4/IX-2016-6/II-2019

% HOJAS
RATIS

30% FOLHAS
GRÁTIS

Oxford

European
Book 5

Escaneado con CamScanner

Sept. 4, 2016. Plan Sveti petrok (Ce. 14/XII 2016) Зачеркнуто 6/II 2013

1) JMMM - Odbrati poljere, kvl reflexes for 6 papers
2) Poljer na stolu Obzyrnuti Stability Aranitka / Aurelio
3) Pozvati Obzyrnuti mass c Ivanom, negroe poljer
4) Longe Verlet Hon poljer c Vjerom. Dovlandiranu u M(Hx) Obzyrnuti - Cau
5) Sk Agreement simulations Nanocrystals, PHB traffic Sveti Oct 11, 2016
6) Oct Talent Hongo Creating, Atip 5 sob Zyxpo
7) Dec. Sveti B Riga Dec. Nove Vrip B Porto (Carbo) — MINECO project, 3 ui
8) Yznati dvanjen NEC project rongi → Travels
9) Poljer invited speakers Sol Skyping 2017 u prijavnosti invitations
10) Opravnogodisnji Vrip to San Sob Tartakovskaya u Thachenko
11) Pozvati ime Lufthansa K. Riga, D. Kindb
12) Pozvati Sk. Todus Va 4 c Decembri u Finocchio
13) Napisati apple. na upoznavanje MINECO projects go June 2017
14) Opt. nominacija na EC Mols, Bologna: talk, hotel, airtickets, conf. fee cancelled

Escaneado con CamScanner

Thiaville et al. Rev. Phys. Sk. 86° (2012). Skyrmion mass $M_{sk} \sim \int dx\, dz\, \vec{m}\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial z}\right)$

$\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}(\vec{r}+\vec{\xi}(t), t)$, moving skyrmion adds mag. field $\vec{H} = -\vec{m}\times\dot{\vec{m}} = \vec{m}\times(\vec{v}\nabla)\vec{m}$

Angles assumed $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}_0(\vec{r}) + \lambda \vec{m}_0' \times (\vec{v}\nabla)\vec{m}_0(\vec{r})$, $\vec{m}_0(\vec{r})$ equil. skyrmion

$\delta\vec{m} = \lambda \vec{m}_0' \times (\vec{v}\nabla)\vec{m}_0$ where $\vec{m}_0 = (m_\rho, p\, m_\phi, m_z) = (\rho, \cos\Theta_0 e_\phi, -\sin\Theta_0)$

$\vec{m}_0 = \Theta_0(\rho)\, e_\phi$, $\vec{m}_0' = \vec{m}_0' + \vec{v}\cdot(\nabla)\vec{m}_0 = \left(\vec{v}_\rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\vec{v}_\phi \frac{\partial}{\partial \phi}\right)\vec{m}_0$

$m_\rho^0 = \cos\Theta_0$, $m_\phi^0 = \sin\Theta_0$, $\partial_\phi(\Phi_0 - \phi) = 0$, $\vec{m}_0' = \sin\Theta_0 \sin(\Phi_0 - \phi) = \sin\Theta_0$, $\vec{m}_0 = (m_\rho^0, m_\phi^0, m_z^0)$

$(\vec{v}\nabla)\vec{m}_0 = \left(v_\rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} v_\phi \frac{\partial}{\partial \phi}\right)(m_\rho^0 \hat{\rho} + m_\phi^0 \hat{\phi}) = v_\rho\left[\frac{\partial m_\rho^0}{\partial \rho}\hat{\rho} + \frac{\partial m_\phi^0}{\partial \rho}\hat{\phi}\right] = v_\rho \frac{\partial \vec{m}_0}{\partial \rho}$, $\vec{m}_0 = \vec{m}_0(\rho)$

$\vec{m}_0 \times (\vec{v}\nabla)\vec{m}_0 = \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{\phi} & \hat{z} \\ 0 & m_\phi^0 & m_z^0 \\ 0 & \frac{\partial m_\phi^0}{\partial \rho} v_\rho & \frac{\partial m_z^0}{\partial \rho} v_\rho \end{vmatrix} = \hat{\rho}\left[m_\phi^0 \frac{\partial m_z^0}{\partial \rho} - m_z^0 \frac{\partial m_\phi^0}{\partial \rho}\right] v_\rho = \hat{\rho} v_\rho \left[\sin\Theta_0(-\sin\Theta_0)\Theta_0' - (\cos\Theta_0 \cos\Theta_0)\Theta_0'\right] = -\hat{\rho} v_\rho \Theta_0'$, $\delta\vec{m} = -\lambda v_\rho \Theta_0' \hat{\rho}$

Ч-ники $\delta\vec{m} = (\mu, \cos\Theta_0 e_\phi, -\sin\Theta_0 e_\phi) \Rightarrow \mu = -\lambda v_\rho \Theta_0'$, $e_\phi = 0$

Система ур. в-ний ч-ки $e_\phi = 0$

$$\begin{cases} -\partial^2 \mu + \left[-(\Theta_0')^2 + \left(\alpha + \frac{1}{\rho^2}\right)\right]\mu = -\frac{1}{d f M_s}\Theta_0' v_\rho \\ -2\cos\Theta_0 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} = -\sin\Theta_0 \frac{v_\rho}{\rho} \frac{1}{d f M_s} \end{cases}$$

Ищем решение $\mu = -\lambda v_\rho \Theta_0'$ $\mu(\rho)$

Из ур. Рэлея $\cos\Theta_0 = 0$

$-\mu'' - \frac{1}{\rho}\mu' + \left[-(\Theta_0')^2 + \left(\alpha + \frac{1}{\rho^2}\right)\right]\mu = -(d f M_s)^{-1}\Theta_0' v_\rho$, даже решая $v_\rho = 0$ не сходится

Вывод: линейная теория $\delta\vec{m} = \lambda \vec{m}_0' \times (\vec{v}\nabla)\vec{m}_0$ для moving skyrmion не применим. Moving sk frame не сходится $\Rightarrow \delta\vec{H} = \vec{m}\times(\vec{v}\nabla)\vec{m}$, $e_\phi = 0$ нельзя.

Недостаток расчета M_v Терре-R skyrmion 27-31/VIII $M_v(r_0) < 0$ неправильный знак

Кошибка: $\vec{P} = -\frac{M_s}{\gamma}\int dV (1-\cos\Theta)\nabla\Phi$, где немного уточнил Иванов $\delta\vec{P} = -\frac{J}{\gamma}\int dV\left[(1-\cos\Theta)\delta\nabla\Psi + \sin\Theta\nabla\Phi_0 \delta\Theta\right]$

$\delta\vec{P} = -\frac{J}{\gamma}\int d^2\vec{s}\left[(1-\cos\Theta_0)\nabla\Psi + \sin\Theta_0 \nabla\Phi_0 e_\phi\right]$, $\cos\Theta_0 \nabla\Psi = \nabla\mu = -\nabla(\sin\Theta_0\Psi) =$

$= -\sin\Theta_0\nabla\Psi - \Psi\cos\Theta_0\Theta_0'\hat{s}$, нет. Gus'PRB'10, FPL'16: $\Lambda_{int} = J\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta_0\left[\dot{\Phi}_0 e_\phi - \dot{\Theta}_0\Psi\right]$ - лагранжиан движения

$\nabla(\cos\Theta\Psi) = -\sin\Theta\nabla\Theta\Psi + \cos\Theta\nabla\Psi$, $\int d^2\vec{s}\,\nabla(\cos\Theta\Psi) = 0$ (объем, см. 15/VIII) $\cos\Theta\nabla\Psi = \sin\Theta\nabla\Theta\Psi$

$\delta\vec{P} = -\frac{J}{\gamma}\int d^2\vec{s}\left[(1-\cos\Theta_0)\nabla\Psi + \sin\Theta_0\nabla\Phi_0 e_\phi\right] = \frac{J}{\gamma}\int d^2\vec{s}\left[\sin\Theta_0\nabla\Theta_0\Psi - \sin\Theta_0\nabla\Phi_0 e_\phi\right] =$ $m_z = \pm 1$

$= \frac{J}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta_0\left[\nabla\Theta_0\Psi - \nabla\Phi_0 e_\phi\right]$, $\Lambda_{int} = J\int d^2\vec{s}\left[\nabla\Theta_0\Psi - \nabla\Phi_0 e_\phi\right]\sin\Theta_0 \cdot \dot{\vec{X}}$, $\dot{\Theta} = -\nabla\Theta\cdot\dot{\vec{X}}$

Видно $\Lambda_{int} = \delta\vec{P}\cdot\dot{\vec{X}}$ - interaction Lagrangian. $\delta\vec{P}_{sw} = -J\int d^2\vec{s}\left[\nabla\Theta_0\mu + \sin\Theta_0\nabla\Phi_0 e_\phi\right]$

- sw field momentum. $\vec{P}_{sk} = M_v\dot{\vec{X}} = -\delta\vec{P}_{sw} = J\int d^2\vec{s}\left[\nabla\Theta_0\mu + \sin\Theta_0\nabla\Phi_0 e_\phi\right]$

$\mu = A(v/v_m)\cos(\varphi - \varphi_v)$, $e_\phi = B(v/v_m)\sin(\varphi - \varphi_v)$, $v = |\dot{\vec{X}}|$, φ_v - угол $\vec{v} = \dot{\vec{X}}$.

$\hat{\rho} = \hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi$, $\hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$, $\nabla\Theta_0 = \hat{\rho}\Theta_0'$, $\nabla\Phi_0 = \frac{1}{\rho}\hat{\varphi}$

$\int_0^{2\pi} d\varphi \cos(\varphi - \varphi_v)\hat{\rho} = \int d\varphi\left[\cos\varphi\cos\varphi_v + \sin\varphi\sin\varphi_v\right](\hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi) = \pi\hat{x}\cos\varphi_v + \pi\hat{y}\sin\varphi_v \Rightarrow$ $\Leftarrow \pi\vec{v}$

$\int_0^{2\pi} d\varphi \sin(\varphi - \varphi_v)\hat{\varphi} = \int d\varphi\left[\sin\varphi\cos\varphi_v - \sin\varphi_v\cos\varphi\right](-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi) = -\pi\hat{x}\sin\varphi_v - \pi\hat{y}\cos\varphi_v \Rightarrow$ $\Leftarrow -\pi\vec{v}$

$\vec{P}_{sk} = M_v\vec{v} = J\int d^2\vec{s}\left[\Theta_0'\hat{s}\, A\frac{v}{v_m}\cos(\varphi - \varphi_v) + \sin\Theta_0\frac{1}{\rho}\hat{\varphi}\, B\frac{v}{v_m}\sin(\varphi - \varphi_v)\right] =$

$= \frac{\pi J}{v_m}\int d\rho\, s\left[\Theta_0' A v\hat{v} - \frac{1}{s}\sin\Theta_0 B v\hat{v}\right] = \frac{\pi J}{v_m}\int d\rho\, s\left[\Theta_0' A - \frac{1}{s}\sin\Theta_0 B\right]\vec{v}$

$M_v = \frac{\pi J}{v_m}\int d\rho\, s\left[\Theta_0' A - \frac{1}{s}\sin\Theta_0 B\right]$ - оценка. Значение см M_v 27/VIII. sk-mass

Замена $\gamma \to -\gamma$ была бы неверна потому что $M_v \to -M_v$, т.е. $M_v \sim 1/\gamma^2$.

$M_v = M_v(r_0) - \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2\left[r_c A(r_0) + B(r_0)\right]$, $M_v(r_0) = \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2\int_0^{2\pi} d\varphi_{r'}\int_{r_0}^{r_d} dr' r' \sin\Theta_0(r)\sin\Theta_0(r') \times$

$\times\left[G_a(rr') + \frac{1}{rr'}G(rr')\right]$

См. расчет M_v 31/VIII, 3/IX. Если $r_0 = 0, +\infty$ $A(r_0) = 0$, $B(r_0) = 0$. $M_v(r_0) \sim 1{,}6\, r_c$

Если $r_0 = r_d$, $M_v(r_0) \sim 2{,}3\, r_c^{0.9}$, $B(r_0) = 0$ - Neel sk, $M_v \simeq \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2\left[\frac{2.3}{5} r_c - \frac{1}{4} r_c A(r_0)\right]$

$A(r) = \int_{r_0}^{r} ds\, s\,\Theta_0'(s)\, G_a(r,s)$, $B(r) = -\int_{r_0}^{r} ds \sin\Theta_0(s)\, G(r,s)$

Все это дает M_v, A, B в пределе Терре radius sk, $R_c/\Delta \gg 1$, thin DW и $DMI = 0$.

Посчитаем численно $\delta A(r, r_0) = A(r) - A(r_0) = \int_{r_0}^{r} ds\, s\,\Theta_0'(s) G_a(r,s)$ для $r_0 = 0$, $r_0 = r_d$.

Для Sky-on-radius-gyrotropy инсайт: $A(r)$ осциллирует, при $r > r_c(r_0 = 0)$ и при $r < r_c(r_0 = r_d)$.

Gus'PRB'10: $\Lambda_{int} = \vec{P}_{sw}\cdot\dot{\vec{X}}$, $\Lambda_{int} = \frac{1}{2}M_v(\dot{\vec{X}})^2$ $\to E_{int} = -\frac{1}{2}M_v(\dot{\vec{X}})^2$, $M_v > 0$ Hooke's/soliton energy $W(\vec{X},\dot{\vec{X}})$

Надо $\Lambda_{int} = -\vec{P}_{sk}\cdot\dot{\vec{X}}$, $\Lambda_{int} = -\frac{1}{2}M_v v^2$, $E_{int} = \frac{1}{2}M_v v^2$, т.е. в нашем случае $M_v > 0$ Λ_{int} за счет импульса $\vec{P}$ в Gus'PRB'10. Нет, $\Lambda_{int} = -M_v(\dot{\vec{X}})^2/2$

Escaneado con CamScanner

(5/IX) E-mails to Vaccino + Tarantolakis от их визитов в San Sebastian. Система УД:

$$\begin{cases} \left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\right)A + \left[V(\theta_0) - d\theta_0'\right]A + \left[\frac{2}{r^2}\cos\theta_0 - \frac{d}{r}\sin\theta_0\right]B = -\theta_0' \\ \left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\right)B + \left[\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos 2\theta_0 - \frac{d}{r}\sin 2\theta_0\right]B + \left[\frac{2}{r^2}\cos\theta_0 - \frac{d}{r}\sin\theta_0\right]A = \frac{1}{r}\sin\theta_0 \end{cases}$$

$V(\theta_0) = \frac{1}{\sin\theta_0}\nabla_r^2(\sin\theta_0) = -(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla_r^2\theta_0$, $\nabla_r^2\theta_0 = \begin{cases} \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{r}\sin^2\theta_0 \\ \frac{1}{r^2}\sin\theta_0\cos\theta_0 \text{ - BP solution} \end{cases}$ static

large radius sk, $R_c \gg \Delta$ approximation, $\cos\theta_0 = \operatorname{th}(\tau - \tau_c)$, $\sin\theta_0 = -\theta_0' = \frac{1}{\operatorname{ch}(\tau-\tau_c)}$, $z = \frac{s}{\Delta}$, $\tau_c = \frac{R_c}{\Delta}$.
(thin DW ansatz)

$$V_{DW}(\theta_0) = \cos 2\theta_0 + \frac{1}{r^2}\cos^2\theta_0 - \frac{d}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0.$$

31/VIII а рассм. вырожденные случаи DW ansatz: ① $r \ll r_c$, $\theta_0 \approx \pi$; $r \gg r_c$, $\theta_0 \approx 0$ и ② $r \approx r_c$, $\theta_0 \approx \frac{\pi}{2}$ и вычислим M_v в случаях. ② берем $r \in [r_c + n\Delta, r_c + m\Delta]$.

Вариант случая ② $r \approx r_c \gg 1$ выбросим из УД члены $\sim \frac{1}{r^2}, \frac{1}{r}$.

$$\begin{cases} -A'' + \left[\cos 2\theta_0 - d\theta_0'\right]A = -\theta_0' \\ -B'' + \left[\cos 2\theta_0\right]B = \frac{1}{r}\sin\theta_0 \approx 0 \end{cases} \quad \text{Ivanov'89 } (d=0) \quad -A'' + \frac{1}{r^2}A + \cos 2\theta_0 A = -\theta_0' \quad r \to r_c \quad -A'' + \left[\frac{1}{r^2} + \cos 2\theta_0\right]A = \sin\theta_0$$

или $A'' - \left[\frac{1}{r_c^2} + \cos 2\theta_0\right]A = +\sin\theta_0$ (у Иванова $+\sin\theta_0$) $A = C\sin\theta_0$, $A'' = +C(\sin\theta_0)''$

$(\sin\theta_0)'' = (\cos\theta_0\theta_0')' = -\sin\theta_0(\theta_0')^2 + \cos\theta_0\theta_0''$, $\theta_0' = -\sin\theta_0$, $\theta_0'' = -\cos\theta_0\theta_0' = \sin\theta_0\cos\theta_0$ ×cosθ₀

$(\sin\theta_0)'' = -\sin\theta_0\sin^2\theta_0 + \sin\theta_0\cos^2\theta_0 = \sin\theta_0\cos 2\theta_0$

$C\sin\theta_0\cos 2\theta_0 - \left[\frac{1}{r_c^2} + \cos 2\theta_0\right]C\sin\theta_0 = -\sin\theta_0$, $C\cos 2\theta_0 - C\left(\frac{1}{r_c^2} + \cos 2\theta_0\right) = -1$

$C = r_c^2$ и $A(r) = r_c^2\sin\theta_0$ - решение. Но его ради в УД оставили $\frac{1}{r^2}A$ при $r \gg 1$? Это не обосновано, $\Rightarrow$ рем. $A(r) = r_c^2\sin\theta_0$ не обосновано в Ivanov'89. $A \sim r_c^2$ и где $M_v \sim r_c^3$.

$\cos 2\theta_0 = \cos^2\theta_0 - \sin^2\theta_0 = \operatorname{th}^2 x - \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} = \left|\operatorname{th}^2 x + \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} = 1\right| = 1 - \frac{2}{\operatorname{ch}^2 x}$, $\frac{1}{r}\sin\theta_0 \approx 0$ нужна.

$B'' + \left[\frac{2}{\operatorname{ch}^2 x} - 1\right]B = 0$, если $r \approx r_c$, $B'' + B = 0$, $B(r) = C_1\sin r + C_2\cos r$ - нет.

$-A'' + \left[\cos 2\theta_0 - d\theta_0'\right]A = \sin\theta_0$, $-B'' + \cos 2\theta_0 B = 0$ далее $B(r) = \sin\theta_0$, но это ЛОДУ, т.к. $\frac{1}{r}\sin\theta_0 = 0$

$-A'' + \left[\cos 2\theta_0 + d\sin\theta_0\right]A = \sin\theta_0$. Нужна $d=0$ $-A'' + \cos 2\theta_0 A = \sin\theta_0$. ЛНДУ

Uniform eq. $-A'' + \cos 2\theta_0 A = 0$ имеет реш. $A_1 = \sin\theta_0(r)$. Найти $A_2(r)$. $B = 0$ ЛНДУ

ЛНДУ: $A(r) = \int_{r_0}^{r}\frac{\left[A_1(s)A_2(r) - A_2(s)A_1(r)\right]}{W(s)}F(s)ds$, $F(s) = -\sin\theta_0$ если $A'' - \cos 2\theta_0 A = -\sin\theta_0$

$W(s) = A_1(s)A_2'(s) - A_2(s)A_1'(s)$, $A_1(r), A_2(r)$ реш. ЛОДУ

Ш.-Л. форма $\frac{d}{dr}\left[pu'\right] + qu = 0$, $A'' - \cos 2\theta_0 A = 0$ есть штурм-Лиувиллевское ур. с $p = 1$.

Abel's identity (Tp.-P. 16.512) $p(r)\left[uv' - vu'\right] = \text{const}$, $W[u,v] = \frac{c}{p(r)} = \text{const}$.

$$A_2(r) = A_1(r)\int_a^r dr'\frac{1}{\left[A_1(r')\right]^2}W(a) = W(a)A_1(r)\int_a^r dr'\operatorname{ch}^2(r'-r_c) = W(a)A_1(r)\frac{1}{2}\left[\frac{\operatorname{sh}2x}{2} + x\right]_{a-r_c}^{r-r_c} =$$

$$= \frac{1}{2}W(a)A_1(r)\left[\frac{1}{2}\operatorname{sh}2(r-r_c) - \frac{1}{2}\operatorname{sh}2(a-r_c) + (r-r_c) - (a-r_c)\right] = \frac{1}{2}W(a)A_1(r)\left[\operatorname{sh}2(r-a) + (r-a)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}W(a)A_1(r)\left[\operatorname{sh}(r-r_c)\operatorname{ch}(r-r_c) - \frac{1}{2}\operatorname{sh}2(a-r_c) + r - a\right] = \frac{1}{2}W(a)\sin\theta_0\left[\operatorname{ctg}\theta_0\frac{1}{\sin\theta_0} + (r-a) - \frac{1}{2}\operatorname{sh}2(a-r_c)\right] =$$

×ch(r+a−2r_c)

$$= \frac{1}{2}W(a)\sin\theta_0\left[\frac{\cos\theta_0}{\sin^2\theta_0} - \frac{\cos\theta_0}{\sin^2\theta_0}\Big|_a + (r-a)\right], \quad A_2(r) = \frac{1}{2}W(a)\sin\theta_0\left[\operatorname{sh}x\operatorname{ch}x + x + \text{Const}\right]_{x=r-r_c}.$$

$$A(r) = -\frac{1}{W(a)}\int_{r_0}^{r}ds\sin\theta_0\left[A_1(s)A_2(r) - A_2(s)A_1(r)\right] = -\int_{r_0}^{r}ds\sin\theta_0(s)\Big[\sin\theta_0(s)\frac{1}{2}\sin\theta_0(r)[\dots]_2 -$$

$$- \frac{1}{2}\sin\theta_0(s)[\dots]_s\sin\theta_0(r)\Big] = -\frac{1}{2}\sin\theta_0(r)\int_{r_0}^{r}ds\sin^2\theta_0(s)\Big[\operatorname{sh}(r-r_c)\operatorname{ch}(r-r_c) + (r-r_c) -$$

$$A(r) = -\frac{1}{2}\sin\theta_0(r)\int_{r_0}^{r}ds\sin^2\theta(s)\left[\frac{1}{2}\operatorname{sh}2(r-r_c) - \frac{1}{2}\operatorname{sh}2(s-r_c) + (r-s)\right]$$

$$\int_{r_0}^{r}ds\sin^2\theta(s) = \int_{r_0}^{r}ds\frac{1}{\operatorname{ch}^2(s-r_c)} = \left|s - r_c = x\right| = \int_{r_0-r_c}^{r-r_c}dx\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th}x\Big|_{r_0-r_c}^{r-r_c} = \operatorname{th}(r-r_c) - \operatorname{th}(r_0-r_c)$$

$$\int ds\sin^2\theta_0(s)\left[\frac{1}{2}\operatorname{sh}2(s-r_c)\right] = \int ds\frac{1}{\operatorname{ch}^2(s-r_c)}\operatorname{sh}(s-r_c)\operatorname{ch}(s-r_c) = \int ds\operatorname{th}(s-r_c) = \int_{r_0-r_c}^{r-r_c}dx\operatorname{th}x =$$

$$= \ln\operatorname{ch}x\Big|_{r_0-r_c}^{r-r_c} = \ln\frac{\operatorname{ch}(r-r_c)}{\operatorname{ch}(r_0-r_c)}; \quad \int ds\sin^2\theta_0(s)(r-s) = \int ds\sin^2\theta_0(s)\left[(r-r_c) - (s-r_c)\right] =$$

$$= (r-r_c)\int ds\sin^2\theta_0(s) - \int ds(s-r_c)\sin^2\theta_0(s) = (r-r_c)\left[\operatorname{th}(r-r_c) - \operatorname{th}(r_0-r_c)\right] - \int_{r_0-r_c}^{r-r_c}ds\frac{s}{\operatorname{ch}^2 s} =$$

$$= (r-r_c)[\dots] - (x\operatorname{th}x - \ln\operatorname{ch}x)_{r_0-r_c}^{r-r_c}; \quad A(r) = -\frac{1}{2}\sin\theta_0(r)\Big[\operatorname{ch}(r-r_c)\operatorname{sh}(r-r_c)\operatorname{th}x + (r-r_c)\operatorname{th}x - x\operatorname{th}x +$$

$$+ \ln\operatorname{ch}x - \ln\operatorname{ch}x\Big] = -\frac{1}{2}\sin\theta_0(r)\operatorname{th}x\left[\operatorname{ch}(r-r_c)\operatorname{sh}(r-r_c) + (r-r_c) - x\right]_{x=r_0-r_c}^{x=r-r_c}$$

$$A(r) = -\frac{1}{2}\sin\theta_0(r)\operatorname{th}x\left[\operatorname{ch}(r-r_c)\operatorname{sh}(r-r_c) + (r-r_c) - x\right]_{r_0-r_c}^{r-r_c}. \text{ т.к. } A(0) = 0, \text{ берем } r_0 = 0.$$

Escaneado con CamScanner

$\text{th}x\left[\dots\right]_{\tau_c}^{\tau-\tau_c} = \text{th}(\tau-\tau_c)\left[\text{ch}(\tau-\tau_c)\text{sh}(\tau-\tau_c)\right] + \text{th}(\tau_c)\left[\text{ch}(\tau-\tau_c)\text{sh}(\tau-\tau_c) + \tau-\tau_c + \tau_c\right] =$

$= \text{sh}^2(\tau-\tau_c) + \text{th}(\tau_c-\tau_0)\left[\text{ch}(\tau-\tau_c)\text{sh}(\tau-\tau_c) + \tau-\tau_0\right]$

$A(\tau) = -\frac{1}{2}\sin\Theta_0(\tau)\left[\text{sh}^2(\tau-\tau_c) + \text{th}(\tau_c-\tau_0)\left\{\text{ch}(\tau-\tau_c)\text{sh}(\tau-\tau_c) + \tau-\tau_0\right\}\right]$, $\tau_0=0$, $\text{th}\tau_c = 1$

$A(\tau) = -\frac{1}{2}\sin\Theta_0\left[\text{sh}^2(\tau-\tau_c) + \text{th}\tau_c\left\{\text{ch}(\tau-\tau_c)\text{sh}(\tau-\tau_c) + \tau\right\}\right]$, $\text{sh}x + \text{ch}x = e^x$

$A(\tau) = -\frac{1}{2}\sin\Theta_0(\tau)\left[e^{\tau-\tau_c}\text{sh}(\tau-\tau_c) + \tau\right] = -\sin\Theta_0(\tau)\left[e^{2(\tau-\tau_c)} - 1 + 2\tau\right]$, $\sin\Theta_0 = \frac{1}{\text{ch}(\tau-\tau_c)}$

Получили вариант предельное: ① $\tau\times\tau_c \gg 1$ $A(\tau) = -\sin\Theta_0(\tau)\left[e^{2(\tau-\tau_c)} - 1 + 2\tau\right]$, $B(\tau)=0$

Note: при $\tau\times\tau_c$ $A(\tau_c) = -2\tau_c$.

$M_v = \frac{\pi J\Delta}{2\sigma_m}\int_0^{\tau_d} d\tau\tau\,\Theta_0'(\tau)A(\tau) = (\cdot)\int_0^{\tau_d} d\tau\tau\,\sin^2\Theta_0(\tau)\left[e^{2(\tau-\tau_c)} - 1 + 2\tau\right]$, $\frac{\pi J\Delta}{2\sigma_m} = \frac{1}{4}\frac{1}{\beta}\left(\frac{\Delta}{J_{ex}}\right)^2$

Масштаб шума

→ Подынтегр. функция, начиная на $\sin^2\Theta_0 = \frac{1}{\text{ch}^2(\tau-\tau_c)}$, не имеет резких мах при $\tau\equiv\tau_c$, большие τ τ_d дают вклад в M_v, и $M_v \sim \int d\tau\tau \sim R^2$, что подтверждено численно в MathCad. Но при $\tau\le\tau_d$ эта формула для $A(\tau)$ и M_v нефизична, масса $M_v \sim (\cdot)\cdot 10^3$ гигантская. Этот вариант τ_c DW - приближение сильно вогнут, от DW приближение $\sim 1/\text{ch}$, где все вклады от рассеяния DW с $\tau\ll\tau_c$.

$\tau_c \gg 1$ - Вариант ② $\tau\sim\tau_c$, thin DW, выбрасываем из уд τ члены $\sim\frac{1}{\tau^2}$ членно (начало)

$$\begin{cases} -A'' - \frac{1}{\tau}A' + \cos2\Theta_0 A = -\Theta_0' \\ -B'' - \frac{1}{\tau}B' + \cos2\Theta_0 B = \frac{1}{\tau}\sin\Theta_0 \end{cases} \quad \cos2\Theta_0 = 1 - \frac{2}{\text{ch}^2(\tau-\tau_c)} \cdot A'' + \frac{1}{\tau}A' - \cos2\Theta_0 A = 0$$

$$A'' + \frac{1}{\tau}A' + \left[\frac{2}{\text{ch}^2(\tau-\tau_c)} - 1\right]A = 0$$

Близкое ур. Winter PRB'61: $\varepsilon Z(z) = \lambda^2\frac{d^2Z}{dz^2} - \cos2\Theta(z)Z(z)$, $Z_\pm(z) = e^{\pm\sqrt{1-\varepsilon}\,z/\lambda}\left[1 \pm \text{th}\frac{z}{\lambda} + \sqrt{1-\varepsilon}\right]$

$\sin\Theta = 1/\text{ch}(z/\lambda)$, $\cos\Theta = \text{th}(z/\lambda)$ - DW, близко для A: $A'' - \cos2\Theta_0 A = 0$, но

$\cos\Theta_0 = \text{th}(\tau-\tau_c)$. При $\varepsilon=0$ $\lambda^2 Z'' - \cos2\Theta(z)Z(z) = 0$.

Будем искать $Z_\pm(z) = e^{\pm z/\lambda}\left[1 \pm \text{th}^2 z/\lambda\right]$ решением. $z/\lambda = x$, $Z(x) = e^x[1+\text{th}x]$

$Z' = e^x[1+\text{th}x] + e^x\left[\frac{1}{\text{ch}^2x}\right]$, $Z'' = e^x[1+\text{th}x] + e^x\frac{1}{\text{ch}^2x} + e^x\frac{1}{\text{ch}^2x} + e^x\frac{(-2)}{\text{ch}^2x}\text{sh}x =$

$= e^x[1+\text{th}x] + e^x\frac{2}{\text{ch}^2x}[1-\text{th}x] = e^x[\cdot] + e^x\frac{2}{\text{ch}^2x}[1+\text{th}x - 2\text{th}x] = Z + \frac{2}{\text{ch}^2x}[Z - 2e^x\text{th}x]$

Должно $Z'' = \cos2\Theta Z = \left[1 - \frac{2}{\text{ch}^2x}\right]Z$, $\text{th}x = e^{-x}Z - 1$, $1+\text{th}x = \frac{\text{ch}x+\text{sh}x}{\text{ch}x} = \frac{e^x}{\text{ch}x}$

$Z'' = Z + \frac{2}{\text{ch}^2x}\left[Z - 2e^x(e^{-x}Z+1)\right] = Z + \frac{2}{\text{ch}^2x}\left[-Z - 2e^x\right] = \left[1 - \frac{2}{\text{ch}^2x}\right]Z + \frac{4e^x}{\text{ch}^2x}$ -

какое же это решение у Winter'61?

Т.е. ослабился член $\sim 1/\tau$ и Θ_0-nontrivial для нас ЛОДУ для A, B не решить

Note: В SW-УД вместо $-\Theta_0'$, $\frac{1}{\tau}\sin\Theta_0$ в правых частях стоит ω, получим homogeneous eqs. для $A(\tau), B(\tau)$ - это SW profiles для $(\omega=0)$ - zero modes. Это azimuthal $(\omega=0)$ modes не связ. A и B, с $m=\pm1$.

Sk. zero modes Easy-axis anis.

Sheka PRB 01, $\varepsilon_k = \sum_k\left[u_k(\tau) + v_k(\tau)\right]\cos(m\varphi + \omega_k t)$, $\mu = \sum_k\left[u_k - v_k\right]\sin(m\varphi + \omega_k t)$ $k=(n,m)$

Azimuthal $(\omega=0)$ zero modes $(\pm m=\pm1)$ $u_{+1} = \Theta_0' - \frac{1}{\tau}\sin\Theta_0$, $v_{+1} = \Theta_0' + \frac{1}{\tau}\sin\Theta_0$

при $\omega\to-\omega$, $m\to-m$, $u\rightleftarrows v$ УД дают $u(\tau), v(\tau)$ симбиотически

у нас $\varepsilon_k = B(\tau)(\nu/\nu_m)\sin(\varphi-\psi_\nu)$, $\mu = A(\tau)(\nu/\nu_m)\cos(\varphi-\psi_\nu)$, т.е. должно $A \sim (u-v)$, $B \sim (u+v)$, phase in $\sin(\cdot)$, $\cos(\cdot)$ как линейн. комбинация.

При $m\to-m$, $A\to-A$, $B\to B$ $(\omega=0)$. $A(\tau) \sim \frac{1}{\tau}\sin\Theta_0(\tau)$, $B(\tau) \sim \Theta_0'(\tau)$ дают uniform УД для $A(\tau), B(\tau)$ без DMI?

$$\begin{cases} -\nabla^2 A + \frac{1}{\tau^2}A + V(\Theta_0)A + \frac{2}{\tau^2}\cos\Theta_0 B = 0 \\ -\nabla^2 B + \frac{1}{\tau^2}B + (1+\frac{1}{\tau^2})\cos2\Theta_0 B + \frac{2}{\tau^2}\cos\Theta_0 A = 0 \end{cases} \quad V(\Theta_0) = -(\Theta_0')^2 + (1+\frac{1}{\tau^2})\cos^2\Theta_0$$

Имеем $B(\tau) = C_2\Theta_0'$, $A(\tau) = \frac{C_1}{\tau}\sin\Theta_0(\tau)$

$\nabla^2 B = C_2\left[\frac{\partial^2}{\partial\tau^2} + \frac{1}{\tau}\frac{\partial}{\partial\tau}\right]\Theta_0' = C_2\left[\Theta_0''' + \frac{1}{\tau}\Theta_0''\right]$, $-\Theta_0''' + \frac{1}{\tau}\Theta_0'' + \frac{1}{\tau^2}\Theta_0' + (1+\frac{1}{\tau^2})\cos2\Theta_0\Theta_0' +$

$+ \frac{2}{\tau^2}\cos\Theta_0\frac{1}{\tau}\sin\Theta_0\frac{C_1}{C_2} = 0$, static eq. $\nabla_1^2\Theta_0 = (\frac{1}{\tau^2}+1)\sin\Theta_0\cos\Theta_0$

$\nabla^2 B = \nabla^2\Theta_0' = \nabla^2\frac{\partial}{\partial\tau}\Theta_0 = \frac{\partial}{\partial\tau}\nabla^2\Theta_0 = \frac{\partial}{\partial\tau}\left[(1+\frac{1}{\tau^2})\sin\Theta_0\cos\Theta_0\right] = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\tau}(1+\frac{1}{\tau^2})\sin2\Theta_0 =$

$= \frac{1}{2}\frac{(-2)}{\tau^3}\sin2\Theta_0 + \frac{1}{2}(1+\frac{1}{\tau^2})2\cos2\Theta_0\Theta_0' = -\frac{1}{\tau^3}\sin2\Theta_0 + (1+\frac{1}{\tau^2})\cos2\Theta_0\Theta_0'$

$\frac{1}{\tau^3}\sin2\Theta_0 + (1+\frac{1}{\tau^2})\cos2\Theta_0\Theta_0' + \frac{1}{\tau^2}\Theta_0' + (1+\frac{1}{\tau^2})\cos2\Theta_0\Theta_0' + \frac{2}{\tau^2}\cos\Theta_0\frac{1}{\tau}\sin\Theta_0\frac{C_1}{C_2} = 0$, $\frac{C_1}{C_2} = -1$

Escaneado con CamScanner

A $\frac{1}{r^2}\theta_0'$ член будет где? $A' = \frac{2}{r^3}\frac{1}{2}\sin\theta_0 = -\frac{1}{r^2}\sin\theta_0 + \frac{1}{r}\cos\theta_0\theta_0'$

$A'' = +\frac{2}{r^3}\sin\theta_0 - \frac{1}{r^2}\cos\theta_0\theta_0' - \frac{1}{r^2}\cos\theta_0\theta_0' + \frac{1}{r}(-\sin\theta_0)(\theta_0')^2 + \frac{1}{r}\cos\theta_0\theta_0''$

$-\frac{2}{r^3}\sin\theta_0 + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0\theta_0' + \frac{1}{r}\sin\theta_0(\theta_0')^2 - \frac{1}{r^2}\cos\theta_0\theta_0'' + \frac{1}{r^3}\sin\theta_0 - \frac{1}{r^2}\cos\theta_0\theta_0' +$

$+\left[-(\theta_0')^2 + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0\right]\frac{1}{2}\sin\theta_0 + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0\theta_0'\frac{c_2}{c_1} + \frac{1}{r^3}\sin\theta_0 = 0$

$-\frac{1}{r}\cos\theta_0\left[\theta_0'' + \frac{1}{r}\theta_0'\right] + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0\frac{\sin\theta_0}{2} = 0$, $-\frac{1}{2}\cos\theta_0\left[\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos\theta_0\sin\theta_0\right] +$

$+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0\sin\theta_0 = 0$ - решение при $c_2/c_1 = -1$.

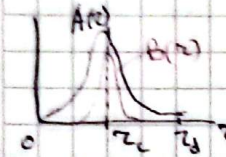
$\nabla^2 B = \nabla^2\frac{\partial}{\partial z}\theta_0$, $\nabla^2\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) =$

$= \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial z} \to \nabla^2 B = \nabla^2\frac{\partial}{\partial z}\theta_0 = \left[\frac{\partial}{\partial z}\nabla^2 + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial z}\right]\theta_0 =$

$= \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\frac{1}{2}\sin 2\theta_0\right] + \frac{1}{r^2}\theta_0'$ Этот член и даст $-\frac{1}{r^2}\theta_0'$ и сократится с $\frac{1}{r^2}B$.

Вывод: $A(r) = \frac{1}{r}\sin\theta_0$, $B(r) = -\theta_0'$ являются решениями однородного ЛОДУ 4-го порядка для $A(r), B(r)$ при $\omega=0$. (Zero-mode TM profiles), т.е. это 1-ая пара фундамент. решений ЛОДУ. // Как найти 2-ую пару фунд. решений и построить ФГ для ЛНДУ?

Пары решений ЛОДУ от 31/VIII при $r \approx r_c$: $A(r) \sim J_1(r), Y_1(r)$; $B(r) \sim J_0(r), Y_0(r)$



Точно отнош. до $A_1(r) = \frac{1}{r}\sin\theta_0$, $B_1(r) = -\theta_0'(r)$.

При $r_c \gg 1$, DW-thin approxim. $R_c \gg \Delta$, точное $A(r), B(r)$ локализованы на DW при $r \approx r_c$.

Т.е. $(\omega=0)$-TM локализована на DW $r \approx r_c$.

Почему именно пара $A_1(r) = \frac{1}{r}\sin\theta_0$, $B_1(r) = -\theta_0'$ выбрана как TM-profiles? Может TM profiles это 2-ая пара $A_2(r), B_2(r)$?

Сделать: Исслед. ВР - предел системы $A(r)$ и $B(r)$. Включить d в УД при $r \approx r_c$.

→ Skyrme с Boris: (Sk-mass и IV PL'89)

① Он согласился, что в определ. $\psi' \sim A(r)\sin\theta_0$ у него опечатка, надо $\psi' \sim \frac{1}{\sin\theta_0}A$, $\mu \sim A$. Но УД верны для μ, не A

② В. сказал, что провёрит $\sin\theta_0$ в коэфф. при B в M_V definition (это описка, но не сказалась на M_V (large R_c Skyrmions), где $B \to 0$)

③ В. удивлен решением УД для A и B в пределе thin DW методом ФГ, что дало $M_V \sim R_c$. Его предел $R_c \gg \Delta$ дал $M_V \sim R_c^3$. Видимо, thin DW (острый пик $\sin\theta_0$ при $r \approx r_c$) и $r_c \gg 1$ это разные пределы. В. сослался на особое решение ур. для A, $\sim 1/R_c^2$ - такой, уничтожающий $(\omega=0)$ mode в скирме и ортогональное СФ ЛОДУ к правой части

④ В. согласился, что precess. frequency $\Omega = 0$ дает ноль, но не ответил какую Ω он использовал в IV'PL'89, учитывая ли $\Omega(N)$? Видимо $\Omega = 0$ и в IV. PL'89.

⑤ В считает, что доп. энергия или DMI = 0 резко меняет ур. для A предела $R_c/\Delta \gg 1$ и дает $M_V \sim R_c$, приписав мне Zhmudskii' ФНТ'96 где учтена skyrm DMI (разобрались). В удивлен, что я давно записал УД с динамич DMI.

⑥ В. обещал записать $M_V \sim R_c$ расчет с DMI $\neq 0$ в file и прислать мне.

Skyrme с левой гармонией: Приедет ~ 16 Nov, найти жилье в San Bob. тема, видимо, artificial Skyrmions с exp Kakazei - Adekunle не только обсудить тему но Skyrmion mass с B. Ivanov, хотел связаться Экон.

Аргумент: $\mathcal{L}\psi + \lambda\psi = -g$ и нужен рез. $G(x,x') = \sum_n \frac{\phi_n(x)\phi_n(x')}{\lambda_n - \lambda}$, $\psi(x) = \int dx' G(x,x')g(x')$ где $\mathcal{L}\phi_n + \lambda_n\phi_n = 0$ и $\mathcal{L}$ - Hermitian dif. operator $[a,x]$.

Если $\lambda = 0$, то $\mathcal{L}y(x) + f(x) = 0$ inhom. eq. $\mathcal{L} = \frac{d}{dx}\left[p(x)\frac{d}{dx}\right] + q(x)$ is Sturm-Liouv. operator $x \in [a,b]$

B.c. $y(a) = 0$, or $y'(a) = 0$ or $\alpha y(a) + \beta y'(a) = 0$ и $y(b) = 0$ or $y'(b) = 0$ or $\alpha y(b) + \beta y'(b) = 0$

Решение $\mathcal{L}y(x) + f(x) = 0$ + bound conditions - задача есть $y(x) = \int_a^b dx' G(x,x') f(x')$

с ФГ $G(x,x') = -\frac{1}{A}\begin{cases} u(x)v(x'), & x < x' \\ u(x')v(x), & x > x' \end{cases}$, где $u(x)$ удовл. b.c. при $x = a$, $v(x)$ удовл. b.c. при $x = b$. $u(x)v'(x) - v(x)u'(x') = A/p(x) = W(x)$

Escaneado con CamScanner

Точка в $G(x,x')$ удов. б.с. при $x=a, b$ подчинена осям δ на $A(r), B(r)$ при r_0, r_1. Но решение есть лишь при $r_0 < r < r_1$ (доказано в DW)

(7/IX) На имейле Dudarreta с A., A. Andreev, Obeid в „Branka". Свой день рождения Antona: помощь слева на 2-ой курс „Informatics", чтобы сделал 3 предмета за 1-ый курс и 5 предметов за 2-ой курс. Не сдал за 2 года 8 предметов из 20.

Разбор Zmudzki' ФНТ '1936: записано DMI и equil. eqs. θ, Φ с углами DMI в polar coordinates. $F = \sin\theta_0$ есть решение $\left[-\nabla^2 + \frac{1}{r^2}\cos 2\theta_0\right]F = 0$ для BP solitan

(8/IX) New papers + Skyrmions' Описана присадка Zarpac на узел $R_c(D)$ для static Skyrmion + $R_c(T)$.

Maite (Bilbao) присылала диск $M(H)$ для RN dots с $R = 65$ nm, $L = 50$ nm

Разбор Shoka' Eur. Ph. J. '2006: „easy axis" oo-film, $\omega_{m=-1}$ GM, $\omega_{m=+1}$ FM } Спектр - Нарушение $(m=-1)$ mode GM с $\omega_{m=-1} = 0$ finite, а $(m=+1)$ mode $\omega_{+1} = 0$ FM. ω_{-1} mode рассматрив. из $\vec{X}(t)$, где $\vec{X}(t) = \int d^2\vec{s}\,\vec{s}\,(1-\cos\theta)$, что и доказывается eq. Thiele, где $\vec{X}(t)$ при $m_z = -1$ max (или min) $m_z(\vec{s}, t)$. Eq Thiele ($z=0$) дает $(m=-1)$ mode есть CCW тогда как для $p=-1$ GM/FM должна быть CW. Eq. Thiele говорит $(m=+1)$ mode есть GM/FM, а $(m=-1)$ mode — это atim. SW. Это согласуется с Shoka' PRB' 01 ($\omega_{m=-1}$) mode is localized при $s \approx R_c$ ($R_c \gg \Delta$), а не при $s \approx 0$ ($|\vec{x}|/R \ll 1$), что подтв. это atim. Sk.

Для oo-film $\omega = u_{+1} + v_{+1} = \frac{1}{2}\left(\theta_0' - \frac{1}{s}\sin\theta_0\right) + \frac{1}{2}\left(\theta_0' + \frac{1}{s}\sin\theta_0\right) = \theta_0'$

$-\mu = u_{+1} - v_{+1} = \frac{1}{2}(\cdot) - \frac{1}{2}(\cdot) = -\frac{1}{s}\sin\theta_0$

$\delta\vec{m} = \begin{pmatrix}\mu\\ \omega\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}A\\ B\end{pmatrix}$, $\vec{f} = \begin{pmatrix}-\theta_0'\\ \frac{1}{s}\sin\theta_0\end{pmatrix}$ - правая часть ЧД $A(r)$, $B(r)$.

$\delta\vec{m}\cdot\vec{f} \sim (A,B)\begin{pmatrix}-\theta_0'\\ \frac{1}{s}\sin\theta_0\end{pmatrix} = (\mu, \omega)\begin{pmatrix}-\theta_0'\\ \frac{1}{s}\sin\theta_0\end{pmatrix} = \frac{1}{s}\sin\theta_0'(-\theta_0') + \theta_0'\frac{1}{s}\sin\theta_0 = 0$

Т.е. СФ $\begin{pmatrix}\mu\\ \omega\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}A\\ B\end{pmatrix}_0$ соответ. $(\omega=0)$ СЗ of ЧД ортогональна правой части $\vec{f} \to$ $\to$ non-trivial solution ЛНДУ (инвом. ЧД для A, B) Существует. $\delta m_0 \cdot \vec{f} = 0$ явный учет $(\omega=0)$-СЗ нужен при построении ф. Грина через СЗ СФ. А для ф. Грина для ЛОДУ строим через фундам. решения ЛОДУ для $A(r)$, $B(r)$

(9/IX) Расчет Sk-radius vs. T (Оксана). Static Skyrmion - equil. R_c

$\mathcal{E}(D) = \mathcal{E}(0) - \pi D$, но $\mathcal{E}(0) = 4\sqrt{AK}$ для bulk Bloch wall, $\mathcal{E}(0) = 4\sqrt{A(K + 2\pi M_s^2)}$ для 1D bulk Neel wall $\mathcal{E}_N > \mathcal{E}_B$ из-за нам. энергии m_z то для Neel wall - см. Bogdanov-Hubert 'JMMM '94. Для thin films/dots $K \to K - 2\pi M_s^2$, DMI σ_2, поэтому $\mathcal{E}_B = 4\sqrt{AK_{eff}}$ - Bloch DW (Bloch Sk) и $\mathcal{E}_N = 4\sqrt{AK}$ - Neel DW (Neel Sk)

Или $W_D = D\left[(\vec{m}\cdot\nabla)m_z - m_z\nabla\vec{m}\right]$ - interface DMI → Neel Skyrmions $\mathcal{E}(D) = 4\sqrt{AK} - \pi D$ как в Rohart' PRB '13 и $K_{eff} = K - 2\pi M_s^2$ не надо вводить для Neel skyrmions в Bulk FM.

$R_s \gg \Delta$: $E_{Sk}(R_s) = 2\pi R_s L\,\mathcal{E}(D) + 4\pi L A\frac{\Delta}{R_s}$, $\frac{\partial E_{Sk}}{\partial R_s} = 2\pi L\left[\mathcal{E}(D) - 2A\Delta\frac{1}{R_s^2}\right] = 0$

$R_s^2 = \frac{2A\Delta}{\mathcal{E}(D)} = \frac{2A\Delta}{4\sqrt{AK} - \pi D}$, $\mathcal{E}(D) = 0$ дает $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}$ и sk radius

$R_s^2 = \frac{2A\Delta}{\pi(D_c - D)} = \frac{2A}{\pi D_c}\frac{\Delta}{(1 - D/D_c)} = \frac{2A}{4\sqrt{AK}}\frac{\Delta}{(1-D/D_c)} = \frac{1}{2}\frac{\Delta^2}{(1-D/D_c)}$, $\boxed{R_s(D) = \frac{\Delta}{\sqrt{2(1-D/D_c)}}}$

$\Delta = \sqrt{A/K}$ для Neel wall in thin film/dot. при $R_s \gg \Delta$. $D/D_c = 0.8$-1.0

$\Delta E_{Sk} = 2\pi L\int_0^R dr\,r\left[A\frac{\sin^2\theta}{r^2} - \frac{D}{r}\sin\theta\cos\theta\right]$ по сравнению с 1D - DW.

$\cos\theta = \text{th}\left(\frac{r - R_s}{\Delta}\right)$, $\sin\theta = 1/\text{ch}\left(\frac{r-R_s}{\Delta}\right)$ для $R_s \gg \Delta$ $\sin\theta\cos\theta$ - нечет. функция отн. $r = R_s$.

$\Delta E_{Sk} = 2\pi LA\int_{R_s-\Delta}^{R_s+\Delta} dr\,r\,\frac{\sin^2\theta}{r^2} = 2\pi AL\,\frac{\sin^2\theta(R_s)}{R_s}\int_{R_s-\Delta}^{R_s+\Delta} dr = 4\pi AL\Delta\frac{1}{R_s}$ приближение Rohart' 01

$\frac{R_s}{\Delta} \gg 1$ $\cos\theta \to \frac{1}{\sqrt{2(1-d)}} \gg 1$, $2(1 - D/D_c) \ll 1$, $\frac{1}{2} \ll \frac{D}{D_c} < 1$, т.е. $\frac{D}{D_c} = 0.8 - 1.0$

Более точное приближение $E_{Sk} = 2\pi AL\int dr\,r\left[(\theta')^2 + \frac{\sin^2\theta}{r^2} - \frac{d}{\Delta}\left(\theta' + \frac{\cos\theta\sin\theta}{r}\right) + \frac{1}{\Delta^2}\sin^2\theta\right]$

$E_{Sk} = \int_0^R dr\,r\left[(\theta')^2 + \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta - d\left(\theta' + \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta\right)\right] \cong \int dr\,r\left[(\theta')^2 + \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta - \frac{d}{\Delta}\theta'\right]$ ещё

если принять анзац Dw $\cos\theta = \text{th}\left((r - R_s)/\Delta\right)$. $r \to r/\Delta$ $E_{Sk} = \int dr\,r\left[(\theta')^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta - d\theta'\right]$

где $\theta' = -\sin\theta$, $\theta(0) = \pi$, $E_{Sk} = \int dr\,r\left[\left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta + d\sin\theta\right]$ - в симметрии Dw прибл. отн. r_s.

Escaneado con CamScanner

$$\mathcal{E}_{sk} = \int_0^{R/\Delta} dr_2 \left[\left(2+\frac{1}{r_2}\right)\frac{1}{ch^2(r-r_s)} + \frac{d}{ch(r-r_s)} \right]$$

Пусть $\mathcal{E}_{sk} = \int_{r_s-\Delta}^{r_s+\Delta}(\dots) = \left[r_s\left[2+\frac{1}{r_s}\right]+d r_s\right]2\Delta$, $d = 2\Delta/A$.

$\mathcal{E}_{sk}/2\Delta = (2+d)r_s + \frac{1}{2} - \frac{2\mathcal{E}_{sk}}{\partial r_s}\frac{1}{2\Delta} = (2+d) - \frac{1}{r_s^2} = 0$, $r_s = \frac{1}{\sqrt{(2+d)}}$. Но $d<0$

с уровня сложности, $r_s = \frac{1}{\sqrt{|d|-2}}$, $d_c = 2$, $r_s = \frac{2\Delta}{\Delta}\cdot\frac{1}{\sqrt{A/K}} = 2\sqrt{AK}$. Ответ

$D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}$ из 12 фундамент. $\sqrt{2+|d|}$

$R_s = \frac{\Delta}{\sqrt{d_c - d}} = \frac{\Delta}{\sqrt{d_c}}\frac{1}{\sqrt{1-d/d_c}} = \frac{\Delta}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{1-d/d_c}}$, что совпадает с ф. Rohart (для

нашу) нашему из 12 DW metal + 2D - non-Abelian, но $D_c^{Gus} = 2\sqrt{AK} > D_c^{Rohart}$

т.е. даже в чистом ферромагнетике наш учет усиление Rohart PRB'13.

Для реальных параметров $M_s = 600$ G, $K = 6\cdot10^6$ erg/cm^3, $A = 2\cdot10^{-6}$ erg/cm, $D = 3\frac{erg}{cm^2}$,

$\Delta = \sqrt{A/K} = \sqrt{2\cdot10^{-6}/6\cdot10^6} = \sqrt{\frac{1}{3}}\cdot10^{-6}$ cm $= 5.8$ nm, $D_c = 2\sqrt{2\cdot10^{-6}\cdot6\cdot10^6} = 4\sqrt{3}\frac{erg}{cm^2} = 6.93\frac{erg}{cm^2}$

R_s (Acc.) $= \frac{5.8\text{ nm}}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{1-3/6.93}} = \frac{5.8\text{ nm}}{\sqrt{2\cdot0.567}} = 5.4$ nm, $R_s \approx \Delta$ (модельное рассмотр.).

D_c (Rohart) $= \frac{4}{\pi}\sqrt{AK} = \frac{2}{\pi}D_c$ (Gus) $= 4.41\frac{erg}{cm^2}$ и $\frac{D}{D_c}$ (Rohart) $= 0.71$, тогда как $\frac{D}{D_c}$ (Gus) $= \frac{3}{6.93} = 0.43$ было, далеко от 1, где $R_s(D)$ ещё работает.

Если $r_s \approx r_d = R/\Delta$, то суммирование осн. DW сейчас $z = r_s$ исчезает, надо учитывать $\frac{d}{\pi}\sinh\Theta\cosh\Theta$ т.е. $\int_0^{R/\Delta} dr_2(\dots)$ начинается (R/Δ) тоже нужен.

$$J_1 = \int_0^{R/\Delta}\frac{dr}{ch^2(r-r_s)} = \left|r-r_s = x\right| = \int_{-r_s}^{r_d-r_s}\frac{x+r_s}{ch^2x}dx = r_s\,th x + r_s\cdot x\,th x - \ln ch x\Big|_{-r_s}^{r_d-r_s} =$$

$$= r_s\left[th(r_d-r_s) + th r_s\right] + (r_d-r_s)th(r_d-r_s) - (+r_s)th(-r_s) - \ln\frac{ch(r_d-r_s)}{ch r_s} = \left(\begin{matrix}r_d-r_s>0\\ r_d\gg1\end{matrix}\right) =$$

$$= r_s + r_s + r_d - r_s - r_s - \ln\frac{ch(r_d-r_s)}{ch r_s} = r_d - \ln\frac{e^{r_d-r_s}}{e^{r_s}} = 2r_s$$

$$J_2 = \int_0^{r_d} dr\frac{1}{r}\frac{1}{ch^2(r-r_s)} = \int_{-r_s}^{r_d-r_s}\frac{dx}{(x+r_s)}\frac{1}{ch^2x} = J_2(r_s)$$

Интегрируется в нуле при $r_s \to 0$

$$J_3 = \int_0^{r_d} dr\,r\frac{1}{ch(r-r_s)} = \int dx\frac{(x+r_s)}{chx} = \int_{-r_s}^{r_d-r_s}dx\frac{x}{chx} + r_s\int\frac{dx}{chx} = \int_{r_s}^{r_d-r_s}dx\frac{x}{chx} + r_s\cdot2\,arctg\,e^x\Big|_{-r_s}^{r_d-r_s} =$$

x/chx - хорош.

$$= \int_{r_s}^{r_d-r_s}dx\,x\,2e^{-x} + 2r_s\left[arctg\,e^{r_d-r_s} - arctg\,e^{-r_s}\right] = 2e^{-x}\left[-x-1\right]\Big|_{r_s}^{r_d-r_s} + 2r_s\left(\frac{\pi}{2}-(0)\right) =$$

$$= 2(x+1)e^{-x}\Big|_{r_s}^{r_d-r_s} + \pi r_s \approx \pi r_s + O(r_s e^{-r_s}),$$ если $r_d - r_s \gg 1$ и $r_s \gg 1$.

$$\frac{\mathcal{E}_{sk}}{2} = J_1(r_s) + \frac{1}{2}J_2(r_s) + \frac{d}{2}J_3(r_s) = 4r_s + \frac{1}{2}J_2(r_s) + \frac{\pi d}{2}r_s = \left(4+\frac{\pi d}{2}\right)r_s + \frac{1}{2}J_2(r_s)$$

$$\frac{\partial\mathcal{E}_{sk}}{\partial r_s} = 4 + \frac{\pi d}{2} + \frac{\partial J_2}{\partial r_s} = 0, \quad \frac{\partial J_2}{\partial r_s} = \frac{\partial}{\partial r_s}\int_0^{r_d}\frac{dr}{r}\frac{1}{ch^2(r-r_s)} = -\int\frac{dr}{r}\frac{2}{ch^3(r-r_s)}sh(r-r_s)(-1) =$$

$$= 2\int\frac{dr}{r}\frac{sh(r-r_s)}{ch^3(r-r_s)} = 2\int\frac{dr}{r}\frac{th(r-r_s)}{ch^2(r-r_s)} = 2\int_{-1}^{1}\frac{du\,u}{[arthu + r_s]}$$

$$J_2 = \int\frac{dr}{r}\frac{1}{ch^2(r-r_s)} = \int\frac{dr}{r}\left[1-th^2(r-r_s)\right] = \int\frac{dx}{(x+r_s)}\frac{1}{ch^2x} = \int\frac{d(thx)}{(x+r_s)} = \left|\begin{matrix}thx = u\\ x = arth\,u\end{matrix}\right| =$$

$$= \int_{-th r_s}^{th(r_d-r_s)}\frac{du}{arth\,u + r_s} \approx \int_{-1}^{1}du\frac{1}{(arth u + r_s)} = \left|arth\,u = \frac{1}{2}\ln\frac{1+u}{1-u}\right| \quad \frac{\partial J_2}{\partial r_s} = 2\int_{-1}^{1}\frac{du\cdot u}{(arth\,u + r_s)}$$

$$\mathcal{E}_{sk}(r_s) = \left(4 - \pi|d|\right)r_s + J_2(r_s), \quad J_2(r_s) = \int_0^{r_d}\frac{dr}{r}(\dots) = \int_{-r_s}^{r_d-r_s}\frac{dx}{(x+r_s)}\frac{1}{ch^2x} = \int_{-n\Delta}^{n\Delta}\frac{dx}{(x+r_s)}\frac{1}{ch^2x}$$

$r_d \to r_s + n\Delta$

$$\frac{\partial J_2}{\partial r_s} = -\int_{-n\Delta}^{n\Delta}\frac{dx}{(x+r_s)^2}\frac{1}{ch^2x} = -\frac{1}{r_s^2}\int_{-n}^{n}\frac{dx}{ch^2x} = -\frac{1}{r_s^2}thx\Big|_{-n}^{n} = -\frac{1}{r_s^2}\left[th(n) - th(-n)\right] \approx$$

$$\approx -\frac{1}{r_s^2}\left[2 + O(e^{-2n})\right] \Rightarrow \frac{\partial J_2}{\partial r_s} \approx -\frac{2}{r_s^2} \Rightarrow \frac{\partial\mathcal{E}_{sk}}{\partial r_s} = 4 - \pi|d| - \frac{2}{r_s^2} = 0, \quad r_s^2 = \frac{1}{(2-\frac{\pi}{2}|d|)} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}\left(\frac{4}{\pi} - d\right)}, \quad d_c = \frac{4}{\pi}$$

$$r_s^2 = \frac{2}{\pi}\frac{1}{(d_c - d)} = \frac{2}{\pi d_c}\frac{1}{(1-d/d_c)}, \quad r_s = \sqrt{\frac{2}{\pi d_c}}\frac{1}{\sqrt{1-d/d_c}}, \quad \sqrt{\frac{\pi d_c}{2}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}\cdot\frac{4}{\pi}} = \sqrt{2}$$

$R_s \gg \Delta$ $\boxed{R_s = \frac{\Delta}{\sqrt{2(1-d/d_c)}}}$, $d_c = \frac{4}{\pi}$, $\frac{D_c\Delta}{A} = \frac{4}{\pi}$, $\boxed{D_c = \frac{4}{\pi}\frac{A}{\Delta} = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}}$ т.е. в хорошем

приближении, если $J_2 = 2/r_s$, ср. даже R_s и D_c Rohart PRB'13 Вернем.

Здесь $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK_{eff}}$ дает Neel Skyrmions или $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{A(K-2\pi M_s^2)}$ для Bloch-Sk

в thin films / dots. Оба D_c посчитаны для thin film / dot, где $K_{eff} = K - 2\pi M_s^2$ из-за

m_z face charges. Разницы $E_{sk}(N)$ и $E_{sk}(B)$ нет, т.к. $E_m(m_z\text{-charges}) \to 0$ при $L \to 0$

Но в thin films / dots interface DMI → Neel Skyrmions, кроме случая thin films из B20 сер

Escaneado con CamScanner

$K_{eff} = K - 2\pi M_s^2 = K(1 - 1/Q)$, $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK(1-1/Q)} = \frac{4}{\pi}\sqrt{2\cdot10^{-6}\cdot6\cdot10^6}\left(1-\frac{1}{2,65}\right)^{1/2}$ erg/cm = $= \frac{4}{\pi}\cdot 2\sqrt{3}\left(1-\frac{1}{2,65}\right)^{1/2}$ erg/cm^2 $= 4,41\cdot\left(1-\frac{1}{2,65}\right)^{1/2} = 3,48$ erg/cm^2. $D = 3$ erg/cm^2 $< D_c$ и

eq. Rohart $R_s(D)$ применимо $\Delta = 5,8$ nm

Берг пояснил на магнитосилу $R_s = \frac{\Delta}{\sqrt{2\left(1-\frac{3}{4,1}\right)}} = \frac{\Delta}{\sqrt{2\cdot 0,32}} = \frac{5,8\text{nm}}{0,8} = 7,3$ nm

Ср.: R_s (Rohart) = 7,3 nm, R_s (linθ) = 12,6 nm $\Rightarrow$ lin$\theta_0(s)$ работает лучше R_s (Rohart), но

R_s (simul) $\approx$ 15 nm. R_s (Roh-modified) лучше R_s (lin).

Modified Rohart $R_s = \frac{\Delta}{\sqrt{2(1-D/D_c)}} = \frac{5.8\text{nm}}{\sqrt{2(1-\frac{3}{3,48})}} = \frac{5,8\text{nm}}{\sqrt{0,276}} = 11,0$ nm

Но modified $\Delta = \sqrt{A/K_{eff}} = \sqrt{A/(K-2\pi M_s^2)} = \sqrt{\frac{A}{K}}\frac{1}{\sqrt{1-1/Q}} = \frac{5,8\text{ nm}}{\sqrt{1-\frac{1}{2,65}}} = \frac{5.8\text{ nm}}{\sqrt{0,623}} = 7,3$ nm

Modified Rohart $R_s = \frac{7.3\text{ nm}}{\sqrt{0.276}} = 13,9$ nm при $\Delta_{eff} = 7,3$ nm.

$\rightarrow R_s$ (Roh.modified) $> R_s$ (linθ), но modified Rohart R_s/Δ_{eff} x2 всего, и Rohart R_s много

оправдано, за пределами применимости $R_s/\Delta_{eff} \gg 1$ of $R_s = \frac{\Delta_{eff}}{\sqrt{2(1-D/D_c)}}$ equation Rohart.

$\Delta_{eff}(T) = \sqrt{\frac{A(0)m^{1.8}}{K(0)m^3\left(1-2\pi\frac{M_s^2(0)m^2}{K(0)m^3}\right)}} \approx \frac{1}{\sqrt{m}}$, $m(T)$ растет с $T\downarrow$ и $\Delta_{eff}(T)\downarrow$ с $T\downarrow$.

$D_c(T) = \frac{4}{\pi}\sqrt{A(0)m^{1.8}K(0)m^3\left(1-\frac{2\pi M_s^2(0)}{K(0)}\frac{1}{m}\right)} \approx D_c(0)\,m^{2,4}$, $\frac{1}{\sqrt{1-D/D_c}}$ падает с $T\downarrow$.

растет с $T\downarrow$ $R_s \approx \frac{1}{\sqrt{m}\sqrt{1-m^{-2,4}}}$, $\frac{R_s}{\Delta_{eff}} \sim \frac{1}{\sqrt{1-D/D_c}}$ падает с $T\downarrow$ и

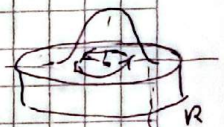
условие применимости Rohart $R_s \approx \frac{\Delta_{eff}}{\sqrt{2(1-D/D_c)}}$ выполняется.

Написал Оксане о расчетах R_c -skyrmion и послал file „Skyrmion_radius vsT.doc"

10/IV Maile (BCM, Bilbao) 8/IV прислал e-mail с new exp. data M(H) - SQUID FeNi-dots с R = 65 nm, L = 50 nm. New H_{an} = 640 Oe. Ранее для больших dots (R=65nm, L=55nm) было H_{an}(VSM) ≈ 250 Oe, H_{an}^{calc} = 680 Oe. Large vortex dots ($c = \frac{R_c}{R} \sim 1$)

$H_{an} = (1-c)\left[4\pi F_1(L/R) - (L_e/R)^2\right]M_s$ и небольшое уменьшение L с 55 до 50 nm немного (~5%) уменьшит H_{an}^{calc} с 680 Oe до ≈650 Oe (check this).

т.е. согласие H_{an}^{calc} (65 nm, 50 nm) с exp. H_{an} - SQUID хорошее.



// См. расчеты W_{ex}, W_m, W_H и H_{an} 25-27/III 2018г. 29/IV - 2/V browser

eq. $H_{an} = (1-c)\cdot H_{an}(c<<1, \text{Gus PRB'02})$, написал MS draft „Small_radius Vortex_dots.doc" и послал его 4/IV to Alfredo Garcia. Вопросы new exp. с R ≤ 60 nm dots. A. Garcia ответил 12/V, (и Maile) что dots неравномерны, сделают new dots когда sputtering заработает, отправил exp. section of the joint paper. // С. п. „Lidl" „Carrefour" Olaberria. Ужин. обед с Андреем.

11/IV Garcia PRL'16 дает простое приближение SW in skyrmion state — Skyrmion SW

в приближении ultrathin DW, $\Theta_0 = 0$, $s < R_c$ и $\Theta_0(s) = \pi$, $s > R_c$.

$\frac{1}{\gamma}\omega_n = H_a + \frac{2A}{M_s}k_n^2$. Это спиновые решения $\varepsilon(s) = \mu(s)$ - симм. YD для $\varepsilon(\vec{s},t)$, $\mu(\vec{s},t)$

$\varepsilon(\vec{s},t) = a_n(s)\cos(m\varphi - \omega t)$, $\mu(\vec{s},t) = -\sin\Theta_0\,\psi'(\vec{s},t) = b_n(s)\sin(m\varphi-\omega t)$, реш. $a_n = B_n$.

$x = kR_c$, $c = R_c/R$ из сов. гр. $\left[Y_{m+1}(x)J_{m+1}(\frac{x}{c}) - Y_{m+1}(\frac{x}{c})J_{m+1}(x)\right]J'_{m-1}(x) =$

$= \left[Y'_{m+1}(x)J_{m+1}(\frac{x}{c}) - Y_{m+1}(\frac{x}{c})J'_{m+1}(x)\right]J_{m-1}(x)$, $H_a = \frac{2K}{M_s}$

$a_n'' + \frac{1}{s}a_n' + \left[k_n^2 - \frac{(m-\cos\Theta_0)^2}{s^2}\right]a_n(s) = 0$, $k^2 = \frac{\omega}{2\gamma A M_s^{-1}} - \frac{K}{A} = \frac{M_s}{2A}\left[\frac{\omega}{\gamma} - H_a\right]$

$H_a = \frac{2}{M_s}K_{eff} = \frac{2}{M_s}\left[K - 2\pi M_s^2\right] = H_a - 4\pi M_s = 4\pi M_s(Q-1)$. Если k мнимое, то $x = ik$?

Было при real x - корнях, ср.: $a_-(s) = C J_{m-1}(ks)$, $s<R_c$; $a_+(s) = C_1 J_{m+1}(ks) + C_2 Y_{m+1}(ks)$, $s>R_c$

$i^n I_n(z) = J_n(iz)$, $K_n(z) = \frac{\pi i}{2}e^{\frac{\pi}{2}ni}H_n^{(1)}(ze^{\frac{1}{2}\pi i})$, $H_n^{(1)}(z) = J_n(z) + iY_n(z)$, $ze^{\frac{\pi}{2}i} = iz$.

k^2 при $k = ix$: $k^2 \to -x^2$, $\boxed{a_n'' + \frac{1}{s}a_n' - \left[x_n^2 + \frac{(m-\cos\Theta_0)}{s^2}\right]a_n = 0}$; $\begin{cases} m-\cos\Theta_0 = m-1, & s<R_c \\ m-\cos\Theta_0 = m+1, & s>R_c \end{cases}$

два независимые x-eq. есть $I_n(xs)$ и $K_n(xs)$. $J_n(iz)$ выбрали, в $I_n(z)$

$Y_n(iz)$ выбрали в комбинацию $K_n(z)$ и $J_n(z)$ согласно $K_n(z) = \frac{\pi i}{2}i^n\left[J_n(iz) + iY_n(iz)\right]$

$iY_n(iz) = \frac{2}{\pi}i^{-(n+1)}K_n(z) - J_n(iz) = \frac{2}{\pi i^{n+1}}K_n(z) - i^n I_n(z)$. Это немагн. цилиндр. eq

другие выбрали цилиндр. соотношение для $k^2 = -x^2$ Зачем.

Escaneado con CamScanner

н/ф $\rho < R_c$ имеем. Задача н/з-я ур-я $V_n(x\rho)$: $a_+(\rho) = C\, I_{m-1}(x\rho)$, $\rho < R_c$.
$a_+(\rho) = C_1 I_{m+1}(x\rho) + C_2 K_{m+1}(x\rho)$. $V_n(x\rho) \sim e^{-x\rho}$ н/ф $x\rho \gg 1$ физ-но разумно.

$\rho = R_c$: $a_-(\rho) = a_+(\rho)$, $\frac{\partial a_-}{\partial \rho} = \frac{\partial a_+}{\partial \rho}$, $\rho = R_s$, $a_+(\rho) \neq 0$ strong pinning (vdjeon gue Bloch Sk)

$$C I_{m-1}(x) = C_1 I_{m+1}(x) + C_2 K_{m+1}(x)$$
$$C I'_{m-1}(x) = C_1 I'_{m+1}(x) + C_2 K'_{m+1}(x)$$
$$C_1 I_{m+1}\left(\tfrac{x}{2}\right) + C_2 K_{m+1}\left(\tfrac{x}{2}\right) = 0$$

$$\begin{pmatrix} I_{m-1} & -I_{m+1} & -K_{m+1} \\ I'_{m-1} & -I'_{m+1} & -K'_{m+1} \\ 0 & -I_{m+1}(\frac{x}{2}) & -K_{m+1}(\frac{x}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$I_{m+1} I'_{m+1} K_{m+1}(\tfrac{x}{2}) + I'_{m-1} I_{m+1}(\tfrac{x}{2}) K_{m+1} = I'_{m-1} I_{m+1} K_{m+1}(\tfrac{x}{2}) + I_{m-1} K'_{m+1} I_{m+1}(\tfrac{x}{2})$$

$$I'_{m-1}(x)\left[I_{m+1}(\tfrac{x}{2}) K_{m+1}(x) - I_{m+1}(x) K_{m+1}(\tfrac{x}{2}) \right] = I_{m-1}(x)\left[K'_{m+1}(x) I_{m+1}(\tfrac{x}{2}) - I'_{m+1}(x) K_{m+1}(\tfrac{x}{2}) \right]$$

т.о. сингулярное $k^2 = -x^2$ получ. из сингулярного k^2 заменой $J_n \to I_n$, $Y_n \to K_n$.
$x = x R_c$.

MathCad „Skyrmion_dyn. chim. ТОМ. 1, исп" даёт $x_0 = 0$ н/ф $m = -1$. $I_n = I_{-n}$

$$I'_{-2}(x)\left[I_0(\tfrac{x}{2}) K_0(x) - I_0(x) K_0(\tfrac{x}{2}) \right] = I_{-2}(x)\left[K'_0(x) I_0(\tfrac{x}{2}) - I'_0(x) K_0(\tfrac{x}{2}) \right]$$

$$I'_2(x)\left[I_0(\tfrac{x}{2}) K_0(x) - I_0(x) K_0(\tfrac{x}{2}) \right] = I_2(x)\left[-K_1(x) I_0(\tfrac{x}{2}) - I_1(x) K_0(\tfrac{x}{2}) \right]$$

$K_0(x) \underset{x\to 0}{=} -(C + \ln\frac{x}{2}) I_0(x)$, $[\,] = I_0(\tfrac{x}{2}) I_0(x)\left[-(C + \ln\tfrac{x}{2}) + (C + \ln\tfrac{x}{2C}) \right] = \ln\frac{1}{C} I_0(\tfrac{x}{2}) I_0(x) = \ln 1/C$.

$I'_1(x) = I_1(x)\left(\frac{4}{x^2} + 1\right) - \frac{2}{x} I_0 = \frac{1}{2} x \left(1 + \frac{x^2}{2^2}\frac{1}{2}\right)\left(\frac{4}{x^2}\right) - \frac{2}{x}\left(1 + \frac{x^2}{2^2}\right) = \frac{1}{4} x - \frac{1}{2} \approx -\frac{1}{2} x$.

$I_2(x) \underset{x\to 0}{\approx} \frac{1}{2!}\frac{x^2}{4}$, $K_1(x) \underset{x\to 0}{\approx} +(C + \ln\frac{x}{2}) I_1(x) + \frac{C_1}{x}$, $I_2(x) K_1(x) \sim x^2\left[(\ln\frac{x}{2}) x + \frac{C_1}{x} \right] \sim C_1 x$.

Нетривиально, возможен только $x_0 = 0$ trivial root. $x = \frac{x_0}{R_c} = 0$.

$\omega_n/\gamma = H_a - \frac{A}{2M_s} x_n^2 = H_a$, т.е. спектр SW на фиксированной ширине $\omega_0 = \gamma H_a$ даже н/ф k-imaginary.

Так как $a_+(\rho) \sim K_0(x\rho) \simeq \ln(x\rho) \xrightarrow[x\to 0]{} \infty$, этот корень ($m = -1$) нефизичен.
Gyromode должна иметь $m = +1$, т.к. $p > 0$, $\cos\theta_0(0) = 1$, но сингулярное не имеет корней
→ GM frequency/profile таким способом $k = ix$ не найдем. н/ф $m = +1$.
Послал вопросы на вопросы и comments по эт. $k = ix$ to Зубкова (Skyrmion SW)

(12/IX) Узнал цены хостинг Olarein (800 €/month) и послал e-mail to Tantakundaza о сравн. ценах Tolosa House, Olarein и La Salle.

Skyrmion radius

Обсудил с Оксаной Ч. Skyrmion radius и его зависимости от T (Finocchio)
→ мне найти $R_c(H_z)$ в $\theta(\beta)$ lin. модели, физ. ограничение PSD(ω) н/ф $\frac{\omega}{2\pi} < 1$ GHz
н/ф $H_z = 0$ у Finocchio, видимо н/ф $T = 300$ K Skyrmion неустойчив и ж всех Sk-энергия сидит в gyromode. Н/ф H_z finite, Sk-стабильны и PSD(ω) ж white noise.
Окс. сказала, что 3-ий фрейм MINECO-2013 project до 2016 она не получила (ничего не получили) и она сделала Propuesta project на 2017, ученье 3-ий фрейм – 11,400 €, включая 8,000 € travels. Послал запрос to Amalia – Estado de Cuentas, Olatz Maiz/Alfredo – Bilbao на пояснения сравн. costs Han Cele.-exp. и new dot arrays.

Оксана запросила включить H_z в мин. $\theta(\rho) = \pi\rho/R_s$, $\rho < R_s$, $R_s = 2R_c$

Сн. lin-$\theta(\rho)$ расчет 21/V. $W_H = -H_z M_s \int dV \cos\theta = -H_z M_s 2\pi L \int_R^{R_s} d\rho\, \rho \cos\theta$.

$$J = \int_R^{R_s} d\rho\, \rho \cos\theta = \int_R^{R_s} d\rho\, \rho \cos\left(\frac{\pi\rho}{R_s}\right) + \int_R^{R_s} d\rho\, \rho (-1) = \left| \frac{\pi\rho}{R_s} = x \right| = \frac{R_s^2}{\pi^2} \int_0^{\pi} dx\, x \cos x - \frac{\rho^2}{2}\Big|_R^{R_s} =$$

$$= \frac{R_s^2}{\pi^2}\left[\cos x + x \sin x \right]\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{2}(R^2 - R_s^2) = -\frac{2}{\pi^2} R_s^2 + \frac{1}{2} R_s^2 - \frac{1}{2} R^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right) R_s^2 - \frac{1}{2} R^2$$

$W_H = -H_z M_s 2\pi L \frac{1}{2}\left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right) R_s^2$, $\cos\theta(0) = \cos 0 = 1$, $p = +1$, $H_z > 0$ увеличивает R_s.
Надо $H_z \to -H_z$, перп. поле уменьш. Sk-core $\cos\theta(0) = 1$.

$$\frac{1}{2\pi L} W(R_s) = AC_1 + \frac{1}{4} K R_s^2 (1 - Q^{-1}) - \frac{\pi}{2} D R_s + H_z M_s \frac{1}{2}\left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right) R_s^2, \quad K\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = \frac{K}{Q}(Q-1) = 2\pi M_s^2 (Q-1)$$

$$\frac{1}{2\pi L} W(R_s) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} K (1 - Q^{-1}) + H_z M_s \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right) \right] R_s^2 - \frac{\pi}{2} D R_s. \quad \partial W/\partial R_s = 0 \text{ дает}$$

$$[\ldots] R_s - \frac{\pi}{2} D = 0, \quad R_s = \frac{\pi}{2} \frac{D}{\left[\frac{1}{2} K (1 - Q^{-1}) + H_z M_s \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right) \right]} = \frac{1}{2\pi M_s^2} \frac{D}{\left[Q - 1 + H_z \frac{1}{\pi}\left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)/M_s \right]}$$

Sk-radius $R_c = \frac{1}{2} R_s$, $\boxed{R_c = \frac{D}{4\pi M_s^2} \frac{1}{\left[Q - 1 + \frac{1}{\pi}\left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)\frac{H_z}{M_s} \right]}}$ Equil. Sk-radius for Rintoul's model, H_z inward Sk core.

Escaneado con CamScanner

13/10 Вчера в hotel „Palace Arte" SkyMag'17. Затем 30 человек, подготовка. На hotel приехал и начал работу, далее free space для 120 чел., с coffee breaks и lunch.

Sakyamuni-problem Arantxa: ground breaking в Nano J., full length MS to J. Phys. и J. Ph. Cm.

14/10 Вчера на kaleidoscraph files of figs на Arantxa's comp и письма из Praha.

Продолжение „Skyrmion stability" paper с Arantxa, Skype с Tomiyasu-san

Skyrmion (см. 9/9): $E_{sk} = \int_0^R dr\, r\left[(\theta')^2 + (1+\frac{1}{r^2})\sin^2\theta - d\theta' - \frac{d}{r}\sin\theta\cos\theta\right]$

Ищем Sk-profile $\theta(r)$ из вариационного принципа. Сначала DW: $r=r_c$ граница DW

DW: $\cos\theta = \mathrm{th}(r-r_c)$, $\sin\theta = 1/\mathrm{ch}(r-r_c)$, $\theta' = -\sin\theta$ для DW ansatz. $r_d \gg r_c$

$\int_0^{r_d} dr\,(-\frac{d}{r})\sin\theta\cos\theta = -d\int_0^{r_d} dr\,\frac{\mathrm{sh}(r-r_c)}{r\,\mathrm{ch}^2(r-r_c)} = |r-r_c=x| = -d\int dx\,\frac{\mathrm{sh}x}{(x+r_c)\mathrm{ch}^2x} = -\frac{d}{2}\mathrm{th}^2x\Big|_{-r_c}^{r_d-r_c} =$

$= -\frac{d}{2}\left[\mathrm{th}^2(r_d-r_c) - \mathrm{th}^2 r_c\right]$, $\mathrm{th}(r_d-r_c) - \mathrm{th}\,r_c = 1 - 2e^{2(r_d-r_c)}\frac{-2r_c}{+1} = 2(e^{-2r_c} - e^{-2r_d}e^{2r_c}) =$

$r_c = R_c/b \gg 1$, $r_d = R/b \gg 1$, $r_d > r_c$. $= 2e^{-2r_c}\left[1 - e^{2(2r_c-r_d)}\right] = \begin{cases} 2e^{-2r_c}, & r_c < r_d/2 \\ -2e^{2(r_c-r_d)}, & r_c > r_d/2 \end{cases}$

$\mathrm{th}(r_d-r_c) + \mathrm{th}\,r_c = 2 - 2\left[\frac{1}{1+e^{-2(r_d-r_c)}} + e^{-2r_c}\right] \simeq 2$

$-d\int(\dots)\sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{2}d\cdot 2\cdot 2\begin{cases} e^{-2r_c}, & r_c < r_d/2 \\ -e^{2(r_c-r_d)}, & r_c > r_d/2 \end{cases} = -2d\{\dots\}$ – экспоненциально мало при $r_d \gg 1$, $r_c \gg 1$.

Но сам факт учета $r_c \sim 1$, но надо что-то делать с $J_2(r_c) = \int_0^{r_d}\frac{dr}{r}\sin^2\theta = \int_0^{r_d}\frac{dr}{r}\frac{1}{\mathrm{ch}^2(r-r_c)}$ сингулярным

Ansatz $\cos\theta = \frac{r}{r_c}\mathrm{th}(r-r_c)$, $\sin^2\theta = 1 - \frac{r^2}{r_c^2}\mathrm{th}^2(r-r_c)$ – нет. $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{r}{r_c}e^{+(r-r_c)}$ – Sheka'01.

или $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{r_c}{r}e^{-(r-r_c)}$ с $\theta(0) = \pi$, $\cos\theta(0) = p = -1$. $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \left(\frac{r}{r_c}\right)^p e^{p(r-r_c)}$ – De Bonte ansatz $p=+1$ $\theta(0)=0$

$\cos\theta = \frac{1-\mathrm{tg}^2\theta/2}{1+\mathrm{tg}^2\theta/2} = \frac{1-(r/r_c)^{2p}e^{2p(r-r_c)}}{1+(r/r_c)^{2p}e^{2p(r-r_c)}}$, пусть $p=-1$, $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{r_c}{r}e^{-(r-r_c)}$,

а) $r \to 0$, $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{r_c}{r}$, $\cos\theta = \frac{1-(r_c/r)^2}{1+(r_c/r)^2} = \frac{r^2-(r_c^*)^2}{r^2+(r_c^*)^2} \to -1$, $r_c^* = r_c e^{r_c}$, $r \to 0$ особ. $r_c \to 0$

б) $r \gg 1$, $r > r_c$, $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{r_c}{r}e^{-(r-r_c)} \to 0$; в) $r \approx r_c$, $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-(r-r_c)}$, $\theta \simeq \begin{cases} \pi, & r < r_c \\ 0, & r > r_c \end{cases}$

$\theta' \Rightarrow \frac{1}{\cos^2\frac{\theta}{2}}\frac{1}{2}\theta' = \frac{d}{dr}\left(\frac{r_c}{r}\right)e^{-(r-r_c)} = -\frac{r_c}{r^2}e^{-r+r_c} + \frac{r_c}{r}(-1)e^{-r+r_c} = -\frac{r_c}{r}e^{-r+r_c}\left[\frac{1}{r}+1\right]$

$\frac{1}{2}(1+\mathrm{tg}^2\frac{\theta}{2})\theta' = -\mathrm{tg}\frac{\theta}{2}\left[\frac{1}{r}+1\right]$, $\theta' = -2\left(\frac{1}{r}+1\right)\frac{\mathrm{tg}\theta/2}{1+\mathrm{tg}^2\theta/2} = -\left(\frac{1}{r}+1\right)\sin\theta$, немного.

$\cos\theta = \frac{1-(r_c/r)^2e^{-2(r-r_c)}}{1+(r_c/r)^2e^{-2(r-r_c)}}$, $\sin\theta = \frac{2\,r_c/r\,\exp(r_c-r)}{1+(r_c/r)^2e^{-2(r-r_c)}}$ – вполне ее можно.

$\mathrm{tg}\theta/2 = \exp\left[-r+r_c+\ln\frac{r_c}{r}\right] = e^{-f(r)}$, $\cos\theta = \frac{1-e^{-2f}}{1+e^{-2f}} = \mathrm{th}f(r)$, $\sin\theta = \frac{1}{\mathrm{ch}f(r)}$, $f(r) = r - r_c + \ln\frac{r}{r_c}$

Note: точное ур-ние eq. (15/9) $\theta'' + \frac{1}{r}\theta' = (1+\frac{1}{r^2})\sin\theta\cos\theta + \frac{d}{r}\sin^2\theta$, или

переписывается $u = \mathrm{tg}\frac{\theta}{2}$ дает $u'' + \frac{1}{r}u' - (1+\frac{1}{r^2})u = \frac{2u}{1+u^2}\left[(u')^2 + \frac{d}{r}u - (1+\frac{1}{r^2})u^2\right]$, $r = \frac{g}{\Delta}$.

У меня $u = \mathrm{tg}\theta/2 = e^{-f}$. $u_f' = -e^{-f}$. $u' = -e^{-f}f' = -uf'$; $u'' = \frac{d}{dr}(-uf') = -u'f' - uf'' =$

$= u(f')^2 - uf''$

$-uf'' + u(f')^2 + \frac{1}{r}(-u)f' - (1+\frac{1}{r^2})u = \frac{2u}{1+u^2}\left[u^2(f')^2 + \frac{d}{r}u - (1+\frac{1}{r^2})u^2\right]$

$-f'' + (f')^2 - \frac{1}{r}f' - (1+\frac{1}{r^2}) = \frac{2u}{1+u^2}\left[u(f')^2 + \frac{d}{r} - (1+\frac{1}{r^2})u\right]$, $u = e^{-f(r)}$. $\frac{2u}{1+u^2} = \frac{1}{\mathrm{ch}f}$

$-f'' + (f')^2 - \frac{1}{r}f' - (1+\frac{1}{r^2}) = \frac{1}{\mathrm{ch}f}\left[e^{-f}(f')^2 + \frac{d}{r} - e^{-f}(1+\frac{1}{r^2})\right]$ – eq. for $f(r)$.

Если ли $f(r) = r - r_c + \ln\frac{r}{r_c}$ решением, хотя приближенным? И когда?

$f'(r) = 1 + \frac{1}{r^2}$, $f'' = -\frac{2}{r^3}$, $-\frac{2}{r^3} + (1+\frac{1}{r^2})^2 - \frac{1}{r}(1+\frac{1}{r^2}) - (\frac{1}{r^2}+1) = \frac{1}{\mathrm{ch}f}\left[e^{-f}(1+\frac{1}{r^2})^2 + \frac{d}{r} - e^{-f}(1+\frac{1}{r^2})\right]$

$+\frac{1}{r^2} + \frac{2}{r^4} + \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2} - 1 = \frac{1}{\mathrm{ch}f}\left[\frac{d}{r} + e^{-f}\left(-\frac{2}{r^3}\right)\right]$, $\frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} = \frac{1}{r}\frac{1}{\mathrm{ch}f}\left[d + 2e^{-f}\right]$

Если $d = 0$ $\frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} = \frac{2e^{-f}}{2\mathrm{ch}f}$, $\mathrm{ch}f = \mathrm{ch}(r - r_c + \ln r/r_c)$, $\frac{1}{r} - \frac{1}{r^2} = \frac{2}{r}\frac{2}{1+e^{+2f}}$

$e^{-f} = e^{-r+r_c-\ln\frac{r}{r_c}} = (r_c/r)e^{-r+r_c}$, $-\frac{1}{r^2} = \frac{4}{1+e^{+2f}} - 1$ Это не выполн. при $f=0$, $r=r_c$.

Т.е. $f(r) = r - r_c + \ln r/r_c$ не есть решение точного ур-ния для $\theta(r)$ даже при $d=0$.

$1 - \frac{1}{r^2} = \frac{1}{\mathrm{ch}f}\left[-|d| + 2e^{-f}\right]$, при $f=0$, $r=r_c$, $1 - \frac{1}{r_c^2} = -|d| + 2$, $\frac{1}{r_c^2} = |d| - 1$ – формально

Ограничение, но неприятно. r_c растет с $|d|\uparrow$ довольно

$-f'' + (f')^2\left[1 - \frac{e^{-f}}{\mathrm{ch}f}\right] - \frac{1}{r}f' - \frac{d}{r}\mathrm{ch}f + (1+\frac{1}{r^2})\left[\frac{e^{-f}}{\mathrm{ch}f} - 1\right] = 0$, $1 - \frac{e^{-f}}{\mathrm{ch}f} = \mathrm{th}f$. $\cos\theta = \mathrm{th}f$, $\sin\theta = 1/\mathrm{ch}f$

$-f'' + \mathrm{th}f\cdot(f')^2 - \frac{1}{r}f' - \frac{d}{r}\frac{1}{\mathrm{ch}f} + (1+\frac{1}{r^2})(-1)\mathrm{th}f = 0$, $(f')^2 - \frac{1}{r}\mathrm{cth}f\cdot f' - \frac{d}{r}\frac{1}{\mathrm{sh}f} = (1+\frac{1}{r^2}) + f''\mathrm{cth}f$

Точное eq. для $f(r)$, $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-f(r)}$: $(f')^2 - \frac{\mathrm{cth}f}{r}f' - \frac{d}{r}\frac{1}{\mathrm{sh}f} = 1 + 1/r^2$ – проверить →

Escaneado con CamScanner

Продолжение f''. Надо $f'' - \text{th}f\,(f')^2 + \frac{1}{r}f' + \frac{d}{r}\frac{1}{\text{ch}f} + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\text{th}f = 0$, $\text{th}\frac{\beta}{2} = e^{-\beta}$.

$f(r) = r - r_c + \ln r/r_c$ даст $1 = \frac{1}{\text{ch}f}\left(d + 2e^{-f}\right)$, $\text{ch}f = +|d| + 2e^{-f}$, $1 = \frac{d}{\text{ch}f} + 2(1-\text{th}f)$

$\frac{d}{\text{ch}f} = 2\text{th}f - 1$, что бессмысленно. BP limit $(1+1/r^2) \to \frac{1}{r^2}$, $f = +\ln r/r_c$ близко

Оценим $f(r) = r - r_c + \ln r/r_c$ как trial function. Можно ли найти $E(R)$ H_0 $f(r) = r - r_c$, $f' = 1$ - решение при $r \gg 1$. лучше?

(15/IV) Запрос про availability talent (license для Тарановского).

New Skyrmion papers - Siracusano - Finocchio PRL 2016, Simul. Skyrmions in CoFeB dot, $R = 125$ nm, $L = 1$ nm.

Finocchio приняли info that $\mu M_s = 600$ G, $A = 20$ pJ/m, $K_u = 0{,}60$ MJ/m^3, $D = 3{,}0$ mJ/m^2, $d = 0{,}1$ used for simulations $R_c(T, H_z)$ взяли из Ryu et al Nat. Com. 5 5910, 2014.

2) thermal noise at 300 K, $H_z = 20$ mT имеет пик at $f \approx 6$ MHz и нагрев $\sim 1/f$. Оценить $\omega_G/2\pi$ для этих dot parameters и $R_c \approx 22$ nm.

Ryu - Parkin'ы имеют. Co(0,3nm) / Ni(0,7nm) / Co(0,5nm) на Pd, Ir, Pt, Au подслоях. Они Co/Ni/Co/Pt $M_s = 590$ G, $K = 5{,}4 \cdot 10^6$ erg/cm^3, $K_{eff} = 3{,}2 \cdot 10^6$ erg/cm^3, $\Delta = \sqrt{A/K_{eff}} = 4{,}3$ nm, откуда A можно найти. Что DMI не нашли никто. $A_{calc} = 3{,}2 \cdot 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{cm}}(4{,}3\,\text{nm})^2 = 5{,}9\,\frac{\text{pJ}}{\text{m}}$, тогда как Finocchio взял $A = 20$ pJ/m. Критич D_c для Q<1

Good estimation of DMI $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK_{eff}}$, Skyrmion's metastable at $D \le D_c$ и ground state при $D \gtrsim D_c$. $K_{eff} = K - 2\pi M_s^2 = 2\pi M_s^2(Q-1)$, $Q > 1$, "clay" axis.

$D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{A \cdot 2\pi M_s^2(Q-1)} = \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{2A}{M_s^2}\pi M_s^4 (Q-1)} = 4(\sqrt{\pi})^{-1} M_s^2 L_e \sqrt{Q-1}$

В оригинал. Gus - Skyrm. GM, $d = D L_e/A$, $d_c = \frac{4}{\sqrt{\pi}} M_s^2 L_e \sqrt{Q-1}\,\frac{L_e}{A} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{M_s^2}{A}\frac{2A}{M_s^2}\sqrt{Q-1}$

$d_c = \frac{8}{\sqrt{\pi}}\sqrt{Q-1}$ при $Q > 1$. В Gus' Skyrm GM брали $Q = 0{,}86$, дает $c_c'(d)$ плот.

$\omega_G = \omega_H \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\frac{1}{r^2}\left(1 + \frac{1}{2}\pi d c\right)\right]$, $r = \frac{R}{L_e}$, $c = R_c/R$, $d = D L_e/A$.

Как сделать $\omega_G(r)$ и $\omega_G(d)$? Какое $c = c(d, R)$ брать?

Графики mathCad files. Видимо я брал $c = c_{eq}(d, R)$ из BP soliton model $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$.

Когда обсуждали Büttner'15 прямо взял $c_0 = 0{,}18$ из Гаусс. Büttner.

Из BP model при $c \ll 1$ можно получить $D_c = 4A/R_c$. Но BP model дает по порядку. BP model дает equil. static R_c порядка, т.к. я $c_0 \approx 0{,}5$-ов берут $\delta(z) = e^{i\Phi_0(z-s)/c}$ для dynamics и BP $f(z) = e^{i\Phi_0\left(\frac{z}{c}\right)}$ для static Skyrm.

Из Замороки Sk-stability Аронова нужно $D_c(c)$ из BP ansatz, но $c = c_0$ надо находить из $\partial E_{sk}/\partial c = 0$. $D_c(c \to 0) = 4A/R_c$. $D_c(c \to 1)$ оценим.

$D_c(c \to 1) = 4\pi M_s^2 R\left[\frac{L_{ex}^2}{R^2} + \frac{1}{2}(Q-1)\left\{2\ln 2 - 1\right\}\right]$ или в Mag. Lett. нормировке

$d_c = D_c\frac{L_e}{A}$, $4\pi M_s^2 \cdot \frac{L_e}{A} = 4\pi M_s^2 \sqrt{\frac{2A}{M_s^2}}\frac{1}{A} = 4\pi\sqrt{\frac{2M_s^2}{A}} = 8\pi\frac{1}{L_e}$, $L_{ex}^2 = \frac{A}{2\pi M_s^2} = \frac{1}{4\pi}L_e^2$.

$D_c \to d_c = 8\pi\frac{R}{L_e}\left[\frac{1}{4\pi}\frac{L_e^2}{R^2} + \frac{1}{2}(Q-1)(2\ln 2 - 1)\right]$ at $c_0 \approx 1$.

$d_c(c_0 \approx 1) = 2\left(\frac{L_e}{R}\right) + 4\pi\frac{R}{L_e}(Q-1)(2\ln 2 - 1)$. С параметрами Büttner'15 брали $L_e = 14{,}5$ nm, $R = 275$ nm, $Q = 0{,}86$.

$d_c \approx 2 \cdot \frac{14{,}5}{275} + 4\pi\frac{275}{14{,}5}(-0{,}14)(2\ln 2 - 1) = 0{,}105 - 12{,}89 < 0$, $d_c = -12{,}78$ при $c \ll 1$ $\delta_{ex} = |d|/6$

Можно оценить d_c из $\omega_G(c) \ge 0$ $(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi r^2}\left(1 - \frac{\pi}{2}|d|c\right) > 0$

$(\cdot) \times \pi r^2(1-Q)(1-c^2)$ $1 - \frac{1}{2}r|d|c = \pi r^2(1-Q)(1-c^2)$, $|d_c| = \frac{2}{rc}\left[1 - \pi r^2(1-Q)(1-c^2)\right]$

$r = \frac{275\,\text{nm}}{14.5\,\text{nm}} \approx 19.0$ и $|d_c| < 0$ для малых c. $H_c|_{c=1} = \frac{2}{r} = \frac{2}{19} \approx 0.1$

$\omega_G(c) = 0$ также решается совместно с $\frac{\partial E_{sk}}{\partial c} = 0$.

Note: по смыслу расчета Sk-stability B/I (Sk-stability MS Aronova) $D_c = 4M_s^2 R\left[\frac{L_e^2}{R^2}\frac{1}{c} + 2\pi c(Q-1)\left\{(1+c^2)\ln(1+c^2) - 1\right\}\right]$. R брался из $W_{sk}'(R) = W_{180}$ условие перехода Sk-state → 180 state, т.е. $Q > 1$. W_{sk} брался из BP model.

Alternative D_c при $Q > 1$ (из BW model) есть $D_c = \frac{4}{\sqrt{\pi}}M_s^2 L_e\sqrt{Q-1}$

Escaneado con CamScanner

Если $Q<1$, то ... плоскость анизотропии ... то $W_{xx}(\Omega)$ ... (положительно) ... $W(\alpha)$, W_{xx} ... Ω_c, $Q<1$

Оставим $\beta \to 0$, интеграл дет, ... $h_a = 0$

$$\varepsilon_{sk} = \frac{E_{sk}}{M_s^2 V} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{l_e}{R}\right)^2 \frac{1}{(1+c^2)} + \frac{1}{2} h_a^x c^2 \left[\ln(1+c^2) - \frac{1}{1+c^2} \right]_{+2\pi}^{+\pi}, \quad h_a^x = h_a - 4\pi = 4\pi(Q-1)$$

$$\varepsilon_{sk} = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} E_{sk} = \frac{1}{2\pi} \frac{l_e^2}{R^2} \frac{1}{1+c^2} \left[1 - \frac{1}{2}|d|\pi c \right] + 2(Q-1)c^2 \left[\ln(1+c^2) - \frac{1}{1+c^2} \right] + \frac{1}{2}, \quad c = R/l_e$$

+ Добавлено 17/7 2015 г. сделано: DMI в rigid model 3½ 15г + BP model

$$\varepsilon_{sk}(BP) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{c^2} \frac{1}{1+c^2} \left[1 - \frac{1}{2}\pi|d| \right] + 2(Q-1)c^2 \left[\ln(1+c^2) - \frac{1}{1+c^2} \right] + \frac{1}{2}$$

$$\varepsilon(\Theta) = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} E[\Theta(s)] = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 ds\, s \left[\frac{l_e^2}{R^2} \left\{ (\Theta')^2 + \frac{\sin^2\Theta}{s^2} \right\} + h_a^x \sin^2\Theta \right] + \frac{1}{2}, \quad (\Theta')^2 = \frac{1}{s^2}\sin^2\Theta \text{ для BP}$$

$$\varepsilon_A + \varepsilon_m = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 ds\, s \left[h_a \sin^2\Theta - h_z^0 \cos\Theta \right] = \left| h_z^0 = -4\pi\cos\Theta = -4\pi m_z,\ \beta \to 0 \right| =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_0^1 ds\, s \left[h_a \sin^2\Theta + 4\pi\cos^2\Theta \right] = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 ds\, s \left[(h_a - 4\pi)\sin^2\Theta + 4\pi \right] = (Q-1)\int_0^1 ds\, s \sin^2\Theta + \frac{1}{2}$$

BP: $\int_0^1 ds\, s \sin^2\Theta = 2c^2 \left[\ln(1+c^{-2}) - \frac{1}{1+c^2} \right] \Rightarrow \varepsilon_A + \varepsilon_m = 2(Q-1)c^2 \left[\ln(\cdot) - \frac{1}{1+c^2} \right] + \frac{1}{2}$.

Энергия ⊥SD state $\varepsilon(\Theta=0) = 1/2$.

Энергия Vortex-BP (18/15г.) ($b = R_v/R$)

$$\varepsilon_v = \frac{1}{M_s^2 V} E_v = \left(\frac{l_e}{R}\right)^2 \left(2 + \ln\frac{1}{b}\right) + \frac{4\pi}{\beta} \int dk \left(1 - e^{-\beta k}\right) I_v^2(k) + h_a \left[\frac{1}{2} + b^2(2\ln 2 - \frac{3}{2}) \right]$$

При $\beta \to 0$ $\int dk \left[1 - e^{-\beta k}\right] \int_0^b ds\, s \cos\Theta(s) J_0(ks) \int_0^b ds'\, s' \cos\Theta(s') J_0(ks') =$

$$= \beta \int_0^\infty dkk \int_0^b ds\, s\, m_z(s) J_0(ks) \int_0^b ds'\, s' m_z(s') J_0(ks') = \beta \int_0^1 ds\, s\, m_z^2(s) = \beta \int_0^1 ds\, s \cos^2\Theta$$

$$\varepsilon_m(v) = 4\pi \int_0^1 ds\, s \cos^2\Theta, \quad \varepsilon_a + \varepsilon_m = h_a \int_0^1 ds\, s \sin^2\Theta + 4\pi \int_0^1 ds\, s \cos^2\Theta = (h_a - 4\pi)\int_0^1 ds\, s \sin^2\Theta + 2\pi$$

$$\varepsilon_v = \frac{1}{M_s^2 V} E_v(BP) = \left(\frac{l_e}{R}\right)^2 \left(2 + \ln\frac{1}{b}\right) + h_a^x \left[\frac{1}{2} + b^2(2\ln 2 - \frac{3}{2}) \right] + 2\pi, \quad r = R/l_e.$$

$$\underline{\varepsilon_v} = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} E_v = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{r^2} \left(2 + \ln\frac{1}{b}\right) + (Q-1)\left[\frac{1}{2} + b^2(2\ln 2 - \frac{3}{2}) \right] + \frac{1}{2}, \quad b = R_v/R.$$

Добавим DMI к E_v. Vortex не опис. analytic $f(z)$ и нельзя $A \to A'$ ... учитывать DMI

Сом. 12/7 15г. $(\vec{m}\cdot 2\pi\vec{m})$ DMI - Bloch sk, 17,25/7 15г. $(m_z \nabla\vec{m} - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z)$ Néel-sk DMI ... неверно. Баг:

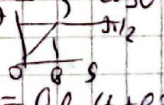
$$W_D = 2\pi DLC \int_0^R ds \left[\frac{\partial\Theta}{\partial s} + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta \right] = 2\pi LDCR \int_0^1 ds\, s \left[\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta \right], \text{ но } C\text{-chirality}$$

$$\varepsilon_{DMI} = \varepsilon_D = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} W_D = \frac{2\pi LDCR}{4\pi \cdot M_s^2 \cdot \pi l_e R^2} \int_0^1 ds\, s [\dots] = \frac{1}{2\pi} \frac{DC}{M_s^2 R} \int_0^1 ds\, s [\dots]$$

Опр. $d = \frac{DCl_{ex}}{A}$, $\frac{DC}{M_s^2 R} = \frac{1}{M_s^2 R} \frac{Ad}{l_e} = \frac{1}{2}\frac{1}{R} l_e^2 \frac{d}{l_e} = \frac{1}{2} d \left(\frac{R}{l_e}\right)^{-1}$, $\varepsilon_D = \frac{E_D}{4\pi M_s^2 V} = \frac{d}{4\pi}\frac{l_e}{R}\int_0^1 ds\, s [\dots]$

$$\mathcal{I}_D = \int_0^1 ds\, s \left[\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta \right] = \int_0^b ds\, s \left[\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta \right]$$

Пусть $p = +1$, $\Theta(0) = 0$, $\cos\Theta(0) = \cos 0 = 1$. $\Theta_s' = \frac{1}{s}\sin\Theta$, $\cos\Theta = -p\frac{s^2 - b^2}{s^2 + b^2}$, $\sin\Theta = \frac{2bs}{s^2 + b^2}$



$$\int_0^b ds\, s\, \Theta_s' = \int_0^b ds\, \sin\Theta = 2b \int_0^b ds \frac{s}{s^2 + b^2} = |s^2 = t| = b \int_0^{b^2} dt \frac{1}{t + b^2} = b \ln(t + b^2)\Big|_0^{b^2} = b\left[\ln(2b^2) - \ln b^2\right] =$$

$$= b \ln 2$$

$$\int_0^b ds \sin\Theta\cos\Theta = \int_0^b ds \frac{2bs}{s^2 + b^2} \cdot \left(\frac{b^2 - s^2}{b^2 + s^2}\right) = b \int dt \frac{b^2 - t}{(b^2 + t)^2} = b \int \frac{dt}{(b^2 + t)^2}(b^2 + t - 2t) = b \int \frac{dt}{b^2 + t} - 2b \int \frac{dt}{(t + b^2)^2}$$

$$1 + \cos\Theta = 1 + \frac{b^2 - s^2}{b^2 + s^2} = \frac{2b^2}{b^2 + s^2}, \quad \mathcal{I}_D = \int_0^1 ds\, s \left[\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta \right] = \int_0^1 ds\, s \sin\Theta(1 + \cos\Theta) =$$

$$= \int_0^1 ds \frac{2bs}{(b^2 + s^2)} \frac{2b^2}{(b^2 + s^2)} = 2b^3 \int dt \frac{1}{(b^2 + t)^2} \rightsquigarrow 2b^3 (-1) \frac{1}{(b^2 + t)}\Big|_0^{b^2} = -2b^3\left[\frac{1}{2b^2} - \frac{1}{b^2}\right] = b.$$

$$\underline{\varepsilon_D} = \frac{d}{4\pi}\frac{l_e}{R}\mathcal{I}_D = \frac{d}{4\pi}\frac{l_e}{R} b = \frac{d}{4\pi}\frac{l_e R_v}{R^2} = \frac{d}{4\pi}\left(\frac{l_e}{R}\right)^2 \left(\frac{R_v}{l_0}\right), \quad \varepsilon_v^{ex}(core) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{l_e}{R}\right)^2 2$$

Т.е. вклад v. core, где $f(z)$ analyt'c $A \to A' = A + \frac{1}{2} d \frac{R_v}{l_e}$, $d = \frac{DCl_e}{A}$,

Total vortex energy density (BP, $\beta \to 0$) $\underline{\varepsilon_v} = \frac{E_v}{4\pi M_s^2 V} = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{r^2}\left(2 + \ln\frac{1}{b}\right) + \frac{d}{4\pi}\frac{1}{r} b + \left[\frac{1}{2} + b^2(2\ln 2 - \frac{3}{2})\right](Q-1) + \frac{1}{2}$

Энергия ||-SD state $\varepsilon_{||SD} = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} E_{||SD} = \varepsilon(\Theta = \frac{\pi}{2})$, где energy density

$$\underline{\varepsilon(\Theta)} = \frac{E[\Theta]}{4\pi M_s^2 V} = \frac{1}{4\pi} \int ds\, s \left[\frac{l_e^2}{R^2} \left\{ (\Theta')^2 + q^2 \frac{\sin^2\Theta}{s^2} \right\} + \frac{d l_e}{R} \left(\Theta' + \frac{\sin\Theta\cos\Theta}{s} \right) + 4\pi(Q-1)\sin^2\Theta \right] + \frac{1}{2}$$

$\varepsilon_{||SD} = (Q-1)\int ds\, s + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}Q$, $E(\Theta = \pi/2) = KV$ – верно. || SD state, u-plane

Escaneado con CamScanner

$\frac{\partial E_v}{\partial \beta} = \frac{1}{4\pi l^2}\left(-\frac{1}{\beta}\right) + \frac{d}{4\pi l} + (Q-1)2\beta\left(2\ln 2 - \frac{3}{2}\right) = 0$, найдем R_v - равн. $\beta = \frac{R_v}{R}$.

При $d = 0$ плотно упак. $\beta = \text{const}$, т.е. $R_v = \frac{R_v}{l_0} = \text{const}$, R_v не зависит от R.

$E_v = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{l^2}\left(2 + \ln\frac{1}{\beta}\right) + \frac{d}{4\pi l}\beta + (Q-1)\beta^2\left(2\ln 2 - \frac{3}{2}\right) + E_{11SD}$, $E_{11SD} = Q/2$, $Q < 1$.

Из $\frac{\partial E_v}{\partial \beta} = 0$ $(Q-1)\beta^2\left(2\ln 2 - \frac{3}{2}\right) = +\frac{1}{8\pi l^2} - \frac{d\beta}{8\pi l}$, $E_v = E_{11SD} + \frac{1}{4\pi l^2}\left(\frac{5}{2} + \ln\frac{1}{\beta}\right) + \frac{d\beta}{8\pi l}$

$E_v = E_{11SD} + \frac{1}{4\pi l^2}\left(\frac{5}{2} + \ln\frac{1}{\beta}\right) - |d|\frac{\beta}{8\pi l}$, т.е. $|d| \neq 0$ уменьшает vortex energy

Без 2М1, $d = 0$, $E_v > E_{11SD}$ при $l \to 0$, вихрь не выгоден, но 2М1 может стабилизировать вихрь, если $|d|$ велико, $Q < 1$.

$\Delta E = E_v - E_{11SD} = \frac{1}{4\pi l^2}\left(\frac{5}{2} + \ln\frac{1}{\beta}\right) - \frac{|d|\beta}{8\pi l} = 0$, $2\left(\frac{5}{2} + \ln\frac{1}{\beta}\right) = |d|\beta l$ - равн. V-11SD - Sine

$\beta l = \frac{R_v}{l_0}$, $\beta = R_v/R$ - численно.

D_c при $Q < 1$ надо определ. из $E_{sk}(D) = E_v(D)$. Gus'Mag.Lett.'15 дает при $\beta \to 0$, что Sk переходит в vortex. Это ед. качественно, т.к. надо еще решить сед и R_v-ед и подставить в $E_{sk}(D, c) = E_v(D, R_v)$.

Если $l = R/l_e$ и $\beta = R_v/R$ небольшие, то $E_{11SD} < E_v$, или $E_{11SD} \approx E_v$. Используя

Для $\Delta E(Sk-11SD) = E_{sk}(D) - E_{11SD} = 0$, $\frac{1}{\pi l^2}\frac{1}{1+c^2}\left[1 - \frac{1}{2}\pi l|d|\right] + 2(Q-1)c^2[\cdots] + \frac{1}{2}(1-Q) = 0$

Пусть $c_0 \approx 1$, $\frac{1}{2\pi l^2}\left(1 - \frac{1}{2}\pi l|d_c|\right) + 2(Q-1)\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}(1-Q) = 0$ — eq. for D_c

$\frac{1}{2\pi l^2}\left(1 - \frac{1}{2}\pi l|d_c|\right) = (1-Q)\left[-\frac{1}{2} + 2\ln 2 - 1\right] = (1-Q)\left(2\ln 2 - \frac{3}{2}\right)$

$d_c \approx \frac{2}{\pi l}\left[1 - 2\pi l^2(1-Q)\left(2\ln 2 - \frac{3}{2}\right)\right] \approx 4\pi l\left(1-Q\right)\left(\frac{3}{2} - 2\ln 2\right)$ - плохо.

Можно брать $c_0 \approx 0{,}7 - 0{,}8$ точнее и искать D_c точнее. Важно $Q < 1$.

$\frac{1}{\pi l^2}\frac{1}{1+c^2}\left(1 - \frac{1}{2}\pi l|d_c|\right) = -\frac{1}{2}(1-Q) + 2(1-Q)c^2[\cdots] = (1-Q)\left[-\frac{1}{2} + 2c^2[\cdots]\right]$

$1 - \frac{1}{2}\pi l|d_c| = \pi l^2(1+c^2)(1-Q)[\cdots]$, $|d_c| = \frac{2}{\pi l}\left[1 - \pi l^2(1+c^2)(1-Q)[\cdots]\right]$

$d_c = \frac{2}{\pi l}\left[1 - \pi l^2(1+c^2)(1-Q)\left\{-\frac{1}{2} + 2c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right]\right\}\right]$, $d_c(c)$ - для Sk→11SD

$Q < 1$, Кинет. d_c для Sk → 11SD transition. Skyrmion в BP-ограничении.

Если $Q \to 1-0$, $d_c \approx 2/\pi c$, $d = \frac{|D|l_e}{A}$, $d_c = \frac{D_c l_e}{A} = \frac{2l_e}{R\frac{R_c}{R}}$, $D_c \approx \frac{2A}{R_c}$

Если $c \to 0$, $d_c = \frac{2}{\pi c}\left[1 - \pi^2(1-Q)\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \frac{2}{\pi \cdot c}\left[1 + \frac{\pi}{2}\pi^2 R(1-Q)\right] \to +\infty$

$Q < 1$: $d_c = \frac{2}{\pi c}\left[1 + \pi^2(1-Q)F(c)\right]$, $F(c) = (1+c^2)\left\{\frac{1}{2} - 2c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right]\right\}$, $F(c) > 0$

$D_c(Q=1) = \frac{2A}{R_c} \approx \frac{2 \cdot 1{\cdot}10^{-6}\ \text{erg/cm}}{50 \cdot 10^{-7}\ \text{cm}} \approx 0{,}4\ \text{erg/cm}^2$. Нашли $F(c_{eq.})$.

(16/IV) $D_c = \frac{A}{l_e}d_c$, $\pi c = \frac{R}{l_e}\frac{R_c}{R} = \frac{R_c}{l_e}$, $\frac{1}{\pi c}\cdot\frac{A}{l_e} = \frac{l_e}{R_c}\frac{A}{l_e} = \frac{A}{R_c}$, $D_c = |D_c|$ здесь

При $Q < 1$: $D_c = \frac{2A}{R_c}\left[1 + \pi^2(1-Q)F(c)\right]$, $M_s^2 R\frac{l_e^2}{R^2}\frac{1}{c} = M_s^2\frac{l_e^2}{R_c} = \frac{2A}{R_c}$, $c_0 \overset{Q<1}{\underset{Q\geq 1}{\gtrless}}$

При $Q > 1$: $D_c = \frac{2A}{R_c}\left[1 + 2\pi^2 c^2(Q-1)\left\{\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)\cdot(1+c^2) - 1\right\}\right]$, $c = c_0$ из $\min E(c)$

$\Rightarrow F(c) = \frac{1}{2}(1+c^2) - 2c^2\left\{(1+c^2)\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - 1\right\}$, $D_c(Q>1) = \frac{2A}{R_c}\left[1 + \pi^2(1-Q)\left[F(c) - \frac{1}{2}(1+c^2)\right]\right]$

$D_c(Q>1) = D_c(Q<1) - \frac{A}{R_c}(1+c^2)\pi^2(1-Q) > D_c(Q<1)$? при $Q > 1$. $\forall c$

$F(c) > 0$ и $F(c) \approx 0{,}1$ при $c = 0{,}6 - 0{,}7$, что очень сед при $Q = 0{,}86$.

Т.к. сед (D), из которого из D_c above, это выражение для D_c.

Fig. 2a Mag.lett. M$. $\omega_G(x)$ при $|d| = 2.9$, $Q = 0{,}86$ (б). c_0 надо задавать от $|d|$, при $d = 1 \div 5$, $c_0 \approx 0{,}70 - 0{,}73$. Однако $d_c(c = 0{,}71)$ и уровень $F(c)$ надо задавать от при $c \approx 0{,}6 \div 0{,}8$ в области c_0, а сначала задавать от d. $\pi(1-Q) = -\frac{1}{d}h_a^2$.

Нашли d_c при $c_0 = 0{,}71$ → $d_c = 2{,}45$ при $R = 25$ nm, $l_e = 14{,}5$ nm, $Q = 0{,}866$

Escaneado con CamScanner

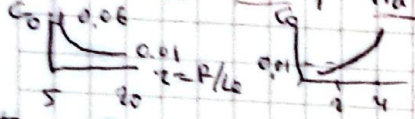
т.к. Fig. 2a $\omega_G(z)$ пересекает при $d = 2,9 > d_c = 2,45$, то он не надо терять.
Fig. 2b $\omega_G(d)$ при $z = 19$, $Q = 0,866(6)$. При $d > d_c$, $E_{sk} < E_{1SD}$, т.е. Skyrmion is ground state. При $d < d_c$, Skyrmion, видимо, is metastable.

Note: если оценивать $d_c = \frac{2}{z}$ точно, то $d_c = \frac{2}{19 \cdot 0,11} = 0,15$ много, это далеко от более точного $d_c = 2,45$.

Дополнит Fig. 2a $\omega_G(z)$ с $Q > 1$, $Q = 1,14$ например. (2a) $d = 2,9$
Fig. 2b $\omega_G(d)$ (2b) $z = 19$.

Согл. Rohart '13 $d_c = \frac{8}{\sqrt{\pi}}\sqrt{Q-1}$, $d_c(1,14) = \frac{8}{\sqrt{\pi}}\sqrt{0,14} \approx 1,69$, $Q > 1$. $d = 2,9 > d_c$!
$h_a^* = 4\pi(Q-1) = 1,759$. Ранее было $h_a^*(Q = 0,866) = -1,684$.
Сейчас new Fig. 2a/2b $\omega_G(z, Q = 1,14, d = 2,9)$ и $\omega_G(d, z = 19, Q = 1,14)$.
Также $h_a^* = 1,759$ не дает min $\varepsilon_{sk}(c)$ хотя при каком-то c_0.
Min $\varepsilon_{sk}(c)$ при $Q > 1$ существует при $0,3 < h_a^* < 1,7$

Берем $Q = 1,1$, $h_a^* = 1,257$. $c_0 \approx 0,01$, т.е. $R_c \approx 0,01 \cdot 275\,\text{нм} \approx 2,8\,\text{нм}$. маловато.



c_0 падает с $z\uparrow$ и растет с $d\uparrow$.

$d_c(Q = 1,1) = \frac{8}{\sqrt{\pi}}\sqrt{0,1} = 1,427$.

Т.к. $c_0 \approx 0,01 - 0,02$ даже ранее, z, d, то BP approx хорошо работает.
Но $\omega_G \approx 0$, т.к. $\omega_G \sim c^2$, и $\omega_G < 0$ при каких Q, d, z.
нужно $Q = 1,05$, $h_a^* = 4\pi(Q-1) = 0,628 \to \omega_G < 0$, надо или d, или c_0 увеличить.
$Q = 1,03$, $h_a^* = 0,377 \longrightarrow \omega_G < 0$.
Если $Q > 1$, чтобы $\omega_G > 0$, надо $1 + \frac{1}{2}zdc = 1 - \frac{1}{2}|d|zc < 0$, $|d| > \frac{2}{zc}$, это легко вычислить при $Q < 1$.

Увеличим d. $|d| = 5.8$, $h_a^* = 0.377$, $Q = 1,03 > 1$. → нет min $\varepsilon_{sk}(c)$.
$|d| = 5.8$, $h_a^* = 0.628$ — все равно $\omega_G < 0$. см. 31/5 с комментар.

? Почему при $Q > 1$ $\omega_G < 0$ надо разобраться. // Вернемся к $Q < 1$.
$Q = 0,866$, варьируем $|d|$ и z. Fig. 2a. $\omega_G(z)$ при $|d| = 2,8$ и $|d| = 5,6$.
Fig. 2b при $R = 275$ nm и $R = 150$ nm $\omega_G(d)$.

Удалим из Fig. 2a, 2b $\omega_G(z)$, $\omega_G(d)$ при $d > 0$, энергетически не выгодная $\overline{m}$ - State.
d - DC, и в sign D, с точки chirality, это $DC = -|D| < 0$ и $d = -|D| < 0$
$A \to A' = A + \frac{1}{2}DCR_c \geq 0$, $DC = -|D|$, $A - \frac{1}{2}|D|R_c \geq 0$, $|D_c| = \frac{2A}{R_c}$ - min $|D|$ to stabilize Skyrmions

Sk. DMI energy $\varepsilon_D = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} = \frac{d}{2\pi}\left(\frac{l_e}{R}\right)^2 \frac{1}{(1+c^2)} zc = -\frac{|d|}{2\pi}\frac{c}{(1+c^2)}\frac{1}{z}$, $R/l_e = z$.
(12/11) $\varepsilon = \frac{1}{4\pi M_s^2 V}\int dV\, w = W/(4\pi M_s^2 V)$. Critical DMI sk-stability
Написание отзывов Reference GM-Sk MS

При $Q > 1$ BP model дает $c_0 << 1$ и $D_c = \frac{2A}{R_c}[1 + O(c^2)] \approx \frac{2A}{R_c}$ - BP model

$\frac{\partial \varepsilon_{sk}}{\partial c}\Big|_{c_0 z}$ $(c << 1) \approx \frac{4}{z^2}\frac{1}{(1+c^2)^2}\left[\frac{1}{2}dz - 2c - \frac{1}{2}dzc^2\right] + 2h_a^*\left[\frac{2}{c}f_a(c) - \frac{2c}{(1+c^2)^2}\right]$, $h_a^* = \pi(Q-1)$

$f_a(c) = c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right] \underset{c\to 0}{\approx} c^2[-2\ln c - 1]$, $\frac{\partial \varepsilon_{sk}}{\partial c} \approx \frac{4}{z^2}\left[\frac{1}{2}dz - 2c\right] + 2h_a^*\left[-2c(2\ln c + 1) - 2\right] = 0$

c_0 $(Q >> 1)$ $\to$ $-\frac{4}{z^2}\left[\frac{1}{2}|d|z + 2c\right] - 4h_a^* c \cdot 2(\ln c + 1) = 0$, $+\frac{1}{z^2}\left[\frac{1}{2}|d|z + 2c\right] + 2h_a^* c \ln c = 0$

$c_0 \to 0$ $\frac{|d|}{2z} \cong -2h_a^* c \ln c$. $\frac{|d|}{z} = -16\pi(Q-1)c_0 \ln c_0$ имеет решение при $Q > 1$, если $d \neq 0$.

$\varepsilon_{sk}(c \to 0) = \frac{4}{(4\pi)^2 z^2}\left[1 - \frac{1}{2}|d|zc\right] + 2(Q-1)c^2[-2\ln c - 1] + \frac{1}{2}$, $\varepsilon_{sk} = E_{sk}/(4\pi M_s^2 V)$, $z = R/l_e$.

