и $\langle H_d^y(x, y) \rangle_x$ незначително отклоняват от пареса 31/1. No MCAD Center отне време.

"Rigid" vortex model (упрощеност)

9/II Buzur b TOP-Travel u Japan. Embassy. Regakomp. c. c Kobocagom-AP

10/II Упрощение уравнений из статьи с Kobocagom.

$$\begin{aligned} \rightarrow J(s) &= \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2 \varphi \sqrt{1 - s^2 \sin^2 \varphi} = \left|_{m=0, n=2, z=1} \right. \left. \frac{r_p - p, c. 192}{\Delta = \sqrt{1 - s^2 \sin^2 \varphi}} \right| = \\ &= \frac{1}{3} \frac{1}{s^2} \left\{ \sin \varphi \cdot \frac{1}{\cos \varphi} \Delta^3 + [2s^2] \int_0^{2\pi} d\varphi \Delta - 1 \cdot (1 - s^2) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{\cos^2 \varphi} \Delta \right\} \Big|_0^{2\pi} = \\ &= \frac{2}{3} \int_0^{2\pi} d\varphi \Delta - \frac{1}{3s^2} (1 - s^2) \int_0^{2\pi} d\varphi \sqrt{1 - s^2 \sin^2 \varphi} = \text{T.g.} \end{aligned}$$

0.6, 0.194 goes other where.

$$\begin{aligned} J(s) &= 4 \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^2 \varphi \sqrt{1 - s^2 \sin^2 \varphi} = 4 \left[\frac{\Delta}{3} \sin \varphi \cos \varphi - \frac{1}{3} \frac{1 - s^2}{s^2} F(\varphi, \frac{1}{s}) + \frac{s^2 + 1}{3s^2} E(\varphi, s) \right] \\ &= -\frac{4}{3} \cdot \frac{1 - s^2}{s^2} K(s) + \frac{4}{3} \frac{1 + s^2}{s^2} E(s), \quad \text{где } K(s), E(s) - \text{полные функции.} \end{aligned}$$

Plan Memo

Rigid Vortex

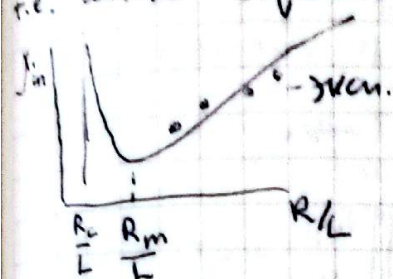
$$J(s) = \frac{4}{3} \frac{1}{s^2} [E(s) - K(s)] + \frac{4}{3} [E(s) + K(s)], \quad D(s) = \frac{1}{s^2} [K(s) - E(s)]$$

Note. $\forall m \rightarrow 0 \quad J(s) = \frac{4(s^2)}{3 s^2} \left[\frac{\pi}{4} + \pi \frac{2}{3} \frac{9}{64} s^2 + \dots \right] + \frac{4\pi}{32} \left[1 + \frac{1}{4} s^2 + \dots + 1 - \frac{1}{4} s^2 + \dots \right] =$

$$= -\frac{4}{3} \pi \left[1 + \frac{3}{32} s^2 \right] + \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 2 = \pi \left[1 - \frac{1}{8} s^2 \right] + O(s^4)$$

$$N_n(s) = -h \frac{s}{\pi} J(s) = -hs \left[1 - \frac{1}{8} s^2 + O(s^4) \right], \quad \text{or } K(s) \text{ и } E(s) \text{ agree for } s \rightarrow 0.$$

Равновесие в планарном "rigid" vortex model $y_{in} Han = M_s$,
 т.е. минимизируется $\frac{R}{L}$ и Han (как и Мерновский), и y_{in} .



минимум $y_{in} \sim \frac{R}{L}$, минимизируется $R \gg R_0$.

$$\frac{1}{M_s} Han(\beta, R) = 4\pi F_1(\beta) - \beta^2 \left(\frac{R_0}{L} \right)^2 - \text{минимизируется}$$

и R_m и $L = \text{const}$ и $4\pi \frac{\partial F_1(\beta)}{\partial \beta} = 2\beta \left(\frac{R_0}{L} \right)^2$.

Продолжение табл. 25 17/21 002. $L = 60 \text{ nm}$, $\beta_0 = \frac{b}{L} = 0.325$

$\beta = \frac{R}{L}$	1.05	0.83	0.63	0.46	0.40	0.35	0.30	0.28	0.25	0.22	0.20	0.18	0.16	0.14
Han	3.14	3.45	3.76	4.01	4.05	4.04	3.95	3.87	3.69	3.39	3.08	2.63	1.55	0.91

Согласно Азарони $\beta_n = \left(\frac{L}{R} \right)_n = 1.81$ где $hexagon \parallel \rightarrow \perp$ в изомер. и изм. фазе.

$\frac{R_{c2}}{L} = 0.552$. т.е. $\left(\frac{R}{L} \right) \geq 0.552$ итер. черен.

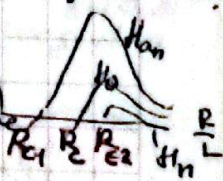
с гиротропной $R > b$ гиротропная структура, т.е. $\left(\frac{R}{L} \right) > \frac{b}{L} = 0.325$ где $L = 60 \text{ nm}$.

Дано: $L = 20 \text{ nm}$ $\beta_{c1} = \frac{L}{R_{c1}} = 2.37$ где $b \perp$ ось. H

$\left(\frac{R_{c1}}{L} = 0.422 \right)$

хотя $\frac{b}{L} = 0.734$

$R = b$ - насыщенная структура



В фазе с Мерновским $L = 15 \text{ nm}$ и $\frac{R}{L} = \frac{b}{L}$ был. раньше(?), тем $\frac{R}{L} = 0.552$.

Итого следует, чтобы было $\left(\frac{R}{L} \right) > 0.552$ и $\left(\frac{R}{L} \right) > \frac{b}{L}$.

Plan Memo

SW - rectan. dot

10/11

Date.

Вспомогат. к SW - rectan. dot or 2/11

Form a rectangular resonator mode $k_x = \frac{m\pi}{w} = 0$ - ee resonant mode no $q_y \parallel M_0$. Reson. frequency mode:

$$\left(\frac{\omega_{mn}}{\omega_M}\right)^2 = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d'x_{mn}^2 + H_{mn} + f(x_{mnL}) \frac{q_m^2}{x_{mn}^2} \right] \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d'x_{mn}^2 + H_{mn} + 1 - f(x_{mnL}) \right]$$

как частота из одной теории (пр. В. Гусслера) SW частота для rectangular dot (при $\frac{L}{w}, \frac{L}{l} \ll 1$) $k_x \rightarrow q_m = \frac{m\pi}{w}$, $x_{mn} = (\frac{m\pi}{w}, \frac{n\pi}{l})$.

(!) $\rightarrow \omega_H + \omega_M H_{mn}$ заменим на $\omega_{H_i} = \gamma H_i$, $H_i = H + H_d^y(x, y)$, а k_y ($k_y \rightarrow \frac{n\pi}{l} = q_n$) оставим непрерывным (индекс n - не нужен).

$$\frac{\omega_m^2(k_y)}{\omega_M^2} = \left[\frac{\omega_{H_i}}{\omega_M} + d'x_m^2 + f(x_{mL}) \frac{(k_x^m)^2}{x_m^2} \right] \left[\frac{\omega_{H_i}}{\omega_M} + d'x_m^2 + 1 - f(x_{mL}) \right]$$

где $x_m^2 = (\frac{m\pi}{w})^2 + k_y^2 = (k_x^m)^2 + k_y^2$. Эта ф-ла совпадает с ф. Канни-Сн. после $k_x^m \rightarrow k_x$, $x_m^2 \rightarrow k^2$ и если резонатор идеален тогда $\frac{L}{w} \ll 1, \frac{L}{l} \ll 1$ с заменой $\omega_H + \omega_M H_{mn} \rightarrow \omega = \gamma [H + H_d^y(x, y)]$.

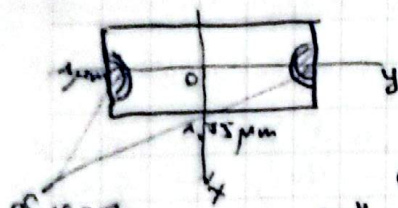
$m=0$ совбес. $\omega_0^{res} = 5,2 \text{ GHz} = 0,173 \cdot \omega_M$, $\omega_M = 30,1 \text{ GHz}$ где k_N .

Рассм. брэгговскую моду с $m=1$

Ей совбес. экстр. частота $\omega_1^{res} = 0,249 \cdot \omega_M$

$H_i^y(x, y)$ как функ. y

$\rightarrow$ т.е. H_i^y - min расположен а по x - вблизи $x=0$.

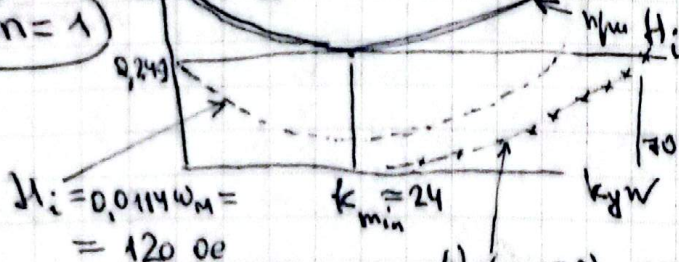


область min значения $H_i^y(x, y)$.