$4\pi\varepsilon_{sk}(c \to 0) = \frac{4}{z^2}\left[1 - \frac{1}{2}|d|zc\right] + 8\pi(Q-1)c^2(-2)\ln c + \frac{4\pi}{2} = \frac{4}{z^2}\left[1 - \frac{1}{2}|d|zc\right] + c\frac{|d|}{2} + \frac{1}{2}$

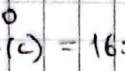
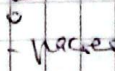
$4\pi\varepsilon_{sk}(c \to 0) = \frac{4}{z^2} - c\frac{|d|}{z} + \frac{4\pi}{2}$ сравн с ε_{1SD}. $4\pi = 2\pi$, $\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{1SD} \cong \frac{1}{4\pi}\left(\frac{4}{z^2} - c_0\frac{|d|}{z}\right)$
$Q > 1$

BP $\varepsilon_{sk} < \varepsilon_{1SD}$ при $\frac{4}{z^2} < c_0\frac{|d|}{z}$, $|d| > \frac{4}{zc_0}$ (это есть в MS - Analytic Sk - stability)
$|d_c| = \frac{4}{zc}$ или $D_c = \frac{2A}{R_c}$ при $Q > 1$, т.е. sk metastable при $|D| > \frac{2}{z}$

π/m $c_0 \ll 1$ equil. Sk - radius nanoguscle ur $\frac{|d|}{\tau} = -16\pi(Q-1)\, c \ln c$, $Q>1$.

$-c\ln c = c\ln\frac{1}{c} = \frac{1}{\tau}\frac{|d|}{16\pi(Q-1)}$ т.е. $c_0 = f\left(\frac{d}{\tau(Q-1)}\right) = f(x)$. $\frac{1}{16\pi}\left(\frac{1}{x}\right)^{-1} = c\ln\frac{1}{c} \Rightarrow$ unarpeuno

$x(c) = \frac{1}{16\pi c\ln\frac{1}{c}}$ c_0 удовлетворяет ур-ию $\frac{|d|}{\tau(Q-1)} = x$

Наоборот, $x = \frac{|d|}{\tau(Q-1)}$ и $x(c) = 16\pi c\ln\left(\frac{1}{c}\right)$ - кривая немонотонная, тем linear, $c_0(x)$ растет с x, Sk ($Q>1$) is ground state π/m $|d|>|d_c|$, где $|d_c|$ из ур. $d_c = \frac{4}{\tau c_0(d)}$, $c_0\ln\frac{1}{c_0} = \frac{1}{16\pi}\frac{d}{\tau(Q-1)}$

$c d_c = \frac{4}{\tau} \Rightarrow c(d)\cdot d = 4$, $c\tau = \frac{1}{16\pi}\frac{d}{(Q-1)\ln\frac{1}{c}}$, $c\tau d = \frac{1}{16\pi}\frac{d^2}{(Q-1)\ln\frac{1}{c}} = 4$

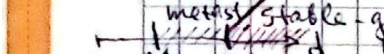
$d_c^2 = 64\pi(Q-1)\ln\frac{1}{c}$, $\left(|d_c| = 2\sqrt{\pi}\sqrt{Q-1}\,\ln^{1/2}\left(\frac{1}{c}\right)\right)$, тогда как $|d_c| = \frac{8}{\sqrt{\pi}}\sqrt{Q-1}$ у Rohart'13

π/m $d>|d_c|$ Sk is ground state π/m $Q>1$. BP solution u eq. Rohart дает decreasing

(BP-Skyrmion) ecли $\ln\frac{1}{c} = 1/\pi \times 1/3$, $c_0 \approx e^{-1/3} \approx 1{,}4$.

Очевидно $c_0 \ll 1{,}4$, поэтому $d_c = 2\sqrt{\pi}\sqrt{Q-1}\,\ln^{1/2}\frac{1}{c} \gg d_c$ (Rohart). Rohart неудачно

Забывает свое d_c через $d_c = \frac{8}{\sqrt{\pi}}\sqrt{Q}$, используя миниатюрную



Если $Q<1$, то $\varepsilon_{Sk}(D) = \varepsilon_{\perp SD}(D)$ дает $d_c = \frac{2}{\tau c}\left[1+\pi\tau^2(1-Q)F(c)\right]$. $F(c)\approx 0{,}1$

$F(c) = \frac{1}{2}(1+c^2) - 2c^2\{\ldots\}$.

$d_c(Q<1) = 2{,}45$ с параметрами Büttner, Nat Phys 2015.

Но это если $\varepsilon_{\perp SD}$ вообще Vortex Ev, то верно π/m $\ln\frac{1}{b} + \frac{5}{2} > \frac{1}{2}|d|b\tau$.

$b = R_v/R$ и $\tau = R/L_e$, $\ln\frac{R}{R_v} + \frac{5}{2} > \frac{1}{2}|d|\frac{R_v}{L_e}$. Π/m малых $|d|$ это выполняется.

Если сжать $R_v \approx L_e$, то $\ln\frac{R}{L_e} + \frac{5}{2} > \frac{1}{2}|d|$ выполняется π/m $\frac{R}{L_e} \gg 1$.

$\varepsilon_{Sk}(c) = \frac{1}{\pi\tau^2}\frac{1}{(1+c^2)}\left[1-\frac{1}{2}\tau c|d|\right] + 2(Q-1)c^2\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{(1+c^2)}\right] + \frac{1}{2}$, $\varepsilon_{\perp SD} = Q$.

$\left[\ln(1+c^{-2}) - 1/(1+c^2)\right] > 0$ $\forall c \approx 0{,}6$–$0{,}7$, поэтому c_0 для $Q<1$.

Т.е. видно ε_{Sk} может быть меньше $\varepsilon_{\perp SD}$ (или ε_V) не только за счет $\varepsilon_D<0$, но и за счет eff. anisotropy $(Q-1)<0$, поэтому $(Q-1)$ недостаточно для Sk-stabilization, надо еще $|D_c|$, поэтому $|D|>|D_c|$. Это π/m $\frac{L}{R}\to 0$.

Если $L \sim 10$ nm и есть Wm, то Skyrmion-BP может быть стабильным и π/m $D=0$ [Gus' 15]

$\omega_0 \sim \frac{\partial^2\varepsilon_{Sk}}{\partial\theta^2}\Big|_0 > 0$ - критерий Sk-stability, но для перехода $Sk \to \perp SD$, $\theta = 0,\pi$.

$Sk \to \perp SD$ always π/m $Q>1$.

Sk-Stability - это, это не критично через, metastability, local ε-minimum.

Border of Sk-metastability at $Q<1$ надо искать из $\frac{\partial^2\varepsilon_{Sk}}{\partial c^2}\Big|_{c_0} \geq 0$, это сложно

Let check Sk-metastability at $Q<1$ and $D=0$

$\frac{\partial\varepsilon}{\partial c}(D=0) = -4\left(\frac{2}{\tau^2} + h_a^*\right)\frac{c}{(1+c^2)^2} + 4h_a^*\frac{1}{c}f_a(c)$, $f_a'(c) = 2c\left[\ln(1+c^2) - \frac{1}{1+c^2}\right] + c^2\left[\frac{1}{1+c^2}\frac{(-2)}{c^3} + \frac{1}{(c^2+1)^2}\cdot 2c\right] = \frac{2}{c}f_a - \frac{2c}{(1+c^2)^2}$

$\frac{\partial^2\varepsilon_{Sk}}{\partial c^2} = -4(\ldots)\left[\frac{4}{(1+c^2)^2} + c\frac{(-2)}{(1+c^2)^3}\cdot 2c\right] + 4h_a^*\frac{(-1)}{c^2}f_a(c) + 4h_a^*\frac{1}{c}\left[\frac{2}{c}f_a(c) - \frac{2c}{(1+c^2)^2}\right]$

$\frac{\partial^2\varepsilon_{Sk}(D=0)}{\partial c^2} = -4\left(\frac{2}{\tau^2} + h_a^*\right)\frac{(1-3c^2)}{(1+c^2)^3} + h_a^*\frac{4}{c^2}f_a(c) - 8h_a^*\frac{1}{(1+c^2)^2} = 0$, $f_a = c^2\left[\ln(\cdot) - \frac{1}{1+c^2}\right]$

π/m $h_a^* = 4\pi(Q-1) \to 0$ видно $\frac{\partial^2\varepsilon_{Sk}}{\partial c^2} = -\frac{8}{\tau^2}\frac{(1-3c^2)}{(1+c^2)^3}$, это >0 π/m $c^2 > \frac{1}{\sqrt{3}} = 0{,}58$

Т.е. π/m $D=0$, $h_a^* \to 0$ BP Skyrmion is metastable, это сохраняется и π/m $Q \lesssim 1$, $D=0$ (Büttner's case)

Если $Q>1$, $c_0 \ll 1$, $\omega_0(k) = 0$ дает $\frac{1}{\pi\tau^2}\left(\frac{1}{2}\tau|k|c - 1\right) = (Q-1)$. Sk metastable at $d>d_c$

$\frac{1}{2}\tau|k|c = \pi\tau^2(Q-1)+1$, $|d_c| = \frac{2}{\tau c}\left[1+\pi\tau^2(Q-1)\right]$ - в хорошем сов. с $|d_c| \approx 16/13$ derived d_c.

Metastable Sk ($Q>1$, $c_0 \ll 1$) у $d > \frac{2}{\tau c}\left[1+\pi\tau^2(Q-1)\right]$ и ground state: if $d > 2\sqrt{\pi}\sqrt{Q-1}\ln\frac{1}{c}$. ($d_c\tau c = 4$)

$D_c = \frac{A}{L_0}d_c$ ($D_c = 2A/R_c$ for $d_c = 2/\tau c$) - это сов. CMPD 13/I

19/IV С п.ч. в Aquarium - Solsky Mag '17. Revision Sk-GM Mag. Lett. MS

patric.uyttenhove@solvay.com Solvay MINECO grant — ок 07/04 напомнить. Отправил 11.700 € AGs to Mat. Spintronics, Bologna, Italy Nov. 15–18, 2016 // Номер чувств. M_s

20/IV Results. Sk-GM to IEEE Mag. Letters Запад promoga Farm & UPV/EHU. Сдал Patric Cloud - Perso cost 330 € - Barcelo ticket Riga.

Escaneado con CamScanner

21-24/IX Trap to Matrix + Δ Stagrig + Rac. PRL'16 Tretiakov + PRL'16 Finocchio no mg. Skyrmions. Here more $R_0(T,H)$ y Thermodrive '16, more type eq. Robert' 13 & especially the Nonlinear Mechanism, $R_0/A \neq 1$, how $R_0(T)$ was defined & Simul Finocchio. U/D Method Micromag Code Sk-SW paper Escalum d'info MIXED y ant promoja. Dzyal. Bonus Track Dzyal. Hay 6 BP phases R_0 a mean $R_0(T,H_0)$ increasing, Chirality $A(T) \sim m^{-1}$, $K \sim m^{-3}$, $D \sim m^{-2}$, $m(T) = M_S(T)/M_S(0)$. Intermediate Skyrmion $\Phi_0(s)$

24/IX Yoko DMI gives Bloch - a Neel-Skyrmions. $S(t) = \frac{e^{i\Phi_0}}{c} z$, $\Phi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ - Bloch Sk, $\Phi_0 = 0, \pi$ - Neel Sk

Interfacial DMI density $\frac{1}{D} W_D^x = m_z(\nabla\cdot\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z$ - various DMI from CoPt films & refs.

(25/9 (25/9) $\frac{W_D^x}{D} = \cos(\Phi-\varphi)\theta_s' + \frac{1}{s}\sin(\Phi-\varphi)\theta_\varphi' + \sin\theta\cos\theta\left[\frac{1}{s}\cos(\Phi-\varphi)\Phi_\varphi' - \sin(\Phi-\varphi)\Phi_s'\right]$, $\vec{m}(\theta,\Phi)$

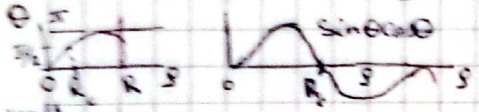
One static centered Skyrmion $\theta = \theta(s)$, $\Phi = \Phi_0 + \varphi$, $\theta_\varphi' = 0$, $\Phi_s' = 0$, $\Phi_\varphi' = 1$.

$\frac{1}{D} W_D^x(\text{static}) = \cos\Phi_0\theta_s' + \sin\theta\cos\theta\left[\frac{1}{s}\cos\Phi_0\right] = \cos\Phi_0\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$ - interface DMI.

Interface static DMI $W_D^x = D\cos\Phi_0\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right] = \begin{cases} 0, \Phi_0 = \pm\frac{\pi}{2} \text{ - Bloch - Sk} \\ \pm D\left(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right), \Phi_0 = 0,\pi \end{cases}$ Neel Sk

$D\cos\Phi_0 = DC = -|D|$, $\left(D(0,\Phi_0=0,\ D(0,\Phi_0=\pi)\right)$.

One Neel Skyrmions $W_D^x = -|D|\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$, nonvanish $\theta_s' > 0$, $\theta(s=0) = 0$, $p = +1$.



- gives a-film. Dzyal dot one $\frac{\partial\theta}{\partial s} = \frac{\partial}{2A}$ when $s = R$, $\theta_s' = -\frac{|D|}{2A} < 0$

$W = W_{ex} + W_D^x + W_A \cdot \frac{1}{A} W_{ex} = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2 = (\theta_s')^2 + \frac{1}{s^2}\sin^2\theta$, $W_A = K\sin^2\theta$

$W(\theta,\Phi_0) = A\left[\theta_s'^2 + \frac{\sin^2\theta}{s^2}\right] + K\sin^2\theta + D\cos\Phi_0\left(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right)$ - hago min no Φ_0,

tno que $\frac{\partial W(\Phi_0)}{\partial\Phi_0} = -\sin\Phi_0 = 0$, $\Phi_0 = 0,\pi$, hacer min no $\theta(s)$ - Lagrange eq.

Tiene sentido $\Phi_0(s) = \text{const}$. Si un $\Phi_0(s)$-centered Skyrmion, no $\Phi_s' = \frac{\partial}{\partial s}\Phi_0 \neq 0$.

$\frac{1}{D} W_D^x(\text{static}) = \cos\Phi_0\left(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right) - \sin\Phi_0\sin\theta\cos\theta\frac{\partial\Phi_0}{\partial s}$

$W[\theta,\Phi_0] = A\left[(\theta_s')^2 + \frac{1}{s^2}\sin^2\theta\right] + K\sin^2\theta + D\left[\cos\Phi_0\left(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right) - \sin\Phi_0\sin\theta\cos\theta\frac{\partial\Phi_0}{\partial s}\right]$

$\frac{\delta W}{\delta\Phi_0} = \frac{\partial W}{\partial\Phi_0} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial W}{\partial\Phi_0'}$ - se tiene W/micro, cm. 17/X, 25/X 2015?. Hago $\vec{F}_D^x = \delta W_D^x$!

$W[\theta,\Phi] = W_{ex,A}[\theta] + W_D^x[\theta,\Phi]$ $\frac{1}{D} W_D^x[\theta,\Phi_0] = \cos\Phi_0\left(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right) - \sin\Phi_0\sin\theta\cos\theta\frac{\partial\Phi_0}{\partial s}$.

Cm. 25/X 15?. $\frac{1}{D}\frac{\delta W_D^x}{\delta\Phi} = (1-\cos2\theta)\left[-\sin(\Phi-\varphi)\theta_s' + \frac{1}{s}\cos(\Phi-\varphi)\theta_\varphi'\right]$, $(\Phi = \Phi_0 + \varphi, \theta_\varphi' = 0$ $\Phi_0(s)$.

$\frac{1}{D}\frac{\delta W_D^x}{\delta\Phi} = -(1-\cos2\theta)\sin\Phi_0\theta_s' = 0$ para $\sin\Phi_0 = 0$. $\Phi_0(s)$ mismo para Skyrmion intermediate between Neel-Sk $\Phi_0 = 0$ & Bloch-Sk $\Phi_0 = \pi/2$.

Hay Φ_0 ecb $W_{ex}/A = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2 = (\theta_s')^2 + \sin2\theta\cdot\left[\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial s}\right)^2 + \frac{1}{s^2}\right]$

$\nabla\Phi = \hat{s}\frac{\partial\Phi}{\partial s} + \frac{\hat{\varphi}}{s}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = s\frac{\partial\Phi_0}{\partial s} + \frac{\hat{\varphi}}{s}$. $W[\theta,\Phi] = W_0(\theta) + W_{ex}[\theta,\Phi] + W_D^x[\theta,\Phi]$

$\frac{\delta W_{ex}}{\delta\Phi} \to \frac{\delta F_{ex}}{\delta\Phi} = \frac{\delta}{\delta\Phi}(sw_{ex}) = \frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Phi} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Phi_s'} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Phi_\varphi'}$, $\frac{1}{A}W_{ex} = (\theta_s')^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2$

$\frac{\delta F_{ex}}{\delta\Theta} = \frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Theta} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Theta_s'} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Theta_\varphi'} = \frac{\partial}{\partial s}\left(s\sin^2\theta(\nabla\Phi)^2\right) - \frac{\partial}{\partial s}\left[s\cdot2\theta_s'\right] = s(\nabla\Phi)^2\sin2\theta\cdot\theta_s' -$

$- 2\theta_s' - 2s\theta_{ss}''$, $\frac{\delta W_{ex}}{\delta\Theta} = \frac{1}{s}\frac{\delta F_{ex}}{\delta\Theta} = (\nabla\Phi)^2\sin2\theta - 2\left(\theta_{ss}'' + \frac{1}{s}\theta_s'\right) = (\nabla\Phi)^2\sin2\theta - 2\nabla^2\Theta$

- Repmo. cm eq. Cmmrelaciono 13/I 2015?.

$s\frac{\delta W_{ex}}{\delta\Phi} = \frac{\delta F_{ex}}{\delta\Phi} = \frac{\partial}{\partial\Phi}(sw_{ex}) - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Phi_s'} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial(sw_{ex})}{\partial\Phi_\varphi'}$, $\frac{W_{ex}}{A} = (\theta_s')^2 + \sin^2\theta\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right)^2\frac{1}{s^2}\right]$

$s\frac{\delta W_{ex}}{\delta\Phi} = -\frac{\partial}{\partial s}\left[s\sin2\theta\cdot2\Phi_s'\right] - \frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{1}{s}\sin^2\theta\cdot2\Phi_\varphi'\right] = \left|\theta=\theta(s)\right| = -2\frac{\partial}{\partial s}\left[s\sin^2\theta\right]\cdot\Phi_s' -$

$- 2s\sin^2\theta\Phi_{ss}'' - 2\frac{1}{s}\sin^2\theta\Phi_{\varphi\varphi}''$; $\frac{\partial W_{ex}}{\partial\Phi} = -2A(\nabla^2\Phi)\sin^2\theta - 2A(\nabla\Phi\cdot\nabla\theta)\sin2\theta$. 13/X15?.

$\frac{\delta W}{\delta\Phi} = \frac{\delta W_{ex}}{\delta\Phi} + \frac{\delta W_D^x}{\delta\Phi} = -2A\sin^2\theta(\nabla^2\Phi) - 2A\frac{\partial\Phi}{\partial s}\frac{\partial\theta}{\partial s}\sin2\theta + D(1-\cos2\theta)\left[-\sin(\Phi-\varphi)\theta_s' + \frac{1}{s}\cos(\Phi-\varphi)\theta_\varphi'\right]$

$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial\Phi}{\partial s} + \frac{1}{s^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} = \nabla_s^2\Phi_0$, $\frac{\delta W}{\delta\Phi} = -2A\sin^2\theta\nabla_s^2\Phi_0 - 2A\frac{\partial\Phi_0}{\partial s}\theta_s'\sin2\theta - D(1-\cos2\theta)\sin\Phi_0\theta_s'$

Ho $\Phi = \varphi + \Phi_0$

Escaneado con CamScanner

$1-\cos 2\theta = 2\sin^2\theta$, $\frac{\delta W}{\delta\Phi}=0$ даст $-2A\sin^2\theta\nabla^2\Phi_0 - 2A\Phi_0'\theta_s'\sin 2\theta + 2D\sin^2\theta\sin\Phi_0\theta_s' = 0$

$A\sin\theta\nabla^2\Phi_0 + 2A\Phi_0'\theta_s'\cos\theta + D\sin\theta\sin\Phi_0\theta_s' = 0$ или $\sin\theta = 0$ (это trivial 1 SD state)

$\frac{\delta W}{\delta\theta} = \frac{\delta W_{ex}}{\delta\theta} + \frac{\delta W_a}{\delta\theta} + \frac{\delta W_D}{\delta\theta} = \left[K + A(\nabla\Phi)^2\right]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta + D(1-\cos 2\theta)\left[\sin(\Phi-\varphi)\Phi_s' - \frac{1}{s}\cos(\Phi-\varphi)\Phi_\varphi'\right]$

$(\Phi = \Phi_0(s)+\varphi$, $\frac{\delta W}{\delta\theta} = \left[K + A(\nabla\Phi)^2\right]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta + 2D\sin^2\theta\left[\sin\Phi_0\Phi_s' - \frac{1}{s}\cos\Phi_0\right]$

$\nabla\Phi = \hat{s}\frac{\partial\Phi}{\partial s} + \frac{1}{s}\hat{\varphi}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = \hat{s}\Phi_0' + \frac{1}{s}\hat{\varphi}$, $(\nabla\Phi)^2 = (\Phi_0')^2 + \frac{1}{s^2}$. $\Phi_0(s)$ дает систему ур-ий.

$$\begin{cases} A\sin\theta\nabla^2\Phi_0 + 2A\Phi_0'\theta_s'\cos\theta + D\sin\theta\sin\Phi_0\theta_s' = 0 \\ \left[K + A\left\{(\Phi_0')^2 + \frac{1}{s^2}\right\}\right]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta + 2D\sin^2\theta\left[\sin\Phi_0\Phi_0' - \frac{1}{s}\cos\Phi_0\right] = 0 \end{cases}$$ $\Phi_0(s)$ – Skyrmion

Уравнение для $\theta(s)$, $\Phi_0(s)$ не решить. $\theta(s)$ можно найти только в случае при $\Phi_0 = \text{const}$

При $\Phi_0 = \text{const}$ $\left[K + \frac{A}{s^2}\right]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta - 2D\cos\Phi_0\frac{1}{s}\sin^2\theta = 0$, $W_D' = D\cos\Phi_0\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$

Пусть skyrmion-profile $\theta(s)$ задан, то $\nabla^2\Phi_0 + 2\Phi_0'\theta_s'\operatorname{ctg}\theta + \frac{D}{A}\sin\Phi_0\theta_s' = 0$

$\Phi_0'' + \left[\frac{1}{s} + 2\theta_s'\operatorname{ctg}\theta\right]\Phi_0' + \frac{D}{A}\theta_s'\sin\Phi_0 = 0$ – нелин. ур-ие для $\Phi_0 = \Phi_0(s)$. Ск-phase helicity

Энергия $W[\theta,\Phi_0] = A\left[(\theta_s')^2 + \sin^2\theta\left\{(\Phi_0')^2 + \frac{1}{s^2}\right\}\right] + K\sin^2\theta + D\left[\cos\Phi_0(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta) - \sin\Phi_0\sin\theta\cos\theta\Phi_0'\right]$ helicity

$\Phi_0(s)$ описывает переход skyrmion между Neel и Bloch-Sk.

параметр Michel $R_{DW}(\Phi_0) = \frac{m_\theta^2}{m_\theta^2 + m_\Phi^2} = \frac{\sin^2\theta\sin^2(\Phi-\varphi)}{\sin^2\theta\left[\sin^2\Phi_0 + \cos^2\Phi_0\right]} = \sin^2\Phi_0$ если $F(D,A,K,R)$.

Нельзя задать $\Phi_0 = \text{const}$, т.к. тогда $\sin\Phi_0 = 0$, $\Phi_0 = 0,\pi$ – возможен только Neel-Sk как equilibrium state.

$W[\theta|\Phi_0 = \text{const}] = W(D=0) + D\cos\Phi_0(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta)$

Если $\Phi_0(s)$ – то значит Michel в предположении $\Phi_0 = \text{const}$ нарушается.

Note: если $\Phi_0(s) \ll 1$, близко к Neel skyrmion ($\Phi_0 = 0$), то eq. for θ не зависит от Φ_0:

$\left(K + \frac{A}{s^2}\right)\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta - \frac{2D}{s}\sin^2\theta = 0$ в ин. по $\Phi_0 \ll 1$ приближении

Neel-$\theta_N(s)$ с $\Phi_0 = 0$ устойчиво к возмущению $\Phi_0(s) \ll 1$. Skyrmion с $\Phi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ неустойчив

Skyrmion $M_x(H_x)$ 2,7/IV Посчитаны $W_H(s)$, $W_{ex}(s)$, $W_a(s)$ для skyrmion

Вз, с, что возможен посчет $M_x(H_x)$ hysteresis loop in in-plane field

$\langle M_x(s,c)\rangle$ сформ из $f(H_x)$ при succ found from $\frac{\partial W}{\partial s}=0$, $\frac{\partial W}{\partial c}=0$.

Это все $f(z) = e^{i\Phi_0(z-s)/c}$ – BP soliton ansatz. // Новая работа Michel-sk-sw.

(26/IV) Поехал в сад Ратки отчет Madrid trip. Готовим проект MINECO Solicitud. переписка с Сис. и Rafa.

Skyrmion mass

Система uniform YD для $A(r)$, $B(r)$ – 6/IV Это система для ($\omega=0$) mode (zero-mode)

$A(r) = \frac{1}{r}\sin\theta_0$, $B(r) = -\theta_0'$ – реш. решение (zero-mode $\pm M$ с $m=\pm 1$)

Второе решение $\theta=0$, $\mu = \sin\theta_0$ (shekag'01) особое ($\omega=0$) mode с $m=0$, radial mode.

$\mu = A(v/v_m)\cos(\varphi-\varphi_v)$, $\theta = B(v/v_m)\sin(\varphi-\varphi_v)$ Общ. ур $A=\sin\theta_0$, $B=0$ решение

uniform YD для DM I – 6/IV? при $B=0$:

$-\nabla^2 A + \frac{1}{r^2}A + \left[-(\theta_0')^2 + (1+1/r^2)\cos^2\theta_0\right]A = 0$ и $\frac{1}{r^2}\cos\theta_0 A = 0$.

$\nabla^2(\sin\theta_0) = \sin\theta_0\left[-(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla^2\theta_0\right] = \sin\theta_0\left[-(\theta_0')^2 + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0\right]$

$-\sin\theta_0\left[-(\theta_0')^2 + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0\right] + \frac{1}{r^2}\sin\theta_0 + \left[-(\theta_0')^2 + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0\right]\sin\theta_0 = 0$

надо $\frac{1}{r^2}\cdot\sin\theta_0 = 0$ что это не выполняется, кроме предела $r\to\infty$

Zhmudskii'фит: $F = \sin\theta_0$ есть решение $\left[-\nabla^2 + \frac{1}{r^2}\cos 2\theta_0\right]F = 0$ для BP sol.

Sheka PRB'01: $\psi = \sin\theta_0 = 1/\operatorname{ch}\xi$ есть решение $\left[-\frac{d^2}{d\xi^2} + \cos 2\theta_0\right]\psi = 0$ для DW предела $R_s/\Delta \gg 1$, $\cos\theta_0 = \operatorname{th}\xi$, $\xi = (s-R_s)/\Delta$.

Уравнение для $A(r)$ при $r^2 \gg 1$, $r \gg 1$ и $\theta_0' = -\sin\theta_0$ сводится к $-A'' + \cos 2\theta_0 A = 0$

и имеет решение $A(r) = \sin\theta_0(r)$. Тогда $\frac{1}{r^2}\sin\theta_0 = \frac{m^2}{r^2}\sin\theta_0$ исходит при $m=0$, то

Escaneado con CamScanner

$\Lambda = \delta P_v \, v - W$, $\delta P_v = \pi J \int ds\, s \left[-\theta_0' f + \frac{1}{s} \sin\theta_0 \, g \right]$, W - energy to go over the ring

$W = \frac{v}{v_m} \pi J \int ds\, s \left[\frac{1}{2} f \hat{H}_1 f + \frac{1}{2} g \hat{H}_2 g + \frac{2}{r^2} \cos\theta_0 \, f g \right] \Rightarrow \Lambda[f,g] = v \delta P_v[f,g] - W[f,g]$

$\frac{\delta \Lambda}{\delta f} = v \frac{\delta P_v}{\delta f} - \frac{\delta W}{\delta f} = v \pi J \delta \int ds\, s \left[-\theta_0' \right] - \pi \frac{J}{\Delta^2} \int ds\, s \left[\hat{H}_1 f + \frac{2}{r^2} \cos\theta_0 g \right]_{v_m} = 0$

$\frac{\delta \Lambda}{\delta g} = v \frac{\delta P_v}{\delta g} - \frac{\delta W}{\delta g} = v \pi J \int ds\, s \left[\frac{1}{s} \sin\theta_0 \right] - \pi \frac{J}{\Delta^2} \int ds\, s \left[\hat{H}_2 g + \frac{2}{r^2} \cos\theta_0 f \right]_{v_m} = 0$

$\begin{cases} \hat{H}_1 f + \frac{2}{r^2} \cos\theta_0 g = -\theta_0' \, v/v_m \\ \hat{H}_2 g + \frac{2}{r^2} \cos\theta_0 f = \frac{1}{r} \sin\theta_0 \, v/v_m \end{cases}$

$\begin{cases} \delta P_v - P_v[f,g] = \pi J \Delta \int dr\, r \left[-\theta_0' f + \frac{1}{r} \sin\theta_0 g \right] \\ W[f,g] = \lambda \int dr\, r \left[\frac{1}{2} f H_1 f + \frac{1}{2} g H_2 g + \frac{2\cos\theta_0}{r^2} f g \right] \end{cases}$

$\frac{\delta \Lambda}{\delta f} = v \pi J \Delta \int dr\, r \left[-\theta_0' \right] - \lambda \int dr\, r \left[H_1 f + \frac{2}{r^2} \cos\theta_0 g \right] = 0$, $H_1 f + \frac{2}{r^2} \cos\theta_0 g = v \frac{\pi J \Delta}{\lambda} (-\theta_0')$

$s = r\Delta$, $\tau = g/\Delta$, $\frac{\pi J \Delta}{\lambda} = \frac{1}{v_m}$, $\lambda = \pi J \Delta \, v_m = \pi J \Delta \cdot \frac{g M_s \alpha}{\Delta} = \pi \frac{M_s L}{g} g M_s \alpha = \pi L M_s^2$

$\lambda = \pi M_s^2 L \alpha = \pi M_s^2 L \frac{2A}{M_s^2} = 2\pi A L$. $\pi J \Delta = \pi \frac{M_s L}{g} \sqrt{\frac{A}{K}}$. $v_m = g M_s \alpha / \Delta$

$\pi J \Delta = \frac{\pi M_s L}{g} \frac{g M_s \alpha}{v_m} = \pi L M_s^2 \frac{\alpha}{v_m} = \frac{\pi L M_s^2}{v_m} \frac{2A}{M_s^2} = 2\pi \frac{AL}{v_m}$

$\Lambda = 2\pi A L \left(\frac{v}{v_m} \right) \int dr\, r \left[-\theta_0' f + \frac{1}{r} \sin\theta_0 g \right] + 2\pi A L \int dr\, r \left[\frac{1}{2} f H_1 f + \frac{1}{2} g H_2 g + \frac{2\cos\theta_0}{r^2} f g \right]$

$\left(\frac{1}{2\pi A L} \right) \Lambda[f,g] = \frac{v}{v_m} \int dr\, r \left[-\theta_0' f + \frac{1}{r} \sin\theta_0 g \right] - \int dr\, r \left[\frac{1}{2} f \hat{H}_1 f + \frac{1}{2} g \hat{H}_2 g + \frac{2\cos\theta_0}{r^2} f g \right]$

Эффективн. лагранжиан. $\frac{\delta \Lambda}{\delta f} = 0$ и $\frac{\delta \Lambda}{\delta g} = 0$ дают inhom. YD для $f(s)$, $g(s)$

Надо ли $\int dr\, r (-\nabla^2 f) f = \int dr\, r (\nabla f)^2$? $\int dx\, f \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\text{Gauss}} - \int dx \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2$

$f \frac{\partial f}{\partial r} \Big|_0^R = 0$, $f(0) f'(0) - f'(R) f(R) = 0$.

$W[f,g] = L \int ds\, s \int dz \, w_{sw}$, $w_{sw} = A \left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta (\nabla\varphi)^2 \right] + K \sin^2\theta$, $\theta = \theta_0 + \varepsilon\varepsilon$, $\varphi = \varphi_0 + \psi$

$\frac{1}{2\pi A L} W[f,g] = \frac{1}{A} \int ds\, s \int \frac{d\varphi}{2\pi} w_{sw} = \frac{1}{2\pi} \int ds\, s \int d\varphi \left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta (\nabla\varphi)^2 + \frac{1}{\Delta^2} \sin^2\theta \right]$

$\frac{1}{2\pi A L} W[f,g] = \frac{1}{2\pi} \int dr\, r \int d\varphi \left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta (\nabla\varphi)^2 + \sin^2\theta \right]$, $W_\varphi = \frac{1}{2\pi} \int d\varphi [\dots]$.

Докажем $W_\varphi = \frac{1}{2} f \hat{H}_1 f + \frac{1}{2} g \hat{H}_2 g + \frac{2\cos\theta_0}{r^2} f g$ вычислительно. $\theta_0(s), \varphi_0 = \varphi + \psi$.

$[\dots] = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta \left[1 + (\nabla\varphi)^2 \right] = (\nabla\theta_0 + \nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \frac{1}{2} \left[1 - \cos 2\theta_0 \cos 2\varepsilon\varepsilon + \sin 2\theta_0 \sin 2\varepsilon\varepsilon \right] \times$

$\times \left[1 + (\nabla\varphi_0 + \nabla\psi)^2 \right] = (\nabla\theta_0)^2 + 2\theta_0' \frac{\partial \varepsilon\varepsilon}{\partial s} + (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta_0 \left(1 - \frac{1}{2} (2\varepsilon\varepsilon)^2 \right) + \right.$

$\left. + \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 \cdot 2\varepsilon\varepsilon \right] \left[1 + \frac{1}{s^2} + \frac{2}{s^2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + (\nabla\psi)^2 \right]$, см. 28/IX стр. Оставим в $[\dots]$ только

члены $\neq 0$ при $\int_0^{2\pi} d\varphi (\dots)$. С учетом $\mu = -\sin\theta_0 \psi' = f(s) \cos(\varphi - \varepsilon\varepsilon)$, $\varepsilon\varepsilon = g(s) \sin(\varphi - \varepsilon\varepsilon)$

$[\dots] = (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left[\cos 2\theta_0 \cdot \theta^2 + \sin^2\theta_0 + \sin 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon \right] \left[1 + \frac{1}{s^2} + \frac{2}{s^2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + (\nabla\psi)^2 \right] = \left| s \to z \right| =$

$= (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) \cos 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta_0 \left[\frac{2}{s^2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + (\nabla\psi)^2 \right] + \sin 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon \left[\frac{2}{s^2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + (\nabla\psi)^2 \right] =$

$= (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) \cos 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta_0 (\nabla\psi)^2 + \frac{2}{s^2} \sin 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}$

$w_{ex} + w_{an} = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta (\nabla\varphi)^2 + \sin^2\theta = [\dots] = (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) \cos 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta_0 (\nabla\psi)^2 +$

$+ \frac{2}{s^2} \sin 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}$

$\nabla\psi = -\nabla \left(\frac{\mu}{\sin\theta_0} \right) = -\nabla \left(\frac{1}{\sin\theta_0} \right) \mu - \frac{1}{\sin\theta_0} \nabla\mu = -\hat{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\sin\theta_0} \right) \mu - \frac{1}{s \sin\theta_0} \nabla\mu =$

$= -\hat{s} \frac{(-1)}{\sin^2\theta_0} \cos\theta_0 \theta_0' \mu - \frac{1}{s \sin\theta_0} \nabla\mu$, $\sin^2\theta_0 (\nabla\psi)^2 = \sin^2\theta_0 \left[\hat{s} \frac{\cos\theta_0}{\sin^2\theta_0} \theta_0' \mu - \frac{1}{s \sin\theta_0} \nabla\mu \right]^2 =$

$= \sin^2\theta_0 \left[\frac{\cos^2\theta_0}{\sin^4\theta_0} (\theta_0')^2 \mu^2 - 2 \frac{\cos\theta_0}{\sin^2\theta_0} \theta_0' \mu \frac{1}{s \sin\theta_0} \hat{s} \cdot \nabla\mu + \frac{1}{s^2 \sin^2\theta_0} (\nabla\mu)^2 \right] =$

$= \operatorname{ctg}^2\theta_0 (\theta_0')^2 \mu^2 - 2 \operatorname{ctg}\theta_0 \theta_0' \mu \frac{\partial \mu}{\partial s} + (\nabla\mu)^2$

$[\dots] = (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) \cos 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon^2 + \operatorname{ctg}^2\theta_0 (\theta_0')^2 \mu^2 - 2 \operatorname{ctg}\theta_0 \theta_0' \mu \frac{\partial \mu}{\partial s} + (\nabla\mu)^2 - \frac{4}{s^2} \cos\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon \frac{\partial \mu}{\partial \varphi}$

$[\dots] = (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) \cos 2\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta_0 (\nabla\psi)^2 - \frac{4}{s^2} \cos\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon \frac{\partial \mu}{\partial \varphi}$, $W_\varphi = \frac{1}{2\pi} \int d\varphi [\dots]$.

$\frac{1}{2\pi} \int d\varphi \left[-\frac{4}{s^2} \cos\theta_0 \, \varepsilon\varepsilon \frac{\partial \mu}{\partial \varphi} \right] = \left(\frac{4}{s^2} \right) \frac{\cos\theta_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \, g \sin(\varphi - \varphi_0)(-f) \sin(\varphi - \varphi_0) = \frac{4}{s^2} \cos\theta_0 \, g f \frac{1}{2\pi} \pi = \frac{2}{s^2} \cos\theta_0 \, g f$ - верно

$\frac{1}{2\pi} \int d\varphi \, \varepsilon\varepsilon^2 = \frac{1}{2\pi} g^2 \int d\varphi \sin^2(\varphi - \varphi_0) = \frac{1}{2} g^2$ - верно. Проверить с $(\nabla\psi)^2$ тоже?

Escaneado con CamScanner

$(\nabla\psi)^2 = \left(\frac{\partial\psi}{\partial s}\right)^2 + \frac{1}{s^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)^2$, $\sin^2\theta_0(\nabla\psi)^2 = \sin^2\theta_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial s}\right)^2 + \sin^2\theta_0\frac{1}{s^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\theta_0}$

$= \sin^2\theta_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial s}\right)^2 + \frac{1}{s^2}\left(\frac{\partial\mu}{\partial\varphi}\right)^2$

$\frac{\partial\psi}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\mu}{s\sin\theta_0}\right) = \frac{1}{s\sin^2\theta_0}\cos\theta_0\theta_0'\mu - \frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\partial\mu}{\partial s}$, а далее.

$\int\frac{d\varphi}{2\pi}(\nabla\varphi)^2 = \frac{1}{2\pi}\int d\varphi\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial s}\right)^2 + \frac{1}{s^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi}\right)^2\right] = \frac{1}{2\pi}\int d\varphi\left[(g')^2\sin^2(\varphi-\varphi_v) + \frac{1}{s^2}g^2\cos^2(\varphi-\varphi_v)\right]$

$= \frac{1}{2}(g')^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{s^2}g^2$.

$W_\varphi = \frac{1}{2}(g')^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{r^2}g^2 + \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos2\theta_0 g^2 + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0 fg + \frac{1}{2\pi}\int d\varphi(\nabla\psi)^2\sin^2\theta_0$

$\to \frac{1}{2}fH_1f + \frac{1}{2}gH_2g + \frac{2\cos\theta_0}{r^2}fg = -\frac{1}{2}f\nabla^2f + \frac{f^2}{2r^2} + \frac{f^2}{2}\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} - \frac{1}{2}g\nabla^2g + \frac{g^2}{2r^2} + \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos2\theta_0 g^2 + \frac{2\cos\theta_0}{r^2}fg$

Должно $\frac{1}{2}(g')^2 = -\frac{1}{2}gg''$ чем $\int dr r(\dots)$ и $\frac{\sin^2\theta_0}{2\pi}\int d\varphi(\nabla\psi)^2 = 0$

$= -\frac{1}{2}f\nabla^2f + \frac{f^2}{2r^2} + \frac{1}{2}f^2\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0}$ с учетом $\int dr r(\dots)$ и $\mu = -\sin\theta_0\psi = f\cos(\varphi-\varphi_v)$

$(\nabla g)^2 = -g\nabla^2g$ чем $\int dr r(\nabla g)^2 = -\int dr r\, g\nabla^2g$, $\int dV\, g\nabla^2g = g\cdot\nabla g\big|_\partial - \int dV(\nabla g)^2$

Надо $g\cdot\nabla g = gg'\big|_\partial = 0$ $\int dV(\dots)$ $\int dx\,\psi\psi''_{xx} = \psi\psi'_x - \int dx(\psi')^2$

$\int dV\,\psi\nabla^2\psi = \psi\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\right) - \int dV(\nabla\psi)^2$

$\psi(s)$, $\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial x} = \psi'_s\frac{x}{s}$, $\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{1}{s}\psi'_s\cdot(x+y)$, $\int d\varphi\,\psi\frac{\partial\psi}{\partial s}(\cos\varphi+\sin\varphi) = 0$?

т.к. $\psi \sim \sin(\varphi-\varphi_v)$

$\int dr r(g')^2 = \int dg\, rg' = \left|g=u,\ v=rg',\ \frac{dv}{dr} = g'+rg''\right| = rgg'\big|_\partial - \int dr(g'+g''r)g$

$\int dr r(g')^2 = rgg'\big|_0^R - \int dr r\, g\left(g''+\frac{1}{r}g'\right) = rgg'\big|_0^R - \int dr r\, g\nabla^2g$

т.е. $(g')^2 = -g\nabla^2g$ если выполнялось $rgg'\big|_0^R = 0$, симметр. b. conditions.

$\sin^2\theta_0\cdot\int\frac{d\varphi}{2\pi}\left[\nabla\left(\frac{\mu}{s\sin\theta_0}\right)\right]^2 = -\frac{1}{2}f\nabla^2f + \frac{f^2}{2r^2} + \frac{f^2}{2}\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0}$ доказать самим. $\mu = f\cos(\varphi-\varphi_v)$

$\int dV(\nabla\psi)^2 = -\int dV\,\psi\nabla^2\psi$ чем сов-тв. b.cond.

$\int d\varphi\,\psi\nabla^2\psi = \int d\varphi\frac{\mu}{\sin\theta_0}\nabla^2\left(\frac{\mu}{\sin\theta_0}\right) = \int d\varphi\,\psi\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial s^2} + \frac{1}{s^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}\right] = \left|\psi = -\frac{f}{\sin\theta_0}\cos(\varphi-\varphi_v)\right|$

$\nabla^2\left(\frac{1}{\sin\theta_0}\right) = \frac{\partial^2}{\partial r^2}\frac{1}{\sin\theta_0} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{\sin\theta_0} = \frac{1}{2}\frac{(-1)}{\sin^2\theta_0}\cos\theta_0\theta_0'$ $\quad +\frac{1}{s}\frac{\partial\psi}{\partial s}$

$\nabla^2(\psi\sin\theta_0) = -\nabla^2(\mu) = \psi\nabla^2(\sin\theta_0) + 2\nabla\psi\cdot\nabla(\sin\theta_0) + \sin\theta_0\nabla^2\psi$, $\psi = -\frac{\mu}{\sin\theta_0}$

$\nabla^2\psi = -\frac{1}{\sin\theta_0}\nabla^2\mu - \psi\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} - \frac{2}{\sin\theta_0}\frac{\partial\psi}{\partial s}\cos\theta_0\theta_0'$, $\frac{\partial\psi}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\mu}{\sin\theta_0}\right) = -\frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\partial\mu}{\partial s} + \mu\frac{1}{\sin^2\theta_0}\cos\theta_0\theta_0'$

$\int d\varphi\,\psi\nabla^2\psi = \int d\varphi\left(\frac{-\mu}{\sin\theta_0}\right)\left[-\frac{1}{\sin\theta_0}\nabla^2\mu + \frac{\mu}{\sin^2\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0) - 2\right.$

$\left. - \frac{2}{\sin\theta_0}\cos\theta_0\theta_0'\left\{-\frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\partial\mu}{\partial s} + \mu\frac{\cos\theta_0}{\sin^2\theta_0}\theta_0'\right\}\right] = \frac{1}{\sin^2\theta_0}\int d\varphi\,\mu\left[\nabla^2\mu - \frac{\mu}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0) - \right.$

$\left. - 2\,\mathrm{ctg}\,\theta_0\theta_0'\frac{\partial\mu}{\partial s} + 2\,\mathrm{ctg}^2\theta_0(\theta_0')^2\mu\right]$

$\sin^2\theta_0\int d\varphi\,\psi\nabla^2\psi = \int d\varphi\,\mu\left[\nabla^2\mu - \frac{\mu}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0) + 2\,\mathrm{ctg}^2\theta_0(\theta_0')^2\mu - 2\,\mathrm{ctg}\,\theta_0\theta_0'\frac{\partial\mu}{\partial s}\right]$

$\int d\varphi\,\mu\nabla^2\mu = \int d\varphi f\cos(\varphi-\varphi_v)\left[\nabla_2^2 f\cos(\varphi-\varphi_v) + \frac{1}{s^2}(-f)\cos(\varphi-\varphi_v)\right] = \pi\left[f\nabla_2^2f - \frac{f^2}{r^2}\right]$ - Бернулли

Видимо $\sim$ подразумевает члены в $\int d\varphi\,\psi\nabla^2\psi$ выше.

→ Вывод: лагранжиан $\Lambda[f,g] = vP_v[f,g] - W[f,g]$ где P_v - sw momentum, а $W = (2\pi AL)\int dr r\left[\frac{1}{2}f\hat H_1 f + \frac{1}{2}g\hat H_2 g + \frac{2\cos\theta_0}{r^2}fg\right]$ is sw energy подобные получить инвом. уд для sw-profiles $f(r)$, $g(r)$ из $\frac{\delta\Lambda}{\delta f} = 0$, $\frac{\delta\Lambda}{\delta g} = 0$.

Note: $\hat H_1$, $\hat H_2$ содержат $f\nabla^2f$, $g\nabla^2g$ члены, которые надо заменить $f\nabla^2f \to -(\nabla f)^2$, $g\nabla^2g \to -(\nabla g)^2$, далее $\frac{\delta\Lambda}{\delta f} = \frac{\partial\Lambda}{\partial f} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial\Lambda}{\partial f'_s}$ по стандарт. определению.

Natural b.c. если $rff'\big|_0^R = 0$ и $rgg'\big|_0^R = 0$, они подобные $f\nabla^2f \to -(\nabla f)^2$.

// Uniform equations give $A(r), B(r)$ чем $r \gg 1$ и $d=0$ имеют решение $A = \cos\theta_0$, $B = 0$ (соответ. zero-mode с $m=0$), т.к. $B=0$ занулит $\frac{m}{r^2}\cos\theta_0 B$ член, а $\frac{m^2}{r^2}A \neq 0$, $\frac{2}{r^2}m\cos\theta_0 A \approx 0$ из-за $r^2 \gg 1$, $z = s/A$. $d \neq 0$ это решение портит.

Escaneado con CamScanner

При $g=0$ уравнение Лаврентьева $\mathcal{L}_1 f = -\nu^2(f) + \frac{\nu^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} f + \frac{f}{r^2} - d\theta_0' f = 0$
и его ν_n^2 и d-члены $f = \sin\theta_0$ есть решение. Trial function method (a)

Ищем нетривиальные функции $f \sim \sin\theta_0$, $g \sim \sin\theta_0$. Пусть $f = a\sin\theta_0$, $g = b\sin\theta_0$, тогда

$\mathcal{L}_1 f = a\frac{\sin\theta_0}{r^2} - d\theta_0' \sin\theta_0 a$

$\mathcal{L}_2 g = -\nu^2 g + \frac{g}{r^2} + \left[\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos 2\theta_0 - \frac{1}{r}\sin 2\theta_0\right] g$ упрощаем.

$\nu^2(\sin\theta_0) = \sin\theta_0\left[-(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0 \nu^2\theta_0\right] = \sin\theta_0\left[-(\theta_0')^2 + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0 - \frac{1}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0\right]$

$= \sin\theta_0\left(-\sin^2\theta_0 + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos^2\theta_0 - \frac{1}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0\right]$

$\frac{1}{b}\mathcal{L}_2 g = -\sin\theta_0\left[\cos 2\theta_0 + \frac{1}{r^2}\cos^2\theta_0 - \frac{1}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0\right] + \frac{\sin\theta_0}{r^2} + \left[\left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos 2\theta_0 - \frac{1}{r}\sin 2\theta_0\right]$

$= -\frac{1}{r^2}\sin\theta_0 + \frac{1}{r}\sin^2\theta_0\cos\theta_0 + \frac{\sin\theta_0}{r^2} - \frac{1}{r}\cdot 2\sin\theta_0\cos\theta_0 = \frac{1}{r^2}\sin\theta_0\cos^2\theta_0 -$

$-\frac{1}{r}\sin^2\theta_0\cos\theta_0 = \frac{1}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0\left[\frac{1}{r}\cos\theta_0 - d\sin\theta_0\right]$, $\theta_0' = -\sin\theta_0$

$\mathcal{L}[f,g] = \frac{\nu}{\nu_m}\int dr\, r\left[a\sin^2\theta_0 + \frac{1}{r}\sin^2\theta_0 b\right] - \frac{1}{2}\int dr\, r\left[a\sin\theta_0\left(a\frac{\sin\theta_0}{r^2} - d\theta_0'\sin\theta_0 a\right) +\right.$

$\left. + b\sin\theta_0 \frac{b}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0\left(\frac{1}{r}\cos\theta_0 - d\sin\theta_0\right) + \frac{4}{r^2}\cos\theta_0 ab\sin^2\theta_0\right]$

$\mathcal{L}[f,g] = \frac{\nu}{\nu_m}\int dr\, r\sin^2\theta_0\left[a+\frac{b}{r}\right] - \frac{1}{2}\int dr\, r\left[a^2\sin^2\theta_0\left(\frac{1}{r^2}+d\sin\theta_0\right) + \frac{1}{r}b^2\sin^2\theta_0\cos\theta_0\left(\frac{\cos\theta_0}{r} - d\sin\theta_0\right) + \right.$

$\left. + \frac{4}{r^2}\sin^2\theta_0\cos\theta_0 ab\right]$

$\mathcal{L}[f,g] = \frac{\nu}{\nu_m}\int dr\, r\sin^2\theta_0\left(a+\frac{b}{r}\right) - \frac{1}{2}\int dr\, r\sin^2\theta_0\left[a^2\left(\frac{1}{r^2}+d\sin\theta_0\right) + \frac{b^2}{r}\cos\theta_0\left(\frac{\cos\theta_0}{r} - d\sin\theta_0\right) + \right.$

$\left. + \frac{4}{r^2}\cos\theta_0 ab\right] = F(a,b)$

$\frac{\partial F}{\partial a} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial b} = 0$ дает систему ур. для $a, b \to \min \mathcal{L}[f,g]$ на пробных функциях.

Найти $I_1 = \int dr\, r\sin^2\theta_0$, $I_2 = \int dr\, r\sin^2\theta_0$, $I_3 = \int dr\, \frac{1}{r}\sin^2\theta_0$, $I_4 = \int dr\, r\sin^3\theta_0$

$I_5 = \int dr\, \frac{1}{r}\sin^2\theta_0\cos^2\theta_0$, $I_6 = \int dr\, r\sin^3\theta_0\cos\theta_0$, $I_7 = \int dr\, \frac{1}{r}\sin^2\theta_0\cos\theta_0$

$F(a,b) = \frac{\nu}{\nu_m}(aI_1 + bI_2) - \frac{1}{2}\left[a^2(I_3 + dI_4) + b^2(I_5 - dI_6) + 4ab I_7\right]$, $\frac{\nu}{\nu_m} = \nu$

$0 = \frac{\partial F}{\partial a} = \nu I_1 - a(I_3 + dI_4) - 2bI_7$; $\frac{\partial F}{\partial b} = \nu I_2 - b(I_5 - dI_6) - 2aI_7 = 0$.

$\begin{cases} a(I_3+dI_4) + 2bI_7 = \nu I_1 \\ 2aI_7 + b(I_5 - dI_6) = \nu I_2 \end{cases}$ $b = (\nu I_2 - 2aI_7)/(I_5 - dI_6)$

$a(I_3+dI_4) + 2I_7\frac{(\nu I_2 - 2aI_7)}{(I_5 - dI_6)} = \nu I_1$

$a\left[I_3 + dI_4 - 4\frac{I_7^2}{(I_5 - dI_6)}\right] = \nu I_1 - \frac{2\nu I_2 I_7}{(I_5 - dI_6)}$ и аналогично $b(I_n)$.

a, b и $f(r) = a\sin\theta_0(r)$, $g(r) = b\sin\theta_0(r)$ можно найти, но не факт, что они будут хорошими решениями ур. для $f(r)$, $g(r)$.

Найдем решение ур. $\nu f = 0$ численными методами. ← нетривиальными

$\begin{cases} -A'' - \frac{1}{r}A' + V(\theta_0)A + \frac{1}{r^2}A + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0 B = -\theta_0' \\ -B'' - \frac{1}{r}B' + \frac{1}{r^2}B + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos 2\theta_0 B + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0 A = \frac{1}{r}\sin\theta_0 \end{cases}$ $x_1 = A$, $x_2 = A' = x_1'$, $x_3 = B$, $x_4 = B' = x_3'$

$\begin{cases} -A'' + \frac{1}{r}A' + VA + CB = -\theta_0' \\ -B'' - \frac{1}{r}B' + UB + CA = \frac{1}{r}\sin\theta_0 \end{cases}$ $V = V(\theta_0) + 1/r^2$, $U = \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\cos 2\theta_0 + \frac{1}{r^2}$, $C = \frac{2}{r^2}\cos\theta_0$

$\begin{cases} -x_2' + \frac{1}{r}x_2 + Vx_1 + Cx_3 = -\theta_0' \\ x_1' = x_2 \\ -x_4' - \frac{1}{r}x_4 + Ux_3 + Cx_1 = \frac{1}{r}\sin\theta_0 \\ x_3' = x_4 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ V & -1/r & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ C & 0 & U & -1/r \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$

$\vec{x}' = A\vec{x} + \vec{B}$, $b_1 = 0$, $b_2 = \theta_0'$, $b_3 = 0$, $b_4 = -\frac{1}{r}\sin\theta_0$. $\det A = (-1)\begin{vmatrix} V & C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ C & U & -1/r \end{vmatrix} = (+1)[C^2 + UV] \neq 0$

Пары решений A_1, B_1 и A_2, B_2, $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_1' \\ B_1 \\ B_1' \end{pmatrix}$, $\vec{x}_2 = \begin{pmatrix} A_2 \\ A_2' \\ B_2 \\ B_2' \end{pmatrix}$

$\vec{x}(t)$ через реш. homogeneous system is Duhamel eq.

Homogen. Cauchy grp. yp. $n\times n$ имеет n-решений $\vec{x}_n = \begin{pmatrix} x_{1n} \\ \dots \\ x_{nn} \end{pmatrix}$, причем независимых

Homogen. system $\vec{x}' = A\vec{x}$ $\dot{\vec{x}} = A(t)\vec{x}$ где A – 4×4 matrix имеет 4-решения $\vec{x}_n$

Зачем только 2: (A_1, B_1) и (A_2, B_2) – метод ФГ (Duhamel) Homogeneous 1, ...

Обратная к (a,b) матрица Иванова. $\begin{pmatrix} I_3+dI_4 & 2I_7 \\ 2I_7 & I_5-dI_6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \nu \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{\nu}{detR}\begin{pmatrix} I_5-dI_6 & -2I_7 \\ -2I_7 & I_3+dI_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$, $detR = (I_3+dI_4)(I_5-dI_6) - 4I_7^2$, $\nu = v/v_m$.

$f = a\sin\theta_0$, $g = b\sin\theta_0$, $f = AV$, $g = BV$ → $M_V = \frac{\pi J\Delta}{v_m}\int dr\, r\left[-\theta_0' A + \frac{1}{r}B\sin\theta_0\right]$

$M_V = \frac{\pi J\Delta}{v_m}\int dr\, r\left[\sin\theta_0 \frac{f}{v} + \frac{1}{r}\frac{g}{v}\sin\theta_0\right] = \frac{\pi J\Delta}{v_m \nu}\int dr\, r\sin^2\theta_0\left[a + \frac{1}{r}b\right]$

$M_V = \frac{\pi J\Delta}{v_m \nu}(aI_1 + bI_2) = \frac{\pi J\Delta}{v_m}\frac{1}{detR}\left[I_1^2(I_5-dI_6) - 2I_7 I_1 I_2 - 2I_7 I_1 I_2 + I_2^2(I_3+dI_4)\right]$

→ $M_V = \frac{\pi J\Delta}{v_m}\left[I_1^2(I_5-dI_6) + I_2^2(I_3+dI_4) - 4I_7 I_1 I_2\right]$, In интегралы от $\sin\theta_0\cos\theta_0$.

$\frac{\pi J\Delta}{v_m} = \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2$ – scale of M_V. Все $I_n(R/\Delta) = \int_0^{R/\Delta} dr\,(\dots)$. $\sin\theta = \frac{1}{ch(r-r_c)}$.

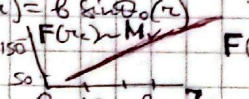
$\frac{(I_3+dI_4)(I_5-dI_6) - 4I_7^2}{}$

(28/IX) Получили сообщ. MINECO – Skyrmion grant accepted, 70,000 € costes directos на 3 года, но без PhD student. Точные условия, accepted project presupuesto, Окс. Они л. Soc. Security + transfer money to "Bankia". Michael прислал version Sk-gw paper.

Skyrmion mass 1) найти M_V ав-методом Иванова; 2) решить $A(r)$, $B(r)$ численно в лаб.

Вариант. метод Иванова здесь с $f(r) = a\sin\theta_0(r)$, $g(r) = b\sin\theta_0(r)$

$F = \frac{[I_1^2(\dots) + \dots]}{detR} \approx 50-150$ при $r_c = 10-30$, $r_d = 50$



$F(r_c)$ почти линейна, т.е. $F(r_c) \sim r_c$

File "skyrmion-mass.mcd" на new home comp.

$(\Delta/l_{ex})^2 = \frac{A}{K_{eff}\cdot 2\pi M_s^2} = \frac{1}{(Q-1)}$, $K_{eff} = K - 2\pi M_s^2 = 2\pi M_s^2(Q-1)$.

Eff. easy axis "K_{eff} anisotropy", $Q > 1$. Оценка $M_V \sim \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\cdot 100 \approx 25\frac{L}{\gamma^2}$

Согласно сырье 17/I-14 г. $c\,\gamma/2\pi = 3\cdot 10^6 \frac{1}{s\cdot Oe}$, $L/\gamma^2 = 2{,}8\cdot 10^{-22}$ g где $L = 1$ nm.

$M_V \approx 25\cdot 2{,}8\cdot 10^{-22}\,g = 70\cdot 10^{-22}\,g = 7\cdot 10^{-21}\,g$. $G \approx 4\pi M_s L/\gamma = \omega_M \frac{L}{\gamma^2}$.

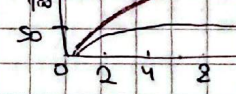
масс на на сам $M_V\omega_0 \ll G$ $M_V\omega_G \ll \omega_M \frac{L}{\gamma^2}$, $\frac{\gamma^2}{L}M_V \ll \frac{\omega_M}{\omega_G}$, $\frac{\omega_M}{\omega_G} \gg 25$.

$\frac{1}{2\pi}\omega_M$ (Sk-materials) $= 40-45$ GHz, $\omega_G \approx 1$ GHz, $\omega_M/\omega_G \approx 4.5$, что не есть $\gg 25$.

→ т.е. далее при $L = 1$ nm, $d \approx 3$ erg/cm^2, надо учитывать M_V для skyrmion gyrotropic motion.

// Ниже Описано M_V при $d = 0$, т.к. в ультратон Co/Pt dots $|d| > d_c \sim 2-3$ erg/cm^2 для stability of Neel skyrmion. (и $Q > 1$). При $|d| \to 0$, малой, может быть стабилен Bloch skyrmion, но это при $Q < 1$ и расчет в духе Ivanov PL'89 неприменим.

В (ab)-расчете вариант. методом Иванова $M_V \neq f(R)$, т.к. только окрестность $r \approx r_c$ здесь вклад в $I_n(R, r_c)$ и $\frac{R}{\Delta} > r_c$ не влияет на M_V. $r_c \ll r_d$ mass



При малых $|d|$, $M_V(d)$ быстро растет и насыщается при $|d| = 4$-5.

Типич. $d = \frac{D\Delta}{A} \approx \frac{1\ erg/cm^2\cdot(5\text{nm}-10\text{nm})}{1\cdot 10^{-6}\ erg/cm} \approx 0.5-1$ (больше 1,27, $d_c = 4/\pi$).

// За счет того в Ivanov PL'89 Skyrmion стабилен ($Q > 1$)? DMI = 0, (bm)^4-exchange $E_{Sk} > E_{1SD}$, если DMI = 0. Sk – Ivanova может быть только метастабилен или нестабилен. Вот для того Ivanov '89 вводит precession frequency. Sk-state это условный min E при числе магнонов $N = const$. No precession frequency exists in dot и расчет Sk-stability надо проводить заново.

(29/IX) $M_V = \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2 F\left(\frac{R_c}{\Delta}, \frac{R}{\Delta}\right)$, $F(R_c, R)$ не зависит от R и $F(R_c/\Delta) \approx 5\frac{R_c}{\Delta} = 5r_c$ численно

Т.е. Sk-mass в (ab)-Ivanov approximation $M_V = \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\frac{\Delta^2}{l_{ex}^2}\cdot 5\frac{R_c}{\Delta}$, $\Delta = \sqrt{\frac{A}{K_{eff}}} = \frac{l_{ex}}{\sqrt{Q-1}}$

Sk mass Ref. problem

$M_V \approx \frac{5}{4}\frac{L}{\gamma^2}\frac{1}{\sqrt{Q-1}}\left(\frac{R_c}{l_{ex}}\right)$, $l_{ex} = \sqrt{A/2\pi M_s^2}$, у Makhfudz'12: $M_V = \frac{1}{2}\frac{L}{\gamma^2}\sqrt{Q-1}\left(\frac{R_c}{l_{ex}}\right)$ при DMI = 0.

Для вычисления сравним Sk с тем, где множитель π^2, если бы Makhfudz не ввел.

Anyway, все это для easy axis "anisotropy $Q > 1$" Странная $\alpha = 2/(Q-1)$, $\beta_{SW} = 2$.

для bubble domains (Skyrmions large $R_c \gg \Delta$). Для $R_c \gg \Delta$ применима формула Robart'13: $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{A K_{eff}}$ или $d_c = D_c\frac{\Delta}{A} = \frac{4}{\pi}\sqrt{A K_{eff}}\frac{1}{A}\sqrt{\frac{A}{K_{eff}}} = \frac{4}{\pi} \approx 1{,}27$

Только M_V расчет вар. методом (ab)-Иванова зависит от только выбора trial functions $f(r) = (v/v_m)A(r) = a\sin\theta_0(r)$, $g = (v/v_m)B = b\sin\theta_0$, $\sin\theta_0 = \frac{1}{ch(r-r_c)}$ локализованных на bubble DW $\sim R_c$, $\cos\Theta(\varrho) = th\left((\varrho - \varrho_c)/\Delta\right)$.

$\sin\Theta_0 = 1/\cosh\zeta$ будет решением $-\frac{d^2\psi}{d\zeta^2} + \cos 2\Theta_0 \psi = 0$. Система УД 5/IX даст н/ч $r \gg 1$

$$\begin{cases} -\nabla^2 A + [(\Theta_0')^2 + \cos^2\Theta_0 - \frac{1}{2}\sin\Theta_0\cos\Theta_0 - d\Theta_0']A - \frac{1}{2}\sin\Theta_0 B = -\Theta_0' \\ -\nabla^2 B + [\cos 2\Theta_0 - \frac{1}{2}\sin 2\Theta_0]B - \frac{1}{2}\sin\Theta_0 A = \sin\Theta_0 \frac{1}{2} \end{cases}$$ в предположении только $\frac{1}{r^2}$ -terms.

$$\begin{cases} -\nabla^2 A + [\cos^2\Theta_0 - (\Theta_0')^2 - d\Theta_0']A = -\Theta_0' \\ -\nabla^2 B + \cos 2\Theta_0 B = \frac{1}{2}\sin\Theta_0 \end{cases} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} \text{ здесь.}$$

Ур-ния для A и B расцепляются, но они разные. Предъдущ. $B = \sin\Theta_0 = 1/\cosh\zeta$, $\Theta_0' = -\sin\Theta_0$.

$B' = \cos\Theta_0\Theta_0' = -\sin\Theta_0\cos\Theta_0 = -\frac{1}{2}\sin 2\Theta_0$, $B'' = -\cos 2\Theta_0\Theta_0' = \sin\Theta_0\cos 2\Theta_0$

$-\sin\Theta_0\cos 2\Theta_0 + \frac{1}{r}(\frac{1}{2})\sin 2\Theta_0 + \cos 2\Theta_0 \sin\Theta_0 = 0$, выполн. если $1/2$ -term $\to 0$.

$-A'' - \frac{1}{r}A' + [\cos^2\Theta_0 - (\Theta_0')^2 - d\Theta_0']A = -\Theta_0'$, trial $A = a\sin\Theta_0$

$\frac{a}{2r}\sin\Theta_0 - \sin\Theta_0\cos 2\Theta_0 a + [\cos 2\Theta_0 - d\Theta_0']a\sin\Theta_0 = \sin\Theta_0$, $\frac{a}{2r}2\cos\Theta_0 - d\Theta_0' a = 1$

$a(\frac{\cos\Theta_0}{r} + d\sin\Theta_0) = 1$, даже при $r \gg 1$ $ad\sin\Theta_0 = 1$ не решает.

Разбе так $ad\int dr\, r\sin\Theta_0 = \frac{1}{2}r^2$, $ad\langle\sin\Theta_0\rangle = 1$, $a = \frac{1}{d\langle\sin\Theta_0\rangle}$

т.е. $\approx$ при $r \to \infty$ ($1/r \to 0$, $1/r^2 \to 0$) УД имеет решение $A = \frac{1}{d}\frac{\sin\Theta_0}{\langle\sin\Theta_0\rangle}$, $B = \sin\Theta_0$

$$M_v = \frac{\pi J\Delta}{v_m}\int dr\, r\left[-\Theta_0' A + \frac{1}{r}\sin\Theta_0 B\right] = \frac{\pi J\Delta}{v_m}\int dr\, r\sin^2\Theta_0\left[\frac{1}{d\langle\sin\Theta_0\rangle} + \frac{1}{r}\right]$$

$$M_v = \frac{\pi J\Delta}{v_m}\left[\frac{1}{d\langle\sin\Theta_0\rangle} I_1(r_c) + I_2(r_c)\right]$$, см. 9/IX $\int dr\, r\sin^2\Theta_0 \simeq 2r_s$, $\int dr\, r\sin\Theta_0 = \pi r_s$

$\langle\sin\Theta_0\rangle \simeq \frac{2}{r_H^2}\int dr\, r\sin\Theta_0 = \frac{2}{r_H^2}\pi r_s = 2\pi\frac{r_c}{r_H^2}$, $I_1(r_c) \simeq 2r_c$, $I_2(r_c)$ - ?

$I_2(r_c) = \int dr\, r\sin^2\Theta_0 = \int \frac{dr\, r}{\cosh^2(r-r_c)} = \text{th}(r-r_c)\Big|_0^{r_H} = \text{th}(r_H - r_c) - \text{th}(-r_c) \simeq 1 - (-1) = 2$,

$M_v = \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{\ell_{ex}}\right)^2\left[\frac{1}{d}\frac{r_H^2}{2\pi r_c} + 2\right] = \frac{1}{2}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{\ell_{ex}}\right)^2\left[\frac{1}{2\pi d}\frac{r_H^2}{r_c} + 1\right]$, $d > d_c = \frac{4}{\pi}$

Вот так да, $\approx$ расчет $c\,d \neq 0$ дает $M_v \sim 1/d r_c \sim 1/r_c$. Этот результат согласуется с численным. Согласно с частн. случаем минимизации $F(a,b) = \int dr\, r\,\Lambda[S,S]$ 27/IX.

В расчете $F(a,b)$ $I_3 \to 0$, $I_5 \to 0$, $I_7 \to 0$, $I_6 \neq 0$ $M_v = (\dots)\frac{I_2^2 d\, I_4 - I^2 d\, I_6}{d I_4 (-d I_6)}$

$M_v = -\frac{I_2^2 I_4 - I_1^2 I_6}{d\, I_4 I_6}(\dots) = +\frac{(\dots)}{d}\left[\frac{I_1^2}{I_4} - \frac{I_2^2}{I_6}\right] \sim \frac{1}{d}[r_s - \text{const}]$ асимп. по $\frac{1}{d}$ численно. р-та

Min $F(a,b)$ расчет более точный, т.к. учит. a,b - минимизированно и все $\frac{1}{r}$-члены в $\Lambda[S,S]$ (в пол. произвольны)

С Л. и Ю. сбеж в "Brandia". Л. снял 600 € и отпр. 2 посылки в Киев (это еще 2 в Sept.)

30/IX Написание Skyrmion dyn. MS с Michal - Rev. JAP - Vigo - coupled vortices
Записали Wysin-vortex на рев. из EPL Mag. Lett. Принцип Abstract - Sk Mol. Spin, Bologna
Strenbel i APL'15 - sk-mass и Rc

1/X Написание Sk-dyn. MS с Michal. С Л. в "Lidl" и "Carrefour" Valbonne, снял 600 €

2/X послал revised Sk-dyn. MS to Michal. Уборка дома.

3/X Заполнил Solicited Prorroga MEC-project и послал to Ana Martinez с прогр. transfer 7,500 € с comp на 3/пн. рев. Wysin. Vortex elliptic dot."

4/X Л. написал в Киев, с собой 1,700 €.

Skyrmion phase Φ_0 (helicity). М. энергия для статичного Skyrmion $W[\Theta, \Phi_0]$, где $\Theta(\vec{s})$, $\Phi_0(\vec{s})$ - две неизвестные функции, Θ - angle of $\vec{m}$ и helicity Φ_0 из $\Phi = \Phi_0 + \varphi$ определения. Min $W[\Theta, \Phi_0]$ дает eqs. for $\Theta(\vec{s})$, $\Phi_0(\vec{s})$

Но это static case $\frac{\delta W}{\delta\Theta} = 0$, $\frac{\delta W}{\delta\Phi} = 0$. Можно расш. dynamics $\frac{\delta W}{\delta\Theta} = -J\sin\Theta\dot{\Phi}$, $\frac{\delta W}{\delta\Phi} = J\sin\Theta\dot{\Theta}$ — см. 24/IX.

Static $\Phi_0 = \Phi_0(\vec{s})$, $\Theta = \Theta_0(\vec{s})$ — radially symmetric static Skyrmion.

Для δW: $\Theta = \Theta_0 + \epsilon\theta$, $\Phi = \text{const} + \Phi_0 + \psi$ т.е. radially symmetric oscillations

$\Phi_0 = \text{const} + \psi$,

$\epsilon\theta(\vec{s})$ и Φ_0 сведутся к УД для рад. симметр. δW $\epsilon\theta(\vec{s},t)$, $\psi(\vec{s},t)$ с уровнем $\Phi_0 = c + \psi$.

$\Phi_0(\vec{s},t) = \text{const} + \psi(\vec{s},t)$. Точное УД для Φ_0, $\epsilon\theta$ можно получить из УД для $\epsilon\theta$, $\mu = -\sin\Theta_0\psi$

путем замены $\psi \to \Phi_0 - \text{const}$. $\Phi_0(\vec{s},t) = \Phi_0(\vec{s}) + \varphi + \delta\Phi_0(\vec{s},t)$.

Если линейная динамика $\epsilon\theta(\vec{s},t)$ и $\delta\Phi_0(\vec{s},t) = \psi(\vec{s},t)$ на фоне $\Theta_0(\vec{s})$, $\Phi_0(\vec{s})$ - static.

Это означает, что δW dynamics $\epsilon\theta(\vec{s},t)$, $\psi(\vec{s},t)$ на Sk-фоне $\Theta_0(\vec{s})$, $\Phi_0 = \text{const}$, как ранее.

Escaneado con CamScanner

$\delta W = \int d\vec{S}\cdot L \quad \frac{\partial^2 L}{\partial A^2}\Delta^2 = \frac{M_v^2 L}{\gamma^2 \cdot 2A}\Delta^2 = \frac{1}{4\pi}\frac{L}{\gamma^2}\frac{\Delta^2}{l_{ex}^2} \to \hat{M}_v = \frac{1}{4\pi}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2 \int d\vec{S}\int d\vec{S}' \frac{\partial m_2}{\partial \vec{x}} \otimes \frac{\partial m_2(\cdot)}{\partial \vec{x}}$

$S = \int \sin\Theta(\vec{r}=0)\, d\Theta d\varphi$ — 1 из Sk-ton

Sk-mass tensor $\hat{M}_v$ если $\Gamma^2/\Delta^2 = (\Phi_0')^2$ ($\hat{M}_v = \frac{1}{4\pi s}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2 \int d\vec{S}\int d\vec{S}' \frac{\partial m_2}{\partial \vec{x}} \otimes \frac{\partial m_2(\cdot)}{\partial \vec{x}}$)

$\Gamma = B\cdot\dot{\vec{x}} = O(\dot{\vec{x}}) \to 0$, $\Gamma = 0$ соотв. Neel-Skyrmion. $\Phi_0' = \frac{d\Phi_0}{d\vec{s}} = \Gamma/\Delta$ - Эйлеровость

Но $\hat{M}_v$ изотропна предположительно. Как связаны $\Phi_0(\vec{s}')$ и $\Gamma(\vec{s}')$?

Ведь в gr-ии $\vec{m}(\vec{r},\Gamma) \sim \sin\Phi\cos\Phi$, $\Phi = \Gamma + \varphi$ — всегда $\Gamma(\vec{s}') = \text{const}$.

Для расчета $\frac{\partial m_2}{\partial \vec{x}}$ берем ур-ие БР-ангела $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = \frac{|\vec{s}-\vec{x}|}{R_c}$ или ДВ: $\cos\Theta = \operatorname{th}\left(\frac{|\vec{s}-\vec{x}|-R_c}{\Delta}\right)$

т.е. (Линеаризация $\vec{m}(\vec{s},\vec{x}) = \vec{m}_0(\vec{s}-\vec{x})$. M_v исчезает из-за

взаимодействия ТМ с медленной $\Gamma = \langle\Phi_0\rangle$ - Skyrmion phase, helicity.

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\partial m_2}{\partial \vec{x}} \sim \int d\varphi \frac{\partial \Theta}{\partial \vec{x}} = \left|\Theta = \Theta(|\vec{s}-\vec{x}|),\ \frac{\partial\Theta}{\partial\vec{x}} = \frac{\partial\Theta}{\partial\vec{s}}\frac{\partial}{\partial\vec{x}}|\vec{s}-\vec{x}| = \Theta_{\vec{s}}'\frac{(\vec{s}-\vec{x})}{|\vec{s}-\vec{x}|} = \Theta_{\vec{s}}'\frac{\vec{s}}{s},\ \vec{x}\to 0\right| =$$

$$= \int d\varphi \frac{\partial\Theta}{\partial\vec{x}}\Big|_{\vec{x}\to 0} = \int_0^{2\pi} d\varphi\, \Theta_{\vec{s}}'\frac{\vec{s}}{s} = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{d\Theta(\vec{s})}{d\vec{s}}\Big|_{\vec{x}=0}\cdot(\hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi) = 0\ (!).$$

т.е. любая rigid Skyrmion model $\Theta(|\vec{s}-\vec{x}|)$ дает $M_v = 0$ в линейном по $\vec{x}$ приближении.

24/IV показано, что если $\Phi_0(\vec{s}') = \Gamma = \text{const}$, то $\sin\Phi_0 = 0$, $\Phi_0 = 0,\pi \to$ Neel Skyrmion.

Вывод: M_v - Skyrmion возникает через Sk-profile $\frac{\partial m_2}{\partial\vec{x}}$. M_v есть в result взаимодействия ТМ с конечными Sk-phase $\Gamma \overset{\partial\vec{x}}{\sim} \langle\Phi_0\rangle$. $M_v \neq 0$ только если Skyrmion moving не есть rigid. Т.другое Γ cannot be const, иначе Γ не дает вклада в W_{ext}, где $\sim(\Phi_0')^2$. //

(5/IV) Meeting с Julian: 1) пообещал узнать (Talent House пред. Таллинская только до 2-й вс. €/mes + deposit.
в Carlos S. Maria Library канала однодн. для сотруд. UPV/EH в сфере здрав.
2) сообщил, что жуков проводит ISMANAM одновременно с SolSkyMag-17
В Miramar с инд. rent fee ≤ 1000€ т.к. включен в Program „Cursos de Verano"
3) Подсказал поработать в Sala Residencia. Запросить good room для Тарталовской

Переписка с Ana Martinez, VRI. Она сообщила, что UPV/EHU rules запрещают перенос денег с Equipment на Salary или Viajes, и это конкретно UPV/EHU а не MINECO. Заполнил и submitted Solicitud Proyectos MAT2018-project до June 30, 2019. The request подписан VRI electronically.

Skyrmion mass - variable chirality Γ approach. $\Phi = \Gamma + \varphi$, $\Gamma \to \Phi_0$ далее

Diaz JACM'16 предполагал $\Gamma = \Phi_0(\vec{s}) = \text{const}$ и не решал eq. $\frac{\delta W}{\delta\Phi} = 0$ 24/IV, а решал численно $\delta W/\delta\Theta = 0$, подобно нашим equilibrium $\Theta_0(\vec{s},\Gamma)$ at given Γ.

$\frac{\delta W}{\delta\Theta} = 0 \to \left(K + \frac{A}{s^2}\right)\sin 2\Theta - 2A\nabla^2\Theta - \frac{2D}{s}\cos\Gamma\cdot\sin^2\Theta = 0 \to$ дает $\Theta_0(\vec{s},\Gamma) = \Theta_0(s,\cos\Gamma)$

Зависимость $\Theta_0(\vec{s},\Gamma)$ от Γ возникает из-за DMI D'

$$W[\Theta,\Gamma] = \int dV\left[A\left\{(\Theta_s')^2 + \frac{1}{s^2}\sin^2\Theta\right\} + K\sin^2\Theta + \underbrace{D\cos\Gamma}_{D'}\cdot\left(\Theta_s' + \frac{1}{s}\cos\Theta\sin\Theta\right)\right],\ \text{где}\ \Theta = \Theta_0(\vec{s},\Gamma)$$

Ясно, что $W[\Theta_0(\vec{s},\Gamma),\Gamma]$ есть функционал $\cos\Gamma$, т.е. только ф-ия Γ

Надо $\frac{\partial W}{\partial\Gamma}$ найти. Если $\frac{\partial W}{\partial\Gamma} = 0$, то $\vec{G}\times\dot{\vec{x}} = \frac{\partial W}{\partial\vec{x}}$, восстанавливает Thiele eq.

$\Gamma = 0$ соотв. Neel-Sk, т.к. DMI - interface. $W(\Theta,\Gamma) = W(\Theta,\Gamma=0) + \frac{1}{2}a\Gamma^2$, где

$W(\Theta,0)$, $a = f(\Theta_0)$ при $\Gamma = 0$. $\frac{\partial W}{\partial\Gamma} = a\Gamma$, $\Gamma = \frac{\gamma}{a}\int dV\frac{\partial m_2}{\partial\vec{x}}\cdot\dot{\vec{x}} = \vec{B}\cdot\dot{\vec{x}}$, $\dot{\Gamma} = \vec{B}\cdot\ddot{\vec{x}}$

$\vec{G}\times\dot{\vec{x}} - \gamma\int dV\frac{\partial m_2}{\partial\vec{x}}(\vec{B}\cdot\ddot{\vec{x}}) = \frac{\partial W}{\partial\vec{x}}$, $\hat{M}_v = \gamma\int dV\frac{\partial m_2}{\partial\vec{x}}\otimes\vec{B} = \frac{\gamma^2}{a}\int dV\frac{\partial m_2}{\partial\vec{x}}\otimes\int dV\frac{\partial m_2}{\partial\vec{x}}$ (Sk-mass)

$\hat{M}_v$ имеет смысл Döring mass, $M_v \sim 1/(\text{stiffness})$, a-stiffness и зависимость от Γ

при $D=0$, $a=0$ и $M_v \to \infty$. $W(\Gamma)$ только из-за DMI. $W[\Theta_0(\vec{s},\Gamma),\Gamma] = F(D\cos\Gamma) = F(x)$

$F(D\cos\Gamma) = \Gamma[D(1-\Gamma^2/2)] = F(D) + F'(x)\left(-\frac{D}{2}\right)\Gamma^2$, $a = -DF'(D)$, $F(x) = W[\Theta_0(\vec{s},x),x]$, $x = D\cos\Gamma$.

Т.другое definition $\Gamma = \Phi_0(\vec{s})$ от 4/I решена, $\Gamma = \text{const}$, но найти $\Theta_0(\vec{s},\Gamma)$ нельзя.

$\Gamma \to \dot{\vec{x}}$ сложно, нужно снова δW делать при $\sin\Theta \sim \dot{\vec{x}}$, которое дает M_v в работе Iñaki Pl'ez.

Можно ДВ ангела $\operatorname{tg}\Theta/2 = e^{i\varphi}\left(-\frac{s-R_c}{\Delta}\right)$ и считать, что $R_c = f(\Gamma)$, $D' = D\cos\Gamma$

т.е. Θ_0 зависит от D' через R_c. $\sin\Theta_0 = 1/\operatorname{ch}\frac{s}{\Delta} = -\Theta_s'$, $\cos\Theta_0 = \operatorname{th}\frac{s}{\Delta}$, $\frac{s}{\Delta} = (s-R_c)/\Delta$, $R_c \gg \Delta$

$W(\Theta_0,D') = \int dV\left[A\left(\frac{1}{\Delta^2}+\frac{1}{s^2}\right)\sin^2\Theta_0 + K\sin^2\Theta_0 + D'\left(-\frac{1}{\Delta}+\frac{1}{s}\cos\Theta_0\right)\sin\Theta_0\right] = f(R_c, D')$, $\frac{\partial W}{\partial R_c} = 0$ дает $R_c(D')$.

Escaneado con CamScanner

В DW-профиле $W = W(R_c, \Delta) = F(\Delta) = F(\gamma)$. $\frac{dF(\gamma)}{d\gamma} = \frac{\partial W}{\partial R_c}\frac{\partial R_c}{\partial \gamma} + \frac{\partial W}{\partial \Delta}$ - check

но $R_c(\Delta)$ выбрано так, что $\frac{\partial W}{\partial R_c} = 0$, R_c - min W. $\frac{\partial W}{\partial \Delta} = \int dV \left| \theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta \right| = \frac{1}{\Delta} W_0^{DW}[\theta_0]$

$F'(\gamma) = \int dV \left| \theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta \right| = 2\pi L \int ds \left[-\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{s}\cos\theta_0 \right] \sin\theta_0 = 2\pi L \left[-\frac{1}{\Delta}\int \frac{ds}{ch\xi} + \int \frac{th\xi}{ch\xi} d\xi \right]$

$I_3 = \int_0^{z_c} \frac{dz}{ch(\pi z)} = \pi z_c$, $\int_0^{z_c} \frac{sh(\gamma - z)}{ch^2(\pi z)} dz = -\frac{1}{ch(\gamma - z)} \Big|_0^{z_c} = -\frac{1}{ch(\gamma - z_c)} + \frac{1}{ch\gamma} = -2e^{-\gamma + z_c} + 2e^{-\gamma}$

$F'(\gamma) = -2\pi L \frac{1}{\Delta} \int ds \frac{1}{ch\xi} = -2\pi L \Delta \int d\xi \frac{1}{ch\xi} = -2\pi L \Delta \cdot \pi z_c = -2\pi L R_c$, $a = -DF'(\gamma)\Big|_{R_c} = 2\pi D L R_c$.

$\hat{M}_v = \frac{\gamma^2 l^2}{a} \int d^2\vec{s}\, \frac{\partial m_z}{\partial x} \otimes \int d^2\vec{s}\, \frac{\partial m_z(s)}{\partial x}$, $\frac{\gamma^2 L^2}{a} \Delta^4 = \frac{M_s^2 l^2 \Delta^4}{\gamma^2 2\pi\gamma L R_c} = \frac{1}{2\pi} \frac{L}{\gamma^2} \frac{M_s^2}{2\gamma R_c} \Delta^4$, $[\hat{X}]$ - см.

$\hat{M}_v \sim \frac{1}{2\gamma R_c}$ и $M_v \to \infty$ $D \to 0$ ст-мость ур-ва вырождения а также свойства DW + Bloch-ТЧ

Note: Для Sk-mass $\hat{M}_v$ из-за сильного взаимодействия ТЧ ($\hat{X}$) и chirality (Γ).

Если ТЧ нет ($\hat{X}^2 = 0$, $\hat{X}^1 = 0$) то $\dot{\Gamma} = 0$, $\Gamma = const$ и $\frac{\partial W}{\partial \Gamma} = 0$ и chirality mode нет. А если нет Γ-mode, $\dot{\Gamma} = 0$, то $\hat{G}\dot{\hat{X}} = \partial W / \partial \hat{X}$. Вместе широкие Sk'ы - mode с фикс. $\hat{X}$, т.е. Γ-mode возбуждается только вместе с ТЧ, а ТЧ может возбуждаться сама.

Γ-mode excitation ведет к Döring mass $M_v \sim 1/D$, что нефизично.

Предполагаемое $\Gamma(s) = const$ неудовлетворительное, ибо $\Gamma = \Phi_0(s)$ нужно, хотя с поправкой $\Gamma(s) = const$ имеет смысл при $\Gamma(s)$ имеет min при $s \simeq R_c$ и $\Gamma(s) \to \Gamma(R_c) \sim \Gamma' \simeq \Gamma/\Delta$. Так и делал 4/IX и получил M_v конечно при $D \to 0$ минимизация $\to \Delta$

$$\frac{1}{A} W[\theta, \Gamma] = (\theta_s')^2 + \left((\Gamma')^2 + \frac{1}{s^2} \right) \sin^2\theta + \frac{1}{\Delta^2}\sin^2\theta + \frac{D}{A}\left[\cos\Gamma \left(\theta_s' + \frac{\sin\theta\cos\theta}{s} \right) - \sin\Gamma \cdot \Gamma' \sin\theta\cos\theta \right]$$

$\Gamma(s) \simeq \Gamma(s_c)$, $\Gamma' \sim_{adj} \Gamma/\Delta$ и $W[\theta, \Gamma] = W[\theta, 0] + \frac{a}{2}\Gamma^2$ при $\Gamma \ll 1$, но a - функция, не $= 0$ при $D = 0$ и всегда при $D = 0$ конечна, ср. для $\hat{M}$ 4/I раздел. $a = a(\hat{X}^2 = 0, \Gamma = 0)$, $\Gamma \sim \hat{X}$.

Если $\Gamma(s)$ рез. вст. $s = R_c$, то $\frac{1}{A} W[\theta, \Gamma] \simeq (\theta_s')^2 + \left(\frac{\Gamma^2}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2} \right) \sin^2\theta + \frac{1}{\Delta^2}\sin^2\theta + \frac{D}{A}\left[\theta_s' \cos\Gamma - \frac{\Gamma}{\Delta}\sin\Gamma \cdot \cos\theta\sin\theta \right]$
$\cos\theta = th\xi$ нейт. $\operatorname{sign}(R_c - s)$

Static Skyrmion stability

6/X Registered for Mol. Spintronics conf., Bologna, Nov. 15-18, 2016. Заполнил Invoice на Conf. fee

SW on the Skyrmion background: $\mu(\vec{s}) = A(s)\frac{v}{v_m}\cos(\varphi - \varphi_v)$, $\Theta(\vec{s}) = B(s)\frac{v}{v_m}\sin(\varphi - \varphi_v)$, $\vec{v} = \dot{\vec{X}}$

Считаю 4D для $A(s)$, $B(s)$ 30/VIII, 2/IX решил численно. Надо знать static Skyrmion profile $\theta_0(s)$ аналитически. Берем $\left(tg\frac{1}{2}\theta_0(s) = \frac{R_c}{s} e^{-(s - R_c)/\Delta}\right)$ как в Shafa'PRB'ки. $\cos\theta_0(0) = p = -1$. $\theta_0(\infty) = 0$. s, R_c в ед. Δ: $z_c = \frac{R_c}{\Delta}$, $z = s/\Delta$

$u = tg\frac{\theta}{2}$, $\sin\theta = \frac{2u}{1+u^2}$, $\cos\theta = \frac{1 - u^2}{1 + u^2}$. Точное static ур-е: $\left(\theta'' + \frac{1}{z}\theta' = \left(1 + \frac{1}{z^2}\right)\sin\theta\cos\theta + \frac{d}{z^2}\sin^2\theta\right)$

$d = 2A/A$, $z = s/\Delta$, $\Delta^2 = A/K$.

подстановка $u = e^{-f}$ дает (14/IX): $\left(f'' + \frac{1}{z}f' - th f (f')^2 + \left(1 + \frac{1}{z^2}\right) th f + \frac{d}{z^2}\frac{1}{ch f} = 0\right)$ - точное!

Если считать $z \gg 1$, то $f'' + th f \left[1 - (f')^2\right] = 0$ имеет решение $f(z) = z + c$

$\to u(z) = tg\frac{\theta}{2} = e^{-z+c}$, что сов-ет DW ansatz $tg\theta/2 = e^{-(z - z_c)}$, т.к. $tg\frac{\theta}{2}(z_c) = e^0 = 1$, $\theta(z_c) = \pi/2$ by definition

Если $z \to 0$, то $f'' + \frac{1}{z}f' + \frac{1}{z^2} th f + \frac{d}{z}\frac{1}{ch f} = 0$ дает точное числ. BP решение

$tg\frac{1}{2}\theta_{BP} = e^{-f} = e^{-\ln z^2/z_c} = z_c/z$, $\cos\theta_{BP} = \frac{z^2 - z_c^2}{z^2 + z_c^2}$, $\cos\theta_{BP}(0) = -1$. $f(z) = \ln z^2/z_c$.

$f' = \frac{1}{z}$, $f'' = -\frac{1}{z^2}$. $u(z) = z_c/z$ удовл. ур. для $u(z) = tg\frac{\theta}{2}(z)$ 14/IX. $th\ln\frac{z}{z_c} = \frac{z^2 - z_c^2}{z^2 + z_c^2} = \cos\theta$

Ансатц для $\theta_0(z)$: $\left(tg\frac{1}{2}\theta_0(z) = \frac{z_c}{z}\exp\left[-(z - z_c)\right]\right)$ $tg\frac{\theta}{2} = u$, $f = \ln\frac{z}{z_c} + z - z_c$, $u = e^{-f}$.

$$W[\theta] = \int dV \left[A\left(\theta_s'\right)^2 + \frac{\sin^2\theta}{s^2} + K\sin^2\theta + D\left(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right) \right] = 2\pi AL \int dz\, z \left[(\theta')^2 + \frac{1}{z^2}\sin^2\theta + \sin^2\theta + d\left\{\theta' + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right\} \right]$$

$$W[\theta] = 2\pi AL \int dz\, z \left[(\theta')^2 + \left(1 + \frac{1}{z^2}\right)\sin^2\theta + d\left(\theta' + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right) \right]$$

$\theta(z) = 2\operatorname{arctg} u(z)$, $\theta_z' = \frac{2}{1+u^2}u' = \frac{2}{1+u^2}(-1)u\left(1 + \frac{1}{z}\right) = -\left(1 + \frac{1}{z}\right)\sin\theta < 0$.

$W_m = 2\pi M_s^2 \cos^2\theta = 2\pi M_s^2 - 2\pi M_s^2 \sin^2\theta$, учет W_m дает $K \to K_{eff} = K + 2\pi M_s^2$ и сдвиг $\theta_{DW}(z) = -\sin\theta$, $z \gg 1$.

$W(\theta)\frac{1}{2\pi AL}$ на $\frac{2\pi M_s^2 V}{2\pi AL} = \frac{M_s^2 \pi R^2}{A} = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{l_{ex}}\right)^2$. $W[\theta] = E(Sk) - E(\theta = 0, Sk)$.

MathCad "Skyrmion-mass.mcd" дает $W(R_c)$ расчет при $d < 0$, устойчив при $d > 0$.

Escaneado con CamScanner

$W(R_c, d<0) < 0$, т.е. Sk болеe низкая $W(1SD)$. Но $W(R_c)$ [illegible]

как же найти R_c^{eq}? Вообще-то Skyrmion'ы unstable. $K \to -K$ ($Q<1$) не изменяет результата. Кажется, что $W(R_c)$ не имеет min for any sign(D), any sign(K).

Продолжим без оценки в $W[\Theta]$ static и от ζ нужен

$W_{an} = K_{eff} \sin^2\Theta \Rightarrow \frac{1}{A} W_{an} = \frac{1}{\Delta^2} \sin^2\Theta$, где $\Delta^2 = A/K_{eff}$, $K_{eff} = 2\pi M_s^2 (Q-1)$

Или $K_{eff} = K(1 - 1/Q)$, если $Q \to 1+0$, $\Delta \to \infty$ и $\tau_c = R/\Delta \ll 1$ даже при $R \sim 100$ nm

MathCad дает, что $E_{Sk}(R_c)$ имеет min при $d > 0$ min при $\frac{R}{\Delta} \sim 1$, т.е. $\frac{\Delta}{l_{ex}} \gg 1$, l_{ex}

т.е. min $E_{Sk}(R_c)$ существует при $Q \gtrsim 1$ (!) Численно $\tau = 9/\Delta$ подгоняется

$$W[\Theta] = 2\pi AL \int d\rho s \left[(\Theta_s')^2 + \frac{1}{\rho^2} \sin^2\Theta + \frac{K_{eff}}{A} \sin^2\Theta + \frac{D}{A} \left(\Theta_s' + \frac{1}{\rho} \sin\Theta\cos\Theta \right) \right]$$

$K_{eff}/A = \frac{2\pi M_s^2}{A}(Q-1) = \frac{1}{l_{ex}^2}(Q-1)$, $d = \frac{D l_{ex}}{A}$ и $\tau = 9/l_{ex}$.

$$W[\Theta(9)] = 2\pi AL \int d\tau \left[(\Theta_\tau')^2 + \frac{1}{\tau^2} \sin^2\Theta + (Q-1)\sin^2\Theta + d\left(\Theta_\tau' + \frac{1}{\tau} \sin\Theta\cos\Theta \right) \right]$$

Имеем $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Theta(9) = \frac{R_c}{\rho} \exp\left[-\frac{(9 - R_c)}{\Delta} \right]$, $9/\Delta = \frac{9}{l_{ex}} \left(\frac{l_{ex}}{\Delta} \right)$, $\frac{l_{ex}^2}{\Delta^2} = \frac{A}{2\pi M_s^2} \frac{2\pi M_s^2 (Q-1)}{A} = (Q-1)$

$9/\Delta = \tau (Q-1)^{1/2}$, $R_c/\Delta = \frac{R_c}{l_{ex}} \frac{l_{ex}}{\Delta} = \tau_c (Q-1)^{1/2}$, Обоз. $\zeta = (Q-1)^{1/2}$.

$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Theta(\tau) = \frac{\tau_c}{\tau} \exp\left[-\zeta(\tau - \tau_c) \right] = u$, $\Theta(\tau) = 2\operatorname{arctg} u(\tau)$, $\Theta_\tau' = \frac{2}{1+u^2} u' = \frac{2}{1+u^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \exp\left[\ln\frac{\tau_c}{\tau} - \zeta(\tau - \tau_c) \right]$

$\Theta_\tau' = \frac{2}{1+u^2} \exp[\dots] \left(-\frac{1}{\tau} - \zeta \right) = -\frac{2u}{1+u^2} \left(\frac{1}{\tau} + \zeta \right)$, $\zeta = \sqrt{Q-1}$, мысли $Q > 1$ пока.

$\Theta_\tau' = -\left(\frac{1}{\tau} + \zeta \right) \sin\Theta$, $u = \frac{\tau_c}{\tau} \exp\left(\zeta(\tau_c - \tau) \right)$. $d_c = A^{-1} l_{ex} D_c = \frac{l_{ex}}{\pi} \frac{4}{\pi} \sqrt{A K_{eff}}$

$d_c = \frac{4}{\pi} l_{ex} \sqrt{\frac{K_{eff}}{A}} = \frac{4}{\pi} l_{ex} \sqrt{\frac{2\pi M_s^2 (Q-1)}{A}} = \frac{4}{\pi} \sqrt{Q-1}$ при $Q > 1$. $W(R_c)$ имеет min (!).

Если $Q < 1$, $\frac{K_{eff}}{A} = \frac{1}{l_{ex}^2}(-1)\left[Q-1 \right] = \frac{1}{l_{ex}^2} s|Q-1|$, $s = \operatorname{sign}(Q-1)$. $(Q-1) = s|Q-1|$.

$W_a = s|Q-1| \sin^2\Theta$, $\Delta^{-2} = \frac{1}{\Delta^2} = \frac{K_{eff}}{A} = \frac{2\pi M_s^2}{A}(Q-1) = \frac{1}{l_{ex}^2} s|Q-1| < 0$, длина чтобы

хотя формально можно $\frac{1}{\Delta^2} = \frac{1}{l_{ex}^2}|Q-1|$ и $\frac{9}{\Delta} = \frac{9}{l_{ex}} \frac{l_{ex}}{\Delta} = \tau \sqrt{|Q-1|}$, $\frac{R_c}{\Delta} = \tau_c \sqrt{|Q-1|}$,

Сохраняя $u(\tau) = \frac{\tau_c}{\tau} \exp\left[\zeta(\tau_c - \tau) \right]$ с $\zeta = \sqrt{|Q-1|}$. Sk-min соответ. $R_c < R$, $R_c > R$ 1SD min.

Коэф. при $\sin^2\Theta$ в $W[\Theta]$: $\left(\frac{1}{\tau} + \zeta \right)^2 + \frac{1}{\tau^2} + (Q-1) = \frac{2}{\tau^2} + \zeta^2 + (Q-1) + \frac{2}{\tau}\zeta =$

$= \frac{2}{\tau^2} + |Q-1| + s|Q-1| + \frac{2}{\tau}\zeta = \frac{2}{\tau}\left(\zeta + \frac{1}{\tau} \right) + |Q-1|\left[1 + s \right] = \begin{cases} \frac{2}{\tau}\left(\zeta + \frac{1}{\tau} \right), & s = -1 \\ \frac{2}{\tau}\left(\zeta + \frac{1}{\tau} \right) + |Q-1|, & s = +1 \end{cases} \Bigg\} = F(\tau)$, $F(\tau) > 0$

$$W[\Theta(9)] = 2\pi AL \int d\tau \left[F(\tau) \sin^2\Theta + d\left(\Theta_\tau' + \frac{1}{\tau} \sin\Theta\cos\Theta \right) \right]$$

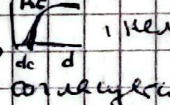
Выводы: 1) При одинаковых d и $|Q-1| = \zeta^2$ энергия Skyrmion с $Q < 1$ ниже $E_{Sk}(Q > 1)$

2) При $d = 0$ $W[\Theta(9)] > 0$, т.е. $E_{Sk} > E_{1SD}$ и Sk-конфиг. должны быть только metastable (!)

MathCad показал, что $W(R_c)$ не имеет min при конечных Q, R при $d = 0$

3) Min $W(R_c)$ есть лишь при $d > 0$ (один при $Q < 1$, два - Sk и 1SD при $Q > 1$)

4) $R_c(d)$ зависит очень резко при $d \gtrsim d_c$ (при $Q > 1$)



при $Q < 1$ $R_c(d) \neq \text{const}$ и видимо $d_c \approx 0$, так как $d_c \to 0$ при переходе Gus'Maglett'ом

5) min $W(R_c)$ есть при $d > 0$ только $W_{2MI} \sim d\Theta_\tau' \Big|_{\tau_c}^{\pi}$, $\Theta_\tau' < 0$, т.к. $\Theta(0) = \pi$, $p = -1$

т.е. $W_{DMI} \sim dp \sim Dpc$ и дает $p = +1$ [Gus'TM'16]° $DC = -|D| < 0$, дает $p = -1$, $DC = |D| > 0$

Принесли Skyrmion - GM paper to IE³ Mag. Lett. Запросили Fig 1 оригинал. Поговорили с Julian и Lena T. о "soon reservation in La Salle Res.

(4/X) Edited + submitted final version of Sk-TM paper to IE³ Mag. Lett. Reject MS by Wyżin on elliptic vortex dots (IE³ Mag. Lett.). E-mails Зуева (Figs) и Лена Т. (имена) куда были на имение у Зуб. Фото и уточнена план корр. change ticket to 5 Nov.

Skyrmion mass

(8/X) Editing sk-dyn. MS с Mukhal. Говорил Елена Алекс. с Ю. и Ј. в Гронингене

Существует работа static Skyrmion stability при $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2}(\tau) = \frac{\tau_c}{\tau} e^{\tau_c - \tau}$ (Δ-норм.) и $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{\zeta(\tau_c - \tau)}$ l_{ex}-норм.

УД в Δ-норм.

$$\begin{cases} -A'' - \frac{1}{\tau} A' + \left[\frac{1}{\tau^2} + V(\Theta_0) - d\Theta_0' \right] A + \left[\frac{2}{\tau^2}\cos\Theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin\Theta_0 \right] B = -\Theta_0' \\ -B'' + \frac{1}{\tau} B' + \left[\frac{1}{\tau^2} + \left(1 + \frac{1}{\tau^2} \right)\cos 2\Theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin 2\Theta_0 \right] B + \left[\frac{2}{\tau^2}\cos\Theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin\Theta_0 \right] A = \frac{1}{\tau}\sin\Theta_0 \end{cases}$$

Решим $A(\tau), B(\tau)$ численно, сначала $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Theta_0(\tau) = \frac{\tau_c}{\tau} e^{\tau_c - \tau}$ известным, τ_c известен из static calc.

Escaneado con CamScanner

$$\begin{cases} A'' + \frac{1}{\tau}A' + F_1(\tau)A + G(\tau)B = \theta_0' \\ B'' + \frac{1}{\tau}B' + F_2(\tau)B + G(\tau)A = -\frac{1}{\tau}\sin\theta_0 \end{cases} \quad F_1(\tau) = d\theta_0' - V(\theta_0) - \frac{1}{\tau^2}, \quad G = \frac{d}{\tau}\sin\theta_0 - \frac{2}{\tau^2}\cos\theta_0$$

$$F_2(\tau) = \frac{d}{\tau}\sin 2\theta_0 - \left(1+\frac{1}{\tau}\right)\cos 2\theta_0 - \frac{1}{\tau^2}$$

Обр. $A' = x_1$, $A = x_2$, $B' = x_3$, $B = x_4$: $\begin{cases} x_1' + \frac{1}{\tau}x_1 + F_1 x_2 + G x_4 = \theta_0' \\ x_3' + \frac{1}{\tau}x_3 + F_2 x_4 + G x_2 = -\frac{1}{\tau}\sin\theta_0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_1' = -\frac{1}{\tau}x_1 - F_1 x_2 - G x_4 + \theta_0' \\ x_2' = x_1 \\ x_3' = -\frac{1}{\tau}x_3 - F_2 x_4 - G x_2 - \frac{1}{\tau}\sin\theta_0 \\ x_4' = x_3 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau} & -F_1 & 0 & -G \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G & -\frac{1}{\tau} & -F_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta_0' \\ 0 \\ -\frac{1}{\tau}\sin\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Для MathCad State Space ODE solver надо вид $\dot{\vec{x}} = \hat{A}\vec{x} + \hat{B}\vec{u}$, $\hat{A}, \hat{B}$ - матрицы 4×4. $\hat{B} = \hat{1}$, тогда $\vec{u} = col\left(\theta_0', 0, -\frac{1}{\tau}\sin\theta_0, 0\right)$

$\theta_0' = -\left(1+\frac{1}{\tau}\right)\sin\theta_0$ в Δ-переменных, $\operatorname{tg}\theta_0/2 = e^{\tau_c - \tau}$ в Δ-переменных ($\tau = R/\Delta$).

$\vec{u} = col\left(1+\frac{1}{\tau}, 0, \frac{1}{\tau}, 0\right)(-1)\sin\theta_0$, $\sin\theta_0 = \frac{2u}{1+u^2}$, $u = \operatorname{tg}\theta_0/2$.

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau} & F_1 & 0 & G \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G & -\frac{1}{\tau} & F_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$, где замена $F_1 \to -F_1$, $F_2 \to -F_2$, $G \to -G$ дала удобство

$F_1(\tau) = \frac{1}{\tau^2} + V(\theta_0) - d\theta_0'$, $F_2(\tau) = \frac{1}{\tau^2} + \left(1+\frac{1}{\tau^2}\right)\cos 2\theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin 2\theta_0$, $G = \frac{2}{\tau^2}\cos\theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin\theta_0$

$V(\theta_0) = \frac{1}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0) = (\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla^2\theta_0$, $\nabla^2\theta_0 = \theta_0'' + \frac{1}{\tau}\theta_0' = \left(1+\frac{1}{\tau^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0 + \frac{d}{\tau}\sin^2\theta_0$, (Ashwin '2013) $d = 2\Delta/A$.

если $W_{DMI} = 2\pi L(-D)\int ggg\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$, а помним что $W_{DMI} = 2\pi L D \int ggg\left(\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right)$,
(Rowan '13)

т.е $D_{Gos} = -D_{Rohart}$ и нормируя $\nabla^2\theta_0 = \left(1+\frac{1}{\tau^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin^2\theta_0$ как в замечании Иванова.

Для $\theta_0(0) = \pi$, $p = -1$, $\theta_s' < 0$ и min $W(R_c)$ сходится, $d > 0$, $u = \operatorname{tg}\theta_0/2 = e^{\tau_c - \tau}\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)$.

В Gus-Garcia 'Meglett' при $p = +1$ и min $W(R_c)$ сходится, $d = -|d| < 0$.

$$F_1(\tau) = \frac{1}{\tau^2} + V(\theta_0) - d\theta_0' = \frac{1}{\tau^2} - (\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\left[\left(1+\frac{1}{\tau^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin^2\theta_0\right] - d\theta_0' = \frac{1}{\tau^2} - \left(1+\frac{1}{\tau^2}\right)^2\sin^2\theta_0 +$$

$$+ \left(1+\frac{1}{\tau^2}\right)\cos^2\theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin\theta_0\cos\theta_0 + d\left(1+\frac{1}{\tau}\right)\sin\theta_0 = \cos 2\theta_0 + \frac{2}{\tau^2}\cos^2\theta_0 - \frac{2}{\tau}\sin^2\theta_0 + d\sin\theta_0\left[1 + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau}\cos\theta_0\right]$$

$$F_2(\tau) = \cos 2\theta_0 + \frac{2}{\tau^2}\cos^2\theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin 2\theta_0, \quad G(\tau) \approx \frac{2}{\tau^2}\cos\theta_0 - \frac{d}{\tau}\sin\theta_0. \quad \text{При } \tau \gg 1 \quad -A'' + \cos 2\theta_0 A = 0$$

$F_1(\tau) = \cos 2\theta_0 + \frac{2}{\tau^2}\cos^2\theta_0 - \frac{2}{\tau}\sin^2\theta_0 + d\sin\theta_0\left[1 + \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau}\cos\theta_0\right]$. $d = 0$ $g \ll A = \sin\theta$

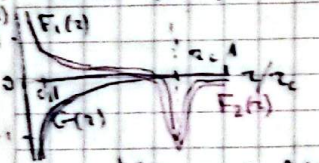
Без DMI и $\tau \gg 1$: $F_1(\tau) = F_2(\tau)$.

$\vec{x} = col(x_1, x_2, x_3, x_4) = col(A', A, B', B)$. Надо задать $\vec{x}(\tau_0)$, где $\tau_0 = 0$ или $\tau_0 = R$.

При $\tau \to 0$ $\begin{cases} -A'' - \frac{1}{\tau}A' + \frac{2}{\tau^2}\cos^2\theta_0 A + \frac{2}{\tau^2}\cos\theta_0 B = +\frac{1}{\tau}\sin\theta_0 \\ -B'' - \frac{1}{\tau}B' + \frac{2}{\tau^2}\cos^2\theta_0 B + \frac{2}{\tau^2}\cos\theta_0 A = \frac{1}{\tau}\sin\theta_0 \end{cases}$ $\cos\theta_0 = \cos\pi = -1$, $\tau > 0$

$\sin\theta_0/\tau \to$ (const., $\tau \to 0$), т.е. решение $A(\tau) \sim \tau^2$, $B(\tau) \sim \tau^2$ при $\tau \to 0$.

можно $A(0) = B(0) = 0$, $A'(0) = B'(0) = 0$ граничные условия. $\vec{x}(0) = col(0, 0, 0, 0)$.



$F_1(\tau), F_2(\tau) \sim 1/\tau^2$, $G(\tau) \sim -1/\tau^2$ при $\tau \to 0$. $-F_1(\tau), F_2(\tau)$ имеют разные экстремумы при $\tau = \tau_c$, где $G(\tau) = 0$

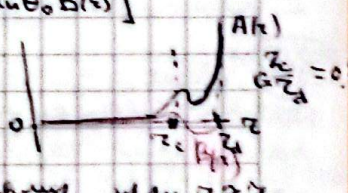
В сильном внешнем поле, при $\tau_c \gg 1$, $G(\tau) = 0$ при $\tau = \tau_c$, где надо решать $A(\tau), B(\tau)$

ур-я для $A(\tau), B(\tau)$ надо решать численно. $-A'' - \frac{1}{\tau}A' + \left[\cos 2\theta_0 + d\sin\theta_0\right]A = -\theta_0'$

$-B'' - \frac{1}{\tau}B' + \cos 2\theta_0 B = \frac{1}{\tau}\sin\theta_0$, $M_z \sim \int_0^{R/\Delta} d\tau\tau\left[-\theta_0' A(\tau) + \frac{1}{\tau}\sin\theta_0 B(\tau)\right]$

Числ. решение ур-й $A(\tau), B(\tau)$ в MathCad "skyrmion_mass.mcd"

при $\tau_c \gg 1$ одно $A(\tau) \gg B(\tau)$, ~ в 10 раз. $A(\tau), B(\tau) < 1$ при $\tau < \tau_c$, существует local max при $\tau \approx \tau_c$. $A(\tau)$ растет при $\tau \to \tau_d$



Решение $A(\tau) \sim \sin\theta(\tau)$ хорошо только при $\tau < \tau_c$, $A(\tau)$ не монотонно при $\tau > \tau_c$.

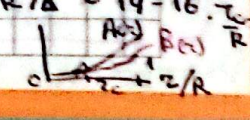
Если фиксировано $c = \tau_c/\tau_d$, то $B(\tau)$ больше, оба $A(\tau), B(\tau)$ не монотонны при $\tau = \tau_c$, скорее локал. max при $\tau \geq \tau_d$

В Δ-единицах $\tau_c^\Delta = \tau_c\sqrt{Q-1}$, $\tau_d^\Delta = \frac{R}{\Delta} = \tau_d\sqrt{Q-1}$, $\tau_c = R_c/l_{ex}$, $\tau_d = R/l_{ex}$ в static calcs.

В Δ-units τ_c^Δ сущ. меньше, чем в l_{ex}-units. Было (equil.) $\tau_c = 40$ в l_{ex}, $\tau_c^\Delta \approx 10$-12 для $Q = 1.1$

M_z' in $W(R_c)$ при $d = 2.6$ $\tau_c = 40$ сущ. при $Q \leq 1.2$, можно max $\tau_c^\Delta \approx 17$. $R/\Delta \sim 14$-16. $\frac{\tau_c}{R} \approx 0.8$

При малых $\tau_c^\Delta < 17$, $B(\tau)$ сравнимо с $A(\tau)$ и $A(\tau), B(\tau) \sim \sin\theta_0$ не близкие.



$A(\tau), B(\tau)$ растут с τ, достигают max при $\tau \approx R$ от det edge.

Escaneado con CamScanner

Зоо все при $A(0)=B(0)=0$, $A'(0)=B'(0)$ bound conditions. При $r\to 0$, eqs for A, B сопадают ($A=B$):

$$-A''-\frac{1}{r}A'+\frac{2}{r^2}A-\frac{2}{r^2}B=-\Theta_0'(0),$$ поэтому $\Theta_0'(0)=0$, и $\Theta_0(r)$

$A(r)=ar^2$, $B(r)=br^2$, $r\to 0$, $A'=2ar$, $A''=2a$, $-2a-\frac{1}{r}2ar+\frac{2}{r^2}ar^2-\frac{2}{r^2}br^2=0$

$a+b=0$, т.е. $A(r)=ar^2$, $B(r)=-ar^2$ удов. ур-ю при $r\to 0$, если $\Theta_0(r)$ не

При $r\gg 1$ $(r\gg r_c)$ $\begin{cases}-A''-\frac{1}{r}A'+[\cos 2\Theta_0+d\sin\Theta_0]A=0\\ -B''+\frac{1}{r}B'+\cos 2\Theta_0 B=0\end{cases}$ $\cos 2\Theta_0 - \cos^2\Theta_0 \sin^2\Theta_0 = 1$

$-A''-\frac{1}{r}A'+A=0$, $A''+\frac{1}{r}A'-A=0$, $A(r)=aI_0(r)$, $B(r)=bI_0(r)$, $r\to r_c\gg 1$

При $r\to r_c$ Ivanov'89 $d\Theta/dr = \gamma/rA$, $\Theta_r' = -\frac{1}{2}d$ в нашем обозначении, $d=2\Theta_r'$ $(d>0)$

поэтому $A''+\frac{1}{r}A'-A=-\frac{1}{2}d$ $(r\gg 1, r\to r_c)$, $A(r)=aI_0(r)+C$, $a\left[I_0''+\frac{1}{r}I_0'-I_0\right]-C=-\frac{d}{2}$

$C=\frac{d}{2}$ и $A(r)=aI_0(r)+d/2$, $B(r)=bI_0(r)$ — тоже немного больше, чем в случае

$A'(r_c)$, $A(r_c)$ — finite, $B(r_c)$ — finite, но неудобно, не выражаются через $\Theta_0(r)$, $B'(r_c)$

Обозначим граничные условия при $r=0$, $A(0)=B(0)=0$, $A'(0)=\infty$, $B'(0)=0$.

Ivanov'89 даже ∞ диск будет $A(r)\sim\sin\Theta_0(r)$ и т.е. даже $\sin\Theta_0(r)$, т.е. $A(r_c)=0$

$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rA')+F_1(r)A+\left[\frac{2}{r^2}\cos\Theta_0-\frac{d}{r}\sin\Theta_0\right]B=-\Theta_0'$ $\overset{r\gg 1}{\approx}$ $-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rA')+F_1(r)A=-\Theta_0'(r)$

При $r_c\gg 1$ $M_v\sim\int dr\,r\,A(r)\Theta_0'(r)=\int_0^{r_c}dr\,r\left[A(r)\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rA')+F_1(r)A^2(r)\right]=rAA'\Big|_0^{r_c}-$

$-\int dr[A'(r)]^2+\int F_1(r)A^2(r)\,dr = r_cA(r_c)A'(r_c)+\int dr\,r\left[F_1(r)A^2(r)+(A')^2\right]$

При $r\gg 1$, где $A(r)$ больше $F_1(r)\approx\cos 2\Theta_0+d\sin\Theta_0\approx 1$, $M_v\sim rA'A\Big|_0^{r_c}+\int dr\,r\left[A^2-(A')^2\right]$

$A(r)\approx aI_0(r)+d/2$, $A'(r)=aI_1(r)$, $M_v\sim r_c\left[aI_0(r_c)+\frac{d}{2}\right]aI_1(r_c)+\int dr\,r\left[\left(aI_0+\frac{d}{2}\right)^2-a^2I_1^2(r)\right]$

(10/8) Edited and sent to Michael 'de-dyn. MS gave ARB, не получилось с диском — Лена дом. диск тоже в S. Cas

$\begin{cases}-A''-\frac{1}{r}A'+F_1A+GB=-\Theta_0'\\ -B''-\frac{1}{r}B'+F_2B+GA=\frac{1}{r}\sin\Theta_0\end{cases}$ $M_v=\int_0^{r_c}dr\,r\left[-\Theta_0'A+\frac{1}{r}\sin\Theta_0 B\right]=\int dr\,r\Big[\left(-A''-\frac{1}{r}A'+F_1A\right)A+$

$+2GAB+\left(-B''-\frac{1}{r}B'+F_2B\right)B\Big]$, $\int dr\,r\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}rA'\right]A=\int dr\frac{d}{dr}(rA')A=\Big|\begin{matrix}A=u, & dA=A'dr\\ rA'=v & \end{matrix}\Big|=$

$=rA'A\Big|_0^{r_c}-\int(rA')A'dr=rAA'\Big|_0^{r_c}-\int dr\,r(A')^2\Rightarrow$

$M_v=-r_cA(r_c)A'(r_c)-r_cB(r_c)B'(r_c)+\int dr\,r\left[(A')^2+(B')^2+F_1A^2+F_2B^2+2GAB\right]$

4) При $r\to 0$, $\Theta_0\to\pi$ $F_1(r)\approx\frac{2}{r^2}$, $F_2(r)\approx\frac{2}{r^2}$, $G(r)\approx-\frac{2}{r^2}$, $M_v=M_v^0+\int dr\,r\left[(A')^2+(B')^2+\frac{2}{r^2}(A-B)^2\right]$

Получим $(r\to 0)$ $\begin{cases}-A''+\frac{1}{r}A'+\frac{2}{r^2}A-\frac{2}{r^2}B=-\Theta_0'\\ -B''-\frac{1}{r}B'+\frac{2}{r^2}B-\frac{2}{r^2}A=\frac{1}{r}\sin\Theta_0\end{cases}$ + решение $A(r)\sim r^2$, $B(r)\sim r^2$.

2a) При $r\gg 1$ и $r>r_c$, $\Theta_0\to 0$, $F_1\approx 1$, $F_2\approx 1$, $G\approx 0$ $-A''-\frac{1}{r}A'+A=-\Theta_0'$, $-B''-\frac{1}{r}B'+B=0$

B. cond. $r=r_d$ $\Theta_0'=-d/2$. Получим $A(r)=aI_0(r)-\Theta_0'(r)$, $B(r)=bI_0(r)$

2б) При $r\gg 1$, но $r\approx r_c$, $\Theta_0\approx\pi/2$, $F_1\approx\cos 2\Theta_0+d\sin\Theta_0$, $F_2\approx\cos 2\Theta_0$, $G\approx 0$

$-A''-\frac{1}{r}A'+[\cos 2\Theta_0+d\sin\Theta_0]A=-\Theta_0'$ и $-B''-\frac{1}{r}B'+\cos 2\Theta_0 B=0$

$\Theta_0\to\pi/2$, $r\to r_c$ $A''+\frac{1}{r}A'+(1-d)A=1$, $A(r)=aI_{\sqrt{1-d}}(r)+\frac{1}{(1-d)}$, $B(r)=bJ_0(r)$.

(2б) Ivanov'89: $\frac{1}{r}A'\to 0$ (необоснованно) $-A''+\cos 2\Theta_0 A=-\Theta_0'\approx\sin\Theta_0$

(Πри $d=0$) $\Theta_0'\to 0$ (необоснованно) $-A''+\cos 2\Theta_0 A=0\Rightarrow A=\sin\Theta_0$, $\cos\Theta_0=\text{th}\,\gamma$ — Shu нашел

$1/r\,B'\to 0$ (необоснованно) $-B''+\cos 2\Theta_0 B=0\Rightarrow B=\sin\Theta_0$, Ivanov'89 дает $B=0$

(но Iv. не дает)

т.е. Ivanov'89 при $r_c\gg 1$ необоснованно сделал $\frac{1}{r}A'=0$, $\Theta_0'=0$, $B=0$, что

дало решение $A(r)=\sin\Theta_0$, $B(r)=0$ — неверное. Позже предложили $\begin{cases}A=a\sin\Theta_0\\ B=b\sin\Theta_0\end{cases}$

(A,B) из variational approach. $A=\sin\Theta_0$ нарушило б.с. $A(r_c)=0$ — неверно

→ Ansatz $\text{tg}\frac{\Theta_0}{2}=\frac{r_c}{r}\exp(r_c-r)$ в A — нормировка → $\Theta_r'=-\left(1+\frac{1}{r}\right)\sin\Theta\approx-\sin\Theta$, $r\gg 1$

// Фокус в том, что сог. (2а) $A(r)\sim I_0(r)$ и минимизация $M_v\sim\int dr\,r\,\Theta_0'A(r)$

нельзя ограничиваться окрестностью $r\approx r_c$, $\Theta_0'\sim\sin\Theta\sim 1/\text{ch}(r-r_c)$, но $A(r)\sim I_0(r)\sim\frac{1}{\sqrt{r}}e^r$

и $\Theta_0'A\sim e^{r_c-r}\cdot\frac{1}{\sqrt{r}}e^r\sim\frac{1}{\sqrt{r}}$ падает медленно с r↑ и большие $r\approx r_d$ дают большой

вклад в $M_v\sim\int_0^{r_d}dr\,\Theta_0'A(r)$. (2в) отдельное: $A''+\frac{1}{r}A'-A=\Theta_0'(r)$, $\Theta_0(r_d)=-d/2$ в.с.

ЛОДУ $A''+\frac{1}{r}A'-A=0$ имеет фунд. реш. Изменение $I_0(r)$ и $K_0(r)$ и общее реш. $c_1I_0+c_2K_0$

можно построить ФГ (3/8) на $I_0(r)$, $K_0(r)$ и найти реш. ЛНДУ с $\Theta_0'=-1/\text{ch}\,\gamma$. Но надо r_c в $\int_{r_c}^{r_d}dr\ldots$

Escaneado con CamScanner

11/X Корректна по новому Zoom для Лекци Т. Охзуяд. с Глоб Sk-stability MS и тех уравнений.

Note: Δ-нормировка для расчета stability и MS неудобна, т.к. $\Delta = \frac{l_{ex}}{\sqrt{Q-1}}$, а $Q \approx 1$ соответ. stable skyrmions. Надо l_{ex}-нормировку $q = s/l_{ex}$, а не $z = s/\Delta$.

Система YD 21/VIII

$$\begin{cases} -\nabla_s^2 A + \frac{1}{s^2}A + \left[-\Theta_0'\right)^2 + \left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right)\cos^2\Theta_0 - \frac{d}{s}\sin\Theta_0\cos\Theta_0 - s\Theta_0'\Big]A + \left[\frac{2\cos\Theta_0}{s^2} - \frac{d\sin\Theta_0}{s}\right]B = -\Theta_0' \\ -\nabla_s^2 B + \frac{1}{s^2}B + \left[\left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right)\cos 2\Theta_0 - \frac{d}{s}\sin 2\Theta_0\right]B + \left[\frac{2\cos\Theta_0}{s^2} - \frac{d\sin\Theta_0}{s}\right]A = \frac{1}{s}\sin\Theta_0 \end{cases}$$

l_{ex} - нормировка

$\varkappa = K/A$, $d = D/A$

$l_{ex}^2 \varkappa = \frac{A}{2\pi M_s^2}\frac{1}{A}(K - 2\pi M_s^2) = Q - 1$, $z = s/l_{ex}$

$l_{ex}^2/dyM_s = l_{ex}\frac{1}{\nu_m}$

$z = s/l_{ex}$

$$\begin{cases} -\nabla_z^2 A + \frac{1}{z^2}A + \left[-(\Theta_0')^2 + (Q - 1 + \frac{1}{z^2})\cos^2\Theta_0 - \frac{d}{z}\sin\Theta_0\cos\Theta_0\right]A + \left[\frac{2\cos\Theta_0}{z^2} - \frac{d\sin\Theta_0}{z}\right]B = -\Theta_0' \\ -\nabla_z^2 B + \frac{1}{z^2}B + \left[\left(Q - 1 + \frac{1}{z^2}\right)\cos 2\Theta_0 - \frac{d}{z}\sin 2\Theta_0\right]B + \left[\frac{2\cos\Theta_0}{z^2} - \frac{d\sin\Theta_0}{z}\right]A = \frac{1}{z}\sin\Theta_0 \end{cases}$$

Sk-mass y(ω=0) modes

Система YD сохран

$F_1, F_2(z)$ можно

$\zeta = \sqrt{|Q-1|}$

$$F_1(z) = -(\Theta_0')^2 + (Q + 1 + \tfrac{1}{z^2})\cos^2\Theta_0 - \frac{d}{z}\sin\Theta_0\cos\Theta_0 - d\Theta_0' + 1/z^2$$

$$F_2(z) = (Q - 1 + \tfrac{1}{z^2})\cos 2\Theta_0 - \frac{d}{z}\sin 2\Theta_0 + \frac{1}{z^2} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\Theta_0 = \frac{z_c}{z}e^{\zeta(z_c - z)}$$

$\Theta_z' = -\left(\zeta + \frac{1}{z}\right)\sin\Theta$, $-(\Theta')^2 + \left(Q - 1 + \frac{1}{z^2}\right)\cos^2\Theta = -\left(\zeta + \frac{1}{z}\right)^2\sin^2\Theta + \left(Q - 1 + \frac{1}{z^2}\right)\cos^2\Theta$

$Q > 1$. $F_1(z) = \frac{1}{z^2} + (Q-1)\cos 2\Theta - \frac{2\zeta}{z}\sin^2\Theta + \frac{1}{z^2}\cos 2\Theta - \frac{d}{z}\sin\Theta\cos\Theta - d\Theta'$, $\zeta^2 = s(Q-1)$, $s = \operatorname{sign}(Q-1)$.

$Q < 1$: $F_1(z) = \frac{1}{z^2} + (Q-1) - \frac{2\zeta}{z}\sin^2\Theta + \frac{1}{z^2}\cos 2\Theta - \frac{d}{z}\sin\Theta\cos\Theta - d\Theta'$, $-\frac{d}{z}\sin\Theta\cos\Theta + d\left(\zeta + \frac{1}{z}\right)\sin\Theta$

$Q > 1$: $F_1(z) = (Q-1)\cos 2\Theta_0 - \frac{2\zeta}{z}\sin^2\Theta_0 + \frac{1}{z^2}\cos 2\Theta_0 + d\sin\Theta_0\left[\zeta + \frac{1}{z} - \frac{1}{2}\cos\Theta_0\right] + 1/z^2$

$Q < 1$: $F_1(z) = (Q-1) - \frac{2\zeta}{z}\sin^2\Theta_0 + \frac{1}{z^2}\cos 2\Theta_0 + d\sin\Theta_0\left[\zeta + \frac{1}{z} - \frac{1}{2}\cos\Theta_0\right] + 1/z^2$

При $Q = 1$ BP soliton $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Theta_0 = z_c/z$ и $F_1(z) = \frac{1}{z^2}\cos 2\Theta_0 + \frac{d}{z}\sin\Theta_0(1 - \cos\Theta_0) + \frac{1}{z^2}$.

$$\begin{cases} -\nabla_z^2 A + F_1(z)A + GB = -\Theta_0' \\ -\nabla_z^2 B + F_2(z)B + GA = \frac{1}{z}\sin\Theta_0 \end{cases}$$

При $Q = 1$ и $z \gg 1$ $F_1(z) = 0$, $F_2(z) = 0$ и $G(z) \approx 0$.

$G = \frac{2}{z^2}\cos\Theta_0 - \frac{d}{z}\sin\Theta_0$. $\begin{cases} A'' + \frac{1}{z}A' = \Theta_0' = -\zeta\sin\Theta_0 = 0 \\ B'' + \frac{1}{z}B' = 0 \end{cases}$

$A'' = -\frac{1}{z}A'$, $A' = y$, $y' = -\frac{1}{z}y$, $\frac{dy}{y} = -\frac{dz}{z}$, $\ln y = -\ln z + C$, $y = C/z$, $A' = C/z$, $A(z) = C_1\ln z$ $B(z) = C_2\ln z$

C_1, C_2 по нашим ур. YD-uniform.

$\Theta_z'(z=1) = -\zeta\sin\Theta$ много совпадает с Rohart'13 b.c. $\Theta_z'(R) = -d/2$. если $\zeta \to 0$

формально $\sin\Theta(R) = d/2\zeta = \frac{d}{2}\frac{1}{\sqrt{|Q-1|}}$. BP soliton не удовл. b.c. Rohart'13. $Q = 1$, $\zeta = 0$

Для BP soliton нужен $z \gg 1$ нанофрустер, т.к. $z_c \sim 1$ для BP case.

BP case ($Q = 1$) при $d = 0$ $\begin{cases} -\nabla_z^2 A + \frac{2}{z^2}\cos^2\Theta_0 A + \frac{2}{z^2}m\cos\Theta_0 B = -\Theta_0' \\ -\nabla^2 z\, B + \frac{2}{z^2}\cos^2\Theta_0 B + \frac{2m}{z^2}\cos\Theta_0 A = \frac{1}{z}\sin\Theta_0 \end{cases}$, $m = \pm 1$ BP, $d = 0$

$\Theta_0' = -\frac{1}{z}\sin\Theta_0$ (BP)

т.е. YD для A, B одинаковы в BP soliton case с $d = 0$.

Если сам. решение $A = B$ $-\nabla_z^2 A + \frac{2}{z^2}\cos\Theta_0(1 + \cos\Theta_0)A = \frac{1}{z}\sin\Theta_0$

$\cos\Theta_0 = \frac{z^2 - z_c^2}{z^2 + z_c^2}$, $\cos\Theta_0(0) = -1$, $\Theta_0(0) = \pi$. $1 + \cos\Theta_0 = 1 + \frac{z^2 - z_c^2}{z^2 + z_c^2} = \frac{2z^2}{z^2 + z_c^2} = \frac{z}{z_c}\sin\Theta_0$

$\sin\Theta_0 = \frac{2zz_c}{(z^2 + z_c^2)}$

$-A'' - \frac{1}{z}A' + \frac{2}{zz_c}\sin\Theta_0\cos\Theta_0 A = \frac{1}{z}\sin\Theta_0$, $\frac{1}{\sin\Theta_0}\nabla_z^2(\sin\Theta_0) = \frac{1}{z^2}\cos 2\Theta_0$ для BP

$A(z) = \frac{1}{z}\sin\Theta_0$, $B(z) = -\Theta_0'$ обл. ($\omega = 0$) mode реш. $\left[-\nabla^2 + \frac{1}{z^2}\cos 2\Theta_0\right]F = 0$, $F = \sin\Theta_0$

т.е решение homogen. system для A, B (но для ОНН)

$\nabla_z^2 A = \nabla_z^2\left(\frac{1}{z}\sin\Theta_0\right) = \frac{1}{z}\nabla^2(\sin\Theta_0) + 2\nabla\left(\frac{1}{z}\right)\cdot\nabla(\sin\Theta_0) + \sin\Theta_0\nabla^2\left(\frac{1}{z}\right) =$

$= \frac{1}{z}\frac{1}{z^2}\cos 2\Theta_0\sin\Theta_0 + 2\left(-\frac{1}{z^2}\right)\cos\Theta_0\Theta_0' + \sin\Theta_0 \cdot 4\pi\delta(z) = \frac{1}{z^3}\sin\Theta_0\cos 2\Theta_0 - \frac{2}{z^2}\cos\Theta_0\Theta_0' =$

$-\frac{1}{z^3}\sin\Theta_0\cos 2\Theta_0 + \frac{2}{z^2}\cos^2\Theta_0\frac{\sin\Theta_0}{z} + \frac{2}{z^2}\cos\Theta_0\Theta_0' - \left(-\frac{2}{z^2}\cos\Theta_0\Theta_0' = 0\right)$, $2\cos^2\Theta_0 = 1 + \cos 2\Theta_0$.

$= \frac{1}{z^3}\cos 2\Theta_0 A + (+1)\frac{2}{z^2}\cos\Theta_0\frac{\sin\Theta_0}{z} + (-)$

Итого $\nabla_z^2(\sin\Theta_0) = \sin\Theta_0\left[-(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0\nabla_z^2\Theta_0\right] \underset{BP}{=} \sin\Theta_0\left[-(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0\frac{1}{z^2}\sin\Theta_0\cos\Theta_0\right] = |BP| =$

$= \sin\Theta_0\left[-\frac{1}{z^2}\sin^2\Theta_0 + \frac{1}{z^2}\cos^2\Theta_0\right] = \sin\Theta_0\frac{1}{z^2}\cos 2\Theta_0$. Несоответ. в знаке $\frac{1}{z^2}A$.

(6/IX) Было показано, что $A = \frac{1}{z}\sin\Theta_0$, $B = -\Theta_0'$ обл. ($\omega = 0$) решением ОНН-case $Q > 1$.

В Ivanov JETP'99 упр. что $f(\rho) = \frac{1}{\rho}\sin\Theta_0$ обл. ($\omega = 0$) mode BP sol. при $m = 1$, см. Eq. (8), (11),

$\left[-\nabla_x^2 \mp \frac{1}{x}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{\cos 2\Theta_0}{x^2}\right]\psi - i\frac{2}{x^2}\cos\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = 0$, $\nabla_x^2 = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(x\frac{\partial}{\partial x}\right)$, $\psi = \sum_m f_m e^{im\varphi - i\omega t} = f_1 e^{i\varphi}$, $\omega = 0$

$x = r/r_c$. $\psi = \varphi + i\mu$. Eq. gave $f_1 = f$: $\left[-\nabla_x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2}\cos 2\theta_0\right]\psi f + \frac{2}{x}\cos\theta_0 \psi f = 0$

$\psi = \varphi + i\mu = B\sin(\varphi - \varphi_0) + iA\cos(\varphi - \varphi_0) = iA\left[\cos(\varphi - \varphi_0) - i\frac{B}{A}\sin(\varphi - \varphi_0)\right] = iA\, e^{-i\varphi + i\varphi_0}$

$\psi \sim e^{-i\varphi}$, т.е. TM имеет $m = -1$, CW это соответ. $p = -1$.

$u_1(x) = \frac{1}{x^2}\cos 2\theta_0$, $u_2(x) = \operatorname{ctg}\theta_0 \nabla_x^2\theta_0 - (\theta_0')^2 = \operatorname{ctg}\theta_0 \frac{1}{x^2}\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{1}{x^2}\sin^2\theta_0 = \frac{\cos 2\theta_0}{x^2}$

Eq. (8) $\left[-\nabla_x^2 - \frac{1}{x^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{x^2}\cos 2\theta_0\right]\psi - i\frac{2}{x^2}\cos\theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = 0$ даёт $(\omega = 0)$ моде.

$\psi(\varphi, x) = f_m(x) e^{im\varphi} \to \left[-\nabla_x^2 + \frac{m^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}\cos 2\theta_0\right]\psi + \frac{2m}{x^2}\cos\theta_0\,\psi = 0$

удов., если $f_m = \frac{1}{x^m}\sin\theta_0$, где θ_0 - BP soliton, т.е. $\nabla_x^2\theta_0 = \frac{1}{x^2}\sin\theta_0\cos\theta_0$, $\theta_0' = \pm\frac{\sin\theta_0}{x}$

Аб. решение даёт $(\omega = 0)$ моде. $\nabla^2(\sin\theta_0) = \sin\theta_0\left[-(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla^2\theta_0\right]$ $\forall\,\theta_0(\varphi)$.

Нужно $\nabla_x^2\left(\frac{1}{x^m}\sin\theta_0\right)$. $\frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(x\frac{\partial}{\partial x}\frac{\sin\theta_0}{x^m}\right) = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\cdot x\left[-mx^{-m-1}\sin\theta_0 + x^{-m}\frac{\partial\sin\theta_0}{\partial x}\right] =$

$= \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\left[-mx^{-m}s + x^{-m+1}\frac{\partial s}{\partial x}\right] = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}x^{-m}\left[-ms + x\frac{\partial s}{\partial x}\right] = \frac{1}{x}\left[(-m)x^{-m-1}\left[-ms + xs'\right] +\right.$

$\left. + x^{-m}\left[-ms' + s' + xs''\right]\right] = \frac{x^{-m}}{x}\left[-\frac{m}{x}(-ms + xs') + s' + xs'' - ms'\right] =$

$= \frac{1}{x^{m+1}}\left[\frac{m^2}{x}s - 2ms' + s' + xs''\right]$, $\nabla_x^2(s) = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}(xs') = \frac{1}{x}s' + s''$, $f_m = \frac{s}{x^m}$

$\left[-\nabla_x^2 + \frac{m^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}\cos 2\theta_0\right]f_m + \frac{2m}{x^2}\cos\theta_0 f_m = 0$. $\nabla_x^2 f_m = \frac{m^2}{x^{m+2}}s - \frac{2ms'}{x^{m+1}} + \frac{1}{x^m}\nabla_x^2(s)$

$s = \sin\theta_0$, $s' = \cos\theta_0\theta_0' = \pm\sin\theta_0\cos\theta_0\frac{1}{x}$; $\nabla_x^2 f_m = \frac{m^2}{x^2}f_m - \frac{2m}{x^{m+1}}(\pm)\sin\theta_0\cos\theta_0\frac{1}{x} +$ $+\frac{1}{x^m}\nabla^2 s$.

$0 = -\frac{m^2}{x^2}f_m + \frac{2m(\pm)}{x^{m+1}}\frac{1}{x}\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{1}{x^m}\nabla^2 s + \frac{m^2}{x^2}f_m + \frac{1}{x^2}\cos 2\theta_0 f_m + \frac{2m}{x^2}\cos\theta_0 f_m$

$\frac{2m(\pm)}{x^2}f_m\cos\theta_0 - \frac{1}{x^m}\nabla^2 s + \frac{1}{x^2}\cos 2\theta_0 f_m + \frac{2m}{x^2}\cos\theta_0 f_m = 0$, верно $\theta_0' = -\frac{1}{x}\sin\theta_0$ $p = -1$

Остаётся $\nabla^2 s = x^{m-2}\cos 2\theta_0 f_m = x^{m-2}\frac{s}{x^m}\cos 2\theta_0 = \frac{1}{x^2}s\cdot\cos 2\theta_0$

$\nabla^2 s = \nabla^2\sin\theta_0 = \sin\theta_0\left[-\sin^2\theta_0\frac{1}{x^2} + \operatorname{ctg}\theta_0\frac{1}{x^2}\sin\theta_0\cos\theta_0\right] = \frac{1}{x^2}\sin\theta_0\cos 2\theta_0 = \frac{s}{x^2}\cos 2\theta_0$

т.е. $f_m = \frac{1}{x^m}\sin\theta_0$ есть решение $\hat{L}\psi = c_n\psi$ $\omega = 0$. $\frac{1}{x^m}\nabla^2 s = \frac{f_m}{x^2}\cos 2\theta_0$

$\nabla_x^2 f_m = \frac{m^2}{x^2}f_m + \frac{2m}{x^2}f_m\cos\theta + \frac{1}{x^m}\nabla^2(s)$ или $(m=1)$ $\nabla_x^2\left(\frac{s}{x}\right) = \frac{1}{x^3}s + \frac{2s}{x^3}\cos\theta + \frac{s}{x^3}\cos 2\theta_0$

Сложнее или больше. ∇_r^2 A близка к $\nabla^2(1/r)$. Это ∇^2 не есть лапласиан 3D.

$\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = \nabla_r^2\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\right)\right] = \frac{1}{r^3}$ и $\nabla_r^2 A = \frac{A}{r^2}\cos 2\theta_0 + \frac{2A}{r^2}\cos\theta_0 + \frac{\sin\theta_0}{r^3}$

$A(r) = \frac{1}{2}\sin\theta_0$ $-\frac{A}{r^2}\cos 2\theta_0 - \frac{2A}{r^2}\cos\theta_0 + \frac{A}{r^2} + \frac{2}{r^2}\cos^2\theta_0 A + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0 A = 0$ - выполн.

$-\nabla_r^2 A$ $2\cos^2\theta_0 = 1 + \cos 2\theta_0$ BP

$\nabla_r^2\left(\frac{s}{r^m}\right) = \frac{m^2}{r^2}f_m + \frac{2m}{r^2}\cos\theta_0 f_m + \frac{f_m}{r^2}\cos 2\theta_0$; $\nabla_r^2 f_m = \left[m^2 + 2m\cos\theta_0 + \cos 2\theta_0\right]\frac{f_m}{r^2}$

- доказано для BP soliton, $f_m = \frac{1}{r^m}\sin\theta_0$, $\theta_0(r)$ - BP soliton.

Нов. др-е для $A(r)$: $-\nabla_r^2 A + \frac{1}{r^2}A + \frac{1}{r^2}\cos 2\theta_0 A + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0 A = 0$, $A \Rightarrow \mu = A\left(\frac{r}{r_m}\right)\cos(\varphi$

Аб. решение в виде азим. SW с $m = \pm 1$, $\psi = iAe^{im\varphi}e^{-i\varphi} \sim e^{im\varphi}$ соответ. $m = -1$.

по def. $\theta_0(0) = \pi$, $p = -1$ и TM имеет $m = -1$ (CW), т.е. eqs. для A,B относ. азим. SW.

$A_1(r) = \frac{1}{r}\sin\theta_0(r)$ 1-ое точное решение ЛОДУ $-\nabla_r^2 A + \frac{2}{r^2}\cos^2\theta_0 A + \frac{2}{r^2}\cos\theta_0 A = 0$

ЛОДУ $\div$ $\nabla_r^2 A - \frac{2}{rr_c}\sin\theta_0\cos\theta_0 A = 0$, $\frac{d}{dr}\left[rA'\right] - \frac{2}{r_c}\sin\theta_0\cos\theta_0 A = 0$ - ур-е Ш.-Лиувилля

$\hat{L}y = -(py')' + qy = 0$ уравнение Ш.-Лиувилля. $p = r$, $q = \frac{2}{r_c}\sin\theta_0\cos\theta_0$

Если $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$, то второе решение $y_2(x) = y_1(x)\int\frac{dx_2}{y_1^2(x_2)}e^{-\int_{x_1}^{x_2}P(x)}$

$A'' + \frac{1}{r}A' - \frac{2}{rr_c}\sin\theta_0\cos\theta_0 A = 0$, $P(r) = \frac{1}{r}$, $\int_1^r dr' P(r') = \int_1^r\frac{dr'}{r'} = \ln r$, $e^{-\int_1^r dr' P} = e^{-\ln r} =$

$A_2(r) = A_1(r)\int_1^r dr'\frac{1}{[A_1(r')]^2}e^{-\int_1^{r'}dz\,P(z)} = A_1(r)\int_1^r dr'\frac{1}{\left[\frac{1}{2}\sin\theta_0\right]^2}\frac{1}{r'} = A_1(r)\int_1^r dr'\frac{r'}{\sin^2\theta_0(r')}$, $\sin\theta_0 = \frac{2rr_c}{(r^2+r_c^2)}$

$= \frac{1}{4r_c^2}\int\frac{dr}{r}(r^4 + 2r^2r_c^2 + r_c^4) = \frac{1}{4r_c^2}\int dr\left[r^3 + 2r_c^2 r + \frac{r_c^4}{r}\right] = \frac{1}{4r_c^2}\left[\frac{1}{4}r^4 + r_c^2r^2 + r_c^4\ln r\right]$

$A_2(r) = A_1(r)\frac{1}{4r_c^2}\left[\frac{1}{4}r^4 + r_c^2r^2 + r_c^4\ln r\right]$, $A_1(r) = \frac{1}{2}\sin\theta_0 = 2r_c/(r^2+r_c^2)$, $A_1(0) = \frac{2}{r_c}$.

Видно, что при $r \to 0$ $A_2(r) \sim \frac{2}{r_c}\frac{1}{4r_c^2}r_c^4\ln r = 2r_c\ln r \sim \ln r$ - сингулярна.

Escaneado con CamScanner

$y'' + Py' + Qy = F \to y_F(x) = \int_{x_0}^{x} ds \frac{F(s)}{W(s)} \left[y_2(x) y_1(s) - y_1(x) y_2(s) \right]$, $W(x)$ - определитель

Арфкен, 8.6.25. Мass BP solution c d=0

Для y_F - ф. определитель $W[y_1, y_2] = \frac{C}{P(x)}$ · $y_2(x) = C y_1(x) \int^x \frac{dt}{P(t)[y_1^2(t)]^2}$

Арфкен, 3.1.4. $W[A_1, A_2] = C/2$ и C надо найти

$y_F(x) \to A_F(x) = \frac{1}{C} \int_{x_0}^{x} ds\, s F(s) \left[A_1(s) A_2(x) - A_1(x) A_2(s) \right]$, $\nabla_2^2 A + \frac{2}{r^2} \sin\theta\cos\theta A = -\frac{\sin\theta}{r}$

$F(x) = -\frac{1}{r} \sin\theta_0 = -A_1(x)$ - уже сокращ., $F(x) \sim A_1(x)$ - решение ЛОУ.

$A_F(x) = -\frac{1}{C} \int^x ds\, s A_1(s) \left[A_2(x) A_1(s) - A_1(x) A_2(s) \right]$, $\theta_0' = -\frac{1}{r} \sin\theta_0$ ЛЗ ЛЗ

$M_v \sim \int_0^R dz \left[-\theta_0' A + \frac{1}{r} \sin\theta_0 B \right] = \int_0^R dz \sin\theta_0 \left[A(z) + B(z) \right] = 2 \int_0^R dz \sin\theta_0 A_F(z)$

$M_v \sim 2 \int_0^R dz\, A_1(z) A_F(z) = -\frac{2}{C} \int_0^R dz\, A_1(z) \int_{z_0}^{z} ds\, s A_1(s) \left[A_2(z) A_1(s) - A_1(z) A_2(s) \right] =$

$= -\frac{2}{C} \int_0^R dz \int_{z_0}^{z} ds\, s \left[A_1^2(s) A_1(z) A_2(z) - A_1^2(z) A_1(s) A_2(s) \right]$, $A_2(z) = A_1(z) H(z)$

$M_v \sim \int_0^R dz \int_{z_0}^{z} ds\, s \left[A_1^2(s) A_1^2(z) H(z) - A_1^2(z) A_1^2(s) H(s) \right] = \int_0^R dz \int_{z_0}^{z} ds\, s A_1^2(z) A_1^2(s) \left[H(z) - H(s) \right]$

$H(z) = \frac{1}{4 r_c^2} \left[\frac{1}{4} z^4 + z^2 r_c^2 + r_c^4 \ln z \right]$, $A_1(z) = \frac{1}{r} \sin\theta_0 = 2 r_c z / (z^2 + r_c^2)$

$z/r_c = x$, $s/r_c = \xi$, $A_1(z) = \frac{2 r_c}{z^2 + r_c^2} = \frac{2}{r_c} \frac{1}{1+x^2}$, $A_1(s) = \frac{2}{r_c} \frac{1}{1+\xi^2}$.

$H(z) = \frac{1}{4} r_c^2 \left(\frac{1}{4} x^4 + x^2 + \ln x \right)$, $H(s) = \frac{1}{4} r_c^2 \left(\frac{1}{4} \xi^4 + \xi^2 + \ln \xi \right) = \frac{1}{4} r_c^2 h(\xi)$

$M_v \sim \int_0^{R/r_c} dx\, x \cdot r_c^2 \int_{x_0}^{x} d\xi\, \xi\, r_c^2 \cdot \frac{4}{r_c^2} \frac{1}{(1+x^2)^2} \frac{4}{r_c^2} \frac{1}{(1+\xi^2)^2} \frac{1}{4} r_c^2 \left[h(x) - h(\xi) \right]$

$M_v \sim r_c^4 \int_0^{R/r_c} dx\, x \int_{x_0}^{x} d\xi\, \xi \frac{1}{(1+x^2)^2} \frac{1}{(1+\xi^2)^2} \left[h(x) - h(\xi) \right]$, Найти $I_M = \int dx\, x \frac{h(x)}{(1+x^2)^2}$

$I_M = \int \frac{dx\, x}{(1+x^2)^2} \left[\frac{1}{4} x^4 + x^2 + \ln x \right] = \left| x^2 = u \right| = \frac{1}{2} \int \frac{du}{(1+u)^2} \left[\frac{1}{4} u^2 + u + \frac{1}{2} \ln u \right]$

$\int du \frac{\ln u}{(1+u)^2} = \left| 1+u = t \right| = \int \frac{dt}{t^2} \ln(t-1) = -\ln t - \left(\frac{1}{t} - 1 \right) \ln(t-1) = -\ln(1+u) -$

$- \left(\frac{1}{1+u} - 1 \right) \ln u$

$\int du \frac{\ln u}{(1+u)^2} = -\ln(1+u) + \frac{u}{(1+u)} \ln u$.

$I_M = \frac{1}{8} \int \frac{du\, u^2}{(1+u)^2} + \frac{1}{2} \int \frac{du\, u}{(1+u)^2} + \frac{1}{4} \int \frac{du \ln u}{(1+u)^2} = \frac{1}{8} \left[1+u - 2\ln(1+u) - \frac{1}{1+u} \right] +$

$+ \frac{1}{2} \left[\ln(1+u) + \frac{1}{1+u} \right] + \frac{1}{4} \left[-\ln(1+u) + \frac{u}{(1+u)} \ln u \right] = \frac{1}{8} \left(1+u - \frac{1}{1+u} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{1+u} + \frac{1}{4} \frac{u}{1+u} \ln u$

$M_v \sim 4 r_c^2 \left[I_M(x) \int_{x_0}^{x} d\xi \frac{\xi}{(1+\xi^2)^2} - \int_0^{R/r_c} dx \frac{x}{(1+x^2)^2} I_M(\xi) \right]$, $\int dx \frac{x}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{(1+u)^2} = -\frac{1}{2} \frac{1}{1+u}$

$M_v \sim 4 r_c^2 \left[I_M(x) \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{1+\xi^2} \Big|_{x_0}^{x} - I_M(\xi) \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{1+x^2} \Big|_0^{R/r_c} \right]$, Вывод x_0 - ?

$I_M(x) = \frac{1}{8} \left(1+x^2 - \frac{1}{1+x^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{4} \frac{x^2}{1+x^2} \ln(x^2) \Big|_0^{R/r_c} = I_M(R/r_c) - \frac{1}{2}$

$I_M(\xi) = \frac{1}{8} \left(1+\xi^2 - \frac{1}{1+\xi^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{1+\xi^2} + \frac{1}{4} \frac{\xi^2}{1+\xi^2} \ln(\xi^2) \Big|_{x_0}^{x}$. Теорема $\int dx \int d\xi$

$M_v \sim 4 r_c^2 \left[\int_0^{R/r_c} dx\, x \frac{h(x)}{(1+x^2)^2} \int_{x_0}^{x} d\xi \frac{\xi}{(1+\xi^2)^2} - \int_0^{R/r_c} dx \frac{x}{(1+x^2)^2} \int_{x_0}^{x} d\xi \frac{\xi}{(1+\xi^2)^2} h(\xi) \right] =$

$= 4 r_c^2 \left[\int_0^{R/r_c} dx\, x \frac{h(x)}{(1+x^2)^2} \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{1+\xi^2} \Big|_{x_0}^{x} - \int_0^{R/r_c} dx \frac{x}{(1+x^2)^2} I_M(\xi) \Big|_{x_0}^{x} \right]$

$\frac{1}{1+\xi^2} \Big|_{x_0}^{x} = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x_0^2} = \left| x_0 = 0,\ A_F(0) = 0 \right| = \frac{1}{1+x^2} - 1 = -\frac{x^2}{x^2+1}$

$I_M(\xi) \Big|_{x_0}^{x} = I_M(x) - \frac{1}{2}$ т.к. $x_0 = 0$. Найти $M_v(r_c)$.

$M_v \sim 4 r_c^2 \left[\frac{1}{2} \int_0^{R/r_c} dx\, x \frac{x^2 h(x)}{(1+x^2)^3} - \int_0^{R/r_c} dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^2} \left\{ I_M(x) - \frac{1}{2} \right\} \right]$

(12/7)

$\int dx\, x \frac{x^2 h(x)}{(1+x^2)^3} = \int dx\, x \frac{h(x)}{(1+x^2)^2} - \int dx\, x \frac{h(x)}{(1+x^2)^3} = I_M(x) \Big|_0^{R/r_c} - \int_0^{R/r_c} dx\, x \frac{h(x)}{(1+x^2)^3} = I_M - I_3$

$I_3(x) = \int dx \frac{x h(x)}{(1+x^2)^3} = \int \frac{dx\, x}{(1+x^2)^3} \left[\frac{1}{4} x^4 + x^2 + \ln x \right] = \frac{1}{2} \int \frac{du}{(1+u)^3} \left[\frac{1}{4} u^2 + u + \frac{1}{2} \ln u \right] =$

$= \frac{1}{8} \left[\ln(1+u) + \frac{2}{1+u} - \frac{1}{2} \frac{1}{(1+u)^2} \right] + \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{1+u} + \frac{1}{2} \frac{1}{(1+u)^2} \right] + \frac{1}{4} \int \frac{du \ln u}{(1+u)^3} = \{u^2\} + \{u\} + \frac{1}{4} \int \frac{dt \ln(t-1)}{t^3}$

Escaneado con CamScanner

$$I_3 = \frac{1}{4}\left[\ln(1+u) + \frac{2}{1+u} - \frac{1}{2}\frac{1}{(1+u)^2}\right] + \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{1+u} + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+u)^2}\right] + \frac{1}{4}\left[-\frac{1}{2}\frac{\ln u}{(1+u)^2} + \frac{1}{2(1+u)} + \frac{1}{2}\ln\frac{u}{1+u}\right] =$$

$$= \frac{1}{(1+u)}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right] + \frac{1}{(1+u)^2}\left[-\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right] + \left[0\right]\ln(1+u) - \frac{1}{8}\frac{\ln u}{(1+u)^2} + \frac{1}{8}\ln u =$$

$$= -\frac{1}{8}\frac{1}{(1+u)} + \frac{3}{16}\frac{1}{(1+u)^2} + \frac{1}{8}\ln u\left[1 - \frac{1}{(1+u)^2}\right]$$

$$I_m - I_3 = -\frac{1}{4}\left(1+u - \frac{1}{1+u}\right) + \frac{1}{2}\frac{1}{1+u} + \frac{1}{4}\frac{u}{1+u}\ln u + \frac{1}{8}\frac{1}{1+u} - \frac{3}{16}\frac{1}{(1+u)^2} - \frac{1}{8}\ln u\left[1 - \frac{1}{(1+u)^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{8}(1+u) + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+u)} - \frac{3}{16}\frac{1}{(1+u)^2} + \frac{1}{8}\ln u\left[\frac{1}{(1+u)^2} - 1 + \frac{2u}{1+u}\right] =$$

$$= \frac{1}{8}(1+u) + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+u)} - \frac{3}{16}\frac{1}{(1+u)^2} + \frac{1}{8}\frac{u^2}{(1+u)^2}\ln u$$

$$\int \frac{dx\, x}{(1+x^2)^2} I_m(x) = \int \frac{dx\, x}{(1+x^2)^2}\left[\frac{1}{8}(1+x^2) + \frac{3}{8}\frac{1}{(1+x^2)} + \frac{1}{2}\frac{x^2}{1+x^2}\ln x\right] - \left|x^2 = u\right| =$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{du}{(1+u)^2}\left[\frac{1}{8}(1+u) + \frac{3}{8}\frac{1}{(1+u)} + \frac{1}{4}\frac{u\ln u}{1+u}\right] = \frac{1}{16}\int\frac{du}{(1+u)} + \frac{3}{16}\int\frac{du}{(1+u)^3} + \frac{1}{8}\int du\,\frac{u\ln u}{(1+u)^3} =$$

$$= \frac{1}{16}\ln(1+u) + \frac{3}{16}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(1+u)^2} + \frac{1}{8}\int du\,\frac{\ln u}{(1+u)^2} - \frac{1}{8}\int du\,\frac{\ln u}{(1+u)^3} = \frac{1}{16}\ln(1+u) - \frac{3}{32}\frac{1}{(1+u)^2} +$$

$$+ \frac{1}{8}\left[-\frac{\ln u}{(1+u)} + \ln u - \ln(1+u)\right] - \frac{1}{8}\left[-\frac{1}{2}\frac{\ln u}{(1+u)^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{1+u} + \frac{1}{2}\ln u - \frac{1}{2}\ln(1+u)\right] =$$

$$= -\frac{1}{16}\frac{1}{(1+u)} - \frac{3}{32}\frac{1}{(1+u)^2} + \frac{1}{8}\ln u\left[-\frac{1}{(1+u)} + 1 + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+u)^2} - \frac{1}{2}\right] = -\frac{1}{16}\frac{1}{(1+u)} - \frac{3}{32}\frac{1}{(1+u)^2} + \frac{1}{16}\frac{u^2\ln u}{(1+u)^2}$$

$$M_v \sim 4\pi r_c^2\left[\frac{1}{2}(I_m - I_3) - \int_0^{R/R_c} dx\, x\,\frac{I_m(x)}{(1+x^2)^2} + \frac{1}{2}\int_0^{R/R_c} dx\, x\left(\frac{1}{(1+x^2)}\right)^2\right] = 4\pi r_c^2\left[\frac{1}{16}(1+x^2) + \frac{1}{4}\frac{1}{(1+x^2)} -\right.$$

$$\left. - \frac{3}{32}\frac{1}{(1+x^2)^2} + \frac{1}{16}\frac{x^4}{(1+x^2)^2}\ln(x^2) + \frac{1}{16}\frac{1}{(1+x^2)} + \frac{3}{32}\frac{1}{(1+x^2)^2} - \frac{1}{16}\frac{x^4}{(1+x^2)^2}\ln(x^2) + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(1+x^2)}\right]_0^{R/R_c} =$$

$$= \frac{1}{4}r_c^2\left[1 + x^2 + \frac{1}{1+x^2}\right]_0^{R/R_c} = \frac{1}{4}r_c^2\left[1 + \left(\frac{R}{R_c}\right)^2 + \frac{1}{1+(R/R_c)^2} - 2\right] = \underline{\frac{1}{4}r_c^2\left[\left(\frac{R}{R_c}\right)^2 - 1\right]}$$

В ℓ_{ex}-нормировке (см. 28/VIII) $M_v = \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\int_0^{R/\ell_{ex}} dr\, r^2\left[-\theta_0' A + \frac{1}{r}\sin\theta_0 B\right]$, $r = s/\ell_{ex}$

Здесь $\ell_{ex} = 2/r_c$, M_v у $x = \frac{R}{\ell_{ex}}\frac{1}{r_c} = R/R_c$, $r_c = R_c/\ell_{ex}$.

В BP-soliton ограничении ($Q=1$) и DMI $d=0$ $M_v = \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\frac{1}{4}r_c^2\left[\left(\frac{r_d}{r_c}\right)^2 - 1\right]$

$M_v = \frac{1}{16}\frac{L}{\gamma^2}\frac{1}{\ell_{ex}^2}\left[R^2 - R_c^2\right]$ – вот откуда (!) $M_v(R_c)$. нагает с R_c росом. $M_v(R\to\infty)\to\infty$, что соотв. с Tw'89 при $Q=1$.

BP, $d=0$, $Q=1$ skyrmion mass – BP soliton $\cos\theta_0 = \frac{r^2 - r_c^2}{r^2 + r_c^2}$. Найти R_c – equilibrium.

При $Q=1$, $d=0$, $W[\theta(s)] = 2\pi AL\int_0^{R/\ell_{ex}} dr\left[\frac{2}{r^2}\sin^2\theta_0\right] = 4\pi AL\int\frac{dr}{r}\sin^2\theta_0 = 8\pi AL\,\frac{R^2}{R^2+R_c^2}$

Энергия BP soliton in dot $\underline{W(R_c) = 8\pi AL\,\frac{R^2}{R^2+R_c^2}}$ нагает с ростом R_c, $W_{BP}(R_c)$ не имеет min,

т. е. BP soliton in dot is unstable при DMI $= 0$ и $\underline{M_v = \frac{1}{16}\frac{L}{\gamma^2}(R^2 - R_c^2)\frac{1}{\ell_{ex}^2}}$ не имеет ограничений, разве что true transient dynamics.

True transient dynamics $R_c(t)$ растет, а $M_v(t) = \text{const} - R_c^2(t)$ нагает до 0.

Если $Q \neq 1$, то $A(r) = \frac{1}{r}\sin\theta_0$, $B(r) = -\theta_0'$ обращается ($\omega = 0$) нагой, но $\sin\theta_0$. True реализуемого ST-profile $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_0(r) = \frac{r_c}{r}e^{\xi(r_c - r)}$ $\theta_0' = -\left(\frac{1}{2} + \xi\right)\sin\theta_0$

$\xi^2 = |Q-1|$, $\theta_0' \neq -\frac{1}{r}\sin\theta_0$ как для BP soliton, и УД для $A(r)$, $B(r)$ – разное.

→ Уже в знак atim. ($\omega = 0$)-mode для $d=0$, $Q>1$ (это $A = \frac{1}{r}\sin\theta_0$, $B = -\theta_0'$), но это мало

Чтобы найти решение NODY-system для $A(r)$, $B(r)$, т.к. eqs. for A и B – разные.

BP soliton с $d=0$ имеет одинаковые eqs for A, B, допускает $A = B$ → одно NODY для $A(r)$.

Т.к. ($\omega = 0$) решение NODY $A_1(r)$ известно, то нашли 2nd solution $A_2(r)$ нарушили ФГ и нашли решение NHDY для $A(r)$ и M_v (BP). Бесполезно, т.к. BP soliton с $d=0$ is unstable.

В Gus' Mag. Lett. 15 я сконструировал BP soliton at $d=0$ за счет magnetostatics, finite L.

Easier. $\nabla^2\theta_0 = \left(\varkappa + \frac{1}{8r^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{8}\sin^2\theta_0$, $\nabla^2\theta_0 = \left(Q - 1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{2}\sin^2\theta_0$

$d = D\ell_{ex}/A$, $s = r\ell_{ex}$, $\ell_{ex}^2 = A/2\pi M_s^2$, ℓ_{ex} – нормировка. $\varkappa\ell_{ex}^2 = (Q-1)$. $K_{eff} = K - 2\pi M_s^2$.

Если $Q=1$, то $d\neq 0$, equil. $\theta_0(r)$ не сохраняется к BP soliton. Но можно $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_0 = \frac{r_c}{r}$

и определить r_c из $\min_{(D)} W(r_c, D)$. $\left\{\begin{aligned} -\nabla_r^2 A + \tfrac{1}{r^2}A + \left[\tfrac{1}{r^2}\cos 2\theta_0 + \tfrac{d}{2}\sin\theta_0(1-\cos\theta_0)\right]A + GB &= -\theta_0' \\ -\nabla_r^2 B + \tfrac{1}{r^2}B + \left[\tfrac{1}{r^2}\cos 2\theta_0 - \tfrac{d}{2}\sin 2\theta_0\right]B + GA &= \tfrac{1}{r}\sin\theta_0 \end{aligned}\right\}$

$\frac{d}{2}\sin\theta_0(1-\cos\theta_0) = \frac{d}{2}\sin\theta_0\frac{r_c}{r}\sin\theta_0 = \frac{dr_c}{r^2}\sin^2\theta_0$

DMI $d\neq 0$, даже при $Q=1$ (BP-effective) дает A, B equations нелинейные.

Escaneado con CamScanner

Сом. Ansatz stabilizing MS. Для BP ansatz $E_{Sk} = \frac{E_{Sk}}{4\pi M_S^2 V} = \frac{4}{r^2}\frac{1}{1+c^2}\left(1-\frac{1}{2}dr c\right)+\frac{1}{2}+(Q-1)[-]$

Bz-fix (-d), тогда cos$\theta_0 = \frac{r^2-r_c^2}{r^2+r_c^2}$, $P=-1$, $\frac{\partial E_{Sk}}{\partial c} = \frac{4}{r^2}\frac{1}{(1+c^2)^2}\left[-\frac{1}{2}dr(1+c^2)-(1-\frac{1}{2}dr c)\cdot 2c\right]=0$

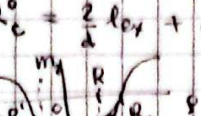
$c^2-\frac{4}{dr}c-1=0$, $d\to 0$, $c_0 = \frac{2}{dr}+\sqrt{\left(\frac{2}{dr}\right)^2+1}$, $\frac{\partial E}{\partial c} = \frac{4}{r^2}\frac{1}{(1+c^2)^2}\left(\frac{dr}{2}\right)\left[c^2-\frac{4}{dr}c-1\right]$

$\frac{\partial^2 E}{\partial c^2} = \frac{2}{\partial c}\frac{2d}{r}\frac{1}{(1+c^2)^2}\left(c^2-\frac{4}{dr}c-1\right) = \frac{2d}{r}\frac{1}{(1+c^2)^4}\left[\left(2c-\frac{4}{dr}\right)(1+c^2)^2-\left(c^2-\frac{4c}{dr}-1\right)2(1+c^2)\cdot 2c\right]$

$\frac{\partial^2 E(c_0)}{\partial c^2} = \frac{2d}{r}\frac{1}{(1+c^2)^2}\left(2c_0-\frac{4}{dr}\right) = \frac{4d}{r}\frac{1}{(1+c^2)^2}\sqrt{(2/dr)^2+1} > 0$, $r>0$, $c_0 = \frac{2}{dr}+\sqrt{\left(\frac{1}{dr}\right)^2+1}$ – min E.

Здесь $c = R_c/R$, $r = R/l_{ex}$. $R_c^0 = c_0 R = \frac{2}{d}\frac{R}{c}+\sqrt{\frac{4}{d^2r^2}R^2+R^2}$, $\frac{R}{c} = \frac{R}{R/l_{ex}} = l_{ex}$, $r_c = R_c/l_{ex}$

Equiv $r_c = R_c/l_{ex} = \frac{2}{dr}+\sqrt{4/d^2+(R/l_{ex})^2}$, $R_c^0 = \frac{2}{d}l_{ex}+\sqrt{\frac{4}{d^2}l_{ex}^2+R^2} > R$, т.е. min $E_{Sk}(c)$ есть, но $R_c^0 > R$, т.е. это 1-SD state с $m_z(s)\approx -1$. Это $Q=1$ case



Для Sk-stability с $R_c < R$ надо $Q \neq 1$.

Нужно $Q<1$ сообщ. меньший Sk-energy. Если $Q<1$, то Sk может быть с любым знаком d при $d=0$

$BP-E_{Sk} = \frac{4}{r^2}\frac{1}{1+c^2}\left(1-\frac{1}{2}dr c\right)+2(Q-1)c^2\left[\ln(1+1/c^2)-\frac{1}{1+c^2}\right]+1/2$ [Aranda, Sk-stab]

Если $Q=1$ → pure BP-Skyrmion ($d=0$), modified BP-Sk ($d\neq 0$, $R_c(d)$) — BP-skyrmions с $Q=1$ are unstable $\forall d$. Надо $Q\neq 1$, но тогда $\forall D$ для $A(r), B(r)$ сильно насыщенных, хотя и Skyrmion can be stable.

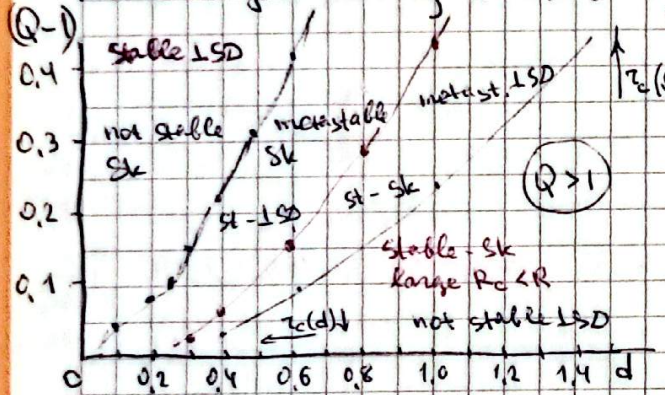
Нестабильность BP-Skyrmion ($Q=1$) in dot – очевидно. Finite dot radius R.

$W_{Sk}(R_c) \underset{R\to\infty}{=} 8\pi AL\frac{R^2}{R^2+R_c^2} = 8\pi AL$ (infinite film) не зависит от R_c, Sk – metastable.

Возвращаемся к числ. расчету $A(r), B(r)$ „Skyrmion-mass.mcd"

Начнем с file выпишу в $\cos 2\theta_0$ – значения в F_1, F_2. Напомним, ввели l_{ex}-норм BAB равнов.

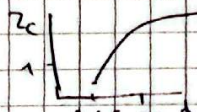
(Возьмем $R/l_{ex} = 50$ и построим MPD в $Q-d$ координатах



Sk-stability

$r_c(Q)$ nagat

При $Q = 1+\varepsilon$, $Q = 1{,}01$ начинаем с $d \approx 0{,}05$

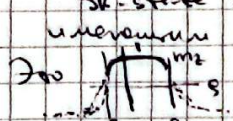


no abs. metastable Sk-min с малым $r_c \sim 1$.

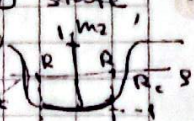
$r_c(d)$ быстро растет с d, до $r_c \approx 40$ при $r_c = 50$, и сильно см $< \delta \perp SD$.

$r_c(d)$ падает с $Q\uparrow$

Sk-state конкурирует с 1-SD state, имеющим $R_c/l_{ex} = 54 > R/l_{ex} = 50$



Это ⊥SD = Sk-large R_c.



— граница $E_{Sk} = E_{\perp SD}$

— граница metastability Sk- и ⊥SD

Note: уменьш. Q, или увеличение d Sk-state становится метастаб. Здесь unstable при этом $r_c(R)\downarrow$ и $r_c(d)\downarrow$, Sk гибнет уменьшается при уменьшении Sk-stability. При d большом и Q большом $r_c \approx 40$, или $\frac{R_c}{R} = \frac{40}{50} = 0.8$, это сравнивается с $\frac{R_c}{R} = \text{const}$ при $d\uparrow$ в Rohart'13.

Исследовать обл. $Q = 1+0$, $d\to 0$. Есть ли $d_c(Q)$ finite? $Q=1$ ⊥SD Sk ?

13/X Проверим $E_{Sk}(c)$ 12/12. Ansatz $\tg\frac{1}{2}\theta = \frac{r_c}{r}\exp[\pm(r_c - r)]$, $r^2 = Q-1$, $Q\geq 1$ нужно.

$W[\theta] = 2\pi AL\int dr r\left[(\theta')^2+\frac{1}{r^2}\sin^2\theta+(Q-1)\sin^2\theta+d\left(\theta'_r+\frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right)\right]$, $r = R/l_{ex}$

$\theta'_r = -\left(\pm\frac{1}{r}\right)\sin\theta$, $\theta'_r+\frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta = -\left(\pm\frac{1}{r}\right)\sin\theta+\frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta = -\pm\frac{1}{r}\sin\theta+$

$+\frac{1}{r}\sin\theta(\cos\theta-1)$, $\cos\theta = \frac{r^2-r_c^2}{r^2+r_c^2}$, $P=-1$, $\cos\theta-1$ – универсально. При $Q=1$

$\cos\theta-1 = \frac{r^2-r_c^2}{r^2+r_c^2}-1 \underset{(Q=1)}{=} \frac{r^2-r_c^2-(r^2+r_c^2)}{r^2+r_c^2} = -\frac{2r_c^2}{r^2+r_c^2} = -\frac{r_c}{r}\frac{2r_c}{r^2+r_c^2} = -\frac{r_c}{r}\sin\theta$

$W_D = d\left(\theta'_r+\frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right) = \left|Q=1\right| = \frac{d}{r}\sin\theta(\cos\theta-1) = \frac{d}{r}\sin\theta\left(-\frac{r_c}{r}\right)\sin\theta = -\frac{r_c}{r^2}\sin^2\theta\, d$.

$W[\theta] = 2\pi AL\int dr r\left[\frac{2}{r^2}\sin^2\theta-\frac{dr_c}{r^2}\sin^2\theta\right] = 4\pi AL\left(1-\frac{1}{2}dr_c\right)\int\frac{dr}{r}\sin^2\theta$, $r_c = R_c/l_{ex}$.

$Q=1$

Escaneado con CamScanner

$\cos\theta = \frac{1-u^2}{1+u^2} = \frac{r^2+r_c^2-r_c^2}{r^2+r_c^2}$, $\sin\theta = \frac{2u}{1+u^2} = \frac{2rr_c}{r^2+r_c^2}$, $r' = re^{\xi(r-r_c)}$, $1-\cos\theta = \frac{r_c}{r}\sin\theta$

$W_D = d\left(\theta_n' + \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta\right) = \left[-\xi\sin\theta - \frac{1}{2}\sin\theta(1-\cos\theta)\right]_d^1 = \left[-\xi\sin\theta - \frac{1}{2}\sin\theta\frac{r_c}{r}\sin\theta\right]_d^1 =$

$= +d\sin\theta\left[\xi + \frac{r_c}{r^2}e^{\xi(r_c-r)}\sin\theta\right] = +d\sin\theta\left\{\xi + \frac{r_c}{r^2}e^{\xi(r_c-r)}\sin\theta\right\}$

$\frac{1}{2\pi AL}W[\theta] = \int dr\left[\left\{\left(\xi+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2r^2} + \frac{\xi^2}{2}\right\}\sin^2\theta - d\xi\sin\theta\left\{\xi + \frac{r_c}{r^2}e^{\xi(r_c-r)}\sin\theta\right\}\right]$, $\xi^2 = Q-1$

$\frac{1}{2\pi AL}W[\theta] = \int dr\left[\left\{2\left(\xi^2+\frac{1}{2r^2}+\frac{\xi^2}{2}\right) - d\frac{r_c}{r^2}e^{\xi(r_c-r)}\right\}\sin^2\theta - d\xi\sin\theta\right]$, $\xi^2 = Q-1$

Функционал, дающий ДМГ ($d>0$) нормальное тотал энергия. $Q=1$ особая точка.

$\xi = 1+\varepsilon$, $\xi^2 = Q-1 = 1+2\varepsilon$, $\varepsilon \to 0$. $W(\varepsilon) = W(\varepsilon=0) + \varepsilon W'(\varepsilon)$

$2\left(\xi^2+\frac{1}{2r^2}+\frac{\xi^2}{2}\right) - \frac{dr_c}{r^2}e^{\xi(r_c-r)} = 2\left(1+2\varepsilon+\frac{1}{2r^2}+\frac{1}{2}+\frac{\varepsilon}{2}\right) - \frac{dr_c}{r^2}e^{(r_c-r)}\left[1+\varepsilon(r_c-r_0)\right] =$

$= (\varepsilon=0) + \left[4 + \frac{2}{r^2} - \frac{dr_c}{r^2}e^{(r_c-r)}(r_c-r)\right]\varepsilon$. // Значение $Q = 1+\varepsilon^2$, $\xi^2 = \varepsilon^2$, $\xi = \varepsilon$.

$\left\{2\left(\xi^2+\frac{1}{2r^2}+\frac{\xi^2}{2}\right) - \frac{dr_c}{r^2}e^{\xi(r_c-r)}\right\} = \frac{2}{r^2} + \frac{\varepsilon}{2} - \frac{dr_c}{r^2}\left[1+\varepsilon(r_c-r)\right] =$

$= \frac{2}{r^2} - \frac{dr_c}{r^2} + \varepsilon\left[\frac{1}{r} - \frac{dr_c}{r^2}(r_c-r)\right]$, $\sin\theta = \frac{2u}{1+u^2}$, $\delta(\sin\theta) = \frac{2(u_0+\delta)}{1+(u_0+\delta)^2} - \frac{2u}{1+u^2}$, $S = \frac{2u}{1+u^2}$

$S(u) = S(u_0) + S'(u_0)\delta u$, $\delta u = \varepsilon\frac{r_c}{r}(r_c-r)$, $u = \operatorname{tg}\theta/2 = \frac{r_c}{r}e^{\xi}\exp\left[\xi(r_c-r)\right]$

$S'(u) = \frac{1}{(1+u^2)^2}\left[2(1+u^2) - 2u\cdot 2u\right] = \frac{2}{(1+u^2)^2}(1-u^2) = \frac{2}{1+u^2}\cos\theta$

$\sin\theta = \sin\theta(\xi=0) + \frac{2(1-u_0^2)}{(1+u_0^2)^2}\delta u = \sin\theta(\xi=0) + 2\frac{(1-u_0^2)}{(1+u_0^2)^2}\varepsilon\frac{r_c}{r}(r_c-r)$

$\sin^2\theta = \sin^2\theta(\xi=0) + 2\sin\theta(\xi=0)\cdot 2\left(\frac{1-u_0^2}{(1+u_0^2)^2}\right)\varepsilon\frac{r_c}{r}(r_c-r)$

$\frac{1}{2\pi AL}\delta W[\theta] = \int dr\left[\varepsilon\left(\frac{1}{r} - \frac{dr_c}{r^2}(r_c-r)\right)\sin^2\theta(\xi=0) + \varepsilon\left(\frac{2}{r^2} - \frac{dr_c}{r^2}\right)4\sin\theta(\xi=0)\frac{(1-u_0^2)}{(1+u_0^2)^2}\frac{r_c}{r}(r_c-r) - d\varepsilon\sin\theta(0)\right]$

$\frac{1}{2\pi AL}\delta W[\theta] = \varepsilon\int dr\left[\left(\frac{1}{r} - \frac{dr_c}{r^2}(r_c-r)\right)\sin^2\theta(0) + \frac{4r_c}{r^3}(r_c-r)(2-dr_c)\sin\theta(0)\frac{(1-u_0^2)}{(1+u_0^2)^2} - d\sin\theta(0)\right]$

$\sin\theta(0)\frac{(1-u_0^2)}{(1+u_0^2)^2} = \sin^2\theta_0\frac{\cos\theta_0}{\sin\theta_0(1+u_0^2)} = \sin\theta_0\cos\theta_0\frac{1}{2u_0} = \frac{1}{2}\frac{r}{r_c}\sin^2\theta_c\cos\theta_0$

Коэфф. при $\sin^2\theta(0)$: $\frac{1}{r} - \frac{dr_c}{r^2}(r_c-r) + \frac{4r_c}{r^3}(r_c-r)(2-dr_c)\frac{1}{2}\frac{r}{r_c}\cos\theta(0) =$

$= \frac{1}{2}(1+dr_c) - \frac{dr_c^2}{r^2} + \frac{2}{r^2}(r_c-r)(2-dr_c)\cos\theta_0 = \lambda$

$\frac{1}{2\pi AL}\delta W[\theta] = \varepsilon\int dr\left[\lambda\sin^2\theta(0) - d\sin\theta(0)\right]$, $\sin\theta(0) = \sin\theta(\xi=0) = \frac{2rr_c}{r^2+r_c^2}$ - BP soliton.

$\cos\theta(0) = (r^2-r_c^2)/(r^2+r_c^2)$.

$\lambda = \frac{1}{r^2}\frac{1}{(r^2+r_c^2)}\left[r(r^2+r_c^2)(1+dr_c) - dr_c^2(r^2+r_c^2) + 2(r_c-r)(2-dr_c)(r^2-r_c^2)\right]$ - Чтобы λ было неотр.

$\frac{1}{(2\pi AL)}W[\theta] = \int dr\left[2\left(\xi^2+\frac{\xi}{2}+\frac{1}{2r^2}\right)\sin^2\theta + d\left\{-\left(\xi+\frac{1}{2}\right)\sin\theta + \frac{1}{2r}\sin 2\theta\right\}\right] + \text{const}$

$\sin\theta = \sin\theta_0 + \frac{\partial(\sin\theta)}{\partial u}\Big|_{u_0}\delta u = \sin\theta_0 + 2\frac{(1-u^2)}{(1+u^2)^2}\delta u$, $\sin^2\theta = \sin^2\theta_0 + 2\sin\theta_0\cdot 2\frac{(1-u^2)}{(1+u^2)}\delta u$

$\sin 2\theta = 2\frac{2u(1-u^2)}{(1+u^2)^2}$, $\cos\theta = \frac{1-u^2}{1+u^2}$, $\frac{\partial(\cos\theta)}{\partial u} = \frac{1}{(1+u^2)^2}\left[-2u(1+u^2) - (1-u^2)2u\right] = -\frac{4u}{(1+u^2)^2}$

$\cos\theta = \cos\theta_0 + \frac{\partial(\cos\theta)}{\partial u}\Big|_{u_0}\delta u = \cos\theta_0 - \frac{4u}{(1+u^2)^2}\delta u$, $\delta u = \varepsilon\frac{r_c}{r}(r_c-r)$. $\theta_0 = \theta(\xi=0)$ здесь.

$\sin\theta\cos\theta = \left[\sin\theta_0 + \frac{2(1-u^2)}{(1+u^2)^2}\delta u\right]\left[\cos\theta_0 - \frac{4u}{(1+u^2)^2}\delta u\right] = \sin\theta_0\cos\theta_0 + \frac{2(1-u^2)}{(1+u^2)^2}\delta u\cos\theta_0 -$

$- \frac{4u}{(1+u^2)^2}\delta u\sin\theta_0 = \sin\theta_0\cos\theta_0 + \frac{2\cos 2\theta_0}{(1+u^2)}\delta u$, $u_0 = u(\xi) = r_c/r$.

$\delta W[\theta] = \int dr\left[\frac{2\xi}{r}\sin^2\theta_0 + \frac{2}{r^2}4\sin\theta_0\frac{(1-u^2)}{(1+u^2)^2}\delta u - d\xi\sin\theta_0 - \frac{d}{r}2\frac{(1-u^2)}{(1+u^2)^2}\delta u + \frac{d}{2r}\frac{2\cos 2\theta_0}{(1+u^2)}\delta u\right]$

$\delta W[\theta] = \int dr\left[\frac{2\varepsilon}{r}\sin^2\theta_0 + \frac{8}{r^2}\frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{(1+u^2)}\delta u - d\varepsilon\sin\theta_0 - \frac{d}{r}\frac{2\cos\theta_0}{(1+u^2)}\delta u + \frac{d}{r}\frac{2\cos 2\theta_0}{(1+u^2)}\delta u\right]$

$\cos 2\theta_0 - \cos\theta_0 = \cos\theta_0(\cos\theta_0 - 1) - \sin^2\theta_0 = -\frac{r_c}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0 - \sin^2\theta_0$ здесь BP.

$\delta W[\theta] = \int dr\left[\frac{2\varepsilon}{r}\sin^2\theta_0 - d\varepsilon\sin\theta_0 + \frac{8}{r^2}\frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{(1+u^2)}\delta u + \frac{2d}{r}\frac{\delta u}{(1+u^2)}\left\{-\frac{r_c}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0 - \sin^2\theta_0\right\}\right]$

$\delta W[\theta] = \varepsilon\int dr\left[\frac{2}{r}\sin^2\theta_0 - d\sin\theta_0 + \frac{8}{r^2}\frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{(1+u^2)_0}\frac{r_c}{r}(r_c-r) - \frac{2d}{r}\frac{r_c}{r}\frac{(r_c+r)}{(1+u^2)_0}\left\{\frac{r_c}{r}\sin\theta_0\cos\theta_0 + \sin^2\theta_0\right\}\right]$

$\delta W[\theta]$ содержит $\frac{1}{1+u_0^2} = \frac{2u_0}{1+u_0^2}\frac{1}{2u_0} = \sin\theta_0\cdot\frac{r}{2r_c}$, которые сильно сингулярны при $r\to 0$.

Escaneado con CamScanner

$$\delta W(\Theta) = \varepsilon \int dr_z \left[\frac{2}{r_z}\sin^2\Theta_0 - d\sin\Theta_0 + \frac{4}{r_z}\sin^2\Theta_0\cos\Theta_0(r_c - r_z) - \frac{d}{r_z}(r_c - r_z)\sin^2\Theta_0\left\{\frac{r_c}{r_z}\cos\Theta_0 + \sin\Theta_0\right\}\right]$$

Skyrmion stability

Положим $J_1 = \int dr_z \sin^2\Theta_0$, $J_2 = \int dr_z \sin\Theta_0$, $J_3 = \int \frac{dr_z}{r_z}\sin^2\Theta_0\cos\Theta_0$, $J_4 = \int dr_z \sin^2\Theta_0\cos\Theta_0$

$J_5 = \int dr_z r_z \sin^3\Theta_0$, $J_6 = \int dr_z r_z \sin^3\Theta_0$, $\sin\Theta_0 = 2r_z/(r_z^2 + r_c^2)$

$$\frac{1}{\varepsilon}\delta W(\Theta) = 2J_1 - dJ_2 + 4r_c J_3 - 4J_4 - dr_c^2 J_3 + dr_c J_4 - dr_c J_5 + d J_6$$

Все J_n здесь неинтегрируемы и легко берутся, в отличие от инт. $W[\Theta]$

$\Leftarrow \operatorname{tg}\Theta/2 = \frac{r_c}{2}\Theta + P[3(r_c - 2)]$

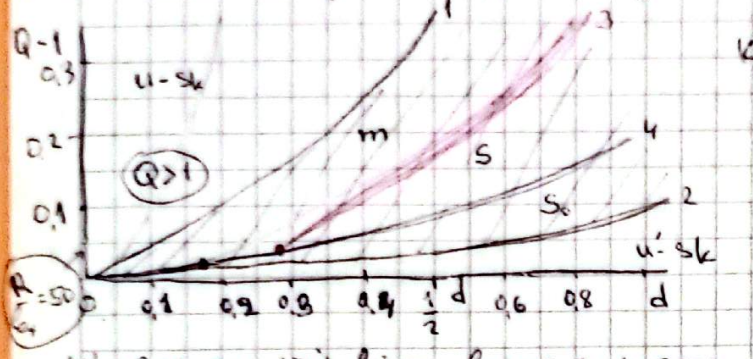
$$\frac{1}{\varepsilon}\delta W(\Theta) = 2J_1 - 4J_4 + d(J_6 - J_2) + r_c(4 - dr_c)J_3 + dr_c(J_4 - J_5)$$

$J_6 - J_2 = \int dr_z r_z \sin^3\Theta_0 - \int dr_z r_z \sin\Theta_0 = -\int dr_z r_z \sin\Theta_0\cos^2\Theta_0$, $J_4 - J_5 \Rightarrow$ не упрощ.

Все это работает $\forall d$, но $Q = 1 + 0$, где работает $\forall (Q+1)$ части MPD.

Численное построение MPD skyrmion stability, $\min W[\Theta]$, $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = \frac{r_c}{2}e^{3(r_c - 2)}$ (ansatz)

вариируя Q и d.



К MPD добавим black line, где $R_c = R$

тоже black line $R_c > R$ и это = 1 SD

m — metastable Sk, stable 1SD

S — stable Sk, metastable 1SD

S_0 — только Sk с бо́льшим R_c stable

$m \to u$-sk потеря sk-stability $R_c \to 0$

$m \to u' \to$ Sk потеря Sk-stability $R_c > R$

3 — $\varepsilon_{Sk} = \varepsilon \perp SD$, $d = \frac{D l_{ex}}{A}$, $l_{ex}^2 = \frac{A}{2\pi M_s^2}$

/// — Sk is stable/metastable

energy lines 1 и 2

Возможно lines 3 и 4 пересекаются в одной точке. $d \simeq \frac{1\,mJ \cdot 5\,nm}{20\,pJ/m} \simeq 0{,}5$ typical v.

Вывод: т.к. экспер. $d \sim 0{,}5$, то надо брать $Q \leq 1.2$, для Skyrmion Stability.

(S=0)

(Q>1)

2) моя MPD качественно согл. с Arentxa MPD при малых Q-1 где $u \to m \to S \to m \to u$ Skyrmion при Q-1 = const, d↑

3) чем d, больше Q соотв. R_c меньше, large d, small Q → large R_c, т.е. $R_c \sim \frac{D}{(Q-1)}$ или $R_c = f\left(\frac{d}{(Q-1)}\right)$, $f(+)$ растет с ↑.

4) Если Q = 1, никакое d не поможет стабилиз. Skyrmion, d = 0, никакое Q не поможет. Надо finite Q-1 и finite d. Если Q = const, то $d > d_c(Q)$

5) при $d > 0.3$ достаточно $Q \geq 1.05$ чтоб помочь не stable (ground state) Sk

(14/I) А начала делать зубы в Киеве. Плен on full length Skyrmion – TM paper – после Зурбе. Составил список invited speakers Sol-Sky Mag' 2017 и послал Adv. Com. и приглас. Akerman, Kent, Hillebrands на Sol Sky Mag - 2017.

(15/I) Сделанное, но не дубы. расчеты/заготовки:

(1) 20/VII – 20/VIII 2014 – paper TM vortex mode profiles $m_n(z)$, gen-m $m_0(z)$ TM thick dot

7-8/I 2014 – расчет W_m-vol для TVA thick dot

(2) Лит. обзор vortex/skyrmion mass 7,10/XI 2014

(3) Объем и интегр. YD для SW on vortex/skyrmion background и breath. SW mode 13-16/I 2015 г.

(4) проверка Skyrmion statics Kiselev JPhD'2011 – ошибки там, 12-14/II 2015 г., 18/I 2016

(5) SW bath для vortex/Sk mass, интегр. по bath дает M_V at finite T, 15-23/VIII 2015 г.

(6) SW Skyrmion + учет DMI 8-25/I 2015 – исп. также в Gus' ARL'16, Gus' Mag. Lett. 16

(7) SW in Gd/Fe MLs $\omega_n(k)$ по k_{BZ} – 12, 13, 21, 29/XI 2015 на осн. ФТТ'95 (SW)

(8) Large vortex ($R_c \gg R$)/skyrmion ($R_c > R$) интересные loops $M(H_x)$ – 25-27/III, 29/IX – 2/V, 7/V 2016 exp. Garcia

(9) Sk-mass 15/VIII-3/IX, 4-8/IX, 26-29/IX, Ф0 4-5/I 2016 г., 8-12/I 2016 г.

(10) Skyrmion statics: R_c-equil., DMI D_c 12-24/IX; MPD Q-d 12-13/I 2016 г.

Escaneado con CamScanner

Finocchio simpl. $R_c(T, H)$

Номери дека Очеми $R_c(Q, D, H_z)$ equil. Skyrmion radius in cyl. dot с перпендикулярна анизотропия Siracusano - Finocchio, PRL'16 // Форми Finocchio'2016 PPt (lec. $R_c(T)$)

// $R = 900$ nm, $L = 1$ nm (0,8 nm) - CoNi, $M_s = 600$ G, $A = 20$ pJ/m, $K_u = 0.60 \frac{MJ}{m^3}$, $D = 3 \frac{mJ}{m^2}$

$Q = \frac{K_u}{2\pi M_s^2} = \frac{0.6 \cdot 10^7 \text{ erg/cm}^3}{2\pi (0,6)^2 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^3} = \frac{6.0}{2\pi (0,6)^2} = 2.65$; $l_{ex} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ erg/cm}}{2\pi (0,6)^2 10^6 \text{ erg/cm}^3}} = \frac{10^{-6}}{0,6\sqrt{\pi}} \text{ cm} = 9.4$ nm

$d = \frac{D l_{ex}}{A} = \frac{3 \text{ erg/cm}^2 \cdot 9.4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}}{2.0 \cdot 10^{-6} \text{ erg/cm}} = \frac{3 \cdot 9.4 \cdot 10^{-1}}{2} = 1,41$, $Q = 2,65$, $d = 1,41$, $\frac{R}{l_{ex}} = \frac{900}{9.4} = 21,3$

Maybild „Skyrmion-mass'med" дает $r_c = 1,42$ и sk е в metastable (1-SD stable)

Note: Lucas Ansatz $\Theta(\rho)$ $R_c = 12,6$ nm
eq Rohart '13 с Kosh $R_c = 13,6$ nm
$R_c = 13,3$ nm. $c = 13.3/200 = 0.66 \cdot 10^{-2} < 0.1$ - coorbet. BP solution limit.

Вкл. ум H_z нормално sk. are direction. $Q_0(0) = \pi$, $m_z(0) = -1$, т.е. $\vec{H} \parallel Oz$.

$W_H = -\int dV \vec{M} \cdot \vec{H} = -M_s H_z \int dV m_z = -2\pi L M_s H_z \int d\rho \rho \cos\Theta$, $\frac{1}{2\pi AL} W_H = -\frac{M_s H_z}{A} \int d\rho \rho m_z$

$\rho / l_{ex} = r$ - нормиран. $\frac{l_{ex}^2}{A} = \frac{1}{A} \frac{A}{2\pi M_s^2} = \frac{1}{2\pi M_s^2}$, $\frac{M_s H_z}{2\pi M_s^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{H_z}{M_s} = \frac{1}{2\pi} h_z$, $h_z = \frac{H_z}{M_s}$

Zeeman $\frac{-W_H[\Theta]}{2\pi AL} = -\frac{1}{2\pi} h_z \int dr r \cos\Theta(r)$. H_z нормален. от 0 до 500 Oe, $h_z = 0 \to 0.833$

R_c (500 Oe) = 9,7 nm, т.е. намаляване на 40% по радиус с $R_c(0) = 13,3$ nm.

Как R_c - Skyrmion зависимост от T? Очаква: $A \sim m^{1.8}$, $K \sim m^3$, $m(T) = \frac{M_s(T)}{M_s(0)}$

$D \neq f(T)$

$d(T) = \frac{D l_{ex}}{A} = \frac{D}{A} \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}} = \frac{D}{\sqrt{2\pi} M_s} \frac{1}{\sqrt{A}} = \frac{D(T)}{\sqrt{2\pi} M_s(0) m} \frac{1}{\sqrt{A(0)} m^{1.8}} = \frac{d(0)}{m^{1.9}}$, ecли $D \neq f(T)$

$Q_{(T)} = \frac{K}{2\pi M_s^2} = \frac{K(0) m^3}{2\pi M_s^2(0) m^2} = Q(0) m$. // $d(T) = \frac{d(0)}{m^{1.9}}$, $Q(T) = Q(0) m$, т.е. - расте

т, $m(T)$ нараства $d(T)$ расте, $Q(T)$ нараства и нарастящи ще metastable sk. state ще stable скирмион. $R_c(T)$ расте - см. MPD от 13/I. $h_z = h_z(0)/m(T)$ расте с T.

$\frac{1}{2\pi AL} W[\Theta] = \int_0^{r_d} dr r w(\Theta, \Theta')$, $r_d = R/l_{ex} = R\sqrt{\frac{2\pi M_s^2}{A}} = \frac{R(0)}{l_{ex}(0)} \frac{m}{\sqrt{m^{1.8}}} = r_d(0) m^{0,1}$

нормал. фаз. $R_c(H_z, T)$ Оценка

16/I Вторе линии чрезмерни Skyrmion metastability (1-line MPD) $c_0 \ll 1$, r_{c0} невъзможен нумерично BP solution ansatz, см. 18/IV. BP-ansatz ще $c_0 \to 0$ дает $D_c = \frac{2A}{R_c}$ или $d_c = \frac{2 l_{ex}}{A} = \frac{2 l_{ex}}{R_c} = \frac{2}{r_c}$ ще equil.

$c_0 = R_c/R$ из уравнение $-c \ln c = \frac{d}{16\pi^2 (Q-1)}$, $r = R/l_{ex}$, $r_c = \frac{R_c}{l_{ex}} \frac{R}{R} = r_c$

Sk = equil. radius - BP

(сим. 29/I и Aranbxin. MS: $\varepsilon_{sk}(c) = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} E_{sk} = \frac{4}{r^2} \frac{(1 - \frac{1}{2} dr c)}{(1+c^2)} + 2(Q-1) c^2 \left[\ln(1 + \frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2} \right] + \frac{1}{2}$

$(r = R/l_{ex}, l_{ex}^2 = A/2\pi M_s^2)$

$\varepsilon_{sk}(c) = \frac{4}{r^2} \left(\frac{1 - 1/2 \, dr c}{1+c^2} \right) + 2(Q-1) c^2 \left[\ln(1 + \frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2} \right] + \frac{1}{2}$, $d > 0$ среду, $d = |d|$.

$\frac{\partial \varepsilon_{sk}}{\partial c} = \frac{4}{r^2} \frac{1}{(1+c^2)^2} \left[-\frac{1}{2} dr - 2c + \frac{1}{2} dr c^2 \right] + 2(Q-1) \left[\frac{2}{c} f_a(c) - \frac{2c}{(1+c^2)^2} \right]$,

$f_a(c) = c^2 \left[\ln(1 + \frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2} \right] \approx -c^2 [2 \ln c + 1]$ ще $c \to 0$

$\frac{\partial \varepsilon_{sk}}{\partial c} = -\frac{4}{r^2} \left(\frac{1}{2} dr + 2c \right) + 2(Q-1) \left[\frac{2}{c} (-c^2)(2 \ln c + 1) - 2c \right] = -\frac{4}{r^2} \left(\frac{dr}{2} + 2c \right) + 2(Q-1)(-4) c [\ln c + 1]$

$\frac{\partial \varepsilon_{sk}}{\partial c} \approx -\frac{4}{r^2} \left(\frac{1}{2} dr + 2c \right) - 8(Q-1) c [\ln c + 1]$, $\frac{\partial \varepsilon_{sk}}{\partial c} = 0$ дает $-\frac{1}{2} \frac{4d}{r} - 8(Q-1) c \ln c = 0$

$\frac{2d}{r} = -8(Q-1) c \ln c$, $-c \ln c = \frac{d}{4r(Q-1)}$ - eq. дава equil. c_0. Отново в

Значението на ε_{sk} от 18/IV ще - за $r = R/l_{ex}$ (18/IV беше $r = R/l_e$)

$\frac{\partial^2 \varepsilon_{sk}}{\partial c^2} = -\frac{8}{r^2} + 8(Q-1) \left[\ln c + 1 + c \frac{1}{c} \right] = -\frac{8}{r^2} - 8(Q-1) \ln c \approx -8(Q-1) \ln c = 8(Q-1) \ln \frac{1}{c}$

$d = 2 l_{ex}/A$

$d = D l_{ex}/A$

$c \ln \frac{1}{c} = \frac{d}{4r(Q-1)}$, $\left. \frac{\partial^2 \varepsilon_{sk}}{\partial c^2} \right|_{c_0} = 8(Q-1) \ln \frac{1}{c_0} = 8(Q-1) \frac{1}{c} \frac{d}{4r(Q-1)} = \frac{2d}{rc} > 0$, ще $Q > 1$

т.е. c_0 ще $c \ln 1/c = \frac{d}{4r(Q-1)}$ дает $\left. \frac{\partial^2 \varepsilon_{sk}}{\partial c^2} \right|_{c_0} > 0$, т.е. coorbet. min $\varepsilon_{sk}(c)$.

$\frac{\partial^2 \varepsilon_{sk}}{\partial c^2} = -8(Q-1) \ln c - \frac{8}{r^2} - 16(Q-1) = 0$ дает d_c неговия самосъгласуван sk-state.

$\ln \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \frac{1}{(Q-1)} + 2$, ще $\frac{dc}{4rc(Q-1)} = \frac{1}{c^2} \frac{1}{(Q-1)} + 2$, $d_c = \frac{4c}{r} + 8rc(Q-1)$, $d_c = 4r \left[\frac{1}{2r} + 2(Q-1) \right]$

Escaneado con CamScanner

ВР Eq. $-c\ln c = x$ имеет корень $c(x) = 0.343$ при $x_m = 0.367$. При $x > 0.367$ корней нет.
$x = \frac{d}{4\pi^2(Q-1)}$. $x_m = 0.37$ очень неудобно. Это уравнение со многими d.
Слабая при $c \ll 1$ ($c < 0.1$), когда и $x < 0.2$, тоже неудобно. Две большие d:
Скуттмен уравнение при $c > c_1$, $\ln\frac{1}{c_1} = \frac{1}{\pi^2(Q-1)} + 2$, $c_1 = e^{-2} e^{-\frac{1}{\pi^2(Q-1)}}$
$c_1 = 0.135 \cdot \exp\left[-\frac{1}{\pi^2(Q-1)}\right]$, $c_1 < 0.135$ $\forall \pi, Q$.

(17/I) Беседа с Julian: 1) он послал reminder to Prof. о Sol-Sky Mag 2017;
2) Звонил to Inna, Library – no response; Julian написал e-mail to Inna.
Звонил Оксане, обсуждение наших $R_c(H_z, m)$. Оксана прислала files $R_c(T, H_z)$ и $m(T)$ simulated by Finocchio. Договорились, что я напишу WoH file
Лит. обзор по Skyrmions – Scopus и Web of Sci. $\ln\frac{\theta(z)}{z} = e^{-f(z)}$

$\frac{1}{2\pi AL} W[\theta] = \int_0^u dr_z \left[2\left(\xi^2 + \frac{1}{r_z^2} + \frac{\xi}{r_z}\right)\sin^2\theta + d\left(\theta_z' + \frac{1}{r_z}\sin\theta\cos\theta\right)\right]$, $\theta_z' = -\left(\xi + \frac{1}{r_z}\right)\sin\theta$

$\ln\frac{\theta}{2} = \frac{r_c}{r_z} e^{\xi(r_c - z)}$, $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{ch} f}$, $\cos\theta = \operatorname{th} f$, где $f(z) = \ln\frac{r_c}{r_z} + \xi(r_c - r_z)$, $\xi^2 = Q-1$

$\frac{\partial \sin\theta}{\partial r_c} = \frac{\partial}{\partial r_c}\frac{1}{\operatorname{ch} f} = -\frac{1}{\operatorname{ch}^2 f}\operatorname{sh} f \cdot f_{r_c}'(z) = +\frac{\operatorname{th} f}{\operatorname{ch} f}\left[\frac{1}{r_c^2} + \xi\right] = +\sin\theta\cos\theta\left(\frac{1}{r_c^2} + \xi\right)$

$\frac{\partial}{\partial r_c}\sin^2\theta = 2\sin\theta\frac{\partial \sin\theta}{\partial r_c} = +2\sin^2\theta\cos\theta\left(\frac{1}{r_c^2} + \xi\right)$, $\frac{\partial}{\partial r_c}\sin 2\theta = 2\cos 2\theta\frac{\partial\theta}{\partial r_c} = \left(\frac{1}{r_c^2} + \xi\right) \times 2\cos 2\theta\sin\theta$

$w = \frac{1}{2\pi AL} W$, $\frac{\partial w}{\partial r_c} = \int dr_z \left[2\left(\xi^2 + \frac{1}{r_z^2} + \frac{\xi}{r_z}\right)(+2)\sin^2\theta\cos\theta\left(\frac{1}{r_c^2} + \xi\right) + d(-1)\left(\xi + \frac{1}{r_z}\right)\sin\theta\cos\theta\left(\frac{1}{r_c^2} + \xi\right) + \right.$
$\left. + \frac{d}{r_c^2}\frac{1}{2}\cdot 2\cos 2\theta\sin\theta\left(\frac{1}{r_c^2} + \xi\right)\right]$

$\frac{\partial w}{\partial r_c} = \left(\frac{1}{r_c^2} + \xi\right)\int dr_z \left[4\left(\xi^2 + \frac{1}{r_z^2} + \frac{\xi}{r_z}\right)\sin^2\theta\cos\theta - d\left(\xi + \frac{1}{r_z}\right)\sin\theta\cos\theta + \frac{d}{2}\cos 2\theta\sin\theta\right]$

Если $r_c \to 0$ $\ln\frac{\theta}{2} = \frac{r_c}{r_z} e^{\xi(r_c - z)} \to 0$, $\theta(z) \to 0$, кроме окрестности r_c.

$l_{ex}(0) = 9.4$ nm

Оксана прислала

T, K	0	50	100	150	200	250	300
m(T)	1	0.985	0.975	0.964	0.952	0.94	0.928

$l_{ex}(T) = l_{ex}(0)\frac{1}{m^{0.1}}$, magnetization

Simul. Finocchio

Skyrmion radius vs. H_z

$T = 0$	$2R_c(H)$, nm	31.0	28.5	26.7	25.2	24.8	23.2	22.5	Finoc.
	H_z Oe	0	100	200	250	300	400	500	
	Calc. $2R_c(H)$, nm	26.6	24.5	22.8		21.5	20.3	19.3	

Сравн. R_c^{calc} с R_c^{Sim} Finocchio

$2R_c(T, H_z)$, nm

T, K ↓ \ H_z →	0	50	100	150	200	250	300
→ 0	26.6	34.1	42.1	57.6	114.8	301.6	314.6
100	24.5	30.2	35.6	43.7	57.2	79.6	114.9
200	22.8	27.5	31.6	37.3	45.7	57.1	72.5
→ 250	22.1	26.5	30.1	35.1	42.2	51.4	63.4
300	21.5	25.5	28.8	33.3	39.4	47.2	57.1
400	20.3	23.9	26.7	30.4	35.3	41.3	48.5
→ 500	19.3	22.5	25.0	28.2	32.3	37.1	42.8

Max signal. $D_{sk}(0, 300K) = 114$ nm

$2R_c(T) = 2\tau_c(T)\frac{l_{ex}(0)}{m^{0.1}}$, $h = H_z/M_s(0)$, $2R_c \le 2R = 400$ nm

Вывод: $R_c^{calc}(T) \gg R_c^{Sim}(T)$

$H_z = 0$. Номер $d(T) = \frac{d(0)}{m^{1.9}}$ – неверно, это зависимость $d(m)$ ~ $1/m^{1.9}$ получено из $Q(T) = const$. Какое?

(18/I) Проверим насколько хорошо (и когда) $\ln\frac{1}{2}\theta_0 = \frac{r_c}{r} e^{\xi(r_c - r)}$ удовл. точному ур. Лонг. – Э

$\theta'' + \frac{1}{r}\theta' = \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin\theta\cos\theta - \frac{d}{r}\sin^2\theta$ в $\xi = r\Delta$ – нормировке ($d \to 0$), $u = \ln\frac{1}{2}\theta = \frac{r_0}{r} e^{\xi - z}$

Сам. 14/IX в Δ-нормировке: $u'' + \frac{1}{r}u' - \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)u = \frac{2u}{1+u^2}\left[(u')^2 - \frac{d}{r}u - \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)u^2\right]$

$\Delta^2 = \frac{A}{K_{eff}} = \frac{A}{\frac{1}{2}(Q-1)\cdot 2\pi M_s^2} = \frac{l_{ex}^2}{(Q-1)} = \frac{1}{\xi^2} l_{ex}^2$, $\frac{\rho}{\Delta} = r = \frac{\rho}{l_{ex}}\frac{l_{ex}}{\Delta} = \xi r'$, $r' = \rho/l_{ex}$

$l_{ex} = \frac{1}{\xi}\Delta$

При переходе от Δ- к l_{ex}-нормировке $r \to \xi r$, $u' = \frac{d}{d\rho}u \to \frac{1}{\xi}u'$, $u'' \to \frac{1}{\xi^2}u''$

$\frac{1}{\xi^2}u'' + \frac{1}{\xi^2}\frac{u'}{r} - \left(1 + \frac{1}{\xi^2 r^2}\right)u = \frac{2u}{1+u^2}\left[\frac{1}{\xi^2}(u')^2 - \frac{d}{\xi^2 r}u - \left(1 + \frac{1}{\xi^2 r^2}\right)u^2\right]$

$\to u'' + \frac{1}{r}u' - \left(\xi^2 + \frac{1}{r^2}\right)u = \frac{2u}{1+u^2}\left[(u')^2 - \frac{d\xi}{r}u - \left(\xi^2 + \frac{1}{r^2}\right)u^2\right]$, $d\xi \to d$. New $d = \frac{D l_{ex}}{A}$.

Trick. $u = \ln\theta/2 = e^{\xi(r_c - r)}\left(\frac{r_c}{r}\right)$?, $u' = \frac{1}{1+u^2}(\ldots)$ // $u = e^{-f}$, $u' = -e^{-f}f'$, $u'' = (-uf')' =$
$= -u'f' - uf'' = u(f')^2 - uf''$, $\frac{2u}{1+u^2} = \frac{2e^{-f}}{1+e^{-2f}} = \frac{1}{\operatorname{ch} f}$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

H, Oe \ T, K	0	50	100	150	200	250	300	Scal. Dat.
2Rc mm	0	26.6	28.0		32.2		44.2	108.1
	250	22.1	23.6		25.8		30.6	92.0
	500	19.3	20.4		22.0		25.1	33.5
2Rc mm	0	26.6	31.1	35.0	40.6	49.5	64.8	100.5
	250	20.1	24.8	26.8	29.4	32.7	36.5	49.1
	500	19.3	21.3	22.7	24.5	26.6	28.9	31.5

(19/I) (Зависимости $R_c(T)$, $R_c(H)$ в модели MS, предложенной в Bessarab. Обсуждение с Dmi $R_c(T,H)$ и линии неустойчивости $R_c(T)$ методом) параметров Barker PRL'16. Далее обсуждение Figa Robert'ом скирмионов стабилизируемых MS. Naves (Library) недостаточно подробно описывает модель Rowan'а. Fmail to Büttner с просьбой выслать Büttner MS. Physics Rep.

→ Barker PRL 2016 для Skyrmions: $R_g^2 = \frac{1}{N}\sum_i (\vec{r}_i - \vec{r}_c)^2$ (N – число спинов, $\vec{r}_c$ – центр масс) $\Rightarrow R_g = \sqrt{\frac{1}{2}} R_c$ для Bloch skyrmion.

Т. к. при $m_z > 0$, $\langle \vec{r} \rangle = \vec{X}(t)$ не совпадает с $\vec{X}$ – центром скирмиона, то $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{X}$, $\vec{r}'$ – относительно $\vec{X}$. В идеальном случае (круглая область $m_z(r) = 0$, $R_g^2 = \frac{1}{\pi R_c^2}\int_0^{R_c} 2\pi r^3 dr = \frac{1}{\pi R_c^2}\cdot 2\pi \frac{R_c^4}{4} = \frac{1}{2}R_c^2 \Rightarrow R_c = \sqrt{2}R_g$.

Параметры из Supplem. mat. Barker PRL'16 used in simulations: $M_s = 316$ kA/m (316.6), $A = 6.53$ pJ/m $\Rightarrow A(\text{erg/cm}) = 6.53$ pJ/m, $K = 1.16\cdot 10^6$ J/m^3, $D = 0.8$ mJ/m^2. Зная A и K можно найти параметры $Q, d, l_{ex}, l_{DM}, R_c$.

$Q = \frac{K}{2\pi M_s^2} = \frac{1.16\cdot 10^6 \text{ erg/cc}}{2\pi (0.316)^2 \cdot 10^6 G^2} = \frac{1.16}{2\pi(0.316)^2} = 1.31$ (1.306); $l_{ex} = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}} = \sqrt{\frac{0.653\cdot 10^6}{2\pi(0.316)^2 10^6}} = \frac{6.53}{\sqrt{2\pi}}\frac{10\text{ nm}}{0.316} = 8.6$ nm.

$d = \frac{D l_{ex}}{A} = \frac{0.8 \text{ mJ/m}^2 \cdot 8.6\text{ nm}}{0.653\cdot 10^6 \text{ erg/cm}} = \frac{0.8\cdot 8.6\cdot 10^7}{0.653\cdot 10^6} = 0.915$.

Parameters Barker'2016: $Q = 1.31$, $d = 0.915$, $l_{ex} = 8.6$ nm. $\Delta_{SS} = \sqrt{\frac{A}{|K_{eff}|}} = \frac{l_{ex}}{\sqrt{Q}\sqrt{1.31-1}} = \frac{8.6\text{nm}}{\sqrt{1.31-1}} = 15.4$ nm

Уже сейчас R_c – simulated $= 12\div 13$ nm, $\frac{R_c}{\Delta_{SS}} = \frac{12\div 13\text{ nm}}{15.4} \approx 0.8 < 1$, eq Robert'13 R_c не применим.

Если $-2\pi M_s^2$ – магнитостатика не учитывается, то $\Delta = \sqrt{\frac{A}{K}} = \sqrt{\frac{0.653\cdot 10^6}{1.16\cdot 10^6}} = 7.5$ nm (7.54)

Все равно $\frac{R_c}{\Delta} = \frac{12\div 13\text{ nm}}{7.5\text{ nm}} = 1.6\div 1.7$ не есть $\gg 1$.

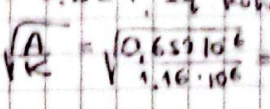
$D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK} = \frac{4}{\pi}\sqrt{0.653\cdot 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{cm}} \cdot 1.16\cdot 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}} = \frac{4}{\pi}\sqrt{0.653\cdot 1.16}\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2} = 1.11 \frac{\text{mJ}}{\text{m}^2}$, или $D_c^* = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}\frac{1}{|K_{SS}|} = 2\sqrt{1+\frac{1}{Q}}$

$\frac{D}{D_c} = 1.11\cdot 0.486 = 0.54 \frac{\text{mJ}}{\text{m}^2}$

$R_c = \frac{\Delta}{\sqrt{2}\sqrt{1-D/D_c}} = \frac{7.5\text{ nm}}{\sqrt{2}\left(1-\frac{0.7}{1.11}\right)^{1/2}} = \frac{7.5\text{ nm}}{8.6} = 8.7$ nm, а не как $R_c(0) = 11.5$ nm нарисовано на Fig. 4 Barker PRL'16.

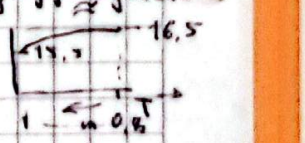
Нелинейное ур. Derrick в Barker'16. Они проводят simulations для 2D-film с периодич. б.у. Отсюда $R/l_{ex} = 21.3$ нам в расчет дает Finocchio $R = 21.3\times 8.6 = 183.2$ nm

При $T=0$ с parameters (Q,d) by Barker'16 попадает в Energy metastable–stable Sk line на MPD (red line) с $R_c \approx 15.5$ nm. С ростом T, т.к. $Q(T) \sim m$ падает Q и при $D(T) \sim m^2$ ($m^{1.8}$), $d(T) = \text{const}$ ($\sim m^{-0.1}$) и при $D(T) = \text{const}$, $d \sim \frac{1}{m^2}$ ($\sim \frac{1}{m^{1.9}}$), т.е. и при $d(T) = \text{const}$ и при $d(T) \sim \frac{1}{m^2(T)}$ расходимся с $T\uparrow$ оказались в иной области кривой MPD в области stability of large R_c Skyrmion.



Это согл. с statement of Barker'16, что $D(T) = \text{const}$ и $D(T) \sim m^2$ дадут одно и то же $R_c(T)$, слабо зависящее от T.

У меня, что при $d(T) = \text{const}$, что при $d(T) \sim m^2$, $\frac{R_c}{l_{ex}}(T)$ слабо растет с T. В абс. ед. $R_c(T) \approx 140$ nm при $R = 183$ nm, т.е. у меня VT large-R_c Skyrmion с $R_c/R \approx 0.8$.



Если взять $R/l_{ex} = 50$, $R = 50\cdot 8.6 = 430$ nm, $R_c(T) \approx 41\text{-}42$, $\frac{R_c}{R} \approx 0.8$. Никто качественно не изменилось, $R_c(T)$ почти не зависит от T, слабо падает (!) с $T\uparrow$.

→ **Вывод:** параметры [$Q = 1.31$, $d = 0.915$, $l_{ex} = 8.6$ nm] by Barker PRL'16 дадут к стабилизации large-R_c Skyrmion (stable Sk) с $R_c(T)$ слабо зависящим от T. При этом $D(T) = \text{const}$ или $D(T) \sim m^2$ не играет роли. $R_c(T)/R \approx 0.8$, это соот. с large-R_c Skyrmion simul. Robert'13, $D > D_c$.

Применимо eq. $R_c = \frac{\Delta}{\sqrt{2}(1-D/D_c)}$, верное при $\frac{R_c}{\Delta} \gg 1$, $D \to D_c$ – eq для large radius–Sk (и гарантия $R_c/R \ll 1$) с $R_c/R = \text{const}$ (это выполн. при $D > D_c$ согл. Robert'13) как делает Barker'16 – глупо. $R_c/R \sim 0.7$

(20/I) Sk – radius vs. T

Если взять $A \sim m^{1.8}$, $K \sim m^3$, $D \sim m^\beta$, то $Q \sim m$, $d(T) \sim m^{\beta-1.9}$

Small β ($\beta = 0$) приведет к резкому росту $R_c(T)$ с T, $\beta = 1.8$ (2) даст слабый рост $R_c(T)$, $\beta = 1$ даст сильный рост $R_c(T)$ близкий к simul. Finocchio. Это если $d(0)$, $Q(0)$ – meta stable Sk.

→ **Вывод:** Starting from metastable state Sk at $T=0$ $R_c(T)$ растет тем резче, чем меньше β в $D(T) \sim m^\beta$ законе. Если отбросить ур. Sk–stable state при $T=0$, то только $D(T)$ неверно, с $T\uparrow$ остается в Sk – stable state с R_c – large, $R_c(T) \approx \text{const}$.

Καινούρια file 'Sk-radius vs. H,T — $R_c(H,T)$ + boilerplate theor. + Finocchio

Μεξέτασα + Julian ο reading library ... Ουσ. ε $R_c(H,T)$ + υπόλοιπα Barker PRL '16

E-mail to Zubiaur ο νεότερος comp. Sk-gyromodo paper JPhD. Resolved level 'autonomous'

(21/7) Μελέτησα $R_c(T)$ + παράμετροι Barker '16, πιο Eqs magnetostatics. $R_c(T)$ paper + TP ερμηνεία εξισώσεις Barker $R_c(T)$ + level ν $R_c(0) = \infty$ — $R_c(0) = \text{finite}$ Barker

Νέα συμπεράσματα $R_c(T)$: 1) $M_s \to 0$ at TP, $R_c(T)$ μέγιστο paper + TP; 2) $\zeta = 0$, $R_c(T) = \text{const}$ and Comp.

3) $m \to 0$ $R_c(T)$ χαμηλότερα paper + TP, R_c is small

Βασ εξισώσεις + ζαβολιές κεφ $D(T)$: $D(T) = D(0) m^p(T)$ ποιό μέγεθος p?

Δικό 1D Neel DW ν 2D ferromagnet $\Phi(z=\pm\infty) - \Phi(z) \sim \pi D(T)$ Cis chirality

$W_D = \pi D \int dS \left[\Phi_S' + \frac{1}{\zeta}\sin\Theta\cos\Theta\right] M_S^2 = \pi D M_S^2 \ell_{ex}^2 \int dx \left[\Theta_x' + \frac{1}{\zeta}\sin\Theta\cos\Theta\right]$ $\int_{-\infty}^{+\infty} d(\cdot)$

1) Ομοίως το Julian πλήρως evaluation τεφτ πα EL H.Co. Julian αγνοεί ορ papers

2) Julian ψηφίσεις τελικά. Χαιρετισμός τελ. Library application form + χαιρετισμός

3) E-mail to Mario, Alfredo (Bilbao) χαρές να δούν πα μεγάλ νούμερ + Dy-data, Ερώτ + Sm1

4) Ομοίως Izaskun ο travel δικ Nenad T. Ηλεκτρ μαίλ Izaskun to Nena. Ερωτ appl. form

5) Ηλεκτρ + Ουσ. πα Skyrmion radius vs. T, $R_c(T)$, Πλήρ εξισώσεις

(22/7) Πλήρες paper Sk. stability + Arrantxa + Ricardo πα χλεκάρει $m_z(R)$ signal ζαβολιά Ισορ. Σχεδ μηνύματα τελ version full length Sk-gyromodo paper ζαβ J. Phys D Q1

(23/7) Οδηγ. ο Ricardo St-stability Arrantxa. Ricardo εξετάστ Figs R_c ν $\Delta = f(D)$ b Origin

Ricardo: Simulations V-AV dynamics b CoPd/FeNi patterned films. Δύο νέες γραμμές

+ conf. 2-τ oral talks MMM'2016: CoPd/FeNi ext. skyrmions ν Ukraine - SW - Ivan Vasyuchka

W_m Packed magnetostatics centered (s=0) Neel Skyrmion 22/III

Sk $W_m = W_m^f + W_m^s + W_m^v + W_m^{vs}$, $W_m^f(s=0)$ ν x_m^f — ομοιομορφία ζαβ Bloch ν Neel-Skyrmion

$W_m^s + W_m^v + W_m^{vs} = \frac{\mu_0}{2} \int dk\, k\, f(\beta k) I_s^2(k)$, $I_s(k) = \int_0^{2\pi} ds\, J_1(ks) m_s(s)$ ζαβ $\zeta = 0$ αφαίρεσε

εξαρτήσεις + κανονικές ιδιότητες. // 27-28/III 15η. + κανονικά ζαβ Neel Skyrmion

$W_m^s(0)$, x_m^s, $W_m^{vol}(0)$, x_m^v δεξαναμένα εξαρτήσεις ε W_m^{vs} ν $\xi_3 W_m^{vs}$ (s-side surf. charges)

Βασ ζαβ $W_m(0)$ ν $x \sim \beta$ ν ε νέα ανάλυση, τ.χ. $W_m(\beta)$ ομοιομορφία + ζαβ surf. charges

ζαβ Bloch-Skyrmion ζαβ αξιολόγηση Ζκεν. Büttner Nat. Phys. '15 ε $L = 12$ nm

→ πάμε εξαρτήσεις + packing $x_m^s(\beta)$, $x_m^v(\beta)$ ζαβ Neel Sky'mion ε ζχρε 27-28/III ν 22/III

(24/7) Ξαναμιλήσαμε ε HO. appl. πα library τελ, ηλεκτρονικά ν submitted.

Βρέθηκε τρόπος minor changes πα ζαβρόγ lines. Ηλεκτρ. Secondment agreement

ν ηλεκτρ to Nenad T. ηλεκτρ. τεφτ ο ένα paper ε EL-Hilo ν ηλεκτρ to Julian

Reminder to Tech Sci. Found ο monograph ζα review Sk-project

(25/7) Michal ηλεκτρ simulations $W(R_c)$ static + ζαβ ε R_c για $(6/11)_n$.

Ηλεκτρ + Ουσ. ο bugon Sk - $R_c(T)$. Sk - magnetostatics

Παντού $x_m^s(\beta)$, x_m^v για Neel Skyrmion at finite $\beta = L/R$ (ιν. 27/III 15η, 22/III)

Εκάν face $m_z(\vec{s})$, Side surface $\rho = R$ $m_\rho(\varphi, \vec{s})$ ν Volume $\operatorname{div}\vec{m}(\vec{s})$ charges.

$W_m = W_m^f + W_m^s + W_m^v + W_m^{fs} + W_m^{fv} + W_m^{sv}$ in general

$W_m^{fs} = M_s^2 \int dS \int_{-L/2}^{L/2} dz \int dS' \frac{\vec{m}\cdot\vec{n}(\vec{s}) m_\rho(\vec{s}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int dS_z \sim \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z=\frac{L}{2}} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z=-\frac{L}{2}}$, τ.χ. $\vec{n} = \pm\hat{z}$

$\sim \int_{-L/2}^{L/2} dz' \left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z=L/2} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z=-L/2}\right] = -J_z = 0$ (22/III), $W_m^{fs} = 0$ ηλεκτρονικά

$W_m^{fv} = M_s^2 \int dV \int dS_z \frac{\operatorname{div}\vec{m}(\vec{s}')(\vec{m}\cdot\vec{n}_{z'})(\vec{s}'\vec{s})}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \sim \int_{-L/2}^{L/2} dz \left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z'=L/2} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z'=-L/2}\right] = 0$,

$W^{vs} \equiv 0$ ηλεκτρονικά εν βάση $\vec{m}(\vec{s}')$, Βασικό μυστ $\vec{m} \neq f(\delta)$, τ.ε. thin dot approx.

W_m^f για Neel-Skyrmion = W_m^f Bloch-Sk ν για ηλεκτρονικά. Note: $S_m^v = -\operatorname{div}\vec{m} \cdot M_s$

$W_m^s + W_m^v + W_m^{sv} = \frac{1}{2} M_s^2 \int dS \int_{S-S'=R} dS' \frac{m_\rho(\vec{s}\vec{s}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \frac{1}{2} M_s^2 \int dV \int dV' \frac{\operatorname{div}\vec{m}(\vec{s}')\operatorname{div}\vec{m}(\vec{s}'')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} -$

$- M_s^2 \int dS \int dV' \frac{m_\rho(\varphi,\vec{s})\operatorname{div}\vec{m}(\vec{s}',\vec{s})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$. Β αγγ. M_s^2: $W_m^s = R^2 L \int \frac{dk}{k} f(\beta k) \sum_n J_n^2(k) |I_{sn}(s)|^2$, όχι

$I_{sn}(\vec{s}) = \int_0^{2\pi} ds\, e^{2\pi i n s} m_\rho(\varphi,\vec{s})\big|_{\rho=R}$, $W_m^v = R^2 L \int \frac{dk}{k} f(\beta k) \sum_n |F_{sn}(k\vec{s})|^2$, $F_{sn}(k\vec{s}) = \int ds\, J_n(k\rho) e^{2\pi i n s} \operatorname{div}\vec{m}(\vec{s})$

$\int dV \int ds' \frac{div\vec{m}(\vec{s}'s)\, m_s(w's)}{|\vec{s}-\vec{s}'|} = \int dkk \int d\varphi \int ds \int ds' \int dk' e^{ik(s-s')\cos(\varphi-\varphi')} J_n(ks) J_n(ks')$

$\cdot div\vec{m}(\vec{s}'s)\, m_s(w's) = \left| \int_0^1 \int_0^1 e^{-ik(s-s')} \right| = 2R^2 L \int_0^1 dk\, f(pk) \sum_n \int ds\, ds' \int d\varphi\, e^{in\varphi} J_n(ks) div\vec{m}$

$\cdot \int d\varphi' e^{-in\varphi'} J_n(k) m_s(s'\varphi') = 2R^2 L \int_0^1 dk\, f(pk) \sum_n F_n(k,\varphi) J_n(k) Y^*_n(\varphi)$

$\frac{1}{M_s^2 R^2 L}\left[W_m^s + W_m^v + W_m^{sv}\right] = \int_0^1 dk\, f(pk) \left| J_n^2(k) I_n(s) I_n^*(s) + F_n(ks) F_n^*(ks) - 2 F_n(ks) J_n(k) I_n^*(s) \right|$

(u m, no m,p'): $W_m^s + W_m^v + W_m^{sv} = M_s^2 R^2 L \int_0^1 dk\, f(pk) \left| J_n^2 I_n I_n^* + F_n F_n^* - F_n J_n I_n^* - F_n^* J_n I_n \right|$

(su-vs (sum.)) $|\alpha|^2 + |\beta|^2 - \alpha\beta^* - \alpha^*\beta = (\alpha - \vec{\beta}) \cdot (\alpha^* - \beta^*) = |\alpha - \beta|^2$

$W_m^s + W_m^v + W_m^{sv} = M_s^2 R^2 L \int_0^1 dk\, f(pk) \sum_n |G_n(k,s)|^2$, $G_n(k,s) = J_n(k) I_n(s) - F_n(ks)$, это

обобщает работу W_m - Neel-Sk от 22/III, где взяли $s=0$, centered Skyrmion.

$I_n(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{in\varphi} m_s(s,\varphi,s)$, $F_n(k,s) = \int ds\, ds\, d\varphi\, J_n(ks) e^{in\varphi} div\vec{m}(\vec{s}'s)$

$div\vec{m} = \frac{1}{s}\frac{\partial(sm_s)}{\partial s} + \frac{1}{s}\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} = \frac{\partial m_s}{\partial s} + \frac{1}{s} m_s + \frac{1}{s}\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi}$

$G_n(ks) = J_n(k) \int d\varphi\, e^{in\varphi} m_s(s,\varphi,s) - \int ds\, ds\, d\varphi\, J_n(ks) e^{in\varphi} div\vec{m}(\vec{s}'s) = \int d\varphi\, e^{in\varphi} \left[J_n(k) m_s(s,\varphi) - \int ds\, ds\, J_n(ks)\, div\vec{m} \right]$

$\int ds\, ds\, J_n(ks)\, div\vec{m} = \int ds\, s J_n(ks) \left[\frac{\partial m_s}{\partial s} + a \right] = \int_0^1 ds\, s J_n(ks) \frac{\partial m_s}{\partial s} + \int ds\, J_n(ks) \left[m_s + \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} \right]$

$= \left| \begin{matrix} ds\frac{\partial m_s}{\partial s} = dv \\ u = s J_n(ks) \end{matrix} \right| = s J_n(ks) m_s \Big|_0^1 - \int m_s\, d(s J_n(ks)) + (\ldots)$, $\frac{d}{ds}(s J_n(ks)) = \frac{1}{k}\left(x J_n(x)\right)'$

$= J_n(x) + x J_n'(x) = J_n + x J_n' = x J_{n-1} - n J_n = J_n(x)(n+1) - x J_{n+1}(x)$

$\int ds\, s J_n\, div\vec{m} = s J_n(ks) m_s \Big|_0^1 - \int ds\, m_s \left[(n+1) J_n(ks) - ks J_{n+1}(ks) \right] + \int ds\, s J_n(ks) \left[m_s + \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} \right]$

$= J_n(k) m_s(1,\varphi) - \int ds\, m_s \left[n J_n(ks) - ks J_{n+1}(ks) \right] + \int ds\, s J_n(ks) \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi}$

$G_n = \int d\varphi\, e^{in\varphi} \left[J_n(k) m_s(1,\varphi) - J_n(k) m_s(1,\varphi) + \int ds\, m_s \left\{ n J_n(ks) - ks J_{n+1}(ks) \right\} - \int ds\, s J_n(ks) \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} \right]$

$= \int d\varphi\, e^{in\varphi} \int ds \left[m_s \left\{ n J_n(ks) - ks J_{n+1}(ks) \right\} - J_n(ks) \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} \right]$, Если $n=0$, $s=0$, $\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} = 0$

$G_0 = 2\pi \int ds\, m_s(-ks) J_1(ks) = -2\pi k \int ds\, s J_1(ks) m_s$ и $W_m = M_s^2 R^2 L (2\pi)^2 \int dk\, k \left[\int ds\, s J_1(ks) m_s \right]^2$

$n J_n(x) - x J_{n+1}(x) = \frac{1}{2} x \left[J_{n-1} + J_{n+1} \right] - x J_{n+1} = \frac{1}{2} x \left[J_{n-1} - J_{n+1} \right] = x J_n'$, $J_0' = -J_1$.

$G_n(k\vec{s}') = \int d\varphi\, e^{in\varphi} \int ds \left[ks J_n'(ks) m_s(\vec{s}'s) - J_n(ks) \frac{\partial}{\partial\varphi} m_\varphi(\vec{s}'s) \right]$, $J_n' = \frac{dJ_n(x)}{dx}$

где $\int ds\, s J_n\, div\vec{m} = \int ds\, s J_n \left[\frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}(sm_s) + \frac{1}{s}\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} \right] = \int ds\, J_n \frac{\partial}{\partial s}(sm_s) + \int ds\, J_n \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} =$

$= \left| \begin{matrix} ds\frac{\partial}{\partial s}(sm_s) = dv \\ u = J_n(ks) \end{matrix} \right| = J_n(ks) \cdot sm_s \Big|_0^1 - \int sm_s \frac{dJ_n}{ds} ds + \int ds\, J_n \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi}$

$G_n = \int d\varphi\, e^{in\varphi} \left[J_n(k) m_s(1,\varphi) - J_n(k) m_s(1,\varphi) + \int ds\, s m_s \frac{dJ_n(ks)}{ds} - \int ds\, J_n \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} \right]$

$G_n = \int d\varphi\, e^{in\varphi} \int ds \left[sm_s \frac{dJ_n(ks)}{ds} - J_n \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} \right]$, отсюда G_n через $\int$ по $x = ks$ и $k \frac{dJ_n(x)}{dx} = \frac{dJ_n(ks)}{ds}$

$W_m^s + W_m^v + W_m^{sv} = M_s^2 V \frac{1}{\pi} \int_0^1 dk\, f(pk) \sum_n |G_n(k,\vec{s})|^2$ даже не с m_φ, m_s - обычная Вуда, но $m \neq f(\varphi)$.

(подгонка для Neel Skyrmion). $div\vec{m} = 2Re \frac{\partial m_+}{\partial z} = \frac{4}{c} \frac{\cos\varphi_0}{\left[1 + \frac{1}{a^2}|\vec{s}-\vec{s}'|^2\right]^2}$, $f(z) = \frac{e^{i\varphi_0}}{a}(z-s)$

$m_+ = m_x + im_y = \frac{2f(z)}{1+|f|^2}$, $div\vec{m} = 2Re \frac{\partial}{\partial z} \frac{2f(z)}{1+f\bar{f}} = 2Re \frac{f'(1+|f|^2) - 2f^2\bar{f}}{(1+f\bar{f})^2} = 4Re \frac{f'}{(1+f\bar{f})^2}$

$div\vec{m} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2} Re \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2} Re \frac{1}{a} e^{i\varphi_0} = \frac{4}{a} \frac{\cos\varphi_0}{(1+f\bar{f})^2}$, $div\vec{m} = 0$, если $B(x,k,s,\varphi_0 = \pm\frac{\pi}{2}) = 0$

Возьмем $\int d\varphi(\ldots)$ & $G_n(k,\vec{s})$, $\int d\varphi\, e^{in\varphi} m_s(\vec{s}'\vec{s}) = J_s$ и $\int d\varphi\, e^{in\varphi} \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi}(\vec{s}'\vec{s}) = J_\varphi$

$J_s(s,\vec{s})$ или $s=1$ side surf. cross-section 27/III 157.

$m_s = m_x \cos\varphi + m_y \sin\varphi = \vec{m}\cdot\hat{s}$, $m_+ + im_y = \frac{2f(z)}{1+f\bar{f}}$, $f(z) = \frac{1}{a}(z-s)$ for Neel-Sk ($\varphi_0 = 0$).

$f(z) = tg\frac{\theta}{2} e^{i\Phi}$, $\Phi = \Phi_0 + \varphi = \varphi$ ($s=0$), $m_s = \sin\theta\cos(\Phi-\varphi)$, $m_\varphi = \sin\theta\sin(\Phi-\varphi)$

$\Phi = \arctg\frac{(y-s_y)}{(x-s_x)} = \Phi(\vec{s}'\vec{s})$, $m_x + im_y = \frac{2}{1+f\bar{f}}(z-s) = \sin\theta e^{i\Phi}$, $\cos\varphi = \lambda(x-s_x)$,

$tg\varphi = \frac{(y-s_y)}{(x-s_x)}$ дает rigid Sk-model. $\Phi(\vec{s}) = \Phi(0) + \frac{\partial\Phi}{\partial\vec{s}}\vec{s} + O(s^2) = \varphi + \delta\Phi(\vec{s})$, $\sin\delta\varphi = \lambda(y-s_y)$,

$m_s = \sin\theta\cos(\Phi-\varphi) = \sin\theta\cos(\delta\Phi) = \sin\theta\left[1 - \frac{1}{2}(\delta\Phi)^2\right] = \sin\theta(s) - \frac{1}{2}\sin\theta_0(\delta\Phi)^2$

$m_\varphi = \sin\theta\sin(\Phi-\varphi) = \sin\theta\sin\delta\Phi = \sin\theta(s)\delta\Phi$, $G_n^2 \sim m_s^2, m_s m_\varphi, m_\varphi^2$

$\delta\Phi \sim \vec{s}$, $m_\varphi \sim s$, $m_\varphi^2 \sim s^2$, $m_\varphi m_s \sim s\sin^2\theta(s)$, $m_s^2 = \sin^2\theta(s) - \sin^2\theta_0(\delta\Phi)^2$

$m_\varphi m_s \sim \sin^2\theta\,\delta\Phi(1 - \frac{1}{2}\delta\Phi^2) \approx \sin^2\theta(s)\delta\Phi$. Надо $\sin^2\theta(s)$ разложить до $\vec{s}$.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

$W_m^S + W_m^V + W_m^{SV} = M_S^2 V \frac{1}{\pi} \int \frac{dk}{k} f(pk) \left[G_0^2 + 2G_1^2 \right] = \frac{M_S^2 V}{\pi} \int \frac{dk}{k} f \left[(qrk)^2 \left[\int dqq J_1 \sin\theta_0 \left(1 - \frac{1}{4}\frac{S_x^2}{S_z^2}\right) \right]^2 + \right.$

$\left. + 2 \left(\frac{2\pi}{c}\right)^2 S_x^2 k^2 \left[\int dq \frac{q}{(1+q^2/c^2)^2} \mathcal{F}(kq) \right]^2 \right]$, $\int dqq J_1 \sin\theta_0 \left(1 - \frac{1}{4}\frac{S_x^2}{S_z^2}\right) = \int dqq J_1 \sin\theta_0 -$

$- \frac{S_x^2}{4} \int \frac{dq}{q} J_1 \sin\theta_0$, $[\dots]^2 = \left[\int dqq J_1 \sin\theta_0 \right]^2 - \frac{1}{2} S_x^2 \left[\int dqq J_1 \sin\theta_0 \right] \left[\int \frac{dq}{q} J_1 \sin\theta_0 \right]$

$W_m(NaCl\,sk) = 4\pi M_S^2 V \int dk\, k f(pk) \left[\left[\int dqq J_1 \sin\theta_0 \right]^2 - \frac{1}{2} S_x^2 \left[\int dqq J_1 \sin\theta_0 \right] \left[\int \frac{dq}{q} J_1 \sin\theta_0 \right] + \right.$

$\left. + \frac{2}{c^2} S_x^2 \left[\int dq \frac{q}{(1+q^2/c^2)^2} \mathcal{F}(kq) \right]^2 \right]$

$\mathcal{F}(kq) = J_0(kq) + \frac{q^2}{c^2} J_2(kq)$, $\sin\theta_0 = \frac{2cq}{(q^2+c^2)} = m_S (q=0)$, $W_m (s=0) = 4\pi M_S^2 V \int dk\, k f \left[\int dqq J_1 m_S \right]^2$ (см. с. 22/III)

$W_{m1}(s) = W_m(0) + \frac{\chi_m}{2} s^2$,

$\chi_m = 4\pi M_S^2 V \int dk\, k f(pk) \left[\frac{4}{c^2} \left[\int dq \frac{q}{(1+q^2/c^2)^2} \mathcal{F}(k,q) \right]^2 - \left[\int dqq J_1(kq) \sin\theta_0 \right] \left[\int \frac{dq}{q} J_1(kq) \sin\theta_0 \right] \right]$

Neel sk

$\chi_m = 4\pi M_S^2 V \cdot \frac{4}{c^2} \int dk\, k f(pk) \left\{ \left[\int_0^1 dq \frac{q}{(1+q^2/c^2)^2} \mathcal{F}(k,q) \right]^2 - \left[\int_0^1 dqq^2 \frac{J_1(kq)}{(1+q^2/c^2)} \right] \left[\int_c^1 dq \frac{J_1(kq)}{(1+q^2/c^2)} \right] \right\}$

(no stiffness due to surface + volume magnetostatics для Neel-Skyrmion in rigid Hugo Gobelsk χ_m^S из-за force (f) charges, χ_m^V одинаково для Bloch- Sk-model и Neel-sk.

26/X Переписка с B.Ivanov (Conf. Ann., Mr), O.Tretiakov ($R_c(T)$), Acc. (Pannonia grant). Онлайн доп. Arambasic за 2015 и Jan.-Apr. 2016 – 118 €. Реш. PRB-Vol 94 приглашение на "topol. Conf & Natal, Brasil, 2018. E-mails to JMMM, Fried. Послан invitation letters Sol-SkyMag '17 to 17 persons. Updated inv. speakers list.

27/X Заполнил, signed и послан to Izabela Secondment agreement на O.Tartakivska. Заполнил evaluation of papers M.El-Hilo и послан to Julian. Лит. обзор Skyrmions. P.Fischer и O.Chubykalo-Fesenko сога. to present invited talks Sol-SkyMag 2017.

28/X Ann. Soc. Sci. 288.02 € пора за Oct. 2016. Послан 16 нояб. invited talks SolSkyMag. J.Akerman, G.Finocchio, H.Ding, C.Montagis согласились to present inv. talks.

29/X Реш. PRB – Friend. Анализ W_m Neel Skyrmion by Zukhra.

30/X Papers

1) Skyrmion TM с уравн. W_m – J.Ph.D. – вкл. W_m^{Neel}, построить $W_G(d)$, $W_G(R)$ at finite β
2) Sk-stability Arantxa – text, решить с энергиями, Figs. Aurelio
3) Sk-mass Ivanov + b.cond., stability; (2) Vortex review JMMM
4) Large vortex M(H) Meite – эксп. new dot arrays
5) Sk-radius $R_c(T)$, $R_c(H)$ – Finocchio, Acc. – построить MPD d-Q
6) Artificial Skyrmions in CoPd/Py bilayer patterned films – Kakazei

---

В Gus Mag.Lett 16 использовано решение $f(z) = e^{i\Phi_0} \frac{z}{c}$ – BP ansatz в RSM, $z \to z-s$ for dynamics. Non-BP sol.

Это не обязательно, т.к. BP ansatz хорошо для малых $c = R_c/R$.

Для больших $c = \frac{R_c}{R}$ нужно $tg\frac{\Theta}{2} = e^{P(s-R_c)/\Delta}$ или $tg\frac{\Theta}{2} = \left(\frac{s}{R_c}\right)^P e^{P(s-R_c)/\Delta}$ – DW ansatz or Shoka's ansatz. $\cos\Theta(0) = P = \pm 1$.

Пусть $P=+1$. $s/\Delta = \frac{s}{R}\frac{R}{\Delta} \to \lambda s$, $\frac{R_c}{\Delta} \to \lambda c$. $tg\frac{\Theta}{2} = e^{\lambda(s-c)}$ и $tg\frac{\Theta}{2} = \frac{s}{c} e^{\lambda(s-c)}$, $\lambda = \frac{R}{\Delta}$.

$s = |z|$, $z = s e^{i\varphi}$. $f(z) = tg\frac{\Theta}{2} e^{i\Phi} = tg\frac{\Theta}{2} e^{i(\Phi_0 + \varphi)}$, $\Phi_0 = c\frac{\pi}{2}$ – Bloch sk

$\to tg\frac{\Theta}{2} = F(s)$ – universal func. $f(z) = F(s) e^{i\Phi_0} e^{i\varphi} = \frac{z}{s} F(s) e^{i\Phi_0}$ $\Phi_0 = 0, \pi$ – Neel sk

т.о. $f(z) = e^{i\Phi_0} z \frac{F(s)}{s}$. BP $F(s) = \frac{s}{c}$, DW $F(s) = e^{\lambda(s-c)}$, Shoka $F(s) = \frac{s}{c} e^{\lambda(s-c)}$ и

приведена к BP-ansatz не обязательно. Rigid sk-dynamics $z \to (z-s)$ $s = |z|$

я использовал Shoka ansatz $F(s) = \frac{s}{c} e^{\lambda(s-c)}$ для расчета Skyrmion d-Q MPD.

$W_{ex} = \frac{8AL^2}{(1+f\bar{f})^2} \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|^2$, $\vec{W}_z = \frac{4D}{(1+f\bar{f})^2} \frac{\partial f}{\partial z}$ → уравнения из W_{ex}, $\vec{W}_z$ Eq.(3) [Thiaville Gus. Mag. Lett.

Здесь $z = x + iy$ безразмерное, удобнее z в ед. R, $z = \frac{1}{R}(x+iy)$ и $z \to (z-s)$, $s = \frac{x}{R}$.

$\frac{\partial f}{\partial z} = e^{i\Phi_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(z F_1(|z|) \right) = e^{i\Phi_0} \left[F_1 + z \frac{\partial F_1(|z|)}{\partial z} \right] = e^{i\Phi_0} \left[F_1 + z \frac{\partial F_1(u)}{\partial x} \frac{\partial |z|}{\partial z} \right]$

$z \frac{\partial |z|}{\partial z} = z \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{z\bar{z}} = z\sqrt{z} \frac{1}{2\sqrt{z}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{z}{\bar{z}}} = \frac{1}{2}\frac{z}{|z|}$, $F_1(s) = \frac{1}{s} F(s)$, $\frac{\partial f}{\partial z} = e^{i\Phi_0} \frac{1}{s} \left[F + s \frac{\partial F_1}{\partial s} \frac{1}{2} \frac{z}{s} \right]$

$\frac{\partial f}{\partial z} = e^{i\Phi_0} \frac{1}{s} \left[F + \frac{1}{2} \frac{z}{s} (F_s' - \frac{1}{s} F) \right]$ или $\frac{\partial f}{\partial z} = e^{i\Phi_0} \left[F_1 + \frac{1}{2} \frac{z}{s} F_1' \right]$, $\left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|^2 = F_1^2 + \frac{1}{4}(F_1')^2 + F_1 F_1' \cos\varphi$

Бицино $\frac{\partial f}{\partial z} \sim \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|^2$ решено тем $F_1' = 0$, $F_1(s) = \text{const}$, $F(s) = \frac{s}{c}$ - BP solution.

Interface DMI (Neel Sk, $\Phi_0 = 0$): $W_D^x = \mathrm{Re}\,\vec{w}_D = \frac{4D}{(1+|f|^2)^2} \mathrm{Re}\frac{\partial f}{\partial z} = \left(F_1 + \frac{1}{2}F_1'\cos\varphi\right)\frac{4D}{(1+|f|^2)^2}$

Bulk DMI (Bloch Sk, $\Phi_0 = \pi/2$) $W_D = \mathrm{Im}\,\vec{w}_z = (\cdot)\,\mathrm{Im}\, e^{i\frac{\pi}{2}}\left[F_1 + \frac{1}{2}e^{-i\varphi}F_1'\right] = \left(F_1 + \frac{1}{2}\cos\varphi F_1'\right)(\cdot)$.

$W_D^x = W_D = \frac{4D}{(1+|f|^2)^2}\left(F_1 + \frac{1}{2}F_1'\cos\varphi\right)$ как и должно быть. $F_1(s) = \frac{1}{s}F(s)$.

Если Skyrmion is centered ($c=0$), $|f|^2 = F^2(s)$, $W_D^x = W_D = \frac{4D}{(1+|f|^2)^2}F_1(s)$ - DMI en. density.

Exch. energy density $W_{ex}(c=0) = \frac{8A}{(1+|f|^2)^2}\left[F_1^2 + \frac{1}{4}(F_1')^2\right]$, т.к. $\cos\varphi$ исчезает в $\lim_{(c=0)}\int d^2s$.

$\mathrm{div}\vec{m} = \frac{4}{(1+|f|^2)^2}\mathrm{Re}\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{4}{(1+|f|^2)^2}\mathrm{Re}\left[e^{i\Phi_0}F_1 + \frac{1}{2}e^{i(\Phi_0-\varphi)}F_1'\right] = \frac{4}{(1+|f|^2)^2}\left[\cos\Phi_0 F_1 + \cos(\Phi_0-\varphi)\frac{F_1'}{2}\right]$

Bloch Sk ($\Phi_0 = \pi/2$) $\mathrm{div}\vec{m} = \frac{2\sin\varphi}{(1+|f|^2)^2}F_1'(s)$, Neel-Sk ($\Phi_0 = 0$) $\mathrm{div}\vec{m} = \frac{4}{(1+|f|^2)^2}\left[F_1 + \frac{1}{2}\cos\varphi F_1'\right]$

Вывод Bloch-Sk $\mathrm{div}\vec{m} \neq 0$ и даже $W_m^B(s)$ сохраняет BP case $F_1' = 0$. $W_m^N(s)$ также сохраняет если $F_1(s) = \frac{1}{s}F(s)$ within DW or Skyrm approximation.