Именно там и предполагается локализация первой моды с $m=0$, только сдвинута

$m=1$

$\omega_1(k_y)$



$H_i = 0,0114 \omega_M = 120 \text{ oe}$

$\omega_M (=0) = 0,249$
минимум $k_0 = 70,3$

$\eta_{H_i} = 0,0625 \frac{\omega}{\gamma_M} = 630 \text{ oe}$

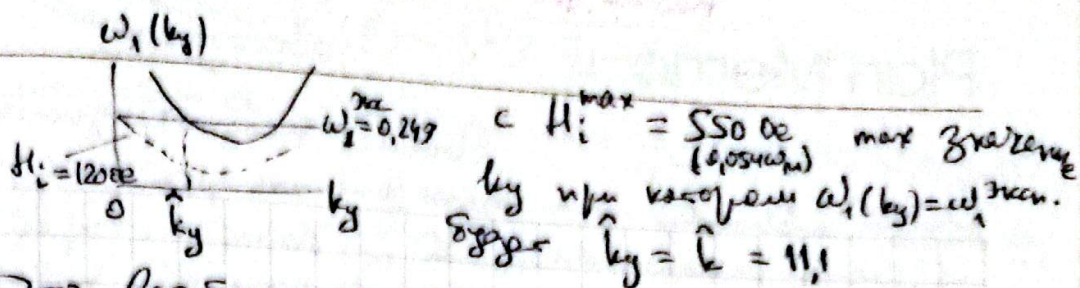
но такое большое H_i в зоне нет, даже при $y=0, x=0,5$ $H_i = 551 \text{ oe}$, т.е. все точки в зоне находятся в резонансе. условие.

$$\int dy k_y \approx \langle k_y \rangle \cdot \delta = \langle k_y w \rangle \frac{\delta}{l} \left(\frac{l}{w} \right) = \langle x_{cy} \rangle \frac{\delta}{l} \cdot u$$

область локализации моды

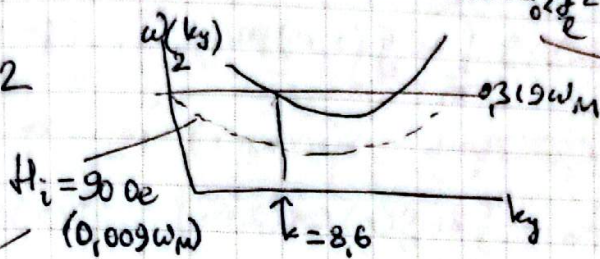
Plan Memo

One $m=1$



Единственная, что характеризует нашу функцию SW с $k < k$ то их значение возд. напряжения вращательное при $\omega_1(k_y=0, H_i) < \omega_1^{\min}$, т.е. при $H_i > 120$ де. Там же H_i const. $y = 0.44$
 $\int dy k_y \approx \frac{11+0}{2} \cdot 0.44 \cdot 2 \cdot \pi = 11 \cdot 0.44 \cdot 1.75 = 8.6 (!) \approx 3\pi$
 где ω_1 по $y = 0.44$ и $y = 0$

One $m=2$



$$\int dy k_y = \frac{1}{2} (8.6+0) \cdot 0.44 \cdot 2 \cdot 1.75 = 6.62 (!) \approx 2\pi$$

$\int dy k_y(\omega, H_i(y)) = n\pi$ при разном "m". Тогда найдем $k_y = f(\omega_{H_i})$
 а $\omega_{H_i}(y)$.

$$\omega_m^2 = \omega^2 = \left[\omega_{H_i}^2 + d'x_m^2 + f(x_m L) \frac{q_m^2}{x_m^2} \right] \left[\omega_{H_i}^2 + d'x_m^2 + 1 - f(x_m L) \right]$$

где $\omega_m = 1$, $x_m^2 = q_m^2 + k_y^2$.

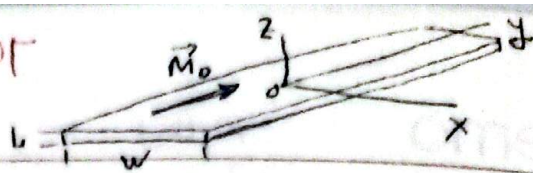
One при этом пока рассм. $m=0$ (см. 2/II).

$$\omega_0^2 = \left[\omega_{H_i}^2 + d'k_y^2 \right] \left[\omega_{H_i}^2 + d'k_y^2 + 1 - f(k_y L) \right] \rightarrow F(k_y, y) = 0$$

$$\int dy k_y[\omega, H_i(y)] = \int dH_i \frac{1}{(dH_i/dy)} k_y[\omega, H_i] = \int_{H_i^{\min}}^{H_i^{\max}} dH_i \frac{dy}{dH_i} k_y[\omega, H_i]$$

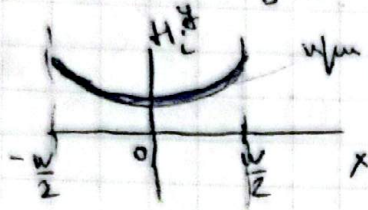
$\frac{dH_i}{dy}$ вращательное напряжение, но как определить ее в функции $f(H_i)$?

Plan Memo



Date. 14.02. Ресур. неопознанных SW-решений
Взнос инициатора гора - x, т.е. вершина и
уточнение параметров. CF. Горизонт с предельными wires.

Для wires ресурс. неопознанных $h_d(x)$ - mW максимум, но (без H_d^y там = 0)
тогда как для rectan. dot есть $H_d^y(x)$ может быть важна.
при $y=0$ - кубическая зависимость, но $H_d^y(x, \pm \frac{L}{2})$ заметно зависит от x .



Для wires уравнение на собствен. моменты (CF)
 $\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') m(x')$, где $m = m_z$, $g = g_{zz}$, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, $x < \frac{x}{w}$.

→ Конечно 22/111001. CF есть $\sin(n\pi x)$ (если $\frac{\partial m}{\partial n} = 0$) и

аналогически $\lambda_n = \int dx g(x) \cos(n\pi x)$, $g(x) = \frac{2}{p} \ln \frac{x^2}{x^2 + p^2}$.

$g(x-x') = g(x, x')$. Для $\lambda_n \rightarrow \omega(\lambda_n)$ очень хорошо описывается
экспонентой Ден. на wires с $p = 0.011$.

15/11 Для rectan. dot: $h_d^{\alpha}(\vec{r}) = \int d^2\vec{r}' g_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') m_{\beta}(\vec{r}')$, $\alpha, \beta = x, y, z$

Какие компоненты $\neq 0$ и $g_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}')$? $\hat{g}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{L} \int dz dz' G(\vec{r}, \vec{r}')$.

Конечно 22/111001. $g_{\alpha\beta} = 0$ если либо α , либо $\beta = z$.

$$\begin{cases} g_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\pi} \int d^2\vec{k} [1 - f(k_L)] e^{i\vec{k}(\vec{r} - \vec{r}')} \\ g_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\pi} \int d^2\vec{k} \frac{k_{\alpha} k_{\beta}}{k^2} f(k_L) e^{i\vec{k}(\vec{r} - \vec{r}')} \end{cases}, \quad \vec{r} = (x, y), \quad \alpha, \beta = x, y.$$

$$\begin{aligned} g_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') &= g_{zz}(\vec{r} - \vec{r}') = g_{zz}(x-x', y-y') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y g_{zz}(k_y, x-x') \cos k_y(y-y'), \\ \text{где } g_{zz}(k_y, x-x') &= \frac{y}{L} \left[K_0(k_y \sqrt{(x-x')^2 + L^2}) - K_0(k_y |x-x'|) \right] - E_2(10) \text{ PRB.} \end{aligned}$$

(Если здесь неопознано $k_y = 0$, то эквивалентно $\frac{1}{L} \int dy dy' (\dots) \in L \rightarrow \infty, \infty$
вероятно CF wires: $g_{zz}(x-x') = \frac{2}{L} \ln \frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + L^2}$)

У нас только в координатах. представление

$$\rightarrow g_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2}{L} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + (\vec{r} - \vec{r}')^2}} - \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right], \quad \vec{r} = (x, y).$$

Надо еще найти $g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')$ и $g_{yy}(\vec{r}, \vec{r}')$, тогда $g_{xy} = g_{yx}$, а g_{yy} еще и $g_{xx} = -g_{yy}$.

Plan Memo

$$h_d^y(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' g_{yx}(\vec{r}, \vec{r}') m_x(\vec{r}')$$

U3 задача 15/2 от 1. укажите, какие $g_{xx}(x, x') = \frac{1}{L} \int_0^L dy dy' g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')$,
 где x и x' — координаты точек SW и S'W.
 Предполагаем, что $\vec{m}_0(\vec{r}) \parallel oy, \Rightarrow \vec{m} = (m_x, 0, m_z)$.

$$h_d^x(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') m_x(\vec{r}'), \quad h_d^z(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' g_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') m_z(\vec{r}')$$

(т.е. m_x и m_z — функции только x и z соответственно, y — координата вдоль z -оси).

$$g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\vec{k} \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')} = -\frac{1}{4\pi} \int dk_x k_x^2 e^{ik_x(x-x')} \cdot \int dk_y \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} (1 - e^{-\sqrt{k_x^2 + k_y^2} L}) \right] e^{ik_y(y-y')}$$

Аналогично для g_{zz} (или g_{yy}): $\nabla^2 h_d^x = -4\pi \nabla \cdot \vec{m}$, $\lambda \nabla^2 \vec{m} = -4\pi \nabla \nabla \vec{m}$
 где $\vec{m} = (m_x, 0, m_z)$ и $m_{x,z} = f(x, y)$ только.

$$\nabla \cdot \vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial m_x}{\partial x}, \quad \nabla(\nabla \cdot \vec{m}) = \text{grad} \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} \right) = \vec{i} \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \vec{j} \frac{\partial^2 m_x}{\partial x \partial y}$$

тогда $h_d^x = \lambda_x m_x$, $h_d^z = \lambda_z m_z$ где λ — const.

$$\nabla^2 h_d^x = -4\pi \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{m}, \quad \nabla^2 h_d^z = -4\pi \frac{\partial}{\partial z} \text{div} \vec{m} = 0$$

$$\nabla^2 h_d^y = -4\pi \frac{\partial}{\partial y} \text{div} \vec{m} = 0 \quad \text{— } h_d^y \text{ не зависит от } y \text{ и } z.$$

$$\begin{cases} \lambda_x \nabla^2 m_x = -4\pi \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} & (1) \\ \lambda_y \nabla^2 m_y = -4\pi \frac{\partial^2 m_x}{\partial x \partial y} & (2) \rightarrow \lambda_y \nabla^2 m_x = -4\pi \frac{\partial^2 m_x}{\partial x \partial y} \text{ по условию } h_d^y \sim m_x \\ \lambda_z \nabla^2 m_z = 0 & (3) \end{cases}$$

Поскольку, что безразмерная зависимость λ от y — константа, можно считать λ константой, как в 15/III от 1. Тогда λ — константа, $\nabla^2 h_d^y(\vec{r}) = -4\pi \nabla \cdot \vec{m}(\vec{r})$ и т.д.

$$(1) \lambda_y \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = \lambda_x \frac{\partial^2 m_x}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_y \frac{\partial m_x}{\partial x} - \lambda_x \frac{\partial m_x}{\partial y} \right] = 0$$

$$\nabla^2 h_d^x(\vec{r}) = -4\pi \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{m}(\vec{r}) = -4\pi \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_z}{\partial z} \right], \quad \vec{m} \neq f(z) \text{ — не зависит от } z \text{ — } h_d^z \text{ от } f(z) \text{ — } f_0 \text{ — } z_0 \text{ — } z_1.$$

$$\nabla^2 h_d^x = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] h_d^x = -4\pi \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2}$$

$$\langle \dots \rangle_z = \frac{1}{L} \int_0^L dz \rightarrow \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \langle h_d^x \rangle_z + \frac{1}{L} \left(\frac{\partial h_d^x}{\partial z} \right) \Big|_0^L = -4\pi \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2}$$

$$\text{Предположим } \langle h_d^x \rangle_z = \lambda_x m_x \rightarrow \lambda_x \nabla_x^2 m_x + \frac{1}{L} \left(\frac{\partial h_d^x}{\partial z} \right) \Big|_0^L = -4\pi \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2}$$