Вывод: можно использовать не BP-ansatz для $f(z)$, но тогда даже в статике возникает дополнительная магнитостатическая $W_m(s)$. $f(z) = e^{i\Phi_0}z\,F_1(s)$ обеспечивает BP ansatz

Недостаток $f(z) = e^{i\Phi_0}z\,F_1(|z|)$ ansatz, $f(z)$ не есть analytic, $f(z) = u(z,\bar{z})$, т.е. для W_{ex} и W_D надо пересчитать.

Посчитать $W_{G-}(d)$ и $W_{G-}(R)$, минуя $c_0(d,R)$ из static equations и отдельно для Bloch и Neel-Skyrmions. $W_m^B(s)$ и $W_m^N(s)$ разные с аналитическим BP ansatz, the simplest one. // at $\beta = L/R$ finite.

Static Bloch Sk: $\frac{W(c)}{(4\pi M_s^2 V)} = \frac{4}{\pi^2}\frac{\left(1+\frac{1}{2}d\pi c\right)}{(1+c^2)} + 2Qc^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right] + W_m^B(\beta,c)$ - даст c_0

$W_m^B(\beta,c) = \frac{1}{\beta}\int dk\left[1-e^{-\beta k}\right]I_z^2(k)$, $I_z(k) = \int_0^1 ds\,s\,J_0(ks)\,m_z(s,c)$, $z = R/\ell_{ex}$

$W_m^B(\beta\to 0,c) = \int dk\,k\int ds\,s\,J_0(ks)\int m_z(s)\int ds'\,s'\,J_0(ks')\,m_z(s') = \int_0^R ds\,s\,m_z^2(s) = \int_0^R ds\,s\cos^2\theta$

$W_a = K\int_0^R 2\pi\,ds\,s\sin^2\theta$, $\frac{1}{(4\pi M_s^2 V)}W_a = \frac{2\pi LK}{2\cdot\pi R^2 L\cdot 2\pi M_s^2}\int_0^R ds\,s\sin^2\theta = \frac{1}{2}\int_0^R ds\,s\sin^2\theta = W_a$.

$W_m^B(\beta\to 0) = \int_0^R ds\,s\left(1-\sin^2\theta\right) = \int_0^R ds\,s - \frac{1}{2}\int_0^R ds\,s\sin^2\theta$, $W_a + W_m = (Q-1)\int_0^R ds\,s\sin^2\theta + \frac{1}{2}$ при $\beta\to 0$.

Здесь $z = R/\ell_{ex}$, $d = D\ell_{ex}/A$, $\ell_{ex}^2 = A/(2\pi M_s^2)$ как в Arrott-stability MS.

$\ell_{ex}^2 = \frac{1}{4\pi}L_e^2$, $L_e^2 = 2A/M_s^2$. $\frac{1}{\pi^2} = \frac{\ell_{ex}^2}{R^2} = \frac{1}{4\pi}\frac{L_e^2}{R^2}$ при $z = \frac{R}{L_e}$. $d = \frac{2D\ell_e}{A}$ как в Arrott, Lett.

$\omega_{G-}(c) = \omega_M\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[-Q(1-c^2) + \frac{1}{\pi^2 z^2}\left(\frac{1}{2}z|d|c-1)\right)\right] + \Delta\omega_G(c,\beta)\Big|_{c=c_0(R,d,Q,\beta)}$

$\Delta\omega_G(c,\beta) = \omega_M(1+c^2)\left[\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta) + \frac{2}{c^2\beta}\int dk\left(1-e^{-\beta k}\right)F(k,c)\right]$, $F(k,c)$ - см. MS file с вывода.

$\Delta\omega_G(c,\beta) = \frac{1}{4}\omega_M(1+c^2)\,\pi_m(c,\beta)$, $\Delta\omega_G(c,\beta\to 0) = \frac{1}{4}\omega_M(1+c^2)\cdot\frac{4c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3} = \omega_M\frac{c^2}{(1+c^2)^2}(1-c^2)$

пропорц. к $(1-Q)(1+c^2)$ term в $\omega_G(c,\beta\to 0)$, т.е. даст $Q\to Q-1$.

Т.е. учёт magnetostatics at finite β сдвигает к new c_0 и более сложной $\omega_G(c)$.

Сохраним параметры Buettner'15: $Q = 0.86$, $L_e = 14.5$ nm, $\omega_M = 43.5$ GHz как в Mag. Lett.

но берем finite d ($d = 2.9,\ 5.8$), $R = 275$ nm и $R = 150$ nm и $L = 12$ nm.

$\beta_1 = \frac{12\,\mathrm{nm}}{275\,\mathrm{nm}}$ и $\beta_2 = \frac{12\,\mathrm{nm}}{150\,\mathrm{nm}}$, $\beta_1 = 0.0436$ и $\beta_2 = 0.08$ для $\omega_G(d)$ - plot для $R = \text{const}$

$L = 12$ nm для $\omega_G(R)$ plot для $d = \text{const}$, $\omega_G = \frac{1}{2}(R, L/R)$ $R = 150, 275$ nm.

Figs. 2a, 2b Mag. Lett., $\omega_G(z)$, $\omega_G(d)$ для $\beta\to 0$ построены сначала 16/17 в Skyrm. rad-gyrotrop. $Q = \frac{H_a}{4\pi M_s}$

Static Bloch-Sk: $\frac{1}{4\pi M_s^2 V}W(c) = \frac{1}{\pi^2 z^2}\frac{\left(1+\frac{1}{2}d\pi c\right)}{(1+c^2)} + 2Q\,f_a(c) + W_m^B(\beta,c)$, $z = \frac{R}{L_e}$.

$f_a(c) = c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right]$

$\frac{\partial W_m^B}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\frac{1}{\beta}\int dk\left(1-e^{-\beta k}\right)I_z^2(k,c) = \frac{2}{\beta}\int dk\left(1-e^{-\beta k}\right)I_z(k,c)\frac{\partial I_z}{\partial c}(k,c)$

$\frac{\partial I_z}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\int_0^1 ds\,s\,J_0(ks)\,m_z(s,c) = \int_0^1 ds\,s\,J_0(ks)\frac{\partial m_z}{\partial c}$, $\frac{\partial m_z}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}p\left(\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}\right) = \frac{4cs^2}{(c^2+s^2)^2}\cdot p$

$\frac{\partial I_z}{\partial c} = 4pc\int_0^1 ds\,s\,J_0(ks)\frac{s^2}{(c^2+s^2)^2}$, $I_z(k,c) = p\int_0^1 ds\,s\,J_0(ks)\left(\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}\right)$, W_m^B на Zaburun $m_p = \pm 1$.

Mathcad "skyrmion-radius-gyrotrop.mcd" дает $c_0 \approx 0.5$ для $\beta = 0.0436$ и 0.08 - что equil. со смещением по фазовому с $\beta\to 0$ расчетом. BP ansatz более точен, чем finite β(!)

Escaneado con CamScanner

Vzor $W_m(\beta)$ pro $Q<1$ ($Q=0.86$ v platinu) nám umožní $W_G(R)$, $W_G(d)$. Zatím nemáme zjednodušené vzorce pro $W_m(\beta)$ pro $\beta \to 0$ [Mag Lett '16], ale už pro $10-20°$ bývá $L = 12$ nm [Büttner '15].

(31/X) Gruber + Nikolov informační iniciativa Sol-SkyMag'2017.

Pro $\beta \to 0$ a $Q>1$, $Q = 1+\varepsilon$, Závěr 16/IX, že $c_0 \sim 0.01-0.03$ a min $W(c)$ hluboké pro $c<1$.

Pro any $Q>1$ ($\beta \to 0$) BP ansatz 16/IX dává $a'_G(c_0) < 0$. (ale pro $\Delta W_G^m(c,\beta) \geq 0$ zřejmě min. energy nemůže nastat). $Q = 1.1$ dává $c_0(R) = 0.01-0.06$, pro $W_G(c_0) = 12-15$ GHz analyticky dělám už - Za proměnnou $I_1(k,c) = \int_0^1 dx\, J_0(kx) \frac{(x^2-c^2)}{(x^2+c^2)^3}$ pro $c \to 0$. I_1 bývá blízko $F(k,c)$ - eq. for face magnetic charges. Domnívám $Q = 1.01$ a $c_0 = 0.05-0.2$ dává strange $W_G(c_0) > 10$ GHz. Bez práce $Q>1$ case, bezpečnější $Q = 0.86$.

Implementace parametru MathCad skyrmion radius a W_G jsou BP-Bloch skyrmion, $Q<1$. Nové formát Figs. $R_a(R,d)$ a $W_G(R,d)$ jsou JPhD paper + Zakhvalinka.

(1/XI) Revised W_G - Sky'mion MS - JPhD beze změn Figs + $W_m(s)$ - Neel Sky'mion, + update file to Zakhvalinka. Nejnovější Figs. + Arandia skyrmion stability paper - gonobojmuna + Ruiz send it to JMMM.

(2/XI) Reference + Iñaki Ikerbasque - nedostal jsem info o SolSkyMag'16 + 17 + article "Diario Vasco" Green's Evaluation of 5 various papers by El-Hilo + volání to Julian.

Mezinárodní file by Michal - two-energy min $E(R_c)$, Neel Sky'mion + různé jiné zjednodušení pro jaká $R_{c1}/R \sim 0.01$, $R_{c2}/R \sim 0.5$ ve 3-D magneto statics at finite L/R. Statics Neel-Sk

→ Michal Simulated 5-Layer dot $Co/N/Co/N/Co$, $d_{Co} = 0.7$ nm, $d_N = 2.1$ nm, $R = 500$ nm

Mag. parameters: $M_S = 1360$ G, $A = 14.8$ pJ/m, $K_u = 1.8 \cdot 10^6$ J/m^3, $D = 2.4-3.6$ mJ/m^2.

$$Q = \frac{K_u}{2\pi M_S^2} = \frac{18.0 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^3}{2\pi \cdot (1{,}36)^2 \text{ G}^2 \cdot 10^6} = 1{,}55;\quad Q>1,\quad l_{ex} = \sqrt{\frac{1.48 \cdot 10^{-6}}{2\pi} \frac{1}{1{,}36 \cdot 10^3}} = 3{,}57 \text{ nm}$$

Sheka's ansatz $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{-f(r)}$, $f(r) = \ln\frac{r}{r_c} + \xi^2(r-r_c)$, $\xi^2 = Q-1$, $\cos\Theta = \operatorname{th} f$, $\sin\Theta = \frac{1}{\operatorname{ch} f}$.

$$\frac{1}{4\pi M_S^2 V} W_m = \frac{1}{\beta}\int dk\,(1-e^{-\beta k}) I_z^2(k) + \int dk\, k\, f(\beta k)\, I_\varrho^2(k)$$

$$\begin{cases} I_z(k) = \int_0^1 d\varrho\, \varrho\, J_0(k\varrho)\, m_z(\varrho) \\ I_\varrho(k) = \int_0^1 d\varrho\, \varrho\, J_1(k\varrho)\, m_\varrho(\varrho) \end{cases}$$

$r = s/l_{ex}$, ϱ & eq. R & outputs $I_{z,\varrho}(k)$.

$$f(r) = \ln\frac{r}{r_c} + \xi^2(r-r_c) = \ln\frac{\varrho}{l_{ex}}\frac{l_{ex}}{R_c} + \xi^2\frac{1}{l_{ex}}(\varrho - R_c) \to f(\varrho) = \ln\frac{\varrho}{c} + \xi^2\frac{R}{l_{ex}}(\varrho - c),\quad \varrho \to \varrho/R,\ c = R_a/R$$

$m_z(\varrho) = \cos\Theta(\varrho)$, jsou Neel skyrmion $m_\varrho = \sin\Theta$. ($m_\varphi = 0$) $m_\varphi = \sin\Theta\cos(\Phi - \psi) = \sin\Theta$, $\Phi = \varphi$.

$W_m(r_c) = W_m(c) > 0$, jak vzal $W_m(c)$ zatímco $c \to ?$

MathCad jsou ("Neel-Sk-R_a.mcd" file) ① $W_m(c)$ a mělce min v/m $c \approx 0.7-0.8$, a ne jsou $c = R_a/R$ mocnou!

② W_m omezen by W_m^{face}. ③ $W_m^{on} = \int_0 d\varrho\, \varrho\, m_z^2(\varrho)$ Rovnají bývá $W_m^{face}(\beta \to 0)$

$\lim_{\beta\to 0} W_m^{face}(\beta) \neq W_m^{on\,sym}(\beta = 0)$

$$\frac{1}{(\cdot)} W_m^B = \frac{1}{\beta}\int dk\,(1-e^{-\beta k}) I_z^2(k) = \frac{1}{\beta}\int dk\,(1-e^{-\beta k}) \int_0^1 d\varrho\,\varrho\, J_0(k\varrho) m_z(\varrho) \int_0^1 d\varrho'\,\varrho'\, J_0(k\varrho') m_z(\varrho')$$

$$\frac{1}{(\cdot)} W_m^B = \int d\varrho\,\varrho \int d\varrho'\varrho'\, g(\varrho,\varrho') m_z(\varrho) m_z(\varrho'),\quad g(\varrho\varrho') = \frac{1}{\beta}\int_0^\infty dk\,(1-e^{-\beta k}) J_0(k\varrho) J_0(k\varrho') \sim g_{zz}(\varrho\varrho')$$

W_m^B - nadbytečný člen v W_m^N, nejde nalézt analyticky, umí vyřešit jen $\int dk\, k f(\beta k) I_\varrho^2(k)$.

v/m $\beta \to 0$ $g(\varrho\varrho') = \int_0^\infty dk\, k\, J_0(k\varrho) J_0(k\varrho') = \frac{1}{\varrho}\delta(\varrho - \varrho')$, $g(\varrho\varrho') = (-\nabla^2)^{-1} g_{zz}(\varrho\varrho')$. Cm. Conway IE^{3}TM'01.

(3/XI) C 10 na interview + Adonin, Lidl' Brotka.

Conway'ovci jsou uvedeny $I_{\lambda\mu\nu}(R,z,|z|) = \int_0^\infty dk\, k^\lambda J_\mu(kR) J_\nu(kz) e^{-k|z|}$

$$g(\varrho\varrho') = \frac{1}{\beta}\int_0^\infty dk\,(1-e^{-\beta k}) J_0(k\varrho) I_0(k\varrho') = \frac{1}{\beta^3}\left[I_{oco}(\varrho,\varrho',0) - I_{oco}(\varrho\varrho',\beta)\right]$$

$$I_{oco}(\varrho,\varrho',|z|) = \frac{\varkappa}{\pi\sqrt{\varrho\varrho'}} K(\varkappa),\quad \varkappa^2 = \frac{4\varrho\varrho'}{(\varrho+\varrho')^2 + z^2};\quad I_{o\varphi 1}(\varrho\varrho'|z|) = \frac{1}{\pi\varkappa c\sqrt{\varrho\varrho'}}\left[(2-\varkappa^2)K(\varkappa) - 2E(\varkappa)\right]$$

$$g_{\varrho\varrho}(\varrho\varrho') = \int dk\, k f(\beta k) J_0(k\varrho) J_1(k\varrho') = \frac{1}{\varrho}\delta(\varrho-\varrho') - \frac{1}{\beta}\left[I_{o11}(\varrho\varrho',0) - I_{o11}(\varrho\varrho',\beta)\right]$$

$$\frac{1}{(\cdot)} W_m = \int d\varrho\,\varrho \int d\varrho'\varrho'\, g(\varrho\varrho') m_z(\varrho) m_z(\varrho') + \int d\varrho\,\varrho \int d\varrho'\varrho'\, g_{\varrho\varrho}(\varrho\varrho') m_\varrho(\varrho) m_\varrho(\varrho').$$ Pr. $g_{\varrho\varrho}(\varrho\varrho')$ jsou v. uklon u surface charges

Escaneado con CamScanner

Метод 2D Ф.Грина $g_{\beta\beta}(ss')$ удобнее для W_m-расчета, т.к. автом-ки учит. Volume и Surface charges

Метод $g_{\beta\beta}(ss')$ удобнее только для Neel skyrmions, где vol. charges $\neq 0$ → нет их в W_m.

$$\frac{1}{(\cdot)} W_m^N = \frac{1}{\beta}\int_0^1 ds_s \int_0^1 ds_s' s' \left[I_{oo}(ss',z)\, m_z(s) m_z(s') + \frac{\beta}{s}\delta(s-s') - I_{on}(ss'z)\, m_s(s) m_s(s') \right]_{t=\beta}^{z=0}$$

$$\lim_{\beta\to 0} g_{\beta\beta}(ss') = \frac{1}{\beta}\left[I_{oo}(ss'z)\Big|_\beta^0 \approx \frac{1}{s}\delta(s-s') \right. \qquad m_s^2(s)$$

$$(\cdot)^{-1} W_m^B = \frac{1}{\beta}\int_0^1 ds_s \int_0^1 ds_s' s' \; I_{oo}(ss'z)\Big|_\beta^0 \, m_z(s) m_z(s') \quad \text{— такой интеграл удобен численно (сильное убывание ядра)}$$

g-метод расчета W_m^B работает медленно, $\int_0^{k_m} dk(\ldots)$ м.б. k_m т.к. нет $\int_0^\infty dk(\ldots)$.

подобен при $\beta \ll 1$ и при k_m большом. При $k_m = 100$ $W_m^B(\beta) \xrightarrow[\beta\to 0]{}$ сходится к $W_m^{film}(\beta=0)$

Интегралы $\int_0^1 dk(\ldots)$, а в $\int_0^{k_m} dk(\ldots)$ нужно k_m дает большую точность, но большие $k_m = 500, 1000$.

При росте $\beta = \frac{1}{R}$ $\min W_m(c)$ все глубже и сильнее к началу „c".

File „Skyrmion-mass.mcd" где $E(R_c)$, $E(R_c, m)$, граф. ур. для M_V — нередко установлены с А., что он неверно записывается при начале Wifi-card. открывается.

13/5 $$W[\Theta] = (Q\pi AL)\int_0^{R/l_{ex}} dr\, r\left[(\Theta_r')^2 + \frac{1}{r^2}\sin^2\Theta + (Q-1)\sin^2\Theta + d\left(\Theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right], \quad r = \frac{s}{l_{ex}}$$

сейчас $W_m = (4\pi M_s^2 V)\int_0^1 ds_s \int_0^1 ds_s' s' \, g(ss')\, m_z(s) m_z(s')$ в другой нормировке с $r = \frac{s}{R}$.

$(Q-1) \to Q$, т.к. magnetostatics учит. отдельно.

$$W[\Theta] = \int dV \left[A\left\{(\Theta_s')^2 + \frac{1}{s^2}\sin^2\Theta\right\} + K\sin^2\Theta + D\left(\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right] =$$

$$= 2\pi L\int_0^1 ds_s \left[A\{\ldots\} + K\sin^2\Theta + D\left(\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right] = \left| r = \frac{s}{R} \right| = 2\pi R^2 L\int_0^1 dr\, r \left[\frac{A}{R^2}\left\{(\Theta_r')^2 + \frac{\sin^2\Theta}{r^2}\right\}\right.$$

$$\left. + K\sin^2\Theta + \frac{D}{R}\left(\Theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right] = 2V\cdot 2\pi M_s^2 \int_0^1 dr\, r\left[\frac{A}{2\pi M_s^2 R^2}\{\ldots\} + Q\sin^2\Theta + \frac{D}{2\pi M_s^2 R}\left(\Theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right] =$$

$$= (4\pi M_s^2 V)\int_0^1 dr\, r\left[\frac{l_{ex}^2}{R^2}\left\{(\Theta_r')^2 + \frac{1}{r^2}\sin^2\Theta\right\} + Q\sin^2\Theta + \frac{D l_{ex}}{A}\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)\left\{\Theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right\}\right], \quad d = \frac{2 l_{ex}}{A}$$

$$\frac{1}{(4\pi M_s^2 V)}\frac{W_{ex}}{r = s/R} = \int_0^1 dr\, r\left[\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)^2\left\{(\Theta_r')^2 + \frac{1}{r^2}\sin^2\Theta\right\} + Q\sin^2\Theta + d\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)\left\{\Theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right\}\right] + \frac{W_m}{(4\pi M_s^2 V)}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{-f(r)}, \quad f(r) = \ln\frac{r}{c} + \zeta\frac{R}{l_{ex}}(r-c), \quad \cos\Theta = \operatorname{th} f(r), \quad \sin\Theta = \frac{1}{\operatorname{ch} f(r)}; \quad r = s/R \in [0,1], \quad c = R_c/R$$

$\Theta_r' = -\left(\zeta + \frac{1}{r}\right)\sin\Theta$ при $r = R/l_{ex}$. Теперь $\Theta_r' = -\frac{R}{l_{ex}}\left(\zeta + \frac{l_{ex}}{rR}\right)\sin\Theta$ при $r = s/R$.

$$\Theta(r) = 2\operatorname{arctg} e^{-f(r)}, \quad \Theta_r' = 2\frac{1}{1+e^{-2f}} e^{-f}\left(-\frac{\partial f}{\partial r}\right) = \frac{1}{\operatorname{ch} f}\left(-\frac{\partial f}{\partial r}\right) = \sin\Theta\cdot\left(\frac{1}{r} + \zeta\frac{R}{l_{ex}}\right)(-1)$$

$\Theta_r' = -\left(\frac{\zeta R}{l_{ex}} + \frac{1}{r}\right)\sin\Theta$, т.е. $\zeta \to \frac{\zeta R}{l_{ex}} \equiv \lambda$, $f(r) = \ln\frac{r}{c} + \lambda(r-c)$, $\zeta^2 = Q-1$.

$$\frac{1}{(4\pi M_s^2 V)} W_{ex} = \int_0^1 dr\, r\left[\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)^2\left\{\left(\lambda + \frac{1}{r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\right\}\sin^2\Theta + Q\sin^2\Theta + d\frac{l_{ex}}{R}\sin\Theta\left\{-\lambda - \frac{1}{r} + \frac{1}{r}\cos\Theta\right\}\right] + \frac{W_m}{(\ldots)}$$

В пределе $\beta \to 0$, W_m вычислять и $Q \to (Q-1)$ как 13/X при расчете MPD и R_c.

→ При расчете β_{2D} BP soliton energy использовано $(Q-1)$ и $1/(2\pi AL)$, $r = s/l_{ex}$ нормировка

(4/XI) Skyrmion-mass.mcd счастли не удалось. Найден R_c at finite β, $\min W_{tot}(R_c) < W_m$.

$r = s/R$, R в ед. l_{ex}. $l_{ex}/R \Rightarrow 1/R$, $\lambda = \zeta R/l_{ex} \to \zeta R$. W в ед. $(4\pi M_s^2 V)$

С параметрами Michal $Q = 1.55$, $l_{ex} = 3.57$ nm, $d = \frac{D}{A} l_{ex} = \frac{3\ \mathrm{erg/cm^2}\cdot 3.57\ \mathrm{nm}}{1{,}48\cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{cm}}} = \frac{3\cdot 3.57}{1.48}\cdot 10^{-7} = 0.724$

$W(R_c)$ нужно глобальный $\min$, при $R_c/R < 1$ и $\frac{R_c}{l_{ex}} \approx 1.1$.

У Michal обе min $W(R_c)$ близки при $R_c/R < 1$, бимодальное dist.

W_m^B считается методом $g(s,s')$ точно, но долго. $\int_0^{k_m} dk(\ldots)$ метод быстрее, но k_m нужен большой.

$$\frac{1}{(4\pi M_s^2 V)} W_m^N = \int_0^1 ds_s\, m_s^2(s) + \frac{1}{\beta}\int_0^1 ds_s \int_0^1 ds_s' s' \left[I_{oo}(ss',z) m_z(s) m_z(s') - I_{on}(ss',z) m_s(s) m_s(s')\right]_{z=\beta}^{z=0}$$

$$\frac{1}{(\cdot)} W_m^N = \int_0^1 ds_s\, m_s^2(s) + \frac{1}{\beta}\int_0^1 ds_s \int_0^1 ds_s' s' \frac{1}{\pi\sqrt{ss'}}\left[\varkappa K(\varkappa) m_z(s) m_z(s') - \frac{1}{\varkappa}\left\{(2-\varkappa^2)K(\varkappa) - 2E(\varkappa)\right\} m_s m_s'\right]$$

где $\varkappa^2 = \frac{4ss'}{(s+s')^2 + z^2}$, $2 - \varkappa^2 = \frac{2[(s+s')^2 + z^2] - 4ss'}{(s+s')^2 + z^2} = 2\frac{s^2 + s'^2 + z^2}{(s+s')^2 + z^2} \le 1$.

$$g(ss') = \frac{1}{\beta}\int dk (1 - e^{-\beta k}) J_0 J_0(i) = \int k\, dk \left[1 - \delta(\beta k)\right] J_0(ks) J_0(i) = \frac{1}{s}\delta(s-s') - \int dk\, \delta(\beta k) J_0(ks) J_0(ks')$$

$$\frac{1}{(\cdot)} W_m^N = \int_0^1 ds_s\, m_z^2(s) + \int_0^\infty dk\, k\, \delta(\beta k)\left[-I_z^2(k) + I_s^2(k)\right] - \text{явно выделение } \beta = 0 \text{ и } \beta \neq 0 \ (\sim\beta) \text{ слагаемых.}$$

Escaneado con CamScanner

Можно разлагать не по $\theta \ll 1$, а по $\sin\theta \ll 1$? Или предпочтительнее разлагать по $c \ll 1$.

$ch f = ch\left[\ln\frac{r}{c} + \lambda(r-c)\right] = ch\ln\frac{r}{c}\cdot ch\lambda(r-c) + sh\ln\frac{r}{c}\cdot sh\lambda(r-c)$. При $c\to 0$ Sk → BP skyrmion.

BP $\sin\theta = \frac{2rc}{r^2+c^2}$, $\cos\theta = \frac{r^2-c^2}{r^2+c^2}$ – но с расходимостью непонятно. И при $r\to 0$.

BP-Sk energy $W_S^{BP}(c) = \frac{4l_{ex}^2}{R^2}\left(1+\frac{1}{2}drc\right) + 2(Q-1)\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right] + \frac{1}{2}$

$W_{BP}(c\to 0) = 4\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}drc\right)(1-c^2) + 2(Q-1)\left[-2\ln c - 1 + c^2\right] + 1/2$, $\ln c$ – член неприятный.

Все ясно и анализ border Sk-stability от 16/X. $-c\ln c = \frac{dl_{ex}}{4R(Q-1)}$ – equil. radius Sk.

$\frac{\partial^2 W_{BP}}{\partial c^2}\Big|_{c_0} = 0$ даст eq. $d_c = 4c\left[\frac{l_{ex}}{R} + 2\frac{R}{l_{ex}}(Q-1)\right] = 4c\frac{l_{ex}}{R}\left[1+2\lambda^2\right]$, $\lambda = \frac{3}{4}R/l_{ex}$, $c = c_{eq}$.

$-c\ln c = x$, $c_{eq} = f(x)$, $d_c = 4\frac{l_{ex}}{R}f(x)\left[1+2\lambda^2\right]$, $x = \frac{dl_{ex}}{4R(Q-1)} = \frac{d}{4(Q-1)\lambda} = \frac{3d}{4\lambda(Q-1)} = \frac{d}{4\lambda\xi^2}$, $\xi^2 = Q-1$.

$d_c = 4\frac{l_{ex}}{R}f\left(\frac{d_c}{4\lambda\xi}\right)(1+2\lambda^2)$ – это уравнение на d_c. $(l_{ex}/R) = 3/\lambda$ $\frac{1}{4}d_c\frac{\lambda}{3} = f\left(\frac{d_c}{4\lambda\xi}\right)(1+2\lambda^2)$

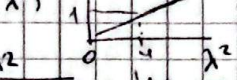
$\nu = \frac{d_c}{4\lambda\xi}$, $3\lambda^2 = f(\nu)(1+2\lambda^2)$, $\frac{f(\nu)}{\nu} = \frac{\lambda^2}{(1+2\lambda^2)}$ – видно корень $\lambda_* = F(\lambda^2)$, $\lambda^2 = \frac{R^2}{l_{ex}^2}(Q-1)$

$d_c = 4\lambda\xi F(\lambda^2)$. $f(0)=0$, $\lambda\neq 0$ своб корень $\nu = 0$, $d_c = 0$, $d_c = 0$ при $Q=1$.

Видимо кривая $d_c(Q) = 4\lambda\xi F(\lambda^2)$ задает границу Sk-stability $u \rightleftarrows m$.

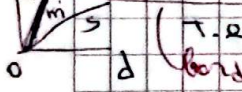
$d_c = 4\left(\frac{R}{l_{ex}}\right)^{-1}\lambda^2 F(\lambda^2)$, $d_c = \left(\frac{4l_{ex}}{R}\right)\lambda^2 F(\lambda^2)$, $\lambda^2 = \frac{R^2}{l_{ex}^2}(Q-1)$, $\frac{R}{l_{ex}}\to R$, $d_c = \frac{4}{R}\lambda^2 F(\lambda^2)$

$d_0(\lambda^2) = \frac{4}{R}\lambda^2 F(\lambda^2)$ – могли только кривые при $\lambda\to 0$, $F(\lambda^2) = const \approx 0{,}26 \div 0{,}27$ и/или $\lambda^2 \gtrsim 5$.



$\frac{f(x)}{x} = \frac{c_{eq}(x)}{x} = \frac{\lambda^2}{(1+2\lambda^2)}$. Из анализа 16/X следует $x < x_m = 0.367$. $x_c(\lambda\to\infty) = 0{,}27$

$d_c(\lambda^2) = \frac{4}{R}\lambda^2 x_c(\lambda^2)$. При $\lambda^2 \gg 1$, $x_c(\lambda^2) = 0{,}269$ и $d_c = \frac{4}{R}0{,}269\cdot\lambda^2 = 4\cdot 0{,}269\left(\frac{R}{l_{ex}}\right)(Q-1)$



$d_c(QR) = 1{,}076\left(\frac{R}{l_{ex}}\right)(Q-1)$, при $\lambda^2 = \left(\frac{R}{l_{ex}}\right)^2(Q-1) \gg 1$. Это граница Sk-metastability при $\beta = 0$.

border Sk-metastability at $\beta=0$

Т.е. чем больше R и больше Q тем d_c больше, т.е. выгоднее скапливаться Sk.

$d = \frac{l_{ex}}{A}D$, $D_c = 1{,}076\frac{R}{l_{ex}}\frac{A}{l_{ex}}(Q-1) = 2\pi\cdot 1{,}076 M_S^2 R(Q-1)$. Ранее $l_{ex} = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_S^2}}$ скапливание = skyrmion в d-переменных.

$D_c = 1{,}076\,(2\pi M_S^2)R(Q-1)$ – см. анализ skyrmion stability 15–18/X

Modified criterium Rohart'PRB'13 $D_c = 8M_S^2 l_{ex}\sqrt{Q-1}$

$\frac{D_c}{D_c^{Roh}} = \frac{1{,}08\cdot 2\pi M_S^2 R(Q-1)}{8M_S^2 l_{ex}\sqrt{Q-1}} = 0{,}845\frac{R}{l_{ex}}\sqrt{Q-1}$. Отсюда $D_c^{Gus} \gg D_c^{Roh}$, т.к. $\frac{R}{l_{ex}} \sim 10\div 30$.

Проверить $d_c = 1{,}076(R/l_{ex})(Q-1)$ численно – MPD d-Q at $\beta=0$. Проверить W_m^{Neel}.

(5/XI) Написание Skyrmion stability paper – Arantxa. Здесь приведено ее calcs W_m^B и W_m^N – magnetostatic Sk-energy: подтверждение ε_m^S, но неподтверд. W_m^{Neel}.

W_m^{Neel} ε_m^S: $I_1 = \int_0^1 dg\, g^2\frac{J_1(kg)}{(1+g^2/c^2)^2} = \int\frac{dg\,g}{(1+g^2/c^2)^2}\left[gJ_1(kg)\right] = \left|\begin{matrix} v = gJ_1(kg) \\ dv = \frac{g\,dg}{(1+g^2/c^2)^2}\end{matrix}\right| = u\,gJ_1(kg)\Big|_0^1 - \int v\,du$

$\left|u = \int\frac{g\,dg}{(1+g^2/c^2)^2} = \frac{1}{2}\int\frac{dt}{(1+t/c^2)^2} = -\frac{c^2}{2}\frac{1}{(1+g^2/c^2)}\right|$, $I_1 = -\frac{c^2}{2}\frac{1}{(1+\frac{1}{c^2})^2}J_1(k)$. Нет.

$u = gJ_1(kg)$, $\frac{du}{dg} = \frac{d}{dg}\left[gJ_1(kg)\right] = \frac{d}{dx}\left[xJ_1(x)\right] = xJ_0(x) = kgJ_0(kg)$, $dv = \frac{g\,dg}{(1+g^2/c^2)^2}$

$I_1 = uv\Big|_0^1 - \int v\,du = gJ_1(kg)\left(-\frac{c^2}{2}\right)\frac{1}{(1+g^2/c^2)}\Big|_0^1 - \int\left(-\frac{1}{2}c^2\right)\frac{1}{(1+g^2/c^2)}kgJ_0(kg)\,dg =$

$= -\frac{c^2}{2}J_1(k)\frac{1}{(1+1/c^2)} + \frac{1}{2}c^2k\int_0^1 dg\,g\frac{J_0(kg)}{(1+g^2/c^2)} = -\frac{c^2}{2}\frac{J_1(k)}{(1+1/c^2)} + \frac{1}{2}c^2k\int_0^1 dg\,g\,J_0(kg)\left[1 - \frac{g^2/c^2}{(g^2/c^2+1)}\right] =$

$= -\frac{c^2}{2}\frac{J_1(k)}{(1+1/c^2)} + \frac{1}{2}c^2k\cdot\frac{1}{k}J_1(k) - \frac{1}{2}k\int dg\,g\,J_0(kg)\frac{g^2}{(1+g^2/c^2)} = \frac{1}{2}J_1(k)\frac{c^2}{1+c^2} - \frac{k}{2}\int dg\,g^3\frac{J_0(kg)}{(1+g^2/c^2)}$

Не видно как мои Eqs. (11), (12) из Skyrm_Gyromodes_JPhD.doc и даже ε_m^S могут быть равны по Eq. (2) из magnetost. calculations by Zakhvа ?? У кого неверно?

Проверка W_m^{Neel}. $G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int dk\, e^{-k|z-z'|}\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(kg)J_\mu(kg')$

$\hat{g}_{\alpha\beta}(\vec{g}\vec{g}') = \frac{1}{L}\int dz\,dz'\,G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') = \frac{1}{L}\int_0^L dz\int_0^L dz'(-1)\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}\int dk\, e^{-k|z-z'|}\sum_\mu J_\mu(kg)J_\mu(kg')e^{i\mu(\varphi-\varphi')} =$

$= \left|\alpha,\beta\neq z\right| = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}2\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(kg)J_\mu(kg')$

Escaneado con CamScanner

$$W_m = -\frac{1}{2}\int dV\, \vec{H}_m(\vec{r})\vec{M}(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\int d^3r\, M_\alpha(\vec{r})\int d^3r'\, G_{\alpha\beta}(rr')M_\beta(r') = -\frac{M_s^2}{2}\int d^3r d^3r' G_{\alpha\beta} m_\alpha m_\beta$$

$H_m^\alpha M_\alpha$

Если $\vec{m}(\vec{r}) = \vec{m}(\vec{\rho})$, тонкий слой, $W_m = \frac{1}{2}M_s^2(-1)\int d^2\rho \int d^2\rho' \underbrace{\int dz dz' G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}')}_{L\hat{g}_{\alpha\beta}} m_\alpha(\vec{\rho})m_\beta(\vec{\rho}')$

$$W_m = -\frac{1}{2}M_s^2 L\int d^2\rho\, d^2\rho'\, \hat{g}_{\alpha\beta}(\rho\rho')m_\alpha(\rho)m_\beta(\rho'), \quad \hat{g}_{\alpha\beta}(\rho\rho') = -2\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot)$$

$$\hat{g}_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \hat{g}_{\rho\rho} & \hat{g}_{\rho\varphi} & 0 \\ \hat{g}_{\varphi\rho} & \hat{g}_{\varphi\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{g}_{zz} \end{pmatrix}, \text{ т.к. } \hat{g}_{z\alpha}=0,\ \hat{g}_{\alpha z}=0 \text{ при } \alpha\neq z.$$

$\alpha\beta\neq z$

Две первых члена, сила поверхностных зарядов, другие - объемные заряды

m_ρ и m_φ - m_z - поверхностные заряды

$$\hat{g}_{\rho\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = -\frac{2\cdot\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho').$$

Если $m_\alpha(\rho)$ - радиальная зависимость, азимутальная зависимость, (статические флуктуации)

$$W_m = -\frac{1}{2}M_s^2 L\int d\rho\rho\int d\rho'\rho' m_\alpha(\rho)m_\beta(\rho')\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2\pi}d\varphi'\, \hat{g}_{\alpha\beta}(\vec{\rho}\vec{\rho}')$$

$$\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2\pi}d\varphi'\,\hat{g}_{\rho\rho} = \int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2\pi}d\varphi'(-2)\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\int\frac{dk}{k}f\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot) = (-2)(2\pi)^2\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\int\frac{dk}{k}f\, J_0(k\rho)J_0(k\rho')$$

$$= (-2)(2\pi)^2\int dk\, k f(\beta k)J_1(k\rho)J_1(k\rho') \quad \text{и} \quad W_m[\vec{m}_\rho(\rho)] = -\frac{1}{2}M_s^2 L\int_0^R d\rho\rho\int_0^R d\rho'\rho' m_\rho(\rho)m_\rho(\rho') \times$$

$$\times(-2)(2\pi)^2\int dk\, k f(\beta k)J_1(k\rho)J_1(k\rho') = (2\pi)^2 M_s^2 L R^2\int_0^1 d\rho\rho\int_0^1 d\rho'\rho' m_\rho(\rho)m_\rho(\rho')\int dk\, k f(\beta k)J_1(k\rho)J_1(k\rho')$$

$$W_m[m_\rho(\rho)] = 4\pi M_s^2 V\int dk\, k f(\beta k)\, I_\rho^2(k), \quad I_\rho(k) = \int_0^1 d\rho\rho\, J_1(k\rho)m_\rho(\rho) - \text{вклад статических Neel+Sk энергий.}$$

Подчеркнутое $\hat{g}_{\alpha\beta}(\rho\rho')$ вверху.

Две динамики скирмион $m_\rho(\rho,\varphi)$ и $m_\varphi(\rho,\varphi)$. $m_\varphi\neq 0$ если $s\neq 0$ - Neel-Sk.

$$W_m^N = -\frac{1}{2}M_s^2R^2L\int_0^1 d\rho\rho\int_0^1 d\rho'\rho'\int d\varphi\int d\varphi'\Big[\hat{g}_{\rho\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}')\overset{m_\rho(\vec{\rho})}{m_\rho(\vec{\rho}')} + \hat{g}_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}')\overset{m_\rho(\vec{\rho})}{m_\varphi(\vec{\rho}')} + \hat{g}_{\varphi\varphi}\overset{m_\varphi(\vec{\rho})}{m_\varphi(\vec{\rho}')} + \hat{g}_{\varphi\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}')m_\rho(\vec{\rho}')m_\varphi(\vec{\rho})$$

$$g_{\rho\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = -2\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\int\frac{dk}{k}f\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$$

$$g_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = -2\cdot\frac{\partial}{\partial\rho}\frac{1}{\rho'}\frac{\partial}{\partial\varphi'}\int\frac{dk}{k}f\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot) = -\frac{2}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho'}(-i)\sum_\mu\int\frac{dk}{k}f\cdot\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot)$$

$$g_{\varphi\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = -\frac{2}{\rho'}\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial}{\partial\rho'}\int\frac{dk}{k}f\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot) = -\frac{2}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho'}(+i)\sum_\mu\int\frac{dk}{k}f\cdot\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot)$$

$$g_{\varphi\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = -2\frac{1}{\rho\rho'}\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi'}\int\frac{dk}{k}f\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu = -\frac{2}{\rho\rho'}\int\frac{dk}{k}f\sum_\mu\mu^2 e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot)$$

См. доказ., $(\vec{m}\cdot\vec{n})$ раскрыв W_m^N 25/x.

$m_\rho = \sin\theta\cos(\Phi-\varphi)$, $m_\varphi = \sin\theta\sin(\Phi-\varphi)$. $m_x + im_y = (m_\rho + im_\varphi)e^{i\varphi} = \frac{2f(z)}{1+f\bar{f}} = \sin\Theta e^{i\Phi}$

$f(z) = e^{i\Phi_0}(z-s)/c = \frac{1}{c}(z-s)$ если Neel-Sk с $\Phi_0 = 0$.

$$m_\rho + im_\varphi = \frac{2}{1+f\bar{f}}f(z)e^{-i\varphi} = \frac{2}{c}\frac{1}{1+f\bar{f}}(\bar{z}-s)e^{-i\varphi} = \left|\begin{matrix} s=|s|e^{i\varphi_s} \\ \text{мусть } \varphi_s=0,\ s=s_x \end{matrix}\right| = \frac{2}{c}\frac{1}{1+f\bar{f}}(\rho - se^{-i\varphi})$$

$$m_\rho = \frac{2}{c}\frac{1}{1+f\bar{f}}(\rho - s\cos\varphi), \quad m_\varphi = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})}(s\sin\varphi) \sim s\cdot f\bar{f} = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{1}{c^2}\left[\rho^2+s^2-2\rho s\cos\varphi\right]$$

$$g_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = g^*_{\varphi\rho}(\vec{\rho}',\vec{\rho}), \quad \underbrace{g_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}')m_\rho(\vec{\rho})m_\varphi(\vec{\rho}') + g_{\varphi\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}')m_\varphi(\vec{\rho})m_\rho(\vec{\rho}')}_{\text{мнимые (...)}} = \Big[\underbrace{g_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}')}_{g^*_{\rho\varphi}(\vec{\rho}',\vec{\rho})} + g^*_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}')\Big] \times m_\rho(\vec{\rho})m_\varphi(\vec{\rho}')$$

$$W_m^N = -\frac{1}{2}M_s^2R^2L\int d^2\rho\int d^2\rho'\Big[(-2)\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\sum_\mu\int\frac{dk}{k}f\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot)\, m_\rho(\vec{\rho})m_\rho(\vec{\rho}') +$$

$$+\frac{2}{\rho'}\frac{\partial}{\partial\rho}i\sum_\mu\int\frac{dk}{k}f\,\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\cdot)m_\rho(\vec{\rho})m_\varphi(\vec{\rho}') - \frac{2}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho'}i\sum_\mu\int\frac{dk}{k}f e^{}J_\mu J_\mu(\cdot)m_\varphi(\vec{\rho})m_\rho(\vec{\rho}') + \Big(\frac{2}{\rho\rho'}\Big)\sum_\mu\int\frac{dk}{k}\sum\mu^2 JJ(\cdot)f\times$$

$$\times m_\varphi(\vec{\rho})m_\varphi(\vec{\rho}')\Big] = M_s^2R^2L\int d\vec{\rho}\int d^2\rho'\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int\frac{dk}{k}f\,\cancel{J_\mu J_\mu(\cdot)}\Big[\frac{\partial J_\mu}{\partial\rho}\frac{\partial J_\mu}{\partial\rho'}m_\rho(\vec{\rho}')m_\rho(\vec{\rho}) - i\mu\frac{1}{\rho'}J_\mu(\cdot)\frac{\partial J_\mu}{\partial\rho}m_\rho(\vec{\rho})m_\varphi(\vec{\rho}') +$$

$$+i\mu\frac{1}{\rho}J_\mu\frac{\partial J_\mu(\cdot)}{\partial\rho'}m_\varphi(\vec{\rho})m_\rho(\vec{\rho}') + \frac{1}{\rho\rho'}\mu^2J_\mu J_\mu(\cdot)m_\varphi(\vec{\rho})m_\varphi(\vec{\rho}')\Big]$$

Обз. $\underline{I_\rho^\mu(k)} = \int d^2\rho\, e^{i\mu\varphi}\frac{\partial J_\mu(k\rho)}{\partial\rho}m_\rho(\vec{\rho})$, $\underline{I_\varphi^\mu(k)} = \int d^2\rho\, e^{i\mu\varphi}\frac{1}{\rho}J_\mu(k\rho)m_\varphi(\vec{\rho})$

$$W_m^N = M_s^2R^2L\sum_\mu\int\frac{dk}{k}f\Big[I_\rho^\mu(k)I_\mu^{\rho*}(k) - i\mu I_\mu^{\varphi*}I_\mu^\rho + i\mu I_\mu^\varphi I_\mu^{\rho*} + \mu^2 I_\mu^\varphi I_\mu^{\varphi*}\Big]$$

Обз. $F_\mu(k) = I_\mu^\rho + iI_\mu^\varphi\mu$, $F_\mu F_\mu^* = |F_\mu|^2 = (I_\mu^\rho + i\mu I_\mu^\varphi)(I_\mu^{\rho*} - i\mu I_\mu^{\varphi*}) = |I_\mu^\rho|^2 + \mu^2|I_\mu^\varphi|^2 -$

$$-i\mu I_\mu^{\varphi*}I_\mu^\rho + i\mu I_\mu^\varphi I_\mu^{\rho*}$$

$$\underline{W_m^N} = M_s^2R^2L\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\sum_\mu|F_\mu(k)|^2. \quad \text{Нашли } F_\mu(k) \text{ вариации. по } s \ll 1.$$

$F_\mu(k) = I_\mu^\rho + i\mu I_\mu^\varphi$ совпадает с $G_\mu(k,s)$ данной 25/x(!?).

$$F_\mu(k) = \int d^2\rho\, e^{i\mu\varphi}\Big[\frac{\partial J_\mu}{\partial\rho}m_\rho(\vec{\rho}) + i\mu\frac{1}{\rho}J_\mu(k\rho)m_\varphi(\vec{\rho})\Big], \quad G_\mu(ks) = \int d\vec{\rho}\, e^{i\mu\varphi}\Big[\frac{\partial J_\mu(k\rho)}{\partial\rho}m_\rho - \frac{J_\mu}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi}m_\varphi\Big]$$

$$\int d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}m_\varphi = \left|\begin{matrix} u = e^{i\mu\varphi} \\ \frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi}d\varphi = dv \end{matrix}\right| = e^{i\mu\varphi}m_\varphi(\rho\varphi)\Big|_0^{2\pi} - \int m_\varphi\, i\mu e^{i\mu\varphi}d\varphi = -i\mu\int d\varphi\, e^{i\mu\varphi}m_\varphi$$

$=0$

Escaneado con CamScanner

Чтобы $\int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi}(\dots)\frac{\partial}{\partial\varphi} m_\varphi = -im m_\varphi$ и $G(ks) = \int d^2s\, e^{im\varphi}\left[\frac{\partial J_m(ks)}{\partial s} m_\varphi(\vec{s}s) + im\frac{1}{s}J_m(ks) m_\varphi(\vec{s}s)\right]$

т.к. $F_m(k)$ совпала с $G_m(k,s)$ от $2S/\Sigma_1$, то до этого места (at least) расчет W.M. верный

$$F_m(k,s) = \int d^2s\, e^{im\varphi}\left[\frac{\partial J_m(ks)}{\partial s} m_\varphi(\vec{s},s) + \left[\frac{m}{s}\right] J_m(ks)\, m_\varphi(\vec{s}s)\right]$$

$$2J_m'(x) = J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x),\quad J_m'(x) = +\frac{m}{x}J_m(x) + J_{m+1}(x),\quad x = ks,\quad (\cdot)' = \frac{d}{dx}(\cdot)$$

$$F_m(ks) = \int d^2s\, e^{im\varphi}\left[-\frac{m}{s}J_m(ks)(m_\varphi - im_\varphi) + kJ_{m-1}m_\varphi\right],\quad m_\varphi - im_\varphi = \frac{2}{c}\frac{1}{1+\frac{s}{c}}(s - se^{i\varphi})$$

$$J_m^s = \int d\varphi e^{im\varphi} m_\varphi(\vec{s}),\quad J_m^\varphi = \int d\varphi e^{im\varphi} m_\varphi(\vec{s}),\quad y_m^s = \int d\varphi e^{im\varphi}\frac{2c}{[c^2+s^2+s^2-2ss\cos\varphi]}(s - s\cos\varphi)$$

$$y_m^\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi}\frac{2c\cdot s\sin\varphi}{c^2+s^2+s^2-2ss\cos\varphi} = \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi(\dots) = 2ics\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \frac{\sin m\varphi\cdot\sin\varphi}{c^2+s^2+s^2-2ss\cos\varphi} = |g_0 s^2| =$$

$$= 2ics\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \sin m\varphi\sin\varphi\left[\frac{1}{c^2+s^2-2ss\cos\varphi}\right] = 2ics\frac{1}{c^2+s^2}\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi\sin m\varphi\sin\varphi\left[1+\frac{2ss}{c^2+s^2}\cos\varphi\right] =$$

$$= \frac{2ics}{(c^2+s^2)}\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi\sin m\varphi\left[\sin\varphi + \frac{ss}{c^2+s^2}\sin 2\varphi\right] = \frac{4ics}{(c^2+s^2)}\int_0^{\pi} d\varphi(\dots) = \frac{4ics}{(c^2+s^2)}\frac{\pi}{2}\left[\delta_{m,1} + \frac{ss}{(c^2+s^2)}\delta_{m2}\right]$$

$$J_m^\varphi = \frac{2\pi ics}{(c^2+s^2)}\left[\delta_{m,1} - \delta_{m,-1} + \frac{ss}{(c^2+s^2)}(\delta_{m2} - \delta_{m,-2})\right]$$

$$I_m^\varphi = \int d^2s\, e^{im\varphi}\frac{1}{s}J_m(ks)\, m_\varphi(\vec{s},s) = \int ds\, J_m(ks)\, J_m^\varphi = 2\pi ics\int ds\frac{J_m(ks)}{(c^2+s^2)}\left[\delta_{m1} - \delta_{m,-1} + \frac{ss}{(c^2+s^2)}(\delta_{m2} - \delta_{m,-2})\right]$$

$$y_m^s = \int d\varphi e^{im\varphi}\frac{2c}{[c^2+s^2+s^2-2ss\cos\varphi]}(s - s\cos\varphi) = 2c\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi\frac{\cos m\varphi(s - s\cos\varphi)}{[c^2+s^2+s^2-2ss\cos\varphi]} =$$

$$= 2cs\int d\varphi\frac{\cos m\varphi}{[c^2+s^2+s^2-2ss\cos\varphi]} - 2cs\int d\varphi\frac{\cos m\varphi\cdot\cos\varphi}{[c^2+s^2-2ss\cos\varphi]},\quad \cos m\varphi\cos\varphi = \frac{1}{2}\cos(m+1)\varphi + \frac{1}{2}\cos(m-1)\varphi$$

$$\int_0^{\pi} d\varphi\frac{\cos m\varphi}{1+a\cos\varphi} = \frac{\pi}{\sqrt{1-a^2}}\frac{1}{a^m}\left[\sqrt{1-a^2}-1\right]^m \text{ при } m\ge 0.\quad a = -\frac{2ss}{c^2+s^2+s^2} = -\frac{2ss}{(c^2+s^2)} + O(s^3)$$

$$a^2 = \frac{4s^2s^2}{(c^2+s^2)^2},\quad \sqrt{1-a^2}-1 = 1-\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{8}a^4 - 1 \underset{a\to 0}{\sim} -\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{8}a^4$$

$$\int_0^{\pi} d\varphi\frac{\cos(m\varphi)}{1+a\cos\varphi} = [a\sim s<<1] = \int_0^{\pi} d\varphi\cos m\varphi\left[1+a\cos\varphi+a^2\cos^2\varphi\right] = \int_0^{\pi} d\varphi\cos m\varphi\left[1+a\cos\varphi+\right.$$

$$\left.+a^2\frac{1}{2}(\cos 2\varphi+1)\right] = \int d\varphi\cos m\varphi\left[1+\frac{a^2}{2}+a\cos\varphi+\frac{a^2}{2}\cos 2\varphi\right] = \frac{\pi}{2}\left[\left(1+\frac{a^2}{2}\right)\delta_{m0} + a\delta_{m1} + \frac{a^2}{2}\delta_{m2}\right]$$

$$y_m^s = 2cs\int_0^{2\pi}\frac{\cos m\varphi\, d\varphi}{\left[1-\frac{2ss}{(c^2+s^2)}\cos\varphi\right]}\frac{1}{(c^2+s^2+s^2)} - \frac{2cs}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi\left[\cos(m+1)\varphi + \cos(m-1)\varphi\right]\frac{1}{\left[1-\frac{2ss}{(c^2+s^2)}\cos\varphi\right]}\cdot\frac{1}{(c^2+s^2)} = \left|a = \frac{2ss}{c^2+s^2}\right| =$$

$$= \frac{4cs}{(c^2+s^2+s^2)}\frac{\pi}{2}\left[\left(1+\frac{4s^2s^2}{(c^2+s^2)^2}\cdot\frac{1}{2}\right)\delta_{m0} + \frac{2ss}{(c^2+s^2)}\delta_{m1} + \frac{1}{2}\frac{4s^2s^2}{(c^2+s^2)^2}\delta_{m2}\right] - \frac{2cs}{(c^2+s^2)}\cdot\frac{\pi}{2}\times$$

$$\times\left[\delta_{m,-1} + \frac{2ss}{(s^2+s^2)}\delta_{m0} + \delta_{m1} + \frac{2ss}{(s^2+s^2)}\delta_{m2}\right],\quad \left(\int_0^{\pi} d\varphi\frac{\cos m\varphi}{1-a\cos\varphi} = \frac{\pi}{2}\left[\left(1+\frac{a^2}{2}\right)\delta_{m0} + a(\delta_{m1}+\delta_{m,-1}) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{a^2}{2}(\delta_{m2}+\delta_{m,-2})\right]\forall m\right)$$

$$\int d\varphi\frac{\left[\cos(m+1)\varphi + \cos(m-1)\varphi\right]}{1-a\cos\varphi} = \frac{\pi}{2}\left[\left(1+\frac{a^2}{2}\right)\delta_{m,-1} + a(\delta_{m0}+\delta_{m,-2}) + \frac{a^2}{2}(\delta_{m1}+\delta_{m,-3}) + \right.$$

$$\left. + \left(1+\frac{a^2}{2}\right)\delta_{m1} + a(\delta_{m2}+\delta_{m,-1}) + \frac{a^2}{2}(\delta_{m3}+\delta_{m,-1})\right]$$

$$y_m^s = \frac{4cs}{(c^2+s^2+s^2)}\frac{\pi}{2}\left[\left(1+\frac{2s^2s^2}{(c^2+s^2)^2}\right)\delta_{m0} + \frac{2ss}{(c^2+s^2)}(\delta_{m1}+\delta_{m,-1}) + \frac{2s^2s^2}{(c^2+s^2)^2}(\delta_{m,-2}+\delta_{m,-2})\right] -$$

$$- \frac{2cs}{(c^2+s^2)}\frac{\pi}{2}\left[\delta_{m,-1} + a(\delta_{m0}+\delta_{m,-2}) + \delta_{m1} + a(\delta_{m2}+\delta_{m0})\right],\quad \frac{1}{c^2+s^2+s^2} = \frac{1}{c^2+s^2}\left(1-\frac{s^2}{c^2+s^2}\right)$$

$$y_m^s = \frac{4cs}{(c^2+s^2)}\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{s^2}{c^2+s^2}\right)[\dots] - \frac{2cs}{(c^2+s^2)}\frac{\pi}{2}\left[2a\delta_{m0} + \delta_{m,1} + \delta_{m,-1} + a(\delta_{m2}+\delta_{m,-2})\right]$$

$$\left(1-\frac{s^2}{c^2+s^2}\right)\left(1+\frac{2s^2s^2}{(c^2+s^2)^2}\right)\delta_{m0} = \delta_{m0}\left(1-\frac{s^2}{c^2+s^2}+\frac{2s^2s^2}{(c^2+s^2)^2}\right) = \left(1+\frac{s^2}{(c^2+s^2)^2}(s^2-c^2)\right)\delta_{m0}$$

$$y_m^s = \frac{\pi c}{(c^2+s^2)}\left[2s\left[\left(1+\frac{s^2(s^2-c^2)}{(c^2+s^2)^2}\right)\delta_{m0} + \frac{2ss}{(c^2+s^2)}(\delta_{m1}+\delta_{m,-1}) + \frac{2s^2s^2}{(c^2+s^2)^2}(\delta_{m2}+\delta_{m,-2})\right] -\right.$$

$$\left. - s\left[\delta_{m1} + \delta_{m,-1} + 2a\delta_{m0} + a(\delta_{m2}+\delta_{m,-2})\right]\right],\quad \delta_{m0}:\ 2s + \frac{2ss^2(s^2-c^2)}{(s^2+c^2)^2} - 2s\frac{2ss}{(c^2+s^2)} = 2s + \frac{2s^2(s-s)}{(c^2+s^2)^2}(s^2+3s^2)$$

$$\delta_{m1}:\ \frac{2ss^2}{c^2+s^2}\cdot 2s - s = \frac{s}{(c^2+s^2)}\left[4s^2 - c^2 - s^2\right] = s\frac{(3s^2-c^2)}{s^2+c^2},\quad \delta_{m2}:\ \frac{4s^2s^3}{(c^2+s^2)^2} - s\cdot\frac{2s^2s}{c^2+s^2} = 2s^3\frac{(s^2-c^2)}{(s^2+c^2)^2}$$

$$y_m^s = \frac{\pi c}{(c^2+s^2)}\left[2s\left(1-\frac{s^2}{(c^2+s^2)^2}(s^2+3c^2)\right)\delta_{m0} + s\frac{(3s^2-c^2)}{(s^2+c^2)}(\delta_{m1}+\delta_{m,-1}) + 2ss^2\frac{(s^2-c^2)}{(s^2+c^2)^2}(\delta_{m2}+\delta_{m,-2})\right]$$

$$I_m^s = \int ds\, s\frac{\partial J_m(ks)}{\partial s} y_m^s = I_0^s\delta_{m0} + I_1^s\delta_{m1} + I_{-1}^s\delta_{m,-1} + I_2^s\delta_{m2} + I_{-2}^s\delta_{m,-2}$$

$$I_m^\varphi = I_1^\varphi\delta_{m1} + I_{-1}^\varphi\delta_{m,-1} + I_2^\varphi\delta_{m2} + I_{-2}^\varphi\delta_{m,-2},\quad F_m = I_m^s + im I_m^\varphi = F_0\delta_{m0} + F_1\delta_{m1} + F_{-1}\delta_{m,-1} + F_2\delta_{m2} + F_{-2}\delta_{m,-2}$$

$$\sum_m |F_m|^2 = |F_0|^2 + 2|F_1|^2 + 2|F_2|^2,\quad F_0 = I_0^s = \int ds\, s\frac{\partial J_0}{\partial s}\frac{\pi c}{c^2+s^2}2s\left\{1 - s^2\frac{(s^2+3c^2)}{(c^2+s^2)^2}\right\}$$

Escaneado con CamScanner

$\sum_\mu |F_\mu|^2 = \sum_\mu \left[|I_\mu^s|^2 + \mu^2 |I_\mu^a|^2 - 2\mu I_\mu^s I_\mu^a \right]$, I_μ^s - real, I_μ^a = imaginary = $i\hat{I}_\mu^a$

$\sum_\mu |F_\mu|^2 = \sum_\mu \left\{ (I_\mu^s)^2 + \mu^2 (\hat{I}_\mu^a)^2 - 2\mu I_\mu^s \hat{I}_\mu^a \right\} + \sum_\mu (I_\mu^s - \mu \hat{I}_\mu^a)^2$, $F_\mu = (I_\mu^s + i\mu \hat{I}_\mu^a)$ is real.

$I_\mu^s - \mu \hat{I}_\mu^a = \int d^3\xi\, e^{i\kappa\xi} \left[\frac{\partial J_\mu}{\partial \xi} m_0(\xi\xi) - \xi\xi \frac{1}{\xi} J_\mu(k\xi) m_\mu(\xi,\xi) \right]$, $F_\mu = (-1)^\mu F_\mu^* = (-1)^\mu F_{-\mu}$

$\sum_\mu |F_\mu|^2 = \sum_{\mu<0} F_\mu^2 + F_0^2 + \sum_{\mu>0} (\cdot) + \sum_{\mu>0} F_\mu^2 = |F_{-\mu}|^2 = (-1)^\mu F_\mu^2 = F_\mu^2 | + F_0^2 + 2\sum_{\mu>0} F_\mu^2$,

$F_1^2 = (I_{\mu=1}^s)^2 + (\hat{I}_1^a)^2 - 2 I_1^s \hat{I}_1^a$, $I_1^s = \int d\xi\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} \frac{\pi c}{(c^2+\xi^2)} \xi \frac{(3\xi^2 - c^2)}{(\xi^2+c^2)}$ ← не нуждается

Можно брать $\mu > 0$ - для всех членов это

$I_\mu^s = 2\pi i c\, s \int d\xi\, J_\mu(k\xi) \left[\xi_{\mu 1} + \frac{3\xi}{(c^2+\xi^2)} \xi_{\mu 2} \right] - i\hat{I}_\mu^a$

$y_0^s = \frac{2c\xi}{(c^2+\xi^2+s^2)} \left(\int_0^\pi d\varphi \frac{\cos\varphi}{1-a\cos\varphi} - \frac{c\xi}{(c^2+\xi^2)} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \frac{[\cos(\mu+1)\varphi + \cos\mu\varphi]}{1-a\cos\varphi} \right)$, $a = \frac{2s\xi}{c^2+\xi^2}$

$y_\mu^s = \frac{2c\xi}{(\cdot)} \cdot 2\pi \left[\left(1 + \frac{a^2}{2}\right)\xi_{\mu 0} + a\xi_{\mu 1} + \frac{a^2}{2}\xi_{\mu 2} \right] - \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)} \cdot 2 \left[a\xi_{\mu 0} + \xi_{\mu 1} + a\xi_{\mu 2} \right] =$

$= \frac{2\pi c\xi}{(c^2+\xi^2+s^2)} \left[\left(1 + \frac{a^2}{2}\right)\xi_{\mu 0} + a\xi_{\mu 1} + \frac{a^2}{2}\xi_{\mu 2} \right] - \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)} \left[2a\xi_{\mu 0} + \xi_{\mu 1} + a\xi_{\mu 2} \right]$

$\frac{1}{c^2+\xi^2+s^2} = \frac{1}{a^2+s^2} \left\{ 1 - \frac{\xi^2}{c^2+\xi^2} \right\} = \frac{1}{a^2+s^2} - \frac{1}{4}\frac{a^2}{\xi^2}$, $y_\mu^\xi = 2\pi c\xi \left[\frac{1}{c^2+\xi^2} - \frac{1}{4}\frac{a^2}{\xi^2} \right] \times$

$\times \left[\left(1 + \frac{a^2}{2}\right)\xi_{\mu 0} + a\xi_{\mu 1} + \frac{a^2}{2}\xi_{\mu 2} \right] - \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)} \left[2a\xi_{\mu 0} + \xi_{\mu 1} + a\xi_{\mu 2} \right]$

$y_0^\xi = \frac{2\pi c\xi}{(\xi^2+c^2)} \left[1 - \frac{1}{4}\frac{a^2}{\xi^2}(c^2+s^2) \right] \left(1 + \frac{a^2}{2}\right) - \frac{2\pi c s a}{(c^2+\xi^2)} = \frac{2\pi c}{(\xi^2+c^2)} \left[\xi \left(1 - \frac{1}{4}\frac{a^2}{\xi^2}(c^2+s^2)\right)\left(1 + \frac{a^2}{2}\right) - \right.$

$\left. - 3a \right] = \frac{2\pi c}{(\cdot)} \left[\xi \left(1 + \frac{a^2}{2} - \frac{1}{4}\frac{a^2}{\xi^2}(c^2+s^2) \right) - \frac{a^2}{2\xi}(c^2+s^2) \right] = \frac{2\pi c}{(\cdot)} \left[\xi + \frac{1}{2}a^2\xi - \frac{1}{4}\frac{a^2}{\xi}(c^2+s^2) - \right.$

$\left. - \frac{a^2}{2\xi}(c^2+s^2) \right] = \frac{2\pi c}{(c^2+\xi^2)} \left[\xi - 3\frac{c^2}{4\xi}a^2 - \frac{1}{4}a^2\xi \right] = y_0^\xi$

$y_1^\xi = \frac{2\pi c\xi}{(c^2+\xi^2)} a - \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)} = \frac{\pi c}{(c^2+\xi^2)} \left[2\xi a - s \right] = \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)^2} \left[4\xi^2 - (c^2+\xi^2) \right] = \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)^2} (3\xi^2 - c^2)$

$y_2^\xi = \frac{2\pi c\xi}{(\xi^2+\xi^2)} \cdot \frac{a^2}{2} - \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)} a = \frac{\pi c a}{(\xi^2+c^2)} \left[a\xi - s \right] = \frac{\pi c a s}{(\xi^2+c^2)^2} \left[2\xi^2 - (\xi^2+c^2) \right] = \frac{\pi c a s}{(\xi^2+c^2)^2} (\xi^2 - c^2)$

$F_0 = \int d\xi\xi \frac{\partial J_0(k\xi)}{\partial \xi} y_0^\xi$, $y_0^\xi = \frac{2\pi c\xi}{(c^2+\xi^2)} \left[1 - \frac{a^2}{4}\left(3\frac{c^2}{\xi^2} + 1\right) \right]$

$F_1 = I_1^s - \hat{I}_1^\varphi = \int d\xi\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} y_1^\xi - \int d\xi J_1(k\xi)\, \hat{y}_1^\varphi = \int d\xi\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} \frac{\pi c s}{(c^2+\xi^2)^2} (3\xi^2 - c^2) - \int d\xi J_1(k\xi) \frac{2\pi c\xi}{(c^2+\xi^2)} =$

$= \pi c s \int d\xi \left[\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} \frac{(3\xi^2 - c^2)}{(c^2+\xi^2)^2} - 2J_1 \frac{1}{(c^2+\xi^2)} \right] = \pi c s \int \frac{d\xi}{(c^2+\xi^2)} \left[\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} \frac{(3\xi^2 - c^2)}{(\xi^2+c^2)} - 2J_1 \right]$

$\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} \frac{(4\xi^2 - c^2 - \xi^2)}{(\xi^2+c^2)} = \xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} \left[\frac{4\xi^2}{(\xi^2+c^2)} - 1 \right]$, $J_1'(x) = J_0(x) - \frac{1}{x} J_1(x)$

$-\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} - 2J_1 = -x J_1' - 2J_1 = -x J_0 + J_1 - 2J_1 = -x J_0 - J_1$

$\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} (3\xi^2 - c^2) - 2J_1 (\xi^2+c^2) = \xi^2 \left[3\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} - 2J_1 \right] - c^2 \left[\xi \frac{\partial J_1}{\partial \xi} + 2J_1 \right] = \xi^2 \left[3x J_1' - 2J_1 \right] -$

$- c^2 \left[x J_1' + 2J_1 \right] = \xi^2 \left[3(x J_0 - J_1) - 2J_1 \right] - c^2 \left[x J_0 - J_1 + 2J_1 \right] = \xi^2 \left[3x J_0 - 5J_1 \right] -$

$- c^2 \left[x J_0 + J_1 \right]$

$F_2 = I_2^s - 2\hat{I}_2^\varphi = \int d\xi\xi \frac{\partial J_2}{\partial \xi} \frac{\pi c a s}{(\xi^2+c^2)^2} (\xi^2 - c^2) - 2 \cdot 2\pi c s \int d\xi \frac{J_2(k\xi)}{(c^2+\xi^2)} \frac{s\xi}{(c^2+\xi^2)} =$

$= \pi c s \cdot 2s \int d\xi\xi \frac{\partial J_2}{\partial \xi} \frac{\xi}{(c^2+\xi^2)^3} (\xi^2 - c^2) - 4\pi c s^2 \int d\xi\xi \frac{J_2(k\xi)}{(c^2+\xi^2)^2} = \left| J_2' = \frac{2}{x} J_0 + \left(1 - \frac{4}{x^2}\right) J_1 \right| =$

$= 2\pi c s^2 \int d\xi\xi \frac{1}{(c^2+\xi^2)^2} \left[\xi \frac{\partial J_2}{\partial \xi} \frac{(\xi^2 - c^2)}{(\xi^2+c^2)} - 2J_2 \right]$, $J_2(x) = \frac{2}{x} J_1(x) - J_0$, $F_2 \sim s^2$ не Ванна.

$\sum_\mu |F_\mu|^2 = F_0^2 + 2F_1^2 = \left[\int d\xi\xi \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \frac{2\pi c\xi}{(c^2+\xi^2)} \left\{ 1 - \frac{s^2\xi^2}{(c^2+\xi^2)^2} \left(3\frac{c^2}{\xi^2} + 1\right) \right\} \right]^2 + 2\pi^2 c^2 s^2 \left[\int \frac{d\xi}{(c^2+\xi^2)} \left\{ \xi J_1' \frac{(3\xi^2 - c^2)}{(\xi^2+c^2)} - 2J_1 \right\} \right]^2 =$

$= 4\pi^2 c^2 \left[\int d\xi \xi^2 \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \frac{1}{(c^2+\xi^2)} - s^2 \int d\xi \xi^4 \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \frac{1}{(c^2+\xi^2)^3} \left(3\frac{c^2}{\xi^2} + 1\right) \right]^2 + 2\pi^2 c^2 s^2 \left[\dots \right]^2 =$

$= 4\pi^2 c^2 \left[\int d\xi \frac{\xi^2}{(c^2+\xi^2)} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \right]^2 - 8\pi^2 c^2 s^2 \left[\int d\xi \frac{\xi^2}{(c^2+\xi^2)^3} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \right] \left[\int d\xi \frac{\xi^4}{(c^2+\xi^2)^3} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \left(3\frac{c^2}{\xi^2} + 1\right) \right] + 2\pi^2 c^2 s^2 \left[\dots \right]^2$

$\sum_\mu |F_\mu|^2 = (s=0 \text{ term}) - 8\pi^2 c^2 s^2 \left[\int d\xi \frac{\xi^2}{c^2+\xi^2} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} \right] \left[\int d\xi \frac{\xi^2}{(c^2+\xi^2)^3} \frac{\partial J_0}{\partial \xi} (3c^2+\xi^2) \right] + 2\pi^2 c^2 s^2 \left[\int \frac{d\xi}{(c^2+\xi^2)} \left\{ \xi J_1' \frac{(3\xi^2 - c^2)}{(\xi^2+c^2)} - 2J_1 \right\} \right]^2$

$\sum_\mu |F_\mu|^2 = (s=0) - 8\pi^2 c^2 k^2 s^2 \left[\int_0^1 d\xi \frac{\xi^2 J_1(k\xi)}{(\xi^2+c^2)} \right] \left[\int d\xi \frac{\xi^2 (3c^2+\xi^2) J_1}{(c^2+\xi^2)^3} \right] + 2\pi^2 c^2 s^2 \left[\int \frac{d\xi}{(c^2+\xi^2)} \left\{ \xi J_1' \frac{(3\xi^2 - c^2)}{(\xi^2+c^2)} - 2J_1 \right\} \right]^2$

Сравнение $W_m^N = \mu_s^2 R^2 L \int \frac{dk}{k} S(\rho k) \sum |F_\mu(k)|^2$ с расчетом $2S/\Sigma$ и расчетом Зухры S/Σ.

С расчетом Зухры W_m^N не совпадает, с моим W_m^N $2S/\Sigma$ расчетом не совпадает, но похоже. $2S/\Sigma$ расчет неточен; при разложении m_ξ, $\sin\Theta(\xi)$ не учел $+s^2$ член, который Ванин дал ΔC_m^N.

7/XI Wieczorem z Julian, Virginia (NORDITA recom. letter), Zubkiem (WWU), Ducana (MEC grant) Sol-Sky Mag'17 invitations to Trotsenko, Kawazoma (Tokuno), Tanjutur (Bog). Architecture cover + rec. letter to O. Tarabinska. This week is rozpoczęcie na 1 mies.

8/XI GM profile $m^2(\vec{s},\vec{S}) = \hat{m}(\vec{s},0) + \frac{\partial \hat{m}}{\partial s}\Big|_{s=0} s$, $m_G(\vec{s}) = \frac{\partial \hat{m}}{\partial s}\Big|_{s=0}$ Bog dla Lubicza

$m_z = \frac{1-|s|^2}{1+|s|^2}$, $m_+ + i m_y = \frac{2\bar{s}}{1+|s|^2}$, $s(\varphi) = \frac{e^{i\varphi}}{c}(z-s)$, $\partial m_z = \frac{\partial \bar{s}}{\partial s} s(1+|s|^2) - (1+|s|^2)\frac{\partial s}{\partial s}\bar{s}$

$= -\frac{2\bar{s}}{(1+|s|^2)^2}\frac{\partial s}{\partial s} = -2\frac{e^{-i\varphi}/c}{(1+|s|^2)^2}(-1)e^{i\varphi}\frac{1}{c} = \frac{2}{c^2}\frac{1}{(1+s^2/c^2)^2} = \frac{2}{c^2}\frac{c^4}{(c^2+s^2)^2} = m_G^2(s)$

$m_+ = m_x + i m_y$ $\frac{\partial m_+}{\partial s} = \frac{2}{(1+|s|^2)} - \frac{2\bar{s}}{(1+|s|^2)^2}\bar{s} = \frac{2}{(1+|s|^2)^2}\frac{\partial s}{\partial s}(-1)e^{i\varphi}\frac{1}{c}$

$m_G^+ = \frac{\partial m_+}{\partial s} = -\frac{2}{(1+|s|^2)^2}\frac{e^{-i\varphi}}{c}$, $m_x + i m_y = m_+ e^{-i\varphi}$ $m_G^x + i m_G^y = m_G^+ e^{-i\varphi} = -\frac{2}{(1+|s|^2)^2}\frac{1}{c}e^{i(\varphi_0-\varphi)}$

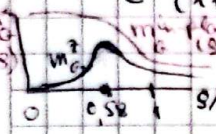
$m_G^2(s) = \frac{2}{c^2}\frac{s}{(1+s^2/c^2)^2}$, $m_G^x + i m_G^y = -\frac{2}{c}\frac{e^{i\varphi_0}}{(1+|s|^2)^2}$

$e^{-i\varphi} \to e^{i(\omega t+\varphi)}$ dyn. azimuthal mode, $\omega = +1$, to GM o $p=+1$, CCW.

GM profile $m_G^2(s) = \frac{2}{c^2}\frac{s}{(1+s^2/c^2)^2}$, $m_G^x(s) + i m_G^y(s) = -\frac{2}{c}\frac{e^{i\varphi_0}}{(1+|s|^2)^2}$ $s = s_0 e^{i(\omega_0 - \omega)t}$

Bloch Skyrmion $\varphi_0 = \pi/2$, $m_G^y(s) \neq 0$ Neel-Sk $\varphi_0 = 0$, $m_G^x(s) \neq 0$, $m_G^y(s) = 0$ gdy mamy Sk o radialnej proc.

$m_G^z(s) = \frac{2}{c}\frac{r}{(1+r^2)^2}$ $r = s/c$ max $m_G^z(r_0) = \frac{3}{2}\sqrt{3}\frac{1}{c}$ dla $r_0 = s/c = \sqrt{3}/3 \approx 0{,}58$, $s_0 \approx 0{,}58$.



$m_G^{in\text{-}plane}(s) = \sqrt{(m_G^x)^2 + (m_G^y)^2} = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+s^2/c^2)^2}$, $m_G^{in\text{-}plane}(s_0) = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+3)^2} = \frac{1}{8}$

Skyrm. PRB'01: $\varphi \sim \frac{d\theta_0}{dz}$, $\mu = \mu_S \sim \frac{1}{r}\sin\theta_0$, gdy BP soliton $\frac{d\theta_0}{dz} = \pm\frac{1}{r}\sin\theta_0$ Bloch Sk.
(ω=0 modes, FAFM)

$m_z = \cos\theta = \cos(\theta_0+\varepsilon\varphi) = \cos\theta_0 - \sin\theta_0\varepsilon\varphi$, $\delta m_z = -\sin\theta_0\varepsilon\varphi \sim \sin\theta_0\frac{1}{s}\sin\theta_0 = \frac{1}{s}\sin^2\theta_0 =$

$= \frac{1}{s}\frac{4s^2c^2}{(s^2+c^2)^2} \sim \frac{s}{(s^2+c^2)^2}$ czyli $m_G^z(s) \sim \frac{s}{(1+s^2/c^2)^2}$ odpowiednio.

Bloch Sk. $\delta m_\varphi = \mu_S \sim \frac{1}{s}\sin\theta_0 \sim \frac{1}{(c^2+s^2)}$ oczywiście bo $m_G^z(s) \sim \frac{1}{(c^2+s^2)^2}$ mało.

$m_S = \sin\theta\cos(\Phi-\varphi) = \sin(\theta_0+\varepsilon\varphi)\cos(\varphi_0+\psi) = [\sin\theta_0 + \cos\theta_0\varepsilon\varphi][\cos\varphi_0 - \sin\varphi_0\psi] =$

$= m_S^0 + \cos\varphi_0\cos\theta_0\varepsilon\varphi - \sin\theta_0\sin\varphi_0\psi$, $\delta m_S = \cos\varphi_0\cos\theta_0\varepsilon\varphi - \sin\theta_0\sin\varphi_0\psi = \begin{cases} -\sin\theta_0\psi = \pm\psi & \varphi_0 = \pm\pi/2 \text{ Bloch Sk} \\ \cos\theta_0\varepsilon\varphi & \varphi_0 = 0 \text{ Neel-Sk} \end{cases}$

Gus'PRL'02: $\vec{m}(\vec{s},\vec{S}) = \vec{m}(\vec{s},0) + (\vec{s}\cdot\frac{\partial}{\partial \vec{s}})\vec{m}(\vec{s},\vec{S}) = \vec{m}_0 + \mathrm{Re}\left[\bar{s}\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial s_x} + i\frac{\partial \vec{m}}{\partial s_y}\right)\right]$

u $\vec{m}_G(\vec{s}) = \frac{\partial \vec{m}}{\partial s_x} + i\frac{\partial \vec{m}}{\partial s_y} = 2\frac{\partial}{\partial \bar{s}}\vec{m}$ - dod. $\mathrm{Re}\left[\bar{s}\frac{\partial \vec{m}}{\partial \bar{s}}\right] = \mathrm{Re}\left[s\frac{\partial \vec{m}}{\partial s}\right]$

zobaczmy. $\vec{m}_G(\vec{s}) = \frac{\partial \vec{m}}{\partial s_x} - i\frac{\partial \vec{m}}{\partial s_y} = 2\frac{\partial \vec{m}}{\partial s}$, $(\vec{s}\cdot\frac{\partial}{\partial \vec{s}}) = \mathrm{Re}\left(\bar{s}\frac{\partial}{\partial \bar{s}}\right) = \mathrm{Re}\left(s\frac{\partial}{\partial s}\right)$

$m_S + i m_\varphi = m_+ e^{-i\varphi} = \frac{2e^{i\varphi_0}(z-s)/c\cdot e^{-i\varphi}}{(1+|s|^2)} = \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{(s-se^{-i\varphi})}{(1+|s|^2)} = \frac{2}{c}\frac{[s-|s|e^{i(\varphi_s-\varphi)}]}{(1+|s|^2)}e^{i\varphi_0}$

1) Dla Bloch-Sk $\varphi_0 = \pi/2$, $m_S + i m_\varphi = \frac{2i}{c}\frac{(s-se^{-i\varphi})}{(1+|s|^2)}$, $m_S = -\frac{2|s|}{c}\frac{\cos(\varphi_s-\varphi+\pi/2)}{(1+|s|^2)}$

$m_S = -\frac{2|s|}{c}\frac{\sin(\varphi-\varphi_s)}{(1+|s|^2)} = \delta m_S \sim s$. $m_\varphi = \frac{2}{c}\frac{[s-|s|\sin(\varphi_s-\varphi+\pi/2)]}{(1+|s|^2)} = \frac{2}{c}\frac{[s-|s|\cos(\varphi-\varphi_s)]}{(1+|s|^2)}$

$m_\varphi = m_\varphi^0 - \frac{2}{c}|s|\frac{\cos(\varphi-\varphi_s)}{(1+s^2/c^2)} + \frac{2s}{c}$ lin. in s-term $\frac{1}{(1+|s|^2)}\cdot\frac{1}{1+|s|^2} = \frac{c^2}{c^2+s^2-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)} =$

$= \frac{c^2}{c^2+s^2}\frac{1}{1-\frac{2|s|s}{(c^2+s^2)}\cos(\varphi-\varphi_s)} = \frac{c^2}{c^2+s^2}\left[1 + \frac{2|s|}{(c^2+s^2)}\cos(\varphi-\varphi_s)\right]$, $\delta m_\varphi = -\frac{2}{c}|s|\cos\alpha + \frac{2s}{c}\frac{1}{c^2}\frac{2|s|\cos\alpha}{(1+s^2/c^2)^2} = \frac{2}{c}\frac{|s|\cos\alpha}{(1+s^2/c^2)^2}\left[-\left(1+\frac{s^2}{c^2}\right) + 2\frac{s}{c^2}\right]$, t.e. $\frac{\delta m_S}{\delta m_\varphi} \sim \frac{s}{1}$ nie zobaczymy m_G^y

2) Neel-Sk, $\varphi_0 = 0$ $m_S + i m_\varphi = \frac{2}{c}\frac{[s-|s|e^{i(\varphi_s-\varphi)}]}{(1+|s|^2)}$, $\delta m_\varphi = -\frac{2|s|}{c}\frac{\sin(\varphi_s-\varphi)}{(1+|s|^2)}$.

Możemy wyliczyć $\vec{m}_G(\vec{s}) = 2\frac{\partial \vec{m}(\bar{s}s)}{\partial s} = \frac{\partial \vec{m}}{\partial s_x} - i\frac{\partial \vec{m}}{\partial s_y}$, $s = s_x + i s_y$

Bo zatem $\vec{m}_G(\vec{s})$ - projekcja $\vec{s}$ MS cała w $\vec{s}$ grupie. Rozmowa z Tomkiem i Julian. Rozmowa z Julian, Virginia (NORDITA recom. letter), Zubkiem (WWU), Ducana (MEC grant) Sol-Sky Mag'17 invitations to Trotsenko, Kawazoma (Tokuno), Tanjutur (Bog). Architecture cover + rec. letter to O. Tarabinska. This week is rozpoczęcie na 1 mies.

9/XI Finalnie wyliczam dwa MS w $R_c(r,\mu)$ Polynomial z A. E. Ale Grupa, Edited Sk-Stability MS. Artykuł w normie bo Tomek i Duc. Rozmowa Tomek, Julian, Virginia (NORDITA recom. letter), Zubkiem (WWU), Ducana (MEC grant) Sol-Sky Mag'17 invitations to Trotsenko, Kawazoma (Tokuno), Tanjutur (Bog). Architecture cover + rec. letter to O. Tarabinska. This week is rozpoczęcie na 1 mies. Kończę wyliczenia Krzysztof Awrejcewicz z Tomkiem Andrzejem MS.

Escaneado con CamScanner

(11/XI) Sk-gyromodes paper с green Wm Emma submitted by Zukkra to J Ph. D.
Марат и коллеги finished the Origin files of Fig. 1, 2a, 2b по $R_c(T)$, $R_c(H)$. Также прислали Origin files of Figs by Aurelio для Sk-stability Arantxa paper. Edited Aurelio Figs.
(12-13/XI) с П. и 10. Oleksandr „Carrefour" и „Lidl". Написание Skyrmion-stability Arantxa paper для JMMM. Срабл. с simul. Nakatani APL '16 и Siracusano PRL '16.
(14/XI) Коллеги inv. letter to O. Tarnavskaya. Лит. обзор Skyrmion papers Зборила Фаррад Весида с O. Kurnosikov (Kaiserslautern): own simulating Skyrmion stability in Co/Pt и Pt/Co/Pt, предполагаемое $d_{Co} = N \cdot 0{,}6$ nm, mag. parameters Moreau-Luchaire 2016, и profiles of $D(z)$ и $K_u(z)$ along the thickness, Cluster MPD d_c | 1 SD / Sk: / helix / D
Ainhoa приглашена на Ikerbasque meeting Dec. 20, President Palace, Vitoria.
Написание Discussion в Sk-stability - Arantxa paper. Juan Marco прислал reminder Iorai's signature.
(15/XI) Sk-stability paper writing. Коллеги paper drago to Arantxa с вопросами по simul.
Зубира написала ответ J. Ph. D - не хочет брать Sk-ω_c-Wm paper на рассмотрение — сказали ей to edit paper и послать ее в J. Phys: Cond. Mat. // Оксана предложила D(T) Sim. by Barker, Japan.
Зубира submitted Sk-ω_c paper to J. Phys.: Cond. Mat.
(16/XI) Arantxa прислала ответы на вопросы к Sk-stability paper. Edited Sk-stability-Arantxa paper и послали ее to Arantxa, Oksana, Aurelio, Gleb. Куп. new cartridges „Delta".

Q-D MPD

Вернулись к Skyrmion stability Q-D diagram. Построили численно Q-D phase diagram при $\beta = 0$ (ultrathin dot, см. 13/XI) и $\beta \neq 0$ для Neel и Bloch skyrmions.
Используем W_{tot} (3/XI) в нормировке ($\mu_0 \pi M_s^2 V$) — подходит для $\beta = 0$ и β-finite. β-value имеет порядок $\log W_m$. W_{ex}, W_D, W_{an} - все учтены. Sheka $\theta(\xi)$ - ansatz.
$\tan\frac{\theta}{2} = e^{-f(\xi)}$, $f(\xi) = \ln\frac{\xi}{c} + \lambda R(\xi - c)$, $\xi = z/R$ - нормировка, $R/l_{ex} \to R$, $\lambda^2 = Q - 1$, $Q \geq 1$
W in units $(\mu_0 \pi M_s^2 V)$, R in units l_{ex}, $\xi = z/R$, $d = D l_{ex}/A$, $l_{ex}^2 = A/(2\pi M_s^2)$. $\beta = 0$ пока

(R=20 l_{ex})

d	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
R_c	1,04	1,10	1,25	1,44	1,66	1,88	2,16

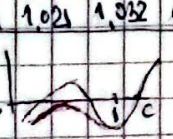
Skyrmion MPD
S_0-U' line?

$W(d, R, Q, c)$ сначала as $f(c)$, $R/l_{ex} = 20, 50$, $l_{ex} \approx 5$ nm typical. Vary d, find Q - подвижение min $W(c)$ с точностью c^* - U-m border.
Область $c \ll 1$ описана плохо, видимо из-за $\ln\frac{z}{c}$ в $f(\xi)$.
Нужен критерий: $\min W(c)$ есть при finite c, если $c^* \geq 0{,}01$ — boundary Sk-metastab. $Q_c(d)$ определ. из условия $c_{eq} = 0{,}01$.
При $c \ll 1$, $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{c}{\xi} e^{\lambda R(\xi - c)}$, когда как BP soliton $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{c}{\xi}$, $\cos\theta = \frac{\xi^2 - c^2}{\xi^2 + c^2}$.
В BP-soliton приближении metastab. border (4/XI) есть $d_c(Q) = 1.076 R(Q-1)$ - linear fun
MPD 13/I стоит при $R/l_{ex} = 50$, $d_c(Q) \approx 54(Q-1)$, $Q - 1 = \frac{1}{54} d$ - Да линия гораздо
ниже $Q - 1 = f(d)$ line #1 U-m MPD 13/I. Может это S_0-U' line #2?
Надо найти $W(c)$ аналитически, не используя BP-ansatz как 4/XI.
$\cos\frac{\theta}{2} = \cosh\left[\ln\frac{\xi}{c} + \lambda(\xi - c)\right]$, $\sin\theta = \frac{1}{\cosh f}$, $\cos\theta = \tanh f$, $f = \ln\frac{\xi}{c} + \lambda(\xi - c)$.
$\cos\theta = \frac{1 - \tan^2\theta/2}{1 + \tan^2\theta/2} = \frac{1 - [\frac{c}{\xi} e^{\cdot}]^2}{1 + [\frac{c}{\xi} e^{\cdot}]^2} = \frac{\xi^2 - c^2 e^{2\lambda(c-\xi)}}{\xi^2 + c^2 e^{2\lambda(c-\xi)}} = \frac{\xi^2 e^{2\lambda\xi} - c^2 e^{2\lambda c}}{\xi^2 e^{2\lambda\xi} + c^2 e^{2\lambda c}}$, $\cos\theta = 0$ при $\xi = c$.
Если в $\int d\xi(\ldots)$ $\xi^2 e^{2\lambda\xi} = s^2$, $\xi e^{\lambda\xi} = s$, $ds = [e^{\lambda\xi} + \xi e^{\lambda\xi}\lambda]d\xi = [\frac{s}{\xi} + \lambda s]d\xi$
$\xi(s)$ нельзя найти аналитически, кроме trivial $\lambda = 0$, $\xi = 0$, $Q = 1$.
Найдем на S line #3 MPD 13/I, т.е. line где $W_{sk} = W(1\,SD)$, 1 SD имеет $c_{eq} \approx 1.1 - 1.2$
$W(\text{ideal } 1SD) = 1/2$.

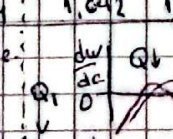
d	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,55	0,60	0,7	0,8	0,9	1,0
R_c	1,01	1,021	1,032	1,041	1,044	1,042	1,038	1,050	1,090	1,135	1,168	1,210

(I) (II) (III) ← Малые Q, m-S-S_0-U' область

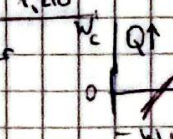
line #4



неустойчивое при Sk min W(c) при Q↓



Min c>1 уходит в 0 при c Q↓ исчезает с min c<1 (Sk), т.е. 1SD исчезает



еще резкий при d > 0,65 при Q дает 2-ой min W(c)

! Вот где да, богатая → MPD при малых Q есть одна 2-Skyrmion min W(c)! При малых Q MPD 13/I неполна, там очень m, S, S_0 и U'-states с возможными (при -) критическими точками. // Два min W(c) $c_1 = 0{,}01$, $c_2 > 0{,}5$
Ruben Michel (см. 2/XI) с $Q = 1.55$, $l_{ex} = 3.57$ nm, $R = 500$ nm. У меня оба $c_{1,2} > 0.5$ (min W(c))

(17/XI) Уборка дома. Вчера не пришёл. Pinocchio меняет slope $W(R_c)$ near eq. R_c.

Построение Q-d MPD в области малых $Q \geq 1$.

(I) regime K/Σ появился: sk $\min W(c)$ исчезает с $Q\downarrow$ – переход $m \to u'$ $(d < d_1)$.

(II) regime: с $Q\downarrow$ m-sk сливается с s-sk, потом LSD $\min$ пропадает при $c_1 < 1$, сначала т.е. $m \to s \to s_0$, потом $s_0 \to u'$, $c_0(Q)$ растет и становится >1 ($\min W(c)$ – нет, это есть u'. $c_0(Q=1) \approx 1.2$

(III) regime: с ростом $Q\uparrow$ от $Q=1$ $c_0(Q) > 1$ $\min$ исчезает в бок, $c_0(Q) \leq 1$, $u' \to s_0$

Затем с ростом Q снова появ. второй $\min W(c)$ при $c_1 \leq 1$, т.е. s-sk. $c_1(Q)$ растет, сливается >1, $W(c_1)$ падает и становится $< W(c_0)$, т.е. m-sk. (ростом $Q\uparrow$: $u' \to s_0 \to s \to m$

(II), (III) regimes качественно одинаковы, $u' \to s_0 \to s \to m$ с ростом Q от $Q=1$, если область параметров of two-sk $\min W(c)$, c_0 и $c_1 < 1$! (III) regime реализуется при $d > d_0$, до $\frac{m}{s_0}$ и точка слияния lines #3 и #4 MPD (3/Σ), line #3 заканчивается на line #4?

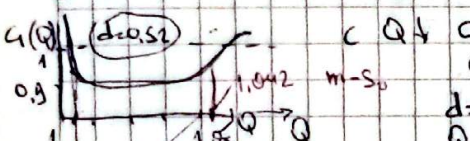
Найдем d_0. При $d = d_0$ $(d < d_0)$ исчезает s-state, т.е. state с двумя $\min W(c)$, sk и LSD sk, и sk.

$d = 0.5$ – reg. (I), $d = 0.51$ reg. (I) с $Q_c = 1.043$, $d = 0.52$ (I) с $Q_c = 1.042$.

$d = 0.53$ c_1 (former LSD) < 1, т.е. формально это s_0-state, а не u'-state. Затем Q_c 1.041

при $Q\downarrow$ сразу при $Q_{c1} = 1.0007$ $c_1(Q) = 1$ снова, и при $Q\downarrow$ $c_1(Q) > 1$ – будет u'-state.

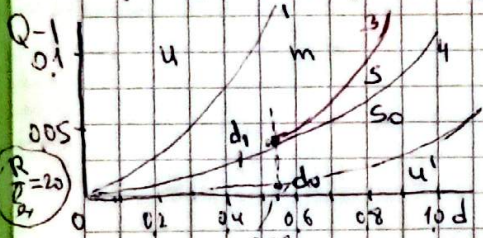
$d = 0.53 \to m \to s_0 \to u'$ переходы с $Q\downarrow$. // $d = 0.52$, $c_1(Q_c) = 0.986$, $Q_c = 1.042$ исчез. m-sk



с $Q\downarrow$ $c_1(Q)$ падает, а потом растет до $c_1(Q) > 1$, $c_1(Q_{c0}) = 1$ дает Q_{c1} для $s_0 \to u'$ перехода.

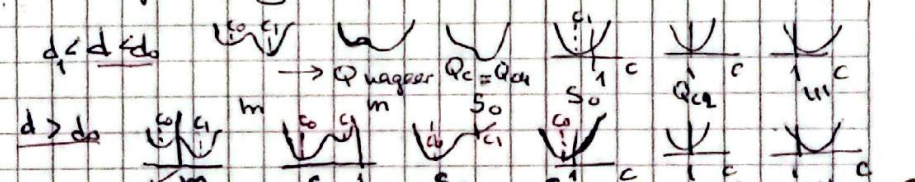
$d = 0.54$, $Q_c = 1.040$ m-sk исчезает, но $c_1(1.040) < 1$, s_0-state. Затем при $Q\downarrow$ $c_1(Q)$ падает, затем растет до $c_1(Q_{c1}) = 1$ при $Q_{c1} \approx 1.001$. $s_0 \to u'$

При $d = 0.55$ внешние c_0 $\min W(c_0) < W(c_1)$, т.е. есть small-c $\min W(c)$ который ground state (s-case). $c_1 < 1$ (≈0.9). При $Q\downarrow$ c_1 $\min W(c)$ пропадает – переходим в режим (II). $m \to s \to s_0 \to u'$. Можно принять $d_0 = 0.55$ ($d \approx 0.54$–0.55)



При $d < d_0$, $Q\downarrow$ из m-state, m – исчезает, остается $c_1(s_0) < 1$

При $d \geq d_0$, $Q\downarrow$, $m \to s$, затем c_1-$\min$ исчезает, $s \to s_0$, и при $Q\downarrow$ дальнейшем $s_0 \to u'$, т.е. $c_1 \geq 1$.



Разница между MPD (3/Σ) из-за sk-sk $R_{ka} = 50$, а сейчас $R_{ka} = 20$

При $d < d_0$ $c_1(Q_c) < 1$, т.е. s_0-state, а может ли быть $c_1(Q_c) \geq 1$? Тогда $m \to u'$.

Q_c def.: при $Q = Q_c$ исчезает low-c c_0 $\min W(c)$ at $d < d_0$, или u' high-c c_1 $\min$ при $d > d_0$.

При $d = d_0$ $c_0(Q)$ и $c_1(Q)$ сливаются при $Q = Q_c = Q_{c1}$

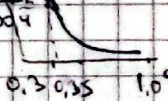
При $d < d_0$ $\frac{\partial^2 W}{\partial c^2}(Q_c, c_0) = 0$, а при $d > d_0$ $\frac{\partial^2 W}{\partial c^2}(Q_c, c_1) = 0$, что определяет $Q_c(d)$,

$m \to s_0$ переход, $s \to s_0$ переход, line #4

$m \to s$ переход, line #3 $(d \geq d_0)$ $W(c_0) = W(c_1)$ или $Q_{c3}(d)$. line #1 $\frac{\partial W}{\partial c}(c_0) = 0$ с $c_0 > 0$, $\tilde{Q}_c(d)$, $c_0(Q, d) = 0$

$s_0 \to u'$ переход, line #2 $\frac{\partial W}{\partial c}(c_1) = 0$, $c_1(Q, d) = 1$, $Q_{c1}(d) \xrightarrow{d \to 5} Q_{c2}(d)$

Строим line #2 $Q_{c2}(d)$ Q_{c2} 1.004, ниже $d = 0.35$ MathCad не считает $Q_{c2}(0.35) = 1.004$



$Q_{c2}(0.55) = 1.001$

$Q_{c2}(d)$ падает – дТ (!!!)

Line #4 at $d < d_0$ $W_c''(Q, d, c_0) = 0$, $Q_c(d)$ – MathCad $W_c''(Q, d, c_0) = 0$ не считает.

это line #4 помещена 16/XI in Table. // Для line #3 надо $c_0(d, Q)$, $c_1(d, Q)$ MathCad не считает сразу.

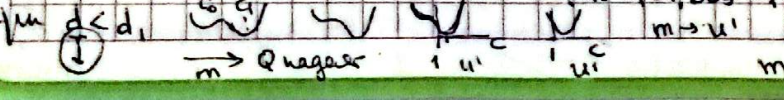
Line (#2) d | 0.01 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.51 | 0.52 | 0.05

Q_{c2} | 1.0012 | 1.0095 | 1.021 | 1.033 | 1.042 | 1.0443 | 1.0435 | 1.0427 | 1.0047

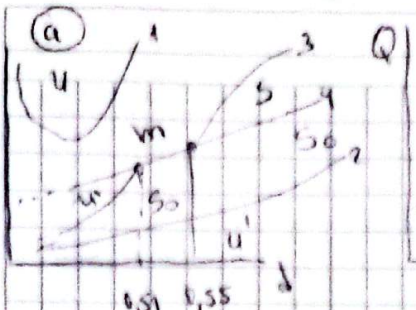
#4 $d < d_1$ $c_1 = 1.019$ $c_1 = 1.005$ $\tilde{c}_1 = 0.930$

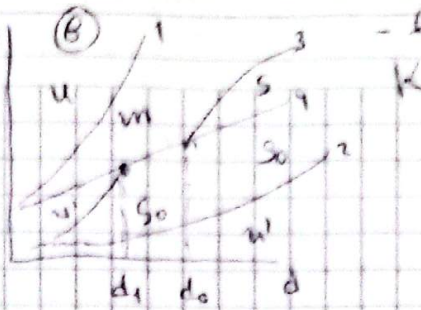
т.е. это $m \to u'$ переход вниз до $d_1 = 0.51$. $d > 0.51$ это $m \to s_0$.

При $d < d_1$ (I)



– но далее $Q\downarrow$ идет $u' \to s_0 \to u'$





- Вероятностная теория МРД d-Q

Карпенко - u' фаза макро d-строение

Выражение u'-state через state u_0 при $S_0(c_1,1) = S_0'$

Для стандарта S_0, $c_0 < 1$, $d < d_1$, $c_0 < 1$, $d_1 < d < d_0$

(18/XI) Анализ MS Approach на SW на кристалле Δ-dot E-mails Тарасевичу.

Обсуждение MS Approach для Δ-dots. Winters magnons. Возбуждение магнонов Spin Winter magnons in MS и нахождение SW frequencies для SW localized на DW в Winter state Δ-dot. Обед у Грачева с Гарягдыевым и Тарасевичем.

(19/XI) Sci. Rep. duties. Тарасевичу. Выбор journal для Sk-gy nonmetal paper с Зуевым: в Oberwolfach, Lidl, Carrefour. Практически нулевая информация о поездке в Мадрид (нет ответа Бандуры)

(20/XI) P. Bak, M.H. Jensen J. Ph. C - 1980 : → Dzyaloshinskii Criterion FM state instab. by

$$F = \frac{1}{2}A(S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) + \vec{D}\vec{S}\cdot(\nabla \times \vec{S}) + \frac{1}{2}B_1\sum_\alpha(\nabla S_\alpha)^2 + \frac{1}{2}B_2\sum_\alpha\left(\frac{\partial S_\alpha}{\partial x_\alpha}\right)^2 + (\text{high order cubic anisotropy})$$

$$\vec{S}(r) = \vec{S}_k e^{ikr} + \vec{S}_k^* e^{-ikr} \rightarrow F(k) = \frac{A}{2}|\vec{S}_k|^2 + iD\vec{k}\cdot(\vec{S}_k \times \vec{S}_k^*) + \frac{1}{2}B_1k^2|\vec{S}_k|^2 + \frac{1}{2}B_2\sum k_\alpha^2|S_{k\alpha}|^2$$

$\vec{S}_k = \vec{\alpha}_k + i\vec{\beta}_k$, $\min F(\vec{k})$ если $\vec{\alpha}_k \perp \vec{\beta}_k$, $|\alpha_k| = |\beta_k|$ и $\vec{k}$ paral. to $\vec{\alpha}_k \times \vec{\beta}_k$ ($D \neq 0$) ≠ describe left-handed and right-handed spirals. Контрпример $(\vec{\alpha}_k \times \vec{\beta}_k)(D > 0)$ -

$$F(k) = \left[\frac{1}{2}A - |D|k\right]|\vec{S}_k|^2 + \frac{1}{2}Bk^2|\vec{S}_k|^2 \text{ is minimized by } k_D = \frac{|D|}{B},\ B = B_1 + \frac{1}{3}B_2$$

$$\min F(k_D) = \frac{1}{2}A|\vec{S}_k|^2 + \left[-|D|\cdot\frac{|D|}{B} + \frac{1}{2}B\frac{D^2}{B^2}\right]|\vec{S}_k|^2 = \frac{1}{2}\left[A - \frac{D^2}{B}\right]|\vec{S}_k|^2$$

$F(k_D) < 0$, $\vec{k} = 0$ (FM) state неустойчиво по отнош. к finite $|\vec{S}_k|^2$, при $D^2 > AB$,

$D > D_c = \sqrt{AB}$, A - anisotropy, B - inhom. exchange parameters

Это Dzyaloshinskii criterion для anisotropic bulk ferromagnet $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}$!

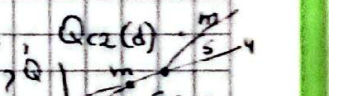
→ Skyrmion stability MPD. $F_A = \frac{1}{2}A|\vec{S}|^2$, A - uniform exchange.

Сравнение 16-17/XI построения «line #4 и нашли: 1) $d < d_1$, $\vec{m} \rightarrow S_0' \rightarrow S_0 \rightarrow u'$,

2) $d_1 < d < d_0$, $m \rightarrow S_0 \rightarrow u'$ и 3) $\vec{m}' \rightarrow S \rightarrow S_0 \rightarrow u'$ - при решении.

- Line #1, $u \rightarrow m$ переход, $\frac{\partial W(c_0)}{\partial c} = 0$, $Q_{c_1}(d)$ из eq. $c_0(Q,d) = 0$ - Функция из-за Line #3 конкуренции
- Line #3 $m \rightarrow s$ переход, $d > d_0$. $W(c_0) = W(c_1)$, $c_0(d,Q)$ и $c_1(d,Q)$ MathCad строение на стыке
- Line #2 $S_0 \rightarrow u'$ переход at small Q-1, $\frac{\partial W}{\partial c}(c_1) = 0$, $c_1(d,Q) = 1$, $Q_{c2}(d)$

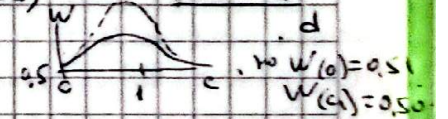
$Q_{c2}(d) \downarrow$ с $d \uparrow$ наблюдается 17/XI сравнимая. Может ли быть?



State u ($c=0$) соотв. $m_z = +1$ ($\perp SD$); u' ($c>1$) соотв. $m_z = -1$ ($\perp SD$)

Случаем $d=0$ case. только $c=0$ (u) и $c>1$ (u') дают $\min W(c)$

- артефакт числ. счета при $c \rightarrow 0$.



при $c \rightarrow 0$ $\sin\theta = \frac{2\operatorname{tg}\theta/2}{1+\operatorname{tg}^2\theta/2} = \frac{2e^{-\xi}}{1+e^{-2\xi}} = \frac{2}{e^{\xi}+e^{-\xi}} = \frac{1}{\operatorname{ch}\xi}$, $\xi(r) = \ln\frac{r}{c} + \lambda(r-c)$

$$e^{\xi} + e^{-\xi} = e^{\ln\frac{r}{c} + \lambda(r-c)} + e^{-\ln\frac{r}{c} - \lambda(r-c)} = \frac{r}{c}e^{\lambda(r-c)} + \frac{c}{r}e^{-\lambda(r-c)}$$

$$\sin\theta = \frac{2}{\frac{r}{c}e^{+} + \frac{c}{r}e^{-}} = \frac{2cr}{r^2e^{+} + c^2e^{-}},\ e^{\lambda(r-c)} = e^{\lambda r}(e^{-\lambda c}) = e^{\lambda r}(1 - \lambda c + \frac{1}{2}\lambda^2c^2)$$

$$\sin\theta = \frac{2cr}{r^2e^{\lambda r}(1-\lambda c + \frac{1}{2}\lambda^2c^2) + c^2e^{-\lambda r}},\ \sin^2\theta = \frac{4c^2r^2}{[r^2e^{\lambda r} + O(c)]^2} = 4c^2\frac{1}{r^2}e^{-2\lambda r}$$

$$W(c) = \int_0^1 dr\, r\left[\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)^2\left\{\lambda^2 + \frac{2\lambda}{r} + \frac{2}{r^2}\right\}\sin^2\theta + Q\sin^2\theta + DMI\right] \sim \int_0^1 dr\, r\frac{1}{2^2}\frac{c^2}{r^2}e^{-\lambda r} \rightarrow \infty,$$

(ч/з MM2V)

расходится при $r \rightarrow 0$, т.е. $W(c) \sim (\infty)c^2$ не аналитическая при $c \rightarrow 0$.

$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-\xi} = e^{-\ln r/c - \lambda(r-c)} = \frac{c}{r}e^{-\lambda(r-c)} \rightarrow \infty$, $\theta \rightarrow \pi$ при $r \rightarrow 0$ at c finite. $\cos\theta(0) = -1$

$\sin\theta = \sin(\theta_0 + \delta\theta) = \sin\theta_0(1 - \frac{\delta\theta^2}{2}) + \delta\theta\cos\theta_0 = |\sin\theta_{c=0} = 0| = \cos\theta_0\,\delta\theta$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Использую $A(T) = A(0)m^{3/2}$, $D(T) = D(0)m^{3/2}$ by Barker в расчете Sk-stability и $R_c(T,H)$ с параметрами Finocchio (IS/E). $M_S = 600$ G, $A = 20$ pJ/m, $K_u = 0{,}60 \frac{MJ}{m^3}$, $D = 3 \frac{mJ}{m^2}$

При $T=0$: $\frac{d}{l_{ex}} = D_{bulk}/A = 1{,}41$, $Q = 2{,}65$, $l_{ex} = 3{,}4$ nm. $\frac{R}{l_{ex}} = \frac{200\ nm}{3{,}4\ nm} = 21{,}3$.

$m(T) = \frac{M_S(T)}{M_S(0)}$. $A \sim m^{3/2}$, $D \sim m^{3/2}$, $K \sim m^3$. $\frac{d}{(T)} = \frac{D}{A} l_{ex} = \frac{D(0)}{A(0)} \sqrt{\frac{A}{2\pi M_S^2}} = \frac{D(0)}{A(0)} \sqrt{\frac{A(0)m^{3/2}}{2\pi M_S^2(0) m^2}} \Rightarrow$

$d(T) = d(0) \frac{1}{m^{1/4}}$. $Q(T) = \frac{K}{2\pi M_S^2} = Q(0)m$. $l_{ex}(T) = l_{ex}(0) \frac{1}{m^{1/4}}$.

$Q(T)$ совпадает с Barker. Было $d(T) \sim m^{\beta - 1{,}9} = \frac{1}{m^{1{,}9-\beta}} = \begin{cases} Y_m^{1{,}9}, & \beta = 0 \\ \sqrt{m}^{0{,}3}, & \beta = 1 \end{cases}$ при $D(T) \sim m^\beta$, $A \sim m^{1{,}8}$

т.е. $d(T)$ более резко растет с $T\uparrow$, чем было. Q (T=0 → T, было → стало). $d(0) = 1{,}41$ и растет с $T\uparrow \Rightarrow$ для меньших d и $Q(0) = 2{,}65$ больше (m-s) и (s-s$_0$), лучше на Q-d MPD. (4-m) посчитать для немагн. $m(T)$ для параметров Finocchio линейно 17/X. $m(0) = 1$ ... $m(300K) = 0{,}928$.

Файл "Neel_Skyrm_Rc_thick_dot_1.mcd" $W_s(d,R,Q,c) = W_{ex\,Dan}(d,R,Q,c) + W_m(R,Q,c)$ – при $T=0$. R (dot radius) в eg. l_{ex}.

уже finite T через $m = m(T) \rightarrow W_{sT}(d,R,Q,m,c) = W_{ex\,Dan}\left(\frac{d}{m^{1/4}}, Rm^{1/4}, Qm, c\right) + W_m(Rm^{1/4}, Qm, c)$

Barker T, K	0	50	100	150	200	250	300
m(T)	1	0,985	0,975	0,964	0,952	0,940	0,928
$2R_c$, nm	26,6	29,4	31,7	34,5	38,3	43,1	49,2

$R_c(T)$ при $A \sim D \sim m^{3/2}$ растет с $T\uparrow$ медленнее чем $R_c(T) \sim 1/E$ с $A \sim m^{1{,}8}$, $D \sim m$.

$R_c^{new}(300K) \approx \frac{1}{2} R_c^{old}(300K)$.

Barker При $T=0$ до 300 K $d(T)$ растет от 1,41 до 1,44; $Q(T)$ падает от 2,65 до 2,46

(m→s) line #3 (cm.20/XI) d>d$_0$ R=21.3

d	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2
Q	1,38	1,47	1,57	1,683	1,80	1,93	2,07	2,22	2,38	2,55	2,73	2,92	3,1

(14-17/XII) trip с Л. to Madrid. Meeting с Окс.: Arantxa-MPD paper, Finocchio $R_c(T,H)$ paper, appeal GC-proposal. Носкин reminder to MINECO с предложением МАТ2013-project. Нодгеев quartiles Q своих papers за 2010-2015, если JAP-Q2, то у меня ≈60% в Q1. Revision Skyrm-SW PRB с Michal, ответы Referees, resubm. Dec. 15.

SW-дисперсия eq. Kostylev'14 for magnetostatics (1 ML): $\omega(k) = \omega_H + d\omega_M k^2 + \gamma \frac{2D}{M_S} k$, $\vec{M}_0$ in ω-film plane, $\vec{k} \parallel Ox$ - in-plane. $d = 2A/\mu_0 M_S^2$, $d\omega_M = \frac{2A}{\mu_0 M_S^2} \gamma \mu_0 M_S = \gamma \frac{2A}{M_S}$

SW DMI → $\frac{1}{\gamma}\omega(k) = (\vec{H} \cdot \hat{\vec{m}}_0) + \frac{2A}{M_S} k^2 + \frac{2D}{M_S} k_x$, $\vec{M}_0 = M_S \hat{z}$, $\hat{x}$ в ноль, Oy - нормаль к пленке

DMI - interface defined as in Rohart'13: $E_D = D \int d^2\vec{r} \left[(\vec{m} \cdot \vec{\nabla}) m_y - m_y \vec{\nabla} \vec{m} \right]$.

$\omega(k)$ с уменьшением D и надо измерить для разных A(T), D(T) через fitting к atomistic Barker's simulations при $(k \cdot a) \ll \pi$. Barber из fitting $A(m)$, $D(m)$ дает $A(m)$, $D(m) \sim m^{3/2}$ где $m = M_S(T)/M_S(0)$.

(18/XII) План до конца 2016 г.: ~~1) ехать в Мадрид с Зуэрой в Нарэе~~; 2) подать appeal в Европ consolidators; ~~3) ехать в Иберкаджас~~; 4) Subm. Skyrmion-MPD paper (Arantxa); 5) update MPD Finocchio MS; 6) revise Δ-dot Рирхад MS; 7) написать TM thick v.dot; 8) to handle IMMM-Rev.SA; 9) Rev. PRB magn.

(4→m) line #1 (cm. 20/XI) R=21.3

d	0.10	0.20	0.30	0.05	0.15	0.25
Q	1,60	2,45	3,35	1,0	2,01	2,76

R=21.3 - Finochio. Спасибо sk-min есть, если $C_0 \geq 0{,}001$. Растет (4→m) line медленно немного.

Для $\beta = 1$, $D \sim m^\beta$ и $A \sim m^{1.8}$ $Q(m) \sim m$ остр., но $d(m) \sim 1/m^{0.9}$. При $T = 300$ K, $m = 0{,}928$ $d(300K) = \frac{1{,}41}{(0{,}928)^{0{,}9}} = 1{,}51$

т.е. $d(T)$ растет от 1,41 до 1,51, $Q(T)$ падает от 2,65 до 2,46 при T от 0 до 300 K при $\beta = 1$

Послал MPD с фазой Q-d skyrmion-трубка $R_c(T)$ to Окс.сама.

(19/XII) подготовка Appeal на C-типа consolidators project rejection

(20/XII) Ikerbasque meeting in Vitoria. Donos о сотрудничестве с Кроссом, Ikerbasque Fellow

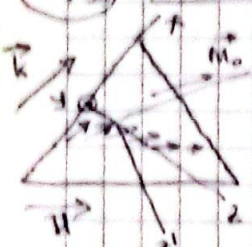
(21-22/XII) подготовка Appeal. Michal, запросил visit to S.-Seb 13-17/II 2017 г.

(22/XII) Рестораан Amara Plaza с группой (490€ плата за Lourdes). Л отпр. 4 мобильных в Канаду

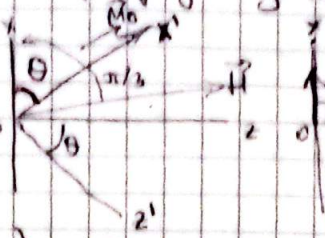
Escaneado con CamScanner

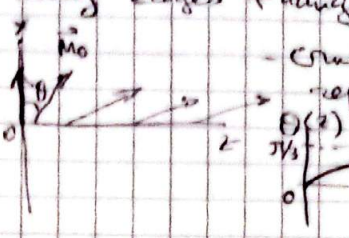
(23/XII) Final correction on Appeal. Julian submitted Appeal „Grupos Consolidados" Euro project Julian NEOKIRE: uno. bugarin. Ygacio bueso postdoc no vacancy Jan. 2018. Rozmowa na PhD student 6 2017, no ecm Azkoaga's candidat norwegian UNV/EHU stipend, ale wymagane → stipend Oficina Regs. no Eleginnibus. C.N. „Finales" Urbil. NEOKIRE.
Received Yokel in Paris, may 1-6, 2017 gene Ingenion Conference.
(24/XII) Pendergrass JF² Mag. Lett. d'Aquino „Vortex St NO" - subm., minor rev. Ref. Gus'NRL'19

(25/XII) Zagorski Piprzyca: edge SW propagating along edges triangular dot



$\hat{x}' \parallel \vec{M}_0(z)$
$\hat{z} \perp$ dot side surface
$\hat{y} = \hat{y}'$ dot plane



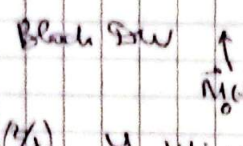


- Gruzaem $\vec{M}_0 = M_0(z)$
- zeyes $\theta(z)$

$\vec{M} = M_0 \hat{x}'$, $\delta W =$

$\delta m = (0, \delta m_y, \delta m_z)$. В каждом FM material $z \geq 0$, edge $z = 0$ — Граница Δ-dot и $0 \leq y \leq L$.

В Winter'61 Bloch DW



$m_y = \sin\theta(z) = \frac{ch'/\lambda}{ch^2/\lambda}$

$m_x = \cos\theta = \pm th(x/\lambda)$

y Winter $E = \frac{d}{2}(z)^2$, $d \sim K'$ stiffness DW ось cgbuna bgoub $\hat{z}$

y Papyroga eiz ewe mag. fields H triangle base, $\vec{H}$ под углом 60° к Ox.

В $x'y'z'$ $\vec{H} = (H_{x'}, 0, H_{z'})$, $H_{x'} = H\cos(\frac{\pi}{3} - \theta)$, $H_{z'} = H\sin(\frac{\pi}{3} - \theta)$

$\theta = \theta(z)$. $W = A(\nabla \vec{m})^2 - \frac{1}{2}\vec{H}_m \vec{M} - \vec{H}\cdot\vec{M}$, $\vec{H}_{eff} = \vec{H}_{ex} + \vec{H}_m + \vec{H}$

Уравнение Гейзенберга в $x'y'z'$, а координаты в xyz, $\theta = \theta(z)$

$-\frac{1}{\gamma}\dot{\vec{M}} = \vec{M} \times \vec{H}_{eff} = \vec{M} \times (\vec{H}_{ex} + \vec{H}_m + \vec{H})$, $\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m}$, $\vec{H}_{eff} = \vec{H}_0 + \vec{h}$

$\vec{M} \times \vec{H}_{eff} = (\vec{M}_0 + \vec{m}) \times (\vec{H}_0 + \vec{h}) = \vec{m} \times \vec{H}_0 + \vec{M}_0 \times \vec{h}$

$-\frac{1}{\gamma}\dot{\vec{m}} = \vec{m} \times \vec{H}_0 + \vec{M}_0 \times \vec{h}$, $\vec{M}_0 \times \vec{h} = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ M_s & 0 & 0 \\ h_{x'} & h_{y'} & h_{z'} \end{vmatrix} = \hat{z}' M_s h_{y'} - \hat{y}' M_s h_{z'}$

$\vec{H}_0 = \vec{H}^0_{ex} + \vec{H}^0_m + \vec{H}$

$\vec{H}^0_{ex} = d\nabla^2 \vec{M}_0$, $\vec{H}^0_m = \int d^3\vec{r}'\, \hat{G}(\vec{r}\vec{r}')\vec{M}_0(\vec{r}')$, $\vec{H} = (H_{x'}, 0, H_{z'})$, $\vec{m} = (0, m_{y'}, m_{z'})$

$\vec{m} \times \vec{H}_0 = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & m_{y'} & m_{z'} \\ H_0^{x'} & H_0^{y'} & H_0^{z'} \end{vmatrix} = \hat{x}'(m_{y'} H_0^{z'} - m_{z'} H_0^{y'}) + \hat{y}'(m_{z'} H_0^{x'}) + \hat{z}'(-H_0^{x'} m_{y'})$

$$\begin{cases} -\frac{1}{\gamma}\dot{m}_{y'} = m_{z'} H_0^{x'} - M_s h_{z'} \\ -\frac{1}{\gamma}\dot{m}_{z'} = -m_{y'} H_0^{x'} + M_s h_{y'} \end{cases}, \quad H_0^{x'} = H_{0ex}^{x'} + H_{0m}^{x'} + H_{x'}, \quad H_{x'} = H\cos(\tfrac{\pi}{3} - \theta)$$

Гранаем Δ-dot большим и рассм. $\vec{M}_0(\vec{r})$ только в большом edge $z = 0$, тогда $\vec{M}_0 = M_0(z)$

$H^0_{ex} = d\nabla^2 \vec{M}_0(z) = d\frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{M}_0(z)$, $(H_{ex})_{x'}$ найти. $\vec{M}_0 = M_s \hat{x}'$, $\vec{M}_0(z)$ из-за $\hat{x}'(z)$

$\hat{x}' = \hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta$, $\frac{\partial^2}{\partial z^2}\hat{x}' = \hat{x}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\cos\theta + \hat{z}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\sin\theta$

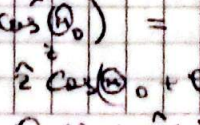
$(H^0_{ex})_{x'} = \vec{H}^0_{ex}\cdot\hat{x}' = d\hat{x}'\frac{\partial^2}{\partial z^2}M_s\hat{x}' = dM_s\hat{x}'\frac{\partial^2}{\partial z^2}\hat{x}'$, можно и в полярных координатах $\vec{M}(\theta, \varphi)$ - сферическая.

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\cos\theta = \frac{\partial}{\partial z}(-\sin\theta\theta') = -\sin\theta\theta'' - (\theta')^2\cos\theta$, $\frac{\partial^2}{\partial z^2}\sin\theta = \frac{\partial}{\partial z}(\cos\theta\theta') = \cos\theta\theta' - (\theta')^2\sin\theta$

$\hat{x}'\frac{\partial^2}{\partial z^2}\hat{x}' = (\hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta)\left[\hat{x}(-\sin\theta\theta'' - \cos\theta(\theta')^2) + \hat{z}(\cos\theta\theta'' - (\theta')^2\sin\theta)\right] =$

$= \cos\theta(-\sin\theta\theta'' - \cos\theta(\theta')^2) + \sin\theta(\cos\theta\theta'' - \sin\theta(\theta')^2) = -(\theta')^2$

$(H^0_{ex})_{x'} = -dM_s(\theta')^2$. Намагничение: $\vec{M}(\Theta, \Phi)$, $\Phi_0 = 0$, $\Theta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta$



$\vec{M}/M_s = (\sin\Theta\cos\Phi, \sin\Theta\sin\Phi, \cos\Theta)$ (x, y, z)

$\Phi = \Phi_0 + \psi$, $\Theta = \Theta_0 + \varepsilon$

$\vec{M}_0/M_s = |\Phi_0 = 0, \Theta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta| = (\sin\Theta_0, 0, \cos\Theta_0) = (\cos\theta, 0, \sin\theta)$ (x, y, z)

$\vec{M} = \hat{x}\sin(\Theta_0 + \varepsilon)\cos\psi + \sin(\Theta_0 + \varepsilon)\sin\psi\,\hat{y} + \hat{z}\cos(\Theta_0 + \varepsilon) = \hat{x}[\sin\Theta_0 + \cos\Theta_0\,\varepsilon] +$

$+ \hat{y}\psi\sin\Theta_0 + \hat{z}[\cos\Theta_0 - \sin\Theta_0\,\varepsilon]$, $\vec{m} = \hat{x}\cos\Theta_0\,\varepsilon + \hat{y}\sin\Theta_0\psi - \hat{z}\sin\Theta_0\,\varepsilon$

Escaneado con CamScanner

$\vec{m} = \hat{x}\sin\theta\cos\varphi + \hat{y}\cos\theta\cos\psi - \hat{z}\cos\theta\sin\varphi$, $\vec{m} = m_{y'}\hat{y}' + m_{z'}\hat{z}' = m_{y'}(\hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta)\hat{y}' + m_{z'}(-\hat{x}\sin\theta + \hat{z}\cos\theta)$

$\sin\theta\cos\varphi = m_{x'}\cos\theta - m_{z'}\sin\theta$ — ось $\cos\theta\psi = m_{y'}$, $m_{z'} = -\varphi$ — в $x'y'z'$ с $\vec{M}_0 \parallel Ox'$.