Сравним с (1) ген. уравнением.

$$h_d^x(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' [G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') m_x(\vec{r}') + G_{xy}(\vec{r}, \vec{r}') m_y(\vec{r}') + G_{xz}(\vec{r}, \vec{r}') m_z(\vec{r}')] \quad \text{или по условию}$$

Plan Memo

Date. $\frac{\partial h_{xx}}{\partial z} = \int d^2 \vec{p}' dz' \left[\frac{\partial G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial z} m_x(\vec{p}') + \frac{\partial G_{xz}(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial z} m_z(\vec{p}') \right]$

$$\int_0^L dz' \frac{\partial}{\partial z} G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = - \int_0^L dz' \frac{\partial}{\partial z'} G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = - G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') \Big|_{z'=0}^{z'=L}$$

Вывод $\frac{\partial h_{xx}}{\partial z} \Big|_0^L = \int d^2 \vec{p}' m_x(\vec{p}') \left\{ [-G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')] \Big|_{z'=0}^{z'=L} \right\}_{z=0}^{z=L} =$

$$= - \int d^2 \vec{p}' m_x(\vec{p}') \left\{ G_{xx}(\vec{p}', z, L) - G_{xx}(\vec{p}', z, 0) \right\} \Big|_{z=0}^{z=L} =$$

$$= - \int d^2 \vec{p}' m_x(\vec{p}') \left\{ G_{xx}(L, L) - G_{xx}(0, L) - G_{xx}(L, 0) + G_{xx}(0, 0) \right\}$$

$G_{xx}(z, z') \sim e^{-k|z-z'|}$, поэтому $\{ \dots \} \sim (1 - e^{-kL}) \neq 0$.

Т.е. система не имеет нулевых. $\Phi(x)$ не ноль.

Вспомогательная $\int dk_y$ в интеграле $G_{xx}(\vec{p}, \vec{p}')$.

$$\int_0^\infty e^{-\beta \sqrt{\delta^2 + x^2}} \frac{\cos ax}{\sqrt{\delta^2 + x^2}} dx = K_0(\delta \sqrt{a^2 + \beta^2}) = I(\delta)$$

$$\frac{\partial I(\delta)}{\partial \delta} = \int dx \cos ax \left[e^{-\beta \sqrt{\delta^2 + x^2}} \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1 \cdot 2\delta}{(\delta^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{\delta^2 + x^2}} e^{-\beta \sqrt{\delta^2 + x^2}} (\beta) \frac{1 \cdot 2\delta}{2\sqrt{\delta^2 + x^2}} \right] =$$

$$= -\delta \int dx \cos ax \frac{e^{-\beta \sqrt{\delta^2 + x^2}}}{(\delta^2 + x^2)^{3/2}} - \beta \delta \int dx \cos ax \frac{e^{-\beta \sqrt{\delta^2 + x^2}}}{(\delta^2 + x^2)} \leftarrow \text{не берется.}$$

Коррелятор $G_{xx}(\vec{p}, \vec{p}') = \frac{1}{L} \int_0^L dz dz' G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{L} \int_0^L dz dz' (-1) \frac{\partial^2}{\partial x \partial x'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

$$\int_0^L dz dz' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int_0^L dz dz' \frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + (z-z')^2}} = \int_0^L dz \left[\text{Arsh} \frac{L-z}{\Delta} + \text{Arsh} \frac{z}{\Delta} \right] = \left(\text{см. 14/1001} \right) =$$

$$= 2 \int_0^L dz \text{Arsh} \frac{z}{\Delta} = 2 \left[L \text{Arsh} \frac{L}{\Delta} - \sqrt{L^2 + \Delta^2} + |\Delta| \right], \quad \Delta^2 = (\vec{p} - \vec{p}')^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$$

$G_{xx}(\vec{p}, \vec{p}') = \left(-\frac{2}{L} \right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial x'} \left[L \text{Arsh} \frac{L}{\Delta} - \sqrt{L^2 + \Delta^2} + |\Delta| \right], \quad \text{Arsh}(x) = \ln[x + \sqrt{x^2 + 1}]$

Аналог $d^2 \vec{k} = dk_x dk_y = k dk du$ ($u = \varphi_k$) (см. 3/1001).

и соответствующее интегральное $G_{xx}(\vec{p}, \vec{p}')$ как $\int_0^\infty dk (\dots)$ в $\int d^2 \vec{k} (\dots)$:

$$G_{xx}(\vec{p}, \vec{p}') = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} du \cos^2 u \left[\frac{1}{L} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{L-a} \right) - \frac{1}{a^2} \right], \quad a = i[(x-x') \cos u + (y-y') \sin u]$$

и $\frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \frac{du}{a^2} = \delta(\vec{p} - \vec{p}')$. $a = i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot \frac{\vec{k}}{k} = i \vec{\Delta} \cdot \frac{\vec{k}}{k}$.

Plan Memo

Vortex stability (conformal mode)

Date: 18.02.

(Wpogromme pascera c Metrolin or S/P.)

Normana Enpment calus. Buspra $W(c,a)$

Vortex refers coordinates w/m $\frac{\partial^2 W(c,a)}{\partial a^2} \Big|_{a=0} = 0$, zero w/m

R-L monoch R_c(L)

$$Q(x) = \frac{\partial^2 G(x, \delta)}{\partial \delta^2} \Big|_{\delta \rightarrow 0} = \int_0^\infty dk e^{-kx} [I_3(k)^2 - I_1(k)I_2(k)]$$

$$\frac{\partial^2 W_m^{face}}{\partial a^2} = \frac{2c}{g} \left[-(1-c^2) \frac{g}{c} \lambda^2 + 2c^4 \left\{ Q(0) - Q\left(\frac{g}{c}\right) \right\} \right], \quad c = \frac{R_0(a=0)}{R}$$

relative core radius at $a=0$, $a = \frac{g}{c}$ - shift

$$\frac{\partial^2 W_m^{side}}{\partial a^2} \Big|_{a=0} = 4 I_1(g), \quad I_1(g) = \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kg) J_1^2(k) \rightarrow \frac{N_x(g)}{4\pi}$$

Even volume charges w/m sphere (W_{ex} or a'' no value), $\lambda^2 = \frac{R_0^2}{4\pi R^2}$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial a^2} \Big|_{a=0} = \frac{\partial^2 W_m^{face}(c,a)}{\partial a^2} \Big|_{a=0} + \frac{\partial^2 W_m^{side}}{\partial a^2} \Big|_{a=0}$$

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial a^2} \right)_{a=0} = \frac{2c}{g} \left[-(1-c^2) \frac{g}{c} \lambda^2 + 2c^4 \left\{ Q(0) - Q\left(\frac{g}{c}\right) \right\} \right] + 4 I_1(g)$$

$$\text{If } \lambda^2 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2, \quad c = \frac{b}{R}, \quad g = \frac{L}{R} \equiv \beta, \quad R_0 \equiv L_E \text{ - even. gamma}$$

$$\beta = \frac{b}{L} = F(L/R_0) \text{ rebo - no pascera } 26/\text{E } 002. \quad \left(c = \frac{b}{R} = \frac{b}{L} g = \frac{1}{3} g, \quad \frac{L}{R_0} = l \right)$$

- good w/m $L = \text{const}$

$$\begin{aligned} (*) W_a''(\frac{1}{3}, g, l) &= 2 \frac{1}{3} \left[-(1 - \frac{1}{9} g^2) \frac{1}{3} \frac{1}{4\pi} \frac{g^2}{l^2} + 2 \frac{1}{9} g^4 \left\{ Q(0) - Q\left(\frac{1}{3}\right) \right\} \right] + 4 I_1(g) = \\ &= 2 \frac{1}{3} g^2 \left[-\frac{1}{4\pi} \frac{(1 - \frac{1}{9} g^2)}{3 l^2} + 2 \frac{1}{9} g^2 \left\{ Q(0) - Q\left(\frac{1}{3}\right) \right\} \right] + 4 I_1(g) \end{aligned}$$

Normana $L = \text{const}$, r.f. $l = \frac{L}{R_0} = \text{const}$, w/m $\beta = \frac{b}{L} = \text{const}$, r.e.

W_a'' eyes pascera rebo $g = \frac{L}{R}$ w/m $R/L = \frac{R}{R_0} \frac{1}{l}$ - se pascera pascera $\frac{R}{R_0}$

w/m $L = \text{const} = L_1$ normana eyes normana $R_c(L_1)$ w/m $W_a''\left(\frac{R}{R_0}\right) = 0$

For even normana Taor. or 26/E 002, rebo no L normana $\beta = \frac{b}{L}$

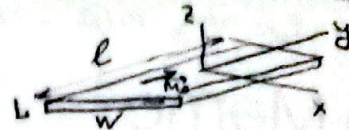
$$W''(g) = W''\left(\frac{b}{R/R_0}\right) = W''\left(R/R_0\right). \quad (*) \text{ w/m pascera } W_a''\left(\frac{R}{R_0}\right) = 0$$

$$R_0 = 18 \text{ nm}$$

→ Boibog: Conf. mode re

1/1" > 0 que pascera $R \propto L$. Yba!

Plan Memo



KIS Conf. no Low dimensional systems

Date. 19.02. Rectangular dot - SW - bug PT u CP

15/II Sono sempre cooperano. ipotesi che $g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}')$.

→ Osservazione nota: osservazioni migliori ($m=0$) no impure
già w 110x. Targa molto usata no x:

$$g_{xx}(y, y') = \frac{1}{w} \int dx dx' g_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{w} \frac{(-2)}{L} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx' \frac{\partial^2}{\partial x \partial x'} F(x, x') =$$

$$= -\frac{2}{wL} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx \frac{\partial}{\partial x} \left[F(x, \frac{w}{2}) - F(x, -\frac{w}{2}) \right] = -\frac{2}{wL} \left[F(\frac{w}{2}, \frac{w}{2}) - F(-\frac{w}{2}, \frac{w}{2}) - F(\frac{w}{2}, -\frac{w}{2}) + F(-\frac{w}{2}, -\frac{w}{2}) \right]$$

$$= |F(x, x') = F(1-x, x')| = -\frac{4}{wL} \left[F(\frac{w}{2}, \frac{w}{2}) - F(\frac{w}{2}, -\frac{w}{2}) \right] = -\frac{4}{wL} [F(0) - F(w)]$$

$$\rightarrow g_{xx}(y, y') = -\frac{4}{wL} \left[L \operatorname{Arsh} \frac{L}{|y-y'|} - \sqrt{L^2 + (y-y')^2} + |y-y'| - L \operatorname{Arsh} \frac{L}{\sqrt{w^2 + (y-y')^2}} + \sqrt{L^2 + w^2 + (y-y')^2} - \sqrt{w^2 + (y-y')^2} \right]$$

Analizziamo $\rightarrow g_{zz}(y, y') = \frac{1}{w} \int dx dx' g_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{wL} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} dx dx' \left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{|\Delta|} \right] =$

$$= |\Delta = |\vec{r} - \vec{r}'|| = \frac{4}{Lw} \left[w \operatorname{Arsh} \frac{w}{\sqrt{L^2 + (y-y')^2}} - w \operatorname{Arsh} \frac{w}{|y-y'|} + \sqrt{L^2 + (y-y')^2} - |y-y'| + \sqrt{w^2 + (y-y')^2} - \sqrt{L^2 + w^2 + (y-y')^2} \right],$$

però non 15/II. per $L \rightarrow w$, t.k. $0x$ u $0y$ a seconda natura.

→ Basato sulle $g_{xx}(y, y') = F_x(|y-y'|)$, $g_{zz}(y, y') = F_z(|y-y'|)$

$$L \left(\operatorname{Arsh} \frac{L}{\sqrt{w^2 + (y-y')^2}} - \operatorname{Arsh} \frac{L}{|y-y'|} \right) = L \left(\ln \left[\frac{L}{\sqrt{w^2 + y^2}} + \sqrt{\frac{L^2}{w^2 + y^2} + 1} \right] - \ln \left[\frac{L}{|y|} + \sqrt{\frac{L^2}{y^2} + 1} \right] \right) = L \left(\ln \left[\frac{L + \sqrt{L^2 + w^2 + y^2}}{\sqrt{w^2 + y^2}} \right] - \ln \left[\frac{L + \sqrt{L^2 + y^2}}{|y|} \right] \right) =$$

$$= L \ln \frac{|y|}{\sqrt{w^2 + y^2}} + L \ln \left[\dots \right] = L \ln(\cdot) + L \ln \left[\frac{L + \sqrt{L^2 + w^2 + y^2}}{L + \sqrt{L^2 + y^2}} \cdot \frac{|y|}{\sqrt{w^2 + y^2}} \right] =$$

però non 15/II. Vede $\operatorname{Arsh} \frac{L}{|y-y'|}$ - per quanto riguarda.

$$\operatorname{Arsh} \frac{L}{\sqrt{w^2 + (y-y')^2}} = \ln \left[\frac{1 + \sqrt{w^2 + y^2}}{\sqrt{w^2 + y^2}} \right] = \frac{L}{\sqrt{w^2 + y^2}} + O\left(\frac{L^2}{w^2}\right) \text{ per } \frac{L}{w} \ll 1.$$

Plan Memo

$$\sqrt{L^2 + A^2} - A = A \sqrt{1 + \frac{L^2}{A^2}} - A = A \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L^2}{A^2}\right) - A = \frac{1}{2} \frac{L^2}{A}$$

$$g_{xx}(y, y') \underset{p \rightarrow 0}{\approx} -\frac{4}{wL} \left[L \operatorname{Arsh} \frac{L}{|y-y'|} - \sqrt{L^2 + (y-y')^2} + |y-y'| - L \frac{L}{\sqrt{w^2 + (y-y')^2}} + \frac{1}{2} \frac{L^2}{\sqrt{w^2 + (y-y')^2}} \right] =$$

$$= \frac{4}{wL} \left[\sqrt{L^2 + (y-y')^2} - |y-y'| - L \operatorname{Arsh} \frac{L}{|y-y'|} + \frac{1}{2} \frac{L^2}{\sqrt{w^2 + (y-y')^2}} \right] + O\left(\frac{L^2}{w^2}\right)$$

$$g_{zz}(y, y') \underset{p \rightarrow 0}{\approx} \frac{4}{wL} \left[w \ln \frac{|y-y'|}{\sqrt{L^2 + (y-y')^2}} + \frac{w}{2} \frac{L^2}{(w + \sqrt{w^2 + (y-y')^2}) \sqrt{w^2 + (y-y')^2}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{L^2 + (y-y')^2} - |y-y'| - \frac{1}{2} \frac{L^2}{\sqrt{w^2 + (y-y')^2}} \right] =$$

$$= \frac{4}{wL} \left[w \ln \frac{|y-y'|}{\sqrt{L^2 + (y-y')^2}} + \sqrt{L^2 + (y-y')^2} - |y-y'| - \frac{1}{2} \frac{L^2}{w + \sqrt{w^2 + (y-y')^2}} \right] + O\left(\frac{L^2}{w^2}\right)$$

→ Вывод: две основные моды ($m=0, k_x=0$) нескрещиваются, так $g_{xx}(y, y')$ и

$g_{zz}(y, y')$ совершенно разные (разные даже при $L/w \rightarrow 0$). Т.е.

каждому соответствует разное φ $m_0(y)$ и $m_2(y)$ с разн. локализацией по "y".

→ Отметим, что g_{xx}, g_{zz} — непрерывные к $\vec{M}_0$ и $\vec{y}$ компоненты ФР для осн. моды ($k_x=0$) зависят лишь от y, y' — продольных координат.

→ Ясно, что из-за $g_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') = \langle g_{yy} \rangle_x \neq 0$ $\operatorname{Sp}(g_{yy}) = -4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')$ или $\operatorname{Sp}(g_{xx}(y, y')) = -4\pi\delta(y-y')$ генер. ФР и СЗ от $g_{xx}(y, y')$ и $g_{zz}(y, y')$ независимы.

Plan Memo

SW & vortex state (disk)

Нерпыго сусенны тасарон нелесамни (cylindrical dot) of vortex in cylindrical dot a cgsen eng 11/1200. 11
 Date. 21.02. A uenno, que L=25 nm, R=250 nm брммо $(\frac{\omega_0}{2\pi}) = 0,5 \text{ GHz}$

$S_0 = \frac{1}{2a} h$, $W(s) = W(0) + as^2 - hs$, $W(s) = as^2 - hs$ (rigid v. model) $W(s) = \frac{1}{2} \zeta s^2 - hs$, $S_0 = \frac{h}{\zeta} = \frac{M_s H}{\zeta}$

$\frac{1}{V} W(s) = \frac{1}{2} (\frac{M_s^2}{R^2}) s^2 - HM_s \frac{s}{R}$, $S_0 = \frac{1}{2a} \frac{H}{M_s}$, $S_0 = \frac{R}{2aM_s^2} (M_s H)$ (*)
 $\zeta' = \frac{1}{2} M_s^2 \frac{1}{R^2}$, $\frac{1}{V} W(s) = \frac{1}{2} \zeta' s^2 - \frac{HM_s}{R} s$, $S_0 = \frac{(HM_s)}{R \zeta'}$ (**)

Грабмбаре (x) u (xx) нелгтун: $\frac{R}{2aM_s^2} = \frac{1}{R \zeta'}$, $\zeta' = \frac{2aM_s^2}{R^2}$

Ум $\frac{R}{V} W(s) = \frac{1}{2} (\zeta' R) s^2 - HM_s s$, $\pi \equiv \zeta' R = \frac{2aM_s^2}{R}$

Сорасно монораму гур. - меккоб:

$m_w \ddot{x} + \pi x = 0$, $\omega_0^2 = \frac{\pi}{m_w}$, $(\frac{1}{m_w} \approx \gamma^2 b)$, $[m_w] = \frac{2}{\text{cm}^2}$

где m_w u π - расорамни на ег. монораму DC.

У нелгтун сарб. нелгтун. $\frac{R}{V} W(s) = \frac{1}{2} \pi s^2$, $[s] = \text{cm}$.

Т.е. 11/1200. а нелгтун нелгтуну на нелгтуну "DC" - брммо $\frac{V}{R} = \pi R L = \frac{1}{2}$

Это гаво $\omega_0 = \sqrt{\frac{\pi}{m_w}} = \sqrt{\gamma^2 b \cdot \frac{2aM_s^2}{R}} = \gamma M_s \sqrt{2a \frac{b}{R}}$

$f_0 = (\frac{\omega_0}{2\pi}) \approx (\frac{\gamma}{2\pi}) M_s \sqrt{2a \frac{b}{R}} \approx 0,53 \text{ GHz}$

→ Это сусенна гавммо u ас нелгтуну $S_{ef} = \frac{V}{R}$ u ас тоо, тоо сарб. b - рогур нелгтуну (а тога нелгтуну b = рогур "core").

В Jan. 2001 В.Новосад нелгтуну $(\omega_0/2\pi) = 2,2 \text{ GHz}$ где $L=100 \text{ nm}$, $R=0,5 \mu\text{m}$ ($\gamma=1/R = \frac{100}{500} = 0,2$)

$\gamma = \frac{1}{R} = 0,2$ (16/1200.)

Оуемму ω_0 где этоо ер. by Новосад $(\frac{L}{R_0} = \frac{100}{18} = 5,5$, $\frac{b}{R} = \gamma \frac{b}{L} = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$)
 $f_0 = (\frac{\omega_0}{2\pi}) \approx 3 \frac{\text{GHz}}{\text{ke}} \cdot 0,8 \text{ ke} \sqrt{\frac{0,06}{0,79}} \approx 0,67 \text{ GHz} \approx 0,7 \text{ GHz}$

тога нелгтун ер. $f_0 \approx 2,2 \text{ GHz}$.

Т.е. нелгтун $S_{ef} = \frac{V}{R}$, нелгтун $b \sim$ рогур "core" - нелгтун (нелгтун сарб m_w).
 Если сарб рогур нелгтуну $b \approx R$, то $f_0 = (\frac{\omega_0}{2\pi}) = \gamma M_s \frac{1}{2\pi} \sqrt{2a \frac{b}{R}} \approx 3 \frac{\text{GHz}}{\text{ke}} \cdot 0,8 \text{ ke} \sqrt{\frac{1}{0,79}} \approx 2,7 \text{ GHz} (!)$

Plan Memo

б. Уравнение энергии $\omega_B = \frac{x_B}{G}$, $G = \frac{1}{\gamma} 2\pi M_s L$
 $\omega_B = \frac{\gamma x_B}{2\pi M_s L} = \frac{\gamma}{2\pi} M_s \left(\frac{x_B}{M_s^2 L} \right)$, где $W(x) = \frac{1}{2} x_B x^2$, $[x_B] = \text{erg/cm}^2$
 Внутренняя энергия $\frac{1}{V} \Delta W(s) = \frac{1}{2} \xi'^2 s^2$, $\Delta W(s) = \frac{1}{2} (\xi' V_s) s^2$, $s = x -$

т.е. $x_B = \xi' V_s = \frac{2\alpha M_s^2}{R^2} \cdot \pi R^2 L = 2\alpha M_s^2 \cdot \pi L$

$$\omega_B = (\gamma M_s) \frac{x_B}{2\pi M_s^2 L} = (\gamma M_s) \frac{2\alpha M_s^2 \pi L}{2\pi M_s^2 L} = (\gamma M_s) \cdot \alpha, \quad \omega_B = \gamma M_s \cdot \alpha(\beta, R)$$

$\omega_B \sim \alpha$, а не как β или $\sqrt{\alpha}$, т.к. завис. из ур. Л.-Н. -
 нелинейная $\frac{\partial \vec{M}}{\partial t}$, а не $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ как в уравн. осциллятора.

$$f_0^B = \left(\frac{\omega_B}{2\pi} \right) = \left(\frac{\gamma}{2\pi} \right) M_s \alpha(\beta, R) \quad \text{и} \quad f_0^B = 3 \frac{\text{GHz}}{10^2} \cdot 0.8 \cdot 10^2 \frac{1}{(0.79 \cdot 2)} \approx 1.52 \text{ GHz}$$

на резонансе f_{res} , тем из резонанса $\propto m_w$.

$$\chi(0) = \frac{1}{2\alpha(\beta, R)} \quad \sim \quad \omega_B = \gamma M_s \alpha = \frac{\gamma M_s}{2\chi(0)} \quad - \text{см. (14/VI) 20012.}$$

initial susceptibility of cylindrical dot.