Ур-я Гилберта (13/I 2015г.)
$$\begin{cases} -\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\dot{\theta} = -2A(\nabla^2\Phi)\sin^2\theta - 2A(\nabla\Phi\cdot\nabla\theta) + \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\dot{\Phi} = [K + A(\nabla\Phi)^2]\sin 2\theta + 2A\nabla^2\theta - \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} \end{cases}$$ см. 24/II

Дис. Δ - вот $\Phi = \psi$, $\theta = \theta_0 + \varphi$, $\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta$. $(\nabla\Phi\cdot\nabla\theta) + \nabla\psi\cdot\nabla\theta_0 = \frac{\partial\psi}{\partial z}(-1)\theta'$.

$$\begin{cases} -\frac{M_s}{\gamma}\cos\theta\dot{\varphi} = -2A\nabla^2\psi\cdot\cos^2\theta + 2A\frac{\partial\psi}{\partial z}\theta' - \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\cos\theta\dot{\psi} = A(\nabla\psi)^2\sin 2\theta - 2A\nabla^2\varphi - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} \end{cases}$$ ($(\nabla\psi)^2 = 0$), $\varphi = -m_{z'}$, $m_{y'} = \cos\theta(t)\psi$

$\theta(t)$ считается удовлетворяющим static problem solution.

$\nabla^2\psi = \nabla^2\left(\frac{m_{y'}}{\cos\theta(z)}\right)$, $\nabla\psi = \nabla\left(\frac{m_{y'}}{\cos\theta}\right) = \hat{x}\frac{\partial}{\partial x}\frac{m_{y'}}{\cos\theta} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\frac{m_{y'}}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial m_{y'}}{\partial x}\hat{x} +$

$+\hat{z}\left[\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial m_{y'}}{\partial z} + m_{y'}\frac{(-1)}{\cos^2\theta}(-\sin\theta)\theta'\right] = \frac{1}{\cos\theta}\nabla m_{y'} + \hat{z}\frac{\sin\theta\theta'}{\cos^2\theta}m_{y'}$.

$\nabla^2(\varphi\psi) = \varphi\nabla^2\psi + 2\nabla\varphi\cdot\nabla\psi + \psi\nabla^2\varphi$

$\nabla^2\psi = \nabla^2\left(\frac{m_{y'}}{\cos\theta}\right) = \frac{1}{\cos\theta}\nabla^2 m_{y'} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)\frac{\partial m_{y'}}{\partial z} + m_{y'}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta}\nabla^2 m_{y'} +$

$+2\frac{\sin\theta\theta'}{\cos^2\theta}\frac{\partial m_{y'}}{\partial z} + m_{y'}\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)''$

$$\begin{cases} +\frac{M_s}{\gamma}\cos\theta\dot{m}_{z'} = -2A\left[\cos\theta\nabla^2 m_{y'} + 2\sin\theta\theta'\frac{\partial m_{y'}}{\partial z} + m_{y'}\cos^2\theta\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)''\right] + 2A\theta'\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{m_{y'}}{\cos\theta}\right) + (\cdot) \\ \frac{M_s}{\gamma}\dot{m}_{y'} = +2A\nabla^2 m_{z'} - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} \end{cases}$$

$\vec{H} = \vec{H}_m + \vec{H}$ здесь, $\vec{m}$ в ед. M_s.

$$(*)\begin{cases} \frac{M_s}{\gamma}\dot{m}_{z'} = -2A\left[\nabla^2 m_{y'} + 2\cos\theta\theta'\frac{\partial m_{y'}}{\partial z} + m_{y'}\cos\theta\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)''\right] + 2A\frac{\theta'}{\cos\theta}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{m_{y'}}{\cos\theta}\right) - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi}\frac{1}{\cos\theta} \\ \frac{M_s}{\gamma}\dot{m}_{y'} = 2A\nabla^2 m_{z'} - \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta}, \end{cases}$$

$\frac{\partial}{\partial z}\frac{m_{y'}}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial m_{y'}}{\partial z} + m_{y'}\frac{\sin\theta\theta'}{\cos^2\theta}$

$\frac{1}{M_s}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = \left(-\sin\theta\sin\Phi, \sin\theta\cos\Phi, 0\right) = \left(-\psi\sin\theta_0, \sin(\theta_0+\varphi)\cos\psi, 0\right) =$

$= \left(-\psi\cos\theta, \sin\theta_0 + \cos\theta_0\varphi, 0\right) = \left(-\psi\cos\theta, \cos\theta + \sin\theta\varphi, 0\right) = \left(-m_{y'}, \cos\theta - \sin\theta m_{z'}, 0\right)$

$\frac{1}{M_s}\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = (\vec{H}_0 + \vec{h})\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi}\frac{1}{M_s} = (\vec{H}_0 + \vec{h})\cdot\left[-m_{y'}\hat{x}' + \hat{y}(\cos\theta - \sin\theta m_{z'})\right] =$

$= -H_0^x m_{y'} + (H_0^y + h_y)(\cos\theta - \sin\theta m_{z'}) = H_0^y\cos\theta - H_0^x m_{y'} - \sin\theta m_{z'}H_0^y + h_y\cos\theta$

невязочн. 2

УД $\begin{cases} \frac{M_s}{\gamma}\dot{m}_{z'} = m_{y'}H_0^{x'} - M_s h_{y'} \\ \frac{M_s}{\gamma}\dot{m}_{y'} = -m_{z'}H_0^{x'} + M_s h_{z'} \end{cases}$ — обменная часть УД посчитана более (*) в magnetostatic и теоретически удобнее считать в декарт. координатах.

Т.е. обмен. часть берем из (*), а H_0, h это $\vec{H}_m^0$ и $\vec{H}$, $\vec{h}_m$ - dynamic. Обмен. часть УД можно физически используя static equation где $\vec{M}_0$-profile $\theta(z)$. // Аналитическое решение о магнитостат. ур. Thiele

(26/III) $\nabla^2(\psi) = \nabla^2\left(\frac{m_{y'}}{\cos\theta}\right)$, $\cos\theta = \cos(\theta_0 - \pi/2) = \sin\theta_0$, $\nabla^2(\sin\theta_0) = -\sin\theta_0(\theta_0')^2 + \cos\theta_0\nabla^2\theta_0$

Дис. static DW $\Phi_0 = 0$, $\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta$. Для сложного н/м $\theta = 0$, Φ, Φ_0, θ_0 задают

$\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = 0$ и $-2A\nabla^2\theta_0 - \vec{H}_0\frac{\partial\vec{M}_0}{\partial\theta} = 0$. $\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} = \left(\cos\theta\cos\Phi, \cos\theta\sin\Phi, -\sin\theta\right) =$

$= \left(\cos\theta_0\cos\Phi_0, \cos\theta_0\sin\Phi_0, -\sin\theta_0\right) = \left(\cos\theta_0, 0, -\sin\theta_0\right) = \left(\frac{\partial M_x}{\partial\theta}, 0, \frac{\partial M_z}{\partial\theta}\right)$

$\vec{H}_0\cdot\frac{\partial\vec{M}_0}{\partial\theta} = H_0^x\cos\theta_0 - H_0^z\sin\theta_0 = H_0^x\sin\theta + H_0^z\cos\theta$

$\to \hat{x}' = \hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta$, $\hat{z}' = -\hat{x}\sin\theta + \hat{z}\cos\theta$) Oz $\perp$ edge dot. $\begin{cases} H_{x'} = H_x\sin\theta + H_y\cos\theta \\ H_{z'} = H_z\cos\theta - H_y\sin\theta \end{cases}$

$\vec{H}_0 = \vec{H}_{ex}^0 + \vec{H}_m^0 + \vec{H} = a\nabla^2\vec{M}_0 + \vec{H}_m^0 + \vec{H}$, $H_m^{0x} = \int d^3\vec{r}'\, G_{dip}(\vec{r}\vec{r}')M_{y'} = \int d^3\vec{r}'\left[G_{yx}M_x + G_{yy}M_y + G_{yz}M_z\right]$

$H_m^{0y} = \int d^3\vec{r}'\left[G_{yx}M_x + G_{yy}M_y + G_{yz}M_z\right]$. $\vec{M}_0$ от координаты (y) не зависит.

Все G_{xy}, G_{yx}, G_{yz} с одним индексом $(y) = 0$. $H_m^{0x} = \int d^3\vec{r}'\left[G_{xx}M_x + G_{xz}M_z\right]$

$H_m^{0y} = \int d^3\vec{r}'\, G_{yy}M_y$. $\left[\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta}\right]_{\text{усл}} = H_x\sin\theta - H_z\cos\theta = -H_{z'} = -H\sin(\pi/3 - \theta)$. $\theta(z)$

Escaneado con CamScanner

$G_{dip}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, system $\vec{M}_0 = \vec{M}_0(z)$, dyn. $\vec{M} = \vec{M}(x,z) \quad \vec{M}_k(z)e^{ikx}$

x | $G_{yy}(xz,x'z') = \frac{1}{2\pi}\int d^2k\, k_\alpha k_\beta \phi(kz,z')e^{ik(x-x')}$

o |—— z $\quad z,z'>0$ @ is de kimi kan of Λ Sumpte

$\vec{S}$ Sech $\vec{S}^2 = (\vec{s},\vec{s}') = \vec{R}\cdot\vec{x} + \vec{z}\cdot\vec{y}$ Green re-

$g_{\alpha\beta}(\vec{s},\vec{s}') = \frac{1}{L}\int_0^L dy \int_0^L dy'\, G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}')$ $\vec{r}-\vec{r}'$ no reciprocal dist , $g_{\alpha\beta}(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{s}\, g_{\alpha\beta}(\vec{s})e^{-i\vec{k}\cdot\vec{s}}$

$g_{\alpha\beta}(\vec{k}) = -4\pi\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}f(kL)$, $g_{yy}(\vec{k}) = -4\pi[1-f(kL)]$

$H^y_m(xz) = \int d^2s'\, g_{yy}(\vec{s}\vec{s}')M_y(\vec{s}')$, $M_y(\vec{s}') = M_{0y}(z')e^{ikx'}$

$H^y_m(xz) = \int dx' \int dz' \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\, e^{i\vec{k}(\vec{s}-\vec{s}')}(-4\pi)[1-f(kL)]M_y(z')e^{ikx'}$

$\int dx' e^{ikx'}e^{ikx'} = \int dx' e^{i(k-k_x)x'} = 2\pi\delta(k_x+k)$

$H^y_m(x,z) = \frac{(-4\pi)}{(2\pi)^2}\int dz' \int d\vec{k}\, e^{i\vec{k}\vec{s}}e^{-ik_0z'}[1-f]M_y(z')2\pi\delta(k_0-k) =$

$= -2\int dz' \int dk_z\, e^{ik_0z}e^{ikx}e^{-ik_0z'}[1-f(kL)]_{k_x=k} M_y(z')$, $k^2 = k_x^2+k_z^2 = k^2+k_0^2$

$H^y_m(x,z) = -2\int dz' \int dk_z\, e^{ik_0(z-z')}[1-f(kL)]M_y(z')e^{ikx}$, $1-f(kL) = \frac{1}{kL}(1-e^{-kL})$

$\int_{-\infty}^{\infty} dk_z\, e^{ik_0(z-z')}\frac{1}{L\sqrt{k_z^2+k^2}}\left[1-e^{-L\sqrt{k_z^2+k^2}}\right] = \frac{2}{L}\int_0^\infty dk_z \frac{\cos k_0(z-z')}{\sqrt{k_z^2+k^2}}\left[1-e^{-L\sqrt{k_z^2+k^2}}\right]$

$\left[\int_0^\infty \frac{\cos ax}{\sqrt{x^2+b^2}}dx = K_0(b\rho)\right] = \frac{2}{L}K_0\left(K\sqrt{\rho^2+(z-z')^2}\right)\Big|_{\substack{\rho=0\\ \rho=L}} = \frac{2}{L}\left[K_0(K|z-z'|) - K_0\left(K\sqrt{L^2+(z-z')^2}\right)\right]$, $\frac{K\to x}{(kz)}$

$H^y_m(xz) = -2e^{ixx}\int dz'\, \hat{g}_{yy}(zz')M_y(z')$, $\hat{g}_{yy}(zz') = \frac{2}{L}\left[K_0(x|z-z'|) - K_0\left(x\sqrt{L^2+(z-z')^2}\right)\right]$

Ecan $x\to 0$, have a static problem, $K_0(z) \xrightarrow[z\to 0]{} -\ln\frac{z}{2}$, $\hat{g}_{yy}(zz') = \frac{1}{L}\ln\frac{L^2+(z-z')^2}{(z-z')^2}$

have a Gas'PP-B'oz gas infinite stripe.

$H^x_m(x,z) = \int d^2s'\left[g_{xx}(\vec{s}\vec{s}')M_x(\vec{s}') + g_{xz}M_z(\vec{s}')\right] = H^{xx}_m(xz) + H^{xz}_m(xz)$

$H^{xx}_m(x,z) = \int d^2s'\, g_{xx}(\vec{s}\vec{s}')M_x(x'z') = \int dx' \int dz' \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2k\, e^{i\vec{k}(\vec{s}-\vec{s}')}(-4\pi)\frac{k_x^2}{k^2}f(kL)M_x(z')e^{ikx'}$

$= \frac{(-4\pi)}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}dx' \int dz'\, e^{ik_x s}e^{-ik_x x'}e^{-ik_0 z'}\frac{k_x^2}{k^2}f(kL)M_x(z')e^{ikx'} = \left|\int dx' e^{i(x-k_x)x'} = 2\pi\delta_{k_x}\right|$

$= -\frac{1}{2\pi}\int dz' e^{ik_z z}e^{ikx}e^{-ik_z(z')}\frac{k_x^2}{k_z^2+k_x^2}f(kL)M_x(z') = -2e^{ixx}\int dz' \hat{g}_{xx}(zz')M_x(z')$

$\hat{g}_{xx}(zz') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z\, e^{ik_0(z-z')}\frac{x^2}{x^2+k_z^2}f(kL)$ — because $\frac{k_x^2}{k^2} \neq 0$ we have gas dynamics

$k^2 = x^2+k_z^2$ $\quad$ Skin : $k_x = x \neq 0$

$H^{xz}_m(xz) = \int d^2s'\, g_{xz}(\vec{s}\vec{s}')M_z(\vec{s}') = \int d^2s' \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\, e^{i\vec{k}(\vec{s}-\vec{s}')}(-4\pi)\frac{k_x k_z}{k^2}f(kL)M_0(z')e^{ikx'}$

$= -2e^{ixx}\int dz' \hat{g}_{xz}(zz')M_z(z')$, $\hat{g}_{xz}(zz') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z\, e^{ik_0(z-z')}\frac{xk_z}{x^2+k_z^2}f(kL)$ — $\hat{g}_{xz} \neq$ Skin reason

Due statics ($x=0$) exists. or ngue rotation $H^{oy}_m(z) = 2\int dz' \hat{g}_{yy}(zz')M^o_y(z')$

Hago ense $H^z_m = \int dx' z'\left[G_{zx}M_x + G_{zy}M_y + G_{zz}M_z\right] = \int dx' z'\left[G_{zx}M_x + G_{zz}M_z\right] =$

to ngue yy ne rotation $= H^{zx}_m + H^{zz}_m$

Otrebuguo $H^{zx}_m(xz) = -2e^{ixx}\int dz' \hat{g}_{zx}(zz')M_x(z')$, $H^{zz}_m(xz) = -2e^{ixx}\int dz' \hat{g}_{zz}(zz')M_z(z')$

$\hat{g}_{zx}(zz') = \hat{g}_{xz}(zz')$, $\hat{g}_{zz}(zz') = \int dk_z\, e^{ik_0(z-z')}\frac{k_z^2 x}{x^2+k_z^2}f(kL)$

Tr $\hat{g}_{\alpha\beta}(zz') = \hat{g}_{xx}+\hat{g}_{yy}+\hat{g}_{zz} = \int dk_z\, e^{ik_0(z-z')}\left[\frac{x^2+k_z^2}{x^2+k_z^2}\right]f(kL) + \int dk_z e^{ik_0(z-z')}[1-f] = 2\pi\delta(z-z')$

Tomge cuo $\vec{H}_0\cdot\frac{\partial\vec{M}_0}{\partial\varphi} \equiv 0$ check. $\frac{\partial\vec{M}}{\partial\varphi} = (-\sin\theta\sin\varphi, \sin\theta\cos\varphi, 0)$, $\frac{\partial\vec{M}_0}{\partial\varphi} = (0, \sin\theta_0, 0)$

$\vec{H}_0\cdot\frac{\partial\vec{M}_0}{\partial\varphi} = H_0^y\sin\theta_0 = H_0^y\cos\theta$, $H_0^y + H^y_{0m} + H_y = 0$ ngue $M_y^0 = 0$

Static eq $-2A\nabla^2\theta_0 - \vec{H}_0\frac{\partial\vec{M}_0}{\partial\theta} = +2A\nabla^2\theta - H_0^x\sin\theta + H_0^z\cos\theta = 0$

$2A\nabla^2\theta - (H^x_{0m}+H_x)\sin\theta + (H^z_{0m}+H_z)\cos\theta = 2A\nabla^2\theta - H^x\sin\theta + H^{oz}_m\cos\theta + H\sin(\varphi_H-\theta)$

Escaneado con CamScanner

$H^{z'}_{om} = \cos\Theta H^{ox}_{m} - \sin\Theta H^{cx}_{m} = \cos\Theta\left[\int dz'\left(\hat g_{zx} M_x + \hat g_{zz} M_z\right)\right] - (-2)\sin\Theta\left[\int dz'\left(\hat g_{xx} M_x + \hat g_{xz} M_z\right)\right]$

Static eq. $\frac{2A}{M_s}\nabla^2\Theta - H^{z'}_{om} + H\sin\left(\frac{\pi}{3}-\Theta\right) = 0$, $\Theta = \Theta(z)$, $H^{z'}_{om} = F[\Theta(z)]$, $M_x = M_s\cos\Theta(z)$, $M_z = M_s\sin\Theta$

$+\frac{1}{2}H^{z'}_{om} = M_s\cos\Theta(z)\int dz'\left[\hat g_{zx}\cos\Theta(z') + \hat g_{zz}\sin\Theta(z')\right] - M_s\sin\Theta(z)\int dz'\left[\hat g_{xx}\cos\Theta(z') + \hat g_{xz}\sin\Theta(z')\right] =$

$= \left|\hat g_{zx} - \hat g_{xz}\right|$. На тонке static case ($x=0$) $\hat g_{xx} \sim x^2 = 0$, $\hat g_{zx} = \hat g_{xz} \sim x = 0$, $\hat g_{zz} \neq 0$.

$\frac{1}{M_s}H^{z'}_{om} = (-2)\cos\Theta(z)\int dz' g_{zz}(zz')\sin\Theta(z')$, $\hat g_{zz}\underset{x=0}{(zz')} = \int dk_z e^{ik_z(z-z')}\delta(kL)$, $k = |k_z|$

$\hat g_{zz'}\underset{x=0}{(zz')} = \int dk\, e^{ik(z-z')}\delta(kL)$, $\hat g_{yy}\underset{x=0}{(zz')} = \int dk\, e^{ik(z-z')}\left[1-\delta(kL)\right] = \frac{1}{L}\ln\frac{L^2+(z-z')^2}{(z-z')^2}$

$\hat g_{zz}\underset{x=0}{(zz')} = 2\pi\delta(z-z') - \hat g_{yy}(zz')$. Static eq. $\frac{2A}{M_s^2}\Theta''_{zz} + 2\cos\Theta(z)\int_0^L dz' g_{zz}(zz')\sin\Theta(z') + \frac{H}{M_s}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\Theta\right) = 0$

Bias field $\vec H$ || to triangle dot base.

Dome when L/a (a - triangle side) $\to 0$ $\frac{2A}{M_s}\Theta'' + H\sin\left(\frac{\pi}{3}-\Theta\right) = 0$ no remark(?)

$\frac{\pi}{3} - \Theta = \varphi$, $h = H/M_s$, $-L_e^2\varphi'' + h\sin\varphi = 0$, — Bohlevskaya tonka penenne.

(27/XII) Editing Julian's letter to ANEP (Appeal). С Л. на Ondarreta, Branka Enoski, Garbarza.

(28/XII) $z \to z/L_e$. Static eq. дне DW в A-dot when $L/a \to 0$ $\varphi'' = h\sin\varphi$

$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi\,\varphi''\varphi' \Rightarrow \int_{z_1}^{z_2} dz\,\varphi''\varphi' = \int d(\varphi')\varphi' = h\int dz\varphi'\sin\varphi = h\int d\varphi\sin\varphi$

$\frac{1}{2}(\varphi')^2 = -h\cos\varphi + C$, $\varphi(z\to\infty) = 0$, $\varphi'(z\to\infty) = 0$, $-h\cos\varphi(\infty) + C = 0$, $C = h$.

$\frac{1}{2}(\varphi')^2 = -h\cos\varphi + h = h(1-\cos\varphi) = 2h\sin^2\varphi/2$, $\varphi(0) = \pi/3$

$\varphi' = \pm 2\sqrt{h}\sin\varphi/2$, $\varphi > 0$, $\varphi' = -\theta' < 0$

$\int\frac{d\varphi}{\sin\varphi/2} = -2\sqrt{h}\int dz$, $\ln\left|\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\right| = -2\sqrt{h}z + C_1$, $\varphi(0) = \pi/3$

$\ln\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = C_1$, $\operatorname{tg}\pi/6 = \frac{\sin\pi/6}{\cos\pi/6} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $C_1 = \ln\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{2}\ln 3$

$\operatorname{tg}\frac{\varphi(z)}{2} = e^{-2\sqrt{h}z + \ln\operatorname{tg}\pi/6} = \operatorname{tg}\pi/6\, e^{-2\sqrt{h}z}$, $\left\{\begin{array}{l}\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi(z) = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{-2\sqrt{h}\frac{z}{L_e}} \\ \Theta(z) = \pi/3 - \varphi(z)\end{array}\right\}$ —

— точное решение при $L/a \to 0$ of static problem.

функцию $\sin\Theta = 1/\operatorname{ch}(z/\lambda)$, $\cos\Theta = \operatorname{th} z/\lambda$ как у Winter'61 + нет.

$\operatorname{tg}\frac{\varphi(z)}{2} = e^{-x}$, $x = +2\sqrt{h}z + C_1$, $\sin\varphi(z) = \frac{2\operatorname{tg}\varphi/2}{1+\operatorname{tg}^2\varphi/2} = \frac{2e^{-x}}{1+e^{-2x}} = \frac{2}{e^x+e^{-x}} = \frac{1}{\operatorname{ch}x}$

$\sin(\varphi) = \frac{1}{\operatorname{ch}(2\sqrt{h}z - C_1)}$, $\cos\varphi = \operatorname{th}\left(2\sqrt{h}z - C_1\right)$ — все не похоже на Winter'61 solution

Это решение при neglecting volume magn. energy $\sim L/a$.

→ Dynamic problem - SW. Ур. Слонczевского в сферич. углах $\vec M(\Theta,\Phi)$ с 25/XII.

25/XII упрощаем $\sin 2\Theta$ в ком. eq. линеаризация $\Phi = \psi$, $\Theta = \Theta_0 + \varepsilon\varepsilon$, $\Theta_0 = \frac{\pi}{2} - \Theta(z)$.

$\varepsilon, \psi << 1$ - SW angles. $\left\{\begin{array}{l}-\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\dot\varepsilon = -2A\nabla^2\psi\cdot\sin^2\Theta_0 - 2A\sin2\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial z}\Theta_0' - H\frac{\partial M}{\partial\Phi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\dot\psi = -2A\nabla^2\varepsilon\varepsilon - H\frac{\partial M}{\partial\Theta}\end{array}\right\}$ УД

$\varepsilon\varepsilon = -m_{z'}$, $\sin\Theta_0\psi = m_{y'} = -\mu$.

$-\nabla^2\mu = \nabla^2(\psi\sin\Theta_0) = \nabla^2\psi\cdot\sin\Theta_0 + 2\nabla\psi\cdot\nabla(\sin\Theta_0) + \psi\nabla^2(\sin\Theta_0)$ Сл. 14/I 2015г.

$\nabla(\sin\Theta_0)\cdot\nabla\psi = \cos\Theta_0\Theta_0'\frac{\partial\psi}{\partial z}$, $\nabla^2(\sin\Theta_0) = \frac{d^2}{dz^2}\sin\Theta_0 = \frac{d}{dz}\left(\cos\Theta_0\Theta_0'\right) = -\sin\Theta_0(\Theta_0')^2 +$

$+\cos\Theta_0\Theta_0'' = -\sin\Theta_0(\Theta_0')^2 + \cos\Theta_0\nabla^2\Theta_0$ как дне vortex / Sky rotation.

$\nabla^2\psi\cdot\sin\Theta_0 + 2\cos\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial z}\Theta_0' = -\nabla^2\mu - 2\frac{\partial\psi}{\partial z}\cos\Theta_0\Theta_0' - \psi\nabla^2(\sin\Theta_0) + 2\cos\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial z}\Theta_0' =$

$= -\nabla^2\mu - \psi\nabla^2(\sin\Theta_0) = -\nabla^2\mu - \psi\left[-\sin\Theta_0(\Theta_0')^2 + \cos\Theta_0\Theta_0''\right] = -\nabla^2\mu + \mu\left[-(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0\Theta_0''\right]$

$-\frac{M_s}{\gamma}\dot\varepsilon\varepsilon = -2A\left[\nabla^2\psi\cdot\sin\Theta_0 + 2\cos\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial z}\Theta_0'\right] - \frac{1}{\sin\Theta_0}H\frac{\partial M}{\partial\Phi} = \left\{-\nabla^2\mu + \left[-(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0\Theta_0''\right]\mu\right\}(-2A) - \frac{1}{\sin\Theta_0}H\frac{\partial M}{\partial\Phi}$

$\left\{\begin{array}{l}+\frac{M_s}{\gamma}\dot\varepsilon\varepsilon = -2A\nabla^2\mu + 2A\left[-(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0\Theta_0''\right]\mu + \frac{1}{\sin\Theta_0}H\cdot\frac{\partial M}{\partial\Phi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\dot\mu = 2A\nabla^2\varepsilon\varepsilon + H\frac{\partial M}{\partial\Theta}\end{array}\right\}$ совп. с УД 14/I 2015г.

$y' = y$ $\left\{\begin{array}{l}-\frac{M_s}{\gamma}\dot m_{z'} = (\text{exch.}) - m_{y'}H^x_0 + M_s h_{y'} \\ -\frac{M_s}{\gamma}\dot m_{y'} = (\text{exch.}) + m_{z'}H^{x'}_0 - M_s h_{z'}\end{array}\right\}$ — система УД 25/XII

$H^{x'}_0 = \sin\Theta_0 H^o_x + \cos\Theta_0 H^o_z \rightleftarrows \sin\Theta_0 H^o_{mx} + \cos\Theta_0 H^o_{mz} + H\cos\left(\frac{\pi}{3}-\Theta\right)$, $\Theta_0 = \pi/2 - \Theta$, $\frac{\pi}{3} - \Theta = \varphi(z)$

$H^o_{mx} = 0$, $H^o_{mz} = (-2)\int dz'\hat g_{zz}(zz')M^o_z(z') = (+2)M_s\int dz'\hat g_{zz}(zz')\cos\Theta(z')$, $H = |\vec H|$

$H^{x'}_0 = \cos\Theta_0(z)(-2)M_s\int dz'\hat g_{zz}(zz')\cos\Theta_0(z') + H\cos\left[\pi/3 - \Theta\right]$ — magnetostatic + Zeeman field.

$h_{y'} = -2e^{ikx}M_s\int dz'\hat g_{yy}(zz')m_y(z') = 2M_s e^{ikx}\int dz'\hat g_{yy}(zz')\mu(z')$, $\mu(xz) = e^{ikx}\mu(z)$.

Escaneado con CamScanner

$h_{z'}^{(x,z)} = \sin\theta_0 h_z - \cos\theta_0 h_x = \sin\theta_0 (-2) e^{ikx} \int dz' \left[\hat g_{zx} M_x(z') + \hat g_{zz} M_z(z') \right]$ –

$- \cos\theta_0 (-2) e^{ikx} \int dz' \left[\hat g_{xx} M_x(z') + \hat g_{xz} M_z(z') \right]$, здесь $M_x(z')$, $M_z(z')$ – динамические, т.е. m_x, m_z.

$m_x = m_{x'} \cos\theta - m_{z'} \sin\theta = -m_{z'} \sin\theta = -m_{z'} \cos\theta_0$, $m_z = m_{z'} \cos\theta + m_{x'} \sin\theta = m_{z'} \sin\theta_0$

$h_{z'} = (-2) e^{ikx} \sin\theta_0 \int dz' \left[\hat g_{zx} \ell\ell(z') \cos\theta_0(z') - \hat g_{zz} \ell\ell(z') \sin\theta_0(z') \right] - \cos\theta_0 (-2) e^{ikx} \cdot$

$\cdot \int dz' \left[\hat g_{xx} \ell\ell(z') \cos\theta_0(z') - \hat g_{xz} \ell\ell(z') \sin\theta_0(z') \right] = (-2) e^{ikx} \int dz' G(zz') \ell\ell(z')$

$G(zz') = \sin\theta_0(z) \left[\hat g_{zx} \cos\theta_0(z') - \hat g_{zz} \sin\theta_0(z') \right] + \cos\theta_0(z) \left[\hat g_{xx} \cos\theta_0(z') - \hat g_{xz} \sin\theta_0(z') \right] =$

$= \left| \hat g_{xz} = \hat g_{zx} \right| = -\left[\sin\theta_0(z) \sin\theta_0(z') \hat g_{zz} + \cos\theta_0(z) \cos\theta_0(z') \hat g_{xx} \right] + \sin\left[\theta_0(z) + \theta_0(z')\right] \hat g_{xz}$

$$\begin{cases} \frac{M_s}{\gamma} \dot{\ell\ell} = -2A\nabla^2 \mu + 2A\left[-(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0 \theta_0''\right]\mu + \mu\left[-2M_s \cos\theta_0 \int dz' \hat g_{zz} \cos\theta_0(z') + H\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)\right] + \\ \qquad + 2M_s e^{ikx} \int dz' \hat g_{yy} \mu(z') \\ \frac{M_s}{\gamma} \dot\mu = 2A\nabla^2 \ell\ell - \ell\ell\left[-2M_s \cos\theta_0 \int dz' \hat g_{zz} \cos\theta_0(z') + H\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)\right] + M_s 2 e^{ikx} \int dz' G(zz') \ell\ell(z') \end{cases} \quad (1)$$

$\nabla^2 \mu = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \mu(x,z) = (i) e^{ikx} \mu(z) = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right) e^{ikx} \mu(z)$, $\nabla^2 \ell\ell = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right) e^{ikx}$ (2)

$$\begin{cases} \frac{M_s^0}{\gamma} \dot{\ell\ell} = -\frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)\mu + \left[-2M_s \cos\theta_0 \int dz' \hat g_{zz} \cos\theta_0(z') + H\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)\right]\mu + 2M_s \int dz' \hat g_{yy} \mu(z') \\ \frac{M_s^0}{\gamma} \dot\mu = 2A\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)\ell\ell - \left[-2M_s \cos\theta_0 \int dz' \hat g_{zz} \cos\theta_0(z') + H\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)\right]\ell\ell + 2M_s \int dz' G(z') \end{cases}$$

$\lim_{\alpha,\beta = x,z} \hat g_{\alpha\beta}(zz') = \int_{k_z = -\infty}^{\infty} dk_z e^{ik_z(z-z')} \frac{k_\alpha k_\beta}{k_x^2 + k_z^2} f(kL)$, $\hat g_{yy}(zz') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z e^{ik_z(z-z')} [1 - f(kL)]$, $k^2 = k_x^2 + k_z^2$.

$\lim L \to 0$ остается только $\hat g_{yy} \neq 0$. $\hat g_{yy}(zz') \underset{L\to 0}{=} 2\pi\delta(z-z')$.

$$\begin{cases} \frac{M_s^0}{\gamma} \dot{\ell\ell} = -\frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)\mu + H\cos\varphi(z)\mu + 4\pi M_s \mu(z) \\ \frac{M_s^0}{\gamma} \dot\mu = \frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)\ell\ell - H\cos\varphi(z)\ell\ell \end{cases} \quad \ell\ell(z,t) = \ell\ell(z) e^{i\omega t}, \quad \mu(z,t) = \mu(z) e^{i\omega t}$$

$$\begin{cases} -i\frac{\omega}{\gamma} M_s^0 \ell\ell = -\frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)\mu + \left(4\pi M_s + H\cos\varphi(z)\right)\mu \\ -i\frac{\omega}{\gamma} M_s^0 \mu = \frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)\ell\ell - H\cos\varphi(z)\ell\ell \end{cases}$$

$$\begin{cases} -i\frac{\omega}{\gamma}\ell\ell = -\frac{2A}{M_s}\frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} + \left[4\pi M_s + \frac{2A}{M_s}k^2 + H\cos\varphi(z)\right]\mu \\ -i\frac{\omega}{\gamma}\mu = \frac{2A}{M_s}\frac{\partial^2 \ell\ell}{\partial z^2} + \left[\frac{2A}{M_s}k^2 + H\cos\varphi(z)\right]\ell\ell \end{cases}$$

$\cos\varphi(z) = \operatorname{th}\left(\frac{z + z_0}{\lambda}\right)$, $\lambda = \frac{L_e}{2\sqrt{HM_s}}$ область локализации DW вблизи

$\mu(z) \sim \frac{1}{\operatorname{ch}^2 z/\lambda}$ – ? $\mu' = -\frac{1}{\operatorname{ch}^2 z/\lambda}\frac{1}{\lambda}$, $\mu'' = -\frac{1}{\lambda}(-2)\frac{1}{\operatorname{ch}^3 z/\lambda}\operatorname{sh}\frac{z}{\lambda}$, $\lambda^{-1} = \frac{2}{\lambda^2}\frac{\operatorname{th} z/\lambda}{\operatorname{ch}^2 z/\lambda}$

При $H\cos\varphi(z) \to \bar H$: $\mu(z) = \mu_0 e^{\beta z}$, $\ell\ell(z) = \ell\ell_0 e^{\beta z}$

$-i\frac{\omega}{\gamma}\ell\ell = -\frac{2A}{M_s}\beta^2 \mu + \left[4\pi M_s + \bar H + \frac{2A}{M_s}k^2\right]\mu$, $-i\frac{\omega}{\gamma}\mu = \frac{2A}{M_s}\beta^2 \ell\ell - \left[\bar H + \frac{2A}{M_s}k^2\right]\ell\ell$

$$\begin{pmatrix} -\frac{2A}{M_s}\beta^2 + \left[4\pi M_s + \bar H + \frac{2A}{M_s}k^2\right] & +i\frac{\omega}{\gamma} \\ \frac{2A}{M_s}\beta^2 - \left[\bar H + \frac{2A}{M_s}k^2\right] & +i\frac{\omega}{\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell\ell \\ \mu \end{pmatrix} = 0, \quad -\frac{\omega^2}{\gamma^2} = \left[-\frac{2A}{M_s}\beta^2 + \left(4\pi M_s + \bar H + \frac{2A}{M_s}k^2\right)\right]\left[\frac{2A}{M_s}\beta^2 - \left(\bar H + \frac{2A}{M_s}k^2\right)\right]$$

$\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2} = \left[4\pi M_s + \bar H + \frac{2A}{M_s}(k^2 - \beta^2)\right]\left[\bar H + \frac{2A}{M_s}(k^2 - \beta^2)\right]\right)$

Если не аналит. решение $y \cdot 0$, D, $\frac{1}{y}$. $\frac{1}{y} y'' = C_1 + C_2 \operatorname{th}\left(\frac{z + z_0}{\lambda}\right)$? $y = y(z)$, $C_2 > 0$.

$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varphi(z) = e^{-x}$, $\cos\frac{1}{2}\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi/2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-2x}}} = \frac{e^{x/2}}{\sqrt{e^x + e^{-x}}} = \frac{1}{\sqrt 2}\frac{e^{x/2}}{\sqrt{\operatorname{ch} x}}$, $x = 2\sqrt{h}\, z - C_1$.

(*) $$\begin{cases} -i\omega\ell\ell = -\mu'' + \left[4\pi + L_e^2 x^2 + h\cos\varphi(z)\right]\mu \\ -i\omega\mu = \ell\ell'' - \left[L_e^2 x^2 + h\cos\varphi(z)\right]\ell\ell \end{cases}$$ $z \to z/L_e$, $h = H/M_s$, $\omega \to \omega/\gamma M_s$.

$\cos\varphi(z) = \operatorname{th}\left(2\sqrt{h}\, z - C_1\right)$.

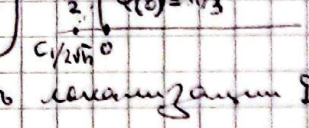
$\operatorname{th}\left(\frac{z + z_0}{\lambda}\right) \approx 1 - 2e^{-2\frac{(z+z_0)}{\lambda}}$. $\frac{z + z_0}{\lambda} = 2\sqrt{h}\, z - C_1 = 2\sqrt{h}(z + z_0)$, $\lambda = \frac{1}{2\sqrt{h}}$, $z_0 = -C_1/2\sqrt{h}$

Чтобы существование решения $\forall z$, если $z_0/\lambda = -C_1 = \frac{1}{2}\ln 3 > 1$, то $\ln 3 = 0{,}55$

$y'' - \left[a_1 + h\cos\varphi(z)\right] y = 0$ имеет реш. $y(z) = F_{a_1}(z)$. Ищем $\ell\ell = B^2 F_{a_1}(z)$, $\mu = D F_{a_2}(z)$

$-i\omega B F_{a_1}(z) = -\mu'' + \left[a_2 + h\cos\varphi\right]\mu + \left[4\pi + L_e^2 x^2 - a_2\right]\mu = \left(4\pi + L_e^2 x^2 - (a_2 - a_1)\right) D F_{a_2}(z)$

$-i\omega D F_{a_2}(z) = \ell\ell'' - \left[a_1 + h\cos\varphi\right]\ell\ell + \left[a_1 - L_e^2 x^2\right]\ell\ell = B F_{a_1}(z)\left(a_1 - L_e^2 x^2\right)$



$\varphi(z) = 0$ – слабая ферромагнитная фаза по сравнению с Winter case

$c_1 = -\frac{1}{2}\ln 3 < 0$

$\cos\varphi(z) = \operatorname{th}\left(2\sqrt{h}\frac{z}{L_e} - C_1\right)$

у winter $\cos 2\theta = 1 - \frac{2}{\operatorname{ch}^2 z/\lambda}$ – косоориентированный. $h = H/4M_s$.

Escaneado con CamScanner

29/XII Как $F_a(z) = F(a,z)$ зависит от a? Если $h=0$ $y'' - ay = 0$, $y(z) = F_a(z) = e^{\pm\sqrt{a}z}$

$F(a_2, z) = e^{\pm\sqrt{a_2}z} = e^{\pm\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}\sqrt{a_1}z} = [F(a_1,z)]^{\sqrt{a_2/a_1}}$

$\det R = \omega^2 F_{a_1} F_{a_2} - (4\pi + Le^2x^2 - a_2)(Le^2x^2 - a_1) F_{a_1} F_{a_2} = 0$

$\omega^2 = (4\pi + Le^2x^2 - a_2)(Le^2x^2 - a_1)$, где a_1, a_2 СЗ $\hat{L}y = y'' - h\cos\varphi(z)\, y = ay$.

Ур. $Ly = a\rho(z)$ - это ур-ние zero freq. mode profile. $\hat{L}y = ay$.

Ур. ш-лиув. $\frac{d}{dx}[p(x)\frac{du}{dx}] + q(x)u = 0$. $\hat{L}y = ay$ - ур. штурма - Лиувилля $c\rho(x) = const$

СФ ур. ш-лиув. с разными a_n СВ взаимно ортогональны.

→ Стр. О.Д.У. Заменой переменной (преобразование):

2.1.2. 172 $x(x+a)y'' + (bx+c)y' + dy = 0$ Заменой $x = -az$ сводится к гипергеометрическому ур.

$z(1-z)y''_{zz} + \left[\frac{c}{a} - bz\right]y'_z - dy(z) = 0$

2.1.4-3 $y''_{xx} + [a\tanh(\lambda x) + b]y = 0$, $z = \frac{1-\text{th}\,\lambda x}{1+\text{th}\,\lambda x}$, $w = y z^{-k/\lambda}$, k - корень $4k^2 + b - a = 0$ приводится к виду $4\lambda^2 z(z+1)w''_{zz} + 4\lambda(2k+\lambda)(z+1)w'_z + (4k^2 + a + b)w = 0$ - 2.1.2.172, которое сводится к гипергеом. ур.

$y'' + [b + a\,\text{th}(\lambda x)]y(x) = 0$, в моем $F''_{zz} - [a_F + h\cdot\text{th}(2\sqrt{h}z - C_1)]F(z) = 0$

$x = 2\sqrt{h}z - C_1$, $F''_{xx} = \frac{d^2}{dx^2}F(z) = \left|dx = 2\sqrt{h}\,dz\right|$, $F''_{zz} = \frac{d^2}{dz^2}F = \frac{d^2}{(\frac{1}{2\sqrt{h}})^2 dx^2} = 4h\,F''_{xx}$

$F''_{xx} - \frac{1}{4h}[a_F + h\cdot\text{th}\,x]F(x) = 0$, $y''_{xx} + [-\frac{a_F}{4h} - \frac{1}{4}\text{th}\,x]y(x) = 0$.

$a_F = 4\pi + Le^2x^2$ или $a_F = Le^2x^2$ в исходном уравнении.

Солитон-Виз $y''_{xx} + [b + a\,\text{th}(\lambda x)]y = 0$, с $\lambda = 1$, $a = -\frac{1}{4}$, $b = -\frac{a_F}{4h}$,

$z = \frac{1-\text{th}\,x}{1+\text{th}\,x} = \frac{ch\,x - sh\,x}{ch\,x + sh\,x} = \frac{e^{-x}}{e^x} = e^{-2x}$, $w(z) = y(x)z^{-k}$, $4k^2 - \frac{a_F}{4h} + \frac{1}{4} = 0$

$k^2 = 4^2\left(\frac{a_F}{h} - 1\right)$, $k = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{a_F}{h} - 1}$. $4z(z+1)w''_{zz} + 4(2k+1)(z+1)w'_z + 2(-\frac{1}{4})w(z) = 0$

$z(z+1)w''_{zz} + (2k+1)(z+1)w'_z - \frac{1}{8}w(z) = 0$ (2.1.2.172) замена $z = -\xi$, $w'_z = -w'_\xi$

$\xi(1-\xi)w''_{\xi\xi} + (2k+1)(1-\xi)w'_\xi + \frac{1}{8}w(\xi) = 0$. $z(1-z)u''_{zz} + [\gamma - (\alpha+\beta+1)z]u'_z - \alpha\beta u(z) = 0$

гипергеом. ур-ние.

$\gamma = \alpha+\beta+1 = 2k+1$, $\alpha\beta = -\frac{1}{8}$, $\alpha+\beta = 2k+1$,

$\alpha(2k-\alpha) + \frac{1}{8} = 0$, $-\alpha^2 + 2k\alpha + \frac{1}{8} = 0$, $\alpha^2 - 2k\alpha - \frac{1}{8} = 0$, $\alpha_{1,2} = \frac{1}{2}\left[2k \pm \sqrt{4k^2 - 4\cdot(-\frac{1}{8})}\right]$

$\alpha_{1,2} = k \pm \sqrt{k^2 + \frac{1}{8}}$, $\beta_{1,2} = 2k - \alpha = k \mp \sqrt{k^2 + \frac{1}{8}}$, $k^2 + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}(a-b) + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{4} + \frac{a_F}{4h}\right) + 1/8$

$= \frac{1}{16} + \frac{1}{16}\frac{a_F}{h} = \frac{1}{16}\left(\frac{a_F}{h} + 1\right)$

$F(\alpha, \beta, \gamma, \xi) = F(\alpha, \beta, 2k+1, -z)$, $z = e^{-2x}$, $x = 2\sqrt{h}z - C_1$.

Решением $F''_{zz} - [a_F + h\cdot\text{th}(2\sqrt{h}z - C_1)]F(z) = 0$, если $F(\alpha, \beta, 2k+1, -e^{-2x})$, $\alpha\beta = f(k)$

Второе, лин. независимое реш. чтобы $F(\alpha, \beta, \gamma, \xi)$ если (γ не целое): $k = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{a_F}{h} - 1}$

$\xi^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1, \beta-\gamma+1, 2-\gamma, \xi)$, $1-\gamma = -2k$. Видимо $k = \pm\frac{1}{4}\sqrt{\frac{a_F}{h} - 1}$.

по смыслу $\xi = -e^{-2(2\sqrt{h}z - C_1)}$ $|\xi| << 1$, даже при $z = 0$, $\xi = -e^{-2\cdot(-C_1)} = e^{2C_1} = -\frac{1}{3}$

$|\xi(z)|$ быстро падает с ростом z: $\xi(0) = -1/3$.

$F(\alpha, \beta, \gamma, \xi) \underset{\xi\to 0}{\approx} 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma}\xi = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma}(-1)e^{-2(2\sqrt{h}z - C_1)} = 1 + \frac{1}{8\gamma}e^{-2x}$, $\gamma = 2k+1$

$\gamma = 2k+1 = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a_F}{h} - 1} + 1$, k-real only. $a_F \geq h$. k-real

Второе реш. $\xi^{1-\gamma}\left[1 + \frac{(\alpha-\gamma+1)(\beta-\gamma+1)}{(2-\gamma)}\xi + \ldots\right] = \left[e^{-2x}\right]^{-2k}\left[1 + \frac{(\alpha-2k)(\beta-2k)}{(1-2k)}(-1)e^{-2x} + \ldots\right]$

$\approx (-1)e^{4kx}[1 + \ldots]$ будет затухающим с ростом $x = 2\sqrt{h}z - C_1$, если $k < 0$.

Берем $k = -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{a_F}{h} - 1}$ но k real, $h \leq a_F$. Видимо $h_c = a_F$ crit. field.

$\psi(z)$, $\psi(z) \sim e^{4kx} = e^{-\sqrt{a_F/h - 1}(2\sqrt{h}z - C_1)} \sim e^{-2\sqrt{a_F - h}z}$ экспоненциально затухает с ростом z удаления от

в области локализации $\lambda \sim \frac{1}{\sqrt{a_F - h}}$ растет с $h\uparrow$ dot edge.

сравнимо, вблизи SW граница локализации $\psi(z)$ приближается к $(DW)_{z=0}^{edge}$ с ростом h.

Т.е. решение вблизи собств. уравнения ($\omega = 0$) моды $F''_{zz} - [a_F + h\cos\varphi(z)]F(z) = 0$ ищется на зад.

$a_F = 4\pi + Le^2x^2$ или $a_F = Le^2x^2$, $a_F \geq 0$, $\cos\varphi(z) \geq 1/2$ и $a_F + h\cos\varphi(z) > 0$, $h = 1H^{-1}/m$.

Уравнение вида $F''(z) - k^2(z)F(z) = 0$ должно иметь затухание с $z\uparrow$ решение $F(z) \sim e^{-kz}$, соответ. локализации SW at $z=0$ - dot edge.

(23/30 Dec.) Update CV. Sent to Spain. Some more work on the thesis. Sent to Spain website to check validity by 2016.
28/XII - Alfredo Corrêa informs new exp. on Al(111) vicinal with small radius (BCNat, Bilbao)
29/XII Meeting with Spanish MINECO project go from 30, 2017.
Cyber Monday 42 (15% Web) on Dec 21, 2016 w/ code 5035 - free extensions. 31/XII - A. Filonenko

(31/XII) - (1/I) 2017 congratulations Happy New Year! A.10, A.11 - Sent both, to Carlos

(2/I) Obtained regional Scholarship "Cantabria Talento" from 2017 // Mario (BCN, Bilbao) informs Internag Abstract draft on Ni(111) small facets. Replied on Abstract + corrections.

→ Plans (in 10/20):
- a) Calc. SW in region of Δ-dot MS (Popov),
- b) to handle SIMM-PEARSON
- c) Submit Skyrmion MRS paper (Nanotech),
- d) TM thick W dot (Nevan T.),
- e) Review PRB SW paper
- f) Reorganize Sk ratios MS + Pinning,
- g) updated list invited to Sol-Skyrmag 2017
- h) Euro MagIC project go 1/II: new deliverables D1.5.1 - collective spin waves in wires/strips on arrays, D3.6.1 Gauge field effects, each D2.4.1 SW localized at edges, zero & wire fracture
- i) Skyrmag-17, Paris, abs go 28/II ; HMMM-17, Barcelona abs go 28/II ; Phys. Mag. Pyrenees abs go 1/III, visit go 1/II, Chamonix, France - 30/IX, abs. go 1/III ; SMM, Sevilla, to 15/IV, abs. go 5/IV.
- j) Install w Mario PRB Bilbao.
- k) Sk. dot chain Zubiaur

(3/I) Нужно сначала Quer. Abstract SK-MRD" Internag. Бонус. Aaron сказал 150€ в конце 1/2 Santander 25 февраля Дома с 1, 10, 1. Перебегает "Cantabria Talento" Santander log Quercus.

(4/I) (1 час по пути посмотрел в Тулузе, White "Brasil"

Edge SW Δ-dot

Две SW localized near edge Δ-dot (28/XII) interact весь bzero $\begin{cases} \mu = \mu_0 e^{-\beta z} \\ \varepsilon\varepsilon = \varepsilon\varepsilon_0 e^{-\beta z} \end{cases}$

$h\cos\varphi(z) \to \bar h$, $\bar h = \frac{1}{L}\int_0^L dz\, h\cos\varphi(z) \underset{\text{for } L}{=} \frac{h}{L}\int_0^{2\sqrt{h}L/L_e - C_1} dx\, \text{th}\left(2\sqrt{h}\frac{z}{L_e} - C_1\right) = \left|\frac{h}{L}\, 2\sqrt{h}\frac{z}{L_e} - C_1 = x,\ \frac{2\sqrt{h}}{L_e}dz = dx\right| =$

$= \frac{h}{L}\frac{L_e}{2\sqrt{h}}\int_{-C_1}^{2\sqrt{h}L/L_e - C_1} dx\, \text{th}x = \frac{1}{2}\sqrt{h}\frac{L_e}{L}\ln \text{ch}x\Big|_{-C_1}^{2\sqrt{h}L/L_e - C_1} = \frac{1}{2}\sqrt{h}\ln\frac{\text{ch}(2\sqrt{h}L/L_e - C_1)}{\text{ch}(-C_1)}\cdot\frac{L_e}{L}$

$\text{ch}(-C_1) = \text{ch}\left(\frac{1}{2}\ln 3\right) = \text{ch}\ln(3^{1/2}) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$2\sqrt{h}\frac{L}{L_e} \to \infty$, $h \sim 1$, $L/L_e \gg 1$, $\text{ch}x \underset{x\to\infty}{=} \frac{1}{2}e^x$, $\ln\frac{\text{ch}(\cdot)}{1/\sqrt{3}} = \ln\text{ch}(\cdot) - \ln\frac{1}{\sqrt{3}} =$

$= \ln\frac{\sqrt{3}}{2}e^{(2\sqrt{h}L/L_e - C_1)} = \ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-C_1}\right) + 2\sqrt{h}\frac{L}{L_e} = \ln\frac{3}{2} + 2\sqrt{h}L/L_e$

→ $\bar h = \frac{1}{2}\sqrt{h}\frac{L_e}{L}\left[\ln\frac{3}{2} + 2\sqrt{h}\frac{L}{L_e}\right] = h + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right)\sqrt{h}\frac{L_e}{L} \approx h + O(L_e/L)$ при $L/L_e \gg 1$. Почему $\bar h > h$?

$\bar h = h + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{3}{2}\right)\sqrt{h}\frac{L_e}{L}$. Частота (29/XII) $\left(\frac{\omega^2}{\gamma M_s}\right)^2 = \left[4\pi + \bar h + L_e^2(\varkappa^2 - \xi^2)\right]\left[\bar h + L_e^2(\varkappa^2 - \xi^2)\right]$

$\begin{cases} -\frac{i\omega}{\gamma M_s}\varepsilon\varepsilon = \left[4\pi + \bar h + L_e^2\varkappa^2 - L_e^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\mu \\ +\frac{i\omega}{\gamma M_s}\mu = \left[\bar h + L_e^2\varkappa^2 - L_e^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\varepsilon\varepsilon \end{cases}$. $\mu(z) = \mu_0 e^{-\beta z}$, $\varepsilon\varepsilon(z) = \varepsilon\varepsilon_0 e^{-\beta z}$.

Надо ξ выражать через h, $\xi = \xi(h)$.

, $h_2 > h_1$. Сначала локализация SW растет с h как $\sqrt{h}$, а область локализации $\sim \frac{1}{\sqrt{h}}$.

Численно можно оценить $\xi = 2\sqrt{\frac{h}{L_e}}$ или $\xi = 4\sqrt{\frac{h}{L_e}}$ из

$\text{Cos}\varphi(z) = -\text{th}\left(\frac{z+z_0}{\lambda}\right) \simeq 1 - 2e^{-\frac{2}{\lambda}(z+z_0)} = 1 - 2e^{-4\sqrt{h}(z+z_0)}$ при $(z+z_0)/L_e \gg 1$.

Пусть $\xi = 4\sqrt{\frac{h}{L_e}}$, $\bar h - L_e^2\xi^2 \approx h - L_e^2\frac{16h}{L_e^2} = -15h$ — такая зависимость от h [$\omega(h)$ надает]

Интерполяция и Экспер. и Simulations формулы, где $\omega(h)$ растет. $H = 100 - 1500$ Oe.

28/XII при начале $\varphi(z)$ была ошибка. Надо $\left(\varphi' = -2\sqrt{h}\sin\frac{\varphi}{2}\right)$, $\int\frac{d\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}} = -2\sqrt{h}z + C_1$

$\varphi/2 = \psi$, $2\int\frac{d\psi}{\sin\psi} = 2\ln\left|\text{tg}\frac{\psi}{2}\right| = 2\ln\left|\text{tg}\frac{\varphi}{4}\right| = -2\sqrt{h}z + C_1$, $\varphi(0) = \pi/3$.

$C_1 = 2\ln\text{tg}\frac{\varphi(0)}{4} = 2\ln\text{tg}\frac{\pi}{12}$, $\left(\text{tg}\frac{1}{4}\varphi(z) = e^{-\sqrt{h}z + C_1/2}\right)$, $C_1 = 2\ln\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\,\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}\right]$

$C_1 = 2\ln\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$, $\text{tg}\frac{\pi}{12} = \frac{1-\cos\pi/6}{\sin\pi/6} = \frac{1-\sqrt{3}/2}{1/2} = 2-\sqrt{3}$. $C_1 = 2\ln\frac{1-1/\sqrt{3}}{1+1/\sqrt{3}} = -4\,\text{arth}\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\bar h = \frac{h}{L}\int_0^L dz\cos\varphi(z)$, $\frac{d\varphi}{dz} = -2\sqrt{h}\sin\frac{\varphi}{2}$, $dz = \left[-2\sqrt{h}\sin\frac{\varphi}{2}\right]^{-1}d\varphi$.

$\int_0^L dz\cos\varphi = -\frac{1}{2\sqrt{h}}\int\frac{d\varphi}{\sin\varphi/2}\cos\varphi = -\frac{1}{2\sqrt{h}}\int\frac{d\varphi}{\sin\varphi/2}\left(\cos^2\frac{\varphi}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}\right) = (1)\int\frac{d\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\left(1 - 2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)$

$\int\frac{d\varphi}{\sin\varphi/2} = 2\ln\text{tg}\frac{\varphi}{4}\Big|_{\pi/3}^{\varphi(L)}$, $\int d\varphi\frac{1}{\sin\frac{\varphi}{2}}\sin^2\frac{\varphi}{2} = \int d\varphi\sin\frac{\varphi}{2} = -2\cos\frac{\varphi}{2}\Big|_{\pi/3}^{\varphi(L)}$

Escaneado con CamScanner

$$\bar{h} = \frac{h}{L}\left(-\frac{1}{2\sqrt{h}}\right)\left[2\ln\operatorname{tg}\frac{\varphi}{4} - 2(-2)\cos\frac{\varphi}{2}\right]_{\pi/3}^{\varphi(L)} = -\frac{\sqrt{h}}{L}\left[\ln\operatorname{tg}\frac{1}{4}\varphi(L) - \ln\operatorname{tg}\frac{\pi}{12} + 2\cos\frac{1}{2}\varphi(L) - 2\cos\frac{\pi}{6}\right]$$

$\operatorname{tg}\frac{\varphi(z)}{4} = e^{-\sqrt{h}z + C_1/2} = e^{-x}$, $\sin\frac{1}{2}\varphi(z) = \frac{1}{\operatorname{ch}x}$, $\cos\frac{1}{2}\varphi(z) = \operatorname{th}x = \operatorname{th}\left(\sqrt{h}z - C_1/2\right)$

$x = \sqrt{h}\frac{z}{L_e} - \frac{1}{2}C_1$, $\frac{L}{L_e} \gg 1$, $x(L) = \sqrt{h}\frac{L}{L_e} + \frac{1}{2}(2-\sqrt{3}) = \sqrt{h}\frac{L}{L_e} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ — число $\gg 1$.

$\ln\operatorname{tg}\frac{1}{4}\varphi(L) = \ln e^{-\sqrt{h}L/L_e + C_1/2} = -\sqrt{h}\frac{L}{L_e} + \frac{1}{2}C_1$, $C_1 = 2\ln\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}$

$$\bar{h} = -\frac{\sqrt{h}}{L}L_e\left[-\sqrt{h}\frac{L}{L_e} + \frac{1}{2}C_1 - \ln\operatorname{tg}\frac{\pi}{12} + 2\cos\frac{1}{2}\varphi(L) - \sqrt{3}\right] = -\frac{\sqrt{h}}{L}L_e\left[-\sqrt{h}\frac{L}{L_e} + 2\cos\frac{\varphi(L)}{2} - \sqrt{3}\right]$$

$$\bar{h} = h - 2\sqrt{h}\frac{L_e}{L}\left[\cos\frac{1}{2}\varphi(L) - \frac{\sqrt{3}}{2}\right], \quad \varphi(L) \xrightarrow[L\to\infty]{} 0, \quad \bar{h} = h - O(L_e/L)\cdot\cos 0 - \cos\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0.$$

Надо $h - L_e^2\zeta^2 = ah$, $a>0$, т.е. $\left(\zeta = \nu\frac{\sqrt{h}}{L_e}, \nu<1\right)$. $h - L_e^2\zeta^2 \approx h - L_e^2\nu^2\frac{h}{L_e^2} = (1-\nu^2)h$

$$\frac{\omega^2}{(\gamma M_s)^2} = \left[4\pi + L_e^2x^2 + (1-\nu^2)h\right]\left[L_e^2x^2 + (1-\nu^2)h\right]$$ — зависит от ν.

статика $\operatorname{tg}\frac{1}{4}\varphi(z) = e^{-\sqrt{h}z/L_e + C_1/2} = \operatorname{tg}\frac{1}{4}\varphi(0)\cdot e^{-\sqrt{h}z/L_e}$ динамика $u(z) \sim e^{-\zeta z}$, $u(z) \sim e^{i\varphi(z)}$.

Статика $\zeta_0 = \sqrt{h}/L_e$, надо динамика $\zeta = \nu\sqrt{h}/L_e$, чтобы $\omega(h)$ росла с $h\uparrow$, $\nu<1$.

У Гарраха $4\pi M_s = 10.43$ (kOe) G, $M_s = 330$ G, $A = 1.4\cdot10^{-6}$ erg/cm, $L_e = \sqrt{2.8\cdot10^{-6}}/0.83 = \frac{\sqrt{2.8}}{0.83}10^{-6}$ cm $= \frac{\sqrt{2.8}}{0.83}10$ nm $= 2.02\cdot10$ nm ≈ 20 nm. $L_e = 20$ nm.

$\frac{1}{2\pi}\gamma M_s = 2.9\cdot\left(\frac{kOe}{GHz}\right)^{-1}\cdot 0.83\cdot10^3$ G $= 2.9\cdot0.83$ GHz $= 2.41$ GHz. $\omega_0 = \gamma M_s$, $\frac{\omega_0}{2\pi} = 2.41$ GHz

$$\omega^2 = \omega_0^2\left[4\pi + L_e^2x^2 + (1-\nu^2)h\right]\left[L_e^2x^2 + (1-\nu^2)h\right]$$

Судя по Fig. 3 MS graft $\lambda = \frac{2\pi}{\beta_e} \sim \frac{1}{10}\mu m = 100$ nm, $x = \left(\frac{100\text{ nm}}{2\pi}\right)^{-1} \approx 0.063$ nm^{-1}

$xL_e = 0.063\text{ nm}^{-1}\cdot 20\text{ nm} \approx 1.26$. $(xL_e)^2 \approx 1.59$

$\omega^2(h=0) = \omega_0^2\left[4\pi + L_e^2x^2\right]\left[L_e^2x^2\right] \approx \omega_0^2\left[4\pi + 1.6\right]1.6$, $\omega(h=0) \approx 4.76\,\omega_0 = 11.5$ GHz

— это много для $a=1$ или $2\mu m$ A-dots $\omega(h=0) \approx 4\div5$ GHz. Надо уменьшать x. Эксп. M_s может меньше 830 G. Более точный учёт W_m уменьшит $\omega(x)$ пока $\frac{L_e}{a} \ll 1$.

$\bar{h} = h - 2\sqrt{h}\frac{L_e}{L_0}\left[\operatorname{th}\left(\sqrt{h}z/L_e - \frac{1}{2}C_1\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ — зависит от $\frac{L_0}{L_e}$. L_0 — интервал усреднения ω по z.

(5/I) Review PRB MS on SW by Hewig. Переписка с Гарраха о SW Δ-dot.

(6/I–7/I) Рождество. Отдых дома. MS sk-stability с Arantxa. B.S. Seb. downtown "La Contra"

(8–9/I) Revision of sk-Stability Arantxa MS (послан по Оксане). Переписка с Michal Garcia-Sanchez PRL '2015 по Winter SW in stripe с невзрачным $\omega(k)$. $\omega(0) = 0$, хотя decrease должен зависеть от SW shape вдоль stripe width. Работа над Sol-Sky Mag e-mails. Надо/I прислали 2 Abstracts.

(10–12/I) Болел, сидел дома. Переписка с Окс., Бухрей, Пенев, Julian, Michal, Farkhad

(12/I) Система 3D для edge SW в Δ-dot (28/XII 16г.) $4\mu m$ $L/a \to 0$ thin dot, simplified magnetostatics

$$\begin{cases} -i\omega\varepsilon = -\mu''_{xz} + \left[4\pi + L_e^2x^2 + h\cos\varphi(z)\right]\mu \\ -i\omega\mu = \varepsilon''_{xz} + \left[L_e^2x^2 + h\cos\varphi(z)\right]\varepsilon \end{cases}$$

$\operatorname{tg}\frac{1}{4}\varphi(z) = e^{-\sqrt{h}z + C_1/2} = \operatorname{tg}\frac{1}{4}\varphi(0)\cdot e^{-\sqrt{h}z}$, $z \perp$ SW plane.

Известные решения: а) $\psi = \sin\Theta = \frac{1}{\operatorname{ch}x}$, если решение $\left[-\frac{d^2}{dx^2} + \cos2\Theta\right]\psi = 0$

$\frac{d\psi}{dx} = \frac{d}{dx}\sin\Theta = \cos\Theta\,\Theta'$, $\psi'' = -\sin\Theta(\Theta')^2 + \cos\Theta\,\Theta''$, $\cos2\Theta = 2\cos^2\Theta - 1$

$\psi' = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}x}\right) = -\frac{1}{\operatorname{ch}^2x}\operatorname{sh}x$, $\psi'' = (-1)\frac{(-2)}{\operatorname{ch}^3x}\operatorname{sh}^2x - \frac{1}{\operatorname{ch}^2x}\operatorname{ch}x = 2\frac{\operatorname{th}^2x}{\operatorname{ch}x} - \frac{1}{\operatorname{ch}x}$

$-\frac{2}{\operatorname{ch}x}\operatorname{th}^2x + \frac{1}{\operatorname{ch}x} + \frac{1}{\operatorname{ch}x}\left[2(\operatorname{th}x)^2 - 1\right] = 0$ выполн. если $\sin\Theta = \frac{1}{\operatorname{ch}x}$, $\cos\Theta = \pm\operatorname{th}x$

б) $f_m = \frac{\sin\Theta}{x^m}$ есть реш. $\nabla_z^2 f_m = \left[m^2 + 2m\cos\Theta + \cos2\Theta\right]\frac{1}{x^2}f_m$, если $\varphi(z)$ – вар. (11/I 16г.)

$\nabla_z^2 F = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(x\frac{\partial F}{\partial x}\right)$.

У меня коср. $\cos\varphi(z)$, чтобы $\sin\frac{\varphi(z)}{2} = \frac{1}{\operatorname{ch}x}$, $\cos\frac{\varphi(z)}{2} = \operatorname{th}x$, $x = \sqrt{h}z - \frac{1}{2}C_1$

т.е. $\varphi/2$ совпад. Θ. $\frac{d^2\psi}{dx^2} = \cos2\Theta\,\psi = \cos\varphi(z)\,\psi$ если $\psi = \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{\operatorname{ch}x}$.

$-\mu''_{zz} + h\cos\varphi(z)\mu = \left[\frac{d^2\mu}{dz^2} = \frac{d^2\mu}{dx^2}\left(\frac{dx}{dz}\right)^2 = \mu''_{xx}\left(\sqrt{h}\right)^2 = h\,\mu''_{xx}\right] = h\left[-\mu''_{xx} + \cos\varphi(z)\mu\right]$.

$-\mu''_{xx} + \cos(z)\mu = 0$. Можно ещё решение $\underline{\mu(z) = \frac{a}{\operatorname{ch}x}}$ и $\underline{\psi(z) = b/\operatorname{ch}x}$, $\sin\frac{\varphi}{2} = 1/\operatorname{ch}x$.

Escaneado con CamScanner

$-i\omega\frac{b}{ch\chi} = (4\pi + L_e^2 x^2)\frac{a}{ch\chi} + h\left[-\varepsilon_{yy} + \cos\varphi(1)\right]\frac{a}{ch\chi} = (4\pi + L_e^2 x^2)\frac{a}{ch\chi}$

$-i\omega\frac{a}{ch\chi} = h\left[\varepsilon_{yy}'' - \cos\varphi(1)\right]\frac{b}{ch\chi} - L_e^2 x^2 \frac{b}{ch\chi}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} -i\omega b = (4\pi + L_e^2 x^2)a \\ -i\omega a = -L_e^2 x^2 b \end{cases}$

$\begin{pmatrix} 4\pi + L_e^2 x^2 & i\omega \\ i\omega & -L_e^2 x^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 0$, $\det R(\omega) = -L_e^2 x^2 (4\pi + L_e^2 x^2) + \omega^2 = 0 \Rightarrow$
$\omega(x) = L_e^2 x^2 (4\pi + L_e^2 x^2)$ gives DW localized

at DW plane $z=0$ (dot edge) $\mu \sim \frac{1}{ch\chi}$, $\varepsilon\varepsilon \sim \frac{1}{ch\chi}$, $\chi = \sqrt{h}\, z - \frac{1}{2}C_1$.

Cycloss $\omega(x=0) = 0$, x-wave vector along edge, which is not important. $\omega = \frac{\omega}{4\pi M_s}$

DW uniform shift R gives rise to mode $\omega = 0$, т.е. E_{DW} не зависит от z.

$\varphi(z) = \frac{\pi}{2} - \theta(z)$. Pinning на dot edge $z=0$ (дадан R_0) $\varphi(z=0) = \pi/3$, что это условие на R_0 localized DW profiles $\sim ch^{-1}(\sqrt{h}\, z - C_1/2)$ выполнено, на $\omega(z=0) = 0$ не (через C_1) выполнено

Надо в духе Winter'61 Вести DW stiffness along DZ $W_s = \frac{d}{2} z^2$.

Метод $K' \sim d$ (Winter) неприменим, т.к. в d-ферромагнетике $E_{DW} \neq f(DW\ position)$
и никакими $K' S^2$ членами не исправить.

Alternative: учесть dyn dipolar fields в уД для $\mu, \varepsilon\varepsilon$.

уД содержит $\hat{g}_{zz}$, $\hat{g}_{yy}$ и $G(zz') \sim \hat{g}_{zz}$, $\hat{g}_{xx}$, $\hat{g}_{xz}$, $g_{\alpha\beta} \sim k_\alpha k_\beta$ ($\alpha = x, z$)
и при $\alpha = x$ $g_{\alpha\beta} \sim x k_\beta \to 0$ при $x \to 0$, т.е. только $\hat{g}_{zz} \neq 0$ может дать gap
for DW-frequency at $x \to 0$. При $x \to 0$ уД:

$$\begin{cases} \frac{1}{\gamma}\dot{\mu} = -\frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - x^2\right)\varepsilon\varepsilon + \left[-2M_s\cos\theta_0 \int dz' \hat{g}_{zz}\cos\theta_0(z') + H\cos\varphi(z)\right] + 2M_s \int dz' \hat{g}_{yy}\,\mu(z') \\ -\frac{1}{\gamma}\dot{\varepsilon\varepsilon} = \frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - x^2\right)\mu - \left[-2M_s\cos\theta_0 \int dz' \hat{g}_{zz}\cos\theta_0(z') + H\cos\varphi(z)\right]\mu + 2M_s(-\sin\theta_0)\int dz' \sin\theta_0(z')\hat{g}_{zz}\,\mu(z') \end{cases}$$

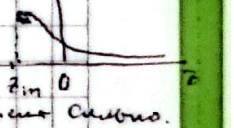
$\hat{g}_{zz}(zz') = \int dk_z\, e^{ik_z(z-z')}\, S(kL)$, range $\sim L \to 0$ и $\hat{g}_{zz} \to 0$. $k^2 = x^2 + k_z^2$.

При $x \to 0$ $\hat{g}_{yy} + \hat{g}_{zz} = 2\pi\delta(z-z')$, где важно, что при $\frac{L}{d} \ll 1$ есть $\hat{g}_{yy}$.

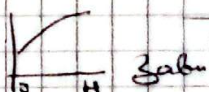
$\hat{g}_{zz}$ - Dyn. dipolar field brings в gap $\omega(x=0)$ есть, но $\omega \to 0$ при $L \to 0$.

$\mu, \varepsilon\varepsilon \sim ch^{-1}\chi \sim \frac{1}{ch(\sqrt{h}z - C_1/2)}$ имеют max при $\sqrt{h}\, z_m = \frac{C_1}{2} = -\frac{1}{4}\ln 3$

$z_m < 0$, т.е. dot при $z > 0$.



$\omega(x)$ при $L \to 0$ не зависит явно от h, у Фарназа $\omega(H)$



зависит сильно.

Range Bound. Conditions при $z=0$ (DW position)?

$\frac{\partial m}{\partial z} + d\vec{m}\big|_{z=0} = 0$, $\frac{\partial \mu}{\partial z} + d\mu = 0$, $\mu(z) = \frac{a}{ch\chi}$, $\frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{\partial \mu}{\partial \chi}\frac{\partial \chi}{\partial z} =$

$= a\frac{1}{ch^2\chi}sh\chi \cdot \sqrt{h}$, $a\sqrt{h}\frac{sh(-C_1/2)}{ch^2(-C_1/2)} + d\frac{a}{ch(-C_1/2)} = 0$, $th(-C_1/2) = -\frac{d}{\sqrt{h}}$,

т.к. $C_1 = Const$, то надо $d = (const)\sqrt{h}$. На $\omega(x)$ это d-pinning не влияет.

Можно $W_s = \frac{1}{2}dz^2$, тогда $\omega(x=0) = \sqrt{d/m_0}$, m_0 - Döring DW mass.

Цель не вернуться к решению $\mu, \varepsilon\varepsilon \sim e^{-3z}$ от $4/I \sim h$, там $\omega(h)$ растет $\sim h\uparrow$.
Метод DW-mass к $\omega(h)$ не приведет $\Rightarrow$ Вернемся к $\omega(x)$ от $4/I \sim D < 1$.

Вывод $\omega(x, 4/I)$ в отличие от $\omega(x)$ Winter с $\mu, \varepsilon\varepsilon \sim 1/ch\chi$. дает $\omega(x=0) \neq 0$ gap
$h/4\pi \to h$, $\omega^2(x) = \omega_H^2\left[1 + L_{ex}^2 x^2 + (1-\nu^2)h\right]\left[L_{ex}^2 x^2 + (1-\nu^2)h\right]$ и $\omega(h)\uparrow$ с $h\uparrow$.
$\mu, \varepsilon\varepsilon \sim e^{-3z}$, $tg\frac{1}{4}\varphi(z) \sim e^{-\sqrt{h}z}$. $\underline{3 = \nu\sqrt{h}}$, ν - ratio dyn. penetration to static one.

Winter'61 уравнение $\lambda^2 Z'' - \left[\varepsilon + \cos 2\theta\right]Z(z) = 0$, $\cos 2\theta = th^2\frac{z}{\lambda} - \frac{1}{ch^2 z/\lambda} \approx 1 - \frac{2}{ch^2(\cdot)}$

имеет решение $Z(z) = e^{\pm z\sqrt{\varepsilon}/\lambda}\left[\pm th\frac{z}{\lambda} + \alpha\right]$, $\alpha^2 = 1 - \varepsilon$.

При $\varepsilon = 0$ это так, $Z(z) \sim \sin\theta \approx \chi/\sqrt{\chi^2 + \varepsilon}$. При $\varepsilon > 0$ граница подсасывает
это не подтверждает. При $\varepsilon = 0$, $\alpha = 1$, $\hat{Z}(z) = e^{\pm z}\left[1 \pm th z\right] = \frac{1}{ch^2 z}e^{\pm z}(ch z \pm sh z)$
$ch z \pm sh z = \frac{1}{2}\left[e^z + e^{-z} \pm (e^z - e^{-z})\right] = e^{\mp z}$, $\hat{Z}(z) = 1/ch z$ если $\hat{Z}(z) = e^{\mp z}\left[1 \pm th z\right]$

Т.е. решение Winter'61 $\hat{z}(z) = e^{\mp x z}\left[\pm \mathrm{th} z + x\right]$, $x^2 = 1 - \epsilon$ удовлетв. ур.

$\hat{z}'' - [\epsilon + \cos 2\theta]\hat{z}(z) = 0$, $\sin\theta(z) = 1/\mathrm{ch} z$, только если $x^2 = 1$, $\epsilon = 0$.

$\hat{z}(z, x^2=1) = \sin\theta = 1/\mathrm{ch} z$. $\epsilon = E/2KS$ - энергия SW, $E = \hbar\omega$

$\epsilon = 0$ соответ. $\omega = 0$ (zero frequency) solution. То. у Winter'61 SW localized на DW с профилем $\sim 1/\mathrm{ch}(z/\lambda)$ есть соб.знач. SW, а не бегущие вдоль DW plane xy. Ст. перпенд. к DW plane. Нет

→ Сравнение Winter SW не подтвердило бы описание бегущих вдоль bot edge SW. Вопрос как не в Garcia-Sanchez PRL'15 Winter SW были бегущими?

Ур-ние Winter:
$$\left.\begin{aligned} +\frac{i\omega}{\gamma} S_y &= \frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right) S_z - H_a \cos 2\theta\, S_z + 4\pi M_s S_z \\ \frac{i\omega}{\gamma} S_z &= \frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right) S_y - H_a \cos 2\theta\, S_y + H_a' S_y \end{aligned}\right\} (*), \quad H_a' = 2K'/M_s$$

$E \to \omega/\gamma$

Решение: $\left[\frac{2A}{M_s}\frac{\partial^2}{\partial z^2} - H_a \cos 2\theta\right] S_z(z) = 0$, $\frac{2A}{H_a M_s} = \frac{2A}{2K} = \lambda^2$, $\left[\lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \cos 2\theta\right] S_z = 0$,

его решение $S_z(z) = 1/\mathrm{ch}(z/\lambda)$. $\nabla^2 S = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) S = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right) S$,

если $S(x, y, z) = S(z) e^{ik_x x + ik_y y}$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$

ищем $S_y = B\,\mathrm{ch}^{-1}(z/\lambda)$, $S_z = C\,\mathrm{ch}^{-1}(z/\lambda)$ →
$$\begin{cases} -\frac{i\omega}{\gamma} S_y = -\frac{2A}{M_s} k^2 S_z + 4\pi M_s S_z \\ i\omega/\gamma\, S_z = -\frac{2A}{M_s} k^2 S_y + H_a' S_y \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{i\omega}{\gamma} & \frac{2A}{M_s}k^2 - 4\pi M_s \\ \frac{2A}{M_s}k^2 - H_a' & \frac{i\omega}{\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = 0, \quad \frac{\omega^2}{\gamma^2} = \left[\frac{2A}{M_s}k^2 - 4\pi M_s\right]\cdot\left[\frac{2A}{M_s}k^2 - H_a'\right]$$

Winter знал $4\pi M_s$, H_a' неизвестен (или Ak^2). Надо $\frac{\omega^2}{\gamma^2} = \left[\frac{2A}{M_s}k^2 + 4\pi M_s\right]\left[\frac{2A}{M_s}k^2 + H_a'\right]$,

это есть дисперсия $\omega(k)$ для $\mathrm{ch}^{-1}(z/\lambda)$ localized Winter SW.

Т.е. Winter localized SW имеют finite frequency для $k \to 0$ из-за $4\pi M_s$ и $H_a' \neq 0$. Ефо

Наш случай ур-ние
$$\begin{cases} -i\frac{\omega}{\gamma}\varphi = -\frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - x^2\right)\mu + \left[4\pi M_s + H\cos\varphi(z)\right]\mu \\ -\frac{i\omega}{\gamma}\mu = \frac{2A}{M_s}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - x^2\right)\varphi - H\cos\varphi(z) \end{cases}$$
с граничными $\sin\frac{\varphi}{2}(z) = \frac{1}{\mathrm{ch}\,x}$, $x = \sqrt{h}\,z - c_1/2$

и $H_a = 0$ совп. с ур-ем Winter и $\omega^2(x) = \gamma^2 L^2 k^2 \left(L^2 k^2 + 4\pi\right)$, $\omega(x=0) = 0$

у Winter и у нас $\left[-\frac{d^2}{dz^2} + \cos 2\theta\right] S_x(z) = 0$, $S_x(z) \sim \mathrm{ch}^{-1} z$ имеет мат. пределы неограниченно сокращаются d^2/dz^2 и сохр. только и решение системы ур.

Вывод: у Winter подставлена $S_{y,z} \sim 1/\mathrm{ch}(z/\lambda)$ удовлетворяет H_a и $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ только, сводя ур. к ним - антиферромагнетик у нас $\varphi, \mu \sim 1/\mathrm{ch}(z)$ удовлетворяет h-члену и ведет к $\omega \neq f(k)$, это неверно. Winter-approach неприменим т.к. potential well у нас сформирована не m. anisotropy H_a, а by bias field H (в Δ-dot Фарраго).

(13-15/I) Ежегодная сходка группы. Maite (Bilbao) прислала Exp. $M(H)$ small vortex dots. Julian прислал вопрос о пересечении с другими группами для нашего гранта Grupos Consolidados Subvención FIS 2010 и нового FIS 2016 grant (!?)

(16/I) На работу to check mails у WoS-citations. С п. в Eroski. Изобр. А. экзамен.

(17/I) Занятие Банка имело 2000$ cash. Ноутбук. Начало Фарраго расчет $\omega(ak)$-edge SW. Другие пределы на $\omega(k)$ SK-dot chains. Обзор ук-дин. PRB-Michal; Block-SK ground States.

(18/I) Ответы на вопросы Фарраго / Антонио по Δ-dot edge SW.

Small-R vortex dots Последний расчет Han для Garcia (Bilbao) делал 2/II 2016 после ему послал word-file MS - 4/II 2016 г.

22/II/16 г. Garcia прислал new exp./simul. data $M(H)$ small v dots. Maite прислала ну наконец-то 13/I. подготовила с Maite 2/I $M(H)$ small v dots ABS. для INTERMAG

Вопрос: calculate $H_{an}(L,R)$ и сравн. с exp и simulations. для nominal R and L of Py dots

→ A) Samples $R_c > R$ ($c > 1$) ① Nominal $R = 30$ nm, $L = 30$ nm. Real $R = 35$ nm, $L = 28$ nm, $H_{an} \approx 215$ Oe

② $R = 30$ nm, $L = 50$ nm - nominal. Real $R = 31$ nm, $L = 52$ nm, $H_{an} \approx 400$ Oe. Exp calc. H_{an} в MS.

Escaneado con CamScanner

B) Samples $R_c < R$ ($c < 1$). ① Nominal $R = 70$ nm, $L = 30$ nm. Real $R = 73$ nm, $L = 33$ nm, $H_{an} \simeq 625$ Oe.

② Nominal $R = 70$ nm, $L = 50$ (treg. 30) nm. Real $R = 73$ nm, $L = 53$ nm. $H_{an} = 840$ Oe

В MS B1, B2 - Samples описываются как $R = 65$ nm / $L = 30$ nm и $R = 65$ nm / $L = 55$ nm.

Сигма H_{an}^{exp} ($L = 53$ nm) равно Возможно → нашим H_{an}^{calc}. ($H_{an}^{exp} = 600$ Oe) ($H_{an}^{exp} \simeq 950$ Oe)

Нов COMMF simul. : A1) $R/L = 30/52 \to R_c > 30$ nm, $c > 1$; B1/B2) $R/L = 60/32$, $60/52$

- Тоо = обнаружен с $m_z(9)$ simulations из MS draft. $R_c/R \simeq 0.50$, $R_c/R = 0.57$

Вывод: new exp. data by Grazia дают что B-samples $R/L = 73/33$ nm и $R/L = 73/53$ nm

Нахожу H_{an}^{calc} for new R/L и сравн. с H_{an}^{exp} - new. $H_{an} \simeq 625$ Oe и $H_{an} \simeq 840$ Oe

Для $c < 1$: $H_{an}(c, \beta, R) = (1-c)\left[4\pi F_x(\beta) - Le^2/R^2\right] M_s$ Eq. (8) of MS draft.

$\left[4\pi F_1(33/73) - \frac{Le^2}{(73\,nm)^2}\right] M_s = 1{,}190$ Oe, где $M_s = 590$ G, $Le = 27.3$ nm

$\left[4\pi F_1(53/73) - \frac{Le^2}{(73\,nm)^2}\right] M_s = 1.577$ Oe. File "vortex_critic_fields.mcd"

B1) $H_{an}^{calc}(c, \frac{33}{73}, 73) = (1-c) \cdot 1{,}190$ Oe $= (1-0.5)\,1{,}190 = 595$ Oe // $H_{an}^{exp} = 625$ Oe

B2) $H_{an}^{calc}(c, 53/73, 73) = (1-c) \cdot 1{,}580$ Oe $= (1-0.57) \cdot 1.580 = 680$ Oe // $H_{an}^{exp} = 840$ Oe.

Correction: take $M_s = 600$ G from B A)-case и $Le = 26.9$ nm где $A = 1.3 \cdot 10^{-6}$ erg/cm.

B1) $H_{an}^{calc}(c, 33/73, 73) = (1-c) \cdot 1{,}212$ Oe $= (1-0.5) \cdot 1{,}212$ Oe $= 606$ Oe $\to$ 610 Oe

B2) $H_{an}^{calc}(c, 53/73, 73) = (1-c) \cdot 1{,}607$ Oe $= (1-0.567) \cdot 1{,}607 = 696$ Oe $\to$ 700 Oe.

Сначала H_{an}^{calc} с H_{an}^{exp} довольно хорошее, учитывая $Too\ c = \frac{R_c}{R}$ брались из simul. где $R = 60$ nm. (for dots $R = 73$ nm)

Note: в MS-draft я обсчитывал только A2-sample, nominal $R/L = 30/50$ nm надо было use real $31/52$ nm $= R/L$ и сравн. с $H_{an}^{exp} \simeq 400$ Oe,

в) обсчитать A1-sample с real $R/L = 35/28$ nm и $H_{an}^{exp} = 215$ Oe.

• A2) $\beta = \frac{52}{31} = 1.677$, $R = 52$ nm, $Le = 26.9$ nm, $M_s = 600$ Oe $\to$ min $W(c)$, теперь $c_0 \simeq 1{,}20$

но $H_{an}(c)$ чуть более, чем ранее где $R/L = 30/50$, $M_s = 590$ Oe и $H_{an}^{calc} \simeq 700$ Oe -

при $M_s = 590$ Oe получим $c_0 = 1.76$ и $H_{an}^{calc} = 590$ Oe. Вывод.

Хотя и c_0 больше с simul. 1.2, $H_{an}^{calc} >> 400$ Oe - exp. H_{an}. Old set $R/L = 30/50$ nm $H_{an} = 400$ Oe лучше.

• A1) Nominal $R = 30$ nm $L = 30$ nm. $H_{an}^{exp} = 215$ Oe.

$H_{an}(c)$ нашел близко с cf. coercivity < 0. $c_0 < 1$, тоо general model $H_{an}(c)$

Using real $R = 35$ nm, $L = 28$ nm не сработал, $H_{an}(c)$ близко с cf и $c_0 < 1$.

Примем $Le \simeq 27.3$ nm. $R_{ex} \simeq 7.70$ nm. R-L MPD: Met-Jumm'02, APL'08 и JAP 2013

(A1)-dot: nom. (real) $\frac{R}{Le} = \frac{30}{27.3} = 1.10$ (1.28), $\frac{L}{Le} = 1.10$ (1.03); $\frac{R}{l_{ex}} = \frac{30}{7.70} = 3.90$ (4.55); $\frac{L}{l_{ex}} = \frac{30}{7.70} = 3.90$ (3.64) — stable // SD, metastable V или large V

(A2)-dot: nom. (real) $R/Le = \frac{30}{27.3} = 1.10$ (1.14), $L/Le = 50/27.3 = 1.83$ (1.90); $R/l_{ex} = 3.90$ (4.03), $L/l_{ex} = 6.49$ (6.75) — Exsd $\simeq$ Ev. (stable V, ms // SD) (metastable)

(B1)-dot: nom. (real) $R/Le = 70/27.3 = 2.56$ (2.67), $L/Le = 30/27.3 = 1.10$ (1.24); $R/l_{ex} = 9.09$ (9.48), $L/l_{ex} = 3.90$ (4.29) — stable V (stable V) ms // SD ms // V

(B2)-dot: nom. (real) $R/Le = 2.56$ (2.67), $L/Le = 1.83$ (1.94); $R/l_{ex} = 9.09$ (9.48), $L/l_{ex} = 6.49$ (6.22) — stable V (stable V)

Escaneado con CamScanner

B1, B2 - dots с номинал $R = 40$ nm (real $R = 73$ nm) are in stable classic. V state ($c < 1$)

A2 dot - never at least ms - LV (c>1) V-stability - E_V - nearest → Hamiltonian при $c < 1$.

A1 - dot - stable || SD, ms - V (нормал ms-LV; но $E_V < E_{LV}$), $c < 1$.

Дали A1, A2 dots нагоден functional $W(c) = W_{ex}(c) + W_m^s(c)$ дали classic vortex $c < 1$.

$W_m^s(s) = M_s^2 R^3 \int dk (1 - e^{-\beta k}) \sum_n |K_n(k,s)|^2$, $K_n(k,s) = \int d^2\varrho\, J_n(k\varrho) e^{in\varphi_\varrho} m_z(\varrho,s)$

при $s=0$, $m_z(\varrho)$ - radial sym. $K_n(k) = \int d\varrho e^{in\varphi_\varrho} \int d\varphi\varrho\, J_n m_z(\varrho) = 2\pi\delta_{no} \int d\varrho\varrho J_0(k\varrho) m_z$

$W_m^s(c) = 4\pi^2 M_s^2 R^3 \int dk (1 - e^{-\beta k}) \left[\int d\varrho\varrho J_0(k\varrho) m_z(\varrho, c) \right]^2$, $m_z(\varrho, c) = \frac{c^2 - \varrho^2}{c^2 + \varrho^2}$ - ф. Ядка

$W(c) = \frac{1}{M_s^2 V} W(c) = W_{ex}(c) + W_m^s(c) = \frac{L_e^2}{R^2}(2 - \ln c) + \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1 - e^{-\beta k}) I_0^2(k, c)$,

$I_0(k,c) = \int d\varrho\varrho J_0(k\varrho) m_z(\varrho, c)$. Т.е. $W(c) = \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 (2 - \ln c) + \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1 - e^{-\beta k}) I_0^2(k, c)$

- дали classic vortex, $c < 1$.

W - class. V ок. min, от W - large V конкурс beg W_{ex}. $W_{ex}^V = \frac{L_e^2}{R}(2 - \ln c)$, $W_{ex}^{LV} = \frac{L_e^2}{R^2} \frac{4}{1+c^2}$

при $c = 1$ $W_{ex}^V = W_{ex}^{LV}$ и можно сделать continuous $W(c)$ дали $0 < c < \infty$.

A1-dot: $R = 30\,(35)$ nm, $L = 30\,(28)$ nm. Nom. R,L дават $c_0 = 0.753 < 1$, $W(c) = 2.18$, $W_{SD} = 1.65$

Real R,L дават $c_0 = 0.703 < 1$ classic vortex $W = 1.72$

Large-V вообще не конфигур., т.е. dot ground state is ||SD, classical vortex is metastable. $W_{SD} = 1.48$

A2-dot: $R = 30\,(31)$ nm, $L = 50\,(52)$ nm. Nom. R,L - есть min $W_{ev}(1.402) = 2.072$ и min $W_v(0.795) = 2.049$, $W_{SD} = 2.031$

Real R,L дават min $W_{ev}(c_0 = 1.258) = 1.992$, $W_v(0.794) = 1.960$ при $W_{SD} = 2.035$.

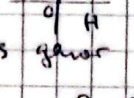
Т.е. дали A2-dot R,L могат Бенчмък. При номинал. R,L $W_{ev} < W_v$, при real R,L $W_v < W_{ev}$.

Пътищата, дали A2-dot съдържа 2 vortex min $W(c)$, classic V. $c < 1$ и large vortex $c > 1$. !!

Аналог: дали A1-dot (clas. Vortex metastable) нагоден $H_{an} = (1-c)\left[4\pi F_1(\beta) - \frac{L_e^2}{R^2}\right] M_s$, $c < 1$

при A1-dot nominal R,L, $H_{an} = (1 - 0.753)\, 1.454$ kOe $= 0.359$ kOe

real R,L $H_{an} = (1 - 0.703)\, 1.385$ kOe $= 0.411$ kOe } при $H_{an}^{exp} \approx 215$ Oe

(22/I) Дали A1-dot $H_{an}^{calc} \approx 2 H_{an}^{exp}$ и бъгът M(H)  с бавният M_r - remanence

Тобофинг 0 nm, тъй като dots са в ||-SD, each G classic - V metastable state. V-dots дават сравнение H_{an}, а H_n - разни дано.

Дали A2-dot: nominal R,L $W_{SD} < W_{ev} < W_v$. Real R,L - $W_v < W_{ev} < W_{SD}$

M(H) тобофинг, тъй като A2-dots in SD state, $M_r \approx 0$. Конкурентно дават large V и classic-V.

Еn. barrier между V и LV дават. $W(c=1)$, где $W(c)$ real max.

$W(1) = 2.129$ - nom. R,L и $\Delta W = W(1) - W_v(c_0) = 2.129 - 2.079 = 0.050$ ($\frac{\Delta W}{kT} = 54$)

$W(1) = 2.021$ - real R,L и $\Delta W = W(1) - W_{ev}(c_0) = 2.021 - 1.992 = 0.029$ ($\frac{\Delta W}{kT} = 38.3$)

Nom. $M_s^2 V = \pi (0.59)^2 10^6 \frac{erg}{cm^3} (30)^2 10^{-14} cm^2 \cdot 50 \cdot 10^{-7} cm = \pi (0.59)^2 \cdot 27 \cdot 10^{-12} erg = 29.2 \cdot 10^{-12}$ erg

Real $M_s^2 V = \pi (0.59)^2 10^6 \frac{erg}{cm^3} (31)^2 \cdot 10^{-14} cm^2 \cdot 52 \cdot 10^{-7} cm = \pi (0.53)^2 (3.1)^2 5.2 \cdot 10^{-12} = 54.6 \cdot 10^{-12}$ erg

$k_B T = 1.38 \cdot 10^{-16} \frac{erg}{K} \cdot 3 \cdot 10^2 K = 4.14 \cdot 10^{-14}$ erg. W in $M_s^2 V$ units

Големите $\Delta W / k_B T$ дават, че не нефизични LV $\rightleftarrows$ V при $H = 0$. Но $H = 200$-400 Oe

сравнен $\Delta W_H = H M_s V \approx \frac{1}{2} M_s^2 V$ и можем сделаме, че възможни LV $\rightleftarrows$ V нефизични.

Алтернативно аналитично A2-Han при R,L-real есть classic-V, $H_{an} = (1 - 0.794) \cdot 1.943 = 400$ Oe!

при R,L-nominal - clas-V. $H_{an} = (1 - 0.795) \cdot 1.906$ kOe $= 390$ Oe

Дали B1, B2-dots можно найти H_{an}, използвайки calc. c_0, а не Simul. c_0.

B1-dot, real $R = 73$ nm, $L = 33$ nm → $H_{an} = (1 - \underset{c_0}{0.637}) \cdot 1.906$ kOe $= 432$ Oe. $H_{an}^{exp} = 615$ Oe

B2-dot, real $R = 73$ nm, $L = 53$ nm → $H_{an} = (1 - \underset{c_0}{0.632}) \cdot 1.577$ kOe $= 580$ Oe. $H_{an}^{exp} = 740$ Oe

Т.е. using c_0 - calc. вместо c_0 - Simulated грубият конкурс H_{an} - strong. Overbar - simul

(23/I) Нанесен "Small Vortex dots" MS draft и изпратен to Maike, Alfredo (BCM), coauthors Oscar "President Tribunal Ph.D. A. Lara (UAM). Conf. Compos MRS/EMU - Feb. 1, 16 pp

(24/I) Л.В. Киев, с собствени 1250 €. Обзор Skyrm papers. Бъдещи.

Escaneado con CamScanner

25/I Нормални refereeing / Abs Subm. to 23 inv speakers Sol-Skymag (Ref. 1, 22). Julian
Изпращам inv. talks to Demokritov, Berg, Urabe, Fischer, Ding, Zhang Subm. abs.
Нормален ден. Дадох ръка PhD thesis A. Lara.

26/I Напомняне Sol-SkyMag. Изпратен 1,000€ to Santander. Minor Abstracts

- INTERMAG'2017 — Subm. MPD-Skyrmion (Occ.) и M(H) small v. dots (Morito)
- Skymag'17, Paris — Skyrmion SpM, Sk-dyn Michal(?)
- IWMM Barcelona — M(H) v. small dots, Sk-MPD-Arantxa* (Ecc. Gener.)
- PM'17, Poznan — SkV A-dot (?), Sk-MPD-Gos, Sk-$P_c(T)$ Finocchio(?), Sk-SkV for Ban.

27/I Внасям в „Santander", изпратен 10 000€ на нотариус. Хипотека, застраховка
Уточнен. monthly fee. Обзор Skyrmions. Работа над Sk-MPD paper-Arantxa.

28/I Sk-MPD-Arantxa paper. Composed и written fulltime Abs - Sk-GM for Skymag'17, Paris.

29/I Edited Sk-MPD-Arantxa MS и изпратен to Oxeanа и Rus. Submitted Abstracts
Sk-GM to Skymag-Paris и Sk-SkV to PM'2017-Poznan. Бъмпс.

30/I Л. напомняне онбаумно с 30/I ден (?). Напомняне с Occ. по Arantxa и Finocchio M
Reserved Hotel in Barcelona на 28/2-1/VI. Free cancelation до 23:59, May 20
Reserved Hotel in Poznań, 25 June - 1 July. Free cancelation до 17⁰⁰, June 25.

31/I Beg и Urabe conf. Stats Sol-SkyMag invited speakers. Written inv. to A. Leaman.
Wysocki: Garvi (7/II) л. Бъмпса Киев + Bilbao (уеб. по Zakaz. Special Service)

Magnetostatic coupling of Skyrmion state dots

GM Skyrmion arrays

По крайна мере в dip.-dip. approximation и coupling отрицат. Ву $\vec{\mu} = \langle \vec{m} \rangle_V$
- Cm. Gus PRB'2013. $m_+ = m_x + i m_y = \frac{2\zeta(z)}{1+\zeta\bar{\zeta}}$, $m_z = p_c \frac{1-\zeta\bar{\zeta}}{1+\zeta\bar{\zeta}}$

Right, $\zeta(z,s) = e^{i\Phi_0}\frac{(z-s)}{c}$ give Bloch ($\Phi_0 = \pm\pi/2$) и Neel ($\Phi_0 = 0,\pi$) Skyrmions
inside $\zeta = \zeta_x + i\zeta_y$, $z = (x+iy)/R$. Разчитаме $\langle m_+ \rangle$, $\langle m_z \rangle$ по $|\zeta| << 1$, $\vec{\zeta} = \vec{X}/R$.

$$\frac{\partial m_+}{\partial s} = 2\frac{\partial\zeta/\partial s(1+\zeta\bar{\zeta}) - \zeta\frac{\partial(\zeta\bar{\zeta})}{\partial s}}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2} \overset{\left|\frac{\partial\bar{\zeta}}{\partial s}=0\right|}{=} \frac{2}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\left[\frac{\partial\zeta}{\partial s}(1+\zeta\bar{\zeta}) - \zeta\bar{\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial s}\right] =$$

$$= \frac{2}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\frac{\partial\zeta}{\partial s} = \frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\frac{e^{i\Phi_0}}{c}(-1), \quad \left\langle\frac{\partial m_+}{\partial s}\right\rangle_V \underset{s\to 0}{=} \frac{1}{\pi R^2}\int d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial m_+}{\partial s} = \frac{1}{\pi}\int_0^1 d\rho\,\rho\int d\varphi\,\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\frac{(-2)}{c}e^{i\Phi_0}$$

$$\left\langle\frac{\partial m_+}{\partial s}\right\rangle_V \underset{s\to 0}{=} -\frac{2}{\pi c}e^{i\Phi_0}\int_0^1 d\rho\,\rho\int d\varphi\,\frac{1}{(1+\rho^2/c^2)^2} = -\frac{4}{c}e^{i\Phi_0}\int_0^1 d\rho\,\rho\,\frac{1}{(1+\rho^2/c^2)^2} \overset{|\rho^2/c^2 = x|}{=}$$

$$= -\frac{2}{c}e^{i\Phi_0}\cdot c^2\int_0^{1/c^2}\frac{dx}{(1+x)^2} = -2ce^{i\Phi_0}(-1)\frac{1}{(1+x)}\Big|_0^{1/c^2} = 2ce^{i\Phi_0}\left[\frac{1}{1+1/c^2}-1\right] = -\frac{2c}{(1+c^2)}e^{i\Phi_0}$$

$$\left\langle\frac{\partial m_+}{\partial s}\right\rangle_V = -\frac{2c}{(1+c^2)}e^{i\Phi_0}, \quad \boxed{\langle m_+(s)\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}e^{i\Phi_0}\cdot s}$$

Тия сами с работили large vortex $c>1$ от 28/III 2016г.

Bloch Skyrmion: $\Phi_0 = \mathbb{C}\pi/2$, $\langle m_+\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}i\mathbb{C}\,s$. $\langle m_x\rangle \sim i(s_x + is_y) \sim s_y$
$\langle m_y\rangle \sim s_x$, $e^{i\Phi_0} = i\mathbb{C}$ (Bloch)

Neel Skyrmion: $\Phi_0 = 0,\pi$, $e^{i\Phi_0} = \pm 1 = \mathbb{C}$ (Neel), $\langle m_+\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}\mathbb{C}\cdot s$. $\langle m_x\rangle \sim s_x$
$\langle m_y\rangle \sim s_y$.

Т.е. есен есно in-plane field (H_x), то Bloch-Sk скачат $\perp \vec{H}$, а Neel-Sk shift $\parallel \vec{H}$.
и $\langle m_+\rangle \neq 0$

$$\frac{\partial m_z}{\partial s} = p\frac{\partial}{\partial s}\cdot\frac{1-\zeta\bar{\zeta}}{1+\zeta\bar{\zeta}} = p\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\left[\left(-\frac{\partial\zeta}{\partial s}\bar{\zeta}\right)(1+\zeta\bar{\zeta}) - (1-\zeta\bar{\zeta})\frac{\partial\zeta}{\partial s}\bar{\zeta}\right] =$$

$$= p\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}(-2)\bar{\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial s} = -2p\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\frac{1}{c}\bar{e}^{i\Phi_0}(\bar{z}-\bar{s})\frac{(-1)}{c}e^{i\Phi_0} \underset{s\to 0}{=} \frac{2p}{c^2}\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\rho e^{-i\varphi}$$

$$\langle m_z(s)\rangle = \langle m_z(0)\rangle + \left\langle\frac{\partial m_z}{\partial s}\right\rangle_{s=0} s = (\text{static}) + \left\langle\frac{2p}{c^2}\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}\rho e^{-i\varphi}\right\rangle_{s=0} s$$

$\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}e^{-i\varphi} = 0$ при $s\to 0$, поэтому $\langle m_z(s)\rangle = \langle m_z(0)\rangle_{\text{static}} + O(s^2)$, $\langle m_z\rangle_{\text{dyn.}} = 0$

$$\langle m_+(s)\rangle = \langle m_x\rangle + i\langle m_y\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}(\cos\Phi_0 + i\sin\Phi_0)(s_x + is_y)$$

$$\underline{\mu_x} = \langle m_x\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}\left[s_x\cos\Phi_0 - s_y\sin\Phi_0\right], \quad \underline{\mu_y} = \langle m_y\rangle = -\frac{2c}{1+c^2}\left[s_x\sin\Phi_0 + s_y\cos\Phi_0\right]$$

Дет mgg. moment $\vec{M} = M_s\langle\vec{m}\rangle V_d = M_s V_d\vec{\mu}$, $E_{dip} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{M}_1\vec{M}_2 - 3(\vec{M}_1\hat{r})(\vec{M}_2\hat{r})\right]$ — d.-d. interact. energy

$\vec{M} \sim \vec{\mu}$, $\vec{\mu} = (\mu_x, \mu_y, 0)$

Escaneado con CamScanner

т.е. для Bloch-Skyrmion arrays (2D-lattices, 1D-chains) надо ещё $\omega(k)$ Eq. (23), (30) по m. coupling там надо умножить на $\xi = \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2 y$, $y = \frac{5}{9\pi}\frac{\omega_M \beta}{\omega_0}$. ω_0 - FM freq. of isolated dot, нагиб. в конечной model (rigid Skyrmion, намагнич.).

Com. Gui' mag.lett. '16: $\omega_0 = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) + \frac{1}{\pi^2 r^2}\left(\frac{1}{2} r |d| c - 1\right)\right]$, $r = \frac{R}{L_e}$.

$\xi = \frac{(2c)^2}{(1+c^2)^2} y = \frac{4c^2}{(1+c^2)^2}\frac{5}{9\pi}\frac{\omega_M\beta}{\omega_M}\frac{c^2}{(1+c^2)^2}[\dots] = \frac{20}{9\pi}\beta \frac{1}{\left[(1-Q)(1-c^2) + \frac{1}{\pi^2 r^2}\left(\frac{1}{2}|d|rc-1\right)\right]}$

Для ультратонких dots $\beta = 0{,}001 - 0{,}01$ ($L = 1$ nm) и ξ может $\ll 1$.

Можно в общ. eq. $\omega^2(\vec{k}) = \left[\omega_0 + \beta\omega_M \frac{4c^2}{(1+c^2)^2} F_-^1(\vec{k})\right]\left[\omega_0 + \beta\omega_M \frac{4c^2}{(1+c^2)^2} F_+^1(\vec{k})\right]$

Для Skyrmion-arrays effect m. coupling << чем для Vortex array, т.к. Sk $\omega_0 \sim 1$ GHz и от β не зависит, а m. coupling $\sim \beta$, отличен при $\beta \to 0$.

Для vortex-array $\omega_0 \sim \beta$ и m. coupling $\sim \beta$ => effect m. coupling сильнее.

$\omega^2(\vec{k})/\omega_0^2 = \left[1 + \frac{\beta\omega_M}{\omega_0}\frac{4c^2}{(1+c^2)^2} F_-^1(\vec{k})\right]\left[1 + \frac{\beta\omega_M}{\omega_0}\frac{4c^2}{(1+c^2)^2} F_+^1(\vec{k})\right]$ для Bloch Skyrmions.

$\frac{\omega^2(\vec{k})}{\omega_0^2} = \left[1 + \frac{9\pi}{5}\xi F_-^1(\vec{k})\right]\left[1 + \frac{9\pi}{5}\xi F_+^1(\vec{k})\right]$, $F_\pm^1(\vec{k}) = -J_1(\vec{k}) \pm |J_2(\vec{k})|$

При $\xi \ll 1$: $(1+\varepsilon F_-^1)(1+\varepsilon F_+^1) = 1 + \varepsilon(F_-^1 + F_+^1) + O(\varepsilon^2)$, $F_-^1 + F_+^1 = -2J_1(\vec{k})$, $\varepsilon = \frac{9\pi}{5}\xi$.

Bloch Skyrm. array: $\omega^2(\vec{k})/\omega_0^2 = 1 - \frac{18\pi}{5}\xi J_1(\vec{k})$ - для Bloch Skyrmion array, $\left[\xi = \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2 y \ll 1\right]$, $\xi \ll 1$

$J_1(\vec{k}) = \sum_L (L-1) P_L \frac{\partial_L(\vec{k})}{d^{L+1}}$. Для $L=2$ (dip.-dip. interaction). $J_1(\vec{k}) = P_2 \frac{\partial_2(\vec{k})}{d^3}$, P_2 для rigid Sk-model надо найти (для FM было $P_2 = 1/16$).

$P_2(\text{FM}) = 1/16$ дает вклад dip.-dip. coupling, т.е. в $J_1(\vec{k})$ надо $P_2 = 1/16$.

$\omega^2(\vec{k})/\omega_0^2 = 1 - \frac{9\pi}{40}\xi\frac{\partial_2(\vec{k})}{d^3}$ в dip. приближении, $\xi = \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2 \frac{5}{9\pi}\frac{\beta\omega_M}{\omega_0}$,

ω_0 - GM frequency of isolated Sk-dot, calculated in rigid Sk-model.

1D: $\partial_2(k) = 1{,}202 + \frac{k^2}{2}(\ln k - \frac{3}{2}) - \frac{1}{288}k^4$, $k \to kD$, D - period of Sk-lattice, or Sk-chain.

У Зуфри не видно иное. $\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2$ в $Q_1^{\pm 1}$ - намагн. у $\mu_\pm$. Проверить.

$(2c/1+c^2)^2$ в coupling и ω_0 - сокращаются

(1/II) E-mails to Gros, Beg, Hrabec. „Idl" downtown. Собрание в Sudoe Grants Gobierno Vasco grupos consolidados. Дадут не пропедевтич. гранты - 1,5 M € на 2 года (neg. Call Gobierno Vasco в Dec. 2018, UPV/EHU - grupos consolidados calls каждые 2 года, можно подавать в 2017). По оценке Arcady дадут 40-50 k€ нам.

(2/II) Покупаем с рейса Л.-Бильбао на 1/III с багажом 70€ и багажом 15€. New depart. from Kiev March 1, 13:55, прибытие в Bilbao - 22:40.

Multipole moments (PRB'13) $Q_\ell^m \sim \int dz (s^2+z^2)^{\ell/2} P_\ell^m\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+s^2}}\right)$, $\frac{z}{\sqrt{z^2+s^2}} = \cos\theta$, $\sin\theta = \frac{s}{\sqrt{s^2+z^2}}$

$P_1^1(x) = -\sqrt{1-x^2} = -\sin\theta$, $P_1^{-1}(x) = -\frac{1}{2}P_1^1(x)$. $Q_1^1 \sim \int dz (s^2+z^2)^{1/2}\frac{s}{\sqrt{s^2+z^2}} \sim s \int dz \sim sL$

Тогда нам у Зуфри $Q_1^{\pm 1} \sim \int dz \frac{1}{\sqrt{s^2+z^2}} \sim \ln\left[z + \sqrt{z^2+s^2}\right]\Big|_0^L$, что неверно (нашли Зуфри).

Разбор paper Kolesnikov JMMM'17 - simulations of Neel-Skyrmion stability in circular dots, $Q>1$ и $Q<1$, Sk-состояние при $M_z(H_z)$. Наши Theory Sec. для paper „Edge-SW Δ-dot" с Фархадом.

(3/II) Edited Edge-SW MS (Nat. Comm.?) и послали Фархаду. Simul. Antonio $\omega(k)$ нескол.

Meeting с Julian: 1) он предложил 1-year postdoc у своего European 3-years project начиная с Jan. 1, 2018 (год-то Sept. 2017); 2) подтвердил Welcome party (вечер 1/II 17) в City Hall и сказал call/email them; 3) Заранее на Skyrmag-Paris и PM-Poznan - начало ABs с его имена.

(4/II) подготовил ABs для Julian to PM Poznan (subm.) Skyrmag Paris (to be subm.) переписка (Sk MPD) с Dec. насчет Wm и conf. ABstracts. Request to PM Poznan.

(5/II) JMMM FTMSA proceedings: в базе 6 papers (4 включено), 1 - completed review. Не смог ввести в MAGMA-database. (нашли, JMMM убрали links, но не смог ввести). Subm. Sk-doklad в Paris as poster с Julian. Бумаги.

Escaneado con CamScanner

(6) II Current manuscripts / projects:

- (1) Skyrmion – MPD Aranzana, Ver. Iturraga, Iñigo – Subm. PRB 13/II – Orb. Referees/Resubm. 13/IV 15/V
- (2) Skyrmion mass in dot with DM I. c Ivanov (?), unpol. finite T
- (3) Isolated vortex dots c P/M group, Iñigo + revision of MS - Nanotechn. (?), Nanoscale (?) Subm
- (4) M(H) giant Bloch, Neel Skyrmions in dots
- (5) GM in coupled Skyrmion arrays, Iñigo, Iturraga, Zuppiroli, Q_l^m, ω_G
- (6) Skyrmion radius vs. T + Orbe + Fundarbide, Iñigo, MS draft → no paper. PRL
- (7) Edge – SW – ▲ – dot – Topology, Iñigo, MS revision Topology – Subm. Nat. Com. 2/III Sci. Rep. 30/XI
- (8) GM thick vortex dot – c Topocrystallography, Iñigo, calcs by Nerea – write MS
- (9) Skyrmion modes in 2D – Sk lattice c Michael (thang, xi, yi, 16), zero-modes, $\varphi_{l\pm1} = W_m(\beta)$
- (10) SW-localized at DW/Δ dot vortex state – use old PRB'11 – poster model $\omega_i(k)$

Subm. MPD – Aranzana, Iñigo? J.Ph.D.? E-mails to Iturbasque of addresses/dependents u Maite/Garcia c Vortex – Mesa HMM Barcelona. Iturbasque meeting Apr. 3 Bilbao. Maite to Obtain MS give Nanoscale Comm. Зуфлэ на публикацию $Q_1^{\pm1}$ – Sk no coupling c neighb.

Multipole moments $Q_l^m = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \int d^3\vec{r}\, r^l Y_l^m(\hat{r}) \cdot div\vec{m}(\vec{r})$, $Y_l^m(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi}$

$S(\vec{r}) = -div\vec{m}(\vec{r})$. $Q_l^m \sim \int_0^\infty r^l P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi} div\vec{m}(\vec{r})$, $\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{z^2+\rho^2}}$. GM Sk-arrays

$div\vec{m}$: 1) $div\vec{m}$ – bulk ; 2) $m_\rho = (\vec{m}\cdot\vec{n})_S$; 3) $m_z = (\vec{m}\cdot\vec{n})_{S_z}$ – uc-averaged $div\vec{m}$.

Bloch Skyrmions, $f(z,\bar{z}) = \frac{iC}{c}(z-s)$, $\Phi_0 = C\frac{\pi}{2}$. $m_\pm = m_x \pm i m_y$

$div\vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{2}(m_+ + m_-) + \frac{\partial}{\partial y}\frac{1}{2i}(m_+ - m_-) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)m_+ + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)m_- =$

$= \left(\frac{1}{2}\right)\frac{\partial m_+}{\partial z} + \frac{\partial m_-}{\partial \bar{z}} = 2Re\frac{\partial m_+}{\partial z}$, $\frac{\partial m_+}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{2f}{1+f\bar{f}} = \frac{2}{(1+f\bar{f})^2}\left[\frac{\partial f}{\partial z}(1+f\bar{f}) - f\frac{\partial f}{\partial z}\bar{f}\right] =$

$= \frac{2}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial z}$, $div\vec{m} = 2Re\frac{\partial m_+}{\partial z} = 2Re\frac{2}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2}Re\left(i\frac{C}{c}\right) = 0$, – Bloch Sk

$f(z)$ – analytic of z.

Side surface charges $m_\rho = Re(m_\rho + i m_\varphi) = Re(m_+\vec{n}) = Re(m_+ e^{-i\varphi})$, $n = \cos\varphi + i\sin\varphi$

$Div\vec{m} = m_\rho\delta(\rho-1) = Re(m_+ e^{-i\varphi})\delta(\rho-1)$. $Re(m_+ e^{i\varphi}) = Re\left(\frac{2f}{1+f\bar{f}}e^{-i\varphi}\right) =$

$= \frac{2}{1+f\bar{f}}Re\left[\frac{i}{c}C(z-s)e^{-i\varphi}\right] = (\cdot)Re\left[\frac{i}{c}C(\rho e^{i\varphi} - s)e^{-i\varphi}\right] = (\cdot)\frac{C}{c}Re(-i s e^{-i\varphi})$

$s = |s|e^{i\varphi_s}$, $Div\vec{m} = \frac{2\delta(\rho-1)}{1+f\bar{f}}\frac{C}{c}Re\left[|s|e^{i\frac{\pi}{2}}e^{i(\varphi_s-\varphi)}\right] = \frac{2C}{c}\frac{\delta(\rho-1)}{1+f\bar{f}}|s|\cos\left(\varphi-\varphi_s+\frac{\pi}{2}\right) =$

$= \frac{2C}{c}\frac{|s|(-1)}{(1+f\bar{f})}\sin(\varphi-\varphi_s)\delta(\rho-1)$ Можно положить $\varphi_s = 0$.

$Q_l^m \sim \int_0^\infty d\rho\,\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\beta dz \left(\sqrt{\rho^2+z^2}\right)^l P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi}(-2)\frac{C}{c}\frac{|s|\delta(\rho-1)}{(1+f\bar{f})}\sin(\varphi-\varphi_s)$, в инт. ρ только $\rho=1$, где $f\bar{f}$ не ∞, $s=0$.

$\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{im\varphi}\sin(\varphi-\varphi_s) = \frac{1}{2i}\int d\varphi e^{im\varphi}\left[e^{i(\varphi-\varphi_s)} - e^{-i(\varphi-\varphi_s)}\right] = \frac{1}{2i}2\pi\left[e^{-i\varphi_s}\delta_{m,-1} - e^{i\varphi_s}\delta_{m,1}\right] =$

$= -\frac{\pi}{i}m e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1} = \pi i m e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1}$.

Q_l^m (side surf.) $\sim \pi i m e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1}\int_0^\beta dz\,(1+z^2)^{l/2}P_l^m(\cos\theta)\cdot(-2)\frac{C}{c}\frac{|s|}{(1+\rho^2/c^2)}\Big|_{\rho=1}$

$\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{z^2+\rho^2}} \to \frac{z}{\sqrt{1+z^2}}$. $\int_0^\beta dz\,(1+z^2)^{l/2}P_l^m\left(\frac{z}{\sqrt{1+z^2}}\right) \approx \int_0^\beta dz\, P_l^m(z)$, $P_l^m(z) \sim z^{l-even}$,

и $P_l^m(z) \xrightarrow[z\to0]{} const$ при l-odd, $m = \pm1$ здесь.

Q_l^m (side surf.) $\sim \pi i m e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1}(-2)\frac{C}{c}\frac{|s|}{(1+1/c^2)} \sim \delta_{m,\pm1}e^{im\varphi_s}|s|\frac{1}{c}\frac{1}{(1+\frac{1}{c^2})} \sim |s|\delta_{m,\pm1}\left(\frac{2C}{1+C^2}\right)$

$Div\vec{m} = m_z$ (face) $= \rho_0\frac{2\rho}{c^2}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2}\rho e^{-i\varphi}\cdot s$, см. 31/I. Faces, $z = \pm\frac{L}{2} \to \pm\beta/2$.

Q_l^m (faces) $\sim Re\int d^3\vec{r}\, r^l P_l^m\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+\rho^2}}\right)e^{im\varphi}\frac{(\pm1)}{(1+f\bar{f})^2}s\rho e^{-i\varphi}$, $(\vec{m}\cdot\vec{n}) = \pm m_z$ или $z = \pm\frac{\beta}{2}$.

$Re(s\rho e^{-i\varphi}) = |s|\rho Re(e^{i\varphi_s}e^{-i\varphi}) = |s|\rho\cos(\varphi-\varphi_s)$. интеграл $\sim \delta_{m,\pm1}$. $P_l^{\pm1}(x)$ – полином degree $x = \cos\theta = \frac{z}{\sqrt{z^2+\rho^2}}$, поэтому $Q_l^{\pm1} \sim \int_{-\beta/2}^{\beta/2} dz\, P_l^{\pm1}\left(\frac{z}{\sqrt{\dots}}\right)(\pm m_z)$ (=0)

нет, не go $f_{1/2}$

имеет интегрирование по сим. инверсии от нечет. degree от z.

Осталось дать Bloch Skyrmions только Q_l^m (side surf.) $\sim |s|\delta_{m,\pm1}\left(\frac{2C}{1+C^2}\right)$. Здесь $l=1,3,\dots$ Bloch Sk

нам дает Isotrex. $P_l^1(0) = \frac{(-1)^{(l+1)/2}}{2^{l-1}}\frac{l!!}{((l-1)!!}$ + $O(x^2)$ для l-odd. $P_{l-1}^1(x)$ – внутреннее degree P_l^1

Остается $Q_l^{\pm1} \sim \langle m_\pm\rangle \overset{x\to0}{\sim} \left(\frac{2C}{1+C^2}\right)|s|$ как можно 31/I // Надо расчет. Neel Skyrmion.

Escaneado con CamScanner

Ядро Т. обменных сил, по Vortex GM in thick dot. Чтобы получить матрицу вместо в замене магн. аддр $\frac{1}{8\pi^2 M_s^2 \beta} \chi(z-z') \to a e^{-c|z-z'|}$, $a = 0{,}173$, $c = c(L)$, GM thick vortex dot
см. Eqs in Gus' Sc Rep 2015
Если ядро четное $\int_{-1/2}^{1/2} dz' e^{-c|z-z'|} \cos Kz = \frac{2c}{K^2+c^2} \cos Kz$, то $\cos(Kz)$ есть СФ
ед. магн. под exchange операторы → Thiele eq. решено. уравнение $K = c \cdot \operatorname{ctg}\frac{K}{2}$ – дающее спектр K_n и $\omega_n = \omega(K_n)$ GM-modes. K in units π/L.

$\int_{-1/2}^{1/2} dz' e^{-c|z-z'|} \cos Kz' = \int_{-1/2}^{z} dz' e^{-(z-z')} \cos Kz' + \int_{z}^{1/2} dz' e^{-c(z'-z)} \cos Kz'$ – Ilp. + P. , 2.663 (=

$= e^{cz} \int_{-1/2}^{z} dz' e^{cz'} \cos Kz' + e^{cz} \int_{z}^{1/2} dz' e^{cz} e^{-cz'} \cos Kz' = e^{-cz} \frac{1}{c^2+K^2} e^{cz'} (c\cos Kz' + K \sin Kz') \Big|_{-1/2}^{z} +$

$+ e^{cz} \frac{1}{c^2+K^2} e^{-cz'} (-c\cos Kz' + K \sin Kz') \Big|_{z}^{1/2} = \frac{e^{-cz}}{c^2+K^2} \left[e^{cz} (c\cos Kz + K \sin Kz) - \right.$

$\left. - e^{-c/2} (c\cos K/2 - K \sin K/2) \right] + \frac{e^{cz}}{c^2+K^2} \left[e^{-c/2} (+c\cos K/2 + K \sin K/2) - e^{cz} (-c\cos Kz + K \sin Kz) \right] =$

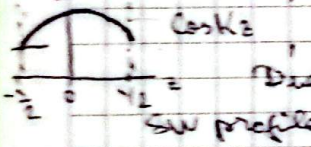
$= \frac{1}{c^2+K^2} \left[c\cos Kz + K \sin Kz - e^{-c(z+1/2)} (c\cos\frac{K}{2} - K \sin\frac{K}{2}) + e^{c(z-1/2)} (-c\cos\frac{K}{2} + K \sin\frac{K}{2}) + c\cos Kz - K \sin Kz \right] =$

$= \frac{1}{c^2+K^2} \left[2c \cdot \cos Kz + (c\cos\frac{K}{2} - K \sin\frac{K}{2}) e^{-c/2} (e^{-cz} + e^{cz}) (-1) \right]$

(a) $\int_{-1/2}^{1/2} dz' e^{-c|z-z'|} \cos Kz' = \frac{2}{c^2+K^2} \left[c\cos Kz - (c\cos\frac{K}{2} - K \sin\frac{K}{2}) e^{-c/2} \operatorname{ch}(cz) \right]$, т.е.

$\hat{A} \cos Kz = \int_{-1/2}^{1/2} dz' e^{-c|z-z'|} \cos Kz' = \left(\frac{2c}{c^2+K^2}\right) \cos Kz$, если $K \operatorname{tg}\frac{K}{2} = c \to K_n$ quantized.
$\cos Kz$ есть СФ оператора $\hat{A}$ с СЗ $(2c/c^2+K^2)$ если требовать $K \operatorname{tg}\frac{K}{2} = c(L)$

Note: $\operatorname{ctg}(\frac{1}{2} k_z L) = \frac{1}{\xi} k_z$ или $k_z \cdot \operatorname{tg}(\frac{1}{2} k_z L) = \xi$ – это условие на симметрию СФ для собств. SW (SwR) в нормально намагниченной пленке [Г. Мейков] Сим. отн. $z=0$ $z = \pm 1/2$, faces.
ξ – is pinning parameter $\pm \frac{\partial m_x}{\partial z} + \xi m_x = 0$, $k_z L = K$, $c = \xi L$, и действительно у Newton $c(L)$ растет монотонно с L ростом. $c > 0$, $\xi > 0$ по смыслу.



СФ $\varphi_n(z) = \cos K_n z$ имеет max in dot center и min на dot faces $z = \pm 1/2$ ($z=0$).
Два фундаментал (lowest frequency) vortex GM in thick dot надо SW profile имеет min in dot center $z=0$, т.е. $\varphi_n(z) = \operatorname{ch}(K_n z)$.
Или какие K, $\varphi(z) = \operatorname{ch} Kz$ будут СФ оператора $\hat{A}$?
$K = iz = ik$, $\cos Kz = \frac{1}{2}(e^{iKz} + e^{-iKz}) = \frac{1}{2}(e^{i(ik)z} + e^{-i(ik)z}) = \operatorname{ch}(kz)$

В Eq. (a) заменим $K \to ik$: $\int_{-1/2}^{1/2} dz' e^{-c|z-z'|} \operatorname{ch}(kz') = \frac{2}{c^2-k^2} \left[c\operatorname{ch} kz - \left(c\operatorname{ch}\frac{k}{2} - ik \cdot i \operatorname{sh}\frac{k}{2}\right) e^{-c/2} \operatorname{ch}(cz) \right]$

Чтобы $\operatorname{ch}(kz)$ была СФ надо $c \operatorname{ch}\frac{k}{2} + k \operatorname{sh}\frac{k}{2} = 0$, $k \operatorname{th}\frac{k}{2} = -c$, что может быть выполнено только при $c < 0$, но $c > 0$ по смыслу самосоп. magn. operator.
Исключением это случай $k^2 = c^2$, $(k = c > 0)$. $\int dx\, e^{ax} \operatorname{ch}(ax) = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4a} e^{2ax}$

$\int_{-1/2}^{1/2} dz' e^{-k|z-z'|} \operatorname{ch}(kz') = \int_{-1/2}^{z} dz' e^{-k(z-z')} \operatorname{ch} kz' + \int_{z}^{1/2} dz' e^{-k(z'-z)} \operatorname{ch} kz' =$

$= e^{-kz} \left[\frac{1}{2} z' + \frac{1}{4k} e^{2kz'} \right] \Big|_{-1/2}^{z} + e^{kz} \left[\frac{1}{2} z' - \frac{1}{4k} e^{-2kz'} \right]_{z}^{1/2} = e^{-kz} \left[\frac{1}{2}(z+\frac{1}{2}) + \frac{1}{4k}(e^{2kz} - e^{-k}) \right] +$

$+ e^{kz} \left[\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - z) - \frac{1}{4k} (e^{-k} - e^{-2kz}) \right] = \frac{1}{2} \operatorname{ch} kz - z \operatorname{sh} kz + \frac{1}{2k} \operatorname{ch} kz - \frac{1}{4k} e^{-k(z+1)} - \frac{1}{4k} e^{k(z-1)} =$

$= \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{k}) \operatorname{ch} kz - z \operatorname{sh} kz - \frac{e^{-k}}{4k} (e^{-kz} + e^{kz}) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k} e^{-k}\right) \operatorname{ch} kz - z \cdot \operatorname{sh} kz.$

$\int_{-1/2}^{1/2} dz' e^{-k|z-z'|} \operatorname{ch}(kz') = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{k}(1 - e^{-k})\right) \operatorname{ch}(kz) - z \operatorname{sh}(kz)$, т.е. $\varphi_0(z) = \operatorname{ch} kz$
может быть СФ магн оператора if $z \operatorname{sh}(kz) \ll 1$, или $\frac{1}{2} \operatorname{sh}(\frac{1}{2}k) \ll 1$, т.е. $k \ll 1$
СЗ есть $\frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{k}(1 - e^{-k})\right] \approx 1 - \frac{k}{4}$ при $k \ll 1$. $k = c(L)$. или больше $z = 0$.
$c(40\,nm) = 0{,}65$
$c(100\,nm) = 1{,}58$.
т.е. в расчете Ньюм надо СЗ оператора $\int dz' e^{-c|z-z'|}(\ldots)$ с $\left(\frac{2c}{K^2+c^2}\right)$ заменить на $\frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{c}(1 - e^{-c})\right]$. И $-\lambda \frac{d^2}{dz^2} \cos Kz = +\lambda K^2 \cdot \cos Kz$, $\lambda K^2 \to -\lambda c^2$, т.к. СФ $\operatorname{ch}(kz)$

Fundamental GM $\omega_0 = \frac{1}{g}\left[2\pi^2 M_s^2 \beta a \cdot \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1-e^{-c}}{c}\right) - \lambda c^2\right]$, $\lambda = \pi M_s^2 (te/L)^2 \left[\ln\frac{R}{R_0} + \frac{5}{4}\right]$
$g = 2\pi M_s / \beta$

$\omega_c = \frac{1}{2}\gamma M_s \left[4\pi\beta a \left\{ 1 + \frac{1-e^{-c}}{c} \right\} - \left(\frac{L_e}{L}\right)^2 \left\{ \ln\frac{R}{R_c} + \frac{5}{4} \right\} c^2 \right]$, $a = 0,173$ (nena)

$\beta = \frac{L}{R} = \frac{100 \cdot c}{1,6 R(nm)} = \frac{100}{1,6 \cdot 150} c = 0,417 \cdot c$. $c(L) \approx 1,6 \cdot \frac{L(nm)}{100(nm)}$

$\frac{L_e^2}{L^2} c^2 = \frac{(18nm)^2}{L^2} \frac{1,6^2 L^2}{(100nm)^2} = \left(\frac{1,6 \cdot 18}{100}\right)^2 = 0,083$

$\omega_0(c) = \frac{1}{2}\gamma M_s \left[4\pi \cdot 0,417 c \cdot 0,173 - 0,083 \left\{ \ln\frac{R}{R_c} + \frac{5}{4} \right\} \right] \cdot \left\{ 1 + \frac{1-e^{-c}}{c} \right\}$

$\omega_0(c) = \frac{1}{2}\gamma M_s \left[0,901 \left(1 + c - e^{-c}\right) - 0,083 \left(\ln\frac{R}{R_c} + \frac{5}{4} \right) \right]$, $\frac{\gamma}{2\pi} M_s = 2,95 \cdot \frac{GHz}{kOe} \cdot 0,200 kG = c = 2,36\ GHz$

$\frac{\omega_0}{2\pi}(GHz) = 1,18 \left[0,901 \left(1 + c - e^{-c}\right) - 0,083 \left(\ln\frac{R}{R_c} + \frac{5}{4} \right) \right]$, $\ln\frac{R}{R_c} \approx \ln\frac{150}{48} = \ln(3,3) \approx 2,$

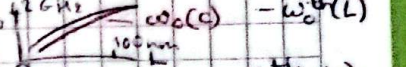
$\frac{\omega_c}{2\pi}(GHz) = 1,18 \left[0,901 \left(1 + c - e^{-c}\right) - 0,278 \right]$

L, nm	40	50	60	80	100
c	0,65	0,8	0,97	1,27	1,58

nena

$f_0(0,65) = 0,82\ GHz$, $f_0(0,8) = 1,12\ GHz$, $f_0(0,97) = 1,38\ GHz$

$f_0(1,27) = 1,80\ GHz$, $f_0(1,58) = 2,29\ GHz$



Частота fundam. mode $\omega_0/2\pi$ как $f(L)$ или $f(c)$ лишь немного ниже $\omega_c^{th}(L)$ без учета mass M и Phys. Sci Rep '15, т.е. намного выше $\omega_c^{exp}(L)$.

$\omega_0(c)$ - хорошее приближение к simul / exp. $\omega_0(L)$ лишь при $c < 1$, $L = 40-50$ nm, где dombles кумулятивно $\frac{1}{2}\sin\left(\frac{1}{2}c\right) \ll 1$ или пренебрежимо ср $\cos(kz)$ для fund. GM.

Moments Q_ℓ^m of skyrmion state dots

St **Neel skyrmion** $Q_\ell^m \sim \int d^3\vec{r}\, r^\ell P_\ell^m(\cos\theta) e^{im\varphi} div\vec{m}(\vec{r})$, $r^2 = s^2 + z^2$, $\cos\theta = z/\sqrt{s^2+z^2}$

$\int dz\, (s^2+z^2)^{\ell/2} P_\ell^m(\cos\theta)$, $\sin\theta = \frac{s}{\sqrt{s^2+z^2}}$, $\cos\theta d\theta = s\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(s^2+z^2)^{3/2}} 2z dz$

Bulk $div\vec{m} = 2Re\frac{\partial m_+}{\partial z} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2} Re\frac{\partial f}{\partial z}$, $f(z) = \frac{e^{i\varphi_0}}{c}(z-s)$, $\varphi_0 = 0, \pi$. $e^{i(0,\pi)} = \pm 1 = \mathbb{C}$

$f(z) = \frac{\mathbb{C}}{c}(z-s)$, $\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\mathbb{C}}{c}$, $div\vec{m} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\mathbb{C}}{c} \neq 0$ даже при $s=0$ - Neel-sk.

Side surface charges $-Div\vec{m} = \pm m_s \delta(s-1)$, $m_s = Re(m_+ \vec{n}) = Re(m_+ e^{-i\varphi}) = Re\left[\frac{2f}{1+f\bar{f}} e^{-i\varphi}\right]$

$= \frac{2}{1+f\bar{f}} Re(fe^{-i\varphi}) = \frac{2}{1+f\bar{f}} Re\left[\frac{\mathbb{C}}{c}(z-s)e^{-i\varphi}\right] = 2\frac{\mathbb{C}}{c}\frac{1}{1+f\bar{f}} Re\left[(se^{i\varphi} - |s|e^{i\varphi_s})e^{-i\varphi}\right] =$

$= (\cdot) Re\left[(s - |s|e^{i(\varphi_s - \varphi)}\right] = 2\frac{\mathbb{C}}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})}\left[s - |s|\cos(\varphi - \varphi_s)\right]$

$Q_\ell^m(bulk) \sim \int ds\, s \int d\varphi\, (s^2+z^2)^{\ell/2} P_\ell^m(\cos\theta) e^{im\varphi} 4\frac{\mathbb{C}}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2}$, $\int_0^\beta dz\, (s^2+z^2)^{\ell/2} P_\ell^m\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+s^2}}\right) \approx$

$\approx \int_0^\beta dz\, s^\ell P_\ell^m\left(\frac{z}{s}\right)$ если $s \neq 0$. $\frac{z}{s} \ll 1$. $Q_\ell^m(bulk)$ и $Q_\ell^m(s.surf.)$ содержат одинак. $\int dz$

$Q_\ell^m(s.s.) \sim \int ds\, s \int d\varphi\, r^\ell P_\ell^m(\cos\theta)\, 2\frac{\mathbb{C}}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})}\left[s - |s|\cos(\varphi - \varphi_s)\right]\delta(s-1) e^{im\varphi} = \left| r^\ell = (1+z^2)^{\ell/2} \underset{z \ll \beta \ll 1}{\approx} 1 \right.$

$= \int d\varphi\, P_\ell^m(z) \cdot 2\frac{\mathbb{C}}{c}\frac{\left[s - |s|\cos(\varphi - \varphi_s)\right]}{(1+f\bar{f})} e^{im\varphi}$, $f\bar{f} = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{1}{c^2}\left[1 + |s|^2 - 2|s|\cos(\varphi - \varphi_s)\right]$

$Q_\ell^m(s.s.) \sim 2\mathbb{C}c P_\ell^m(z) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\left[s - |s|\cos(\varphi - \varphi_s)\right] e^{im\varphi}}{c^2 + 1 + |s|^2 - 2|s|\cos(\varphi - \varphi_s)}$, $|s| \to s$, $\varphi_s \to 0$.

$J_\ell^{m=0}(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\left[1 - s\cos\varphi\right]}{c^2 + 1 + s^2 - 2s\cos\varphi} = \frac{1}{(1+c^2)} \int d\varphi \frac{(1 - s\cos\varphi)}{\left[1 + \frac{1}{1+c^2}(s^2 - 2s\cos\varphi)\right]} = \frac{1}{(1+c^2)} \int d\varphi \times$

$\times (1 - s\cos\varphi)\left[1 - \frac{1}{1+c^2}(-2s\cos\varphi)\right] = \left| c\ term.\ go\ s \right| = \frac{1}{(1+c^2)} \int d\varphi \left[1 - s\cos\varphi + \frac{2s}{1+c^2}\cos\varphi + O(s^2)\right] =$

$= \frac{2\pi}{1+c^2} + O(s^2)$, $Q_\ell^m(s.s.) = Q_\ell^m(s.s.)\big|_{s=0} + O(s^2)$, нелинейн вклады $\sim s$ мин.

M. Coupling $\sim Q_\ell^m(1) Q_\ell^m(2) = \left[Q_\ell^m(1, s_1=0) + s_1^2\right]\left[Q_\ell^m(2, s_2=0) + s_2^2\right] =$

$= Q_\ell^m(1) s_2^2 + Q_\ell^m(2) s_1^2$ - Bor. van gh! $J_\ell^{m=0}$ содержит non-linear по s_1, s_2 terms (

из разложения $Q_\ell^m(s)$ каждого dot $\langle m_z \rangle$ - метод 31/I порядка мин., $\langle m_z \rangle \sim$

Тоо m. coupling contribution only for $m=0$ in $e^{im\varphi}$.

$J_\ell^m(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(1 - s\cos(\varphi - \varphi_s))e^{im\varphi}}{c^2 + 1 + s^2 - 2s\cos(\varphi - \varphi_s)} = \left| \varphi - \varphi_s = \psi \right| = e^{im\varphi_s} \int d\psi \frac{(1 - s\cos\psi)e^{im\psi}}{c^2 + 1 + s^2 - 2s\cos\psi} =$

$= e^{im\varphi_s} \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(1 - s\cos\varphi)\cos m\varphi}{c^2 + 1 + s^2 - 2s\cos\varphi}$, $\int e^{im\varphi} - нечет = 0$, т.к. $\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi\, (нечет.\ \varphi) = 0$

$J_{\ell\, m\neq 0}^m(s) = e^{im\varphi_s} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos m\varphi \left[1 - s\cos\varphi + \frac{2s}{1+c^2}\cos\varphi + O(s^2)\right] = e^{im\varphi_s}\left(\frac{1+c^2}{1+c^2}\right)s \int_0^{2\pi} d\varphi \cos m\varphi \cos\varphi =$

$= \left(\frac{1-c^2}{1+c^2}\right) s e^{im\varphi_s} \pi\delta_{m,\pm 1}$. $Q_\ell^m(s.surf.) \sim 2\mathbb{C}c\left(\frac{1-c^2}{1+c^2}\right) s e^{im\varphi_s} \pi\delta_{m,\pm 1} \cdot P_\ell^m(z)$.

В "Todo-Todo" Tolosa.

Escaneado con CamScanner

(2/II) Update с Л. Sol. Steynacq web-site.

$$Q_l^m(\text{bulk}) \sim \int d\varphi_s \int ds\, s\, (s^2+z^2)^{l/2} P_l^m(\cos\theta)\, e^{im\varphi_s}\, 4\pi\frac{\mathbb{C}}{c}\,\frac{1}{(\frac{s}{c}+1)^2}$$

$$I_l^m(\beta) = \int d\varphi\, e^{im\varphi}\,\frac{1}{(1+\frac{s}{c})^2} = \int d\varphi\, e^{im\varphi}\,\frac{1}{\left[1+\frac{1}{c^2}\left(s^2+|s|^2-2|s|s\cos(\varphi-\varphi_s)\right)\right]^2} = \left\{|s|\to s'\right\} =$$

$$= c^4\int d\varphi\, e^{im\varphi}\,\frac{1}{\left[c^2+s^2+s^2-2s s\cos(\varphi-\varphi_s)\right]^2},\quad \frac{1}{(\dots)^2} = \frac{1}{(c^2+s^2)^2}\,\frac{1}{\left[1+\frac{1}{c^2+s^2}(s^2-2ss\cos(\varphi-\varphi_s))\right]^2} =$$

$$= \frac{1}{(c^2+s^2)^2}\left(\frac{1}{1+\varepsilon}\right)^2 = \frac{1}{(\cdot)^2}(1-\varepsilon)^2 = \left|\text{lin. no } s\right| = \frac{1}{(\cdot)}(1-2\varepsilon) = \frac{1}{(c^2+s^2)^2}\left[1-2\,\frac{(-2ss\cos(\varphi-\varphi_s))}{(c^2+s^2)}\right]$$

$$I_l^m(s) = c^4\int d\varphi\, e^{im\varphi}\,\frac{1}{(c^2+s^2)^2}\left[1+\frac{4ss\cos(\varphi-\varphi_s)}{(c^2+s^2)}\right] = \left|\varphi-\varphi_s=\psi\right| = \frac{c^4}{(s^2+c^2)^2}e^{im\varphi_s}\int d\psi\left[1+\frac{4ss\cos\psi}{c^2+s^2}\right]e^{im\psi}$$

$$= \frac{4ss\,c^4}{(s^2+c^2)^3}\,e^{im\varphi_s}\int_0^{2\pi} d\psi\,\cos m\psi\cdot\cos\psi = \frac{4ss\,c^4}{(s^2+c^2)^3}\,\pi\delta_{m,\pm1}\,e^{im\varphi_s}$$

$$Q_l^m(\text{Bulk}) \sim \int ds\, s\,(s^2+z^2)^{l/2} P_l^m(\cos\theta)\,4\pi\frac{\mathbb{C}}{c}\,I_l^m(s) = 4\pi\frac{\mathbb{C}}{c}\cdot 4\pi s c^4\int ds\, s\,(s^2+z^2)^{l/2} P_l^m\,\frac{s\,e^{im\varphi_s}}{(s^2+c^2)^3}\,\delta_{m,\pm1}$$

$P_\nu^{-\mu}(\cos\varphi) = \frac{1}{\Gamma(1+\nu)}\left(\frac{\sin\varphi}{2}\right)^\nu$, $P_\nu^{-\mu}(z) = (-1)^\mu\frac{\Gamma(\nu-\mu+1)}{\Gamma(\nu+\mu+1)}P_\nu^\mu(z)$ если μ – целое, $0,\pm1,\pm2,\dots$

$P_1^{-1}(\cos\varphi) = \frac{1}{\Gamma(2)}\frac{1}{2}\sin\varphi$, $P_1^{-1}(x) = -\frac{1}{2}P_1^1(x)$, $P_1^1(x) = -\sin\varphi$, $x=\cos\varphi$, $P_1^{-1}(x) = \frac{1}{2}\sin\varphi$

$P_3^1(x) = -\frac{3}{2}(1-x^2)^{1/2}(5x^2-1) = -\frac{3}{8}(\sin\varphi+5\sin3\varphi)$, $P_3^1(x\to0)\simeq\frac{3}{2}\sqrt{1-x^2}\,x\,\frac{3}{2}$

$P_l^m(\cos\theta)$, $\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{s^2+z^2}}$, $x=\cos\theta\ll1$ for thin bot. $P_1^1(x\to0)\simeq -1+\mathcal{O}(x^2)$

$$P_l^{-m}(x) = (-1)^m\frac{(l-m)!}{(l+m)!}P_l^m(x),\quad P_l^l(x) = (-1)^l(2l-1)!!\,(1-x^2)^{l/2},\quad P_l^l(x\to0) = (-1)^l(2l-1)!!$$

$$\int_0^\pi ds\sin\theta\, P_l^m(\cos\theta)P_{l'}^m(\cos\theta) = \frac{2}{(2l+1)}\frac{(l+m)!}{(l-m)!}\delta_{ll'},\quad \int_0^\pi\frac{d\theta}{\sin\theta}P_l^m(\cos\theta)P_l^{m'}(\cos\theta) = \begin{cases}0, & m\neq m'\\ \frac{1}{m}\frac{(l+m)!}{(l-m)!}, & m=m'\neq0\\ \text{что}, & m=m'=0\end{cases}$$

Дано $l=1$, $\sqrt{s^2+z^2}\,P_1^1(\cos\theta) = \sqrt{s^2+z^2}\,(-1)\sin\theta = (-1)\sqrt{s^2+z^2}\,\frac{s}{\sqrt{s^2+z^2}} = (-1)s$.

$$Q_1^m(\text{Bulk}) \sim 16\pi\mathbb{C}sc^3\int ds\, s\cdot\frac{s}{(s^2+c^2)^3}e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1} = 16\pi\mathbb{C}sc^3e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1}\int_0^1 ds\,\frac{s^3}{(s^2+c^2)^3}$$

$$I_s = \int_0^1 ds\,\frac{s^3}{(s^2+c^2)^3} = \left|s^2=x\right| = \frac{1}{2}\int dx\,\frac{x}{(x+c^2)^3} = \frac{1}{2}\int_0^1 dx\,\frac{x+c^2-c^2}{(x+c^2)^3} = \frac{1}{2}\int dx\,\frac{1}{(x+c^2)^2} - \frac{c^2}{2}\int\frac{dx}{(x+c^2)^3} =$$

$$= \frac{1}{2}(-1)\frac{1}{(x+c^2)}\Big|_0^1 - \frac{c^2}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(x+c^2)^2}\Big|_0^1 = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+c^2}+\frac{1}{c^2}\right]+\frac{c^2}{4}\left[\frac{1}{(1+c^2)^2}-\frac{1}{c^4}\right] =$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\frac{c^2-(1+c^2)}{(1+c^2)c^2} + \frac{c^2}{4}\,\frac{c^4-(1+c^2)^2}{(1+c^2)^2c^4} = \frac{1}{2}\frac{1}{(1+c^2)c^2} + \frac{1}{4}\frac{1}{(1+c^2)^2c^2}\left[-1-2c^2\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\frac{1}{(1+c^2)^2c^2}\left[2(1+c^2)-1-2c^2\right] = \frac{1}{4(1+c^2)^2c^2}$$

$$Q_1^m(\text{bulk}) \sim 4\pi\mathbb{C}s\,e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1}\,\frac{c}{(1+c^2)^2},\quad Q_l^m(\text{s.s.}) \sim 2\pi\mathbb{C}c\left(\frac{1-c^2}{1+c^2}\right)s e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1}\,P_l^m(z)$$

$P_1^m(z\to0) = \left\{\begin{matrix}-1, & m=1\\ 1/2, & m=-1\end{matrix}\right\}$, для в bulk-$Q_l^m$ $\sqrt{s^2+z^2}\,P_1^1(\cos\theta) = (-1)s_m$ сокращается (-1). $\frac{P_1^m(z)}{(-1)^1}\to(-1)$ и сокращается.

$$Q_1^m(\text{Mod-Sk}) \approx Q_1^m(\text{Bulk}) + Q_1^m(\text{s.s.}) \sim 2\pi\mathbb{C}\,\frac{e^{im\varphi_s}}{(1+c^2)}\,s\delta_{m,\pm1}\left[\frac{2c}{1+c^2}+c(1-c^2)\right] =$$

$$= 2\pi\mathbb{C}\,e^{im\varphi_s}s\delta_{m,\pm1}\,\frac{c}{(1+c^2)}\left[\frac{2}{1+c^2}+(1-c^2)\right] = 2\pi\mathbb{C}\,s e^{im\varphi_s}\delta_{m,\pm1}\,\frac{c(3-c^4)}{(1+c^2)^2}$$ – ? Check

$Q_1^m(\text{Bulk})$ у меня совп. с Зубковой, а $Q_1^m(\text{side s.})$ не совп. и результат $Q_1^m(\text{Mod-Sk})$ не совпадает.

Про Q_l^0 не стоит заботиться, там $Q_l^0\sim P_l^0 = P_l(\cos\theta)\sim\cos\theta$ при $\cos\theta = \frac{z}{s}\to0$

$\int_0^\beta dz\,P_l(\frac{z}{s}) = \int_0^\beta dz\,z\sim\beta^2$ более быстрая зависимость по $\beta = L/R\ll1$.

Надо найти $J_l^m(\beta) = \int_0^\beta dz\,(s^2+z^2)^{l/2}P_l^m\left(\frac{z}{\sqrt{s^2+z^2}}\right)$ для $\forall l,m$. $\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{s^2+z^2}}$, $\sin\theta = \frac{s}{\sqrt{s^2+z^2}}$

$$\cos\theta\,d\theta = -\frac{sz}{(s^2+z^2)^{3/2}}dz = -\sin\theta\cos\theta\,\frac{dz}{\sqrt{s^2+z^2}},\quad d\theta = -\sin^2\theta\,\frac{dz}{s}$$

$$(s^2+z^2)^{l/2} = \frac{s^l}{(\sin\theta)^l},\quad J_l^m(\beta) = -s\int\frac{d\theta}{\sin^2\theta}\,\frac{s^l}{\sin^l\theta}P_l^m(\cos\theta),\quad \theta_m = \arccos\frac{\beta}{\sqrt{s^2+\beta^2}}$$

$$J_l^m(\beta) = -s^{l+1}\int_{\pi/2}^{\theta_m}d\theta\,\frac{1}{\sin^{l+2}\theta}\,P_l^m(\cos\theta) \underset{x=\cos\theta}{=} s^{l+1}\int_0^{x_m}\frac{dx}{\sin^{l+3}\theta}P_l^m(x),\quad l\text{ odd},\ l+3=2n$$

$$J_l^m(\beta) = s^{l+1}\int_0^{x_m}\frac{dx}{(1-x^2)^n}P_l^m(x),\quad x_m = \frac{\beta}{\sqrt{s^2+\beta^2}}\ll1 \quad J_l^m\simeq s^{l+1}\int_0^{x_m}dx\,P_l^m(x)$$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

(по z, до β) $J^m_\ell(\beta) \simeq \xi^{\ell+1} \times_m P^m_\ell(0) = \xi^{\ell+1} \frac{\beta}{\sqrt{\xi^2+\beta^2}} P^m_\ell(0) = \beta \xi^\ell P^m_\ell(0)$, ℓ-odd и $J^m_\ell(\beta)=0$ при ℓ-even.

$P^m_\ell(0)=0$ если $\ell+m=$ odd, $P^m_\ell(0) = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell-m)} \frac{(\ell+m-1)!!}{(\ell-m)!!}$ если $\ell+m$ is even.

$J^m_\ell(\beta) = \int_0^\beta dz\, (\xi^2+z^2)^{\ell/2} P^m_\ell\left(\frac{z}{\sqrt{\xi^2+z^2}}\right) = \beta \xi^\ell (-1)^{\frac{1}{2}(\ell-m)} \frac{(\ell+m-1)!!}{(\ell-m)!!}$ при ℓ-odd, m-odd

(с ростом β). Если "ℓ или m" is even, то $J^m_\ell(\beta)=0$.

Это сильное ограничение для $Q^m_\ell \sim J^m_\ell(\beta)$ даже thin dots, $\beta>0$.

$Q^m_\ell \neq 0$ и $\sim \beta$ только для ℓ-нечет., m-нечет. В dip approximation $\ell=1$, есть только $Q^{\pm1}_1 \neq 0$.

9/II Очаква изчакана revised Sh-MPD Arantxa MS на Ф-алгоритъма и „Lidl" Bretxa. ОБЗОР Sk-papers. Julian изпраща letter за MINECO с positive evaluation our appeal. Reserved Hotel in Bilbao Airport на March 1. Стигна до (Ст. консолидатор) до 23:59 Feb 25.

10/II Q^m_ℓ Skyrmion thin dots

$Q^m_\ell = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} \int d^2\xi \int_0^\beta dz\, (\xi^2+z^2)^{\ell/2} P^m_\ell(\cos\Theta) e^{im\varphi}\, div\vec{m}$, ξ в eq. R, z в eq. L

$Q^m_\ell = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell-m)} \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} \frac{(\ell+m-1)!!}{(\ell-m)!!} \beta \int d^2\xi\, e^{im\varphi} div\vec{m}(\xi) \xi^\ell$, $Q^m_\ell \neq 0$ только при ℓ-нечет., m-нечет.

$\boxed{Q^m_\ell = \beta A^m_\ell \int d^2\xi\, e^{im\varphi} \xi^\ell div\vec{m}}$, $A^m_\ell = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell-m)} \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} \frac{(\ell+m-1)!!}{(\ell-m)!!}$, $A^{\pm1}_1 = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

• 1) Bloch-Sk: $f(z) = i\frac{C}{c}(z-\zeta)$, $div\vec{m}=0$, $Div\vec{m} = (-2)\frac{C}{c} \frac{|\zeta|\sin(\varphi-\varphi_\zeta)}{(1+\zeta\bar\zeta)} \delta(\xi-1)$, ср. 6/II.

$Q^m_\ell = \beta A^m_\ell (-2)\frac{C}{c}|\zeta| \int d\xi\xi \int d\varphi\, e^{im\varphi} \xi^\ell \frac{\sin(\varphi-\varphi_\zeta)}{1+\xi^2/c^2} \delta(\xi-1) = \beta A^m_\ell (-2)\frac{C}{c}|\zeta| \frac{1}{1+\frac{1}{c^2}} \int d\varphi e^{im\varphi} \sin(\varphi-\varphi_\zeta) =$

$= (-2)C\beta A^m_\ell |\zeta| \frac{c}{(1+c^2)} \pi i m e^{im\varphi_\zeta} \delta_{m,\pm1} = (-\pi i) C\beta A^m_\ell \left(\frac{2c}{1+c^2}\right) |\zeta| e^{im\varphi_\zeta} \cdot m \delta_{m,\pm1}$ $\forall \ell$. (-1) сдвига $div\vec{m} = -\eta_\zeta$

$Q^m_1 = (-\pi i) C\beta \frac{\sqrt{2}}{2} (m) \left(\frac{2c}{1+c^2}\right) |\zeta| e^{im\varphi_\zeta} \cdot m \delta_{m,\pm1} = -\pi i \frac{\sqrt{2}}{2} C\beta \left(\frac{2c}{1+c^2}\right) |\zeta| e^{im\varphi_\zeta} \delta_{m,\pm1}$

Зависи в file от 7/II Q^m_1 (Bloch) $= -\pi i \sqrt{2} M_S R^2 L e^{im\varphi_\zeta} |\zeta| \left(\frac{c}{1+c^2}\right)$, 2α с grad on $R\to1$, $L\to\beta$, $M_S\vec{m}\to\vec{m}$

Собствен с наши Q^m_1 (Bloch). Q^m_1 (Bloch) отчит. от Q^m_1 (vortex) умножителен $\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)$! Също като $\langle m_z\rangle$-Sk отчитането от $\langle m_z\rangle$-vortex, ср. 31/I.

• 2) Neel-Sk: $Div\vec{m} = 2\frac{C}{c} \frac{\xi - |\zeta|\cos(\varphi-\varphi_\zeta)}{(1+\zeta\bar\zeta)} \delta(\xi-1)$, $I_m = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi} \frac{1-|\zeta|\cos(\varphi-\varphi_\zeta)}{1+\frac{1}{c^2}\{1+\xi^2-2|\zeta|\cos(\varphi-\varphi_\zeta)\}} =$

$= c^2 \int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi} \frac{1-s\cos(\varphi-\varphi_\zeta)}{c^2+1+s^2-2s\cos(\varphi-\varphi_\zeta)} = |\varphi-\varphi_\zeta=\psi| = c^2 e^{im\varphi_\zeta} \int_{-\varphi_\zeta}^{2\pi-\varphi_\zeta} d\psi \frac{1-s\cos\psi}{c^2+1+s^2-2s\cos\psi} e^{im\psi} =$

$= (\cdot) \int_0^{2\pi} d\psi (\cdots) e^{im\psi} = (\cdot) \int_{-\pi}^{\pi} d\psi (\cdots) e^{im\psi} = c^2 e^{im\varphi_\zeta} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \frac{1-s\cos\psi}{c^2+1+s^2-2s\cos\psi} \cos m\psi =$

$= c^2 e^{im\varphi_\zeta} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \frac{\cos m\psi}{1+c^2+s^2-2s\cos\psi} - sc^2 e^{im\varphi_\zeta} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \frac{\cos\psi \cdot \cos m\psi}{1+c^2} = c^2 e^{im\varphi_\zeta} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \frac{\cos m\psi}{1+c^2-2s\cos\psi}$

$- sc^2 e^{im\varphi_\zeta} \frac{1}{(1+c^2)} \pi\delta_{m,\pm1} = \frac{c^2}{1+c^2} e^{im\varphi_\zeta} \int_{-\pi}^{\pi} d\psi \cos m\psi \left[1+\frac{2s}{1+c^2}\cos\psi\right] - \frac{c^2}{1+c^2} s e^{im\varphi_\zeta} \pi\delta_{m,\pm1} =$ /m=1

$= \frac{c^2}{1+c^2} e^{im\varphi_\zeta} \frac{2s}{1+c^2} \pi\delta_{m,\pm1} - \frac{c^2}{1+c^2} s e^{im\varphi_\zeta} \pi\delta_{m,\pm1} = \frac{c^2}{1+c^2} s e^{im\varphi_\zeta} \pi\delta_{m,\pm1} \left[\frac{2}{1+c^2} - 1\right]$

$I_m = \pi s e^{im\varphi_\zeta} \delta_{m,\pm1} \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$, Q^m_ℓ (Neel, s, s_ζ) $= \beta A^m_\ell \int d\xi\xi \int d\varphi\, e^{im\varphi} Div\vec{m}\, \xi^\ell =$

$= \beta A^m_\ell \int d\xi\xi \int d\varphi e^{im\varphi} 2\frac{C}{c} \xi^\ell \frac{(1-s\cos(\varphi-\varphi_\zeta))}{(1+\zeta\bar\zeta)} \delta(\xi-1) = \beta A^m_\ell 2\frac{C}{c} I_m = \beta A^m_\ell C 2\pi s e^{im\varphi_\zeta} \delta_{m,\pm1} \frac{c(1+c^2)}{(1+c^2)^2}$

Q^m_1 (Neel, side) $= \beta m \sqrt{2} \pi C s e^{im\varphi_\zeta} \delta_{m,\pm1} \frac{c(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$. Зависи Q^m_1 (Neel, s.s.) $= m\sqrt{2} M_S R^2 L \pi s e^{im\varphi_\zeta} \delta_{m,\pm1} \frac{c(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$

т.е. Q^m_1 (Neel side) собствен с Q^m_1 (Neel, side)-Sukhova.

Q^m_ℓ (Neel, Bulk) $= \beta A^m_\ell \int d\xi\xi \int d\varphi\, e^{im\varphi} div\vec{m}\, \xi^\ell = \beta A^m_\ell \int d\xi\xi \int d\varphi e^{im\varphi} \left(4\frac{C}{c}\right) \frac{\xi^\ell}{(1+\zeta\bar\zeta)^2} = \beta A^m_\ell \left(4\frac{C}{c}\right) \int d\xi\xi J_m(\xi) \xi^\ell$

$J_m(\xi) = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi} \frac{1}{(1+\zeta\bar\zeta)^2} = \int d\varphi e^{im\varphi} \frac{1}{\left[1+\frac{1}{c^2}(\xi^2+s^2-2s\xi\cos(\varphi-\varphi_\zeta))\right]^2} = c^4 e^{im\varphi_\zeta} \cdot$

$\cdot \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \frac{\cos m\varphi}{[c^2+\xi^2-2s\xi\cos\varphi]^2} = \frac{c^4}{(c^2+\xi^2)^2} e^{im\varphi_\zeta} \int d\varphi \frac{\cos m\varphi}{(1-\varepsilon\cos\varphi)^2}$, $\varepsilon = \frac{2s\xi}{c^2+\xi^2} \ll 1$

$J_m(\vec{q}) = \frac{c^4}{(1+c^2)^2} e^{im\varphi_s} \{ \text{la cantidad } [1 + 2\beta\cos\theta] = |m+1| = \frac{c^4 e^{im\varphi_s}}{(c^2+1)^2} \pi \{ \text{la integral cambia} \}$

$= \frac{c^4}{(q^2+c^2)^2} e^{im\varphi_s} \frac{4\pi\delta}{(c^2+q^2)} \pi \delta_{m,\pm 1} + 4\pi c^4 \frac{q}{(q^2+c^2)^3} \pi e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1}$

$Q_\ell^m(\text{Neel, Bulk}) = \beta A_\ell^m 4\pi \int_0^\infty ds\, s^{2+\ell} \frac{4\pi c^4}{(s^2+c^2)^3} \pi e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} = \beta A_\ell^m 16\pi c^3 e^{im\frac{\pi}{2}} \delta_{m,\pm 1} \int_0^\infty ds \frac{s^{\ell+2}}{(s^2+c^2)^3}$

$I_\ell^s = \int_0^\infty ds \frac{s^{2+\ell}}{(s^2+c^2)^3} \quad | s^2 = x, \; 2s\,ds = dx | = \frac{1}{2}\int_0^\infty dx \frac{x^{(\ell+1)/2}}{(x+c^2)^3} = \left| \frac{x}{c^2} = t \right| = \frac{1}{2}\int_0^{1/c^2} dt \frac{(c^2)^{(\ell+1)/2} t^{(\ell+1)/2}}{(1+c^2 t)^3}$

$= \frac{1}{2} c^{2\ell+1} \int_0^{1/c^2} dt \frac{t^{(\ell+1)/2}}{(1+t)^3} = \frac{1}{2} c^{\ell+3} \int_0^{1/c^2} dt \frac{t^{(\ell+1)/2}}{(1+t)^3} + \frac{1}{2} c^{\ell-3} \sum_{s=0}^{n} \frac{n!}{(n-s)!\,s!} (-1)^s (1+t)^{s-2}$

$I_s^{\ell+1} = \frac{1}{2}\frac{1}{c^2} \int_0^{1/c^2} dt \frac{t^{(\ell+1)/2}}{(1+t)^3} = \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\left[-\frac{1}{(1+t)^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+t)^2} \right]_0^{1/c^2} = \frac{1}{2c^2}\left[-\frac{1}{1+c^2} + 1 + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+c^2)^2} - \frac{1}{2} \right]$

$= \frac{1}{2c^2}\left[1 - \frac{c^2}{1+c^2} + \frac{1}{2}\left\{ \frac{c^4}{(1+c^2)^2} - 1 \right\} \right] = \frac{1}{2c^2}\left[\frac{1}{1+c^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+c^2)^2}\{ c^4 - (1+c^2)^2 \} \right]$

$= \frac{1}{2c^2}\frac{1}{2(1+c^2)^2}\left[2(1+c^2) + \{ c^4 - 1 - c^4 - 2c^2 \} \right] = \frac{1}{4}\frac{1}{c^2(1+c^2)^2}$

$Q_{\ell=1}^m(\text{Neel, Bulk}) = \beta A_\ell^m 16\pi c^3 e^{im\frac{\pi}{2}} \delta_{m,\pm 1} \frac{1}{4} \frac{1}{c^2(1+c^2)^2} = \beta A_\ell^m 4\pi e^{im\frac{\pi}{2}} \delta_{m,\pm 1} \frac{c}{(1+c^2)^2}$

$Q_1^m(\text{Neel, Bulk}) = \beta m 2\sqrt{2}\pi \mathbb{C} e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} \frac{c}{(1+c^2)^2}$, $\left(Q_1^m(\text{Neel s.s.}) = \beta m \sqrt{2}\pi \mathbb{C} e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} \frac{c(1-c^2)}{(1+c^2)^2} \right.$

$2c + c(1-c^2) = c(3-c^2)$. ecuu δm $-2c + c(1-c^2) = -c(1+c^2)$ $\Rightarrow Q_1^m(\text{Neel}) \sim \left(\frac{c}{(1+c^2)} \right)$.

Ecuu $\text{div}\vec{m}$ o $\text{Div}\vec{m}$ unelor porunce $\vec{m}$ (Landau & Lifshitz, Electrodinamica mediilor continue) $Q_1^m(\text{Neel}) \sim \left(\frac{2c}{(1+c^2)} \right)$ unde $\beta = \langle m_+ \rangle \beta_{\text{at}}$

(IV.11) Fie φ ca (Cu Jackson, Ch. 5). $\vec{H} = -\nabla\Phi$, $\nabla^2\Phi = -\rho$, $\rho = -\text{div}\vec{M}$ neg charge density

Ecuu exista nobeyrnocth scalar, ro Pentuuk Poisson eq. nozbo ρ u $\sigma = \vec{n}\cdot\vec{M}$ ce

$\Phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi}\int d^3r' \cdot \frac{\text{div}\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \frac{1}{4\pi}\oint_S ds' \frac{\vec{n}'\cdot\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $\rho = -\text{Div}\vec{M}$, $\sigma = \vec{n}\vec{M}$

$\text{Div}\vec{M} = -(\vec{n}\cdot\vec{M})$ surface divergence.

y nouck $Q_\ell^m \sim \text{div}\vec{m}$, gonyuno $Q_\ell^m(\text{surface}) \sim (-1)^n \vec{M} = -M_s$

Total $Q_1^m(\text{Neel Sk}) = Q_1^m(\text{Bulk}) - Q_1^m(\text{s.s.}) = \beta m\sqrt{2}\pi\mathbb{C} e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} \left[\frac{2c}{(1+c^2)^2} - \frac{c(1-c^2)}{(1+c^2)^2} \right]$

$= \beta m\sqrt{2}\pi\mathbb{C}\,|s|e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} \frac{c}{(1+c^2)}$ // Dua Neel Sk $\langle m_+ \rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}\mathbb{C}\,|s|e^{i\varphi_s} \sim 0$.

$Q_1^{\pm 1}(\text{Neel Sk}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\pi\beta\langle m_\pm \rangle = |\pi\beta = V_A \cdot \pi R^2 A| = \frac{\sqrt{2}}{2}\langle m_\pm \rangle V_A$, $Q_1^{\pm 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\mathcal{M}_\pm$, $\vec{\mathcal{M}} = M V_A \langle \vec{m} \rangle$

T.e. $Q_1^\pm \sim \mathcal{M}_\pm$ - это усреднённый средний магн. момент. $m_\pm = m_x \pm i m_y$

У нас уже не хватает знаков "2" в $Q_\ell^m(\text{Neel - Bulk})$, а $Q_1^m(\text{Neel s.s.})$ надо брать с противоположным знаком из-за $\text{Div}\vec{m} = -(\vec{m}\cdot\vec{n})$ это все Q_1^m

// $Q_\ell^m(\text{Bloch-Sk}) = (-i)\pi\beta\mathbb{C} A_\ell^m \left(\frac{2c}{1+c^2} \right) |s|e^{im\varphi_s} \text{tn}\,\delta_{m,\pm 1} \neq 0$ это можно если $m = \pm 1$ как у нас (видно PRB'13)

$Q_\ell^{\pm 1}(\text{Bloch}) = (-i)(\pm 1)\pi\beta\mathbb{C} A_\ell^{\pm 1} \left(\frac{2c}{1+c^2} \right)^2 |s|e^{\pm i\varphi_s}$, $A_\ell^{\pm 1} = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell+1)} \sqrt{\frac{(\ell+1)!}{(\ell+1)!}} \frac{(\ell+1-1)!!}{(\ell+1)!!}$

$A_\ell^{+1} = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell-1)} \sqrt{\frac{(\ell-1)!}{(\ell+1)!}} \frac{\ell!!}{(\ell-1)!!} = \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(\ell-1)}}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \frac{\ell!!}{(\ell-1)!!}$, $A_\ell^{-1} = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell+1)} \sqrt{\frac{(\ell+1)!}{(\ell-1)!}} \frac{(\ell-2)!!}{(\ell+1)!!}$

$A_\ell^{-1} = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell+1)} \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{(\ell-2)!!}{(\ell+1)!!}$, $A_3^{+1} = \frac{(-1)}{\sqrt{3!!\cdot 2}} \frac{1\cdot 3}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4}$, $A_3^{-1} = \sqrt{3!!\cdot 1} \frac{1}{2\cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$A_3^m = -m\frac{\sqrt{3}}{4}\delta_{m,\pm 1}$. $A_1^m = m\frac{\sqrt{2}}{2}\delta_{m,\pm 1}$. A_ℓ^m нередко называют «расширенным»

Все $Q_\ell^m(\text{Bloch}) \sim A_\ell^m \langle m_+ \rangle$, что значительно упрощает вычисления в PRB'13, как это делали.

$Q_\ell^m(\text{Neel, s-s.}) = -2\pi\mathbb{C}\beta A_\ell^m |s|e^{im\varphi_s} \frac{c(1-c^2)}{(1+c^2)^2} \delta_{m,\pm 1}$ более не $\sim \langle m_+ \rangle$ как

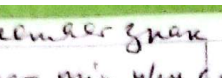
$Q_\ell^m(\text{Neel, Bulk}) = 16\pi\beta\mathbb{C} c^3 A_\ell^m \beta |s|e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} I_s^\ell$, $I_s^\ell = \int_0^1 ds \frac{s^{2+\ell}}{(s^2+c^2)^2} = \frac{1}{2} c^{\ell-3} \int_0^{1/c^2} dt \frac{t^{(\ell+1)/2}}{(1+t)^3}$

$Q_\ell^m(\text{Neel, Bulk}) = 8\pi\beta\mathbb{C} c^\ell A_\ell^m |s|e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} I_\ell(c)$, $I_\ell(c) = \int_0^{1/c^2} \frac{t^{(\ell+1)/2}}{(1+t)^3} dt$, не $\sim \langle m_+ \rangle$

Total $Q_\ell^m(\text{Neel-Sk}) = 2\pi\mathbb{C}\beta |s|e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} \left[-\frac{c(1-c^2)}{(1+c^2)^2} + 4c^\ell I_\ell(c) \right] A_\ell^m$, $(Q_\ell^m(N) = 2\pi\mathbb{C}\beta s A_\ell^m F_\ell(c))$

$F_\ell(c) = 4c^\ell I_\ell(c) - \frac{c(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$. $F_1(c) = \frac{c}{(1+c^2)} \sim \langle m_+(c) \rangle$. Похоже $F_\ell(c)$ растет с ℓ, $\ell \geq 1$.

Escaneado con CamScanner

$F_1(1) = 1/2$. Следует, что $F_\ell(c)$ с $\ell = 3, 5, 7$ меняет знак с ↓ 

$F_3(1) = 0.21$, $F_5(1) = 0.18$, $F_7(1) = 0.14$. $F_\ell(c)$ имеет min при $c \approx 0.2 \div 0.3$
и $F_\ell(c) \simeq 0$ при $c = 0.4 - 0.6$. $c = R_s/R$ - reduced Sk - radius.
$|F_\ell(c)| \cong F_1(c)$ и с при $c \approx 0.2$ для $\ell = 3, 5, 7$. // Т.е. Q_ℓ^m (Neel-Sk) невозможен
при $c = 0.4 - 0.6$ large radius - Sk, но Bloch при $c \approx 0.1$ - small radius Sk.

C N. B Enachi: Urbil на конференции. Решение Skyrmion MPD - Arantxa MS.

(11/II) Revision of MPD paper. Отослан draft to Arantxa. M (coupling of skyrmions Q_ℓ^m

Bloch-Skyrmion: $Q_\ell^{+1} \sim i\mathcal{S}$, $Q_\ell^{-1} \sim -i\mathcal{S}$. Neel Skyrmion: $Q_\ell^{+1} \sim \mathcal{S}$, $Q_\ell^{-1} \sim \mathcal{S}$.

Skyrmion-dot pair interaction (Eq. (8) PRB'13): $\mathcal{U}_{int} = \sum_L \frac{\mathcal{U}_L(\varphi_R)}{R^{L+1}}$ of Q_ℓ^m и $Q_{\ell'}^{m'}$ moments

$\mathcal{U}_L(\varphi_R) = \sum_{\ell m M} (-1)^\ell S_{LM} \binom{L+M}{\ell+m}^{1/2} \binom{L-M}{\ell-m}^{1/2} e^{-iM\varphi_R} Q_\ell^m Q_{L-\ell}^{M-m}$, $L = \ell + \ell'$, $M = m + m'$

Near dip-dip interaction $L = 2$, $\ell = \ell' = 1$ $\mathcal{U}_{int} = \frac{1}{d^3} \mathcal{U}_2(\varphi_R)$ $d = R/R$

$\mathcal{U}_2(\varphi) = (-1) \sum_{mM} S_{2M} \binom{2+M}{1+m}^{1/2} \binom{2-M}{1-m}^{1/2} e^{-iM\varphi} Q_{\ell=1}^m Q_1^{M-m}$, сюда только члены с $m = \pm 1$, $m' = \pm 1$

$\mathcal{U}_2(\varphi) = (-1) \sum_M S_{2M} \binom{2+M}{2}^{1/2} \binom{2-M}{0}^{1/2} e^{-iM\varphi} Q_1^{+1} Q_1^{M-1} + (-1) \sum_M S_{2M} \binom{2+M}{0}^{1/2} \binom{2-M}{2}^{1/2} e^{-iM\varphi} Q_1^{-1} Q_1^{M+1}$

$S_{L-M} = (-1)^{\frac{1}{2}(L-M)}$ (ост. по M) $= (-1)^{\frac{1}{2}(L+M)} (-1)^{-M}$ (ост. по M) $= S_{L+M}$, т.к. $M - $ чет., $(-1)^M = 1$.

$M = -2, +2, 0$. // $\mathcal{U}_2(\varphi) = (-1) S_{20} \binom{2}{2}^{1/2} \binom{2}{0}^{1/2} \left[Q_1^{+1} Q_1^{-1} + Q_1^{-1} Q_1^{+1} \right] +$

$+ (-1) \left[S_{2,-2} \binom{0}{2}^{1/2} \binom{4}{0}^{1/2} e^{i2\varphi} Q_1^{+1} Q_1^{-3} + \dots \right] =$ | $M = \pm 2$, но $M = +2$ в первой $\sum_M (\dots)$, $M = -2$ во второй $\sum_M (\dots)$ |

$= (-1) S_{20} \binom{2}{1}^{1/2} \binom{2}{0}^{1/2} \left[Q_1^{+1} Q_1^{-1} + Q_1^{-1} Q_1^{+1} \right] + (-1) S_{22} \binom{4}{2}^{1/2} \binom{0}{0}^{1/2} e^{-i2\varphi} Q_1^{+1} Q_1^{+1} +$

$+ (-1) S_{2,-2} \binom{0}{0}^{1/2} \binom{4}{2}^{1/2} e^{i2\varphi} Q_1^{-1} Q_1^{-1}$. $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $\binom{2}{0} = \frac{2!}{0!\,2!} = 1$, $\binom{0}{0} = 1$

$\mathcal{U}_2(\varphi) = (-1) S_{20} \left[Q_1^{+1} Q_1^{-1} + Q_1^{-1} Q_1^{+1} \right] +$ $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 6$, $\binom{2}{2} =$

$+ (-1) S_{22} \sqrt{6} \left[e^{-i2\varphi} Q_1^{+1} Q_1^{+1} + e^{i2\varphi} Q_1^{-1} Q_1^{-1} \right]$, $S_{20} = (-1) \sqrt{\frac{(L-1)!!^2}{L!!^2}} = (-1) \frac{(L-1)!!}{L!!} = (-1) \frac{1}{2}$

$\mathcal{U}_2(\varphi) = \frac{1}{2} \left[Q_1^{+1} Q_1^{-1} + Q_1^{-1} Q_1^{+1} \right] +$ $S_{22} = (-1)^0 \sqrt{\frac{3!!\,(-1)!!}{4!!\,0!!}} = \sqrt{\frac{3!}{4!!}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}} = \frac{1}{2}\sqrt{\dots}$

$+ (-1) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{6} \left[e^{-i2\varphi} Q_1^{+1} Q_1^{+1} + e^{i2\varphi} Q_1^{-1} Q_1^{-1} \right]$. Здесь Q_ℓ^m первый ин. - 1 ион dot
второй — 2 ион dot.

$\mathcal{U}_2(\varphi) = \frac{1}{2} \left[Q_1^{+1} Q_1^{-1} + Q_1^{-1} Q_1^{+1} \right] - \frac{3}{2} \left[e^{-i2\varphi} Q_1^{+1} Q_1^{+1} + e^{i2\varphi} Q_1^{-1} Q_1^{-1} \right]$

Для Neel Skyrmions $Q_1^{\pm 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \mathcal{U}_\pm$, где $\vec{\mathcal{U}} = M_S \langle \vec{m} \rangle V_d$ - dot average moment.

$\mathcal{U}_2(\varphi) = \frac{1}{4} \left[\mathcal{U}_+ \mathcal{U}'_- + \mathcal{U}_- \mathcal{U}'_+ \right] - \frac{3}{4} \left[\mathcal{U}_+ \mathcal{U}'_+ e^{-i2\varphi} + \mathcal{U}_- \mathcal{U}'_- e^{i2\varphi} \right]$, $\mathcal{U}_+ \sim \pm$

$\mathcal{U}_\pm = \mathcal{U}_x \pm i \mathcal{U}_y$, $\mathcal{U}_+ \mathcal{U}'_- + \mathcal{U}_- \mathcal{U}'_+ = 2 (\vec{\mathcal{U}} \cdot \vec{\mathcal{U}}')$. $\mathcal{U}_+ \mathcal{U}'_+ e^{-i2\varphi} = |\mathcal{U}| |\mathcal{U}'| e^{i(\varphi_{\mathcal{U}} + \varphi_{\mathcal{U}'} - 2\varphi}$

M. coupling $\mathcal{U}_2(\varphi_R) = \frac{1}{2} (\vec{\mathcal{U}} \cdot \vec{\mathcal{U}}') - \frac{3}{2} |\vec{\mathcal{U}}| |\vec{\mathcal{U}}'| \cos(\varphi_{\mathcal{U}} + \varphi_{\mathcal{U}'} - 2\varphi_R)$. $|\vec{\mathcal{U}}| = M_S V_d |\langle \vec{m} \rangle| = M_S V_d |S| \left(\frac{2c}{1+c^2} \right)$

В dip.-dip. взаимодействии $\mathcal{U}_{int} = \frac{1}{d^3} \mathcal{U}_2(\varphi_R)$. $\langle m_+ (\text{Neel}) \rangle = + \frac{2c}{(1+c^2)} \mathbb{C} S$.

$Q_1^m (\text{Bloch}) = + i \frac{\sqrt{2}}{2} \pi \mathbb{C} \beta \left(\frac{2c}{1+c^2} \right) |S| e^{im\varphi_S} \delta_{m,\pm 1}$, $\langle m_+ (\text{Bloch}) \rangle = -i \mathbb{C} \frac{2c}{(1+c^2)} S$.

Т.е. $Q_1^{\pm 1} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \mathcal{U}_\pm$ и для Bloch и Neel Skyrmions. $Q_1^{\pm 1} (\text{Bloch}) = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \mathcal{U}_\pm$, $\mathcal{U}_\pm = \pi \beta M_S \langle m_\pm \rangle$

Но $\varphi_{\mathcal{U}} = \varphi_S$ для Neel-Sk, но $\varphi_{\vec{\mathcal{U}}} = \varphi_S + \pi/2$ для Bloch-Skyrmions.

Подставим в $\mathcal{U}_2(\varphi_R)$ Член $+\cos(\varphi_S + \varphi_{S'} - 2\varphi_R)$ для Neel-Sk, но для Bloch-Sk
$\cos(\varphi_{\mathcal{U}} + \varphi_{\mathcal{U}'} - 2\varphi_R) = \cos(\pi + \varphi_S + \varphi_{S'} - 2\varphi_R) = -\cos(\varphi_S + \varphi_{S'} - 2\varphi_R)$.

Т.е. для $\mathcal{U}_2(\vec{S}_1, \vec{S}_2)$ различен для Bloch и Neel-Skyrmions — см. 3I/I.

(13/II) Meeting с Julian: status appeal Grupos Consolid. нерасп. Ann. Вопрос? A также по A. Fert
в нашем hotel in Paris - Julian. // Meeting с Michal: 1) Skyrmion bi-stability in ML Co/Pt dots (aka equil. Rc); 2) $\omega(k)$ и Herog-ω modes in Skyrmion lattices.
3) chiral DW dyn. in stripes. Мне подходит ① Sk Bistability. "Todo-Todo", обед с Michal.
Начало Зуперов Вычисление $\mathcal{U}_2(\varphi_2)$ для Skyrmions.

14/II) Номера Нобелевских лауреатов по физике. Среди них — Neel, Landau, Van Vleck, Anderson, Mott, Kittel, Gennes, Fert, Grünberg, Abrikosov, Ginzburg, Leggett, Bednorz, Müller, Giaever, Josephson, Esaki, Giaever, Josephson, Esaki, Bardeen, Cooper, Schrieffer

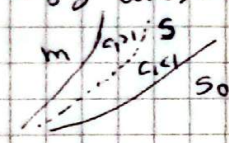
(21/II) (до 6 Toulouse, пътуване. Уредени хотел 3 нощ. на 1. Д.Ж. Сирене Ейл - Toulouse.
Пристигане Нам (с) - W(с) Small vortex dots и среща Майте до плат Fig. Q Beam - до
Рейд Мартинес - Перес по темата BF (II) Barriers measurements in 0-6 dots (L=15, R=50 nm)
Изпратен вариант на работа PRB Нумеричен. Sol-SkyMag №. editing с Димитър
+ Zlbert. Edited/changed Cover letter Edge Sci. Nat. Com. и среща Гарсиа.
(22/II) Работа. Доклад за работа/Conferences MagIC project - среща до Мацей.
Abs. SolSkyMag с Zlbert ML Skyrmion dots. // 13 (7 new) abstracts SolSkyMag.
(23/II) Среща с Bivanov: пътна среща до San Sebastian. Не трябва да пресичаме до началото на March,
от нашата гледна точка cycloid trajectory (не само solenoid) Skyrmion by Aurelio
Изчисляване на Re-mass, т.н. eq. Thiele Ewald. 3D с B (E) и B⊥ - нанасяне
DMI върху Sol SkyMag + 1 month amendment.
(24/II) Seminar DIPC "Topology in Nonrel. QM" Raffaele Resta
Klitzing 1980. 1 Klitzing = h/e^2 = 25,8 kOhm Quantum Hall effect. QHE
Berry curvature $\frac{1}{i}\Omega = \langle \frac{\partial}{\partial \theta}\psi | \frac{\partial}{\partial \varphi}\psi \rangle - \langle \frac{\partial}{\partial \varphi}\psi | \frac{\partial}{\partial \theta}\psi \rangle$, $\frac{1}{2\pi}\oint_S \vec{\Omega}\,d\vec{S} = C_1 \in \mathbb{Z}$ - Chern number
- Gauss-Bonnet - Chern theorem. QHE $\sigma_{xy} = \frac{h}{e^2} C_1$. $\frac{1}{2\pi}\int_{BZ} \Omega(\vec{k})\,d\vec{k} = C_1$.
Topol. marker in $\vec{r}$-space $\langle \vec{r}|\hat{O}|\vec{r}\rangle$ + density of Berry curv. tens.
Check H-indices of the Basque Country scientists in Cond. Mat. / Mater. Sc.
Echenique PM (63), Chulkov EV (51), Eriksson O (31), Krasovskii EE (20), Tokatly I. (24)
→ Ikerbasque leaders: Broadhurst T. (62), Arbelaez E. (43), Gushenko K. (42), Solano E. (39)
Saenz J.J. (43), Chudilin A.L. (42)
Пристигане с Майте и Алфредо (BCM) о visit March 1 и seminar talk. Vortex-to
Алфредо изпраща draft M(H) small V. dots към "Nanoscale".
Пристигане с Ант. Лара по Biology PhD Zaragoza, A. Lara изпраща своя thesis
(25/II) Revision of Small-Vortex paper към Nanoscale. "Ерски" Talosa. Training.
(26/II) Работа Рафаел Sk-GM for JMMM paper. E-mails to Зуйпа, Спайн и Valencia conf.
(27/II) Report Secondments MagIC-grant и deliverable "Gauge fields" - среща до Мацей.
Запознаване с нашата rev. JMMM paper до Зуйпа (изпратен Beg-PRB 2017, Fabe-Sk)
Корект. Abstracts BCM talk in Derio и среща Майте Корект. Vortex-talk + Derio slides.
(1/III) Визит BCM Derio: seminar talk "Mag. Soliton dynamics", обсъждане
M(H) - small dots paper с Алфредо и Майте (имена-еди. to Appendix).
Пристигане л. на Кюсба и настаняване в "Holiday Inn" Aeiport BIO.
(2/III) Пристигане с л. в Ирун. С л. в "Lide" и "Carrefour" Olaberria.
(3/III) Skyrmion papers review, printed Beg-PRB 2017. Poker trip - Derio. Пристигане Глеб
нашата to UAM info-form о нова Bank-account.
(4-8/III) Сесабяване Sol-SkyMag program, helpfulness с генериране на Sol SkyMag.
Glob и Julian в "Lukas" бар. Корекции у J. inv. letters to Tyberkevych, Ustinov, Krivis
(9/III) E-mails to Perk + Gorobets. С л. в "Lide", "Carrefour" Olaberria. Запознаване и нашата
to Zubkov Response lett. + Revised MS по Skyrmion-GM-JMMM (ана. изз Beg PRB '17).
(10-17/III) Работа над Program Sol SkyMag 2017. Сядане Зуйпа to разширяване Sk-JMMM.
Reminder to A. Perk и revised version of small-vortex MS to Maine y Alfredo for order.
E-mail to M. Krawczyk нашите Въпроси to San Seb O.E.H. Гороблов, Майкъл и Basel.
(13/III) A. Perk пристигане Abs chiral Zeeman. Booked Hotel "Londres" for Perk. Conf. Prog.
(14-18/III) Пътуване с л. в Madrid. 15-16/III работа с Оно над Skyrmion R(T)
MS + Pinocchio + Изпращане нашата short PRL, а не Letters в обсъждане
micromag. Simul. Pinocchio и atomistic Simul. Banker at Ginisa T.
(17/III) Пристигане Tribunal на защита A. Lara / F. Alicea. Асоциран Възнаграждение.
(18/III) С л. в "Lemay Merkin" Абонаменти, "Lemay M." Ситуация, "Ерски" Urbil.
Пристигане с M. Maclean. Alfredo изпраща revised MS "small vort. dots". Вопрос Зуйпа
(19/III) Работа с л. в Lagg. Обработка "Small Vortex" "dots" - MS.
(20/III) Корект. Inv. Letter M. Maclean и отпуск Lara-trip to UAM 16-18/III.
(21/III) E-mails Maclean, R. Otxoa, Krawczyk. Регистр. SkyMag-Paris и HMM/Barcel
(22/III) Visita Donostia City Hall (Idoia): 1) reg. opens 18th June 19; 2) per26

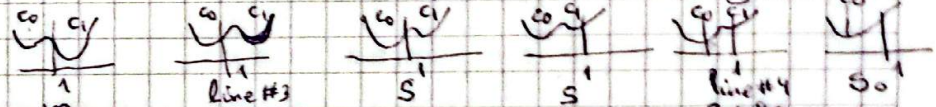
Escaneado con CamScanner

Alcalde, Fert. Julian, me at 19:30, June 19, reception in the Hall 19:45 - 21:30 - City-H mit Ehrenamt Vertretern (Bruno, Imke, Ragna) + 3 pitches mit Jo-Zonen Gruppen pinchos, cava, Café, pastries y mixed catering company, Ecken Saxonia.
Abs. UMC - Kaiserslautern Jo June 1.

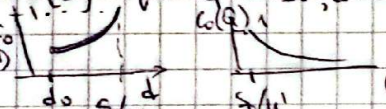
Static Skyrmion radius R_c y stability

В MS с Finocchio сравнивал equil. $R_c(T)$. $R_c(T)$ растет с TT из-за $A(m)$, $D(m)$ это означает Skyrmion идет из metastable area на Q-D MPD к stability $K_u(a)$ area. Small R_c lower. metastable - Sk, a large R_c - lower stable Sk. Согласно сценарию MPD 13/II 16г. и более поздней MPD 20/II 16 г. Skyrmion при нулевом force D при $Q = \text{const}$ ($Q > 1{,}05$) переходит из region "m" (metastable Sk, stable 1SD) в region "S" (stable-Sk, metastable 1SD) a затем в "S_0" region (только Sk - Skyrmion is stable) и "u" (только 1SD stable, $c>1$). Переход $S_0 \to u$ только при $Q \downarrow$, при $D = \text{const}$.
Now $Q > 1.05$, т.е. при force D: $m \to S \to S_0$ переходит.
Будут ли equil Sk-radii $c>1$ или $c<1$?
17/II 16г. low-c $W(c)\min = c_0$, high-c $W(c)\min = c_1$. Always $c_0 < 1$, т.е. это Skyrmion. Для m-state $c_1 > 1$ (1SD). В S_0-state $c_1 = c_0$ - т.к. $\min W(c)$ один и $c_1 < 1$, но не всегда тоже один min если c_0 ($\forall d > d_0$) и c_1 ($\forall d < d_0 \approx 9.55$).
Значение c_1 в "S"-state неясно. Это может быть $c_1 < 1$, т.е. второй metastable high-c Skyrmion как 17/II 16г., или $c_1 > 1$ (1SD) с ненайденным минимумом $W(c)$.
Возможно $c_1 < 1$ - min падает на line#4 $S_0 \to S$ и становится $c_1 > 1$ (1SD) $W(c) = W(c_1)$ на линии #3 $S \to m$ при force Q. Также определ. lines #3, 4 уникально 17/II 16г. Energy lines #3 и #3 если линии $c_1(Q, d) = 1$. Внутри $c_1 < 1$ - Sk, $c_1 > 1$ - 1SD, области $c_1 < 1$ и $c_1 > 1$ внутри "S"-state надо найти.



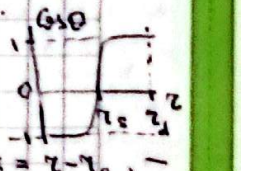


$c_1 \simeq 1$ и разные c_1-Sk и c_1-1SD невелико по вероятно $m_z(\beta)$.
→ Построить $c_0(d)$ при $Q = \text{const}$, $d > d_0$ и $c_0(Q)$ при $d = \text{const}$, $d > d_0$
Отнадеется



Cylindrical dot.
Проверка DW-Sk ansatz Rohart '13

(23/III) Согласно 9/II 16г. Skyrmion energy $E_s = \int_0^R dr\, r \left[(\theta')^2 + \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta - \frac{d}{\Delta}\left(\theta' + \frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\right) \right]$
$\mathcal{E}_s = E_s/(2\pi A L)$.
DW ansatz $\cos\theta = \text{th}\left(\frac{r - R_s}{\Delta}\right)$, $\sin\theta = \frac{1}{\text{ch}\left((r-R_s)/\Delta\right)}$, $\Delta^2 = A/K$, $d = D\Delta/A$ dimensionless DMI
$r \to r/\Delta$, $R_s/\Delta \Rightarrow r_s$, $R/\Delta = r_d$. $\mathcal{E}_s(r_s) = \int_0^{r_d} dr\, r \left[(\theta')^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta - d\left(\theta' + \frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right) \right]$, $(\cdot)' = \frac{d}{dr}(\cdot)$
$\cos\theta = \text{th}(r - r_s)$, $\sin\theta = \text{ch}^{-1}(r - r_s)$ - ansatz сингулярен при $r \to 0$, поэтому его применять для θ области $r \approx r_s$ и $r_s \gg 1$. Это Rohart PRB'13 и сделал.
$\theta' = \frac{d\theta}{dr} = -\sin\theta$, $\mathcal{E}_s(r_s) = \int_0^{r_d} dr\, r \left[\left(2 + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta + d\sin\theta\left(1 - \frac{1}{r}\cos\theta\right) \right]$



Rohart'13 выбрасывает $d\sin\theta\cos\theta$ - член т.к. $\sin\theta\cos\theta = \frac{\text{sh}\,x}{\text{ch}^2 x}$ - если перем. принимает знач. $x=0$, $r = r_s$ и интегр. $\int_{r_s}^{r_s+\Delta} dr(\ldots)$, $x = r - r_s$, -
Тогда $\mathcal{E}_s(r_s) = (4 + \pi d) r_s + \mathcal{J}_2(r_s)$, $\mathcal{J}_2(r_s) = \int_{-\Delta n}^{+\Delta n} \frac{dx}{(x + r_s)} \frac{r_s - \Delta}{\text{ch}^2 x} \approx \frac{1}{r_s}\int_{-n}^{n} \frac{dx}{\text{ch}^2 x} = \frac{1}{r_s}\text{th}\,x\Big|_{-n}^{n} \approx \frac{2}{r_s}$
$\to \mathcal{E}_s(r_s) = (4 - \pi|d|) r_s + \frac{2}{r_s}$, $d_c = \frac{4}{\pi}$, $\mathcal{E}_s(r_s) = \pi(d_c - d) r_s + \frac{2}{r_s}$, $\frac{\partial \mathcal{E}_s}{\partial r_s} = \pi(d_c - d) - \frac{2}{r_s^2} = 0$
$r_s^2 = \frac{2}{\pi}\frac{1}{(d_c - d)}$ - Eq. Rohart '13. $R_s = \frac{\Delta}{\sqrt{2(1 - d/d_c)}}$, $d_c = \frac{D\Delta}{A} = \frac{D_c}{\sqrt{AK}} = \frac{4}{\pi}$, $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}$.
Eq Rohart дает r_s-equil. если $d = |d| < d_c$.
$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_s}{\partial r_s^2} = \frac{4}{r_s^3} > 0$ $\forall$ параметров, если r_s - real т.е. Skyrmion stable at $d < d_c$.

Escaneado con CamScanner

$\varepsilon(1SD) = \varepsilon(\theta=0) = 0$. $\varepsilon_s(r_s) = \pi(d_c-d)r_s + \frac{2}{r_s} = \frac{1}{r_s}\left[\pi(d_c-d)r_s^2 + 2\right]$

$\varepsilon_s(r_s^0) = \frac{1}{r_s^0}\left[\pi(d_c-d)\frac{2}{\pi}\frac{1}{(d_c-d)} + 2\right] = \frac{4}{r_s^0} > 0$, $\varepsilon_s(r_s^0) > \varepsilon_{1SD}$, т.е. Skyrmion is always metastable state for $0 < d < d_c$, и не существ. при $d \geq d_c$. (Rohart'13)

Note: linear model $\theta(r)$ дает $e(c) = (Q-1)c^2 + \frac{\pi l_{ex}}{R}dc + \lambda\frac{l_{ex}^2}{R^2} + \frac{1}{2}$, $c = \frac{R_c}{R}$, $d = \frac{D l_{ex}}{A}$

$\frac{\partial e}{\partial c} = 2c(Q-1) + \frac{\pi l_{ex}}{R}d = 0$, $c_0 = \frac{1}{R}\frac{|D|}{M_s^2(Q-1)} = \frac{\pi l_{ex}}{R}\frac{|d|}{2(Q-1)}$, $d = -|d|$.

$\frac{\partial^2 e}{\partial c^2} = 2(Q-1) > 0$ при $Q > 1$, Sk is stable at any d. $e_s(c_0)$ сравнить $e(1SD) = \frac{1}{2}$.

$e(c)$ in units of $4\pi M_s^2 V$. $e(c_0) = (Q-1)\frac{\pi^2 l^2}{R^2}\frac{d^2}{4(Q-1)^2} + \frac{\pi l}{R}d\frac{\pi l}{R}\frac{|d|}{2(Q-1)} + \lambda\frac{l^2}{R^2} + \frac{1}{2} =$

$= +\frac{1}{4}\frac{\pi^2 l^2}{R^2}\frac{d^2}{(Q-1)} + \lambda\frac{l^2}{R^2} + \frac{1}{2} = e(1SD) + \frac{l^2}{R}\left[\lambda - \frac{1}{4}\pi^2\frac{d^2}{(Q-1)}\right] < e(1SD)$ при

$|d| > d_c = \sqrt{\lambda}\frac{2}{\pi}\sqrt{Q-1}$, $\lambda = 6.154$, см. Arand-MPD paper.

т.е. в linear model Skyrmion is metastable при $d < d_c$, и ground state при $d > d_c$.

Linear model лучше/приближает чем Rohart'13 DW model, т.к. дает stable Skyrmion при $d > d_c$. Рост DMI дает Sk-ground state.

DW: $\varepsilon_s(r_s) = \int_0^{r_d} dr\, r\left[\left(2+\frac{1}{r^2}\right)\frac{1}{ch^2(r-r_s)} + \frac{d}{ch(r-r_s)}\left(1-\frac{1}{r}th(r-r_s)\right)\right]$, $x = r - r_s$

$\varepsilon_s(r_s) = \int_{-r_s}^{r_d-r_s} dx\,(x+r_s)\left[\left(2+\frac{1}{(x+r_s)^2}\right)\frac{1}{ch^2x} + \frac{d}{chx}\left(1-\frac{1}{(x+r_s)}thx\right)\right] =$

$= \int_0^{r_d} dr\, r\left[\left(2+\frac{1}{r^2}\right)\frac{1}{ch^2(r-r_s)} + \frac{d}{ch(r-r_s)}\right] - d\int_{-r_s}^{r_d-r_s} dx\frac{shx}{ch^2x} = \varepsilon_s^{Roh}(r_s) - d\int_{-r_s}^{r_d-r_s} dx\frac{shx}{ch^2x} =$

$= \varepsilon_s^{Roh} - d\int\frac{d(chx)}{ch^2x} = \varepsilon_s^{Roh} + \frac{d}{chx}\Big|_{-r_s}^{r_d-r_s} = \varepsilon_s^{Roh} + d\left[\frac{1}{ch(r_d-r_s)} - \frac{1}{ch\,r_s}\right]$

$ch\,r_s - ch(r_d-r_s) = 2sh\frac{r_d}{2}sh\left(r_s-\frac{r_d}{2}\right)$ $\varepsilon_s = \varepsilon_s^{Roh} + d\frac{2sh\,r_d/2\cdot sh(r_s-r_d/2)}{ch\,r_s\cdot ch(r_d-r_s)}$

при $x \gg 1$, $ch\,x \approx \frac{1}{2}e^x$, $\frac{1}{chx} \approx 2e^{-x}$

при $r_s \gg 1$ и $(r_d-r_s) \gg 1$, $\varepsilon_s = \varepsilon_s^{Roh} + 2d\left[e^{-(r_d-r_s)} - e^{-r_s}\right] \approx \varepsilon_s^{Roh} + O(e^{-x})$

Но при $d \to d_c - 0$, $r_s \to r_d$ и $(r_d - r_s) \gg 1$ нарушается. Требуем $r_s < r_d$.

$r_s \gg 1$, $r_s > \frac{r_d}{2}$, $\frac{sh\,r_d/2\cdot sh(r_s-r_d/2)}{ch\,r_s\cdot ch(r_d-r_s)} \approx \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\frac{e^{r_d/2}e^{r_s-r_d/2}}{\frac{1}{2}e^{r_s}ch(r_d-r_s)} = \frac{1}{2}\frac{1}{ch(r_d-r_s)} \approx e^{-(r_d-r_s)}$

$r_s < r_d/2$, $\frac{sh\,r_d/2\,(-1)\,sh(r_d/2-r_s)}{ch\,r_s\cdot ch(r_d-r_s)} = (-1)\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{e^{r_d/2}e^{r_d/2+r_s}}{\frac{1}{2}e^{r_s}ch(r_d-r_s)} = (-1)\frac{1}{2}\frac{e^{r_d-2r_s}}{ch(r_d-r_s)} \approx$

$\approx (-1)\frac{e^{r_d-2r_s}}{e^{r_d-r_s}} = (-1)e^{-r_s}$ // Eq. Rohart $r_s^2 = \frac{2}{\pi}\frac{1}{(d_c-d)}$ верно лишь при $r_s < r_d$,

т.е. при $d < d_c - \varepsilon$ и $r_s(d)$ не расходится при $d \to d_c$, оставаясь конечным, $r_s^{max} = r_d$.

Если $r_s \approx r_d$, $l_s \approx R$, расчет Rohart'a некорректен. Надо пересчитать, d·sinθ·cosθ дает при правильном расчете $r_s(d)$ остается конечным $\forall d$. не $\to \infty$ вблиз.

// Интересный подход к Sk-stabilization 4/XI 16г. $W(\theta)$ в рез-ве $\theta \ll 1$.

DW ansatz: $\varepsilon(\theta) = \int dr\, r\left[\left(2+\frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta + d\sin\theta\left(1-r^{-1}\cos\theta\right)\right] \to \varepsilon(\theta) = \int dr\, r\left[\left(2+\frac{1}{r^2}\right)\theta^2 + d\theta\left(1-\frac{1}{r}\right)\right]$

4/XI 16г. Пробовал Sheka-ansatz $W(\theta)$. Ясно, что $\varepsilon(\theta) < 0 = \varepsilon(1SD)$ возможно лишь при $d = -|d|$ и $d > d_c$, за счет большого DMI. (с конечным $\theta_0 \ll 1$.

Вместо роста DMI можно слабо-модифицировать Skyrmion за счет $\beta = \frac{l}{R}$ роста, $W_m(\beta)$.

т.е. есть не только d_c, но и β_c.

General $W(\theta)$ (no ansatz) $= 2\pi AL\int dr\, r\left[(\theta')^2 + \left(\frac{s^2}{r^2}+\frac{1}{r^2}\right)\sin^2\theta + d\left(\theta' + \frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right)\right]$, $s^2 = Q-1$, $r = \frac{s}{l_{ex}}$, $\Theta(s)$ - Sk.

пусть $\theta' = \frac{d\theta}{dr} \approx \frac{1}{r_s}\theta \to \frac{1}{l_{ex}}\theta$. $\frac{1}{(2\pi AL)}W(\theta \ll 1) = \int dr\, r\left[\left(\frac{1}{r^2}+\frac{s^2}{r^2}+\frac{1}{r^2}\right)\theta^2 + d\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r^2}\right)\theta\right]$.

→ Т.к. коэфф. при $\theta^2 > 0$, то finite equil. θ_0 возможно лишь при $d = -|d| < 0$, metastab. Sk.

Sk-ground state возможно при $d > d_c$, что подтверждено by Sheka-ansatz, $d_c(Q)$, $Q > 1$, MPD

где для больших d есть S^u и S^o - (states/areas), где Skyrmion is ground state на Q-d MPD

Escaneado con CamScanner

$W(\theta)$ analog n/m $D \ll 1$ analytical trajectory Bak-Jensen 1980 с S_k finite, см. 20/VIII01., где показано, что state с finite k_B и D будет metastable и ground state n/m $D > D_c = \sqrt{AB}$, $S_k = 0$ соответ. to PM-state

Dot radially equ. Skyrmion $\vec{m}(r) \to \Theta(R)$ и надо найти $\frac{\delta W}{\delta \Theta} = 0$ решение
Sk in film/dot
что даст $\Theta_0(R)$ и найти/показать $\frac{\delta^2 W}{\delta \Theta^2}[\Theta_0(R)] > 0$ n/m DMI $D \neq 0$ ($\beta \to 0$).
Сравнение $W(\Theta_0)$ с $W(1SD)$ даст $W(\Theta_0 - Sk) < W(1SD)$ n/m $D > D_0$.

$\frac{\delta W}{\delta \Theta} = 0$ даст (15/VIII01, 14/VIII01) $\Theta'' + \frac{1}{r}\Theta' = \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta\cos\Theta + \frac{d}{r}\sin^2\Theta$, $r = \beta/\Delta$.
n/m $\Theta \ll 1$, DMI domagaet (!), т.е. ansatz $\Theta_0(r)$ не забился от DMI (d).
$\Theta'' + \frac{1}{r}\Theta' - \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\Theta = 0$ modified Bessel eq. → решения $I_1(r)$ и $K_1(r)$ - растут $r \to \infty$.
$\Theta_0(r) = \varepsilon I_1(r)$ - решение имеющее физ. $\forall D$, $\varepsilon \ll 1$. $I_1' = I_0 - \frac{1}{r} I_1$.

В Δ-норм. $E(\Theta) = \int dr\, r\left[(\Theta')^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\Theta - d(\Theta' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta)\right]$, n/m $\Theta \ll 1$

$e(\Theta) = \int dr\, r\left[(\Theta')^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\Theta^2 - d(\Theta' + \frac{1}{r}\Theta)\right]$, $\Theta_0' + \frac{1}{r}\Theta_0 = \varepsilon\left[I_1' + \frac{1}{r}I_1\right] = \varepsilon I_0(r)$

$e(\Theta_0) = \int dr\, r\left[\varepsilon^2 (I_1')^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\varepsilon^2 I_1^2 - d\varepsilon I_0(r)\right]$, $I_1'^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) I_1^2 = \left(I_0 - \frac{1}{r} I_1\right)^2 +$
$+ \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) I_1^2 = I_0^2 - \frac{2}{r} I_0 I_1 + \frac{1}{r^2} I_1^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) I_1^2$, $a > 0$.

$e(\Theta_0) = a\varepsilon^2 - d\delta\varepsilon$, $\frac{\partial e}{\partial \varepsilon} = 2a\varepsilon - d\delta$, $\varepsilon_0 = d\frac{\delta}{2a} \neq 0$ n/m $d \neq 0$, $e(\Theta_0) = a\frac{d^2\delta^2}{4a^2} - d\delta\frac{d\delta}{2a} =$
$= -\frac{1}{4}\frac{d^2\delta^2}{a} < 0$, $E(1SD) = 0$. $e(Sk, \Theta_0) < e(1SD)$ всегда? Wd?

Paper: в послан MagIC - Secondment contract to O. Bubel, KPI.

24/III Получил приг. invited talk Skyrmion Conf., Santa Fe, USA, Aug. 2017 - отклонил.
E-mail to O. Bubel asm. trip San Sebastian. С А. Бельковым, Монтан, Al Campo, Quarkdun.
Беседа с Гласс о Simul. MPD - Sk by Aurelio / on absence n/физ.смысла. Работа в саду.
и его visit Sol-SkyMag-2017 (Karaiv) / MS no artificial skyrmions, negative exp. + argon Addendum
→ Решение INTERMAG - Navau до Apr. 3 и APL-Dai до Apr. 5, PRL-Vortex?

25/III E-mails Aurelio, Lena T. Bubel и Moulian.

Skyrmion radius y stability in cyl. dot

Note: текст работы Sk-stability 23/III неверна, $\Theta \ll 1$ (small Θ) приближение не описывает Skyrmion, а лишь исследуем ideal 1SD $\Theta = 0$ из-за DMI.
Skyrmions надо расс. в large-$\Theta(\beta)$ приближении, $0 \leq \Theta \leq \pi$. $\beta = r/\Delta$ норм.

$\Theta'' + \frac{1}{r}\Theta' = \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta\cos\Theta + \frac{d}{r}\sin^2\Theta \xrightarrow{\text{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{-f}} f'' + \frac{1}{r}f' - \text{th}f(f')^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\text{th}f + \frac{d}{r}\frac{1}{\text{ch}f} = 0$

- 1) $r = \beta/\Delta \gg 1$, $f'' + \text{th}f\left[1 - (f')^2\right] = 0$ имеет реш. $f(r) = r - r_c$, $\text{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{-(r - r_c)}$ DW ansatz
- 2) $\Theta \ll 1$, $f \gg 1$, $\text{th}f = 1$, $\frac{1}{\text{ch}f} \to 0$, $f'' + \frac{1}{r}f' - (f')^2 + \frac{1}{r^2} + 1 = 0$, ищем через $\Theta \to$ даст Bessel eq.
- 3) $r \to 0$, $\Theta'' + \frac{1}{r}\Theta' = \frac{1}{r^2}\sin\Theta\cos\Theta$, $\text{tg}\frac{\Theta}{2} = \left(\frac{r}{r_c}\right)^{-1}$, $f(r) = \ln(r/r_c) - $ BP solution.
$f \to -\infty$, $f'' + \frac{1}{r}f' + (f')^2 - 1 - \frac{1}{r^2} = 0$, $f' = \frac{1}{r}$, $f'' = -\frac{1}{r^2}$. $-\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2} - 1 = 0$

Из всех предельных случаев, $r \gg 1$, $r \to 0$, $\Theta \ll 1$ - выходит DMI-член.

Ivanov JMMM 90 (oo-film, easy axis): $R_c \sim \frac{D}{K}$, у меня в lin. $\Theta(\beta)$ model $R_c = \frac{1}{(Q-1)}\frac{D}{4M_s^2}$
$Q - 1 \to Q = K/2\pi M_s^2$ (без минимизации), $R_c^{Ivan} = \frac{D}{\frac{K}{2\pi M_s^2} 4M_s^2} = \frac{\pi}{2}\frac{D}{K}$, что хорошо
согласуется с оценкой Ivanov 90, сделанной в BP-model. 18/IV и 16/X за в BP model и $c_0 \ll 1$ получим eq. для equil. Sk-radius $c = R_c/R$ - dot

$-c\ln c = \frac{d}{4\tau(Q-1)}$, $\tau = R/l_{ex}$ - reduced dot radius. $-c\ln c = x$ имеет max корень $c_m = 0.343$
при $x = 0.367$. $c_0(x)$ немонотонно растет с x.

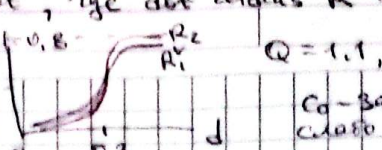
Linear $\Theta(\beta)$-model дает $c = \frac{R_c}{R} = \frac{D}{(Q-1)}\frac{1}{R}\frac{1}{4M_s^2} = \frac{D l_{ex}}{A(Q-1)}\frac{A}{l_{ex}}\frac{1}{M_s^2}\frac{1}{4R} = \frac{d}{(Q-1)}\frac{\pi}{2}\frac{1}{\tau}$, $\tau = R/l_{ex}$,
$c(d) \sim d$ для $\forall d$ в lin$\Theta(\beta)$ model. Whereas, numer. точные n/m $\tau \gg 1$, $c \ll 1$ BP model дает
ограниченный/рост $c(d)$ с $d\uparrow$, $c_m < 0.84$. Видимо точная model n/m $c \sim 0.5 - 1$ дает
насыщение $c(d)$ с $d\uparrow$, типа Simulated Rohart'13, где $c \neq f(R)$
Lin. $\Theta(\beta)$ model не дает насыщение $c(d)$ и $c \sim 1/R$, что невозможно n/m больших d.

Точная BP-eq. Ivanov 90 $R_0 \ln(2.4\frac{R_0}{\Delta}) 4\pi = \Delta\lambda$, $4\pi R_0 \ln(2.4\frac{R_0}{\Delta}) = \frac{2D}{K}$, $\frac{R_0}{\Delta}\ln(2.4\frac{R_0}{\Delta}) = \frac{1}{2\pi(Q-1)}\frac{d}{\Delta}$ l_{ex}

Escaneado con CamScanner

аналогично BP-eq. Здесь $c_0 = R_c/R$ (Core 1) в dot, где dot задан $R \to \Delta = \sqrt{A/\pi}$.

// Проведены численно $c_0(d)$ при $R = 5k - 10k$ nm. Co



file "Neel_Skyrm_Thick_dot_1.mcd"

$c_0(d)$ имеет т. перегиба на "m/3" начала MPD и насыщается в "5a" зоне.

// Linear $\theta(\beta)$-model $\Rightarrow c_0(d) = \frac{\pi}{2}\frac{1}{(R+1)}\frac{d}{2} \sim \frac{d}{R}$ качественно похожа для больших и средних d. Может быть верна лишь при $d \gg 0$ (но тогда работает BP model).

(26/III) Перечисление Finocchio $R_c(T)$ - Sk MS gfile PRL. Работа в саду. Бинт.

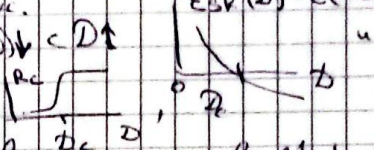
(27/III) Перечет. Finocchio $R_c(T)$ - Sk gfile PRL. Сл. в bike "Carrefour". Работа в саду. Emailes to Aurelio с Sk - stability simulations.

(28/III) Л. звонила в укр. консульство, паспорта не привезли, сказ. что 11/V. Забронировала на новые биометрич. паспорта (дор-ти + 100 €/person). Лена Т. прислала $\Omega_G(L)$ paper thick dot. Julian - Grupos Consolidados 17-18: 28 k€ на бюджет. Aurelio Sk-MPD sim подписал 2 inv. bill. у Julian, оплатили 2400 conf. fee SkyMag - Paris 20/23 Apr. Sk-rumbo papers review. Реценз. Wolf PRL и Nature - IEEE TM Submit. Aurelio прислал report MPD - Skyrmions. Comments Small-Vortex MS → Maite.

(29/III) Review Dai - DoubleVortex APL. Tickets to Poznan search.

Sk - radius

Написание $R_c(T)$ - Sk MS Finocchio/новая Ox.



Sk - stable state at large D из-за $\varepsilon_{Sk}(D) \downarrow$ с $D \uparrow$ и при $D > D_c$. $R_c(D)$ резко растет при $D \gtrsim D_c$ поэтому R_c велик, $R_c/R \simeq 0.6 - 0.8$.

Simulations Robert 13 и мои предыдущие вычисления в Sheka-группе дают $R_c(D)$ через функцию D отн. т. D_c. $R_c(D) = R_c(D_c) + R_c^* \text{th}\left(\frac{D - D_c}{D_c}\right)$, откуда $c(D) = c(D_c) + c_* \text{th}\left(\frac{D - D_c}{D_c}\right)$, Equil. Sk size

где $c_* = c(D_c)$ и дальше. $c(D) = c(D_c)\left[1 + \text{th}\left(\frac{D - D_c}{D_c}\right)\right]$, $c(D \to \infty) = 2c(D_c)$. Итого $c(d) = c(d_c)\left[1 + \text{th}\left(\frac{d - d_c}{d_c}\right)\right]$

Math дает без $c(d)$ и только для разных R - коррелируют с ним одним d_c ($d = d_c$) и $c R \uparrow$ $c(d)$ идет немного круче. Надо $d_c(R)$ сразу надать с $R \uparrow$. $c = R_c/R$.

$d = D_{ex}/A$ - dimensionless. Для MPD in Q-d units. $Q = K_u/2\pi M_s^2 > 1$.

$$e[\theta] = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} E[\theta] = \int_0^1 d\rho\,\rho \left[\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)^2 \left\{ (\theta'_\rho)^2 + \frac{1}{\rho^2}\sin^2\theta \right\} + d\left(\frac{l_D}{R}\right)\left\{ \theta'_\rho + \frac{1}{\rho}\sin\theta\cos\theta \right\} + Q\sin^2\theta \right], \quad \rho \text{ в eq. } R, \; c = R_c/R.$$

$(\theta'_\rho)^2$ и $\sin^2\theta(\rho)$ имеют особенности при $\rho \approx c$. Тогда $(\theta')^2 \approx \frac{1}{\rho^2}\sin^2\theta$

$$e[\theta] \approx \int_{\rho \approx c} d\rho\,\rho \left[\frac{l_{ex}^2}{R^2}\frac{2}{c^2}\sin^2\theta + d\frac{l_D}{R}\frac{1}{c}\sin\theta + Q\sin^2\theta \right]$$

$$e[\theta] = 2\frac{l_{ex}^2}{R^2}\frac{1}{c^2}J_1 + d\frac{l_D}{R}\frac{1}{c}J_2 + QJ_1, \quad \frac{\partial e}{\partial c} = -4\frac{l_{ex}^2}{R^2}J_1\frac{1}{c^3} - d\frac{l_D}{R}\frac{1}{c^2}J_2 = 0, \quad J_1, J_2 > 0, d \to -d$$

$$-4\frac{l_{ex}^2}{R^2}J_1 + d\frac{l_D}{R}J_2 c = 0, \quad c_0 = 4\frac{l_{ex}}{R}\frac{J_1}{J_2 d}, \text{ так много, } c_0 \sim 1/d. \text{ Должно } c_0 \text{ и } d, \text{ расчет } d\uparrow.$$

(30/III) Встреча с Julian: много кто conf. жилье в Carmelo для visitors. Summer в Poznan. E-mails to Mailian, Vovk, Maciej, Onc. и Бурда. С Л. в bike "Olaberria".

(31/III) Ответы Referees PRB/Aranda-MPD, e-mails to Bassel и Poznan, invoice PM'17, переписка Л. 3/пн. March 700.00 € и conf. сбор. 282 €. С Л. в "Campo" Diertzun.

(1/IV) Написание Replies Referees PRB/Aranda, посылка file co-авторам.

Subm.: PRB/Aranda, Sci. Rep./Alies, JMMM/Garcera // Rebecca: Small dots/Maite, Jerome D. Loss - Sk-mass и Rossi. Sk - $R_c(T)$ Finocchio.

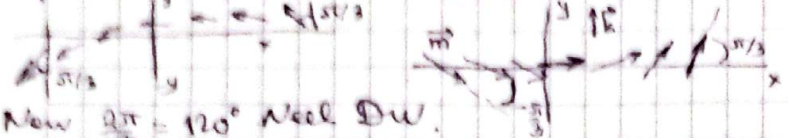
(2/IV) Отказ в Aranburu" 10×27.85 = 278.5 € за 10 пос. перепис. 10. 3/пн 300 € Inv. 2017. Написан и subm. negative report on Wolf-PRL Vort. Ф-ла N-vacancy в Nature.

(3/IV) E-mails to Julian (lecture PM'17) и A. Martinez (organica new grant), Бурда о Пасхе с Л. в Bilbao, meeting "10 years Ikerbasque", trips Poznan - Riedrusko.

(4/IV) Встреча с Julian: новое зарплат. на PM'17 - Poznan и нужн. invoice conf. fee. J. звонил в Vicerectorado и узнал Organica new MINECO-project. С Л. и А. в "L. Merlin" и "ARcampo" Diertzun. Оказан акцизный мегор, купили новый и забыли от него. Нужен invoice HMM'17 Barcelona. Maite Submitted "large Vort." MS to Nanoscale.

5/IV SW localized in Neel DW Работа в/ред. рассмотрена спектр колебаний DW - string in triangular vortex dot, dispersion, binding

22/III - 3/IV 2011 я нашел SW eigenfrequencies of 180° Neel wall, publ. in PRB 2011 без вывода. Dy - вдоль DW-string. Ox ⊥ DW-plane yOz



Now $\frac{2\pi}{3}$ = 120° Neel DW.

Δ-dot при H=0 (ground state) есть и при 120° Neel DW, сформир. магнитостатическими полями m ∥ Sing. Ansatz $\vec{m}(x,y,t) = \vec{m}[x - q(y,t)]$, $q(y,t) \sim e^{i(ky-\omega t)}$ описывает DW-shape oscillat $\vec{m}(\theta,\Phi)$, $\Phi(x,y,t) = \Phi_0(x) + \varphi(x,y,t)$, $\varphi(x,y,t) = -\Phi_0' q(y,t) \ll 1$ - SW. $\theta = \theta_0 + \varepsilon\varepsilon$ $\theta_0 = \pi/2$. $\varepsilon\varepsilon = \varepsilon(x,y,t)$. Поперечный element size ∥ Ox есть w, и $L/w \ll 1$ thin dot.

24/III 11г. нашли спектр DW $\omega^2(k) = \gamma^2 \frac{4\pi M_s}{\langle\Phi_0'\rangle_x}\left[f_1 - M_s\Gamma(k)\right]$ в магнитостат. приближении.

$f_1 = \langle\cos\Phi_0\Phi_0' H_0^x\rangle_x$, $\langle\dots\rangle_x = \frac{1}{w}\int dx(\dots)$. $\Gamma(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dy\, \Gamma(y) e^{-iky}$, $y = |y-y'|$, где

$\Gamma(yy') = \Gamma_{ss} - \Gamma_{sc} - \Gamma_{cs} + \Gamma_{cc}$, see 24/III 11г.

$\Phi_0(x)$ - нечет. $\sin\Phi_0(x)$ - нечет., $\cos\Phi_0(x)$ - чет., Γ_{cc} имеет главную роль, но Γ_{ss} важна при $k \to 0$

24-27/III показано, что $\Gamma_{sc} + \Gamma_{cs} = 0$. Параметры $p = \frac{L}{\delta}$, $\beta = \frac{L}{R}$, где δ - DW width, L - dot thickness, R - typical in-plane string length (введено для асимптот).

$\frac{(a/2)}{R} = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $R = \frac{1}{\sqrt{3}}a$, a - сторона треугольника. $k = k_y = x$.

$\alpha = \frac{1}{2}w/\delta$. $\boxed{\frac{\omega^2(x)}{\omega_M^2} = \frac{4}{\pi}e^{-\alpha} + \frac{2}{p}\int_0^\infty \frac{dk\,k}{\mathrm{sh}(\pi k)}\left[\frac{1}{k}\left(1 - e^{-pk}\right) + \frac{1}{\sqrt{x^2+k^2}}\left(e^{-\sqrt{x^2+k^2}\,p} - 1\right)\right]}$

Также изуч. колебания Neel-DW (180°) - получена 3/IV 2011г., $x =$ $\omega_n = \omega(x_n)$, $x_n = \frac{1}{2}(2n-1)\pi\frac{\delta}{R}$ или $x_n = n\pi(\delta/R)$ в зависимости от b. conditions в месте закрепления DW-string.

В PRB'2011 - Double Vortex dot брали b. conditions $q(0) = q(w) = 0$, $\frac{\partial q}{\partial y}\Big|_R = 0$, $x_n = \frac{(2n-1)}{2}\frac{\delta}{R}$ точка $y = R$ - position half-antivortex (AV). $q(R) = 0$, $\frac{\partial q}{\partial y}\Big|_R \neq 0$, $x_n = \pi n\frac{\delta}{R}$

$q(y) \sim \sin(x\frac{y}{\delta})$, $q(R) = 0$ при $x\frac{R}{\delta} = n\pi$, $\partial q/\partial y \sim \cos(x\frac{y}{\delta}) = 0$, $x\frac{R}{\delta} = \frac{1}{2}(2n-1)\pi$.

$q(y,t) = \varepsilon e^{i(ky-\omega t)}$, $k \to x/\delta$ и СФ $\sin(ky)$, $\cos(ky)$.

Второй член в $\omega^2(x) \to 0$ при $x = ky\delta \to 0$, дает фар. $e^{-\alpha}$ из-за конечности dot in-plane size дает $\omega(x=0) \neq 0$.

В PRB'2011 был фан DW-profile $\cos\Phi_0(x) = \frac{1}{\mathrm{ch}\frac{x}{\delta}}$, $\sin\Phi_0(x) = \mathrm{th}\frac{x}{\delta}$, $\Phi_0'(x) = \frac{1}{\delta}\frac{1}{\mathrm{ch}\,x/\delta}$.

(27/III 11г.) $\langle\Phi_0'\rangle_x = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{\delta}\frac{1}{\mathrm{ch}\,x/\delta} = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dz}{\mathrm{ch}z} = \pi$, что важно в $\omega(x)$.

Для Δ-dot $\Phi_0(\pm\infty) = \pm\pi/3$ $\sin\Phi_0(\pm\infty) = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\Phi_0(\pm\infty) = \frac{1}{2}$. $\sin\Phi_0 = a\,\mathrm{th}\,x$, $\cos\Phi_0 = b\frac{1}{\mathrm{ch}\,x}$ -?

$a^2\mathrm{th}^2 x + b^2\frac{1}{\mathrm{ch}^2 x} = \left|\mathrm{th}^2 x + \frac{1}{\mathrm{ch}^2 x} = 1\right| = a^2\mathrm{th}^2 x + b^2(\mathrm{th}^2 x - 1) = (a^2 - b^2)\mathrm{th}^2 x + b^2 = 1$, $a = b = 1$,

$\sin\left(\frac{3}{2}\Phi_0\right) = \mathrm{th}\frac{x}{\delta}$, $\frac{3}{2}\Phi_0(\pm\infty) = \pm\frac{\pi}{2}$, $\Phi_0(\pm\infty) = \pm\frac{\pi}{3}$. $\cos\left(\frac{3}{2}\Phi_0\right) = 1/\mathrm{ch}(x/\delta)$.

$\cos\left(\frac{3}{2}\Phi_0\right)\Phi_0'\frac{3}{2} = \frac{1}{\mathrm{ch}^2\frac{x}{\delta}}\frac{1}{\delta}$, $\frac{3}{2}\Phi_0' = \frac{1}{\cos\left(\frac{3}{2}\Phi_0\right)}\frac{1}{\delta}\frac{1}{\mathrm{ch}^2\frac{x}{\delta}} = \frac{1}{\delta}\frac{1}{\mathrm{ch}\frac{x}{\delta}}$, $\Phi_0'(x) = \frac{2}{3}\frac{1}{\delta}\frac{1}{\mathrm{ch}\frac{x}{\delta}}$

$\langle\Phi_0'\rangle_x = \frac{2}{3}\frac{1}{\delta}\int_{-w/2}^{w/2}\frac{dx}{\mathrm{ch}\frac{x}{\delta}} = \frac{2}{3}\int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{dz}{\mathrm{ch}z} = \frac{2}{3}\pi$ при $\alpha = (w/2\delta) \gg 1$. Искажение $\sim e^{-\alpha}$.

$\omega^2(x) \sim \frac{1}{\langle\Phi_0'\rangle_x}\left[f_1 - \Gamma_{ss}\right]$, интегралы f_1 и Γ_{ss} содержат $\Phi_0'(x)$.

120° DW: $\frac{\Phi_0'}{\langle\Phi_0'\rangle_x} = \frac{2}{3}\frac{1}{\delta}\frac{1}{\mathrm{ch}\frac{x}{\delta}}\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\pi\right)} = \frac{1}{\pi\delta}\frac{1}{\mathrm{ch}\frac{x}{\delta}}$ - такое же как для 180° DW.

но в определении f_1 и Γ_{ss} стоят $\cos\Phi_0$, $\sin\Phi_0$ из-за УД с $\vec{M}_0 = M_s[\hat{x}\cos\Phi_0 + \hat{y}\sin\Phi_0]$

$\Gamma_{ss}(k) = \int dy' e^{-ik(y-y')}\int\frac{dx\,dx'}{w}\sin\Phi_0(x)\sin\Phi_0(x')\Phi_0'(x')G_{xx}(xx',yy') =$

$= \frac{1}{w}\int dx\int dx'\sin\Phi_0(x)\sin\Phi_0(x')\Phi_0'(x')G_{xx}(xx',k)$, $G_{xx}(xx'k) = -4\pi\delta(x-x') -$ ∞-stripe app

$-\frac{4}{L}\left[K_0\left(k\sqrt{(x-x')^2+L^2}\right) - K_0(k|x-x'|)\right]$

$\tilde{\Gamma}_{ss}(x) = \frac{4}{p}\int dx\,dx'\sin\Phi_0(x)\sin\Phi_0(x')\Phi_0'(x)\left[K_0(x|x-x'|) - K_0\left(x\sqrt{(x-x')^2+p^2}\right)\right]$, $x = ks$, $x \to x/\delta$, $p = L/\delta$.

и только если $\sin\Phi_0(x) = \mathrm{th}\,x$, $\Phi_0'(x) = 1/\mathrm{ch}\,x$ здесь, то получим $\tilde{\Gamma}(x)$ расчета 3/IV 2011 как в PRB'11. до 120°-DW $\sin\left(\frac{3}{2}\Phi_0\right) = \mathrm{th}\,x$

Escaneado con CamScanner

$x - x' = \xi$, $\sin\Phi_0(x) = s(x)$, $\Gamma_{ss}(x) = \frac{4}{p}\int dx \int d\xi\, s(x)s(x-\xi)\Phi_0'(x)\left[K_0(x|\xi|) - K_0\left(\sqrt{\xi^2+p^2}\,x\right)\right]$

$s/\sqrt{w}$ и т. д., а также использовали $s(x) = \text{th}\,x$ и $\int dx(\dots)$ брали аналитически.

$s(x-\xi) \approx s(x) - s'(x)\xi + \frac{1}{2}s''(x)\xi^2$, $\xi \ll 1$. Таким $\sim\xi$ не даст вклад в $\int d\xi(\dots)$,

Если $s(x-\xi) \to s(x)$, ξ^2 также пренебрежем. $\tilde\Gamma_{ss}(x) = \frac{4}{p}\int dx\, s^2(x)\Phi_0'(x)\int d\xi\left[K_0(x|\xi|) + K_0(\dots)\right]$

$\int dx\, s^2(x)\Phi_0'(x) = \int dx \sin^2\Phi_0 \frac{\partial\Phi_0}{\partial x} = \int_{-\pi/3}^{\pi/3} d\Phi_0 \sin^2\Phi_0 = \frac{1}{2}\int d\Phi(1-\cos 2\Phi) = \frac{1}{2}\Phi\Big|_{-\pi/3}^{\pi/3} -$

$- \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin 2\Phi\Big|_{-\pi/3}^{\pi/3} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) - \frac{1}{4}\left[\sin\frac{2\pi}{3} - \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right] = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{4}\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{4}\sqrt{3}$.

$J(x) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi\left[K_0(x|\xi|) - K_0\left(x\sqrt{\xi^2+p^2}\right)\right] = \int d\xi \int_0^\infty dk \cos k\xi \left[1 - e^{-p\sqrt{x^2+k^2}}\right] =$

$= \left|\begin{matrix}\xi \text{ от } x - x' = \frac{w}{2} - \left(-\frac{w}{2}\right) = w \\ \text{до } \frac{w}{2} - \left(-\frac{w}{2}\right) = w\end{matrix}\right| = \int dk\,[\dots]\frac{1}{k}\sin k\xi\Big|_{-w}^{w} = 2\int_0^\infty dk \frac{\sin kw}{k}\left[1 - e^{-p\sqrt{x^2+k^2}}\right]$

$\tilde\Gamma_{ss}(x) \approx \frac{4}{p}\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)J(x)$, $J(x) = 2\int_0^\infty dk \frac{\sin 2kd}{k}\frac{\left[1 - e^{-p\sqrt{x^2+k^2}}\right]}{\sqrt{x^2+k^2}}$, $d = \frac{1}{2}\frac{w}{\delta}$.

$J(0) = 2\int_0^\infty \frac{dk}{k^2}\sin 2kd\left(1 - e^{-pk}\right)$ — сходится.

$f_1 = \frac{1}{w}\int dx dx' \cos\Phi_0(x)\cos\Phi_0(x')\Phi_0'(x) G_{xx}(xx', x=0)$, $G_{xx}(xx', x=0) = -4\pi\delta(x-x') - \frac{2}{L}\ln\left(\frac{\Delta x^2}{\Delta x^2 + L^2}\right)$

$\frac{1}{w}\int dx dx' \cos\Phi(x)\cos\Phi(x')\Phi_x'(x)\overset{\delta(x-x')}{\sim} \frac{1}{w}\int dx \cos^2\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial x}$, $\left(\frac{dx dx'}{w}\sin\Phi(x)\sin\Phi(x')\Phi_x'\delta(x-x') = \int\frac{dx}{w}\sin^2\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right.$

$f_1 - \Gamma_{ss}(x)$ (член с $\delta(x-x')$) $= -4\pi\int\frac{dx}{w}\cos^2\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial x} + 4\pi\int\frac{dx}{w}\sin^2\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial x} =$

$= -4\pi\int d\Phi\cos 2\Phi = (-4\pi)\frac{1}{2}\sin 2\Phi_0\Big|_{-\pi/3}^{\pi/3} = (-4\pi)\sin\frac{2\pi}{3} = -4\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$.

f_1 (член без $\delta(x-x')$) $= \frac{2}{p}\int dx dx' \cos\Phi_0(x)\cos\Phi_0(x')\Phi_0'\ln\left[\frac{(x-x')^2+p^2}{(x-x')^2}\right]$, $\cos\Phi_0(x) = c(x)$

f_1 (без $\delta(x-x')$) $= \frac{2}{p}\int dx\int d\xi\, c(x)c(x-\xi)\Phi_0'(x)\ln\left(\frac{\xi^2+p^2}{\xi^2}\right)$, применим $\xi=0$ аппроксим. как в $\Gamma_{ss}(x)$.

$c(x-\xi) \approx c(x) + O(\xi^2)$, $\int dx\, c^2(x)\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \int d\Phi\cos 2\Phi = \frac{1}{2}\int_{-\pi/3}^{\pi/3} d\Phi(1+\cos 2\Phi) = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{4}\sqrt{3}$.

$K_0(z) \underset{z\to 0}{=} -\mathbb{C} - \ln\frac{z}{2}$, $\left[K_0(x|\xi|) - K_0\left(x\sqrt{\xi^2+p^2}\right)\right] \underset{x\to 0}{=} \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\xi^2+p^2}{\xi^2}\right)$.

$\int d\xi \ln\left(\frac{\xi^2+p^2}{\xi^2}\right) = 2\int d\xi\left[K_0(x|\xi|) - K_0(x\sqrt{\dots})\right] \underset{x\to 0}{=} 2J(x=0)$.

$\omega^2(x) = \frac{\omega_M^2}{4\pi\langle\Phi_0'\rangle_x}\left[f_1 - \Gamma_{ss}(x)\right] = \frac{\omega_M^2}{4\pi\langle\Phi_0'\rangle_x}\left[-2\pi\sqrt{3} + \frac{2}{p}\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)\cdot 2J(0) - \frac{4}{p}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)J(x)\right]$

Гр.-Р. 6.596 $\int_0^\infty dx\, x^{2\mu+1}K_0\left(\alpha\sqrt{x^2+z^2}\right) = \frac{2^\mu\Gamma(\mu+1)}{\alpha^{\mu+1}z^{-\mu-1}}K_{-\mu-1}(\alpha z)$, $\alpha>0$, $\text{Re}\,\mu > -1$.

$J(x) = 2\int_0^\infty d\xi\left[K_0(x\xi) - K_0\left(x\sqrt{\xi^2+p^2}\right)\right] = 2\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{x}}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\left[z^{3/2}K_{-\frac{3}{2}}(xz)\right]_p^0$, $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

$K_\nu(z) = \frac{1}{2}i\pi e^{i\nu\pi/2}H_0^{(1)}\left(ze^{i\pi/2}\right) = \frac{1}{2}i\pi e^{i\nu\pi/2}\left[J_\nu(ze^{i\pi/2}) + iY_\nu(ze^{i\pi/2})\right]$

$J_{-3/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left(-\sin z - \frac{1}{z}\cos z\right)$, $J_{-\frac{3}{2}}(ze^{i\pi/2}) = J_{-\frac{3}{2}}(iz) = -\sqrt{\frac{2}{\pi iz}}\left[\sin(iz) + \frac{1}{iz}\cos iz\right] =$

$= -\sqrt{\frac{2}{\pi iz}}\left[i\,\text{sh}\,z + \frac{1}{iz}\text{ch}\,z\right] = -\sqrt{\frac{2}{\pi iz}}i\left[\text{sh}\,z - \frac{1}{z}\text{ch}\,z\right]$, $Y_{-\frac{3}{2}}(z) = (-1)\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left(\frac{\sin iz}{z} - \cos z\right)$

$Y_{-\frac{3}{2}}(iz) = (-1)\sqrt{\frac{2}{\pi iz}}\left(\frac{\sin(iz)}{iz} - \cos(iz)\right) = -\sqrt{\frac{2}{\pi iz}}\left[\frac{\text{sh}\,z}{z} - \text{ch}\,z\right]$

$K_{-\frac{3}{2}}(z) = \frac{1}{2}i\pi e^{i3\pi/4}\left[J_{-\frac{3}{2}}(iz) + iY_{-\frac{3}{2}}(iz)\right] = \frac{1}{2}i\pi e^{-i3\pi/4}(-1)\sqrt{\frac{2}{\pi iz}}\left[i\left(\text{sh}\,z - \frac{\text{ch}\,z}{z}\right) + i\left(\frac{\text{sh}\,z}{z} - \text{ch}\,z\right)\right] =$

$= \frac{1}{2}\pi e^{-3i\pi/4}\sqrt{\frac{2}{\pi iz}}\left[\left(1+\frac{1}{z}\right)\text{sh}\,z - \left(1+\frac{1}{z}\right)\text{ch}\,z\right] = \frac{1}{2}\pi(-1)\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left(1+\frac{1}{z}\right)(-1)e^{-z}$

$K_{-\frac{3}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sqrt{z}}\left(1+\frac{1}{z}\right)e^{-z}$, $J(x) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}\sqrt{\pi}\left[z^{3/2}K_{-\frac{3}{2}}(xz)\right]_p^0 = \frac{\pi}{\sqrt{x}}\left[(z+1)e^{-z}\right]_p^0$ — не

$2\int_0^\infty d\xi K_0(x\xi) = 2\frac{\pi}{2x} = \frac{\pi}{x}$, а у нас $2\sqrt{x}\,\xi K_{-3/2}(\xi)$ имеет $\frac{\pi}{\sqrt{x}}$, что сходится

$K_{-\frac{3}{2}}(xz) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sqrt{xz}}\left(1+\frac{1}{xz}\right)e^{-xz} \to J(x) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{x}}\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{z}{\sqrt{x}}\left(1+\frac{1}{xz}\right)e^{-xz}\right]_p^0 = \frac{\pi}{x}\left(z+\frac{1}{x}\right)e^{-xz}\Big|_p^0$

сходится в $J(x)$. Надо $\mu = -\frac{1}{2}$, $J(x) = 2\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{x}}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\left[z\sqrt{z}K_{-\frac{1}{2}}(xz)\right]_p^0$, сначала не то

$J(x) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}\sqrt{\pi}\left[z^{1/2}\sqrt{\frac{\pi}{2xz}}e^{-xz}\right]_p^0 = \frac{\pi}{x}e^{-xz}\Big|_p^0 = \frac{\pi}{x}\left(1 - e^{-px}\right)$, $J(0) = \pi p$, $K_{\pm\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}}e^{-z}$

$\omega^2(x) = \frac{\omega_M^2}{4\pi\langle\Phi_0'\rangle_x}\left[-2\pi\sqrt{3} + \frac{4}{p}\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)\pi p - \frac{4}{p}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)\frac{\pi}{x}\left(1 - e^{-px}\right)\right]$, $\langle\Phi_0'\rangle = \frac{2}{3}\pi$

Escaneado con CamScanner

$\omega^2(k) = \omega_M^2 \frac{1}{\sin(\frac{1}{2}\pi)} \pi \left(\frac{1}{2}\pi - f_0\right) f(p\pi) = \omega_M^2 \frac{1}{2}\left(1 - \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right) f(p\pi)$

$\omega_M^2(\pi) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right) f(p\pi)$, $f(x) = 1 - \frac{1}{\pi}(1 - e^{-x})$

$f(0) = 0$, $V^+ + V^- = 0$, $b_{xy} = 0$. Bo-ce dense frequency $\beta\omega p = O(e^{-w/k_B T})$

$\mathbf{k} = b_x \mathbf{b}_x + b_y \mathbf{b}_y$, $\mathbf{b}_x$ - dual alone vectors // dual spacing, $b_{xy} = n\pi$

$\mathbf{b}_x$ - dual width, $\omega_M^2 = (N/2\pi M_S^2)$. Δ - side of the

Dimer law - wrong + β = $k_n = n\pi\beta$ ... $\omega_n = \frac{1}{2}(2n-1)\frac{\pi}{\beta} = \delta$ B zabuchmoscu

Area Δ dot $b = \sqrt{3}a$, a - carbon-carbon, $p = 1/\delta \leq 1$

$p\pi = \frac{1}{\delta}\pi\beta = \pi(L/R)$, $R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1.42\text{nm}}{1.1} = 600\text{nm}$, $L = 50\text{nm}$, $\frac{L}{R} \leq 0.1$

For $p\pi = 1$, $f(p\pi) = \frac{1}{2}p\pi$ i $\omega^2(\pi) = \omega_M^2 \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right)p\pi \approx 0.91\, p\pi$

Dane $n+1$ mode $p\pi_n = \frac{1}{R}n\pi\beta = \pi\frac{L}{R}$, L to 100 nm, $p\pi_n = \pi\frac{60\text{nm}}{600\text{nm}} = 0.1\pi$

$\omega(\pi_n) = \omega_M\sqrt{0.91 + 1}\pi_n = \omega_M\sqrt{0.91 \cdot 0.1\pi} = 0.11\,\omega_M$, $\omega(\pi)/2\pi = 0.11 \cdot 56\,\text{GHz} = 6\,\text{GHz}$

(6/II) Pomysł w Bańcie" Conf. Lec PM'2017 (1000 PLN + 400 €) w angielskim zaakceptowane to Patri. Długie pobyt Lecture HMM'17 Barcelona (3300 €). Bilet + zwrot z Wyjazd - Gorzów, Gorzów Wielkopolski Urszula C.N. Bilet Olaberia, ubezp. + wydatki.

(7/II) Obliczenia + Ove. Sk-MPD MS referencje + Sk-szer MS + Finocchio. Hamiltonian MS $R_c(T)$ Finocchio. Aurelio wysłanie Sch. - MPD gdzie $R = 125\,\text{nm}$. // mail Haiwen (cc)

(8/II) Latwe Sk-papers:

(1) S.D. Pollard et al. APL Cond. B, 117701 (2017): imaging Neel-Sk in vdW film $(Co/Pd)_5$ by Lorentz TEM. Uniaxial 2D Co-Co interlayer coupling exchange (Heisen (and new)) by Bloch Skyrmion stabilized in ferromagnetic B. $Q = 1.5$. Skyrmion stabilized $T = 2.0 \pm 0.3\,\text{mJ/m}^2$. Simul. $R_c(2) \sqrt{\frac{100\,\text{nm}}{2}} \cdot 2$

(2) Z. Li et al. JMMM 423 (2017) p 216: single Skyrmion dyn. simulation in CoFeB dot $R = 15$-$100\,\text{nm}$. $Z_B(?)$ GM, applying recovery ω_G-cw region $< R$ B $= 0$ when $R = 35\,\text{nm}$. $\omega_{max}(R)$ region $< R$, recommended. ω_G-ccw region $< R$?, recommended when $R = 35\,\text{nm}$. ω_G-ccw $(2\pi \times 50\,\text{GHz}(?)$. Sk two Skyrmions repulsive B mw-field na ω_G-ccw, no $H_0^- = 1.0$-$1.5\,\text{kOe}$ gwałt. Bad two groups, można repulsive obserwować i rozwiązać H_0.

(3) C. Psaroudaki et al. PRB submit. Arxiv 1612.01825 (22.12.2016): Skyrmion-boson. Skyrmion-tape $N_V(T)$ wiązanie/przekierowanie na SW-scattering chaotyczne at finite T. $N_V(T=0) \neq 0$ na tapie. Translation symmetry, $N_V(T=0)$ nieskończ. unspecified conserv. nośnik, warunki a wprowadzenie w vortex mass when $T=0$ B Gus'PRB'10 + Gus'Sci. Rep.'15 Exp. bilinear Skyrmion-SW interaction term Dzyaloshinskii-Moriya.

(9/II) Edited + sent to Duc Sk-size $R_c(T)$ MS draft + Finocchio gave PRL (?). Prepared and sent to Maciej Abstract of my Skyrmion talk in Poznań school. Cancelled poster González Skyrmag-Annis.

(10/II) Zamówienie dwóch gier z autorem Roberto (Madrid). Repetycja z Bykov, Mermin, Nonlinear Sigma-fun of Topologies na wizji MagIC of A. Danielewicz - corrections sea Sept.-Oct. // CN. "Lille" "carrefour" Olaberia

(11/II) Revision Sk-MPD Aranzazu Paper + collect References // Sk-book. Ocena na 10-B May.

(12/II) E-mails to Bussel, Maciek os. exp. & cheeks B €. Horizon Bussel, Maciek secondments to Iceland. Edited Sk-MPD MS + wysłane to Fert + Ocana.

(13/II) Revised Sk-MPD Aranzazu MS + re-submit to PRB. E-mails Dominik + Maciek.

(14/II) Editing Sch-Skyrmag + program (Sk. chairs) + mailing list. Conf. (cc // A. 3 Hamburg & Kiel Hard, A.D., Nov.

(15/II) C.N. w Lille "Carrefour" "Lille" Olaberia.

→ Wiki: Matsubara frequency Green function $G(\tau) = -\langle T_\tau \psi(\tau)\psi^\dagger(0)\rangle$ $\tau = it$ imag. time

$G(\tau) = \frac{1}{\beta}\sum_{i\omega_n} G(i\omega_n)e^{i\omega_n\tau}$ - Fourier series on the imaginary time τ interval $[0, \beta]$

$G(\tau+\beta) = \eta G(\tau)$, $\eta = \pm 1$ for Bosonic field/fermionic field, $\omega_n = \frac{2n\pi}{\beta}$, $\omega_n = \frac{(2n+1)\pi}{\beta}$, $\beta = 1/k_B T$

Bosonic/fermionic frequencies. $G(i\omega) = \frac{1}{(i\omega - \varepsilon)}$ - coefficients. $G_\eta(\tau) = -e^{\varepsilon(\beta-\tau)}\frac{n_\eta(\varepsilon)}{\beta}$, $n_\eta(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon}+\eta}$

Escaneado con CamScanner

(16/IV) С Л.+10 в черновик Domestic ... Skyrmion mass at finite T через уравнение на SW'.

Разбор PRB - Psaroudaki + Skyrmion mass at finite T через уравнение на SW'.

$L = \frac{SN}{a^2}\int d^2\vec{r}\,(1-\cos\theta)\dot{\Phi} + N\int d^2\vec{r}\,F(\Phi,\cos\theta)$;; $Z = \int \mathcal{D}\pi\mathcal{D}\Phi\, e^{-S_E}$, $\pi = \cos\theta$

$S_E = \int_0^\beta d\tau\, \mathcal{L}$ ($\mathcal{L}$ - imaginary time Lagrangian $\tau = it$, $\beta = 1/k_B T$, $\hbar = 1$.

Dimensionless $\vec{r} = \frac{\vec{r}}{a}$, $\tau = t\varepsilon_A$, $\beta = \beta\varepsilon_A$, ε_A - charact. energy scale.

N - число спинов в ед. ячейки. $N \gg 1$ (classical limit [нет, $N=1,2,\dots$ тоже, но считаем в classical limit, с $\vec{M}(\vec{r},t)$]

Static stable solution $\vec{m}_0(\vec{r})$, $\vec{m}_0(\Theta_0,\Phi_0)$ в квазиклассике (classical limit), с $\vec{r} = (\vartheta,\varphi)$ polar coord

Collective skyrmion coordinate $\vec{R}(\tau)$: $\left\{\begin{array}{l}\pi(\vec{r},\tau) = \pi_0(\vec{r}-\vec{R}) + \eta(\vec{r}-\vec{R},\tau)\\ \Phi(\vec{r},\tau) = \Phi_0(\vec{r}-\vec{R}) + \xi(\vec{r}-\vec{R},\tau)\end{array}\right\}$ η,ξ - SW

Local Berry $\pi(\vec{r}),\Phi(\vec{r})$ - rigid model

Хорошо для ск. бабл, не очень для finite system (disk). Аналитика для SW это начинается от rigid skyrmion - проблемы очень для ск. бабл.

Надо для ск. $\Theta_0(\vec{r},\tau)$, $\Phi_0(\vec{r},\tau)$ на входе, а SW ищется $\Theta_0(\vec{r},\tau)$, $\Phi_0(\vec{r},\tau)$ background.

Psaroudaki (также есть 2 translation modes с $\omega=0$. Это не так, см. Shekhtman $\omega=0$ - хорошо для, но один из них с $m=+1$ ($k_x m=-1$) is translation, а второй - с $m=0$ есть breathing mode.

$\left\{\begin{array}{l}\delta\Theta = (\Theta_0+\ell\Theta) - \Theta_0 = \ell\Theta = \pi_0 + \eta,\ \eta = -\ell\sin\Theta_0\\ \Phi = \Phi_0 + \psi;\ \psi = \xi\end{array}\right\}$ $\xi\sin\Theta_0 + \frac{i}{\sin\Theta_0}\eta = \psi\sin\Theta_0 - i\ell$

Gus' Sc. Rep. '15: in moving frame $x'y'z'$ с ось $\parallel \vec{m}_0$, $\vec{m}_s' = (m_{sx}', m_{sy}', 0) = (\ell, \sin\Theta_0\psi, 0)$

$m_{s+}' = m_{sx}' + i m_{sy}' = \ell + i\sin\Theta_0\psi = i(\psi\sin\Theta_0 - i\ell)$, т.е. $m_+ \sim (\psi\sin\Theta_0 - i\ell)$ для SW в moving frame. Spinor $\chi = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\xi\sin\Theta_0 + i\eta/\sin\Theta_0\\ \xi\sin\Theta_0 - i\eta/\sin\Theta_0\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}m_+\\ m_-\end{pmatrix}$ для SW $\vec{m}_s$. $m_- = (m_+)^*$

Up to second order in χ (т.е. до m_s^2) $S_E = S_\ell + S_H + S_{int}$

$S_\ell = -iSN\int_0^\beta d\tau\int d\vec{r}\,(1-\pi_0)\nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec{R}}(\tau)$, $S = Sl^2$ - skyrmion (classical) part of action

$S_H = N\chi^+\cdot G\chi \sim m_s^2$ - SW part. $\chi^+\cdot G\chi = \int d\tau\,d\tau'\int d\vec{r}\left(d\vec{r}'\,\chi^*(\vec{r},\tau)G(\vec{r}\tau,\vec{r}'\tau')\right)\chi(\vec{r}',\tau')$

$G = S\partial_\tau\partial_\tau + \mathcal{H}$, $\mathcal{H} = \frac{(Ja)^2}{\varepsilon_A}\delta_\chi\delta_\chi F\big|_{\chi=0}$, $G(\vec{r}\tau,\vec{r}'\tau')$ magnon Green function.