Plan Memo

Можно использовать формулу (как в примере. можно)

22/II Date. 22. 02. Проверка §6 и §7 Косинусов file.

1) Конформная карта (сфера Вульффа "Core"):

$$E_{ex}^S = -2i \oint_{|f(z)|=1} \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f(z)}{\partial z} dz, \quad w(z, \bar{z}) = \begin{cases} f(z), & |f(z)| < 1 \\ \frac{f(z)}{|f(z)|}, & |f(z)| > 1 \end{cases}$$

Верхняя Голуба (незамкнутая) или $f(z) = i \frac{z}{c}$, $\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{i}{c}$

$$E_{ex}^S = -2i \oint_{|z|=c} \frac{c}{iz} \frac{i}{c} dz = -2i \oint_{|z|=c} \frac{dz}{z} = -2i \cdot 2\pi i \operatorname{Res}_{z=0} \frac{1}{z} = 4\pi$$

2) Нижняя часть (вне "core"), $w(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|} = \sqrt{\frac{f(z)}{\bar{f}(\bar{z})}} = \sqrt{\frac{f(z)}{\bar{f}(\bar{z})}}$

$f(z)$ - аналитическая, $\Rightarrow \bar{f}(\bar{z}) = \overline{f(z)}$ или как у Косуса $\bar{f}(\bar{z})$.

Норм. обн. зн. $e^M = 2 \left[\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right]$ - вспомогат. формула

$\rightarrow u^M(z, \bar{z}) = \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f}{\partial z} \ln [f(z) \bar{f}(\bar{z})]$, должно $\frac{\partial u^M}{\partial \bar{z}} = e^M(z, \bar{z})$

$$\frac{\partial u^M}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial z} \frac{1}{f(z) \bar{f}(\bar{z})} f(z) \frac{\partial \bar{f}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{f(z) \bar{f}(\bar{z})} \frac{\partial f(z)}{\partial z} \frac{\partial \bar{f}(\bar{z})}{\partial \bar{z}}$$

$$\frac{1}{2} e^M = \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{1}{2\sqrt{f}} \frac{\partial f}{\partial z} \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{1}{2\sqrt{f}} \frac{\partial \bar{f}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + \sqrt{f} \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{1}{(\bar{f}(\bar{z}))^{3/2}} \frac{\partial \bar{f}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} \sqrt{f} \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{1}{(f)^{3/2}} \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$= \frac{1}{4} \frac{1}{f \bar{f}} \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial \bar{f}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{4} \frac{1}{f \bar{f}} \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \frac{1}{f(z) \bar{f}(\bar{z})} \frac{\partial f(z)}{\partial z} \frac{\partial \bar{f}(\bar{z})}{\partial \bar{z}}$$

таким образом $\frac{\partial u^M}{\partial \bar{z}} = e^M$ $\hookrightarrow u^M(z, \bar{z}) = \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f(z)}{\partial z} \ln [f(z) \bar{f}(\bar{z})]$.

Т. на Римана - Грина:

$$\frac{i}{2} \oint_{\partial D} u(z, \bar{z}) dz = \iint_D \frac{\partial u(z, \bar{z})}{\partial \bar{z}} dx dy$$

- обратная т.м. Грина $\oint_S ds \operatorname{rot} \vec{A} = \oint_{\partial S} \vec{A} \cdot d\vec{\ell}$.

Две мерона контур ∂D



это граница core $|z|=c$ + граница $|z|=1$.

$$E_M = \iint_D \frac{\partial u(z, \bar{z})}{\partial \bar{z}} dx dy = \frac{i}{2} \int_{|z|=1} \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f(z)}{\partial z} \ln [f(z) \bar{f}(\bar{z})] dz$$

Сам верхняя Голуба, то $f(z) = i \frac{z}{c}$ и на контуре интегрирования $|z|=1$, т.е. $|f(z)|^2 = f \bar{f} = \frac{|z|^2}{c^2} = \frac{1}{c^2}$ и $E^M = \frac{i}{2} \ln \frac{1}{c^2} \oint_{|z|=1} \frac{dz}{z} = \frac{i}{2} (-2\pi i) 2\pi i = 2\pi^2$

$\rightarrow$ Eq. (25) - (32) у Косуса верные. Проверка E_{ex} неконформная.

верно. 30 June

Plan Memo

New - conformal mode (quadratic)

$$f(z) = \frac{1}{c} \left[iz + \frac{1}{2} (a - \bar{a} z^2) \right] = \frac{i}{c} \left[z + \frac{1}{2i} (a - \bar{a} z^2) \right], \text{ т.е.}$$

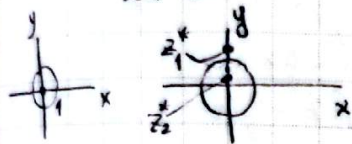
$$(\vec{m}, \vec{n})_S = 0$$

Conformal mapping $z \rightarrow z' = z + \frac{1}{2i} (a - \bar{a} z^2)$.
 mapping that 2D - conformal mapping $z \rightarrow z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$.
 A 2D mapping, two dim. mapping vortex a camera $2\pi/\delta t$ ω_2 .

mapping $z' = O(z)$ если $S_d = S'_d$, т.е. преобразование $z' = O(z)$ является self-to-self, сохраняя область существования фигур. $z \in \text{half-plane}$.

А где $z'(a) = 0$? Пусть a - вещ., то $az^2 - 2iz - a = 0$

$$z_{1,2}^* = \frac{1}{2a} \left[2i \pm \sqrt{4(-1) - 4a(-a)} \right] = \frac{1}{a} \left[i \pm \sqrt{a^2 - 1} \right] = \frac{i}{a} \left[1 \pm \sqrt{1 - a^2} \right]$$



т.к. $|z'| \leq 1$, то оставили оба корня при $0 \leq a \leq 1$.

и это - энергия гва центра вихря $\omega_2 = 1$.

Век. $(\vec{m}, \vec{n}) = 0$? $\text{Re } f(z) = \text{Re} \left[i(x+iy) + \frac{a}{2} - \frac{a}{2} (x^2 - y^2 + 2ixy) \right] =$

$$= \frac{a}{2} - \frac{a}{2} (x^2 - y^2) - y, \quad \text{Im } f(z) = -axy + x$$

$$(\vec{m}, \vec{n})_{S_{\text{бок.}}} = m_x n_x + m_y n_y \sim \left[\frac{a}{2} - \frac{a}{2} (x^2 - y^2) - y \right] x + [-axy + x] y =$$

$$= \frac{a}{2} x - \frac{a}{2} (x^2 - y^2) x - axy^2 = \frac{a}{2} x \left[1 - (x^2 - y^2) - 2y^2 \right] = \frac{a}{2} x \left[1 - x^2 - y^2 \right] = 0$$

то это mapping? $z' = z \left[1 + a \frac{1}{2i} \left(\frac{1}{z} - z \right) \right] = z e^{i\varphi} \left[1 + \frac{a}{2i} (e^{-i\varphi} - e^{i\varphi}) \right]$,
 при $\varphi = 1$ $z' = e^{i\varphi} [1 - a \sin \varphi] - ?$

Рассмотрим этот mapping можно использовать. Тогда

$$\frac{\partial f(z)}{\partial z} = \frac{1}{c} [i - \bar{a} z] \quad \text{и} \quad E_{ex}^S = -2i \oint_{|f(z)|=1} \frac{c}{iz + \frac{a}{2}(1-z^2)} \frac{1}{c} (i - \bar{a} z) dz =$$

$$= -2i \oint_{|f(z)|=1} \frac{i - \bar{a} z}{iz + \frac{a}{2}(1-z^2)} dz$$

контур $|f(z)| = 1$ может захватывать z_1, z_2 ,
 только один из корней $-z_1$ или z_2 или не охв.

$$|f(z)|^2 = c^2 (\text{Re } f)^2 + c^2 (\text{Im } f)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} (x^2 - y^2)^2 + y^2 - \frac{1}{2} a^2 (x^2 - y^2) - ay + ay(x^2 - y^2) +$$

$$+ a^2 x^2 y^2 + x^2 - 2ax^2 y = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} [x^2 + y^2]^2 - \frac{1}{2} a^2 (x^2 - y^2) + x^2 + y^2 - ay [1 + x^2 y^2] = c^2$$

$$\text{при } y=0 \text{ (или } x) \quad \text{Im } f(z) = 0 \quad \text{и} \quad |f(z)| = \text{Re } f(z) = \frac{1}{c} \left[\frac{a}{2} - y + \frac{a}{2} y^2 \right] = 1$$

$$\frac{a}{2} y^2 - y + \frac{a}{2} - c = 0, \quad y_{1,2} = \frac{1}{a} \left[1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{a}{2} \left(\frac{a}{2} - c \right)} \right] = \frac{1}{a} \left[1 \pm \sqrt{1 - a^2 \left(1 - \frac{2c}{a} \right)} \right]$$

Plan Memo

Normal ∇ mapping shifted vertex

$$E_{ex} = E^S + E^M = 4\pi - 2\pi \ln c + 2\pi \ln \left(\frac{1+\sqrt{1-a^2}}{2} \right) =$$

$$= 2\pi \left[2 - \ln c - \ln \frac{2}{1+\sqrt{1-a^2}} \right] \quad \text{no con.}$$

where $\pi \approx 3.14159$ is Catalan's constant.

$$\int_0^{\pi} d\varphi \cos \varphi \frac{\ln(1-a \sin \varphi)}{1-a \sin \varphi} = \left| \begin{matrix} \sin \varphi = x \\ d\varphi \cos \varphi = dx \end{matrix} \right| = \left| \begin{matrix} 1-a \sin \varphi = u \\ du = (-a) \cos \varphi d\varphi \end{matrix} \right| =$$

$$= -\frac{1}{a} \int \frac{du}{u} \ln u = -\frac{1}{a} \int d(\ln u) \ln u = -\frac{1}{a} \frac{1}{2} (\ln u)^2 \Big|_1^1 = 0$$

no worry because E_{ex} values as "a" when comp. n. $z' \rightarrow z + \frac{1}{2i}(a - \bar{a}z^2)$?
 Region $S_d \neq S'_d$ when same conf. mapping?