$\frac{1}{N}S_{int} = \chi^+\cdot K\chi + \mathcal{J}^+\chi + \chi^+\mathcal{J}$, $K = -S\partial_\tau(\dot{\vec{R}}\cdot\vec{\Gamma})$, $\mathcal{J} = -S\partial_\tau(\dot{\vec{R}}\cdot\vec{f})$

$\vec{\Gamma} = \nabla - \partial_x\cot\Theta_0\nabla\Theta_0$, $f_i = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\sin\Theta_0\,\partial_i\Phi_0 - i\,\partial_i\Theta_0\\ \sin\Theta_0\,\partial_i\Phi_0 + i\,\partial_i\Theta_0\end{pmatrix}$, $i = x,y$

Явный вид $\chi^+\mathcal{J} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\xi\sin\Theta_0 + i\eta/\sin\Theta_0\\ \xi\sin\Theta_0 - i\eta/\sin\Theta_0\end{pmatrix}^+(-\tilde{S})\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\left[\dot{X}\begin{pmatrix}\sin\Theta_0\partial_x\Phi_0 - i\partial_x\Theta_0\\ \sin\Theta_0\partial_x\Phi_0 + i\partial_x\Theta_0\end{pmatrix} + \dot{Y}\begin{pmatrix}\sin\Theta_0\partial_y\Phi_0 - i\partial_y\Theta_0\\ \sin\Theta_0\partial_y\Phi_0 + i\partial_y\Theta_0\end{pmatrix}\right]\frac{1}{2} =$

$= -\frac{1}{4}\tilde{S}\begin{pmatrix}\xi\sin\Theta_0 - i\eta/\sin\Theta_0\\ \xi\sin\Theta_0 + i\eta/\sin\Theta_0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sin\Theta_0\dot{\vec{R}}\cdot\nabla\Phi_0 - i\dot{\vec{R}}\nabla\Theta_0\\ -\sin\Theta_0\dot{\vec{R}}\nabla\Phi_0 - i\dot{\vec{R}}\cdot\nabla\Theta_0\end{pmatrix} =$

$= -\frac{1}{4}\tilde{S}\left[(\xi\sin\Theta_0 - i\eta/\sin\Theta_0)(\sin\Theta_0\dot{\vec{R}}\nabla\Phi_0 - i\dot{\vec{R}}\nabla\Theta_0) - (\xi\sin\Theta_0 + i\eta/\sin\Theta_0)(\sin\Theta_0\dot{\vec{R}}\nabla\Phi_0 + i\dot{\vec{R}}\nabla\Theta_0)\right] =$

$= -\frac{1}{4}\tilde{S}\left[-2i\xi\sin\Theta_0\dot{\vec{R}}\nabla\Theta_0 - 2i\eta\dot{\vec{R}}\nabla\Phi_0\right] = \frac{1}{2}\tilde{S}i\left[\xi\sin\Theta_0\dot{\vec{R}}\nabla\Theta_0 + \eta\dot{\vec{R}}\nabla\Phi_0\right]$

$\mathcal{J}^+\chi + \chi^+\mathcal{J} = i\tilde{S}\left[\xi\sin\Theta_0\dot{\vec{R}}\nabla\Theta_0 + \eta\dot{\vec{R}}\nabla\Phi_0\right] \Rightarrow i\tilde{S}\int d\vec{r}\int d\tau\,\dot{\vec{R}}\cdot\left[\xi\sin\Theta_0\nabla\Theta_0 + \eta\nabla\Phi_0\right]$

Т.е. $\mathcal{L}_{int}$ (density) $\sim \left[\xi\sin\Theta_0\nabla\Theta_0 + \eta\nabla\Phi_0\right]\cdot\dot{\vec{R}} = \left[\psi\sin\Theta_0\nabla\Theta_0 - \sin\Theta_0\ell\nabla\Phi_0\right]\cdot\dot{\vec{R}} =$

$= \sin\Theta_0\left[\psi\nabla\Theta_0 - \ell\nabla\Phi_0\right]\cdot\dot{\vec{R}}$, в Gus'EPL'16 $\mathcal{L}_{int} = \mathcal{J}\sin\Theta_0(\dot{\Phi}_0\ell - \psi\dot{\Theta}_0)$

Если применить $\dot{\Phi}_0 = \frac{d}{dt}\Phi_0[\vec{r}-\vec{R}(t)] = -\nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec{R}}$, $\dot{\Theta}_0 = -\nabla\Theta_0\cdot\dot{\vec{R}}$ - rigid Sk-approx., то $\mathcal{L}_{int}$(Gus) $= \mathcal{J}\sin\Theta_0\left[\psi\nabla\Theta_0 - \ell\nabla\Phi_0\right]\cdot\dot{\vec{R}}$, то $\mathcal{L}_{int}$ (density) совпадают (!).

// Т.е. S_{int} (Psaroudaki) даёт точно не $\mathcal{L}_{int}$ как Gus'EPL'16 если применимо в Gus'EPL rigid skyrmion motion. $\mathcal{L}_{int}$(Gus) более общее, чем $\mathcal{L}_{int}$ (Psaroudaki).

Но S_{int} - EPL'16 верный и не имеет отношения к приближению ортогональности SW и zero-modes (как Gurevich утверждал).

Но у Psaroudaki кроме $(\mathcal{J}^+\chi + \chi^+\mathcal{J})$ в S_{int} есть еще член $\chi^+K\chi \sim m_s^2\dot{R}_i \sim O(\varepsilon^3)$,

которого в Gus'PRB'10, Sci. Rep.'15, EPL'16 и из энергии Гольдстоуна как член 3-порядка малости, оставляя линейное $\chi(2)$ по m_s и $\dot{\vec{R}} = \dot{\vec{X}}$. А при квантовании интегрированием

но SW - $d^\dagger d$, зоог K-член дает вклад $\sim (\dot{R}_i)^2$ в энергию Skyrmion $F(R,\dot{R})$.

$\frac{1}{\mathcal{N}} S_{int} = \underbrace{y^\dagger \cdot K y}_{\text{уравнение Gorst PRB14}} + \underbrace{j^\dagger \cdot j + j^\dagger \cdot \gamma}_{\text{уравнение из методов YD } \nu/m\ T=0}$, а Psaroudaki ур-т. и K-член и J-член.

по собственные equations Psaroudaki видно, что K-член damping и Skyrmion mass M_y только $\nu/m\ T\neq 0$. А $\nu/m\ T=0$ M_y остается методом YD как уравнение.

$M_y(T)$ определение квантовой $\beta\hbar\omega_n$. ω_n - SW частота.

$\beta\hbar\omega_n \sim \frac{\hbar\omega_n}{k_B T} \simeq \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ J\cdot s \cdot 10\cdot 10^{9}\ 1/s}{1{,}38\cdot 10^{-23}\ J/K \cdot T(K)} \sim \frac{4.8\cdot 10^{-1}}{T(K)} \simeq \frac{0.5}{T(K)} \ll 1$ для $T = 100\text{-}300\ K$, $T > 10\ K$.

$\coth\left(\frac{1}{2}\beta\varepsilon_n\right) - \coth\left(\frac{1}{2}\beta\varepsilon_{n'}\right) \simeq \frac{2}{\beta\varepsilon_n} - \frac{2}{\beta\varepsilon_{n'}} = \frac{2}{\beta}\frac{1}{\varepsilon_n\varepsilon_{n'}}(\varepsilon_{n'} - \varepsilon_n)$, $\beta\varepsilon_n \ll 1$

Mass $M^T_{ij} = \sum_{nn'} B^{nn'}_{ij} \underbrace{\frac{\left[\coth\left(\frac{1}{2}\beta\varepsilon_{n'}\right) - \coth\left(\frac{1}{2}\beta\varepsilon_n\right)\right]}{\varepsilon_n - \varepsilon_{n'}}}_{T\neq 0} + \frac{\beta}{2}\sum_{\substack{nn' \\ \varepsilon_n+\varepsilon_{n'}}} \frac{B^{nn'}_{ij}}{\sinh^2\left(\frac{1}{2}\beta\varepsilon_n\right)} = \sum_{nn'} B^{nn'}_{ij}\frac{2}{\beta}\frac{1}{\varepsilon_n\varepsilon_{n'}} + \frac{\beta}{2}\sum_{nn'}\frac{B^{nn'}_{ij}}{\left(\frac{1}{2}\beta\varepsilon_n\right)^2} =$

$= \frac{2}{\beta}\left[\sum_{nn'}\frac{B^{nn'}_{ij}}{\varepsilon_n\varepsilon_{n'}} + \sum_{nn'}\frac{B^{nn'}_{ij}}{\varepsilon_n^2}\right] = \frac{2}{\beta}\sum_{nn'}\frac{B_{nn'}}{\varepsilon_n\varepsilon_{n'}} = 2T\sum_{nn'}\frac{B^{nn'}_{ij}}{\varepsilon_n\varepsilon_{n'}} \sim \frac{1}{\beta\varepsilon_n}\sum_{n'}\frac{B^{nn}_{ij}}{\varepsilon_{n'}}$

M^T_{ij} может быть большой $\nu/m\ T$ больших если $\left(B^{nn'}_{ij}/\varepsilon_n\varepsilon_{n'}\right)$ - большие.

но $M^T_{ij}\ (T\to 0) \to 0$ как $e^{-\beta\varepsilon_n}$ или $\beta e^{-\beta\varepsilon_n}$ $\nu/m\ \beta\to\infty$. M^T_{ij} определен K-term in S_{int}.

Если Γ_i и j_i одного порядка, то $M^0_{ij} \sim \sum_n \frac{A^n_{ij}}{\varepsilon_n} \sim SN\sum_n \frac{B^{nn}_{ij}}{\varepsilon_n}$, $M^T_{ij} \sim T\sum_{nn'}\frac{B^{nn'}_{ij}}{\varepsilon_n\varepsilon_{n'}}$ (T велико)

M^0_{ij} и M^T_{ij} могут сравниваться ν/m больших T, и даже $M^T_{ij} > M^0_{ij}$ ν/m больших T.

но сильно $S\sim 1$, $N\sim 1$, не обязательно переходят к "classic" limit $N\gg 1$.

(N=число monolayers in film/dot).

$Z = \int \mathcal{D}\sigma\mathcal{D}\Phi e^{-S_E} = \int D\vec{R}\, e^{-S_{cl}} \int df^\dagger df\, \delta(g_x)\delta(g_y)\det(J^i_j)\, e^{-S_{fe} - S_{int}}$, $S_E = S_{cl} + S_{fe} + S_{int}$

$g_i = \int d\vec{r}\, f^\dagger Y_i = 0$ трёхмерный $(i = x,y)$. Y_x, Y_y - два симметр. анис. Skyrmion translation (?) modes. ?Почему 2 translation modes (in x and y-directions), если нужно, что TM одна и сосб. координаты x- и y-смещения в виде кругового движения $c\ m=\pm 1$, CCW или CW?

//Если $\xi \simeq \partial_i\Phi_0$, $\gamma \simeq \partial_i\pi = \partial_i(\cos\theta_0)$ для TM, то $\gamma_{(TM)} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sin\theta_0\,\partial_i\Phi_0 - i\,\partial_i\theta_0 \\ \sin\theta_0\,\partial_i\Phi_0 + i\,\partial_i\theta_0 \end{pmatrix} = f_i = Y_i$

$\partial_i\pi = -\sin\theta_0\,\partial_i\theta_0$

TM: $\vec{m}_0(\vec{r}-\vec{X}) = \vec{m}_0(\vec{r}) - \frac{\partial\vec{m}_0}{\partial X_\alpha}X_\alpha = \vec{m}_0(\vec{r}) - \frac{\partial\vec{m}_0}{\partial\alpha}\cdot R_\alpha = \vec{m}_0(\vec{r}) + \delta\vec{m}_0(\vec{r})$

Как найти $\xi = \psi$ и ee, $\eta = -\sin\theta_0\, ee$ ν/m поворота от $\vec{m}_0(\vec{r})$ к $\vec{m}_0(\vec{r}-\vec{R})$ $\nu/m\ |R|\to 0$?

$\vec{m}_0(\vec{r}-\vec{R}) = (\sin\theta_0(r-R)\cos\Phi_0(r-R),\ \sin\theta_0(r-R)\sin\Phi_0(r-R),\ \cos\theta_0(r-R)) =$

$= \left(\left[\sin\theta_0 - \nabla_z\sin\theta_0\cdot\vec{R}\right]\left[\cos\Phi_0 - \nabla_z\cos\Phi_0\cdot\vec{R}\right],\ \left[\sin\theta_0 - \nabla_z\sin\theta_0\vec{R}\right]\left[\sin\Phi_0 - \nabla_z\sin\Phi_0\cdot\vec{R}\right],\ \cos\theta_0 - \nabla_z(\cos\theta_0\cdot\vec{R})\right) =$

$= \vec{m}_0(\vec{r}) - \vec{R}\cdot(\cos\Phi_0\nabla_z\sin\theta_0 + \sin\theta_0\nabla_z\cos\Phi_0,\ \sin\Phi_0\nabla_z\sin\theta_0 + \sin\theta_0\nabla_z\sin\Phi,\ \nabla_z\cos\theta_0) =$

$= \vec{m}_0(\vec{r}) + \delta\vec{m}_0(\vec{r})$, $\delta\vec{m}_0 = -\vec{R}\cdot\nabla(\sin\theta_0\cos\Phi_0,\ \sin\theta_0\sin\Phi_0,\ \cos\theta_0) = -\underline{(\vec{R}\cdot\nabla)\vec{m}_0 = \delta\vec{m}_0}$ TM

с другой стороны $\vec{m}_0 + \delta\vec{m}_0 = \left(\sin(\theta_0+ee)\cos(\Phi_0+\psi),\ \sin(\theta_0+ee)\sin(\Phi_0+\psi),\ \cos(\theta_0+ee)\right) =$

$= (\vec{m}_0) + \left(\left[\sin\theta_0 + \cos\theta_0\, ee\right]\left[\cos\Phi_0 - \sin\Phi_0\psi\right],\ \left[\sin\theta_0 + \cos\theta_0 ee\right]\left[\sin\Phi_0 + \cos\Phi_0\psi\right],\ \cos\theta_0 - \sin\theta_0 ee\right) =$

$= \vec{m}_0 + \left(\cos\theta_0\cos\Phi_0 ee - \sin\theta_0\sin\Phi_0\psi,\ \cos\theta_0\sin\Phi_0 ee + \sin\theta_0\cos\Phi_0\psi,\ -\sin\theta_0 ee\right) = \underline{\vec{m}_0 + \delta\vec{m}_0}$

Сравн. два $\delta\vec{m}_0$ - definition $-(\vec{R}\cdot\nabla)\sin\theta_0\cos\Phi_0 = \cos\theta_0\cos\Phi_0 ee - \sin\theta_0\sin\Phi_0\psi$, $(\vec{R}\nabla) = R_x\frac{\partial}{\partial x} + R_y\frac{\partial}{\partial y}$

$-(\vec{R}\cdot\vec{\nabla})\sin\theta_0\sin\Phi_0 = \cos\theta_0\sin\Phi_0 ee + \sin\theta_0\cos\Phi_0\psi$, $-(\vec{R}\vec{\nabla})\cos\theta_0 = -\sin\theta_0 ee$

$-(\vec{R}\cdot\vec{\nabla})\cos\theta_0 = -R_x\frac{\partial}{\partial x}\cos\theta_0 + R_y\frac{\partial}{\partial y}\cos\theta_{0(i)} = +\sin\theta_0\left(R_x\frac{\partial\theta_0}{\partial x} + R_y\frac{\partial\theta_0}{\partial y}\right) = +\sin\theta_0(\vec{R}\cdot\vec{\nabla})\theta_0 = -\sin\theta_0 ee$

$ee = -(\vec{R}\cdot\vec{\nabla})\theta_0$, $\eta = -\sin\theta_0 ee = +\sin\theta_0(\vec{R}\cdot\vec{\nabla})\theta_0 = -(\vec{R}\cdot\vec{\nabla})\cos\theta_0 = -(\vec{R}\cdot\vec{\nabla})\pi$

$\gamma = -(\vec{R}\cdot\nabla)\pi$, $\pi = \cos\theta_0$ для TM. Psaroudaki numer $\gamma \sim \partial_i\pi$ для TM, $i = x,y$ y-SW mode.

$-(\vec{R}\nabla)\sin\theta_0\cdot\cos\Phi_0 - \sin\theta_0(\vec{R}\nabla)\cos\Phi_0 = -\cos\Phi_0\cos\theta_0(\vec{R}\nabla)\theta_0 + \sin\theta_0\sin\Phi_0(\vec{R}\nabla)\Phi_0 =$

$= \cos\theta_0\cos\Phi_0 ee - \sin\theta_0\sin\Phi_0\psi$; $-\sin\Phi_0\cos\theta_0(\vec{R}\nabla)\theta_0 - \sin\theta_0\cos\Phi_0(\vec{R}\nabla)\Phi_0 =$

$= \cos\theta_0\sin\Phi_0 ee + \sin\theta_0\cos\Phi_0\psi$, $\underline{ee = -(\vec{R}\nabla)\theta_0}$, $\underline{\psi = -(\vec{R}\nabla)\Phi_0}$ - противоречие для TM.

Escaneado con CamScanner

J. Zinn-Justin · Quantum field th.

Gaussian integral $I(\hat A, \vec b) = \int \prod_{i=1}^n dx_i \exp\left[-\frac12 \sum_{i,j=1}^n x_i A_{ij} x_j + \sum_{i=1}^n b_i x_i\right] = \frac{(2\pi)^{n/2}}{[\det \hat A]^{1/2}} \exp\left[\frac12 \sum_{ij} b_i (\hat A^{-1})_{ij} b_j\right]$

$A_{ij} = A_{ji}$, $\hat A \vec x_n = \lambda_n \vec x_n$, $\det A = \prod \lambda_n > 0$, $\lambda_n > 0$

$I(\hat A, \vec b, \vec b^*) = \int \prod_{i=1}^n dz_i\, dz_i^* \exp\left[-\sum_{ij} z_i^* A_{ij} z_j + \sum_{i=1}^n (b_i z_i^* + b_i^* z_i)\right] = \frac{(2\pi i)^n}{\det A} \exp\left[\sum_{i,j=1}^n b_i^* (A^{-1})_{ij} b_j\right]$

$z_i = \frac{1}{\sqrt2}(x_i + i y_i)$, $z_i^* = \frac{1}{\sqrt2}(x_i - i y_i)$

$\int \prod_{i=1}^n dy_i\, \delta(y_i) = 1$, $y_i = f_i(\vec x) \to \int \prod_{i=1}^n dx_i\, \delta[f_i(\vec x)]\, J(\vec x) = 1$, $J(\vec x) = \det\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right)$ – Jacobian

Constraints $Z(\vec x)\big|_{f(x)=0} = \int \prod_{i=1}^n dx_i\, \delta[f_i(\vec x)]\, J(\vec x)\, Z(\vec x)$

$\ln \det \hat M = \mathrm{tr} \ln \hat M$, even $M(x,y) = \delta(x-y) + K(x,y)$, $\ln \det[1+K] = \int dx K(x,x) - \frac12 \int dx\, dx' K(x,x') K(x',x)$

→ A. Zee. Quantum field theory + one-sentence table of Gaussian functional integrals.

Main integral of quantum field th.: $\int \mathcal{D}\varphi\, e^{-\frac12 \varphi K \varphi - V(\varphi) + J\varphi} = e^{-V(\delta/\delta J)} e^{\frac12 J K^{-1} J}$

V. N. Popov – not u.

(17/IV) C n-th. на мерке Som Sob и сфера "in Geneva" Soliton TM, rigid model.

10/IV нелинейно уже TM (vector $\vec R$) $\alpha\alpha = -(\vec R \nabla)\Theta_0$, $\psi = -(\vec R \nabla)\Phi_0$, если $\vec R$ – given translation of Skyrmion center, а $\alpha\alpha, \psi$ – SU angles & $\Theta = \Theta_0 + \alpha\alpha$, $\Phi = \Phi_0 + \psi$, $\Theta_0, \Phi_0(\pi)$ centered Skyrmion angles at $\vec R = 0$.

L. Thompson 2005 thesis. $\Theta = \Theta_v + \alpha\alpha$, $\Phi = \Phi_v + \frac{\varphi}{\sin\Theta_v}$ позволяет записать линеаризованные уравнения для $\alpha\alpha, \varphi$ – SU angles

$\alpha\alpha = f(r)\cos(mx + \omega t + \gamma_0)$, $\varphi = g(r)\sin(mx + \omega t + \gamma_0)$ в полярных коорд. $\vec r(r, \gamma)$

уравнения для f, g при $\omega = 0$ имеют exact solutions for $m = 0, \pm 1$ (Ivanov)

$f(r) = m\Theta_v'(r)$, $g(r) = -\frac{q \sin\Theta_v}{r^{|m|}}$ (это решение одного из $m = \pm 1$ мод в TM, второе – с асимптотикой $r^{|m|}$)

Это zero-modes, модели с $|m| > 1$ неустойчивы на core и вне. Born approx.

1) Пусть $m = 0$ $\Theta = \Theta_v$, $\Phi = \Phi_v + \frac{1}{\sin\Theta_v}\sin(\omega t + \gamma_0)(-q)\sin\Theta_v = \Phi_v - q\delta\gamma(t)$ zero mode

имеет инвариантный смысл изменения скорости phase Φ_v, т.е. отн. вращение $\vec m_v$ в xy-plane. $\Phi_v = \Phi_0 + q\gamma + (\dots)$. Hamiltonian (exch. + anisotropy) не зависит от Φ_0. Или DMI в magnetostatics уже исключает Θ, Φ_0-профили, т.к. Bloch и Neel Skyrmions имеют разный энергетический спектр.

2) Zero-modes $m = \pm 1$ $\Theta = \Theta_v + m\Theta_v' \cos(mx + \gamma_0)a$, $\Phi = \Phi_v + \frac{1}{\sin\Theta_v}\sin(mx + \gamma_0)(-q)\frac{\sin\Theta_v}{r}a$

$\Phi = \Phi_v - \frac{a}{r}q\sin(mx + \gamma_0)$, a – амплитуда SW.

$\Phi_v = \Phi_0 + q\gamma$, $\nabla\Phi_v = \hat\gamma \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_v}{\partial\gamma} = \hat\gamma\frac{q}{r}$

$\delta\vec r\,(r_1, -\gamma_0)$, $-\delta\vec r = (r_1, \pi - \gamma_0)$

$m = +1$, $\cos(\gamma + \gamma_0)$ $\nabla\Phi_v \cdot \delta\vec r = \Theta_v' \hat r \cdot \delta\vec r = \Theta_v' a\cos(\gamma + \gamma_0)$, $\nabla\Phi_v \cdot \delta\vec r = q\hat\gamma\cdot\delta\vec r =$

$= \frac{q}{r} a\cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma + \gamma_0\right) = -\frac{qa}{r}\sin(\gamma + \gamma_0)$, т.е. $\Theta(\vec r + \delta\vec r) = \Theta_v(r) + \nabla\Theta_v \cdot \delta\vec r$

$m = -1$ $\nabla\Theta_v \cdot (-\delta\vec r) = -\nabla\Theta_v \cdot \delta\vec r$, $\Phi_v(\vec r, \delta\vec r) = \Phi_v(r) + \nabla\Phi_v \cdot \delta\vec r$ } $m = \pm 1$

$\nabla\Phi_v \cdot (-\delta\vec r) = -\delta\vec r \cdot \nabla\Phi_v$.

Формально $\begin{cases}\Theta_v(\vec r \pm \delta\vec r) = \Theta_v(r) + m\nabla\Theta_v \cdot \delta\vec r \\ \Phi_v(\vec r \pm \delta\vec r) = \Phi_v(r) + m\nabla\Phi_v \cdot \delta\vec r\end{cases}$ $m = \pm 1$, т.е. $m = +1$ соответствует

сдвигу solitona на $\delta\vec r$, а $m = +1$ на $-\delta\vec r$

Но $m = \pm 1$ здесь нетривиальным образом, просто соответствует $\vec r \pm \delta\vec r$.

Суть моде одна: либо $m = +1$, либо $m = -1$ в соответ. с Брауэр. p и $\Theta_0 \sim p$.

При этих m-definition $m = +1$ – CW, а $m = -1$ CCW вращение сигма.

В общем случае $\vec r - \delta\vec R = \vec r - \vec R$ и $\alpha\alpha = -\vec R \cdot \nabla\Theta_0$, $\psi = -\vec R \cdot \nabla\Phi_0$

Идея у Thompson $\alpha\alpha, \psi$ собираем, но есть большая неприятность $\vec m_0(\vec r - \vec R)$ – rigid soliton сдвиг to new position $\vec R$.

→ Psaltakis et al. неприятно: в 3D – film есть две zero-modes ($m = 0$ и $m = +1$/или $m = -1$)

это только одна из них is translation mode ($|m| = 1$), другая zero-mode – это вращение

вращающийся soliton вокруг оси (through Φ_0)

Y-Cartesian & definition Псевдовектор вращения TM $\chi_{TM} = \frac12 \begin{pmatrix}\psi\sin\Theta_0 - i\alpha\alpha \\ \psi\sin\Theta_0 + i\alpha\alpha\end{pmatrix}$ и

$\psi = -\vec R \cdot \nabla\Phi_0$, $\alpha\alpha = -\vec R \cdot \rho\Theta_0$ для TM. Этот спинор χ_{TM} – один, а нужны χ_x, χ_y – zero Psaltakis (!)

Escaneado con CamScanner

Разложение произвольного SW-вектора по сферическим гармоникам $g_i = \int d\vec{x}\, f^+ Y_i = 0$, $i = 1,\dots$
для тензорного случая $f_{\pm m}$. Теперь $g = \int d^2\vec{r}\, \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \psi \sin\theta_0 + i\ell\ell \\ \psi \sin\theta_0 + i\ell\ell \end{pmatrix}^{SW} \begin{pmatrix} \psi_{\pm m}\sin\theta_0 - i\ell\ell_{\pm m} \\ \psi_{\pm m}\sin\theta_0 + i\ell\ell_{\pm m} \end{pmatrix} =$
$= \frac{1}{4}\int d^2\vec{r}\,\left[(\psi\sin\theta_0 + i\ell\ell)(\psi_{\pm m}\sin\theta_0 - i\ell\ell_{\pm m}) + (\psi\sin\theta_0 - i\ell\ell)(\psi_{\pm m}\sin\theta_0 + i\ell\ell_{\pm m})\right] =$
$= \frac{1}{4}\int d^2\vec{r}\,\left[2\sin^2\theta_0\,\psi\psi_{\pm m} + 2\ell\ell\ell\ell_{\pm m}\right] = \frac{1}{4}(-1)\int d^2\vec{r}\,\left[\sin^2\theta_0\,\psi\,(\vec{R}\cdot\nabla\Phi_0) + \ell\ell(\vec{R}\nabla\theta_0)\right]$
$\vec{R}\cdot\nabla\Phi_0 = \vec{R}\cdot\hat{\varphi}\frac{2}{s}$, $\vec{R}\cdot\nabla\theta_0 = \vec{R}\cdot\hat{s}\,\theta_0'(s)$, $R_x = R\cos(\varphi - \omega_c t)$, $R_y = R\sin(\varphi - \omega_c t)$
$R_s = R_x\cos\varphi + R_y\sin\varphi = R\cos(\varphi - \varphi_0)\cos\varphi + R\sin(\varphi - \varphi_0)\sin\varphi = R\cos\varphi_0$, $\omega_c t = \varphi_0$.
$R_\varphi = -R_x\sin\varphi + R_y\cos\varphi = -R\cos(\varphi - \varphi_0)\sin\varphi + R\sin(\varphi - \varphi_0)\cos\varphi = -R\sin\varphi_0$
$g = -\frac{1}{4}\int d^2\vec{r}\,\left[\sin^2\theta_0\,\psi\,\frac{2}{s}(-1)R\sin\varphi_0 + \ell\ell\,\theta_0' R\cos\varphi_0\right]$, Надо $t \to \tau \in [0,\beta]$ imaginary time, $\frac{2}{s}=1$.
$g = \frac{1}{4}R\int d^2\vec{r}\,\left[\frac{1}{s}\sin^2\theta_0\cdot\psi\sin\varphi_0 - \theta_0'\,\ell\ell\cos\varphi_0\right]$, $\psi \sim \sin(m\varphi - \omega t)$, $\ell\ell \sim \cos(m\varphi - \omega t)$
Не ясно чему равно $R_\alpha(\tau) = \frac{1}{\beta}\sum_{i\omega_n} R_\alpha(i\omega_n)\,e^{i\omega_n\tau}$, где $\omega_n = \frac{2\pi n}{\beta}$ Matsubara freq.
или $\varphi_0 = \omega_c t = -\omega_c i\tau$, $\tau = it$. $\sin\varphi_0 = -\sin(i\omega_c\tau) = -i\,\mathrm{sh}\,\omega_c\tau$, $\cos\varphi_0 = \mathrm{ch}\,\omega_c\tau$
$\int d\varphi\,(\psi, \ell\ell)$ отличны только $m=0$ модуля. $\int_0^{2\pi} d\varphi\,(\cos\varphi)\,e^{im(\varphi-\varphi_1)} = e^{-im\varphi_1}\times$
$\times\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{im\varphi} = e^{-im\varphi_1}2\pi\delta_{m0} = 2\pi\delta_{m0}$, $\psi \sim e^{i(m\varphi-\varphi_1)}$, $\ell\ell \sim e^{i(m\varphi-\varphi_1)}$
$\int d\varphi\, e^{i(m\varphi-\varphi_1)} = 2\pi\delta_{m0}e^{-i\varphi_1}$, $\begin{cases}\psi(\vec{s},t) = a(s)\sin(m\varphi-\varphi_1) \\ \ell\ell(\vec{s},t) = b(s)\cos(m\varphi-\varphi_1)\end{cases}$, $\varphi_1 = \omega t + \mathrm{const}$.
$\int d\varphi\,\psi = a\int_0^{2\pi} d\varphi\sin(m\varphi-\varphi_1) = a\int d\varphi\,[\sin m\varphi\cos\varphi_1 - \cos m\varphi\cdot\sin\varphi_1] = -2\pi a\sin\varphi_1\,\delta_{m0}$
$\int d\varphi\,\ell\ell = b\int d\varphi\cos(m\varphi-\varphi_1) = b\int d\varphi\,[\cos m\varphi\cos\varphi_1 + \sin m\varphi\sin\varphi_1] = 2\pi b\cos\varphi_1\,\delta_{m0}$
$g = \frac{1}{4}R\cdot 2\pi\delta_{m0}\int ds\,s\,\left[-\frac{1}{s}\sin^2\theta_0\sin\varphi_0\,a\sin\varphi_1 - \theta_0'\cos\varphi_0\,b\cos\varphi_1\right]$
TM-SW $g = \frac{\pi}{2}R\delta_{m0}(-1)\int ds\,s\left[\frac{1}{s}\sin^2\theta_0\,a(s)\sin\varphi_0\sin\varphi_1 + \theta_0'\,b(s)\cos\varphi_0\cos\varphi_1\right]$, $\sin\varphi_1 = -i\,\mathrm{sh}(\omega\tau)$ (SW), $\cos\varphi_1 = \mathrm{ch}(\omega\tau)$
$g = 0$ всегда если $m \neq 0$. При $m=0$ $g(t)$ или $g(t)$ из-за $\varphi_0, \varphi_1 = f(t)$ или $\varphi(t)$.
И какое t или τ брать требуя $g=0$? Skyrmion mass $M_v(T)$

→ TM в SW представлении, $f_{\pm m}$, квадратичная конструкция

(18/IV) Meeting с Julian: подписал inv. letters, обсудил. restaurant для Conf. dinner, выпили бусел, мошлин и Ruben Otxoa.

Ортогональность SW-нм

$g^{nm}_{n'm'} = \int d^2\vec{r}\, f^+_{n'm'} f_{nm} = \frac{1}{4}\int d^2r\,\left[\sin^2\theta_0\,\psi_{nm}\psi_{n'm'} + \ell\ell_{nm}\ell\ell_{n'm'}\right]$, $\vec{m}_s' = \left(\frac{\ell\ell}{x'}, \frac{\sin\theta_0\,\psi}{y'}, 0\right)_{z'}$
$g^{nm}_{n'm'} = \frac{1}{4}\int d^2\vec{r}\,\left[m^{x'}_{nm}m^{x'}_{n'm'} + m^{y'}_{nm}\cdot m^{y'}_{n'm'}\right] = \frac{1}{4}\int d^2\vec{r}\,(\vec{m}_{nm}\cdot\vec{m}_{n'm'})$, $\vec{m}$ – SW magnetization
$\mu_{nm}(\vec{s},t) = \sin\theta_0\,\psi_{nm}(\vec{s},t) = a_n(s)\sin(m\varphi-\varphi_1)$, $\ell\ell_{nm}(\vec{s},t) = b_n(s)\cos(m\varphi-\varphi_1)$
$g^{nm}_{n'm'} = \frac{1}{4}\int ds\,s\int d\varphi\,\left[a_n(s)a_{n'}(s)\sin(m\varphi-\varphi_1)\sin(m'\varphi-\varphi_1) + b_n(s)b_{n'}(s)\cos(m\varphi-\varphi_1)\cos(m'\varphi-\varphi_1)\right]$
$\int_0^{2\pi} d\varphi\sin(m\varphi-\varphi_1)\sin(m'\varphi-\varphi_1) = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi\left[\cos((m-m')\varphi) - \cos((m+m')\varphi - 2\varphi_1)\right] = \frac{1}{2}\left[2\pi\delta_{mm'} -$
$- \int d\varphi\{\cos(m+m')\varphi\cdot\cos 2\varphi_1 + \sin(m-m')\varphi\cdot\sin 2\varphi_1\}\Big] = \frac{1}{2}\left[2\pi\delta_{mm'} - \cos 2\varphi_1\,2\pi\delta_{m,-m'}\right] \mp \left[\delta_{m,m'} - \cos 2\varphi_1\,\delta_{m,-m'}\right]$
$\int_0^{2\pi} d\varphi\cos(m\varphi-\varphi_1)\cos(m'\varphi-\varphi_1) = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi\left[\cos((m-m')\varphi) + \cos((m+m')\varphi - 2\varphi_1)\right] = \frac{1}{2}\left[2\pi\delta_{mm'} +$
$+ \int d\varphi\{\cos((m+m')\varphi)\cos 2\varphi_1 + \sin((m+m')\varphi)\sin 2\varphi_1\}\Big] = \frac{1}{2}\left[2\pi\delta_{mm'} + \cos 2\varphi_1\,2\pi\delta_{m,-m'}\right] =$
$= \pi\left[\delta_{mm'} + \cos 2\varphi_1\,\delta_{m,-m'}\right]$, $g^{nm}_{n'm'} = \frac{\pi}{4}\int ds\,s\left[a_n a_{n'}\left\{\delta_{mm'} - \cos 2\varphi_1\,\delta_{m,-m'}\right\} + b_n b_{n'}\left\{\delta_{mm'} + \cos 2\varphi_1\,\delta_{m,-m'}\right\}\right] =$
$= \frac{\pi}{4}\delta_{mm'}\int ds\,s\left[a_n a_{n'} + b_n b_{n'}\right] + \frac{\pi}{4}\cos 2\varphi_1\,\delta_{m,-m'}\int ds\,s\left[b_n b_{n'} - a_n a_{n'}\right]$
Если нет нормировки $\int ds\,s\,a_n a_{n'} = \int ds\,s\,b_n b_{n'}$, тогда $g^{nm}_{n'm'}$ не зависит от $\varphi_1 = \omega t + \varphi_0$.
$g^{nm}_{n'm'} = \int d^2\vec{s}\, f^+_{n'm'} f_{nm} = \frac{\pi}{2}\delta_{mm'}\int ds\,s\,a_n a_{n'} = N_n\delta_{nn'}\delta_{mm'}$, $N_n = \frac{\pi}{2}\int ds\,s\,a_n^2$, $\int ds\,s\,a_n a_{n'} \neq 0$ если $n \neq n'$.
SW с индексами n,m можно нормировать на 1 и ортогональны при $n \neq n'$, $m \neq m'$.
Для TM-SW $g^{nm}_{nm} = \int d^2\vec{s}\, f^+_{nm} f_{nm} = -\frac{\pi}{2}R\delta_{m0}\int ds\,s\left[\frac{\sin\theta_0}{s}a_n(s)\sin\varphi_0\sin\varphi_1 + \theta_0' b_n(s)\cos\varphi_0\cos\varphi_1\right]$

Escaneado con CamScanner

Рассчитав $g^{TM}_{nm}=0$ на очередном полюсе, g^{TM}_{nm} зависит от φ_0, φ_1 – угла $R(t)$ и $\vec{m}_{SW}(t)$.
Вместо $g^{TM}_{nm}=0$ можно при интегр. по всем SW (кроме TM) использовать $\vec{m}_0 \cdot \vec{m}_S = 0$
В $x'y'z'$ с $Oz' \parallel \vec{m}_0(\theta,\varphi)$, $\vec{m}_0 \cdot \vec{m}_S = m_0^{z'} m_S^{z'} = m_S^{z'} \neq 0$, придем $m_S^{z'}=0$ как дефиниция SW, тогда отличается от TM.
Согласно Gus' EPL'16 получена траектория от lab coord system куда $\hat{R}(\varphi_0, \theta_0, \pi+\varphi_0)$, where $\vec{m}_0 = \vec{m}_{soliton}(\theta,\varphi)$.
То $g^{TM}_{nm}=0$, то $m^{z'}_{SW}=0$, условие на грид SW – только одно, что соответствует одной TM grid soliton motion $\vec{R}(t)=\vec{X}(t)$. Здесь Фаддеев et al отличаются.
Фаддеев инт. $\int Dy^+ Dy(\ldots)$ тоже с $\delta(\dot{y}_x)\delta(\dot{y}_y)$ не это не использует, только что выбор $\sim \det'(\ldots)$, где zero modes исключены. Процедура

$1 = \int Dg\,\delta(g) = \int D\vec{R}\,\det(J_g)\,\delta(g)$, $J_g = \frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{R}}$ если $\vec{g}$-вектор $(J_g)_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial R_j}$ как в Фаддеев,
бот нотацию Фаддеев надо $\vec{g}=(g_x, g_y)$, тогда $\det D\vec{g}(\ldots)$ перейдет в $\det'$.

$Z = \int D\pi \int D\Phi\, e^{-S_E} = \int D\pi \int D\vec{R}\, e^{-S_{cc}(\vec{R})} e^{-S_{int}-S_{SE}}$. Возможно $\int D\pi D\Phi = \int D\vec{R}\, Dy^+ Dy$

$Z = \int D\vec{R}\, e^{-S_{cc}(\vec{R})} \int Dy^+ Dy\, e^{-S_{int}-S_{SE}}\, \delta(\text{усло. TM})$, $F(y)|_{y=0} = \int dy\,\delta(y) F(y)$

$Z = \int D\vec{R}\, e^{-S_{cc}(\vec{R})} \int dy\,\delta(y) \int Dy^+ Dy\, e^{-S_{int}(\vec{R},y) - S_{SE}(y)} = \int D\vec{R}\, e^{-S_{cc}} \int Dy^+ Dy \int dy\,\delta(y) e^{-S_{int}+S_{SE}}$

$S_{int} + S_{SE} = y^+ \cdot \hat{G} y + y^+ K x + J^+ y + x^+ J = y^+(K+G)y + J^+ y + y^+ J$ — сначала $y \in g = y^+ Y = 0$

$\to \int Dy^+ Dy\, e^{-y^+(K+G)y - J^+ y - y^+ J} = \left| \begin{matrix} \text{Zee, App. A} \\ \text{Zinn-Justin} \\ \text{book} \end{matrix} \right| = e^{J^+(K+G)^{-1} J} \frac{1}{\det(K+G)}$

$I(\hat{A}, \vec{B}, \vec{B}^*) = \int D_z D\bar{z}\, e^{-\bar{z}\hat{A}z + \bar{B}z + B\bar{z}} = \frac{(2\pi i)^n}{\det \hat{A}} \exp(\bar{B}\hat{A}^{-1}B)$, $z = x+iy$ – Zinn-Justin Ch. 1.

$y \sim \dot{R}_i$, $K \sim \dot{R}_i$, поэтому с точн. до $\dot{R}_i^2$, $y^+(K+G)^{-1} y \approx y^+ G^{-1} y$

$\det(K+G) = \exp(\mathrm{tr} \ln(K+G)) = \exp[\mathrm{tr} \ln G(1+G^{-1}K)] = \det(G) e^{\mathrm{tr}\ln(1+G^{-1}K)}$

$\ln(1+G^{-1}K) = G^{-1}K + \frac{1}{2}(G^{-1}K)^2$ и если $\mathrm{tr}(G^{-1}K)=0$, то $\det(K+G) = \det G \cdot e^{-\frac{1}{2}\mathrm{tr}(G^{-1}K)^2}$

т.е. $\int Dy^+ Dy\, e^{-y^+(K+G)y - J^+ y - y^+ J} \overset{\text{Фаддеев}}{\sim} e^{J^+ G^{-1} J} \frac{1}{\det G} e^{\frac{1}{2}\mathrm{tr}(G^{-1}K)^2}$

$\to Z = \int D\vec{R}\, e^{-S_{cc}(\vec{R})} \tilde{Z}(\vec{R})$, $\tilde{Z}(R) = \int Dy^+ Dy\, e^{-S_{int}-S_{SE}} = e^{J^+ G^{-1} J} \frac{1}{\det G} e^{\frac{1}{2}\mathrm{tr}(G^{-1}K)^2} = e^{-S_0}$

где $\det(\ldots)$ и $\mathrm{tr}(\ldots)$ берутся при $y=0$.

Damping action (dissipation of skyrmion) $S_d = -J^+ G^{-1} J - \frac{1}{2}\mathrm{tr}(G^{-1}K)^2 + C_0 \det G$ const($\vec{R}$)

$S_1(\dot{\vec{R}}) = -J^+ G^{-1} J - \frac{1}{2}\mathrm{tr}(G^{-1}K)^2$. Это соотв. Eq. (16) Фаддеев.

Я не ввожу $\det(J_g)$ за неизменного. Фаддеев тоже, но здесь $\det(J_g)=1$ без последнего делает why? $S_d(\dot{\vec{R}}) \sim (\dot{R}_i)^2$ и даст skyrmion mass

$J^+ y = \int d\tau \int d\sigma (\ldots)$, $J = -\tilde{S}\partial_z(\dot{\vec{R}} f) = -\tilde{S}\partial_z \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sin\theta_0\, \dot{\vec{R}}\cdot\nabla\varphi_0 & -i\,\dot{\vec{R}}\cdot\nabla\theta_0 \\ \sin\theta_0\, \dot{\vec{R}}\cdot\nabla\varphi_0 & +i\,\dot{\vec{R}}\cdot\nabla\theta_0 \end{pmatrix} = |\dot{\varphi}_i = \frac{d}{d\tau}| =$

$= \tilde{S}\partial_z \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sin\theta_0 \dot{\varphi}_{TM} & -i\dot{\theta}_{TM} \\ \sin\theta_0 \dot{\varphi}_{TM} & +i\dot{\theta}_{TM} \end{pmatrix} = \tilde{S}\partial_z \dot{f}_{TM}$ – если считать, поэтому тогда

при сходе. $g = \int d\vec{r}\, y^+ y_{TM}$ не использ. $(d\sigma(\ldots)$, а при $J^+ y$, $y^+ J$ использ. $\int d\sigma(\ldots)$

Можно надо $g = \int d\sigma \int d\sigma' y^+ \cdot y_{TM}$, тогда автоматически $g=0$, т.к. $\int d\tau \cos\varphi_0 \cos\varphi_1 = 0$

$\int d\tau \sin\varphi_0 \sin\varphi_1 = 0$, $\varphi_0 = \omega_G t$, $\varphi_1 = \omega_{SW} t$ при $\omega_G \neq \omega_{SW}$ $J = \tilde{S}\partial_z \dot{f}_{TM}$

$y^+ y + y^+ \cdot J = \tilde{S}(\partial_z \dot{f}_{TM})^+ \cdot y + \tilde{S} y^+ \partial_z \dot{f}_{TM} = \tilde{S}\left[\dot{f}^+_{TM}\partial_z y + y^+ \partial_z \dot{f}_{TM}\right]$, $\dot{} = \frac{d}{d\tau}$.

(19/IV) У Фаддеев все построено на $S_{int} = y^+ K y + J^+ y + y^+ J$ от skyrmion (K, J) с SW-y.
Bilinear coupling $J^+ y + y^+ J$ аналогичен с нашим Gus' EPL'16. Процедура K-члена.

$-\cos\Theta\dot{\Phi} = -\cos(\theta_v + \varepsilon_\theta)(\dot{\varphi}_v + \dot{\psi}) = -[\cos\theta_v \cos\varepsilon_\theta - \sin\theta_v \sin\varepsilon_\theta](\dot{\varphi}_v + \dot{\psi})$, $\dot{\varphi}(\vec{s}-\vec{X}) = -\nabla\varphi_v \cdot \dot{\vec{X}}$

$-\cos\Theta\dot{\Phi} = -[\cos\theta_v(1-\frac{1}{2}\varepsilon^2) - \varepsilon_\theta \sin\theta_v][-\nabla\varphi_v \cdot \dot{\vec{X}} + \dot{\psi}] = \cos\theta_v(1-\frac{1}{2}\varepsilon^2)\nabla\varphi_v \cdot \dot{\vec{X}} - \cos\theta_v \dot{\psi} +$

$+ \sin\theta_v \varepsilon_\theta \nabla\varphi_v \cdot \dot{\vec{X}} + \alpha\dot{\psi}\sin\theta_v$, $\theta_v, \varphi_v(\vec{s}-\vec{X}) = \Phi_0(\vec{s}) + \nabla\Phi_0 \cdot \vec{X}$, Φ_0, Φ_0 – static skyrmion

При решении $\Phi_0 = (n - \cos\Theta)\Phi$ и $W(\Theta, \Phi)$ надо сделать kinetic. Energy по SW, а именно, теперь $\sim (\dot{\vec{X}} \cdot (\nabla W)^2)$ вместо $y^+ K y$. Они вместе $\sim \dot{X}^2$ вместо $\sim$ в Gus' (IV)!

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

$\mathcal{L}_{int} = J\sin\Theta_0 \left(\dot{\Phi}_0 \cos\Theta - \dot{\Theta}_0 \Psi\right) = \{\text{rigid rotator}\} = J\sin\Theta_0 \left[\Psi \nabla\Theta_0 - \cos\Theta \nabla\Phi_0\right] \cdot \dot{\vec{X}}$

$\Phi_0 = -\nabla\Phi_0 \cdot \vec{X}$, $J = m_0/K$.

J^1K – вклад в S (или $\mathcal{L}$) вносит $-K^2 \cdot \vec{X}^2$

вклад в $\mathrm{Corr}(\vec{X})$ или $\mathrm{Jcorr}(\vec{X})$. $\nabla\Theta_0 \cdot \vec{X}$ cosΨ член вносит $\sim \vec{X}^2$ вклад в $W(\vec{X})$, т.е. перенормирует Sk-potential и Sk-quadrupole-frequency. А $\cos\Theta \nabla\Phi_0 \cdot \dot{\vec{X}}$ член даст вклад в Sk-damping или в Skyrmion mass. J^1K (Papanicolaou) $\sim \cos\Theta_0 \cos^2 \nabla\Phi_0 \cdot \dot{\vec{X}}$ существует.

В Papanicolaou-подходе $K = -\vec{S}\,\partial_0(\vec{R}\cdot\vec{\Gamma})$, $(\dot{\vec{R}}\cdot\vec{\Gamma}) = \dot{\vec{R}}\cdot\nabla - \partial_x \langle tg\Theta_0 \nabla\Theta_0 \cdot \dot{\vec{R}}$, обвем на похоже на член $K \sim \cos\Theta_0 \nabla\Phi_0 \cdot \dot{\vec{X}}$. т.к. в вклады $\mathcal{L}_{int}$ и K разложились в ряд по малым $\cos\Psi, \dot{\Psi}, \dot{\vec{X}}$, то у нас K-вершин, а (K-Papanicolaou, Eqs (10)-(11) ошибочен. !!

(29/IV) Receive offers Session chairs Sol-Skyrmag. Def. Reports Δ-dot SciRep.

(30/IV) Переписка Sol-Skyrmag. СП. в „Banka" – Pub. IVA за Ivb. 2017, с Λ и 10, в ресурсах „Nidu" взять Kurzaal для Conf. dinner.

Вид доп. члена в $\mathcal{L}_B$ $\left(-\frac{1}{2}\cos\Theta_0 \cos^2 \nabla\Phi_0 \cdot \dot{\vec{X}}\right)$ (который определяет T-зависимость Soliton mass) заключается, что для ($\cos\Theta_0 \neq 0$) – Vortex $M_V(t) = M_V(0)$, а для Skyrmion ($\cos\Theta_0 \to 0$) $M_V(t)$.

$\mathcal{L}_{int} = J\sin\Theta_0 \left[\Psi\nabla\Theta_0 - \cos\Phi\nabla\Phi_0\right] \cdot \dot{\vec{X}} = \vec{P}\cdot\dot{\vec{X}}$, $\vec{P} = J\sin\Theta_0 \left[\Psi\nabla\Theta_0 - \cos\Phi\nabla\Phi_0\right]$

(21/IV) Session chairs Sol-Skyrmag. Переписка с O. Bucsel, M. Maitian. Обед с Λ. 10., Julian и его женой в Gastr. Sociedad в Parte Vieja (колонн. первый, наш. Денис).

(22/IV) Собрать Reference Sci. Rep. Edge SW Δ-dot. Letter PRB papers Lisenkov – Skyrmion edge-modes in coupled dot arrays. Работа в Сарду. Фарих, Вишн.

(23/IV) Запрос Barcelo "tickets BIO – Azuan. Инструкции to Bucsel и Maitian.

(24/IV) Получен ответ Referee и revised Edge-SW manuscript to Fathkhad. 2nd запрос Isaakyan о Secretariat Bucsel и Maitian. Update credit c. info для Hotel in Paris. Sent to Gleb Skyrmag 2016

(25/IV) Skyrmion обзор. Карта Biarritz airport. Info о Sk-MPD-Agenda PRB Project MEC rejected. Поиск. Computers in Ai-Ping Zoom для Визитеров (no internet).

(26/IV) Letters to BCD-travel Gleb Visa 4. Карта Paris Hotel и Skyrmag'17 Conf. Переговоры computers для Bucsel Maitian.

SW magnetization $\vec{m}_s' = (m_{sx}, m_{sy}, 0) = (\cos\Phi, \sin\Theta_0\Psi, 0)$, $\mu = \sin\Theta_0\Psi$
$b + y'z'$, $\hat{z}' \| \vec{m}_V$

SW momentum $\vec{P} = J\sin\Theta_0 \left[\Psi\nabla\Theta_0 - \cos\Phi\nabla\Phi_0\right]$, $m_\pm = m_x \pm i m_y = \cos\Phi \pm i\mu$

$$J = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3\sin\Theta_0 + iy/\sin\Theta_0 \\ 3\sin\Theta_0 - iy\sin\Theta_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \Psi\sin\Theta_0 - i\cos\Phi \\ \Psi\sin\Theta_0 + i\cos\Phi \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(-i)\begin{pmatrix} \cos\Phi + i\sin\Theta_0\Psi \\ -\cos\Phi + i\sin\Theta_0\Psi \end{pmatrix}$$

$J = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} m_+ \\ -m_- \end{pmatrix}$, что значит $\Phi\Psi$? $\Psi = m_+$ или $\Psi = \chi$? $J = M_s/\beta$.

$\mathcal{L}_B = -J\cos\Theta\dot{\Phi}$ даст вклад в $\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2} J\cos\Theta_0 \cos^2 \nabla\Phi_0 \cdot \dot{\vec{X}} \sim \varepsilon^3$ и опр. $M_V(t)$

(27/IV) Meeting с O. Bucsel и M. Maitian (KTH). Тест на значимость математики обменной функции и намагниченности. Модель деления Bose-H. effect in 2 coupled mag. stripes – нарушение закона $H_{dd}^{comp}(S)$. Закон-то слишком propagating SW. Оценка генерации SW in antidot и antidot arrays в Упругом ($\langle\cdots\rangle_2$, FMR) эксп. Подготовить обязательно какой Хэлуэй-эксп. у них есть и написать Word file review SW.

20,000 € × 4,40 ≈ 80,000 PLN (PQLS)

Работа над revision Edge-SW Sci. Rep. с Фархад и Replies to referees.

(22/V) Skyrmion review (Iopzand - MC2017). подписан контракт с Пуйол и Мальман и послан им и Joachim оригинал док-ов на онлайн. E-mails to Ruben и Фархад

Неделчева, Оксанова Ч. - INTERMAG, Sol-SkyMag chair, Finocchio paper etc.

(29/V) Report и Submitted abs. на SMM'17, Sevilla. Изучил новое, сделанное в PM'17 Атанас

(30/V - 6/VI) Командировка с Л. на SkyMag'17 conf. to Paris. Skyrmion dyn. in dot-etc. E. Papaioannou (Singapore) - обсудили публикацию when published. Разговор с Garcia-Sanchez, Garst, Tretiakov, Leonov, Wissedanger, de Loubens, A. Tert, Thiaville, Millet, Kiselev, Rybakov, Bessarab, Back, Klaui, Iwasaki, Mankovsky, Roy, Moutafis. Upload нам dip. papers to Bessarab, запасени reprints C. Panagopoulos (Sk-dyn.), S. Finizio (dyn), послано MC-Sol. Rep. to Iwasaki.

(8/VI) Беседа с Маринел и Оксана об нашей работе (b.c. in stripes и SW в antidot (Sim).

(9/VI) Визит в Tax office - Толоса (хотели добавим Л. "Constanto" з/ни к моей з/ни по подписать income tax declaration conjunta - не приняли Л. 10-Т и Annex-6). Individual tax declar. - невыгодно, т.к. слишком много conjunta и половину сводок на Antonia и hipoteca. Звонил Оксана Ч.: она предлагает в дом Roberto на работа если нужно будет. Сона Arantxa будет не хочет, хоть деньги есть. обещал Окс. приехать на Зимнюю Roberto с June 13-14.

(10-13/VI) Поездка с Л. в Madrid, Hotel "Osuna". 11/VI подали на новые укр. загран-паспорта (136 € × 2 = 272 € сбор). обещали сделать в тек. 2 нед., но через 1 нед. подобность. узнать о progress.

(15/VI) Встреча с Julian: Sol-SkyMag current state (Fax Library, restaurant etc). Беседа с Оксана (SW in Sk-state dot) и Маринел. Зурица: JMMM - Sk dyn. MS status

(16/VI) Writing Sk-radius Finocchio MS для PRL. E-mails to Ainhoa (36 € Cert fee - Santander). "Juan Marco (в Cards - CONSTANTO"). В. Иванов (узнаем Sol SkyMag 2017). Л. + Ю. в nalog и испанцию (Л. income tax и налог нуйб. CONSTANTO). С. Л. в Eroski Urbil - Закупка сена, водн. дна Sol SkyMag.

(17/VI) Invitations Sol-SkyMag. Беседа с Маринел и Оксанов. Фархад: Δ-dot SW bcc SW-vortex state

(18/VI) С Л. в Bilbil "Alaberria и "Carrefour" (водн. вино для conf.). Julian договорился с UPV/EHU rector Nekane Balluerka. тот она будет открывать Sol-SkyMag conf. in June 20, 9 AM. Билеты, отдых дома.

(19/VI) R Moreno (Окс. асистент) сообщил что дата PhD thesis Зашиты - June 14 (Madrid UAM) revised Arantxa Sk-HPD MS и resubmitted it to PRB (Skype с Лидией). Билеты Barcelona, Oral JMMM - Barcelona: hysteresis loops of small vortex dots (с Bilbao group). Cita Tax office - Толоса Larrysa Grs. June 9, 11^00 AM.

(20/VI) Запросил M(H) vortex teeth copy у Maite и Status Nanoscale MS (review). Written to be Session Chair JMMM'17 Barcelona

(22/VI) С Л. в "IKEA" Barakaldo за plastic boxes. Доба/Зарантс на обр. мусор.

(23/VI) Miguel Angel из ректората UAM/EHU прислал запрос кратко фразу justifications для санкции MEC project FIS 2010 с NSF (2011-2013). Беседы с Оксанов (DMI form) и Маринел (SW scattering на interface m. coupled stripes).

(24/VI) Seminar talks by Марина (SW-scattering на пр. разделе coupled FMs) и Оксана (SW of antidot при H_z ≠ 0 - невыгодно (SD)). Прибыл Julian и Ai Ping. Беседы с Окс и Маринел об отчете Sol-SkyMag - обещан объем по 1800 € из MagIC project и их будущем (Spanish PhD и postdoc). Экзамен Antonia "Erosky" Urbil, прислал Julian с La Palma.

(25-26/VI) Фин. отчет по MEC-PIB2010 project. В рест. "Arantxa" с Л., Ю., Julian, Оксана Ч. прислала next draft of "Skyrmion Size" MS с Finocchio.

(27/VI) Подготовка доклада M(H) small vort. dots на JMMM'17 Barcelona

(28/VI - 1/VII) Поездка с Л. на JMMM'17 в Barcelona. Послал Окс и Finocchio Sk-size revised MS и отсюда его (мне неудобно. Intro и Theor. часть). Принимали Sci. Rep. с Фархад. Anna Marchenkova прислала запрос на MEC-2016 distribucion €. Обсужд. с Ruben Okroa (Hitachi Cambridge) - дорого. о совм. работе по skyrmion core reversal, переписка с Кругл и Гуйол, Михал М., Moreno R., Фархад, Гуйл (Confirm. letter) // Обсужд. AE-Sk с Uzdin

(2/VII) Call to Фархад, прислонил и послал Sci. Rep. pay-form 1045 €. Отчет Barcelona trip. Сдал Л.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

$\mathcal{L}_{ij}^{(k)} = m_i \frac{\partial m_j}{\partial x_k} - m_j \frac{\partial m_i}{\partial x_k}$ сл. 8/VIII 2018г.

$K \to K + 2\pi M_s^2$ Възможно ли е да има Special DW (Neel) в bulk magnets, в които $K_{eff} < 0$?

$K \to K_{eff} = K - 2\pi M_s^2$.

- To date only two types of skyrmions were observed: Bloch-Sk in cubic B20 и Sk-Neel lattices in Fe/Ir(111), GaV_4O_8. A нов Neel-Sk in Co/Pt-MLs, ¿DMI?

При sk-radius $R_s \gg L$, magnetostatic field може да бъде пренебрежен (?). $\div 4\pi M_s$ енергия.

Следващ Очевидно е, че Neel-Sk и thin films $L \ll R_s$, $K_{eff} = K + 2\pi M_s^2$, $\Rightarrow$ по-голяма вероятност да има Neel-DW in bulk ferromagnets.

Изч. на stray fields for bubble domains in MLs were calculated in C. Bran et al PRB 79, 024430 (2009). Изобщо

DMI energies: $W_1^{\pm} = \mathcal{L}_{zy}^{(x)} \pm \mathcal{L}_{zy}^{(y)}$, $W_2^{\pm} = \mathcal{L}_{zx}^{(y)} \pm \mathcal{L}_{zy}^{(x)}$ in uniaxial magnets

$C_{nv}[W_1^+]$, $D_{2d}[W_1^-]$, $D_n[W_2^-]$, $S_4[W_1^-]$, $C_n[W_1^+, W_2^+]$

$W_1^+ = m_z \frac{\partial m_x}{\partial x} - m_x \frac{\partial m_z}{\partial x} + m_z \frac{\partial m_y}{\partial y} - m_y \frac{\partial m_z}{\partial y} = m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\cdot\vec{\nabla}) m_z$ – inter...

$W_2^+ = m_z \frac{\partial m_x}{\partial y} - m_x \frac{\partial m_z}{\partial y} + m_z \frac{\partial m_y}{\partial x} - m_y \frac{\partial m_z}{\partial x}$, $W_2^- = -\vec{m}\cdot(\operatorname{rot}\vec{m})$

$W_1^- = m_z \frac{\partial m_x}{\partial x} - m_x \frac{\partial m_z}{\partial x} - m_z \frac{\partial m_y}{\partial y} + m_y \frac{\partial m_z}{\partial y}$.

Плюс интеграл инвариантности $W_1^+ = m_z(\nabla\cdot\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z$ – сообщает C_{nv} и C_n

и $W_2^- = -\vec{m}\cdot(\operatorname{rot}\vec{m})$ – сообщает D_n и S_4.

У Богданова, ЖЭТФ 1989: C_{nv} сообщает $m_z \nabla\vec{m} - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z$ и D_n сообщает $-\vec{m}\cdot(\operatorname{rot}\vec{m})$

Поэтому, C_n сообщает смесь W_1^+ и W_2^+ а S_4 сообщает смесь W_1^- и W_2^- с произвольными коэффициентами S_4: $W_D = D_1 W_1^- + D_2 W_2^-$, C_n: $W_D = D_1 W_1^+ + D_2 W_2^+$ и угол $\psi_1 = \operatorname{arctg}(D_2/D_1)$ входит в $\Phi = -\varphi + \psi_1$ (S_4) и $\Phi = \varphi + \psi_1$ (C_n) – deformed vortex, (deformed antiskyrmion) (Bloch - Neel Skyrmion)

C_{nv} – Neel Skyrmion, D_n – Bloch Skyrmion, D_{2d} – antiskyrmion

Т.е. в uniaxial magnets только C_{nv} и D_n - skyrm. classes exist, но Neel / Bloch Sk., а C_n – mixed Bloch-Neel Skyrmion.

In Cubic magnets $W_D = L^{(z)}_{yx} + L^{(y)}_{xz} + L^{(x)}_{zy} = (\vec{m}\cdot\operatorname{rot}\vec{m}) + \nu \frac{\partial m_z}{\partial z} = 0$ – Cubic bulk DMI, leads to Bloch Skyrmions, совпадает с W_2^- (D_n - uniaxial class)

Fig. 12 is applicable to uniaxial magnets, и D_n - W_D Skyrmions совп. с W_2^- Cubic (Bloch)

Escaneado con CamScanner

(26/IV) Meeting с Ruben Otxoa (bigger 50/50% UK/BIPC): motion of DW in AFM-Mn_2 by Neel Spin-orbit torque (SOT), giant DW velocity ~ 40 km/s.

(27/IV) Spin-orbit torque (SOT) induced motion of DW in antiferromagnets (AF). AFM-DW moti

• 1) Gomonay et al PRL 117, 017202 (2016): SOT in specific AF (the noncollinear antiparallel configuration, Mn_2Au-type) создает неоднородное поле $H_{N1,2} \sim j$, $w_{SOT} = -\vec{L}\cdot\vec{H}_{SOT}$, $\vec{L} = \vec{M}_1 - \vec{M}_2$. $\vec{H}_{SOT}$ индуцирует AF-DW motion. Rigid DW достигает скорости $v_{DW}^{max} \sim c$ (c - magnon) ~ 10 km/s из-за эффект. Walker breakdown. 1D equation of motion дает $\theta(x,t)$ для $\vec{L}$ с ос. $v_{DW}^{AF} >> v_{DW}^{FM}$ и/за меньш pulse duration. $\Delta(v) = \Delta_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$ - Lorentz contraction of DW width. Nothing about SW generation by moving DW.

• 2) T. Shino et al. PRL 117, 087203 (2016). Bilayer stripe AF/HM. Interface AF/heavy-metal SOT генерирует damping-like SOT (разрешает Neel AF-DW до ~5 km/s) и DMI. Auy AF в отличие от Gomonay '16. Асимметрия DW и SW generation и/за $v_{DW} \to v_{max}$ + THz-frequency.

.3) P. Wadley et al. Science 351, 587 (2016). Electrical switching in AF ($CuMnAs$) (Experiment) by SOT.

(22/II) Ruben Обнаружение AF-DW motion by SOT с Ruben: сталкнулся много раз с проблемой Lorentz-inv. $\beta = \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Как и с - magnon velocity и какой ее учесть в AF DW motion описывать через (c-) limiting speed of DW -rigid motion instability? // Чем отличаются Refs по AF-dynamics, DW-motion and generation SW by DW и описать asymmetric DW-profile - DW-instability, возможно через SW. // Анализ и printing AF-DW papers, перечислил с E. Gomonay. Она отправила Suppl. Mat. к Gomonay PRL'16. Полезные Eqs. in A.K. Zvezdin et al. „Magnus force..." Low T. Phys. 36, 826 (2010). (weak ferromagnet or AF)

AF-DW

(29/II) Полезные papers по AF-dynamics + interaction/generation SW by FM-DW.

Kosevich' Ph. Rep. 1990: $W_{AF} = \frac{1}{2}A\vec{M}^2 - \vec{M}\cdot\vec{H} + \frac{1}{8}\alpha\left(\frac{\partial\vec{L}}{\partial x_i}\right)^2 + W_a(\vec{L})$

$\vec{L} = \vec{M}_1 - \vec{M}_2$, $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$, $L^2 + M^2 = 4M_0^2$, $\vec{L}\cdot\vec{M} = 0$ - Векторы антипарал. и ферромаг.

$$\begin{cases} -\frac{1}{\delta}\dot{\vec{M}} = \vec{M}\times\vec{H}_M + \vec{L}\times\vec{H}_L \\ -\frac{1}{\delta}\dot{\vec{L}} = \vec{L}\times\vec{H}_M + \vec{M}\times\vec{H}_L \end{cases} (1),(2) \quad \vec{H}_M = -\delta W/\delta\vec{M}, \quad \vec{H}_L = -\delta W/\delta\vec{L}$$

Approximation $|\vec{M}| \ll |\vec{L}| \approx 2M_0$.

Escaneado con CamScanner

В Baryakhtar JETP '1980 . Zvezdin LTP '2010 в W есть член $\sim |\nabla \vec{M}|^2$.

В Eq. (2) все члены с $\frac{\partial}{\partial x}$ и W_a малы по сравн. с $\vec{H}_{ex} = A\vec{M}$ и поэтому

$\frac{1}{\gamma}\dot{\vec{L}} = (\vec{H} - A\vec{M}) \times \vec{L}$ и $\left(\vec{M} = \frac{1}{4}\frac{1}{\gamma A M_0^2}\dot{\vec{L}}\times\vec{L} + \frac{1}{4AM_0^2}\vec{L}\times(\vec{H}\times\vec{L})\right)$, $M^2 \ll L^2$,

Внутрь $\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_i}$ Eq. (1): $-\frac{1}{\gamma}\dot{\vec{M}} = \frac{1}{4}\alpha\vec{L}\times\Delta\vec{L} + \vec{M}\times\vec{H} - \vec{L}\times\frac{\partial w_a}{\partial \vec{L}}$. $\vec{l} = \frac{\vec{L}}{2M_0}$, $\vec{l}^2 = 1$

$\vec{M} = \frac{1}{\gamma A}\dot{\vec{l}}\times\vec{l} + \frac{1}{A}\vec{l}\times(\vec{H}\times\vec{l})$, $-\frac{1}{\gamma}\left[\frac{1}{\gamma A}\frac{\partial}{\partial t}\dot{\vec{l}}\times\vec{l} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial t}\vec{l}\times(\vec{H}\times\vec{l})\right] =$

$= \frac{1}{4}\alpha\vec{L}\times\Delta\vec{L} - \vec{L}\times\frac{\partial w_a}{\partial \vec{L}} + \left[\frac{1}{\gamma A}\dot{\vec{l}}\times\vec{l} + \frac{1}{A}\vec{l}\times(\vec{H}\times\vec{l})\right]\times\vec{H}$

$\frac{\partial}{\partial t}\dot{\vec{l}}\times\vec{l} = \ddot{\vec{l}}\times\vec{l} + \dot{\vec{l}}\times\dot{\vec{l}} = \ddot{\vec{l}}\times\vec{l}$, $\vec{l}\times(\vec{H}\times\vec{l}) = \vec{H} - \vec{l}(\vec{l}\cdot\vec{H})$

$\frac{\partial}{\partial t}\vec{l}\times(\vec{H}\times\vec{l}) = \dot{\vec{H}} - \dot{\vec{l}}(\vec{l}\vec{H}) - \vec{l}(\dot{\vec{l}}\cdot\vec{H}) - \vec{l}(\vec{l}\cdot\dot{\vec{H}}) = \dot{\vec{H}} + \dot{\vec{l}}\times\vec{l}\times\vec{l}$ $\vec{l}\times(\vec{H}\times\vec{l}) - \ldots$

$\ddot{\vec{l}}\times(\vec{H}\times\vec{l}) + \vec{H} = \ddot{\vec{l}}\times[(\vec{H}\times\vec{l})\times\vec{H}] = -\ddot{\vec{l}}\times[\vec{H}\times(\vec{H}\times\vec{l})] = -\ddot{\vec{l}}\times[\vec{H}(\vec{H}\vec{l}) - \vec{l}(\vec{H}\cdot\vec{H})] = -\ddot{\vec{l}}\times\vec{H}(\vec{H}\vec{l})$

$\frac{\partial}{\partial t}\dot{\vec{l}}\times(\vec{H}\times\vec{l}) = \ddot{\vec{l}}\times(\vec{H}\times\vec{l}) + \dot{\vec{l}}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l}) + \dot{\vec{l}}\times(\vec{H}\times\dot{\vec{l}}) = \ddot{\vec{l}}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l}) + \vec{H}(\dot{\vec{l}}\cdot\dot{\vec{l}}) - \vec{l}(\dot{\vec{l}}\cdot\dot{\vec{H}}) +$

$+ \vec{H}(\vec{l}\cdot\ddot{\vec{l}}) - \dot{\vec{l}}(\vec{l}\cdot\vec{H}) = \ddot{\vec{l}}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l}) - \dot{\vec{l}}(\dot{\vec{l}}\cdot\vec{H}) - \dot{\vec{l}}(\vec{l}\cdot\vec{H})$ ($\vec{l}\cdot\ddot{\vec{l}} = 0$)

$-\frac{1}{\gamma A}\left[\frac{1}{\gamma}\dddot{\vec{l}}\times\vec{l} + \ddot{\vec{l}}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l}) - \ddot{\vec{l}}(\vec{l}\dot{\vec{H}}) - \dot{\vec{l}}(\vec{l}\cdot\dot{\vec{H}})\right] = \alpha M_0^2\ddot{\vec{l}}\times\Delta\vec{l} - \vec{l}\times\frac{\partial w_a}{\partial \vec{l}} +$

$+ \frac{1}{A}\left[\frac{1}{\gamma}\ddot{\vec{l}}\times\vec{l}\times\vec{H} - \ddot{\vec{l}}\times\vec{H}(\vec{H}\vec{l})\right]$, $\vec{l}\times\left[\alpha M_0^2\Delta\vec{l} - \frac{1}{\gamma^2 A}\ddot{\vec{l}} - \frac{\partial w_a}{\partial \vec{l}}\right] + \frac{1}{\gamma A}\left[\vec{l}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l})\right.$

$\left. - \vec{l}(\dot{\vec{l}}\vec{H}) - \dot{\vec{l}}(\vec{l}\vec{H}) + \dot{\vec{l}}\times\vec{l}\times\vec{H} - \gamma\vec{l}\times\vec{H}(\vec{H}\cdot\vec{l})\right] = 0$

$\vec{l}\times\left[\alpha M_0^2\Delta\vec{l} - \frac{1}{\gamma^2 A}\ddot{\vec{l}} - \frac{\partial w_a}{\partial \vec{l}}\right] + \frac{1}{\gamma A}\left[\vec{l}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l}) - \cancel{\vec{l}(\dot{\vec{l}}\vec{H})} - \dot{\vec{l}}(\vec{l}\vec{H}) + \vec{l}(\dot{\vec{l}}\cdot\vec{H}) - \vec{H}(\dot{\vec{l}}\cdot\vec{l}) - \right.$

$\left. - \gamma\vec{l}\times\vec{H}(\vec{H}\vec{l})\right] = 0$ ($\dot{\vec{l}}\cdot\vec{l} = 0$)

$\vec{l}\times\left[\alpha M_0^2\Delta\vec{l} - \frac{1}{\gamma^2 A}\ddot{\vec{l}} - \frac{\partial w_a}{\partial \vec{l}}\right] + \frac{1}{\gamma A}\left[\vec{l}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l}) - \dot{\vec{l}}(\vec{l}\vec{H}) - \gamma\vec{l}\times\vec{H}(\vec{l}\vec{H})\right] = 0$.

$\vec{l}\times\left[c^2\Delta\vec{l} - \ddot{\vec{l}} - \gamma^2 A\frac{\partial w_a}{\partial \vec{l}}\right] + \gamma\vec{l}\times(\dot{\vec{H}}\times\vec{l}) - \gamma\dot{\vec{l}}(\vec{l}\cdot\vec{H}) - \gamma^2\vec{l}\times\vec{H}(\vec{l}\cdot\vec{H}) = 0$ (*)

$c^2 = \gamma^2 A\alpha M_0^2$, $c = \gamma M_0\sqrt{\alpha A}$ - characteristic velocity. Eq. (*) совп. от Kosevich'90 членом с $\ddot{\vec{M}}$ и отсут. 2-го члена $\gamma\dot{\vec{l}}(\vec{l}\cdot\vec{H})$.

// Baryakhtar 'JETP '80 : $W = M_0^2\int dv\left[\frac{1}{2}\delta\vec{m}^2 + \frac{\alpha}{2}(\nabla\vec{l})^2 + \ldots\right]$, $\vec{m} = \frac{1}{2M_0}(\vec{M}_1 + \vec{M}_2)$, $\vec{l} = \frac{1}{2M_0}(\vec{M}_1 - \vec{M}_2)$

$c = \frac{1}{2}\gamma M_0\sqrt{\alpha\delta}$, $M_0\frac{g}{2} = \gamma$, $\frac{1}{2}M_0^2\delta\frac{1}{4M_0^2}\vec{M}^2 = \frac{A}{2}\vec{M}^2$, $A = \delta/4$.

Kos. $\frac{1}{8}\alpha_K(\nabla\vec{L})^2 = \frac{1}{2}\alpha_K\cdot 4M_0^2(\nabla\vec{l})^2$ совп. $\frac{1}{2}\alpha M_0^2(\nabla\vec{l})^2_{Bar}$, т.е. $\alpha_K = \alpha$.

$c_{Bar} = \gamma\sqrt{\alpha\cdot 4A} = 2\gamma\sqrt{\alpha A}$ - не то. У Барьяхтар'80 надо $\frac{2}{g} = \frac{1}{\gamma}$ или $\gamma = g$.

$c_{Bar} = \frac{1}{2}\gamma M_0\sqrt{\alpha\cdot 4A} = \gamma M_0\sqrt{\alpha A}$ совп. с c-velocity в обозначн. Kosevich'90.

A - uniform exchange to form $\vec{M}_1, \vec{M}_2$ magnetizations.

$c_{Bar} = \frac{1}{2}\gamma M_0\sqrt{\alpha\delta}$ нет. "minimal" SW velocity (!). Верно для v_{ph} - phase velocity

У Gomonay'16 $c = \gamma\sqrt{A_G H_{ex}/M_s}$, A_G - micromag. ex. stiffness (как у Kos., Bar.) of $\vec{l}$-vector, а H_{ex} is undefined.

Gomonay: $\vec{M}_G = \frac{1}{M_s H_{ex}}\dot{\vec{L}}\times\vec{H}\times\vec{L} + \frac{1}{\gamma M_s H_{ex}}\vec{L}\times\dot{\vec{L}}$, сравнивая $\vec{M}_G$ с $\vec{M}_{kos}$

получим $\frac{1}{M_s H_{ex}} = \frac{1}{4M_0^2 A}$, $A = \frac{1}{4}H_{ex}/M_s$ или $(H_{ex} = 4AM_s)$ (A как у Kosev. '90).

$c_G = \gamma\sqrt{A_G H_{ex}/M_s} = 2\gamma\sqrt{A_G A}$ сравн. с $c_K = \gamma M_s\sqrt{\alpha A}$, $4A_G = M_s^2\alpha$.

Т.е. $A_G = \frac{1}{4}\alpha M_s^2$ - stiffness of $\vec{L}$-vector.

$x_{DW} = \sqrt{A_G/H_{an}M_s} = \sqrt{\frac{\alpha}{4}M_s^2/(\beta M_s M_s)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ совп. от обычного $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$, $\beta = \frac{2K_1}{M_s^2}$.

Нельзя откуда Shiino PRL'16 решили что c - is max SW group velocity (?)

Escaneado con CamScanner

20,000 € × 4,40 ≈ 880,000 PLN (PLS)

Kosevich'90: ($\vec{H} \parallel$ easy axis)

$$\omega_H = \gamma H, H = \text{const}$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - c^2\Delta\theta - \left[(\omega_H - \dot{\varphi})^2 - c^2(\nabla\varphi)^2\right]\sin\theta\cos\theta + \gamma^2 A \frac{\partial w_a}{\partial\theta} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}\left[\sin^2\theta(\dot{\varphi} - \omega_H)\right] - c^2\,\mathrm{div}(\sin^2\theta\nabla\varphi) + \gamma^2 A \frac{\partial w_a}{\partial\varphi} = 0 \end{cases}$$

$\vec{l}(\theta,\varphi)$ — УД

УД имеет решение $\theta = \theta_0(x)$, $\varphi = \Omega t$, то есть реш. $\theta = \theta_0[\hat{\beta}(x - vt)]$,

$\varphi = \Omega\hat{\beta}(t - vx/c^2)$, $\hat{\beta} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ в силу Лоренц-инвариантности.

Пусть $\varphi = \text{const}$, $\Phi = \text{const}$ ($H = 0$) решение $\to \dot{\theta} = 0$, $-c^2\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \omega_1^2\sin\theta\cos\theta = 0$

$\mathrm{tg}\frac{1}{2}\theta(x) = e^{x/\Delta}$, $\Delta^2 = c^2/\omega_1^2 = A/\beta$ — решение. $\mathrm{tg}\frac{1}{2}\theta = \exp\left[\frac{(x - vt)\frac{1}{\Delta_0}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right]$ — реш. с $\varphi = \text{const}$.

Если $H \neq 0$, Лоренц-инвариантность сохраняется, но $\Phi(t)$ и $\varphi(t)$, т.е. ДС уже не чистая Блоховская или Неелевская ДС. Все это для с.с. $\vec{H} \parallel Oz$ — "easy" оси и $\vec{L}$.

Wiki: If observer in coord. syst. F records event at (t, x), then observer in F' (v velocity rel. F) records the same event at $t' = \beta(t - vx/c^2)$, $x' = \beta(x - vt)$, $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. $F = F'$ at $t = 0$. $v = \text{const}$.

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\theta}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\theta}{\partial x'}\beta + \frac{\partial\theta}{\partial t'}(-1)\beta\frac{v}{c^2}\right] = \beta\left[\frac{\partial\theta}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial x'}\frac{\partial t'}{\partial x}\right] - \beta\frac{v}{c^2}\left[\frac{\partial\theta}{\partial t'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial\theta}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x}\right] = \beta\left[\frac{\partial^2\theta}{\partial x'^2}\beta + \frac{\partial^2\theta}{\partial x'\partial t'}(-1)\beta\frac{v}{c^2}\right] - \beta\frac{v}{c^2}\left[\frac{\partial^2\theta}{\partial x'\partial t'}\beta + \frac{\partial^2\theta}{\partial t'^2}(-1)\beta\frac{v}{c^2}\right] = \ldots \Rightarrow \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\theta}{\partial t'^2}$$

AF- $\mathcal{L} = \frac{1}{2}\alpha M_0^2\left\{\frac{1}{c^2}\left[(\dot{\theta})^2 + \sin^2\theta(\dot{\varphi} - \omega_H)^2\right] - \left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2\right]\right\} - W_a(\theta,\varphi)$

$\mathcal{L}_{kin} = \frac{1}{2}\frac{\alpha M_0^2}{c^2}\left[(\dot{\theta})^2 + \sin^2\theta(\dot{\varphi} - \omega_H)^2\right]$, где FM $\mathcal{L}_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}(1 - \cos\theta)\dot{\varphi}$ силовой отсчет.

$$\alpha M_0^2/c^2 = \frac{\alpha M_0^2}{\gamma^2 M_0^2 \alpha A} = \frac{1}{\gamma^2 A}$$

→ Дисперсия линейных ДВ для одноосного AF с $W_a = -\frac{1}{2}\beta M_0^2\cos^2\theta$ // при $b = 0$ $\omega_0 = \omega_1$

$\omega(k) = \omega_H \pm \sqrt{\omega_1^2 + c^2k^2}$, $\omega_1^2 = \gamma^2 M_0^2 A(\beta + b) = \gamma^2 M_0^2 A\beta$, $\omega_1 = \gamma M_0\sqrt{A\beta}$

Напомним $W_{AF} = \frac{1}{2}A\vec{M}^2 + \ldots$ A — однородный обменный интеграл, b, K_u — неоднородная AF.

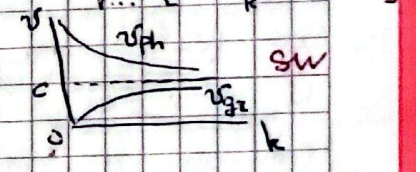
$\vec{M}^2 = (\vec{M}_1 + \vec{M}_2)^2 = \vec{M}_1^2 + \vec{M}_2^2 + 2\vec{M}_1\vec{M}_2$, т.е. $W_{AF} = \text{const} + A\vec{M}_1\vec{M}_2$. $\vec{H} \parallel Oz \parallel \hat{z}$

($\vec{M}_1^2 = \vec{M}_2^2 = M_0^2$)

При $H = 0$, $\omega(k) = \sqrt{\omega_1^2 + c^2k^2}$ как в С.Т.О., $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_0^2 + c^2p^2}$.

$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{k}\sqrt{\omega_1^2 + c^2k^2}$, $\frac{\partial v_{ph}}{\partial k} = -\frac{1}{k^2}\sqrt{\ldots} + \frac{1}{k}\frac{1}{2\sqrt{(\ldots)}}c^2 2k = \frac{1}{\sqrt{\ldots}}\left[c^2 - \frac{1}{k^2}(\omega_1^2 + c^2k^2)\right] =$

$= \frac{1}{\sqrt{(\ldots)}}\left(-\frac{1}{k^2}\right)\omega_1^2 < 0$, $v_{gr} = \frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{1}{2\sqrt{(\ldots)}}c^2 2k = \frac{c^2k}{\sqrt{\omega_1^2 + c^2k^2}}$



(Видно из $\omega(k)$ при $c = \gamma M_0\sqrt{\alpha A}$ есть $\min v_{ph}$, и $\max v_{gr}$ — velocity.

$$\omega(k) = \sqrt{\gamma^2 M_0^2 A\beta + \gamma^2 M_0^2 \alpha A k^2} = \gamma M_0\sqrt{A}\sqrt{\beta + \alpha k^2} \sim \sqrt{A} \sim \sqrt{J_{AF}}$$

При $k \gg (\beta/\alpha)^{1/2}$, $\omega(k) = ck$, т.е. SW velocity at large $k \gg 1/\delta$; $ck \gg \omega_1$.

Замена $\varphi = \Phi + \omega_H t$ и 1D case, $H_z = \text{const}$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - c^2\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \left[\omega_1^2 - (\dot{\Phi})^2 + c^2\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2\right]\sin\theta\cos\theta = 0 \\ \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\sin^2\theta\,\dot{\Phi}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\sin^2\theta\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) \end{cases}$$ uniaxial AF

Kosevich'90: при $0 < H_z < H_1 = M_0\sqrt{A\beta}$ the collinear phase с $\vec{L}_0 \parallel Oz$ is stable.

30/12 Надо включить damping, SOT-field и $\dot{H}$ в AF equations of motion.

DW width $\Delta_H^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2}\frac{\left[1 - v^2/c^2\right]^2}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2} - \left(\frac{H}{H_1}\right)^2\right]^2}$, $(\omega_0/c)^{-1} = \gamma M_0\sqrt{A\beta}/\gamma M_0\sqrt{A\alpha} = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = \frac{1}{\Delta_0}$, $\Delta(v) = \Delta_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$ при $H = 0$

Escaneado con CamScanner

$\Delta_H^2 = \Delta_0^2 \frac{1}{\beta^4} \frac{1}{\left[\frac{1}{\beta^2} - (H/H_0)^2\right]}$, $\Delta_H^2 = \Delta_0^2 \frac{1}{\hat\beta^2} \frac{1}{\left[1 - \hat\beta^2 (H/H_0)^2\right]}$, $\hat\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \geq 1$.

T.e. s.c. field $H = H_c$, $H < H_1 = M_0 \sqrt{A\beta}$ расширяет DW. Limit value of v is at $H \to 0$, $v_c(H) = c\sqrt{1 - (H/H_1)^2}$ - нарост с HF. $v_c(H)$ - min. phase velocity of lower-branch magnons (!). При $H \to H_1 - 0$, $\Delta_H \to \infty$ и DW stops $v_c \to 0$.

$E_{DW}(v) = E_0 \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, $E_0 = 2M_0^2\sqrt{A\beta}$, $E(v) = E_0 + \frac{1}{2} m v^2$ at $v \ll c$,

where DW-mass $m = E_0/c^2 = \frac{2M_0^2\sqrt{A\beta}}{\gamma^2 M_0^2 \Delta A} = \frac{2}{\gamma^2}\sqrt{\frac{\beta}{A}}\frac{1}{A} = \frac{2}{\gamma^2}\frac{1}{\Delta_0 A}$ - mass density per unit area of DW

$m_{DW} = \frac{2}{\gamma^2}\frac{1}{\Delta_0 A}$ есественно следует из AF dynamics. AF DW mass density $H_{ex}^{12} = 4A M_s$, $[A] = 1$.

Сем. 14/XII 2014 $\frac{1}{\gamma^2} = 2.95 \cdot 10^{-15} \frac{g}{cm}$ при $\frac{\gamma}{2\pi} = 2.93 \frac{MHz}{Oe}$, $\frac{1}{\gamma^2} \approx 3 \cdot 10^{-15} g/cm$

$A \sim 10^4$, $m_{DW} = 2 \cdot 3 \cdot 10^{-15} \frac{g}{cm} \frac{1}{10\,nm} \frac{1}{10^4} \approx 6 \cdot 10^{-13} \frac{g}{cm^2}$ на ед. площади DW.

Ф-ю стрип $S_{DW} = LW = 10\,nm \cdot 100\,nm = 10^3 (10^{-7}\,cm)^2 = 10^{-11}\,cm^2$

AF - $M_{DW} = m_{DW} \cdot S = 6 \cdot 10^{-13} \frac{g}{cm^2} \cdot 10^{-11}\,cm^2 = 6 \cdot 10^{-24}\,g$ очень мала из-за $A \gg 1$

Check Gomonay PRL'16 и Supple. PRL'16.

$\vec M = \frac{1}{M_s H_e}[\vec L \times \vec H \times \vec L] + \frac{1}{\gamma M_s H_e}[\vec L \times \dot{\vec L}]$, $\vec M_H = \frac{1}{M_s H_e}[\vec L \times \vec H \times \vec L]$

$W_H = -\vec M_H \cdot \vec H - \vec L \cdot \vec H_N$, $\vec H \cdot [\vec L \times \vec H \times \vec L] = \vec H \cdot [\vec H L^2 - \vec L (\vec L \cdot \vec H)] = H^2 L^2 - (\vec L \cdot \vec H)^2 =$
$= (\vec L \times \vec H)^2$

$w_H = -\frac{1}{M_s H_e}(\vec L \times \vec H)^2 - \vec L \cdot \vec H_N$, Eq. (1) Gomonay с $\frac{1}{2}$: $W_H = -\frac{1}{2M_s H_e}(\vec L \times \vec H)^2 - \vec L \cdot \vec H_N$
(как самосогласованно?)

$-\frac{1}{\gamma}\dot{\vec M} = \vec M \times \left[-\frac{\delta W}{\delta \vec M}\right] + \vec L \times \vec H_L$, $W_{AF} = \frac{1}{2}A\vec M^2 - \vec M \cdot \vec H + \frac{\alpha}{8}(\nabla \vec L)^2 + w_a(\vec L)$ - Kosevich'83

$\delta W/\delta \vec M = A\vec M + \vec H$, $\vec H_L = -\delta W/\delta \vec L$

$-\frac{1}{\gamma}\dot{\vec M} = \vec M \times \vec H + \vec L \times \left[\frac{\alpha}{4}\Delta \vec L - \frac{\partial w_a}{\partial \vec L}\right] = \vec M \times \vec H + \vec L \times \vec H_L$, damping $\vec H_L \to \vec H_L - \frac{\alpha}{G}\dot{\vec L}$.

$\vec H_N$ SOT-field. $W_{AF} = \frac{1}{2}A\vec M^2 - \vec M \cdot \vec H + \frac{1}{8}\alpha(\nabla \vec L)^2 + w_a(\vec L) - \vec L \cdot \vec H_N$, т.е.

$\vec H_L = \frac{1}{4}\alpha \Delta \vec L - \frac{\partial w_a}{\partial \vec L} + \vec H_N - \alpha_G \dot{\vec L}$, $-\frac{1}{\gamma}\dot{\vec M} = \vec M \times \vec H + \vec L \times \left[\frac{\alpha}{4}\Delta \vec L - \frac{\partial w_a}{\partial \vec L} + \vec H_N - \alpha_G \dot{\vec L}\right]$

У Gomonay Eq. (S2-S3) в $\dot{\vec M}$ нет $\vec M \times \vec H$, зато в $\vec H_L$ добавлен член $-\frac{\vec H(\vec L \cdot \vec H)}{M_s H_e}$,

Сообщ. $W_H = -\frac{1}{2M_s H_e}(\vec L \times \vec H)^2$, $-\frac{\partial w_H}{\partial \vec L} = -\frac{\partial}{\partial \vec L}\frac{(-1)}{2M_s H_e}\left[H^2 L^2 - (\vec L \cdot \vec H)^2\right] =$

$= -\frac{1}{M_s H_e}\vec H(\vec L \cdot \vec H) = \vec H_L^M$, т.е. Gomonay решает ЭД спонтанно, беря

из $\dot{\vec M} = \dot{\vec M}_H + \frac{(-1)}{\gamma M_s H_e}\vec L \times \dot{\vec L}$ только $\vec M_H$ и запихая его в $\vec H_L$ как $\vec H_L^M = -\frac{\vec H(\vec L \cdot \vec H)}{M_s H_e}$.

Это вообще неверно, т.к. если $\vec L \times \dot{\vec L}$ член в $\vec M$, еще и знак γ не тот.

Чуть $\vec H = 0$ пока, $-\frac{1}{\gamma}\dot{\vec M} = \vec L \times \left[\frac{\alpha}{4}\Delta \vec L - \frac{\partial w_a}{\partial \vec L} + \vec H_N - \alpha_G \dot{\vec L}\right]$, $\vec M = \frac{1}{\gamma A}\dot{\vec l} \times \vec l + \frac{1}{A}\vec l \times (\vec H \times \vec l)$

$-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{\gamma A}\vec l \times \vec l = -\frac{1}{\gamma^2 A}\frac{\partial}{\partial t}(\dot{\vec l} + \vec l) = -\frac{1}{\gamma^2 A}\ddot{\vec l} \times \vec l$, $\vec l = \vec L/2M_0$.

$-\frac{1}{\gamma^2 A}\ddot{\vec l} \times \vec l = \vec l \times \left[\frac{\alpha}{4} \cdot 4M_0^2 \Delta \vec l - \frac{\partial w_a}{\partial \vec l} + 2M_0 \vec H_N - \alpha_G M_0^2 \cdot 4\dot{\vec l}\right]$

$\vec l \times \left[\alpha M_0^2 \Delta \vec l - \frac{1}{\gamma^2 A}\ddot{\vec l} - \frac{\partial w_a}{\partial \vec l} + 2M_0 \vec H_N - \alpha_G \cdot 4M_0^2 \dot{\vec l}\right] = 0$

$\vec l \times \left[c^2 \Delta \vec l - \ddot{\vec l} - \gamma^2 A \frac{\partial w_a}{\partial \vec l} + 2M_0 \gamma^2 A \vec H_N - \alpha_G 4M_0^2 \gamma^2 A \dot{\vec l}\right] = 0$

$\vec H_L \to \vec H_L - \alpha_G \dot{\vec L}$ верно, надо $\vec H_L - \gamma \dot{\vec L}$, $\gamma = \frac{\alpha_G}{\gamma |\vec L|} = \frac{\alpha_G}{\gamma 2M_0}$, т.е. α_G (Gomonay'16)
Eq. (S2)

надо заменить на γ. $\gamma \cdot 4M_0^2 \gamma^2 A = \frac{\alpha_G}{2\gamma M_0} 4M_0^2 \gamma^2 A = \alpha_G \cdot 2\gamma M_0 A = \frac{1}{2}\alpha_G \gamma H_e$

$\vec l \times \left[c^2 \Delta \vec l - \ddot{\vec l} - \gamma^2 A \frac{\partial w_a}{\partial \vec l} + \frac{1}{2}\gamma^2 H_e \vec H_N - \frac{1}{2}\alpha_G \gamma H_e \dot{\vec l}\right] = 0$, $H_e = 4AM_0$, - вероятно ЭД

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

1) AF-DW с гиротропным SOT-field и damping типа $\dot{\vec{l}}$.

$\vec{l} = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$, $W_a = -\frac{1}{2}\beta M_0^2 \cos^2\theta$, easy axis anis.

$$\left(c^2\frac{\partial^2\vec{l}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vec{l}}{\partial t^2}\right) - \gamma^2 A\frac{\partial W_a}{\partial\vec{l}} + \frac{1}{2}\gamma^2 H_0 \vec{H}_N - \frac{1}{2}\alpha_G\gamma H_e \dot{\vec{l}} = 0$$

$\vec{H}_N = H_0\left(\frac{\vec{i}}{2} + \vec{j}\right)\frac{1}{|j|}$, где $\vec{j} \parallel Oy$, $\hat{z}+\hat{x}=\hat{j}$, $\vec{H}_N = H_N\hat{y}$

$W_a = -\frac{1}{2}\beta M_0^2 l_z^2$, $\partial W_a/\partial\vec{l} = -\frac{1}{2}\beta M_0^2 \cdot 2(0,0,l_z)$. Надо в сферич. (θ,φ) координатах.

AF-Lagrangian (Kosevich'90) $\mathcal{L} = \frac{1}{2}\frac{1}{\gamma^2 A}\left[(\dot\theta)^2 + \sin^2\theta(\dot\varphi)^2 - c^2\{(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2\}\right] - W_a - W_z$

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\frac{1}{\gamma^2 A}\left[(\dot\theta)^2 + \sin^2\theta(\dot\varphi)^2\right] - \frac{1}{2}\alpha M_0^2\left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2\right] - W_a - W_z$,

отличается от ферромаг. $\mathcal{L}$ только кин. член., и заменой $\vec{m}\to\vec{l}(\theta,\varphi)$.

$\mathcal{L}^{FM}_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\theta)\dot\varphi$, $\mathcal{L}^{AF}_{kin} = \frac{1}{2}\frac{1}{\gamma^2 A}\left[(\dot\theta)^2 + \sin^2\theta(\dot\varphi)^2\right]$ $\underline{M_s \to |\vec{L}| = 2M_0}$.

Диссипативная функция $R \sim (\dot{\vec{m}})^2$ — AF dynamics

Slonczewski eq. для FM $\left\{\begin{array}{l}\delta W/\delta\theta = \frac{M_s}{\gamma}\dot\varphi\sin\theta - \alpha M_s\dot\theta\frac{1}{\gamma}\\ \delta W/\delta\varphi = -\frac{M_s}{\gamma}\dot\theta\sin\theta - \alpha\frac{M_s}{\gamma}\dot\varphi\sin^2\theta\end{array}\right\}$

$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}^F_{kin}}{\partial\dot\varphi} = \frac{d}{dt}(1-\cos\theta)\frac{M_s}{\gamma} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\dot\theta - \cos\theta\dot\varphi = -\frac{d}{dt}(\cos\theta\cdot\varphi) - \sin\theta\dot\theta\varphi$, $\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial\dot\theta}\sin\theta\varphi\dot\theta = \frac{d}{dt}(\sin\theta\varphi)$

F: $\left\{\begin{array}{l}\frac{\delta W}{\delta\theta} = -\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}_{kin}}{\partial\dot\theta} - \alpha\frac{M_s}{\gamma}\dot\theta\\ \frac{\delta W}{\delta\varphi} = -\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}_{kin}}{\partial\dot\varphi} - \alpha\frac{M_s}{\gamma}\sin^2\theta\dot\varphi\end{array}\right\}$ $\xrightarrow{AF}$ $\left\{\begin{array}{l}\frac{\delta W}{\delta\theta} = -\frac{1}{\gamma^2 A}\frac{dF'_\theta}{dt} - \frac{\alpha}{\gamma}2M_0\dot\theta\\ \frac{\delta W}{\delta\varphi} = -\frac{1}{\gamma^2 A}\frac{dF'_\varphi}{dt} - \frac{\alpha}{\gamma}2M_0\sin^2\theta\dot\varphi\end{array}\right\}$

AF: $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kin} - W$, $\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot q} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q} = -\frac{\partial W}{\partial q}$, $F = \frac{1}{2}\left[(\dot\theta)^2 + \sin^2\theta(\dot\varphi)^2\right]$

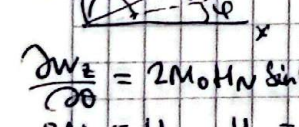
$$\left\{\begin{array}{l}\ddot\theta - c^2\Delta\theta - \left[(\dot\varphi)^2 - c^2(\nabla\theta)^2\right]\sin\theta\cos\theta + \gamma^2 A\left[\frac{\partial W_a}{\partial\theta} + \frac{\partial W_z}{\partial\theta}\right] = -\frac{\alpha}{\gamma}2M_0\cdot\gamma^2 A\dot\theta\\ \frac{\partial}{\partial t}\left[\sin^2\theta\dot\varphi\right] - c^2\,\mathrm{div}\left(\sin^2\theta\nabla\varphi\right) + \gamma^2 A\left[\frac{\partial W_a}{\partial\varphi} + \frac{\partial W_z}{\partial\varphi}\right] = -\frac{\alpha}{\gamma}2M_0\cdot\gamma^2 A\sin^2\theta\dot\varphi\end{array}\right\}$$

— граничные SOT-field W_z и damping как у D - Kosevich'90 от 2θ/z.

$W_a = -\frac{1}{2}\beta M_0^2\cos^2\theta$, $\frac{\partial W_a}{\partial\theta} = \beta M_0^2\cos\theta\sin\theta$, $W_B = -\vec{L}\cdot\vec{H}_N = -H_N l_y = -2M_0 H_N\sin\theta\sin\varphi$

$\frac{\partial W_z}{\partial\varphi} \sim \cos\varphi$, Т.к. $\varphi = \mathrm{const}$ было решение, надо $\cos\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, Bloch DW.

$\frac{\partial W_z}{\partial\theta} = -2M_0 H_N\cos\theta$ для геометрии Ruben $\vec{H}_N = H_N\hat{y}$.



, у Gomonay'16 $\vec{H}_N = H_N\hat{z}$, а $\vec{j} \parallel Oy$. $W_z = -\vec{L}\cdot\vec{H}_N = -2M_0 H_N\cos\theta$

$\frac{\partial W_z}{\partial\theta} = 2M_0 H_N\sin\theta$. $\ddot\theta - c^2\Delta\theta + \gamma^2 A\left[\beta M_0^2\sin\theta\cos\theta + 2M_0 H_N\sin\theta\right] = -\frac{\alpha}{G}2\gamma M_0 A\dot\theta$

$\beta M_0 = H_e$, $H_e = 4AM_0$, $\underline{c^2\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \ddot\theta - \frac{\gamma^2}{4}H_e H_a\sin\theta\cos\theta = \alpha_G\frac{\gamma}{2}H_e\dot\theta + \frac{1}{2}\gamma^2 H_0 H_N\sin\theta}$

у Gomonay'16 Eq. (2) $c^2\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \ddot\theta - \gamma^2 H_{ex}H_a\sin\theta\cos\theta = \alpha_G\gamma H_{ex}\dot\theta + \gamma^2 H_{ex}B_N\sin\theta$

т.е. члены с H_a, H_N, damping отличаются множителями. Нам - Gomonay, undefined, где $H_{ex} = 4AM_0$ я нашел на основе Suppl. Mat и Kosevich'90.

// Gom Eq. (8) и Eq. (3) для v^{DW}_{steady} демаг/упругое в Suppl. как получается из dP_x/dt - eq Suppl., а в тексте как из YD для $\theta(x,t)$ Eq. (2)

Dissip. FM $\frac{\partial R}{\partial\dot{\vec{M}}} = +\eta\dot{\vec{M}}$, $R = \frac{1}{2}\eta(\dot{\vec{M}})^2$, $\eta = \frac{\alpha_G}{\gamma M_s}$, $R = \frac{1}{2}\frac{\alpha_G}{\gamma M_s}(\dot{\vec{M}})^2 = \frac{1}{2}\alpha\frac{M_s}{\gamma}(\dot{\vec{m}})^2$

(тоже $(\vec{H}_{eff} - \eta\dot{\vec{M}})$ было в LLG). Для AF, $M_s \to 2M_0$, $\vec{M}\to\vec{L}$, $R_{AF} = \frac{1}{4}\frac{\alpha_G}{\gamma M_0}(\dot{\vec{L}})^2$ — нашел тензор и дано в Gomonay PRB'2010.

$\frac{\partial R_{AF}}{\partial\dot{\vec{L}}} = \frac{1}{2}\frac{\alpha_G}{\gamma M_0}(\dot{\vec{L}})$, $\vec{H}_{\dot L} \to \vec{H}_L - \frac{\alpha_G}{\gamma^2 M_0}\dot{\vec{L}}$, тоже и для damping field.

Gomonay PRB'10: $H_E/4M_0 = A/2$, $H_E = 2AM_0$, $\vec{M} = \frac{\dot{\vec{L}}\times\vec{L}}{2\gamma M_0 H_E} + \frac{\vec{L}\times\vec{H}\times\vec{L}}{2M_0 H_E}$ совпад. с $\vec{M}$-Kosevich'90

$\ddot{\theta} + 2\gamma\alpha_G\dot{\theta} + \sin\theta\cos\theta\left(\dots\right) = 0$, где $\alpha = \frac{1}{2}\gamma H_E d_G$, коэфф. при $\dot{\theta} = d_G\gamma H_E = d_G\gamma \cdot 2AM_0 = \frac{1}{2} d_G \gamma H_a$, $H_a = 4AM_0$. Именно такой коэфф. при $\dot{\theta}$ и получается т.е. d_G дает в Gomonay'16 Eq. (2) - небрежно.

YD) $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial R}{\partial \dot{x}}$

Если Eq (5.18) Gomonay'16 $\dot{P}_x = -\gamma d_G P_x H_{ex} + S\left[W(L_1) - W(L_2)\right]$ Берно, то steady velocity из $\dot{P}_x = 0$, $\gamma d_G H_{ex} P_x = S\left[-4M_s H_N^2\right]$, $H_N = 0$

$P_x = \frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{M_s S}{\gamma^2 H_{ex}} \int dx \left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2 = \frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{M_s S}{\gamma^2 H_{ex}\Delta_0}$, т.к. $\int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{\Delta_0}$

$\gamma d_G H_{ex} \frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{M_s}{\gamma^2 H_{ex}\Delta_0} = 4M_s H_N$, $\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 4H_N\Delta_0\gamma\frac{1}{d_G} = \lambda$

$v_s = \frac{c}{\sqrt{1+c^2/\lambda^2}}$, $\frac{c^2}{\lambda^2} = \left|\text{def. Gomonay 'PRL'16}\right| = \frac{\gamma^2 A_G H_{ex}}{\alpha^2 + \gamma^2 A_G H_{ex}/M_s} = \frac{\gamma^2 A_G H_{ex}}{M_s \cdot 16 H_N^2 \Delta_0^2 \gamma^2 \frac{1}{d_G^2}}$

$= \frac{1}{\gamma^2} \frac{A_G H_{ex} d_G^2}{16 M_s H_N^2 \Delta_0^2}$, $A_G = \frac{1}{4} d M_s^2$, $\Delta_0^2 = \frac{d}{\beta}$, см. 23/12. $H_{an} = \beta M_s$.

$\frac{c^2}{\lambda^2} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\frac{1}{4} d M_s^2 H_{ex} d_G^2 \beta}{4 \cdot 16 M_s H_N^2 d} = \frac{1}{\gamma^2}\frac{1}{64} \frac{d_G^2}{d} \frac{H_{ex} H_a}{H_N^2}$? $\frac{c^2}{\lambda^2} = \frac{1}{64} \frac{d_G^2 H_{ex} H_a}{H_N^2}$

Steady flow velocity $v_s = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{1}{64}\frac{d_G^2 H_{ex} H_a}{H_N^2}}} = \frac{2H_N c}{\sqrt{\frac{1}{16} d_G^2 H_{ex} H_a + 4H_N^2}}$ - отлич. от Eq. (3) Gomonay'16 множ. $\frac{1}{16}$ в знаменателе.

При $d_G \to 0$, H_N - важно, $v_s \to v_s^{max} = c = \gamma M_s \sqrt{dA}$ - min phase velocity of SW in AF.

(1/x) Editing/revision PRB - manuscript по Sk - azimuthal SW + Michel. Получил комменты и new file to Michel.

(2/x) Meeting с Atomtex (contract до середины July 2018). Посчитать ещё для simulate Sk - charge applying in-plane d.c. field H_x - если $m_z(\vec{r}, \vec{x})$ (2) elliptical case в Simulations Tejo, re Sk-size measurements Barbara Szydlowska, обсудить. Sk-chain paper in process. AF-dynamics обсудить с Jan, Danny, Tuz. Tuz.

(3/x) Multihole monads Q_t^m of Skyrmion State dots, см. Feb. 2017. Sk-dots chain

$Q_t^m(\text{Neel}) = \gamma m \frac{\sqrt{2}}{2} \pi \mathbb{C} |s| e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^{\pm}$, $Q_1^{\pm 1} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} M_{\pm}$, $\vec{M} = M_s V \langle \vec{m} \rangle$

Zubkova - Eq (9): $Q_1^{\pm 1} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} M_s V |s| e^{\pm i\varphi_s} \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)$ - Берно, при $\mathbb{C}=1$, $d\beta = V = \pi R^2 L$ in Ruzhin

$\langle m_+ \rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)} \mathbb{C} |s| e^{i\varphi_s}$ - Neel Sk.

$Q_1^m(\text{Bloch}) = -i\pi \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbb{C} \beta \frac{2c}{(1+c^2)} |s| e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} = -i \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbb{C} V |s| e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1} \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)$

Zubkova Eq. (10): $Q_1^{\pm 1}(\text{Bloch}) = i \frac{\sqrt{2}}{2} M_s V |s| e^{\pm i\varphi_s} \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)$, отлич. от Neel Q_1^m знаком ($\mathbb{C}=+1$)

$\langle m_+(B) \rangle = -i\mathbb{C}\left(\frac{2c}{1+c^2}\right) s$, $Q_1^{\pm 1} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} M_{\pm}$, $\vec{M} = M_s V \langle \vec{m} \rangle$, $|\vec{M}| = M_s V |s| \frac{2c}{(1+c^2)}$

Same Bloch & Neel - Sk

$iG_n \dot{S}_n = \frac{2}{R^2}\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial S}$, $-iG_n \dot{\bar{S}} = 2/R^2 \, \partial\mathcal{U}/\partial \bar{s}$ - YD для нормы Skyrmion

$\mathcal{U} = \mathcal{U}_0 + \mathcal{U}_{int}$, $\mathcal{U}_{int}^{(2)}(dip.-dip.) = \frac{1}{R^3} U_2(\varphi_{nn'})$ см. 12/12 и Gus'PRB'13

Точнее $\mathcal{U}_{int} = \sum_{nn'} \frac{1}{|R_n - R_{n'}|^{3+1}} U_2(\varphi_{nn'}) \xrightarrow[dip.]{} \sum_{nn'} \frac{1}{R_{nn'}^3} U_2(\varphi_{nn'}) \xrightarrow[chain]{} \frac{1}{D^3} \sum_{nn'} \frac{1}{|n-n'|^3} U_2(0)$

$U_2(0) = \frac{1}{2}\left(Q_n^{+1} Q_{n'}^{-1} + Q_n^{-1} Q_{n'}^{+1}\right) - \frac{3}{2}\left(Q_n^{+1} Q_{n'}^{+1} + Q_n^{-1} Q_{n'}^{-1}\right)$, chain

$Q_t^m(N) = \lambda m |s| e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1}$; $Q_t^m(B) = (\pm i)\lambda |s| e^{im\varphi_s} \delta_{m,\pm 1}$, $\lambda = \frac{\sqrt{2}}{2}\beta\pi\mathbb{C}\frac{2c}{(1+c^2)} M_s$

Neel: $U_2 = \frac{1}{2}\left[\lambda S_n (-1)\lambda \bar{S}_{n'} + \lambda \bar{S}_n \lambda S_{n'}\right] - \frac{3}{2}\left[\lambda^2 S_n S_{n'} + \lambda^2 \bar{S}_n \bar{S}_{n'}\right]$

$U_2(N) = -\frac{1}{2}\lambda^2\left[S_n S_{n'} + \bar{S}_n \bar{S}_{n'} + 3\left(S_n S_{n'} + \bar{S}_n \bar{S}_{n'}\right)\right]$

Escaneado con CamScanner

20,000 € × 4,40 ≈ 880,000 PLN

PCLS

Bloch: $U_2 = -\frac{1}{2}\lambda^2 (S_n \bar{S}_{n'} + \bar{S}_n S_{n'}) + \frac{3}{2}\lambda^2 (S_n S_{n'} + \bar{S}_n \bar{S}_{n'})$, $D = Rd$, $d \geq 2$, $D = 2R + \delta$

$U_2(N/B) = -\frac{1}{2}\lambda^2 \left[S_n \bar{S}_{n'} + \bar{S}_n S_{n'} \pm 3 (S_n S_{n'} + \bar{S}_n \bar{S}_{n'}) \right]$

$U_{int}(N/B) = \frac{1}{R^3 d^3} \sum_{nn'} \frac{1}{|n-n'|^3} U_2^{nn'}(N/B) = -\frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{R^3 d^3} \sum'_{nn'} \frac{1}{|n-n'|^3} \left[S_n \bar{S}_{n'} + \bar{S}_n S_{n'} \pm 3 (S_n S_{n'} + \bar{S}_n \bar{S}_{n'}) \right]$

$S_n = \sum_k S_k e^{ikR_n}$, $R_n = Dn$. $p_n = \pm 1$, $C_n = \pm 1$. 1D chain, sublattice-symmetric dots.

$(\omega - \omega_0) S_n = \frac{2}{|G| R^2} \frac{\partial U_{int}}{\partial \bar{S}_n}$, $-(\omega + \omega_0) \bar{S}_n = \frac{2}{|G| R^2} \frac{\partial U_{int}}{\partial S_n}$, $\Lambda = \frac{\lambda^2}{R^3 d^3}$

$(\omega - \omega_0) S_n = \frac{2}{|G| R^2} \left(-\frac{1}{2}\right) \Lambda \sum_{n'} \frac{1}{|n-n'|^3} \left[S_{n'} \pm \frac{3}{2} \bar{S}_{n'} \right]$ · (2). т.к. $S_n \bar{S}_{n'}$ и $S_n \bar{S}_{n'}$ равноправны, $n \leftrightarrow n'$ можно

$\sum_{n'} \frac{1}{|n-n'|^3} S_{n'} = \sum_{n'} \frac{1}{(n-n')^3} \sum_k S_k e^{ikDn'} = \sum_k e^{ikDn} \sum_{n'} \frac{1}{|n-n'|^3} S_k e^{ikD(n'-n)} = \sum_k e^{ikDn} S_k z_k$

$\sum_{n'} \frac{1}{|n-n'|^3} e^{ik(n-n')D} = |n-n' = m| = \sum'_m \frac{1}{|m|^3} e^{-ikDm} = z_2(-k) = z_2(k) = z(k)$

$\sum_{n'} \frac{1}{|n-n'|^3} \bar{S}_{n'} = \sum_{n'} \frac{1}{|n-n'|^3} \sum_k \bar{S}_k e^{+ikDn'} = \sum_k \bar{S}_k e^{ikDn'} \sum_{n'} \frac{1}{|n-n'|^3} e^{ikD(n'-n)} =$

$= \sum_k \bar{S}_k e^{ikDn} z_2(k)$. $\sum_k e^{ikDn}$ сокращ. после подстановки в ур-ю.

$$\left.\begin{aligned} (\omega - \omega_0) S_k &= -\frac{\Lambda 2}{|G| R^2} z(k) \left[S_k \pm 3 \bar{S}_k \right] \\ -(\omega + \omega_0) \bar{S}_k &= -\frac{2\Lambda}{|G| R^2} z(k) \left[\bar{S}_k \pm 3 S_k \right] \end{aligned}\right\} \quad \frac{2\Lambda}{|G| R^2} z(k) = \varepsilon(k) = \varepsilon$$

$kD = (kR)\frac{D}{R} = k \cdot d$.

$$\begin{cases} (\omega - \omega_0 + \varepsilon) S_k \pm 3\varepsilon \bar{S}_k = 0 \\ \pm 3\varepsilon S_k + [-\omega - \omega_0 + \varepsilon] \bar{S}_k = 0 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \omega - \omega_c + \varepsilon & \pm\frac{3}{2}\varepsilon \\ \pm\frac{3}{2}\varepsilon & -(\omega + \omega_c - \varepsilon) \end{vmatrix} = 0$$

$-(\omega - \omega_c + \varepsilon)(\omega + \omega_0 - \varepsilon) - \frac{9}{4}\varepsilon^2 = 0$, $-\left[\omega^2 - (\omega_0 - \varepsilon)^2\right] = \frac{9}{4}\varepsilon^2$. $\left(\omega_0 - \frac{5}{2}\varepsilon\right)\left(\omega_0 + \frac{\varepsilon}{2}\right)$

Закон дисперсии: $\omega^2 = (\omega_0 - \varepsilon)^2 - 9\varepsilon^2 = (\omega_0 - \varepsilon - \frac{3}{2}\varepsilon)(\omega_0 - \varepsilon + \frac{3}{2}\varepsilon) = (\omega_0 - 4\varepsilon)(\omega_0 + 2\varepsilon)$, $\omega \to \omega(k)$

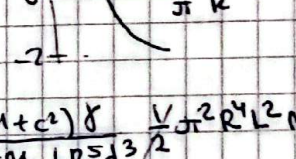
$\omega^2/\omega_c^2 = \left(1 - 4\varepsilon/\omega_0\right)\left(1 + \frac{5/2\,\varepsilon^2}{\omega_0}\right)$, $\varepsilon > 0$, т.е. coupling $\varepsilon(k) > 0$ понижает $\omega(k)$

$\frac{1}{2} z_2(k) = \zeta(3) + k^2 \left(\ln k - \frac{3}{2}\right)\frac{1}{2} + O(k^4)$. $\frac{1}{2}\frac{\partial z_2}{\partial k} = k\left(\ln k - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2}k^2 \frac{1}{k} = k(\ln k - 1)$

$z_2(k) = \sum'_n \frac{1}{|n|^3} e^{ikDn} = 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(kDn)}{n^3}$ → здесь $k \to kD$, т.е. $k \in [0, \pi]$

$\frac{\partial z_2}{\partial k} < 0$ при $k < e = 2{,}72$.

$z_2(k)$ сильно падает с ростом k.



$$\frac{\omega^2(k)}{\omega_0^2} = \left[1 - 4\frac{\varepsilon(k)}{\omega_c}\right]\left[1 + 2\frac{\varepsilon(k)}{\omega_0}\right] \quad \varepsilon(k) = \frac{2\Lambda}{|G| R^2} z(k)$$

$\frac{2\Lambda}{|G| R^2} = \frac{3 \cdot (1+c^2)\gamma}{4\pi M_s L R^2} \frac{1}{R^3 d^3} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} V_0 \frac{2c}{1+c^2} M\right)^2 = \frac{2(1+c^2)\gamma}{4\pi M_s L R^5 d^3} \frac{V}{2} \pi^2 R^4 L^2 M_s^2 \left(\frac{1c}{1+c^2}\right)^2 =$

$= (1+c^2) \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \gamma M_s \pi \frac{1}{d^3} \beta = \frac{1}{4}(1+c^2) \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \omega_M \frac{\beta}{d^3}$.

$\frac{2\Lambda}{|G|^2 R^2} \frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{4}(1+c^2) \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \frac{\omega_M}{d^3} \frac{\beta}{\omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2} [\dots]} = \frac{1}{4d^3} \beta (1+c^2) \frac{1}{[(1-Q)(1-c^2) + \frac{1}{\pi^2 z^2}(\dots)]}$

$\omega(k)/\omega_0$ - bandwidth определен параметром $\frac{\varepsilon(k)}{\omega_0} = \frac{\beta}{4d^3} z(k) \frac{(1+c^2)}{[(1-Q)(1-c^2) + \frac{1}{\pi^2 z^2}(\frac{1}{2}\pi c d - 1)]}$

$z = R/L_e$. $d = D L_e / A$. $\omega^2(k)/\omega_0^2 \simeq 1 - 2\frac{\varepsilon(k)}{\omega_0}$

Bandwidth $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx 2^0 \frac{\varepsilon(k)}{\omega_0} = \frac{\beta}{2 \cdot 2 d^3} z(k) \frac{(1+c^2)}{[\dots]}$, $[\dots] \sim 1$, $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \frac{1}{4}\frac{\beta}{d^3} z(k)$, $\Delta z \approx 4$

$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \sim \frac{\beta}{d^3}$, $d_{min} = 2$, $\left.\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right|_{max} \approx \frac{1}{8}\beta$. Neel-Sk $\beta = 1\,nm/100\,nm = 0{,}01$

Bloch-Sk $\beta \sim 0{,}1 - 0{,}2$ → $\Delta\omega/\omega_0 = \frac{1}{8}(0{,}1 - 0{,}2) \approx 1 - 3\%$

Но если $Q \approx 1$ $[\dots] = \frac{1}{\pi^2 z^2}\left(\frac{1}{2}\pi c d - 1\right) \approx \frac{1}{2\pi}\frac{cd}{z} \approx \frac{1}{6}\frac{0{,}5 - 3}{\sim} \approx \frac{1}{42} \sim \frac{1}{40} \sim 0{,}02$

$[\dots]$ может $\sim 0{,}01$ тогда $\Delta\omega/\omega_0 \sim 1$ (!).

$\omega_0(c) \underset{c \to 0.5}{\approx} \omega_M \frac{0{,}25}{(1+0{,}25)^2} 0.02 \approx 0{,}005\,\omega_M = 0{,}005 \cdot 50\,GHz \approx 250\,MHz$, поэтому

$\omega_0/2\pi$ вполне может быть $\Rightarrow \Delta\omega/\omega_0$ может ~ 1, быть велико.

Escaneado con CamScanner

(1/I) План:

1) Revise Sk-MPD Arantxa + Submit to JMMM or JPCM, new paper no Sk-MPD Q-S
2) Sk-mass calculation via SW - $M_v(T)$
3) Vortex barriers FeNi dots - Pepa Zaragoza
4) MagIC secondment Danilevich (Gomonay?), Возврат Zaca + Ирина to Maciej (11 secondments x 4.500 = 63.000€)
5) Sk-chain с Зухрой ω(k), subm. JPCM
6) Sk-azimuthal SW с Michal - Subm. PRB Nov. 20, 17
7) SW - tube Tkachenko y ее Trip в Donostia
8) magnet. trip Potsdam - Мозгаленкин
9) check accounts „Chase" bank, USA - saldo 5.070 $
10) Invited speakers, Sol Sky Mag 2018
11) Review Rep - Skyrmions, Rep. Editor duties
12) AF - DW dynamics с Ruben
13) Skyrmion $M(H_x)$, Sk-ellipticity - Arantxa
14) Sk - STT dynamics, Oleana - Tejo

Sk-dot chain

(4/I) Написание Sk-chain ω(k) paper с Зухрой. M. Igeldo, fumic., Nam.

(5/I) Sk-chain ω(k). Рассылка с Ирининой (JuanJo-пенсия), „Lidl" Bretxa. E-mails Gomonay - AF dyn.

(6/I) Sk-chain ω(k) paper „Work", корр. „La perla" с Зухрой: Gleb/Roman zavaruh. Zadiel. MS.

(7/X)-(8/I) Написание Introduction/Refs Sk-Chain paper.

Проверка skyrmion Q_e^m и $\langle \vec{m} \rangle_v$ для Bloch и Neel skyrmions in cyl. dots.

Нужен rigid model $\zeta(z) = e^{i\varphi_0}(z-S)/c$. Диполь. magn. interaction term in dipole-dipole approximation, где W_{int} is defined via $\langle \vec{m} \rangle_v$ of dots.

$\langle m_+ \rangle(S) = -\frac{2c}{(1+c^2)} e^{i\varphi_0} S$ см. 31/I. $\langle m_z(S) \rangle = \langle m_z(0) \rangle + O(S^2)$

$W_{int}(m_z) \sim \frac{1}{r^3} \langle m_z(1) \rangle \langle m_z(2) \rangle = \frac{1}{r^3} [m_z^0(1) + O(S_1^2)][m_z^0(2) + O(S_2^2)] =$

$= \frac{1}{r^3} [m_z^0(1) S_2^2 + m_z^0(2) S_1^2]$, $\frac{\partial W_{int}}{\partial S_1} \sim m_z^0(2) S_1$ в yD где S_1, но это нерелевантно для x_1 и $\omega_0(1)$.

// 19-20/XII 2015 было посчит. $x_m^{face} = (4\pi)^2 M_s^2 R^2 L \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$ в papp. $W_m(S) = W_m(0) + \frac{1}{2} x_m^f |S|^2$,
(\beta \to 0)
т.е. face charges $m_z(S)$ вклад в $W_m(S)$ чуть > чем single dot.
Надо учесть $\langle m_z(S) \rangle$ с помощью S^2-term, см. 31/I.

$m_z = \frac{(1-\zeta\bar{\zeta})}{(1+\zeta\bar{\zeta})}$, $\frac{\partial m_z}{\partial S} = \frac{(-2)}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2} \bar{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial S}$, $\frac{\partial^2 m_z}{\partial S^2} = (-2)\frac{(+2)}{(1+\zeta\bar{\zeta})^3} \bar{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial S} \cdot \bar{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial S} +$

$+ \frac{(-2)}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2} \bar{\zeta} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial S^2} = 0 = \frac{4}{(1+\zeta\bar{\zeta})^3} (\bar{\zeta})^2 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial S}\right)^2$, $\zeta = \frac{1}{c} e^{i\varphi_0}(z-S)$, $\frac{\partial \zeta}{\partial S} = -\frac{1}{c} e^{i\varphi_0}$, $\bar{\zeta} = \frac{1}{c} e^{-i\varphi_0}(\bar{z}-\bar{S})$

$m_z(S) = m_z(0) + \left.\frac{\partial m_z}{\partial S}\right|_0 S + \frac{1}{2} \left.\frac{\partial^2 m_z}{\partial S^2}\right|_0 S^2$, $\left.\frac{\partial^2 m_z}{\partial S^2}\right|_{S=0} = \frac{4}{(1+\zeta\bar{\zeta})^3} \frac{1}{c^2} e^{-i2\varphi_0} \bar{z}^2 \frac{1}{c^2} e^{i2\varphi_0} =$

$= \frac{4}{c^4} \frac{\bar{z}^2}{(1+\zeta\bar{\zeta})^3}$; $\left\langle \frac{\partial^2 m_z}{\partial S^2} \right\rangle_v \sim \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{S^2 e^{-i2\varphi}}{(1+S^2/c^2)^3} = 0$, $\left\langle \frac{\partial^2 m_z}{\partial \bar{S}^2} \right\rangle_v = 0$, $\left\langle \frac{\partial m_z}{\partial S} \right\rangle_v = 0$

→ $\frac{\partial^2 m_z}{\partial S \partial \bar{S}} = \frac{\partial}{\partial \bar{S}} \frac{(-2)}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2} \bar{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial S} = (-2)\frac{(-2)}{(1+\zeta\bar{\zeta})^3} \bar{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial S} + (-2)\frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{S}} \frac{\partial \zeta}{\partial S} =$ (производная $\bar{\zeta}$ по $\bar{S}$)

$= \frac{4}{c^2} \frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^3} e^{-i\varphi_0} \bar{z} (-1) e^{i\varphi_0} + \frac{(-2)}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2} \frac{1}{c^2} e^{-i\varphi_0} e^{i\varphi_0}$, $\left\langle \frac{\partial^2 m_z}{\partial S \partial \bar{S}} \right\rangle_v = \frac{(-2)}{c^2} \frac{1}{(1+\zeta\bar{\zeta})^2}$ at $S=0$.