Ques $W(z) = z' = z + \frac{1}{2i}(a - \bar{a}z^2)$ bi-univ. $(\vec{m} \cdot \vec{n})_{S_{con}} = 0$,
 a bi-un. in $(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n})_S = 0$? no need self-to-self mapping

$$(\vec{m}_x \cdot \vec{n})_S, \quad \frac{\partial m_y}{\partial n} = (\nabla m_y, \vec{n})_S, \quad \text{Bue "core" } m_x + i m_y = W(z, \bar{z}),$$

$$a \quad W(z, \bar{z}) = \frac{f(z)}{|f(z)|} = \frac{z}{|z|} \quad \text{wobei } z \rightarrow z' = z + \frac{1}{2i}(a - \bar{a}z^2) \quad (a \text{ - bi-un.})$$

$$m_x = \text{Re } W = \frac{1}{|f(z)|} \text{Re } f(z), \quad m_y = \text{Im } W = \frac{1}{|f(z)|} \text{Im } f(z), \quad f(z) = \frac{1}{2} \left[iz + \frac{a}{2}(1-z^2) \right]$$

$$m_x = \cos \varphi, \quad m_y = \sin \varphi \quad \text{u } W(z, \bar{z}) = e^{i\varphi}, \quad \tan \varphi = \frac{m_y}{m_x} = \frac{x(1-ay)}{\frac{a}{2} - \frac{a}{2}(x^2+y^2) - y}$$

$$(\vec{m}_x \cdot \vec{n})_S = \frac{\partial m_x}{\partial x} \cdot x + \frac{\partial m_x}{\partial y} \cdot y = -\sin \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x} x - \sin \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y} y =$$

$$= -\sin \varphi \left[x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] = -\sin \varphi (\nabla \varphi, \vec{n})_S, \quad (\nabla m_y, \vec{n})_S = \cos \varphi (\nabla \varphi, \vec{n})_S$$

$$\varphi(x, y) = \arctg \frac{2x(1-ay)}{a - a(x^2+y^2) - 2y} = \arctg F(x, y), \quad F(x, y) = \frac{F_1(x, y)}{F_2(x, y)}$$

$$(\nabla \varphi, \vec{n})_S = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot y = \frac{1}{1+F^2} \frac{\partial F}{\partial x} x + \frac{1}{1+F^2} \frac{\partial F}{\partial y} y = \frac{1}{1+F^2} \cdot$$

$$\left[\frac{\partial F}{\partial x} x + \frac{\partial F}{\partial y} y \right] = \frac{\frac{\partial F_1}{\partial x} F_2 - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial x}}{F_2^2} \cdot x + \frac{\frac{\partial F_1}{\partial y} F_2 - F_1 \frac{\partial F_2}{\partial y}}{F_2^2} \cdot y =$$

$$= \frac{1}{F_2^2} \left[2(1-ay)(a - a(x^2+y^2) - 2y)x - 2x^2(1-ay)(-2ax) + (-2ax)(a - a(x^2+y^2) - 2y)y - \right.$$

$$\left. - 2x(1-ay)(2ay - 2y) \right] = |x^2+y^2=1| = \frac{1}{F_2^2} 2x \left[(1-ay)(a - a(x^2+y^2) - 2y) + \right.$$

$$\left. + 2ax^2(1-ay) - ay(a - a(x^2+y^2) - 2y) + 2y(1-ay)^2 \right] = \frac{2x}{F_2^2} \left[2(1-ay)(a-y) - \right.$$

$$\left. 1 - 1 = -2y(1-ay) \right]$$

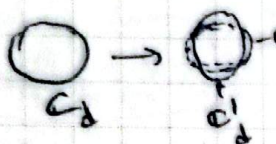
Plan Memo

$$-ay(-2y)(1-ay) + 2y(1-ay)^2 = \frac{4x(1-ay)}{F_2^2} \left[a - y + ay^2 + y(1-ay) \right] =$$

Date. $= \frac{4ax(1-ay)}{F_2^2(x,y)} \neq 0$ в области круга. Т.е. $\left(\frac{\partial m}{\partial n} \right)_S \sim (\nabla \Phi \cdot \vec{n})_S \neq 0$

Конформ. преобразование $z' \rightarrow z + \frac{1}{2i} a(1-z^2)$ и наоборот $\kappa \left(\frac{\partial m}{\partial n} \right)_S \neq 0$, где S - бок. поверхность газа.

$E_x = f(a)$ и рассмотрение $\left(\frac{\partial m}{\partial n} \right)_{\text{бок}} = 0$ и наоборот κ наоборот, что foot конформ. mapping не есть self-to-self. Если $\frac{\partial m}{\partial n} = 0$ конформ. бок. поверхность не на кривой C' в координатах переходим $C - x^2 + y^2 = 1$ - поверхность газа.

 $\int_{S_1} e_x ds = \int_{S'_1} e'_x ds' \neq \int_S e'_x ds'$ (это и есть зависимость $E_x(a)$).

→ Найти конформ. C' и проверить формулу $E^S(y_2, y_2^*)$.

C' задается фн. $|f(z)|^2 = 1$ или $1 = f(z) \cdot \overline{f(z)} = \frac{i}{c} \left[z + \frac{a}{2i} (1-z^2) \right] \times$
 $\times \left(-\frac{i}{c} \right) \left[\bar{z} - \frac{a}{2i} (1-\bar{z}^2) \right] = \frac{1}{c^2} \left[|z|^2 - \frac{a}{2i} (z - |z|^2 \bar{z}) + \frac{a}{2i} (\bar{z} - |z|^2 z) + \right.$
 $\left. + \frac{a^2}{4} (1-z^2)(1-\bar{z}^2) \right] = \frac{1}{c^2} \left[|z|^2 - \frac{a}{2i} (z - \bar{z}) + \frac{a}{2i} (\bar{z} - z) |z|^2 + \frac{a^2}{4} (1 - z^2 \bar{z}^2 + |z|^4) \right]$

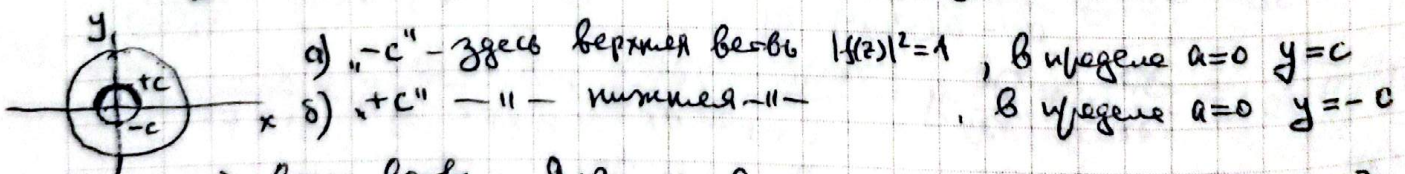
$C' : |z|^2 - \frac{a}{2i} (z - \bar{z}) (1 + |z|^2) + \frac{a^2}{4} (1 - z^2 \bar{z}^2 + |z|^4) = c^2$ - формула "core" $|f(z)|^2 = 1$

Если $a=0$: $|z|^2 = c^2$, $x^2 + y^2 = c^2$ - круг - формула "core".

и если $x=0$, $y_{1,2} = \pm c$.

$a \neq 0, x=0$ $2|f(z)|^2 = [\text{Re} f(z)]^2 = \left[\frac{a}{2} - \frac{a}{2} \frac{(x^2 - y^2)}{y} - y \right]^2 = c^2$,

$\frac{a}{2} y^2 - y + \frac{a}{2} = \mp c$ (тогда как $2/\pi$ умножен только $+c$)



а) верх. вервь $\frac{a}{2} y^2 - y + \frac{a}{2} + c = 0$, $y_{1,2} = \frac{1}{a} \left[1 \pm \sqrt{1 - a^2 - 2ac} \right]$
 $a \rightarrow 0$, $y_{1,2} = \frac{1}{a} \left[1 \pm \sqrt{1 - 2ac} \right] = \frac{1}{a} \left[1 \pm (1 - ac) \right] = \left\{ \frac{2}{a} c, c \right\}$

б) ниж. вервь как $2/\pi$ $y_{1,2} = \frac{1}{a} \left[1 \pm \sqrt{1 - a^2 + 2ac} \right]$, $y_{1,2} = \left\{ \frac{2}{a} c + c, -c \right\}$

Получа $|f(z)|=0$ или $z_2^* = \frac{i}{a} \left[1 - \sqrt{1 - a^2} \right]$ или $y_2^* = \frac{1}{a} \left[1 - \sqrt{1 - a^2} \right]$

Если $a \rightarrow 0$ $y_2^* \approx \left(\frac{a}{2} \right) \rightarrow 0$, т.е. если $a \rightarrow 0$ $y_2^* < y_2^* < y_2^*$, тогда y_2^* неограниченно возрастает внутри круга.

ADDRESS & TELEPHONE

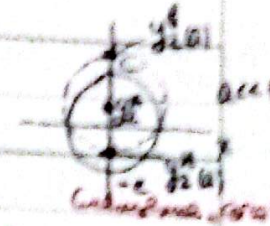
Вопрос: $z_1 = iy_1$ и $z_2 = iy_2$ - точки на м.ч. y (т.е. $Re z = 0$). Тогда $z_1 \neq z_2$ $\Leftrightarrow y_1 \neq y_2$.

Решение: $y_1^2 > y_2^2 \forall a < 1$, т.е. $\forall a < 1$ $y_1^2 > y_2^2$. $a \in [0, 1]$.
 Пусть $z_1 = iy_1$ и $z_2 = iy_2$ - точки на м.ч. y (т.е. $Re z = 0$). Тогда $z_1 \neq z_2$ $\Leftrightarrow y_1 \neq y_2$.
 Пусть $z_1 = iy_1$ и $z_2 = iy_2$ - точки на м.ч. y (т.е. $Re z = 0$). Тогда $z_1 \neq z_2$ $\Leftrightarrow y_1 \neq y_2$.

$$y_1^2 = \frac{1}{a} \left[1 - \sqrt{1 - 2ac - a^2} \right] = \frac{1}{a} \left[1 - \left\{ 1 - \frac{1}{2}(2ac + a^2) + \frac{1}{8}(2ac + a^2)^2 \right\} \right] =$$

$$= \frac{1}{a} \left[ac + \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{8}a^2c^2 \right] = c + \frac{a}{2}(1 - c^2)$$

$$y_2^2 = \frac{1}{a} \left[1 - \sqrt{1 + 2ac - a^2} \right] = y_2^2(-c) = -c + \frac{a}{2}(1 - c^2)$$



Решение: C' : $x^2 + y^2 - ay(1 + x^2 + y^2) = c^2$, $a < 1$.
 Пусть $a < 1$. $x^2 + y^2 \leq c^2$, $a c^2 < 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - ay = c^2$ или
 $x^2 + (y - \frac{a}{2})^2 = c^2 - \frac{a^2}{4} \approx c^2$ - контур окружности с центром $y = \frac{a}{2}$,
 радиусом $\sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}}$ в плоскости Oy .
 Пусть $z_1 = iy_1$ и $z_2 = iy_2$ - точки на м.ч. y (т.е. $Re z = 0$). Тогда $z_1 \neq z_2$ $\Leftrightarrow y_1 \neq y_2$.

Решение: $z_1 = iy_1$: $x^2 + y^2 - ay(1 + x^2 + y^2) = c^2$, $x^2 + y^2 - ay(1 + c^2) = c^2$
 $x^2 + [y - \frac{a}{2}(1 + c^2)]^2 = c^2$. (где $ay = \frac{a}{2}(1 + c^2)$)

Решение: $z_2 = iy_2$: $\frac{a^2}{4}(1 + c^4) - \frac{1}{2}a^2(x^2 - y^2) + x^2 + y^2 - ay[1 + x^2 + y^2] = c^2$
 $(x^2 + y^2)_{\text{н.ч.}} = c^2 + ay(1 + c^2) \Rightarrow \frac{a^2}{4}(1 + c^4) - \frac{1}{2}a^2(c^2 - 2y^2) + x^2 + y^2 -$
 $- ay[1 + c^2 + ay(1 + c^2)] = c^2$

$$x^2 + (1 + a^2)y^2 - ay(1 + c^2) - a^2y^2(1 + c^2) = c^2 + \frac{1}{2}a^2c^2 - \frac{a^2}{4}(1 + c^4)$$

$$x^2 + [1 - a^2c^2]y^2 - a(1 + c^2)y = c^2 - \frac{a^2}{4}(1 - c^2)^2$$

Это эллипс, т.е. конт. в/м x^2 и y^2 равные.
 Но было "эллипс" в плоскости Oy (?) - Неверно.

Решение: $z_1 = iy_1$: $\frac{a^2}{4}(1 + c^4) - \frac{1}{2}a^2p^2 \cos 2\varphi + p^2 - ap \sin \varphi [1 + p^2] = c^2$
 (где $p = \sqrt{x^2 + y^2}$)

Решение: $z_1 = iy_1$: $z_1 = i + \frac{a}{2}(1 + i) = i - \frac{a}{2}(1 - i)$
 $z_2 = -i$ $\rightarrow z_2 = -i - \frac{a}{2}(1 - i)$
 $z = \pm 1$ $\rightarrow z = \pm 1 - \frac{a}{2}(1 - i)$
 $z = e^{\pm i\pi/4}$ $\rightarrow z = e^{\pm i\pi/4} + \frac{a}{2}(1 - e^{\pm i\pi/2}) = e^{\pm i\pi/4} + \frac{a}{2}(1 - i)$



Решение: $z_1 = iy_1$: $z_1 = i + \frac{a}{2}(1 + i) = i - \frac{a}{2}(1 - i)$
 $z_2 = -i$ $\rightarrow z_2 = -i - \frac{a}{2}(1 - i)$
 $z = \pm 1$ $\rightarrow z = \pm 1 - \frac{a}{2}(1 - i)$
 $z = e^{\pm i\pi/4}$ $\rightarrow z = e^{\pm i\pi/4} + \frac{a}{2}(1 - e^{\pm i\pi/2}) = e^{\pm i\pi/4} + \frac{a}{2}(1 - i)$

ADDRESS & TELEPHONE

Name/Company

Phone

Address

→ Да, но функция $g(z)$ после mapping называется в плоскости z' (x', y') , а функция "core" $|z|^2 = c^2$ после mapping $z \rightarrow z'$ $|z'|^2 = c^2$ есть $|z'(x, y)|^2 = c^2$, т.е. в xy -плоскости. Их нельзя сравнивать.

Phone _____ Address (уфагачуеуе пауеуе 19/II)

Company **Zagora** **расчет сч. энергии ($k_x=0$) rectangular dot с барьером**

$m_z(y) = \int_{-y/2}^{y/2} dy' g_{zz}(yy') m_z(y')$, $\lambda_x m_x(y) = \int dy g_{xx}(yy') m_x(y')$

с3 λ_z и λ_x , а также сф $m_z^{(n)}(y)$ и $m_x^{(n)}(y)$.

$\frac{\omega_{mn}^2}{\omega_M^2} = \left[\omega_H + H_{mn} - \frac{\lambda_z}{4\pi} \right] \left[\omega_H + H_{mn} - \frac{\lambda_x}{4\pi} \right]$ — **для rectangular dot (сч. энергии)**

Тогда для **Wires** **сч. (сч. H/2a)** $\lambda_z + \lambda_x = -4\pi$ и $\left(\frac{\omega_m}{\omega_M} \right)^2 = \left[\omega_H - \frac{\lambda_z}{4\pi} \right] \left[\omega_H + 1 + \frac{\lambda_z}{4\pi} \right]$

$H_y = 0$

Умножим $m=0$ **вспомогател. на каннх сф?** g_{xx} или g_{zz} ?

Ур. Л.Н. $\hat{N} \vec{m} = i\omega \hat{T} \vec{m} - H_d \hat{I} \vec{m} + M_s \int dz \vec{p}' \cdot \hat{G}(\vec{p}, \vec{p}') \vec{m}(\vec{p}')$, $\vec{m} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_z \end{pmatrix}$

$\hat{N} = D \hat{I}$, $D = \gamma(H - \alpha M_s \nabla^2)$, **одемен пока введем**

Две **свойств** **можем** $k_x=0$ **запишем** $\vec{m}(\vec{p}) = \vec{m}(x, y)$ **от** x **кас**, $\langle \dots \rangle_x$

$\langle \hat{G}(\vec{p}, \vec{p}') \rangle_x = \frac{1}{W} \int_{-W/2}^{W/2} dx \int_{-W/2}^{W/2} dx' \hat{G}(\vec{p}, \vec{p}') = \hat{g}(y, y')$, $\langle H_d \rangle_x = H_d(y)$ **уд. перес.**

$i\omega \vec{m}_x = \gamma(H + H_d) \hat{I} \vec{m} - M_s \int dy' \hat{g}(yy') \langle \vec{m}(\vec{p}') \rangle_x$ **сч. 7/21992**

$\langle H_d(\vec{p}) \vec{m} \rangle_x = \langle H_d(\vec{p}) \rangle_x \vec{m}(y)$ **т.к. $\vec{m}$ от x не зависит**

$i\omega \hat{T} \vec{m}(y) = [H + H_d(y)] \hat{I} \vec{m}(y) - M_s \int dy' \hat{g}(yy') \vec{m}(y)$ **или $\langle y \rangle \cdot \vec{m} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_z \end{pmatrix}$**

$i\omega m_x(y) = [H + H_d(y)] m_z(y) - M_s \int dy' g_{zz}(yy') m_z(y')$

$-i\omega m_z(y) = [H + H_d(y)] m_x - M_s \int dy' g_{xx}(yy') m_x(y')$ **— ур. Л.Н. для сч. энергии (сч. энергии) rectan. dot**

Если мы **напишем сф** **с3** **оператора** $\rightarrow$ $\int_{-y/2}^{y/2} dy' g_{zz}(yy') m_z^n(y') = \lambda_z^n m_z^n(y)$ и $\int dy' g_{xx}(yy') m_x^n(y') = \lambda_x^n m_x^n(y)$

$\lambda_z^n = \lambda_x^n$ **введем-то разное** $n = n_z + n_x$, $n=0$

$m_x(y) = \sum_{n_x} \Lambda_{n_x} m_x^{n_x}(y)$ и $m_z(y) = \sum_{n_z} \Lambda_{n_z} m_z^{n_z}(y)$, $\langle n_x | n_x' \rangle = \delta_{nn'}$, $\langle n_z | n_z' \rangle = \delta_{nn'}$

Тогда **сч. энергии** **сф** **оператора** **формулы из PRB 75 - Eq. (21), (22), если**

сф **от** g_{xx} и g_{zz} **сч. сф** **оператора** **(каннх, сч. энергии)**.

Этот **кет**, **сф** **введем-то разное** и **оператора** **могут** **разрешить**

сч. энергии, **формулы** **(каннх)** **в сч. энергии** **решение** **интегральных ур-ий**.

ADDRESS & TELEPHONE

$$m_{x,z}(y) = \sum_n \Lambda_{x,z}^n \ln y$$

Name/Company

Phone

Address

→ Разумеется СФ $m_x^n(y)$ и $m_z^n(y)$ в общем случае это ор-
гументы в формулы усреднения единой размагниченной системы
опр. СФ. функциями как в случае Канниче - Сабин' 86. Если СФ ор-
гументы

Если ор-
гументы
СФ
 $m_x(y)$
и $m_z(y)$:

$$\begin{aligned} \frac{i\omega}{\gamma} \sum_n \Lambda_x^n \ln y &= (H + H_d) \sum_n \Lambda_z^n \ln y - M_s \int dy' g_{zz}(yy') \sum_n \Lambda_z^n \ln y' \\ - \frac{i\omega}{\gamma} \sum_n \Lambda_z^n \ln y &= (H + H_d) \sum_n \Lambda_x^n \ln y - M_s \int dy' g_{xx}(yy') \sum_n \Lambda_x^n \ln y' \end{aligned}$$

Две уравнения СФ $\ln^x = \ln^z = n$ и индекс x, z в $\Lambda_{x,z}^n$ не имеет значения.

(*)

$$\begin{cases} \frac{i\omega}{\gamma} \sum_n \Lambda_x^n \ln y = H^{ef} \sum_n \Lambda_z^n \ln y - M_s \sum_n \Lambda_z^n \lambda_z^n \ln y \\ - \frac{i\omega}{\gamma} \sum_n \Lambda_z^n \ln y = H^{ef} \sum_n \Lambda_x^n \ln y - M_s \sum_n \Lambda_x^n \lambda_x^n \ln y \end{cases}, \Lambda_z^n - \text{SW-амплитуды}$$

$$\begin{cases} \frac{i\omega}{\gamma} \Lambda_x^n = H^{ef} \Lambda_z^n - M_s \Lambda_z^n \lambda_z^n \\ - \frac{i\omega}{\gamma} \Lambda_z^n = H^{ef} \Lambda_x^n - M_s \Lambda_x^n \lambda_x^n \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{i\omega}{\gamma} & -H^{ef} + M_s \lambda_z^n \\ -H^{ef} + M_s \lambda_x^n & -\frac{i\omega}{\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_x^n \\ \Lambda_z^n \end{pmatrix} = 0$$

$$\det R(\omega) = \det \begin{pmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{pmatrix} = \frac{\omega^2}{\gamma^2} - (-H^{ef} + M_s \lambda_z^n)(-H^{ef} + M_s \lambda_x^n) = 0$$

$$\frac{1}{\gamma^2} \omega_n^2 = (H^{ef} - M_s \lambda_z^n)(H^{ef} - M_s \lambda_x^n), \omega_M = \gamma \cdot 4\pi M_s, H^{ef} = H + H_d(y)$$

→ Это для нас важно, но H_d зависит от y .

Поэтому в (*) надо $\langle n' |$ сканерно.

$$\begin{cases} \frac{i\omega}{\gamma} \sum_n \Lambda_x^n \langle n' | \ln y \rangle = \sum_n \Lambda_z^n \langle n' | H^{ef} | n \rangle - M_s \sum_n \Lambda_z^n \lambda_z^n \langle n' | \ln y \rangle \\ - \frac{i\omega}{\gamma} \sum_n \Lambda_z^n \langle n' | \ln y \rangle = \sum_n \Lambda_x^n \langle n' | H^{ef} | n \rangle - M_s \sum_n \Lambda_x^n \lambda_x^n \langle n' | \ln y \rangle, \langle n' | n \rangle = \delta_{nn'} \end{cases}$$

(v)

$$\begin{cases} \frac{i\omega}{\gamma} \Lambda_x^{n'} = \sum_n \Lambda_z^n \langle n' | H^{ef} | n \rangle - M_s \lambda_z^{n'} \Lambda_z^{n'} \\ - \frac{i\omega}{\gamma} \Lambda_z^{n'} = \sum_n \Lambda_x^n \langle n' | H^{ef} | n \rangle - M_s \lambda_x^{n'} \Lambda_x^{n'} \end{cases}$$

$H_{ex} = -2M_s \lambda_x^{n'}$
можно считать

$$\langle n' | H^{ef} | n \rangle = \int dy H^{ef}(y) m_x^{n'}(y) m^n(y), H^{ef}(y) = H + H_d(y) + H_{ex}(y)$$

Теперь надо $H_d(y) \rightarrow \langle H_d(y) \rangle_y$ либо оставить в (v) только
грав. элемент $\langle n' | H_d(y) \rangle$, т.е. $\langle n' | H_d | n \rangle = \langle n | H_d | n \rangle \delta_{nn'} = H_d^{nn'} \delta_{nn'}$

Phone Address

В однородном магнитном поле:

$$\begin{cases} \frac{i\omega}{\gamma} \Lambda_x^n = \Lambda_x^n H_{0y}^{nn} - M_s \lambda_x^n \Lambda_x^n \\ -\frac{i\omega}{\gamma} \Lambda_y^n = \Lambda_y^n H_{0x}^{nn} - M_s \lambda_y^n \Lambda_y^n \end{cases} \rightarrow \frac{\omega_n^2}{\gamma^2} = [H_{0y}^{nn} - M_s \lambda_x^n][H_{0x}^{nn} - M_s \lambda_y^n]$$

Замечание: это эквивалентно на $\frac{1}{4\pi M_s^2}$ квантовому числу $(\frac{1}{4\pi M_s} H_d^{nn} \rightarrow H_d^{nn})$:

$$\frac{\omega_n^2}{\omega_M^2} = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + H_d^{nn} - \frac{1}{4\pi} \lambda_x^n \right] \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + H_d^{nn} - \frac{1}{4\pi} \lambda_y^n \right], \text{ где } \omega_M = \gamma M_s$$

$$H_d^{nn} = \frac{1}{4\pi M_s} \langle n | H_d | n \rangle = \frac{1}{4\pi M_s} \int dy H_d(y) m^n(y) m^n(y)$$

Нормировка (Ф): а) норм. $m^n(y) \sim \sin(\frac{n\pi y}{l}), y \in [-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}]$
 б) норм. $m^n(y) \sim \cos(\frac{n\pi y}{l})$

а) $\langle n | n' \rangle = A_n \int_{-l/2}^{l/2} dy \sin(\frac{n\pi y}{l}) \sin(\frac{n'\pi y}{l}) = |n|$ — так же можно,

но так как в задаче РРВ требуется $m^n(y) = a_n \cos(\frac{\pi n y}{l}), y \in [0, l]$
 тогда $\frac{\partial m^n}{\partial y} \Big|_{y=0,l} = -a_n \frac{\pi n}{l} \sin(\frac{\pi n y}{l}) \Big|_{y=0,l} = 0$, т.е. $(\frac{\partial m}{\partial n})_s = 0$ — граничные условия.

Тогда $\langle n | n' \rangle = \int_0^l dy m^n(y) m^{n'}(y) = a_n a_{n'} \int_0^l dy \cos(\frac{\pi n y}{l}) \cos(\frac{\pi n' y}{l}) =$
 $= a_n a_{n'} \frac{1}{2} \int_0^l dy \left[\cos\left\{ (n-n') \frac{\pi y}{l} \right\} + \cos\left\{ (n+n') \frac{\pi y}{l} \right\} \right] = \frac{1}{2} a_n a_{n'} \times$

$$\left[\frac{l}{\pi(n-n')} \sin\left\{ (n-n') \frac{\pi y}{l} \right\} + \frac{l}{\pi(n+n')} \sin\left\{ (n+n') \frac{\pi y}{l} \right\} \right]_0^l = \left| \text{если } n, n' > 0 \right| =$$

$$= \frac{1}{2} a_n a_{n'} \frac{l}{\pi(n-n')} \sin\{(n-n')\pi\} = \frac{l}{2} a_n^2 \delta_{nn'} = \delta_{nn'}$$

но так как $a_n^2 = \frac{2}{l}$

Если $n=n'=0$, то $\langle 0 | 0 \rangle = a_0^2 \int_0^l dy = a_0^2 l = 1, a_0^2 = \frac{1}{l}, a_n^2 = \frac{1}{l} (2 - \delta_{n0})$

Нормировка: $|n\rangle = a_n \cos(\frac{\pi n y}{l}) = \frac{1}{\sqrt{l}} \sqrt{2 - \delta_{n0}} \cos(\frac{\pi n y}{l})$ — нормир. на 1.
 $|n\rangle = m^n(y)$

Вектор $\epsilon_n = \begin{cases} 1, n=0 \\ 2, n>0 \end{cases} : |n\rangle = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{l}} \cos(\frac{\pi n y}{l}), y \in [0, l]$ — нормир. сф

ADDRESS & TELEPHONE

SW rectan. dot. Masur. 2.
elementor H_d^y .

Name/Company	Phone	Address
12/V or.		Kago naitu masurme elementor or $H_d^y(x,y)$ rectan. dot na $u_{mn}(\vec{r}) = M_s \cos q_m x \cdot \cos q_n y$, zge $q_m = \frac{m\pi}{w}$, $q_n = \frac{n\pi}{l}$, $l \parallel y \parallel \vec{M}_0$, w - wupna gora. k - masog - na orano yora i masurme goguesel. Coruaco 29/III or. $H_d^y(x,y) = M_s^y \int_{-w/2}^{w/2} dx' g_{yy}(xy, x')$ $\rightarrow g_{yy}(xy, x') = \frac{2}{L} \left[\frac{(y-y')}{\Delta^2} (\Delta - \sqrt{L^2 + \Delta^2}) \right]_{y'=-l/2}^{y'=l/2}$ $\Delta^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$ $H_{mno}^{m'n'} = \frac{L}{(4\pi M_s A_{mno})} \int dx dy u_{mn}(\vec{r}) u_{m'n'}^*(\vec{r}) H_d^y(x,y)$ $u_{mn}(\vec{r}) = M_s \cos q_m x \cdot \cos q_n y$, $A_{mno} = A_{mn} = \frac{1}{4} V_d M_s^2 \epsilon_m \epsilon_n$, $\epsilon_m = \epsilon_n$ $H_{mn}^{m'n'} = \frac{K \cdot M_s^2}{4\pi M_s \cdot \frac{1}{4} w l K M_s^2 \epsilon_m \epsilon_n} \int dx dy \cos q_m x \cdot \cos q_n y \cdot \cos q_m' x \cdot \cos q_n' y$ $\cdot M_s \cdot \int dx' \frac{2}{L} [\dots]_{y'=-l/2}^{y'=l/2} = \frac{1}{\pi w l \epsilon_m \epsilon_n} \int dx dy \cos q_m x \cdot \cos q_n y \times$ $\times \cos q_m' x \cdot \cos q_n' y \left(\frac{2}{L} \right) \int_{-w/2}^{w/2} dx' [\dots]_{y'=-l/2}^{y'=l/2}$ Duar. $H_{mn}^{mn} = \frac{1}{\pi w l \epsilon_m \epsilon_n} \int dx \int dy \cos^2 q_m x \cos^2 q_n y \left(\frac{2}{L} \right) \int_{-l/2}^{l/2} dx' [\dots]_{y'=-l/2}^{y'=l/2}$ roba $\left(\frac{\partial u_{mn}}{\partial n} \right) = 0$ na upax gora kago cur. korp. $x \in [0, w]$, $y \in [0, l]$ $p = \frac{l}{w}$, $u = \frac{l}{w}$. $\int \frac{dx'}{L} = \frac{w}{L} \int \frac{dx'}{w} \rightarrow \frac{1}{p} \int dx'$ $H_{mn}^{mn} = \frac{2}{\pi p \epsilon_m \epsilon_n} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \cos^2(\pi m x) \cos^2(\pi n y) \int_0^1 dx' \left[\frac{(y-y')u}{\Delta^2} (\Delta - \sqrt{p^2 + \Delta^2}) \right]_{y'=0}^{y'=1}$ zge gane $\Delta^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 u^2$. $\left(\frac{1}{4\pi M_s} \right) H_d^y(x,y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left(\frac{2}{L} \right) \left[\frac{(y-y')u}{\Delta^2} (\Delta - \sqrt{p^2 + \Delta^2}) \right]_{y'=-1/2}^{y'=1/2}$ - 6 am. Gog $\left(\frac{1}{4\pi M_s} \right) H_d^y(x,y) = \frac{1}{2\pi} \frac{u}{p} \int_{-1/2}^{1/2} dx' \left[\frac{(y-y')}{\Delta^2} (\Delta - \sqrt{p^2 + \Delta^2}) \right]_{y'=-1/2}^{y'=1/2}$ Ko upaxe $H_d^y(x,y)$ (Curaco no p. Joseph - Schlmann

Escaneado con CamScanner

$$\Delta - \sqrt{p^2 + \Delta^2} = \frac{\Delta^2 - (\sqrt{\quad})^2}{\Delta + \sqrt{p^2 + \Delta^2}} = \frac{-p^2}{\Delta + \sqrt{p^2 + \Delta^2}}$$

$r=0$ в Δ временное приводит к потере значения r при
в разном H мм