$m_z(S,\bar{S}) = m_z(0,0) + \frac{\partial m_z}{\partial S} S + \frac{\partial m_z}{\partial \bar{S}} \bar{S} + \frac{S^2}{2} \frac{\partial^2 m_z}{\partial S^2} + \frac{\bar{S}^2}{2} \frac{\partial^2 m_z}{\partial \bar{S}^2} + \frac{\partial^2 m_z}{\partial S \partial \bar{S}} S\bar{S}$

$\langle m_z(S\bar{S}) \rangle_v = \left\langle \frac{\partial^2}{\partial S \partial \bar{S}} m_z \right\rangle S\bar{S} + m_z(0,0)$, $\left\langle \frac{\partial^2 m_z}{\partial S \partial \bar{S}} \right\rangle = \frac{(-2)}{c^2} \int dS\bar{S} \int d\varphi \frac{1}{(1+S^2/c^2)^2} =$

Escaneado con CamScanner

$= 2\pi LR^2 \frac{(-2)}{c^2} \int_0^{1/c^2} d\rho\, \rho \frac{1}{(1+\rho^2/c^2)^2} = \left|\rho^2/c^2 = x\right| = -2\pi LR^2 \int_0^{1/c^2} dx \frac{1}{(1+x)^2} = -2\pi LR^2 (-1) \frac{1}{(1+x)}\Big|_0^{1/c^2} =$

$= 2\pi LR^2 \left[\frac{1}{1+1/c^2} - 1\right] = -2\pi LR^2 \frac{1}{1+c^2}$ (?), а должно быть $\frac{\partial^2 m_z}{\partial s \partial \bar{s}} \sim \chi_m$ face

$\left(\frac{\partial^2 m_z}{\partial s \partial \bar{s}}\right)_V = +\frac{2}{(1+c^2)}$, $V_d = \pi R^2 L$. $\langle m_z(s,\bar{s})\rangle_V = \langle m_z(0,0)\rangle_V - \frac{2}{(1+c^2)} s\bar{s}$. - кинет.

$W_m^{face} = 2\pi M_s^2 \int dV\, m_z^2 = 2\pi M_s^2 L \int d\rho\rho \int d\varphi\, m_z^2(s,\bar{s}) = W_m^f(0,0) + \frac{1}{2}\chi_m^f s\bar{s}$.

$E_{int}^{dip} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{\mu}_1\vec{\mu}_2 - 3(\hat{\mu}_1\vec{r})(\hat{\mu}_2\vec{r})\right] = \left|\text{chain, } \vec{r}=\hat{x}\right| = \frac{M_s^2 V^2}{r^3}\left[\vec{\mu}_1\vec{\mu}_2 - 3\mu_{1x}\mu_{2x}\right]$, $\vec{\mu} = \langle\vec{m}\rangle$

Part dip. dip interaction related to μ_z $\to E_{int}(\mu_z) = \frac{1}{r^3} M_s^2 V^2 \mu_{1z}\mu_{2z}$.

$\langle\mu_z(s=0)\rangle_V = \frac{1}{V} L \int d\rho\rho \int d\varphi \left(\frac{1-\rho^2/c^2}{1+\rho^2/c^2}\right) = \frac{2\pi L}{V} \int d\rho\rho \left(\frac{1-\rho^2/c^2}{1+\rho^2/c^2}\right) = \frac{2\pi LR^2}{V} \int_0^{1/c^2} dx \left(\frac{1-x}{1+x}\right) \frac{c^2}{2} =$

$= c^2 \int_0^{1/c^2} dx \left(\frac{1-x}{1+x}\right) = c^2 \int dx \left[\frac{2}{1+x} - 1\right] = c^2 \left[2\ln(1+x) - x\right] = c^2\left[2\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{c^2}\right] = \mu_z^0$

$E_{int}(\mu_z) = \frac{1}{r^3} M_s^2 V^2 \left[\mu_{z1}^0 - \frac{2}{(1+c^2)}|s_1|^2\right]\left[\mu_{z2}^0 - \frac{2}{(1+c^2)}|s_2|^2\right] =$

$= \frac{1}{r^3} M_s^2 V^2 \frac{(-2)}{(1+c^2)}\left[\mu_{z1}^0 s_2\bar{s}_2 + \mu_{z2}^0 s_1\bar{s}_1\right] = \frac{1}{r^3} M_s^2 V^2 \frac{(-2)}{(1+c^2)} \mu_z^0 (s_1\bar{s}_1 + s_2\bar{s}_2)$ — одинак. dots

$E_{int}^{12}(\mu_z) = -\frac{2}{r^3} M_s^2 V^2 \frac{\mu_z^0(c)}{(1+c^2)} (s_1\bar{s}_1 + s_2\bar{s}_2)$, $\mu_z^0(c) = 2c^2\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - 1$.

Single-dot energies. Sk - state dots из-за $\mu_z = \langle m_z(s)\rangle_V \neq 0$.

Точнее, это $\sum_n$ of single dot energies - $E_{int}^{nn'} = -\frac{2}{r_{nn'}^3}(\ldots)$.

$E_{int}(\mu_z) = \frac{1}{2}\sum_{nn'} E_{int}^{nn'}(\mu_z) = -M_s^2 V^2 \frac{\mu_z^0}{(1+c^2)} \sum_{nn'} \frac{1}{D^3 |n-n'|^3}\left[s_n\bar{s}_n + s_{n'}\bar{s}_{n'}\right]$

$E_{int}(\mu_z) = -\frac{2M_s^2 V^2}{D^3}\frac{\mu_z^0}{(1+c^2)} \sum_{nn'} \frac{1}{|n-n'|^3} s_n\bar{s}_n$, $\varepsilon_n = \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|n-n'|^3} \neq f(n)$ при конечных n

$E_{int}(\mu_z) = -2\zeta(3)\frac{M_s^2 V^2}{D^3} 2\frac{\mu_z^0}{(1+c^2)} \sum_n s_n\bar{s}_n = \frac{1}{2}\sum_n \chi_z^n s_n\bar{s}_n$, $\varepsilon_0 = 2\zeta(3)$.

т.е. для n-dot $\chi_n \to \chi_n + \chi_n^z$, $\chi_n^z = -4\frac{M_s^2 V^2}{D^3}\frac{\mu_z^0}{(1+c^2)} \varepsilon_n^n = -8\pi^2\frac{\beta^2}{d^3}\frac{\mu_z^0}{(1+c^2)^2}\frac{\varepsilon_n}{2} M_s^2 R^3$

$\frac{\chi_z^n}{|G|R^2} = -8M_s^2\frac{\pi^2 RL^2}{d^3}\frac{\mu_z^0}{(1+c^2)}\frac{\varepsilon_n}{2}\frac{\gamma(1+c^2)}{4\pi M_s L}\frac{1}{R^2} = -2\pi\gamma M_s\frac{\beta}{d^3}\mu_z^0\frac{\varepsilon_n}{2} = \Delta\omega_z$ — сдвиг ω_0.

$iG_n\dot{s}_n = \frac{2}{R^2}\frac{\partial W}{\partial \bar{s}_n} = \frac{2}{R^2}\frac{\partial}{\partial\bar{s}_n}\left[\frac{1}{2}\sum_n (\chi_n + \chi_n^z) s_n\bar{s}_n + (\text{int.})\right]$, $s_n(t) = s_n e^{i\omega t}$

$iG_n\dot{s}_n = G_n s_n\omega = \frac{1}{R^2}(\chi_n + \chi_n^z)s_n + (\text{int.})$, $\left[\omega - \omega_0 - \frac{\chi_n^z}{R^2|G|}\right] s_n = (\text{int.})$

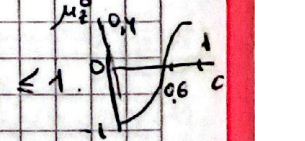
Т.е. isolated dot frequency $\omega_0 \to \omega_0 + \Delta\omega_z$, $\Delta\omega_z = -\frac{1}{2}\omega_M\frac{\beta}{d^3}\mu_z^0\zeta(3)$

$\zeta(3) \approx 1{,}20$. $\beta_2(k=0) = 2\zeta(3)$.

Как велико $\Delta\omega_z$ по сравн. с $\varepsilon(k) = \frac{2\Lambda}{|G|R^2}\beta(k) = \frac{1}{4}\omega_M\frac{c^2\beta(k)}{(1+c^2)}\frac{\beta}{d^3}$ Ст 3/х?

$\Delta\omega_z = -\frac{1}{4}\omega_M\frac{\beta}{d^3}\mu_z^0\beta(0)$, $\varepsilon(k) = \frac{1}{4}\omega_M\frac{\beta}{d^3}\frac{c^2}{(1+c^2)}\beta(k)$

$\frac{\varepsilon(k)}{\Delta\omega_z} = \frac{c^2}{(1+c^2)}\frac{(-1)}{\mu_z^0}\frac{\beta(k)}{\beta(0)} \approx -\frac{c^2}{(1+c^2)}\frac{1}{\left[2c^2\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - 1\right]}$, $\beta(k)/\beta(0) \leq 1$.



// Если $(kD) \ll 1$, то $\varepsilon(k) < \Delta\omega_z$ при $c \leq 0.5$. $\mu_z^0(c) = 0$ при $c \simeq 0{,}62$, когда $\varepsilon \gg \Delta\omega_z$.

Т.е. $\Delta\omega_z$ сдвиг ω_0 из-за μ_z-components dip coupling не мал по сравнению с другими dip. coupling (μ_z) terms.

(9/х) Идея учета $\frac{\partial^2 m_z}{\partial s\partial\bar{s}}$ в $\langle m_z(s\bar{s})\rangle_V$ верная, но в расчете в/х использован член.

Надо $\frac{\partial^2 m_z}{\partial s\partial\bar{s}} = \frac{4}{(1+s\bar{s})^3}\left[\frac{\partial\bar{s}}{\partial s}\bar{s}\frac{\partial s}{\partial s} + \frac{(-2)}{(1+s\bar{s})^2}\frac{\partial s}{\partial s}\frac{\partial\bar{s}}{\partial s}\right] = (-2)\frac{\partial\bar{s}}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial s}\left[(-2)\frac{s\bar{s}}{(1+s\bar{s})^3} + \frac{1}{(1+s\bar{s})^2}\right] =$

$= (-2)\frac{1}{d^2}\frac{(1-s\bar{s})}{(1+s\bar{s})^3}$. $\left\langle\frac{\partial^2 m_z}{\partial s\partial\bar{s}}\right\rangle_{V,s=0} = -\frac{2}{c^2}\frac{4}{V}2\pi\int_0^R d\rho\rho\frac{(1-\rho^2/c^2)}{(1+\rho^2/c^2)^3} = -\frac{4}{c^2}\int_0^1 d\rho\rho\frac{(1-\rho^2/c^2)}{(1+\rho^2/c^2)^3} =$

$= \left|x = \rho^2/c^2\right| = -2\int_0^{1/c^2} dx\frac{(1-x)}{(1+x)^3} = (-2)\int dx\frac{2-(1+x)}{(1+x)^3} = (-2)\left[2(-2)^{-1}\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(x+1)}\right]_0^{1/c^2} =$

Escaneado con CamScanner

$= (-2)\frac{1}{(x+1)^2}\left[-1+x+1\right] = -(2)\frac{x}{(1+x)^2}\Big|_0^{x^2} = (-2)\frac{1}{c^2}\frac{1}{(1+\frac{1}{c^2})^2} = (-2)\frac{c^2}{(1+c^2)^2}$

$\left\langle \frac{\partial^2 m_s}{\partial x \partial x} \right\rangle_0 = -2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}$, $\langle m_s(s_5)\rangle = \langle m_s(s_0)\rangle - 2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}s_5$, $\mu_2^0 = \langle m_s$

Тензор $E_{int}(\mu_0) = \frac{1}{2}M_s^2V^2\left[\mu_{s1}^0 - 2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}s_1\bar{s}_1\right]\left[\mu_{s2}^0 - 2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}s_2\bar{s}_2\right] =$

$= \frac{1}{2}M_s^2V^2\frac{(-2)c^2}{(1+c^2)^2}\mu_s^{02}(s_1\bar{s}_1 + s_0\bar{s}_2) = E_{int}^{\pi}(\mu_0)$, где $\frac{1}{(1+c^2)} \to \frac{c^2}{(1+c^2)^2}$ в рамках $\pi/2$

$E_{int}(\mu_0) = \frac{1}{2}\sum_n \varkappa_n^2 s_n\bar{s}_n$, $\varkappa_n \to \varkappa_n + \varkappa_{n1}^2$.

$\varkappa_n^2 = -4\frac{M_s^2V^2}{D^3}\mu_s^0\frac{c^2}{(1+c^2)^2}B_n$, $B_n = \sum_{n'}\frac{1}{|n-n'|^3}$, μ_s^0 – среднее число как $\pi/2$

$\Delta\omega_s^1 = \frac{1}{R^3/G1}\varkappa_n^2 = -4\frac{M_s^2}{D^3}\pi^2R^4L^2\mu_s^0E_n\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\cdot\frac{\delta(1+c^2)}{4\pi M_s L^2}\frac{1}{R^2} =$

$= -\frac{1}{d^3}\beta\gamma\pi M_s\mu_s^0E_n\frac{c^2}{(1+c^2)} = -\frac{1}{4}\frac{\beta}{d^3}\omega_M\mu_s^0E_n\frac{c^2}{(1+c^2)}$ – сдвиг частоты из-за μ_s – дир-дир связи

$\Delta\omega_k = -\frac{1}{4}\omega_M\frac{\beta}{d^3}\mu_s^0B(0)\frac{c^2}{(1+c^2)}$, $\varepsilon(k) = \frac{1}{4}\omega_M\frac{\beta}{d^3}\frac{c^2}{(1+c^2)}B(k)$ – из-за μ_s дир-дир связи

$\frac{\varepsilon(k)}{\Delta\omega_k} = -\frac{B(k)}{B(0)}\frac{1}{\mu_s^0(c)}$, $\mu_s^0(c) = 2c^2\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)+1$.

Если $\mu_s^0(c)$ не мало, т.е., то $\varepsilon(k)/\Delta\omega_k \approx 1$ при $k\to 0$ и $\frac{\varepsilon(k)}{\Delta\omega_k} \to 0$ при $kD=14$

когда $B(k_0)=0$. Сама $\omega_0 \approx \omega_M\frac{c^2}{(1+c^2)^2}$. $B(k) = \sum_n\frac{1}{n^3}e^{ikDn}$.

$\langle m_s(\omega)\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}e^{ikD}$ и $Q_1^{+1} = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}\mu_2 = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}M_sV\langle m_\pm\rangle$,

$Q_1^{+1} = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}M_sV(-1)\frac{2c}{(1+c^2)}e^{\pm ikD}|s|e^{\pm ik\delta}$

$E_{dip} = \frac{1}{r^3}\left[\vec{\mu}_1\vec{\mu}_2 - 3\mu_{1x}\mu_{2x}\right]$, связь $\vec{r}\parallel\hat{x}$. $\mu_+ = \mu_x + i\mu_y$, $\mu_- = \mu_x - i\mu_y$

$2\vec{\mu}_1\cdot\vec{\mu}_2 = \mu_+\mu_- + \text{с.с.} = \mu_1^+\mu_2^- + \mu_1^-\mu_2^+ = (\mu_1^x + i\mu_1^y)(\mu_2^x - i\mu_2^y) +$

$+ (\mu_1^x - i\mu_1^y)(\mu_2^x + i\mu_2^y) = 2\mu_1^x\mu_2^x + 2\mu_1^y\mu_2^y$, $\vec{\mu}_1\vec{\mu}_2 = \frac{1}{2}(\mu_1^+\mu_2^- + \mu_1^-\mu_2^+) =$

$= \frac{1}{2}\left[-\sqrt{2}Q_1^{+1}(1)\sqrt{2}Q_1^{-1}(2) + \sqrt{2}Q_1^{-1}(1)(-1)\sqrt{2}Q_1^{+1}(2)\right] = -\left[Q_1^{+1}(1)Q_1^{-1}(2) + Q_1^{-1}(1)Q_1^{+1}(2)\right]$

$\mu_x = \frac{1}{2}(\mu_+ + \mu_-)$, $\mu_y = \frac{1}{2i}(\mu_+ - \mu_-)$

$\mu_{1x}\mu_{2x} = \frac{1}{4}(\mu_+(1)+\mu_-(1))(\mu_+(2)+\mu_-(2)) = \frac{1}{4}\left[\mu_+(1)\mu_+(2) + \mu_+(1)\mu_-(2) +\right.$

$\left. + \mu_-(1)\mu_+(2) + \mu_-(1)\mu_-(2)\right] = \frac{1}{4}\left[-\sqrt{2}Q_1^{+1}(1)(-\sqrt{2})Q_1^{+1}(2) - \sqrt{2}Q_1^{+1}(1)\sqrt{2}Q_1^{-1}(2) +\right.$

$\left. + \sqrt{2}Q_1^{-1}(1)(-\sqrt{2})Q_1^{+1}(2) + \sqrt{2}Q_1^{-1}(1)\sqrt{2}Q_1^{-1}(2)\right] = \frac{1}{2}\left[Q_1^{+1}(1)Q_1^{+1}(2) - Q_1^{+1}(1)Q_1^{-1}(2) -\right.$

$\left. - Q_1^{-1}(1)Q_1^{+1}(2) + Q_1^{-1}(1)Q_1^{-1}(2)\right]$

$r^3E_{dip} = -Q_1^{+1}(1)Q_1^{-1}(2) - Q_1^{-1}(1)Q_1^{+1}(2) - \frac{3}{2}\left[Q_1^{+1}(1)Q_1^{+1}(2) - Q_1^{+1}(1)Q_1^{-1}(2) - Q_1^{-1}(1)Q_1^{+1}(2) +\right.$

$\left. + Q_1^{-1}(1)Q_1^{-1}(2)\right] = \frac{1}{2}\left[Q_1^{+1}(1)Q_1^{-1}(2) + Q_1^{-1}(1)Q_1^{+1}(2)\right] - \frac{3}{2}\left[Q_1^{+1}(1)Q_1^{+1}(2) + Q_1^{-1}(1)Q_1^{-1}(2)\right] -$

тензор как в MS-draft "Skyrmion-chain.doc"

(10/I) Параметры для $\omega(k)$ skyrmion chain paper – Figs. Edited and signed agreement с M Krawczyk о нефизике. 14 accelerators × 4,500 = 63,000 € индивидуальный договор MagIC project из UAB/EHU to UAM. Edited and sent Radial-Ising paper to Verlag/Nature.

(11/I) Oxygenfüme M(H) Skyrm. – data с Arauzo. В Сеговия и Zaragoza с Z.G., макс.

(12/I) Holiday recuperation Review skyrm. – Castilla Sci. Rep. Comments и PRL – Tamaselli

(13/I) Комплекс Sk-chain MS. с 10. В «Eroski» – толпа. Mirzaman – Nam с 3

(14/I) Заключение и часть Rev. Report Castilla – Sk-Sci. Rep.

Проверка ω_k of skyrmion chain // 31/I Самое интересное для B. skyrmion

сводится $\omega^2\vec{k}/\omega_0^2 = 1 - (12\pi/5)\mathcal{J}_1(\vec{k})$, $(12\pi/5)\frac{1}{4} = \frac{12\pi}{5}\frac{5}{9\pi}\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2\frac{\beta\omega_M}{\omega_0} = (\cdot)^2\frac{2\beta\omega_M}{\omega_0}$

Надо вычислить $\Delta\omega(\mu_s)$ до ω_0. $\mathcal{J}_1(\vec{k}) = \sum_L(L-1)\frac{P_L}{2L+1}B_L(\vec{k})$, $\mathcal{J}_1(\vec{k})\Big|_{L=2\text{-dip}} = \frac{d^{-3}}{4}P_2B_2(\vec{k})$

В dip-dip approx. $\mathcal{J}_1(k) = \frac{1}{16}\frac{1}{d^3}B_2(k)$. $P_2(RVM) = 1/16$.

Escaneado con CamScanner

Для $\omega_k^2/\omega_0^2 = 1 - \frac{(kc)^2}{(1+c^2)^2}\frac{1}{8}\frac{\beta\omega_M}{\omega_0}\frac{1}{d^3}\,\delta_z(k)$ — вывели на $T=0$ для Fig. ω_k Зуряна?

Для фаз Вервея $G_c = 2\pi|M_3|/\gamma$, а для Скирмиона $G_{sk} = 4\pi M_3 \frac{L}{\gamma}\frac{1}{(1+c^2)} = \frac{2}{(1+c^2)}G_v$

Зуряна MS (SF): $\omega^2/\omega_0^2 = \left(1-\frac{5}{3}\frac{\varepsilon}{\omega_0}\right)\left(1+\frac{\varepsilon}{3\omega_0}\right) = 1 - 2\frac{\varepsilon}{\omega_0} = 1 - \frac{2}{\omega_0}\frac{1}{4}(1+c^2)\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\frac{\beta\omega_M}{d^3}$

$\omega_k^2/\omega_0^2 = 1 - \frac{1}{8}(1+c^2)\frac{(2c)^2}{(1+c^2)^2}\frac{\beta\omega_M}{\omega_0 d^3}\delta(k)$, там уровень в MS Зуряна дан

$\frac{1}{2}\omega_3$ за $\varepsilon_{dip}(\ell) = \frac{1}{2}\sum_{m\neq 0}(\cdot)$, то $(\omega_k^2/\omega_0^2) = 1 - \frac{1}{8}\frac{(1+c^2)}{2}\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2\frac{\beta\omega_M}{\omega_0}\frac{\delta_z(k)}{d^3}$

Отношение ω_k/ω_0 из PRB'13 и ω_k/ω_0 - Зуряна MS совпадает, если учесть $\frac{\omega_c}{G_{sk}} = \frac{\omega_c}{\frac{2}{(1+c^2)}G_v} = \frac{1}{2}(1+c^2)\frac{\chi_c}{G_v}$ с множителем до инварианта $\frac{1}{2}(1+c^2)$ из-за разницы G_v и G_{sk}.

Вторая ошибка из PRB'13 в том, что ω_0 определяет бульш $\Delta\omega(\mu_0) < 0$ из-за $m_z(i)\cdot m_z(i)$ coupling of the Skyrmion cores. $\omega_0 \to \omega_0 + \Delta\omega_z$.

При учете Q_ℓ^m, $\ell>1$: $\left(\omega_k^2/\omega_0^2 = 1 - \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2\frac{2\beta\omega_M}{\omega_0}\frac{(1+c^2)}{2}\sum_L (L-1)\frac{P_L}{d^{L+1}}\delta_L(k)\right)$

- sk-frequency of coupled sk-chain. там и для Bloch и Neel Skyrmions, если $Q_\ell^m(B) = Q_\ell^m(N)$, это не очевидно. Eq. $(\omega_k/\omega_0)^2$ можно вывести для Bloch-Sk

$Q_\ell^m(\text{Bloch}) = i\pi\beta A_\ell^m\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)|s|e^{im\varphi_s}\cdot m\,\delta_{m,\pm1}$ $\forall\ell$ нечетного 10/II, где

$A_\ell^m = (-1)^{\frac{1}{2}(\ell-m)}\sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\frac{(\ell+m-1)!!}{(\ell-m)!!}$ для ℓ, m — odd, нечетных. $\langle m_+\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}e^{i\varphi_0}s$.

$Q_\ell^{-1} \sim |s|e^{-i\varphi_s}(-i) \sim (-\bar{s})$, $Q_\ell^{+i} \sim |s|e^{i\varphi_s} \sim s$; $\langle m_-\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}\bar{e}^{i\varphi_0}\bar{s}$

$c=1$, $\pm e^{i\pi/2} = (\pm i)$ $Q_\ell^{\pm1}(B) = (\pm i)\pi\beta A_\ell^m\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)|s|e^{\pm i\varphi_s} = \mp\frac{\pi\beta}{\ell}A_\ell^{\pm1}\langle m_\pm\rangle$ Знак

$\langle m_\pm\rangle = -\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)e^{\pm i\varphi_0}\left(\frac{s}{\bar{s}}\right)$, $Q_\ell^{\pm1}(B) = -\pi\beta A_\ell^{\pm1}\langle m_\pm\rangle$, для $A_1^{\pm1} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\pi p \to \pi R^2 L = V$, $Q_\ell^{\pm1}(B) = -A_\ell^{\pm}\langle cU_\pm\rangle$ $U_\pm = m_\pm V$, V - dot volume.

Bloch-Sk

Мы это только что Q_ℓ^m related to side surface charges $m_s \sim s$ как для вортекса.

ℓ, m здесь: $m = \pm1$, а ℓ - через. $Q_\ell^m(B) = -A_\ell^m\langle cU_\pm\rangle\delta_{m,\pm1}$ — side surface charges count.

Face charges: $\mathrm{Div}\,\vec{m} = (\vec{m}\cdot\vec{n})\,\delta(z\pm L/2)$, $\vec{n} = \hat{z}$, $z>0$ и $\vec{n} = -\hat{z}$, $z<0$

$Q_\ell^m(\text{face}) = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\int d^2\vec{s}\int_{-\beta/2}^{\beta/2}dz\,(s^2+z^2)^{\ell/2}P_\ell^m(\cos\theta)\,\mathrm{Div}\,\vec{m}\cdot e^{im\varphi} =$

$= (\cdot)\int d^2\vec{s}\,e^{im\varphi}\int dz\,(s^2+z^2)^{\ell/2}\,\delta(z\pm\beta/2)\,P_\ell^m\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+s^2}}\right)(\vec{m}\cdot\vec{n}) =$

$= (\cdot)\int d^2\vec{s}\,e^{im\varphi}\left[m_z(z=\beta/2)\,(s^2+\beta^2/4)^{\ell/2}P_\ell^m\left(\frac{\beta/2}{\sqrt{(\dots)}}\right) - m_z(z=-\beta/2)\,(s^2+\beta^2/4)^{\ell/2}P_\ell^m\left(\frac{-\beta/2}{\sqrt{(\dots)}}\right)\right] =$

$= (\cdot)\int d^2\vec{s}\,e^{im\varphi}\,m_z\,(s^2+\beta^2/4)^{\ell/2}\left[P_\ell^m\left(+\frac{\beta/2}{\sqrt{(\dots)}}\right) - P_\ell^m\left(-\frac{\beta/2}{\sqrt{(\dots)}}\right)\right]$, $P_\ell^m(-x) = (-1)^{\ell+m}P_\ell^m(x)$

$Q_\ell^m(\text{face}) = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\int d^2\vec{s}\,e^{im\varphi}\,m_z(\vec{s})\,(s^2+\beta^2/4)^{\frac{\ell}{2}}P_\ell^m\left(\frac{\beta/2}{\sqrt{s^2+\beta^2/4}}\right)\left[1-(-1)^{\ell+m}\right]$

Учет. только $(\ell+m) = \mathrm{odd}$, иначе $Q_\ell^m(\text{face}) = 0$.

$\int_0^{2\pi}d\varphi\,m_z(\vec{s},\vec{s})\,e^{im\varphi}$ - ? $m_z(s\bar{s}) = m_z(0,0) + s\frac{\partial m_z}{\partial s} + \frac{\partial m_z}{\partial\bar{s}}\bar{s} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 m_z}{\partial s^2}s^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 m_z}{\partial\bar{s}^2}\bar{s}^2 + \frac{\partial^2 m_z}{\partial s\partial\bar{s}}s\bar{s}$

$\frac{\partial m_z}{\partial s}\Big|_{s=0} = \frac{2}{c^2}\frac{\bar{s}}{(1+s\bar{s})^2}$, $\frac{\partial m_z}{\partial\bar{s}}\Big|_{s=0} = \frac{2}{c^2}\frac{s}{(1+s\bar{s})^2}$

Linear on s $\int d\varphi\,m_z\,e^{im\varphi} = \int d\varphi\left[m_z(00) + \frac{2}{c^2}\frac{\bar{s}s}{(1+s\bar{s})^2} + \frac{2}{c^2}\frac{s\bar{s}}{(1+s\bar{s})^2}\right]e^{im\varphi} =$

$= 2\pi\delta_{m0}\,m_z(00) + \frac{2}{c^2}\frac{1}{(1+s\bar{s})^2}2|s|2\pi\left[e^{i\varphi_s}\delta_{m,1} + e^{-i\varphi_s}\delta_{m,-1}\right]$, $m = 0, \pm1$ важно.

$P_\ell^m(x\to0) \sim x$, т.к. $P_\ell^m(-x) = (-1)P_\ell^m(x)$, $(\ell+m)$ - четное. $P_\ell^m(x\to0) = \left(P_\ell^m\right)'_{x=0}\cdot x + O(x^3)$

Из-за $(1-x^2)^{1/2}(P_\ell^m)' = (P_\ell^m)' = \frac{1}{2}P_\ell^{m+1}(0) - \frac{1}{2}(\ell+m)(\ell-m+1)P_\ell^{m-1}(0)$

$P_\ell^m(0) = (-1)^{\frac{\ell-m}{2}}\frac{(\ell+m-1)!!}{(\ell-m)!!}$ если $\ell+m$ = even, $P_\ell^m(0) = 0$ - $\ell+m$ = odd.

Escaneado con CamScanner

$$\left(P_\ell^m\right)'_{x=0} = \frac{1}{2}(-1)^{\frac{1}{2}(\ell-m-1)}\frac{(\ell+m)!!}{(\ell-m-1)!!} - \frac{1}{2}(\ell+m)(\ell-m+1)(-1)^{\frac{1}{2}(\ell-m+1)}\frac{(\ell+m-2)!!}{(\ell-m+1)!!}$$

Arfken

Gradshtein 8.754 6 $\left(P_\ell^m\right)'_{x=0} = \frac{2^{m+1}}{\sqrt{\pi}}\sin\frac{1}{2}(\ell+m)\pi\,\frac{\Gamma\left(1+\frac{\ell+m}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\ell-m}{2}+1\right)}$, $P_\ell^m(x)$

$P_\ell^m(x=0) = \left(P_\ell^m\right)'_0 \cdot x$

$\int dq\, q\,(\dots)$, $\lim \rho\to 0$ $\left(q^2+\beta^2/4\right)^{\ell/2} P_\ell^m\left(\frac{\beta/2}{\sqrt{q^2+\beta^2/4}}\right) = \left(q^2+\beta^2/4\right)^{\ell/2}\left(P_\ell^m\right)'_0 \cdot \frac{\beta/2}{\sqrt{q^2+\beta^2/4}} \approx q^\ell \left(P_\ell^m\right)'_0 \frac{\beta}{2q} = \frac{1}{2}\beta q^{\ell-1}\left(P_\ell^m\right)'_0$, $(\ell+m)$ odd.

$$Q_\ell^m(\text{face}) = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\int d\varphi\, e^{im\varphi} m_z(\varphi,s) \frac{1}{2}\beta s^{\ell-1}\left(P_\ell^m\right)'_0 \cdot 2, \quad (\ell+m)\ \text{odd}$$

$$Q_\ell^m(\text{face}) = \beta\left(P_\ell^m\right)'_0\sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\int ds\, s^\ell \int e^{im\varphi} m_z(\varphi,s)\, d\varphi$$

$$\int d\varphi\, e^{im\varphi} m_z = 2\pi m_z(s=0)\delta_{m0} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{s}{(1+s\bar{s})^2}\left[s\delta_{m,1} + \bar{s}\delta_{m,-1}\right] \quad \text{с точностью до } s$$

$$Q_\ell^0 = \beta\left(P_\ell^0\right)'\int ds\, s^\ell \cdot 2\pi m_z(s=0) = 2\pi\beta\left(P_\ell^0\right)'\int ds\, s^\ell \frac{1-s\bar{s}}{1+s\bar{s}}, \quad \left(P_\ell^0\right)' = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sin\frac{\pi\ell}{2}\frac{\Gamma(1+\ell/2)}{\Gamma\left(\frac{\ell+1}{2}\right)},$$

ℓ — нечет.

Quadr. $Q_\ell^{\pm1} = \beta\sqrt{(\dots)}\left(P_\ell^{\pm1}\right)'\frac{4\pi}{c^2}|s|e^{\pm i\varphi_s}\int ds\, s^{\ell+1}\frac{1}{(1+s\bar{s})^2}$, $\ell = 2,4,\dots$ even. $Q_2^{\pm1}\neq 0$ (!)

Т.е. у структуры dot есть квадрупольная намагниченность при ℓ тоже нечетных.

$$\frac{\partial^2 m_z}{\partial s^2}\Big|_{s=0} = \frac{4}{c^4}\frac{\bar{s}^2}{(1+s\bar{s})^3}, \quad \frac{\partial^2 m_z}{\partial \bar{s}^2}\Big|_{s=0} = \frac{4}{c^4}\frac{s^2}{(1+s\bar{s})^3}, \quad \frac{\partial^2 m_z}{\partial s\partial\bar{s}}\Big|_{s=0} = -\frac{2}{c^2}\frac{(1-s\bar{s})}{(1+s\bar{s})^3}$$

$$\int d\varphi\, e^{im\varphi}\Delta m_z(\sim s^2) = \int d\varphi\, e^{im\varphi}\left[\frac{2}{c^4}\frac{\bar{s}^2 s^2 + s^2\bar{s}^2}{(1+s\bar{s})^3} - \frac{2}{c^2}s\bar{s}\frac{(1-s\bar{s})}{(1+s\bar{s})^3}\right] =$$

$$= \int d\varphi\, e^{im\varphi}\frac{2}{c^4}\frac{1}{(1+s\bar{s})^3}\left[\bar{s}^2 s^2 + s^2\bar{s}^2 - c^2(1-s\bar{s})s\bar{s}\right] = \frac{4\pi}{c^4}\frac{1}{(1+s\bar{s})^3}\left[s^2\bar{s}^2\delta_{m,2} + s^2\bar{s}^2\delta_{m,-2} - c^2(1-s\bar{s})s\bar{s}\delta_{m0}\right]$$

$$\Delta Q_\ell^m(\text{face}, \sim s^2) = \beta\sqrt{(\dots)}\left(P_\ell^m\right)'\int ds\, s^\ell \frac{4\pi}{c^4}\frac{1}{(1+s\bar{s})^3}\left[s^2\bar{s}^2\delta_{m,2} + s^2\bar{s}^2\delta_{m,-2} - c^2(1-s\bar{s})s\bar{s}\delta_{m0}\right]$$

$$\Delta Q_\ell^0(\text{face}, \sim s^2) = \beta\left(P_\ell^0\right)'\left(-\frac{4\pi}{c^2}\right)(s\bar{s})\int ds\, s^\ell\frac{(1-s\bar{s})}{(1+s\bar{s})^3}, \quad \text{равен } 0 \text{ с точностью до } \Delta Q_1^0 \text{ и } Q_1^0$$

$$\Delta Q_\ell^{\pm2}(\text{face}, \sim s^2) = \beta\sqrt{(\dots)}\left(P_\ell^m\right)'\frac{4\pi}{c^4}|s|^2 e^{\pm i2\varphi_s}\int ds\, s^{\ell+2}\frac{1}{(1+s\bar{s})^3}, \quad \ell - \text{нечет}, \ \ell = 1,3,5,\dots, \ \ell \geq |m|.$$

$$Q_\ell^m(\text{face}) = \underbrace{\left[Q_\ell^0 + \Delta Q_\ell^0\right]}_{\ell=1,3,\dots}\delta_{m0} + \underbrace{Q_\ell^{\pm1}}_{\ell=2,4,\dots}\delta_{m,\pm1} + \underbrace{\Delta Q_\ell^{\pm2}}_{\ell=3,5,\dots}\delta_{m,\pm2}, \quad \Delta Q_\ell^m \sim s^2, \ Q_\ell^{\pm1}\sim s.$$

$$W_{int} = \sum_{\ell\ell' mm'} T_{\ell\ell' mm'}\frac{1}{r^{\ell+\ell'+1}} Q_\ell^m(1)\, Q_{\ell'}^{m'}(2) = \sum_L \frac{1}{r^{L+1}} U_L(\vec{e}_r), \quad L = \ell+\ell'$$

$$U_L = \sum_{\ell m M}\xi_{LM\ell m} Q_\ell^m(1) Q_{L-\ell}^{M-m}(2), \quad L=2, \ \ell=1, \ \ell'=1 \ \text{ dip-dip interaction } \sim \frac{1}{r^3}$$

$L=3$, $\ell=1,\ell'=2$; $\ell=2,\ell'=1$ — dip-quadrupolar interaction $Q_2^{\pm1}\neq 0$, $\sim\frac{1}{r^4}$

$L=4$, $\ell=1,\ell'=3$; $\ell=3,\ell'=1$, $\ell=2,\ell'=2$ — dip-octupolar и quadr-quadr. $\sim\frac{1}{r^5}$

$Q_\ell^m(\text{bulk, side surf.}) \sim \delta_{m,\pm1}$, ℓ — нечет. $Q_\ell^{\pm1}\neq 0$, $\ell = 1,3,5,\dots$

$$U_3(\text{dip-quadr}) = \sum_{\ell m M}\xi_{3M\ell m} Q_1^{\pm1} Q_2^{\pm1} + \sum_{\ell m M}\xi_{3M\ell m} Q_1^0 Q_2^{\pm1} \quad \text{— вносит вклад нечет., } \sim s+s^3.$$

В dip-dip approximation $\omega_k^2/\omega_0^2 = 1 - \delta\omega_k/\omega_0$

$$\delta\omega_k = \frac{1}{16}(1+c^2)\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2\frac{\beta\omega_M}{d^3}B_2(k). \quad \omega_k = \omega_0\sqrt{1-\delta\omega/\omega_0} = \omega_0 - \frac{1}{2}\delta\omega_k$$

Group velocity $v_g = \frac{d\omega_k}{dk} = -\frac{1}{2}\frac{d\delta\omega_k}{dk} = -\frac{1}{8}\frac{c^2}{(1+c^2)}\frac{\beta\omega_M}{d^3}\frac{dB_2}{dk}$, $\frac{1}{2}B_2(k) \cong \zeta(3) + \frac{1}{2}k^2\left(\ln k - \frac{3}{2}\right)$

$B_2(k) = 2\zeta(3) + k^2\left(\ln k - 3/2\right)$, $\partial B_2/\partial k = 2k\left(\ln k - 3/2\right) + k^2\frac{1}{k} = 2k\left(\ln k - 1\right) \approx -2$, $k\ll 1$

$v_g(kD\approx 1) = \frac{1}{4}\frac{c^2}{(1+c^2)}\frac{\beta\omega_M D}{d^3} = \left|c=0.7\right| = \frac{1}{4}\frac{0.5}{1.5}\cdot\frac{0.02\cdot 45\,\text{GHz}\cdot 2\pi}{2^3}\cdot 100\,\text{nm} = \frac{2\pi}{12.8}45\,\text{GHz}\cdot 2\,\text{nm} =$

$\approx 6\cdot 10^{-2}\cdot 30\frac{1}{s}\,\text{m} \approx 6\,\text{m/s}$ Всего. Fig. $v_g(k)$ у Зуркова — верно. $\omega_M = 2\pi\cdot 45\,\text{GHz}$.

Escaneado con CamScanner

(15/Ж) Как и для вихр. сферы, для Sk dot сферы ($v_g \sim \frac{1}{d^2}\beta\omega_M b = \frac{1}{d^2}\omega_M L$) и v_g можно
оценить из dot thickness $L \sim 1$ nm as $v_g \approx \frac{1}{10}\frac{1}{d^2}\omega_M L \sim \frac{1}{30}\omega_M L$
и $v_g \sim \frac{1}{30}\cdot 50\ \text{GHz} \cdot 2\pi \cdot 10^{-3}\, L(\text{nm}) \approx 6 \cdot L(\text{nm}) \sim 100$ m/s если $L = 10$–20 nm, что
близко к экспер. для Bloch-Sk dots. // $\omega_0(B)$ имеет $\Delta\omega_2$ и $\Delta\omega_m(\beta)$ типа $\omega_M\beta$ //
и $v_g(k)$ не вырождена и может сильно зависеть уже при $\beta \sim 0.1$

Dip-quadr. interaction $U_3 = \sum_{l=M} S_{3M\,lm} Q_l^m Q_{L-l}^{M-m} = \sum_{mM}\left[S_{3M1m} Q_1^m Q_2^{M-m} + S_{3M2m} Q_2^m Q_1^{M-m}\right] = S_{321-1} Q_1^{-1} Q_2^{-1} + S_{301-1} Q_1^{-1} Q_2^{+1} + S_{3011} Q_1^{+1} Q_2^{-1} + S_{3211} Q_1^{+1} Q_2^{+1} +$ (также $l \to l'$, что нефизично, но нефизичность $l \geq 2$)

$S_{LMlm} = (-1)^l S_{LM} \left(\frac{L+M}{l+m}\right)^{1/2}\left(\frac{L-M}{l-m}\right)^{1/2}$, $Q_0 = 0$, $S_{LM} = (-1)^{\frac{1}{2}(L+M)}\sqrt{\text{кор. по } M \to -M}$

Note: Q_l^m(face) обычно даёт Bloch и Neel Sk, хотя иногда доминирует и m_z(SS)-ориентацию.
Q_l^m(B, s.s) и Q_l^m(N, Bulk, s.s) – говорит что Bloch и Neel-Sk, но $\neq 0$ если $m \pm 1$, l – нечет.

// $Q_{l=1}^0$(face) сбивает ω₀ у single dot, а $Q_{l\geq 2}^{\pm 1}$(face) дает dip-quadrupolar interdot interaction $\sim 1/r^4$. Это объясняет экспериментально что P/AP skyrmions Q_l^m(face) = 0 дают vortex dots из-за small V. core и в Gus' PRB'13 не расч.

$Q_l^{\pm 1}$(face) $\sim \int ds \frac{s^{l+1}}{(1+s^2)^2}$, $Q_2^{\pm 1}$(face) $\sim \int ds \frac{s^3}{(1+s^2/c^2)^2} = \frac{1}{2}\int_0^1 d(s^2)\frac{s^2}{(1+s^2/c^2)^2} = \left|s^2/c^2 = x\right| =$

$= \frac{1}{2}c^4 \int_0^{1/c^2} dx \frac{x}{(1+x)^2} = \frac{1}{2}c^4 \int dx\left[\frac{1}{1+x} - \frac{1}{(1+x)^2}\right] = \frac{1}{2}c^4\left[\ln(1+x) + \frac{1}{1+x}\right]_0^{1/c^2} =$

$= \frac{1}{2}c^4\left[\ln(1+1/c^2) + \frac{1}{1+1/c^2} - 1\right] = \frac{1}{2}c^4\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{c^2+1}\right]$

$Q_2^{\pm 1}$(face) $= \beta\sqrt{\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}\,(P_l^{\pm 1})' \frac{4\pi}{c^2}|s|e^{\pm i\varphi_s} \cdot \frac{1}{2}c^4\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{c^2+1}\right]$

$m=-1$, $\sqrt{\frac{3!}{1!}}\,(P_2^{-1})' = \sqrt{6}\,\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(2)} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\frac{\frac{1}{2}\Gamma(1/2)}{1\cdot\Gamma(1)} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$

$m=+1$, $\sqrt{\frac{1!}{3!}}\,(P_2^{+1})' = \frac{1}{\sqrt{6}}\frac{4}{\sqrt{3}}(-1)\frac{\Gamma(1+3/2)}{\Gamma(1)} = -\frac{4}{\sqrt{6}\sqrt{3}}\frac{3}{2}\Gamma(\tfrac{3}{2}) = -\frac{4}{\sqrt{6}\sqrt{3}}\frac{3}{2}\frac{1}{2}\sqrt{3} = -\frac{3}{\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{6}}{2}$

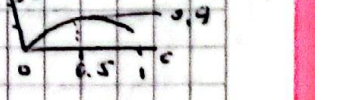
$Q_2^{\pm 1}$(face) $= \mp\frac{1}{4}\beta\frac{\sqrt{6}}{2}\frac{4\pi}{c^2}|s|e^{\pm i\varphi_s}\frac{1}{2}c^4\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{c^2+1}\right] = \mp\pi\beta\sqrt{6}\,|s|e^{\pm i\varphi_s}c^2\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right]$

quadrupolar Sk-dot moment $Q_2^{\pm 1}$(face) $= \mp\frac{1}{4}\pi\beta\sqrt{6}\,|s|e^{\pm i\varphi_s}c^2\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right]$

$Q_l^{\pm 1}(B,s.s.) = (\pm i)\pi\beta A_l^{\pm 1}\frac{(2c)}{(1+c^2)}|s|e^{\pm i\varphi_s}$, $Q_1^{\pm 1}(B,s.s.) = i\frac{\sqrt{2}}{2}\pi\beta\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)|s|e^{\pm i\varphi_s}$

$\frac{Q_2^{\pm 1}(\text{face})}{Q_1^{\pm 1}(s.s.)} = (\pm i)2\sqrt{3}\,\frac{1}{2}c(1+c^2)\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{c^2+1}\right] = (\pm i)\sqrt{3}\,c\left[(1+c^2)\ln(1+1/c^2) - 1\right] =$

$= (\pm i)\,f_Q(c)$, $\max f_Q(c) \approx 0.9$, $f_Q(0.7) \approx 0.8$.



T.e. ratio $Q_2^{\pm 1}/Q_1^{\pm 1} \approx 1$ если $c = 0.3$–0.7, $c = \frac{R_c}{R}$.
(не мало)

Вывод: quadrupolar moment может быть сравним с dip-dip coupling. Interdot coupling (dynamic) ~ $1/r^4$ может быть сравним с dip-dip coupling.

Ф₀ Сравн. $\tilde{S}_{LMlm}$ (dip-quadr.) и $\tilde{S}_{LMlm}$ (dip-dip) = Y2 (или 3/2, см. 9/Σ, 12/Σ.

(16/Ж) Учёт quadrupolar вклада $Q_2^{\pm 1}$(face) в chain gyrofrequency. Поправки
Levis PRL-Tomasello WG (Φ_0) из-за $Q_2^{\pm 1}$.

(17/Σ) Eq. для Skyrmion phase Φ_0. $\Phi_0 = 0, \pi$ – Neel Sk, $\Phi_0 = \pm\pi/2$ – Bloch-Sk. Sk-intermediate $\Phi_0(s)$

Corr. (24/IX) 16: DMI-interface $W_D^*(\Phi_0, \Phi_0')$ для static centered Skyrmion $f(s) = s^{\frac{\Phi_0}{\pi}}$.
Сначала ур-ие для $\Theta(s)$ и $\Phi_0(s)$. $\Phi_0'' + \left[\frac{1}{s} + 2\theta_s' \operatorname{ctg}\theta\right]\Phi_0' + \frac{D}{A}\theta_s' \sin\Phi_0 = 0$) и/или
ищем $\Phi_0(s)$ в W_{ex} и W_D^* и $\beta \to 0$, simplified W_m. Если $W_m \sim \cos^2\Phi_0$, то eq. сильно

17-16/2 $W_m(\Phi_0)$ записана верно, а equil. equation с $\frac{\delta W_m}{\delta \Phi}$ неверно. Надо $\frac{\delta W_m}{\delta \Phi} = -\mu_m \cdot \frac{\partial \vec{M}}{\partial \Phi}$ как в Slonc. JMMM'79.

18-20/2 Работа с Э над Skyrmion W_c - chain paper. обсуждение $M(H)$ - Skyrmion A; greer quadrupolar Q_2^m mo

21-22/2 Написание текста Sk-W_D-Chain для J. Ph. Cond. Mat. Monte Urquiola, "Eroski" Polosa, Sk-W_D-chain Subm. Предложение Papa (Zaragoza) писать paper по Vortex-Barriers.

23/2 В Bilbao с Э. обед в рес. Встреча Лору и нобед. Hotel - BIO airport. Э. убедила с собой в тезе из Bilbao. (Skyrmion - Spain-nobes proposal (моя встреча как member of node #7 in Spintronics San Sebastian).

24/2 Встреча Эдика, Информация со Славой о dip. pinning на $\ell = t_{\frac{1}{2}}$ of BVMSW in ... Разослала списки inv. Speakers SolSkyMag'18 Candidates to Advisory Com.

25/2 Беседа с Ruben о AF + DW motion и тезе $\chi''((\vec{m}\times\vec{t}))$ дает 1D Dal. Ruben предложил PhD-student с 50% DzPC / 50% Julian Onu. Supervisors Cris и Oyan. Отзыв A. Hoffmann по Skyrmions in thin ML films. ФТТ с Эд.

26/2 обсуждение с Julian и Ruben new PhD student. Сл. и Ю. на Underneta. обсуждение new FFT-open application по SW-edges (в один из Ruben's consortia). Написание Sk-ФТТ на основе Magn. Lett. 15, 17, ARL'16, JMMM'17 и IPCO-Subm.

27/2 Телефонное А. Fert в Miramar :- Doctor honoris Causa UAV/EHU. A. Fert Основной доклад на SolSkyMag 2018 : Skyrmions in topol. insulators.

$\Phi_0(\rho)$ equation for Skyrmion in cyl. dot. Slonc. JMMM'79 : $\frac{\delta W_m}{\delta \Phi} = -\mu_m \frac{\partial \vec{M}}{\partial \Phi}$

$\vec{M} = M_s(\sin\Theta\cos\Phi, \sin\Theta\sin\Phi, \cos\Theta)$, $\vec{m} = (\underset{s}{\sin\Theta\cos(\Phi-\varphi)}, \underset{\varphi}{\sin\Theta\sin(\Phi-\varphi)}, \underset{z}{\cos\Theta})$

единичн. компоненты $\vec{m}(m_s, m_\varphi, m_z)$.

$\frac{1}{M_s}\frac{\delta W_m}{\delta \Phi} = -H_m^s \frac{\partial m_s}{\partial \Phi} - H_m^\varphi \frac{\partial m_\varphi}{\partial \Phi} - H_m^z \frac{\partial m_z}{\partial \Phi}_{=0} = +H_m^s \sin\Theta \sin(\Phi-\varphi) - H_m^\varphi \sin\Theta\cos(\Phi-$

$H_m^s(\vec{\rho}) = M_s \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{ss} m_s(\vec{\rho}') + G_{s\varphi}\underset{=0}{m_\varphi(\vec{\rho}')} + G_{sz}\underset{\neq 0}{m_z(\vec{\rho}')} \right] = \left| G_{s\varphi} \delta_{mag=0} \text{ и/или } \vec{m}(\rho) \right.$

$\left. \text{и/или } \int d\varphi(\ldots) \right|$ $\Phi = \varphi + \Phi_0$ - Sk-

$G_{\alpha\beta}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\beta'} \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_0(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) =$

$= -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\beta'} \int dk\, e^{-k|z-z'|} \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m(k\rho) J_m(k\rho')$, $G_{s\varphi} = -\frac{\partial}{\partial s}\frac{1}{s'}\frac{\partial}{\partial \varphi'}[\ldots] \sim$

$\sim \sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m(k\rho) J_m(k\rho')$ и если $m_\varphi = \sin\Theta\sin(\Phi-\varphi) = \sin\Theta\sin\Phi_0$

если функция только от ρ, $m_\varphi(\rho)$, то $\int d\varphi' e^{-im\varphi'}(\ldots)$ даст δ_{m0}, и $\delta_{m0}\cdot m = 0$.

$H_m^s(\vec{\rho}) = M_s \int d^2\vec{\rho}' G_{ss}(\vec{\rho}\vec{\rho}') m_s(\vec{\rho}') = M_s \int d\rho' s' \int d\varphi' m_s(\vec{\rho}'\varphi') \left(-\frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial}{\partial s'}\right) \int dk\, e^{-k|\Delta z|} \times$

$\times \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m(k\rho) J_m(k\rho')$, если $m_s = \sin\Theta\cos(\Phi-\varphi) = \sin\Theta\cos\Phi_0 = f(\rho)$ только

то $\int d\varphi' e^{-im\varphi'} = 2\pi\delta_{m0}$ и $H_m^s(\rho) = -2\pi M_s \int d\rho' s' m_s(\rho') \frac{\partial}{\partial \rho}\frac{\partial}{\partial \rho'} \int dk\, e^{-k|\Delta z|} J_0(k\rho) J_0(k\rho')$

$\frac{1}{L}\int dz\, dz' e^{-k|z-z'|} = \frac{2}{k} f(kL)$, $H_m^s(\rho) = (-4\pi M_s) \int \frac{dk}{k} f(kL) \int d\rho' s' m_s(\rho') \frac{\partial J_0(k\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_0(k\rho')}{\partial \rho'}$

$= \int d\rho' s' g_{\rho\rho}(\rho\rho') m_s(\rho')$, $g_{\rho\rho}(\rho\rho') = (-4\pi M_s) \int \frac{dk}{k} f(kL) \frac{\partial J_0(k\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_0(k\rho')}{\partial \rho'}$

$J_0'(x) = -J_1(x)$, $\frac{\partial J_0(k\rho)}{\partial \rho} = k\frac{\partial J_0(x)}{\partial x} = -k J_1(k\rho)$ и симметрия ФГ

$g_{\rho\rho}(\rho\rho') = (-4\pi M_s) \int dk\, k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$, $H_m^\rho(\rho) = \int d\rho' s' g_{\rho\rho}(\rho\rho') m_\rho(\rho')$

$H_m^\varphi(\vec{\rho}) = M_s \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\varphi s} m_s(\vec{\rho}') + G_{\varphi\varphi} m_\varphi(\vec{\rho}') + G_{\varphi z} m_z(\vec{\rho}') \right] = 0$ если $\vec{m}(\rho)$ только

т.к. $G_{\varphi s} \sim \delta_{m0} m = 0$, $G_{\varphi\varphi} \sim \delta_{m0} m^2 = 0$. $\frac{1}{M_s}\frac{\delta W_m}{\delta \Phi} = H_m^s \sin\Theta \sin(\Phi-\varphi)$

$\frac{\delta W}{\delta \Phi} = \frac{\delta}{\delta \Phi}(W_A + W_D^x) + \frac{\delta W_m}{\delta \Phi} = -2A\sin^2\Theta\,\Phi_0'^2\Phi_0 - 2A\sin 2\Theta\,\Phi_0'\Theta_\rho' - 2D\sin^2\Theta\sin\Phi_0\Theta_\rho' +$

$+ M_s H_m^s \sin\Theta\sin\Phi_0 = 0$

$\Phi_0'' + \left[\frac{1}{\rho} + 2\Theta_\rho' \operatorname{ctg}\Theta\right]\Phi_0' + \frac{D}{A}\Theta_\rho' \sin\Phi_0 + \frac{1}{\ell_{ex}^2}\frac{\sin\Phi_0}{\sin\Theta}\int d\rho' s' g(\rho\rho')\sin\Theta(\rho')\cos\Phi_0(\rho') = 0$, $\ell_{ex}^2 = \frac{1}{2}$

$g(\rho\rho') = \int dk\, k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$. Это уравнение дает Sk-phase $\Phi_0(\rho)$ удовлетворяет Eq. (*)

дает $\Phi_0(\rho)$ от 17/2. Здесь W_D^x - interface DMI supporting Axial Skyrmion ($\Phi_0 = 0, \pi$).

Escaneado con CamScanner

$\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\dot\Phi_0 = 0$, $\Phi_0 = 0$, т.к. $\frac{\delta W}{\delta\theta}(\Phi_0)$ не содержит членов линейных по $\Phi_0 \ll 1$.

$\frac{\delta W}{\delta\theta}(\Phi_0) = \frac{\delta W}{\delta\theta}(\Phi_0=0) + \frac{\partial}{\partial\Phi_0}\frac{\delta W}{\delta\theta}\Big|_0 \cdot \Phi_0 + O(\Phi_0^2) = 0 + O(\Phi_0^2)$. Далее вместо Φ_0 будем писать Φ.

Нужно добавить либо "0" GM и Φ_0-dynamics (Diag'16), либо $\theta(s,t)$ – breathing SW ($m=0$)

$\delta(z) = e^{i\Phi_0(z-s)/c}$, возмущение $\Phi_0(t)$, $s(t)$, $c(t) = \frac{1}{R}R_s(t)$.

$\theta(s,t) = \theta_0(s) + \varepsilon\theta(s,t)$, $\sin 2\theta = \sin(2\theta_0 + 2\varepsilon\theta) = \sin 2\theta_0 + \cos 2\theta_0 \cdot 2\varepsilon\theta$ $\cos\theta = \cos\theta_0 - \sin\theta_0\cdot\varepsilon\theta$

$\sin^2\theta = \sin^2(\theta_0+\varepsilon\theta) = [\sin\theta_0 + \cos\theta_0\cdot\varepsilon\theta]^2 = \sin^2\theta_0 + \sin 2\theta_0\,\varepsilon\theta$, $\sin(\theta_0+\varepsilon\theta) = \sin\theta_0 + \cos\theta_0\,\varepsilon\theta$

$$\begin{cases} \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\dot\Phi_0 = \frac{\delta W}{\delta\theta} = \left[K + \frac{A}{s^2}\right]\cos 2\theta_0\cdot 2\varepsilon\theta - 2A\nabla^2\varepsilon\theta - \frac{2D}{s}\sin 2\theta_0\,\varepsilon\theta + \frac{\delta W_m}{\delta\theta} \\ -\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\dot\varepsilon\theta = \frac{\delta W}{\delta\Phi} = (\text{мин. по } \varepsilon\theta, \Phi_0) = -2A\sin^2\theta_0\nabla^2\Phi_0 - 2A\sin^2\theta_0\theta_0'\Phi_0' - 2D\sin^2\theta_0\theta_0'\Phi_0' + \\ \qquad + M_s H_m^s(\theta_0)\sin\theta_0\Phi_0 = 0 \end{cases}$$

$\frac{\delta W_m}{\delta\theta} = -M_s H_m^s\cos\theta\cos\Phi_0 + M_s H_m^z\sin\theta \Rightarrow H_m^s = \int ds' s' g_{ss}\sin\theta(s')\cos\theta(s) = \left|\theta = \theta_0 + \varepsilon\theta\right| \sim \varepsilon\theta$

$\dot\Phi_0 = a\,\varepsilon\theta$, $\dot\varepsilon\theta = b\Phi$ – управляющая структура SD. Пусть пока $W_m = 0$.

$$\begin{cases} \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\dot\Phi_0 = \left[2\left(K + \frac{A}{s^2}\right)\cos 2\theta_0 - 2A\nabla^2 - \frac{2D}{s}\sin 2\theta_0\right]\varepsilon\theta \\ -\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\dot\varepsilon\theta = -2A\sin^2\theta_0\left[\nabla^2\Phi_0 + 2\operatorname{ctg}\theta_0\theta_0'\Phi_0' + \frac{D}{A}\theta_0'\Phi_0\right] \end{cases}$$ SD для Φ_0 и $\varepsilon\theta$ Sk-breath mode

1) Вдали от DW $\theta_0(s) = \pi/2$, $\sin\theta_0 \approx 0$, $\varepsilon\theta = 0$ и $\nabla^2\Phi_0 + \frac{D}{A}\theta_0'\Phi_0 = 0$ или $\Phi_0' = 0$

2) Вблизи DW $s \approx c$, $\theta_0 \propto \pi/2$, $\frac{M_s}{\gamma}\dot\Phi_0 = \left[-2\left(K + \frac{A}{s^2}\right) - 2A\nabla^2\right]\varepsilon\theta$, $-\frac{M_s}{\gamma}\dot\varepsilon\theta = -2A\left[\nabla^2\Phi_0 + \frac{D}{A}\theta_0'\Phi_0\right]$

$\frac{M_s}{\gamma}\ddot\Phi_0 = \left[-2\left(K + \frac{A}{s^2}\right) - 2A\nabla^2\right]\frac{2\gamma A}{M_s}\left[\nabla^2\Phi_0 + \frac{D}{A}\theta_0'\Phi_0\right]$, немного решим, даже если $\theta_0' = \text{const}$

Если не uniform solution $\Phi_0 \neq \delta(s)$? $\Phi_0' = 0 \Rightarrow \dot\varepsilon\theta = \frac{2\gamma A}{M_s}\sin\theta_0\frac{D}{A}\theta_0'\Phi_0 = \frac{2\gamma D}{M_s}\sin\theta_0\theta_0'\Phi_0$

$\varepsilon\theta(s,t) \sim \sin\theta_0\theta_0'(s)$ – локализовано на DW, $s \approx c$. $\frac{M_s}{\gamma}\dot\Phi_0 = -2\left[K + \frac{A}{s^2} + A\nabla^2\right]\varepsilon\theta$

Чтоб Φ_0 не была $\delta(s)$ надо $\left[K + \frac{A}{s^2} + A\nabla^2\right]\varepsilon\theta = \lambda\varepsilon\theta$? Нет, Φ_0-dyn. или $\Phi_0 \neq \delta(s)$ нельзя.

$m_z = \cos\theta = \cos\theta_0 - \sin\theta_0\,\varepsilon\theta$, $\delta m_z(s,t) = -\sin\theta_0\,\varepsilon\theta(s,t)$ локализовано или $s \approx c$.

или $s \approx c$ $\frac{M_s}{\gamma}\ddot\Phi_0 \simeq -\frac{4\gamma A}{M_s}\left[K + \frac{A}{s^2} + A\nabla^2\right]\left[\nabla^2\Phi_0 + \frac{D}{A}\theta_0'\Phi_0\right]$. Если все $\frac{\partial}{\partial s}$ (Sk-edge)

то $\frac{M_s}{\gamma}\ddot\Phi_0 = -\frac{4\gamma A}{M_s}\left[K + \frac{A}{R_c^2}\right]\frac{D}{A}\theta_0'\Phi_0$, $\ddot\Phi_0 = -4\frac{\gamma^2 D}{M_s^2}\left(K + \frac{A}{R_c^2}\right)\theta_0'\Phi_0$

$\ddot\Phi_0 = -\omega_\Phi^2\Phi_0$, $\omega_\Phi^2 = \frac{4\gamma^2 D}{M_s^2}\left(K + \frac{A}{R_c^2}\right)\theta_0'$, $\theta_0(s) \approx \frac{\pi}{2}s/R_c$, $\theta_0' \approx \frac{\pi}{2}\frac{1}{R_c}$

$K = \frac{1}{2}H_A M_s$, $h_a = H_A/M_s$, $A/M_s^2 = \frac{1}{2}Le^2$, $\frac{1}{M_s^2}\left(K + \frac{A}{R_c^2}\right) = \frac{1}{2}\left(h_a + \frac{Le^2}{R_c^2}\right)$

$\omega_\Phi^2 \simeq 4\gamma^2 D\,\frac{1}{2}\left(h_a + \frac{Le^2}{R_c^2}\right)\frac{\pi}{2R_c} = \pi\gamma^2\frac{D}{R_c}\left(h_a + Le^2/R_c^2\right)$, $\left(\omega_\Phi = \gamma\sqrt{\frac{\pi D}{R_c}\left(h_a + \frac{Le^2}{R_c^2}\right)}\right)$ – Sk-breath. mode

Оценка частоты колебаний Neel-skyrmion phase Φ_0

Deg. $H_D^2 = \frac{\pi D}{R_c}$, $\omega_\Phi = \gamma H_D\sqrt{h_a + \frac{Le^2}{R_c^2}}$, $W_m = 0$ было, т.е. $h_a = \frac{2K}{M_s^2} =$

$= \frac{2}{M_s^2}(K_u - 2\pi M_s^2) = \frac{H_A}{M_s} - 4\pi = \frac{1}{M_s}(H_A - 4\pi M_s) \sim 0.1$, $h_a = 4\pi(Q-1)$

$Le/R_c \approx 1$, $Le, R_c \sim 10$ nm, $\omega_\Phi \approx \gamma H_D$, $H_D \approx \sqrt{\frac{\pi\cdot 1\,erg/cm^2}{10\,nm}} = \sqrt{\pi\,10^6\frac{erg}{cm^3}} \approx 1.7\cdot 10^3$ Oe

Оценка $\omega_\Phi/2\pi \simeq 3\,\frac{GHz}{kOe}\cdot 1.7\,kOe \simeq 5$ GHz (!)

→ Т.е. частота колебаний Φ_0 относительно $\Phi_0 = 0$ (Neel-Sk) $\approx \omega_{10}$ (1st breath.) $m=0$ и сильно зависит от DMI, $\omega_\Phi \sim \sqrt{D}$. $\omega_\Phi(D=0) = 0$. Φ_0-mode localized at $s \approx c$ Sk edge

(30-31/I) Сл. в Oldenburg "Cafe four" "Lidl" Карпачев Skyrmion Syn. APT paper. решил 33 Inv. letters Sol-SkyMag 2018

(1/II) Перепечко Sol-SkyMag. SW Skyrmion dat (RRL'2016).

$\omega_{nm}/\omega_M = Q - 1 + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{Le}{R_c}\right)^2 x_{nm}^2$, $x_{nm} = k_{nm}R_c$, x_{nm} – n-ый корень $F_m(x,c) = 0$

При $m=0$ $J_1(k_n s)$ точное СФ с $k_n = d_{n1}/R$, $J_1(d_{n1}) = 0$, $\omega_{n0}/\omega_M = Q - 1 + \frac{Le^2}{4\pi}\frac{d_{n1}^2}{R^2}$

При $m \neq 0$ есть реш. или $c \to 0$, $x_{nm}/c = \alpha_{n+1,m+1}$, $n = 0,1,\ldots$, $m+1$, $J_m(d_{nm}) = 0$, $n = 1,2,\ldots$

$\omega_{nm}/\omega_M(c\to 0) = Q - 1 + \frac{1}{4\pi}\frac{Le^2}{R^2}(\alpha_{n+1,m+1})^2$, отсюда splitting SW $\sim \pm|m|$

Escaneado con CamScanner

$\Delta\omega_{\pm|m|} = \omega_{n,+|m|} - \omega_{n,-|m|} = \frac{\omega_M}{4\pi}\frac{Le^2}{R^2}\left[d^2_{n+1,1+|m|} - d^2_{n+1,1-|m|}\right]$, $J_{m+1}(d_{n+1,m+1})=0$

$n=0,1,2,\dots$

n-число radial nodes $m_{nm}(\beta)$ SW $n=0,1,\dots$ можно $n\to(n-1)$. но $n=1,2,3,\dots$ - удобно для нумерации корней $J_m(d_{nm})=0$

Пусть $m=|m|>0$ $J_{m+1}(d_{n,m+1})=0$ $J_{-m+1}(x) = (-1)^{1-m}J_{m-1}(x) = 0$

имеет корни $d_{n,m-1}$. Найти $d^2_{n,m+1} - d^2_{n,m-1}$. Если $n\gg 1$ велико, то

$d_{nm} \simeq \left(n+\frac{1}{2}m-\frac{1}{4}\right)\pi - \frac{1}{8}\frac{(4m^2-1)}{\left(n+\frac{1}{2}m-\frac{1}{4}\right)\pi} + \dots$

$d^2_{n,m+1} + d^2_{n,m-1} = \left[d_{n,m+1} - d_{n,m-1}\right]\left[d_{n,m+1} + d_{n,m-1}\right] \simeq \left[n+\frac{1}{2}(m+1)-\frac{1}{4}\right] - \left[n+\frac{1}{2}(m-1)-\frac{1}{4}\right]\left[n+\frac{1}{2}(m+1)+\frac{1}{4}+n+\frac{1}{2}(m-1)-\frac{1}{4}\right]\pi^2 = \pi^2[1]\left[2n+m-\frac{1}{2}\right]$

$\Delta\omega_{n,\pm m} \simeq \frac{\omega_M}{4\pi}\frac{Le^2}{R^2}\pi^2\left(2n+m-\frac{1}{2}\right)$, где $n\gg 1$ - splitting SW с $\pm m$ azim. index

Для осиов. моды $n=1$ $\Delta\omega_{1,\pm m} \sim d^2_{1,m+1} - d^2_{1,m-1} = f(m)$, $c\to 0$.

$f(1) = d^2_{12} - d^2_{10} = (5,14)^2 - (2,40)^2 = 26,42 - 5,76 = 20,66$

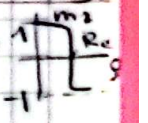
$f(2) = d^2_{13} + d^2_{11} = (6,38)^2 - (3,83)^2 = 40,70 - 14,67 = 26,03$

$f(3) = d^2_{14} - d^2_{12} = (7,59)^2 - (5,14)^2 = 57,61 - 26,42 = 31,19$

$\Delta\omega_{1,\pm m} \sim f(m)$ растет с $m\uparrow$, $\Delta\omega_{n,\pm 1}$ растет с $n\uparrow$. Но это при $c\to 0$.

SW $q_{-1}(\beta) \sim J_{m-1}(k\beta)$ in inner domain с $m_z>0$, $\begin{cases} m=1, \sim J_0(k\beta), \neq 0\ \beta=0 \\ m-1, \sim J_2(k\beta), =0\ \beta=0 \end{cases}$ - исключение. Поэтому $m=\pm 1$ azim. SW.

УД содержит $m^2 - 2m\cos\theta_0 + 1 = \begin{cases} (m-1)^2, \cos\theta_0 = 1, \text{inner domain} \\ (m+1)^2, \cos\theta_0 = -1, \text{outer domain} \end{cases}$



Если $c=\frac{R_c}{R}\to 0$, то ultrathin DW $\frac{R_c}{\Delta} \ll 1$ невозможна

т.е. нужно $c\to 0$ недостаточно для model ultrathin DW $\frac{R_c}{\Delta}\gg 1$

Для SW (n,m) нет симметрии $m\to -m$, но есть $\begin{matrix} m\to -m \\ p\to -p \end{matrix}$ одновременно

Посчитать $\Delta\omega_{n,\pm m}(c)$ для малых $c=0,1-0,7$.

$\Delta\omega^{nm}_{\pm m} = \frac{\omega_M}{4\pi}\left(\frac{Le}{R}\right)^2\frac{1}{c^2}\left[\chi^2_{n,+m}(c) - \chi^2_{n,-m}(c)\right]$, $4\pi\frac{R^2}{L_e^2}\left[\frac{\omega_{nm}}{\omega_M} - Q + 1\right] = \frac{1}{c^2}\chi^2_{nm}(c)$,

т.е. $\omega_{nm}(c)$ определяется $\frac{1}{c^2}\chi^2_{nm}(c)$, χ_{nm} из сек. ур. $F_m(\chi, c)=0$.

Сами $\chi_{nm}(c)$ зависят мало от m, c. $n=1,2,\dots$ номер корня χ_{nm}.

$\Delta^2 = \frac{A}{K_{off}} = \frac{A}{2\pi M_s^2(Q-1)} = \frac{1}{4\pi}\frac{Le^2}{(Q-1)}$, $\frac{R_c}{\Delta} = \sqrt{4\pi}\sqrt{Q-1}\frac{R_c}{Le} \gg 1$ должно. $Q>1$

(2/XI) СПбФ. "Hyundai" Quantum cluster аккумулятор. Мобильн. "AlCampo" Edited экзамен-ФТТ paper и последняя версия для submission.

(3/XI) Беседа с Julien: 1) new secretary - женщина из Германии starts in 1 week; 2) inv. speakers Sol-Stylmag are Ok, support Of. Turismo (?); 3) 25 kE (Julien) + 25 kE (DIPC) = 50 kE на PhD student, а надо 60 kE на 3 года или 80 kE на 4 года 4) Grupos Consolid. - new appl. в Dec. 2018, current grant 2016-2018

Обсуждение с Arambra экзамен $M_x(H_x)$ simulations: описание в simul. Figs.

(4/XI) СПбФ. "Erotic" Urbit и Garbera.

(5/XI) переезд в Poznań. Звонок с И. Лобзановским. "Tesco" Poznań.

(6-7/XI) Работа над экзаменационным SW MS с М. Мацкевичем. Теория - new problem - scattering SW на конечных DW. Процессы рассеяния $\omega^{SW}_{k_1} \to \omega^{SW}_{k_2} \pm \Omega_{SW}$, $\beta_{int} \sim a b^+_{k_2} b_{k_1}$, a - DW annihilation, b - creation.

Ниже операт. нужно вычислить матрицу - solution - SW см. Gus' EPL 2016.

$w_{ex} = A(D_a\vec{m}_\beta)^2 = A[\nabla + i\vec{A}^e)\psi]^2$, где $\psi = m_{s'} + im_{s''}$, $\vec{A}^e = (1-\cos\theta)\nabla\varphi$

$\frac{1}{A}w_{ex} = (\nabla\psi)^2 + 2i\nabla\psi\cdot\vec{A}^e\psi - (\vec{A}^e)^2\psi^2$, $\frac{1}{A}w_{int} = 2i\nabla\psi\cdot\vec{A}^e\psi - (\vec{A}^e)^2\psi^2$

$\vec{A}^e(\vec{r},t) = \vec{A}^e_0(\vec{r}) + \vec{a}^e(\vec{r}t)$, $A^{-1}w_{int} = 2i\nabla\psi\cdot\vec{a}^e\psi - 2\vec{A}^e_0\cdot\vec{a}^e\psi^2$ - dyn. cubic SW-SW int.

Escaneado con CamScanner

8/II Azimuthal SW - Skyrmion dot / Meron // Cola. pers. Not. Com. Sk-MS by Büttner et al

$m_\rho = \sin\theta\cos(\varphi-\psi) = \left|\begin{matrix}\theta=\theta_0+\ell\ell, & \varphi=\varphi_0+\psi \\ \varphi=\varphi_0+\psi, & \theta_0=\theta_0\end{matrix}\right| = \sin(\theta_0+\ell\ell)\cos(\varphi_0+\psi) =$

$= (\sin\theta_0 + \ell\ell\cos\theta_0)(\cos\varphi_0 - \psi\sin\varphi_0) = m_\rho^0 + \ell\ell\cos\theta_0\cos\varphi_0 - \psi\sin\theta_0\sin\varphi_0$

$m_\varphi = \sin\theta\sin(\varphi-\psi) = \sin(\theta_0+\ell\ell)\sin(\varphi_0+\psi) = (\sin\theta_0+\ell\ell\cos\theta_0)(\sin\varphi_0 +$

$+\psi\cos\varphi_0) = m_\varphi^0 + \ell\ell\cos\theta_0\sin\varphi_0 + \psi\sin\theta_0\cos\varphi_0$

$\begin{cases} m_z = \cos\theta = \cos(\theta_0+\ell\ell) = \cos\theta_0 - \ell\ell\sin\theta_0 = m_z^0 - \ell\ell\sin\theta_0 \\ \delta m_\rho = \ell\ell\cos\theta_0\cos\varphi_0 - \psi\sin\theta_0\sin\varphi_0, \quad \delta m_z = -\ell\ell\sin\theta_0 \\ \delta m_\varphi = \ell\ell\cos\theta_0\sin\varphi_0 + \psi\sin\theta_0\cos\varphi_0, \quad \delta\vec m = \delta m_\rho\hat\rho + \delta m_\varphi\hat\varphi + \delta m_z\hat z \end{cases}$

$\delta m_x = \delta m_\rho\cos\varphi - \delta m_\varphi\sin\varphi = (\ell\ell\cos\theta_0\cos\varphi_0 - \psi\sin\theta_0\sin\varphi_0)\cos\varphi -$

$-(\ell\ell\cos\theta_0\sin\varphi_0 + \psi\sin\theta_0\cos\varphi_0)\sin\varphi = \ell\ell\cos\theta_0\cos(\varphi_0+\varphi) - \psi\sin\theta_0\sin(\varphi_0+\varphi)$

$\delta m_y = \delta m_\rho\sin\varphi + \delta m_\varphi\cos\varphi = (\ell\ell\cos\theta_0\cos\varphi_0 - \psi\sin\theta_0\sin\varphi_0)\sin\varphi +$

$+(\ell\ell\cos\theta_0\sin\varphi_0 + \psi\sin\theta_0\cos\varphi_0)\cos\varphi = \ell\ell\cos\theta_0\sin(\varphi_0+\varphi) + \psi\sin\theta_0\cos(\varphi_0+\varphi)$

$\delta m_x = \ell\ell\cos\theta_s\cos\varphi_s - \psi\sin\theta_s\sin\varphi_s, \quad \delta m_y = \ell\ell\cos\theta_s\sin\varphi_s + \psi\sin\theta_s\cos\varphi_s$

Matrix $R(\alpha,\beta,\gamma) = R(\varphi,\theta,0)$ rotation. $x'y'z' \to \vec m_s \parallel oz'$

$$R = \begin{pmatrix} \cos\varphi_s\cos\theta_s & -\sin\varphi_s & \cos\varphi_s\sin\theta_s \\ \sin\varphi_s\cos\theta_s & \cos\varphi_s & \sin\varphi\sin\theta \\ -\sin\theta_s & 0 & \cos\theta_s \end{pmatrix}, \quad \underbrace{A_k}_{\vec A} = \sum_{ki} R_{ki} A_i'$$

$$\hat m \underset{(xyz)}{=} \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi \\ \cos\theta \end{pmatrix} = R\,\vec m' \underset{x'y'z'}{} = R\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}, \quad R = R(\varphi,\theta,0)$$

$\vec m_s' = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ Skyrmion magn. $\parallel x'y'z'$

$\vec m_s(\theta_s,\varphi_s)$ - $\parallel xyz$.

Sk: $\delta\vec m = \begin{pmatrix}\delta m_x\\ \delta m_y\\ \delta m_z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_s\cos\theta_s & -\sin\varphi_s & \cos\varphi_s\sin\theta_s \\ \sin\varphi_s\cos\theta_s & \cos\varphi_s & \sin\varphi_s\sin\theta_s \\ -\sin\theta_s & 0 & \cos\theta_s \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta m_{x'}\\ \delta m_{y'}\\ 0\end{pmatrix}$ $\begin{cases}\delta m_{x'} = \ell\ell \\ \delta m_{y'} = \sin\theta_s\,\psi\end{cases}$

$\delta\vec m' = (\underset{x'}{\ell\ell}, \underset{y'}{\sin\theta_s\psi}, \underset{z'}{0})$ $\parallel x'y'z'$ coord. system with $\hat z' \parallel \vec m_s$ - Skyrmion magn. $\vec m_s(\theta_s,\varphi_s)$

$\delta m_x = \delta m_{x'}\cos\theta_s\cos\varphi_s - \delta m_{y'}\sin\varphi_s = a\cos(m\varphi-\omega t)\cos\theta_s\cos(\varphi_0+\varphi) -$

$-b\sin(m\varphi-\omega t)\sin(\varphi_0+\varphi)$ if $\delta m_{x'} = a(\rho)\cos(m\varphi-\omega t)$, $\delta m_{y'} = b(\rho)\sin(m\varphi-\omega t)$

In the area $\cos\theta_s(\rho) \approx 1$ and if $a\approx b$, $\delta m_x \approx \underset{\rho}{a}\cos\left[(m+1)\varphi + \varphi_0 - \omega t\right]$

In the area $\cos\theta_s(\rho) = -1$, $a\approx b$, $\delta m_x(\rho,\varphi) \approx -a(\rho)\cos\left[(m-1)\varphi - \varphi_0 - \omega t\right]$

$a(\rho), b(\rho) \sim J_{m-1}(x\rho)$ for $R_s/\Delta \gg 1$ - sharp SW according Gus'Mott'16, at $\rho < R_s$, $\rho > 0$

i.e. all SW (except $m=1$ azim. SW) have ≈ 0 amplitude near dot center $\rho \approx 0$.

$\delta m_z = -\sin\theta_s\cdot e^z(\rho,\varphi,t)$ is large only at $\sin\theta_s \approx 1$, $\rho \approx R_s$, near the skyrmion edge (fig. 3a Michal). $m_z(\rho)$ is sharp for large R_s, Neel skyrmions ($R_s/R = 0.5$-0.7, $D = 2$-$3\ mJ/m^2$)

In laboratory c. system xyz: $\delta m_x + i\delta m_y = \ell\ell\cos\theta_0 e^{i\varphi_s} + i\psi\sin\theta_0 e^{i\varphi_s} =$

$= (\ell\ell\cos\theta_0 + i\psi\sin\theta_0)e^{i\varphi_s}$, $\varphi_s = \varphi_0 + \varphi$

$\delta m_\rho + i\delta m_\varphi = \ell\ell\cos\theta_0\cos\varphi_0 - \psi\sin\theta_0\sin\varphi_0 + i\left[\ell\ell\cos\theta_0\sin\varphi_0 + \psi\sin\theta_0\cos\varphi_0\right] =$

$= \ell\ell\cos\theta_0 e^{i\varphi_0} + i\psi\sin\theta_0 e^{i\varphi_0} = (\ell\ell\cos\theta_0 + i\psi\sin\theta_0)e^{i\varphi_0}$, $\delta m_x + i\delta m_y = (\delta m_\rho + i\delta m_\varphi)e^{i\varphi}$

$\delta m_x + i\delta m_y = \left[a\cos\theta_0\cos(m\varphi-\omega t) + ib\sin(m\varphi-\omega t)\right]e^{i(\varphi_0+\varphi)}$. Сам $a\approx b$ и $\cos\theta_0 = \pm 1$, то

в центре ум. general $\delta m_x + i\delta m_y = \pm a e^{\pm i(m\varphi-\omega t)}e^{i(\varphi_0+\varphi)}$, $\cos\theta_0 = \begin{cases}+1, & \rho<R_s \\ -1, & \rho>R_s\end{cases}$ $\rho>0$ для Skyrmion $< R_s/\Delta \gg 1$

Escaneado con CamScanner

(9-10/XI) Работа над монографией. Дела. SW Skyrmion MS, SW scattering на DW. Рес. с Мисаш.

(11/XI) В центре Познань. И. и Нат. Korean pecuniary, Proletaryat Kar. DW-review. (San Marcin day)

(12/XI) SW-DW coupling (12/XI) выражен. by $\frac{1}{A}W_{int} = 2i\nabla\Psi\cdot\vec{A}^e\Psi - (\vec{A}^e)^2\Psi^2$, где $\Psi = m_{x'} + im_{y'} = e^{i\varphi}\sin\theta_v\gamma$, $\theta = \theta_v + \theta$, $\Phi = \Phi_v + \varphi$, (θ,φ) - SW angles $\theta_v, \Phi_v = f(x,t)$ - solution m' angles. $\vec{A}^e(\vec{m}) = (1-\cos\theta_v)\nabla\Phi_v$ - gauge potential Gus'EPL 16

Как описать soliton (DW) dynamics? ① Вместо $\vec{A}^e(\vec{r},t) = \vec{A}^e_0(\vec{r}) + \vec{a}^e(\vec{r},t)$? static small dyn.

② и.е. $\vec{m}_v = \vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}[z - q(x,y,t)]$ от движения DW ? $q(x,y,t)$ описывает колебания ф DW вокруг? q - collective coordinate (Slonc.)

① $\theta_v = \theta_0 + \gamma$, $\Phi_v = \Phi_0 + \xi$, $(\theta_0\Phi_0)$ static, $\gamma(x,t)$, $\xi(x,t)$ - колебания DW

$\vec{a}^e = (1-\cos\theta_0)\nabla\xi + \gamma\sin\theta_0\nabla\Phi_0$. $\frac{1}{A}W_{int} = 2i\nabla\Psi\cdot\vec{a}^e\Psi - 2\vec{A}^e_0\cdot\vec{a}^e\Psi^2$ - dyn.

DW-SW interaction, linear on SW (γ,ξ) variables a quadratic on Ψ - SW variables

$\frac{1}{A}W_{int} = 2i(\nabla\Psi + i\vec{A}^e_0\Psi)\cdot\vec{a}^e\Psi = 2iD\Psi\cdot\vec{a}^e\Psi$. $D_\mu\vec{m} = \partial_\mu\vec{m}_s + A^e_\mu\vec{m}\times\vec{m}_s$

Имеем $\frac{1}{A}W_{int} = 2A^e_\mu\partial_\mu\vec{m}_s\cdot(\vec{m}\times\vec{m}_s) + (\vec{A}^e_\mu)^2(\vec{m}\times\vec{m}_s)^2$, $A^e_\mu = A^e_{0\mu} + a^e_\mu$, $\vec{m} = \vec{m}_0 + \delta\vec{m}$

$A^e_\mu\vec{m} = (A^e_{0\mu} + a^e_\mu)(\vec{m}_0 + \delta\vec{m}) = A^e_{0\mu}\delta\vec{m} + a^e_\mu\vec{m}_0$, $\partial_\mu\vec{m}_s\cdot(\vec{m}\times\vec{m}_s) = \vec{m}\cdot(\vec{m}_s\times\partial_\mu\vec{m}_s)$

$(\vec{m}\times\vec{m}_s)^2 = |\vec{m}|^2|\vec{m}_s|^2\sin^2\theta_{\vec{m}\vec{m}_s} = |\vec{m}_s|^2$, ог. $\perp\vec{m}_v$, $\vec{m}_v = \vec{m}$. $A^e_{\mu\nu} = \vec{A}_\mu\cdot\vec{m}$

$\vec{m}\times\vec{m}_s = \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ 0 & 0 & 1 \\ m_{sx'} & m_{sy'} & 0 \end{vmatrix} = \vec{y}\,m_{sx'} - \vec{x}\,m_{sy'}$, $\partial_\mu\vec{m}_s\cdot(\vec{m}\times\vec{m}_s) = \partial_\mu m_{sy'}m_{sx'} - \partial_\mu m_{sx'}\cdot m_{sy'}$

$\frac{1}{A}W_{int} = 2a^e_\mu\left[m_{sx'}\partial_\mu m_{sy'} - m_{sy'}\partial_\mu m_{sx'}\right] + (A^e_{0\mu}a^e_\mu + a^e_\mu A^e_{0\mu})|\vec{m}_s|^2$

Чему равно A^e_μ и a^e_μ - матрицы (3×3)? $\hat{A}_\mu = A^a_\mu G_a$, $a = x,y,z \to \vec{A}_\mu$ - вектор

$A^e_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})$ - скалар по верх. индексу и матрица по $\mu = t,x,y,z$.

$m_{sx'}\partial_\mu m_{sy'} - m_{sy'}\partial_\mu m_{sx'} = e\partial_\mu(\sin\theta_v\psi) - \sin\theta_v\psi\,\partial_\mu e$

$\frac{1}{A}W_{int} = 2a^e_\mu\left[e\partial_\mu(\sin\theta_v\psi) - \sin\theta_v\psi\partial_\mu e\right] + 2a^e_\mu A^e_{0\mu}|\vec{m}_s|^2$

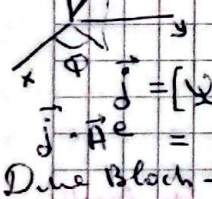
Точнее $\frac{1}{A}W_{int} = |(\nabla + i\vec{A}^e)\Psi|^2 = (\nabla + i\vec{A}^e)\Psi\cdot(\nabla - i\vec{A}^e)\Psi^* = (\nabla\Psi + i\vec{A}^e\Psi)\cdot$

$\cdot(\nabla\Psi^* - i\vec{A}^e\Psi^*) = |\nabla\Psi|^2 + i\vec{A}^e\Psi\nabla\Psi^* - i\vec{A}^e\Psi^*\nabla\Psi + (\vec{A}^e)^2|\Psi|^2$

$\frac{1}{A}W_{int} = -\vec{j}\cdot\vec{A}^e + (\vec{A}^e)^2|\Psi|^2$, $\vec{j} = [\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*]i$ - SW current $\Psi = m_{x'} + im_{sy'}$

$\vec{A}^e = (1-\cos\theta_v)\nabla\Phi_v$, где $A^e_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})$ с $\mu = x,y,z$. $\vec{A}^e = (A^e_x, A^e_y, A^e_z)$

$\vec{A}^e = \vec{A}^e_0 + \vec{a}^e$, $\vec{a}^e = (1-\cos\theta_0)\nabla\xi + \gamma\sin\theta_0\nabla\Phi_0$, $\theta_v = \theta_0 + \gamma$, $\Phi = \Phi_0 + \xi$



DW - Bloch домен. z-y, $\Phi_0 = \pi/2$, $\theta_0 = \theta_0(x)$, $\operatorname{tg}\frac{\theta_0}{2} = e^{\left(\frac{x-x_0}{\Delta}\right)}$

SW $\vec{k}\parallel Ox$, DW $\vec{x}\in$ домен. z-y.

$\vec{A}^e_0 = (1-\cos\theta_0)\nabla\Phi_0 \equiv 0$ $\vec{a}^e = (1-\cos\theta_0)\nabla\xi(z,y,t) = (0, a^e_y, a^e_z)$

$\vec{j} = [\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*]i = |\Psi = \psi'(x)| = \hat{x}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\right)i = (j_x, 0, 0)$

$\vec{j}\cdot\vec{A}^e = \vec{j}\cdot\vec{a}^e = (j_x, 0, 0)(0, a^e_y, a^e_z) = 0$ для DW. $\vec{A}^e = \vec{A}^e_0 + \vec{a}^e = \vec{a}^e$, $\vec{A}^e_0 = 0$

Для Bloch-DW $\frac{1}{A}W_{int} = (\vec{a}^e)^2|\Psi|^2 = (1-\cos\theta_0)^2(\nabla\xi)^2|\Psi|^2$ - есть только interaction term ч-з неоднород. ~aa-bb член где W_{0x}. Но aa-bb член может быть в $W_m = \frac{1}{2}\int dv\,dv'\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\operatorname{div}\vec{m}(\vec{r})\operatorname{div}\vec{m}(\vec{r}')$

Для B-DW $\operatorname{div}\vec{m}_0 = \frac{\partial}{\partial x}0 + \frac{\partial}{\partial y}m_y(x) + \frac{\partial}{\partial z}m_z(x) = 0 \to$

$\operatorname{div}(\vec{m}_0 + \delta\vec{m} + \vec{m}_s) = \operatorname{div}(\delta\vec{m} + \vec{m}_s)$ - dyn. magnetostatic energy.

$\operatorname{div}(\delta\vec{m} + \vec{m}_s)\cdot\operatorname{div}'(\delta\vec{m} + \vec{m}_s) \xrightarrow{\text{int.}} [\operatorname{div}\delta\vec{m}\cdot\operatorname{div}'\vec{m}_s + \operatorname{div}\vec{m}_s\operatorname{div}'\delta\vec{m}]$

Можно и в $\operatorname{div}\vec{m}$, $\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - \hat{A}_\mu$? $\hat{A}_\mu = A^a_\mu G_a$, $A^e_\mu = (\vec{A}_\mu\vec{m})$

Сам. Gus EPL'16. $W(\vec{m}_s, D_\alpha\vec{m}_s) = W_{ex} + W_m$, $W_m(\vec{m}_s) = -\frac{1}{2}M_s\vec{m}_s\cdot\vec{H}_m(\vec{m}_s)$

Зависит от $\vec{m}_s$ только, не от $D_\alpha\vec{m}_s$. DW-SW interaction member

Было $\mathcal{L}_{kin} \to \mathcal{L}^{kin}_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\cos\theta_v(\dot{\Phi}_v\dot{e} + \psi\dot{\theta}_v) = \frac{M_s}{\gamma}\sin(\theta_0+\gamma)[\dot{\xi}e - \psi\dot{\gamma}] =$

$= \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0[\dot{\xi}e - \psi\dot{\gamma}] + \ldots$

Escaneado con CamScanner

$\mathcal{H}_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\left[\dot{\xi}\,\ell\ell - \psi\dot{y}\right] + \frac{M_s}{\gamma}\cos\theta_0\, y\left[\dot{\xi}\,\ell\ell - \psi\dot{y}\right] - SW(\ell,\psi) - D(y,\xi)$ interaction

$\mathcal{H}_{int} = (ab) + (aab) + (aabb)$ различные члены, a – amplitude of DW oscill., b – amplitude of SW.

Bloch-DW $\operatorname{tg}\frac{\theta_0}{2} = e^{\pm x/\Delta}$ в плоск. (yOz) $\cos\theta_0 = \mp\operatorname{th}(x/\Delta)$, $\sin\theta_0 = 1/\operatorname{ch}(x/\Delta)$

Но $\vec{j} = i[\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*]$ — $|\Psi = a e^{-i\vec{k}\vec{r}}| = ia^* e^{ikz} a\,i\vec{k}(-1)e^{-ikz} - ia e^{ikz} a^* i\vec{k} e^{ikz} = 2|a|^2\cdot\vec{k}$

$\vec{j} \sim \vec{k}$ (SW). Члены (abb) будут в $\mathcal{H}_{int}$ если $\vec{j}\cdot\vec{a}^e \sim \vec{k}\cdot\vec{a}^e \neq 0$

$(\vec{k}\cdot\vec{a}^e) = \vec{k}\cdot(0, a^e_y, a^e_z) = k_y a^e_y + k_z a^e_z \neq 0$, т.е. SW имеет $\vec{k}$-компоненту

в плоскости DW yOz.

$\frac{1}{A} W^{(3)}_{int} = -\vec{j}\cdot\vec{A}^e = -\vec{j}\cdot\vec{a}^e = -\vec{j}\cdot\nabla\xi(1-\cos\theta_0)$, $\vec{j} = i[\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*] = 2|b|^2\vec{k}$ если $\Psi = be^{-i\vec{k}\vec{r}}$

$\Psi(\vec{r},t) = \sum_n b_n e^{i\vec{k}_n\vec{r}} e^{i\omega t}$, $\nabla\xi = \nabla[ae^{i\vec{x}\vec{r}}] = -i\vec{x}\,\xi$, $W^{(3)}_{int} \sim (\vec{k}\cdot\vec{x})$. abb – члены

Для (ab) – члена однородно выполнимо $\omega_{SW} = \omega_{DW}$, (aab) – член мал, т.к.

$\sim \cos\theta_0\,\eta\xi$ (далее от членов $\eta\xi \to 0$, вблизи DW, $\cos\theta_0 \sim \operatorname{th}(\frac{x}{\Delta}) \to 0$)

$\mathcal{H}_{int} = \mathcal{H}^{(3)}_{int} + \mathcal{H}^{(4)}_{int} = -\Omega(\ldots\cos\theta\,|\vec{r}\cdot\vec{\sigma}|) + \Delta(\ldots\cos\theta\,|\vec{r}_{\sigma}\rangle\langle\vec{r}_{\sigma}|) - \ldots$

$\Phi = \psi + \Phi_0$, $\Phi_0 = \psi$ – collective variable, compare с $R_s(t)$. $\psi(t)$ смещение, но $\psi \neq f(\delta)$ Sk breath. mode

УД дает $\delta R_s(t) = R_s(t) - R_s^0$ и $\psi(t) \ll 1$ (Neel Sk – background) в DW-фазе и DW ansatz

дает $\theta_0(\delta)$ дает breath. frequency $\omega_0 = \frac{1}{R_s\sqrt{1+R_s^2}}$ in dimensionless units accord. Kravchuk

Kravchuk $\omega_0 = \gamma H_a \frac{1}{(R_s/\ell)\sqrt{1+(R_s/\ell)^2}}$, $\ell = \sqrt{A/K}$, $H_a = 2K/M_s$, $R_s^0(\delta) = \frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}$, $\delta = \frac{d}{d_c}$, $d_c = \frac{\gamma}{\pi}\frac{A}{D M_s}$

Если в наших УД для $\Phi_0(y,t)$, $\ell\ell(y,t)$ на Skyrmion форме $\theta_0(\delta)$ получить Φ_0 $\omega_0 = 0$ $\neq f(\delta)$,

то $\begin{cases} \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\dot{\Phi}_0 = \left[2(K+\frac{A}{\delta^2})\cos 2\theta_0 - 2A\nabla^2 - \frac{2D}{\delta}\sin 2\theta_0\right]\ell\ell \\ -\frac{M_s}{\gamma}\dot{\ell\ell} = -2A\sin\theta_0\frac{D}{A}\Phi_0\theta_0' \rightarrow \frac{M_s}{\gamma}\dot{\ell\ell} = 2D\sin\theta_0\theta_0'\Phi_0 \end{cases}$, $\sin\theta_0\theta_0' = -\frac{\partial}{\partial y}\cos\theta_0 =$

$= -\frac{\partial}{\partial y}\operatorname{th}\left(\frac{y-R_s}{\Delta}\right) = -\frac{1}{\Delta}\frac{1}{\operatorname{ch}^2(\frac{y-R_s}{\Delta})}$ наша инфекция ψ/Δ $y = R_s$. если $R_s/\Delta \gg 1$ и SW ansatz с минимумом

частота breath. mode $\omega_\Phi \sim \sqrt{D}$ близко ω_0 – Kravchuk

Escaneado con CamScanner

(20/XII) План (см. 7/I): Premio Solvadon Velayos 2018 – subm. до 16/III 18г.

1) Subm. sk-MPD Aranitxa to JMMM, no.3 paper sk-MPD Q-d – subm. 9/I RRL
2) Skyrmion mass calc. via SW, $M_V(T)$
3) Vortex Barriers FeNi dots – Popa, Zaragoza
4) MgIC Gerstmeier's Samlowich (Gomonay? Drobenkova?)
5) SW tube Tkachenko + ее trip to Donostia in 2018
6) AF-DW dynamics, $M_s(\vec{r},T)$-DW с Dubey, new Ph.D. student?
7) Skyrmion $M(H_x)$ Simul. с Aranitxa, Bobrovs Oxcony
8) Sk-STT, Sk-size (H_z), Okeyona/Tejo – new MS – subm. to Sci. Rep. 29/12/2017
9) SW-DW interaction/scattering с Uropeni + Slint (SW-DW) + Rubes
10) Sol.SkyMag invited speakers – 2018
11) Quim. oneida trips Zubiria, Gus – Bilbao, Poznan, Glob, Madrid, Glob
12) Review Buchner – Sc Nat. Com., Sci. Rep. Editor duties
13) Trip to conf. Berlin (Alb.: hotel, tickets) и Poznan (16-25/III), Berlin до Nov. 30
14) Ikerbasque 2017-year report
15) Quim. Heusler's roggeprang domains // Skymag.es до 14/XII, Solskymag.es до 17/I 18г.
16) Разобрался с per diem Real Decreto от UPV/EHU и командировка 2013 г.
17) CONSTANTO буж. уреб.
18) Nanotube paper A: Ring – Materials – publ. 10/01/2018

(2/XII) Skyrmion static energy gue DW ansatz — Neel-Sk stability — DW ansatz

см. 9/IX 2016 и 23/III 17г. $\cos\Theta = \text{th}\left(\frac{r-R_s}{\Delta}\right)$, $R_s/\Delta \gg 1$

$$\varepsilon_{sk} = \frac{1}{2\pi AL} E_{sk} = \pi(d_c - d)\tau_s + \frac{2}{\tau_s}, \quad \tau_s = R_s/\Delta, \quad d_c = \frac{4}{\pi}$$

$$\varepsilon_s = \int_0^R dr\, r\left[(\Theta')^2 + \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\Theta - \frac{d}{\Delta}\left(\Theta' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right] \qquad d = D\Delta/A, \ \Delta^2 = A/K$$

Но сам. Книжник'а оценен Δ – DW width нер-ен, и $\Delta \to \ell = \sqrt{A/K}$

$$\varepsilon_s = \frac{1}{2\pi AL} E_s = \int_0^{R/\ell} dr\, r\left[(\Theta')^2 + \left(\frac{1}{\ell^2} + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\Theta - \frac{d}{\ell}\left(\Theta' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right], \quad r \to r/\ell, \ r_s = R_s/\ell$$

$$\varepsilon_s = \int_0^{R/\ell} dr\, r\left[(\Theta_r')^2 + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\Theta - d\left(\Theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right)\right], \quad d = D\ell/A.$$

Но, в статията от 23/III $\cos\Theta = \text{th}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)$, $\sin\Theta = 1/\text{ch}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)$, Δ в ед. $\ell = \sqrt{A/K}$

$$\Theta_r' = \frac{d\Theta}{dr} = -\frac{1}{\Delta}\sin\Theta, \quad \Theta(r) = 2\,\text{arctg}\, e^{-(r-r_s)/\Delta}, \quad \Theta_r' = 2\frac{1}{1+e^{-2x}}\left(-\frac{1}{\Delta}\right)e^{-x} = -\frac{1}{\Delta}\frac{2}{e^x + e^{-x}} = -\frac{1}{\Delta}\sin\Theta$$

$$\varepsilon_s[\text{DW ansatz}] = \int_0^{R/\ell} dr\, r\left[\left(\frac{1}{\Delta^2} + 1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin^2\Theta + \frac{d}{\Delta}\sin\Theta - \frac{d}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right], \quad \sin\Theta\cos\Theta = \frac{\text{sh}x}{\text{ch}^2x}$$

$x = (r-r_s)/\Delta$

$\int dr\,(\dots)$ берем $r \in (r_s - \Delta', r_s + \Delta')$ в окрестности $r \approx r_s$, $\sin\Theta\cos\Theta \to 0$, не дает вклада как $\int dr\,(\dots)$ от нерав. средностью.

$$\varepsilon_s[DW] = \int_{r_s-\Delta'}^{r_s+\Delta'} dr\, r\left[\left(1 + \frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{r^2}\right)\frac{1}{\text{ch}^2\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)} + \frac{d}{\Delta}\frac{1}{\text{ch}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)}\right] = \left(1 + \frac{1}{\Delta^2}\right)J_1 + J_2 + \frac{d}{\Delta}J_3$$

$$J_1 = \int_{r_s-\Delta'}^{r_s+\Delta'} dr\, \frac{r}{\text{ch}^2 x}, \quad J_2 = \int \frac{dr}{r}\frac{1}{\text{ch}^2 x}, \quad J_3 = \int \frac{dr\, r}{\text{ch}x}, \quad x = \frac{r-r_s}{\Delta}, \quad \Delta' = \nu\Delta.$$

$$J_1 = \left|\begin{matrix} x = (r-r_s)/\Delta \\ r = r_s + x\Delta \end{matrix}\right| = \Delta\int_{-\nu}^{\nu} dx\, \frac{(r_s + x\Delta)}{\text{ch}^2 x} = \Delta r_s \int_{-\nu}^{\nu} dx \frac{1}{\text{ch}^2 x} + \Delta^2 \int_{-\nu}^{\nu} dx \frac{x}{\text{ch}^2 x} = \Delta r_s\, \text{th}x\Big|_{-\nu}^{\nu} =$$

$$= \Delta r_s \cdot 2\,\text{th}\nu = \left|\nu \gg 1\right| = 2\Delta r_s, \qquad J_2 = \Delta\int_{-\nu}^{\nu} \frac{dx}{(r_s + x\Delta)}\frac{1}{\text{ch}^2 x} = \frac{\Delta}{r_s}\int_{-\nu}^{\nu} \frac{dx}{\text{ch}^2 x}\frac{1}{\left(1 + \frac{x\Delta}{r_s}\right)} =$$

$$= \frac{\Delta}{r_s}\int_{-\nu}^{\nu} \frac{dx}{\text{ch}^2 x}\left[1 - x\frac{\Delta}{r_s} + x^2\frac{\Delta^2}{r_s^2} - \dots\right] = \frac{\Delta}{r_s}\int_{-\nu}^{\nu} \frac{dx}{\text{ch}^2 x}\sum_{n=0}\left(\frac{\Delta}{r_s}\right)^{2n} x^{2n} = \frac{\Delta}{r_s}\sum_n \left(\frac{\Delta}{r_s}\right)^{2n}\int_{-\nu}^{\nu} \frac{dx\, x^{2n}}{\text{ch}^2 x} = \left|\nu \gg 1\right|$$

$$= \frac{\Delta}{r_s}\sum_{n=0}\left(\frac{\Delta}{r_s}\right)^{2n} 2\cdot\left(1 - 2^{1-2n}\right)\pi^{2n}\left|B_{2n}\right| = 2\frac{\Delta}{r_s} + 2\frac{\Delta}{r_s}\sum_{n=1}\left(1 - 2^{1-2n}\right)\pi^{2n}\left|B_{2n}\right|\left(\frac{\Delta}{r_s}\right)^{2n} - \text{пред. но } \frac{\Delta}{r_s} \ll 1$$

$$J_2 = 2\frac{\Delta}{r_s} + 2\left(\frac{\Delta}{r_s}\right)^3 \frac{1}{2}\pi^2\frac{1}{30} + \dots = 2\frac{\Delta}{r_s}\left[1 + \frac{\pi^2}{60}\left(\frac{\Delta}{r_s}\right)^2 + \dots\right] \approx 2\frac{\Delta}{r_s} \text{ при } r_s \gg \Delta.$$

$$J_3 = \int dr\, r\frac{1}{\text{ch}x} = \Delta\int_{-\nu}^{\nu} dx\,(r_s + \Delta x)\frac{1}{\text{ch}x} = \Delta r_s\int_{-\nu}^{\nu}\frac{dx}{\text{ch}x} = \Delta r_s \cdot 2\,\text{arctg}\, e^x\Big|_{-\nu}^{\nu} = 2\Delta r_s\left[\text{arctg}\, e^{\nu} - \text{arctg}\, e^{-\nu}\right] = \left|\nu \to \infty, \nu \gg 1\right| = 2\Delta r_s\left[\pi/2 - 0\right] = \pi\Delta r_s$$

Escaneado con CamScanner

$\varepsilon_s(\text{DW ansatz}) = 2\left(1+\frac{1}{\Delta^2}\right)\Delta r_s + 2\frac{\Delta}{r_s} + \frac{d}{\Delta}\pi\Delta r_s$, $\varepsilon_s(\text{DW}) = \left[2\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) - \pi d\right] r_s + 2\frac{\Delta}{r_s}$

$d = -|d| \to d$

$\boxed{\varepsilon_s(r_s,\Delta) = \left[2\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) - \pi d\right] r_s + 2\frac{\Delta}{r_s}}$, $\varepsilon_s(r_s, \Delta=1) = (4-\pi d) r_s + \frac{2}{r_s}$ сборник ε_s 23/III

$2\varepsilon(\text{Kravchuk}) = \left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) r_s + \frac{\Delta}{r_s} - 2\frac{d}{d_c} r_s = \left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) r_s + \frac{\Delta}{r_s} - \frac{\pi}{2} d\, r_s$, $\varepsilon_s = 4\varepsilon(\text{Kravch.})$ верно.

$\varepsilon_s(r_s,\Delta)$ - static Sk-energy DW ansatz $\cos\Theta = \text{th}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)$ и/или $r_s/\Delta \gg 1$.

Если $r_s/\Delta \sim 1$, то J_1, J_3 сопоставимые (имею одинаковые), а $J_2(\Delta/r_s)$ - расходится т.к. ряд по $(\Delta/r_s)^{2n}$ расходится.

$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial r_s} = \left[2\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) - \pi d\right] - \frac{2\Delta}{r_s^2} = 0$, $\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial \Delta} = \left[2\left(1-\frac{1}{\Delta^2}\right)\right] r_s + \frac{2}{r_s} = 0$, $\frac{1}{r_s^2} = \frac{1}{\Delta^2} - 1$

$2\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) - \pi d - 2\Delta\left(\frac{1}{\Delta^2} - 1\right) = 0$, $4\Delta - \pi d = 0$, $\Delta = \frac{\pi}{4} d = d/d_c$, $d_c = 4/\pi$, $\Delta = \delta = \frac{d}{d_c}$

$\frac{1}{r_s^2} = \frac{1}{\Delta^2} - 1 = \frac{d_c^2}{d^2} - 1$, $r_s^2 = \frac{1}{\frac{1}{\Delta^2} - 1} = \frac{\Delta^2}{1-\Delta^2}$, $\boxed{r_s = \frac{\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}}}$, $\underline{\Delta = d/d_c}$ - equil. r_s и Δ - DW model. Sk size и DW width

$\text{Det}(\varepsilon_s) = \frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial r_s^2}\frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial \Delta^2} - \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial r_s \partial \Delta}\right)^2$, $\frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial r_s^2} = -2\Delta\frac{(-2)}{r_s^3} = \frac{4\Delta}{r_s^3} > 0$, $\frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial \Delta^2} = -2r_s\frac{(-2)}{\Delta^3} = \frac{4r_s}{\Delta^3} > 0$

$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial r_s \partial \Delta} = 2\left(1-\frac{1}{\Delta^2}\right) - \frac{2}{r_s^2} = |\text{equil. } r_s, \Delta| = -\frac{2}{r_s^2} - \frac{2}{r_s^2} = -\frac{4}{r_s^2}$

$\text{Det}(\varepsilon_s) = \frac{4\Delta}{r_s^3}\cdot\frac{4r_s}{\Delta^3} - \left(-\frac{4}{r_s^2}\right)^2 = 16\left(\frac{r_s}{\Delta}\right)^{-2}\frac{16}{r_s^4} = 16\left[\frac{\Delta^2}{r_s^2}\right] = 16\frac{1}{r_s^2\Delta^2} - \frac{16}{r_s^4} =$

$= 16\frac{1}{r_s^2\Delta^2}\left[1 - \left(\frac{\Delta}{r_s}\right)^2\right] > 0$ и/или $r_s/\Delta > 1$. // Т.е. $r_s^0 = \frac{\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}}$, $\Delta^0 = d/d_c$ глоб. min $\varepsilon_s(r_s,\Delta)$ только и/или $r_s > d/d_c$, Sk - large radius (?). $r_s^0 = \frac{d/d_c}{\sqrt{1-(d/d_c)^2}} > d/d_c$

и/или $d < d_c$. $r_s^2 - \Delta^2 = \frac{\Delta^2}{(1-\Delta^2)} - \Delta^2 = \frac{\Delta^2}{(1-\Delta^2)}\left[1-(1-\Delta^2)\right] = \frac{\Delta^4}{(1-\Delta^2)}$

$\text{Det}(\text{Hessian } \varepsilon_s) = 16\frac{1}{r_s^2\Delta^2}\frac{1}{r_s^2}(r_s^2 - \Delta^2) = 16\frac{\Delta^2}{r_s^4}\frac{1}{(1-\Delta^2)} > 0$ где $\Delta = \frac{d}{d_c} < 1$, $d < d_c$.

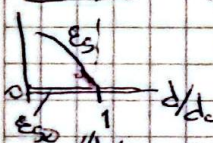
Т.е. DW ansatz $\cos\Theta = \text{th}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)$ дает min $\varepsilon_s(r_s,\Delta)$ и/или $d < d_c = 4/\pi$, но сама форма $\varepsilon_s(r_s,\Delta)$ верна и/или $r_s/\Delta \gg 1$, $\frac{r_s}{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{1-\Delta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(d/d_c)^2}} \gg 1$ и/или $d \to d_c - 0$

Т.е. $\varepsilon_s(r_s,\Delta)$ верна и/или $d \to d_c - 0$,

$\varepsilon_s[\text{SD}, \Theta = 0,\pi] = 0$, $\varepsilon_s[\text{DW}] = \left[2\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) - \pi d\right] r_s + \frac{2\Delta}{r_s} = \left[\Delta + \frac{1}{\Delta} - 2\frac{d}{d_c}\right] 2r_s + \frac{2\Delta}{r_s} =$

$= \left|\Delta = d/d_c\right| = 2r_s\left(\frac{1}{\Delta} - \Delta\right) + \frac{2\Delta}{r_s} = \frac{2r_s}{\Delta}\Delta\left(\frac{1}{\Delta^2} - 1\right) + \frac{2\Delta}{r_s} = 2r_s\Delta\cdot\frac{1}{r_s^2} + \frac{2\Delta}{r_s} = \frac{4\Delta}{r_s}$

Min ε $\varepsilon_s[\text{DW}] = \frac{4\Delta}{r_s} = \frac{4\Delta\sqrt{1-\Delta^2}}{\Delta} = 4\sqrt{1-\Delta^2} = 4\sqrt{1-(d/d_c)^2} \le \varepsilon[\text{SD}]$ $\forall d < d_c$



→ Sk-equil. energy $\boxed{\varepsilon_s(d) = 4\sqrt{1-(d/d_c)^2}}$ in units of $(2\pi A L)$, DW ansatz

Neel-Skyrmion is metastable и/или $d < d_c$ в области $d \to d_c - 0$

// Kravchuk уст. на самом деле только численно $\Theta(r)$, что Neel-Sk is metastable for $0 < d < d_c$, не только и/или $d \to d_c - 0$ (как в DW ansatz).

// Breath. mode profile $\cos\Theta = \text{th}\left[\frac{1}{\Delta}(r - r_s - \xi)\right] = f(r-\xi) = f(r) - \xi f'(r)$ — Breath Sk-mode

$f(r) = \text{th}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right) \Rightarrow f'(r) = \frac{1}{ch^2 x}\cdot\frac{1}{\Delta}$, $\cos[\Theta_0 + e\Phi] = \cos\Theta_0 - e\Phi\sin\Theta_0 = \text{th}\,x - \frac{\xi}{ch^2 x}$, $\sin\Theta_0 = \frac{1}{ch\,x}$

$-e\Phi\sin\Theta_0 = -\frac{\xi}{ch^2 x} = -\sin\Theta_0\frac{\xi}{ch\,x}$, $e\Phi(r,t) = \frac{\xi(t)}{ch\,x}$, $x = \frac{1}{\Delta}(r - r_s)$

Из ур-я $\frac{M_s}{\gamma}\dot{\Phi} = 2D\sin\Theta_0\Theta_0'\Phi_0(t) = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\dot{\xi}(t)$, $2D\Theta_0'\Phi_0(t) = \frac{M_s}{\gamma}\dot{\xi}(t)$

Если $\xi \neq f(x)$, то $\Phi_0 \sim 1/\Theta_0'(x)$ если $f(x) = $ произвольная $\Phi_0(x) = \text{const}$.

Тогда $\xi = f(x)$, $\xi(x) \sim \Theta_0'(x)$ и $e\Phi(r,t) = \sin\Theta_0\,\xi(r,t)$. Если $\xi = \delta R_s = \xi(r,t)$ - то это не соответствует координате и надо ур-е для $e\Phi(r,t)$.

→ Т.е. в паре $(\xi = \delta R_s, \Phi_0)$ ~~координата~~ из переменных должна задаваться как-то "r" Kravchuk'ом (может быть $\xi(t)$, $\Phi_0(t)$ только и получает breath. frequency (9)(???)

$\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\ddot{\Phi}_0 = \left[2\left(K + \frac{A}{r^2}\right)\cos 2\Theta_0 - 2A\nabla^2 - \frac{2D}{r}\sin 2\Theta_0\right]\dot{e\Phi} = \left[2\left(K+\frac{A}{r^2}\right)\cos 2\Theta_0 - \frac{2D}{r}\sin 2\Theta_0 - 2A\nabla^2\right] \times$

$\times \frac{2\gamma D}{M_s}\sin\Theta_0\Theta_0'\Phi_0$, $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r}$, $\nabla^2(\sin\Theta_0\Theta_0') = (\sin\Theta_0\Theta_0')'' + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\sin\Theta_0\Theta_0')$

$\Theta_0 = -\frac{1}{\Delta}\sin\Theta_0$ для DW ansatz. Даже если $f(r)$ и/или Φ_0, Φ_0 сопоставимы, $\omega_c \sim \sqrt{D} \to 0$ - не как D→0 у Kravchuk

Escaneado con CamScanner

(3/XII) Anuncio reprint Kravchuk Nov. 2017. Travel report Zubkova e-mail to her. Sci. Rep. Editor duties.

(4/XII) Anuncio Ikerbasque updates (PRL by Chernenko, Comment Nat. Phot. by Sanz). Convocatoria www.ikerbasque.info/en + Review August 2017, 9 zamudas b UPV/EHU 14-e mesto no #-mste / n. chaticos (12 ot sektor, kdeto ne chasto Scientists c duplicated profiles) Ivan Nosyp #535 ot grupa Boda Spanish scientists, A. Zhuka - #737, V. Chernenko #922, J. Gonzalez - #1076, J. Barandiaran - #1072, A. Chuv.-Ch. #823, J. Sanz #547, Hillebrands - #576, Solano #497, Broadhurst #21, Soloshenko #152, F. Alves - #4556, Ocana nas 6 cma Liz-Marzan #32 Ikerbasque Prof. uz invites: Broadhurst (2), Liz-Marzan (1), Mascarenas #362 Sokhonde, Mecklenburg, Solano, Sanz, Hillebrand, Gushchenko, Chubykalo, Zhuka E-mails to Gorga, Aitken, Arantxa, Zelent, Farkhad. // Kjurrer. Comments ArXiv: Kravchuk'17 to Michal: 1) vortex gyrotropic mode frequencies - GM($m=+1$), Breath($m=0$), SW($m=-1$) y Mruczkiewicz PRB v Kravchuk'17 Cgunnasbam gue Neel Skyrmion; 2) $fG=0$, ocygrecbuse SW ($m=\pm1, n=1$) u kenfurnrypuocr model Kravchuk upu $D>D_c$ ako regorcarken model of oo-film. B dot bee marie. 3) pacuer ω Bloch-Kravchuk noBepeH, + u. Ch gosbone zabucar of koopfunar. Sk-mass-Kravchuk u near negnj. cunrynapnocra upu $K\to0$ ($Q\to1$) u $D\to D_c-0$. Y Heac $M_v \sim \frac{1}{(\omega_{m=1}-\omega_G)}$ konerna Thiele eq. gue Sk-center $\vec{X}$: $M_v\ddot{\vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} + \hat{\varkappa}\vec{X} = 0$ Sk-mass

$-M_v\omega^2 + G_z\omega + \varkappa = 0$, $M_v\omega^2 - G_z\omega - \varkappa = 0$, $G_z = -p|G|$. Hpu $M_v=0$ $\omega_G = \frac{\varkappa p}{|G|}$

$\omega^2 - \frac{G}{M_v}\omega - \frac{\varkappa}{M_v} = 0$, $\omega_1+\omega_2 = \frac{G}{M_v}$, $\omega_1\omega_2 = -\frac{\varkappa}{M_v}$, $M_v = \frac{G_z}{\omega_1+\omega_2}$

a) Hpu $p=+1$, $G_z = -|G|$, $\omega_1 = \omega_G$ (ccw), $\omega_2 = \omega_{m=-1}$ (cw) <0, $M_v = \frac{-|G|}{\omega_G - |\omega_{-1}|}$

$M_v = \frac{|G|}{|\omega_{-1}| - \omega_G} > 0$. $\omega_G > 0$ $m=+1$

b) Hpu $p=-1$, $G_z = |G|$, $\omega_1 = \omega_G < 0$ (cw), $\omega_2 = \omega_{m=+1}$ (ccw) >0, $M_v = \frac{|G|}{-|\omega_G| + \omega_{m=+1}} > 0$.

$m=-1$

Vp sign $M_v = \frac{|G|}{\omega_{m=\pm1} - \omega_G}$ ecnu bce $\omega>0$, $\omega_{m=\pm1}$ gue $p=\mp1$.

$|G| = 2\pi\frac{M_s}{\gamma}L\,|\cos\Theta(0) - \cos\Theta(R)|$, DW model $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{p\cdot(\varrho-R_s)/\Delta}$ $\cos\Theta = \operatorname{th}\frac{(\varrho-R_s)}{\Delta}$ (-p)

$\cos\Theta(0) = p = -p\operatorname{th}(-\frac{R_s}{\Delta}) = p\operatorname{th}\frac{R_s}{\Delta} \approx p$ ecnu $R_s/\Delta \gg 1$. $\cos\Theta(R) = -p\operatorname{th}\frac{(R-R_s)}{\Delta} \approx -p$.

Dua large-radius skyrmions $|G| = 4\pi\frac{M_s}{\gamma}L$. Dua small-$R_s$ sk $|G| = 4\pi\frac{M_s L}{\gamma}\frac{1}{1+(R_s/R)^2}$ (BP)

$\Rightarrow$ Sk-mass $M_v \cong 4\pi\frac{M_s L}{\gamma}\frac{1}{[\omega_{\pm1} - \omega_G]}$, $\omega_{\pm1}$ - frequency of the first discriminant SW ($\omega m^2 = -GMm^2$)

Dua parameters Mruczkiewicz 'PRB '17: $M_s = 1500$ G. $L = 1.4$ nm, $\Delta\omega \approx 1$ GHz $\cdot 2\pi$

$L/R = 125$ nm

Sk-mass $M_v = 4\pi\frac{M_s L}{\gamma^2}\frac{\gamma}{[\omega_{\pm1} - \omega_G]} = 4\pi M_s\frac{L}{\gamma^2}\frac{\gamma}{\Delta\omega} = \frac{L}{\gamma^2}\frac{\omega_M}{[\omega_{\pm1}^2 - \omega_G^2]}$ Сопр. 14/XI 14 г. gue

$\gamma/2\pi = 2.93$, $\gamma/2 = 2.95\cdot10^{-15}$ g/cm, $\frac{L}{\gamma^2} = 1.4\cdot10^{-7}\,\text{cm}\cdot 2.95\,\frac{g}{cm}10^{15} \simeq 4.13\cdot10^{-22}$ g

$\omega_M/2\pi = 2.93\,\frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}\cdot 4\pi\cdot 1.5$ kOe $= 55.2$ GHz $\to M_v = 4.13\cdot10^{-22}\,g\,\frac{55.2\,\text{GHz}}{1\,\text{GHz}} = 2.28\cdot10^{-20}$ g

Dua teor. pacuerab Sk-frequencies Mruczkiewicz'17 Sk-mass $M_v \approx 2.3\cdot10^{-20}$ g - nemka.

Kravchuk 'ArXiv '17 gaque $M^e = \frac{L}{\gamma^2}\frac{M_s^2}{L^2} = 2.4\cdot10^{21}$ kg neBepHo HaTHaTo. Cux nafra-Mefpam $M^e = 0.70\cdot10^{-12}$ g Bcero, b $3.4\cdot10^{8}$ pas MeHbuse(!)

Note: gua vortex gue onucanna lowest azim. modes ω_G, $\omega_{\pm1}$ Hago BBegurb Gz u Bugoi. eq. gue etapux frequencies within Thiele approach, t.e. Hpu pacuerax gua skyrmion c ($\omega_G, \omega_{\pm1}$) uzm ($\omega_0, \omega_{\pm1}$) azim. mode doublet + Hacco Mv gocTaTouHo [Ivanov JETP'10]

Bonee ToMo $G_z = 4\pi\frac{M_s}{\gamma}L\,S_n$ rge $S_n = \frac{1}{4\pi}\int dx\,dy\,\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial y}\right)$ Skyrmion number. Ideal $S_n = \pm1$.

Hago Sk-mass $M_v = \frac{L}{\gamma^2}|S_n|\frac{\omega_M}{[\omega_{\pm1}^2 - \omega_G^2]}$ B paschete yuenu 2+x nonyuux azim. modes (GM u SW) by Thiele eq.

(5/XII) Secretary Antxoni upeBeuna non travel reports Dario u Arantxa Seg zamuero-ng (a cnucax per diem no Real Decreto 1066 Seg receipts). Zenfolan Estado de cuentos bcex HOBux projects (BASOTEK, MINECO, RISE) // Reading of Spicy. Ikerbasque-group o nenfuyuan-HOM MINECO UPV/EHU - Ikerbasque Prof. afsiktion $\Rightarrow$ HeBo3MOXHOCTb BBecTu PI. Revised Ph.D. grant by Zelent u nonucan emy. // Edited Tejo-paper Sk-radius vs. H_z-Overlay

Escaneado con CamScanner

(6/XII) Revised Tejo MS Skyrmion M_v. E-mails Zygle e charge + Copyright J. Phys. Commun.
Comments to Michel e Krantuz'aikio 17 + upregaon naum Scientific Skyrmion ma
(7/XII) Derbabus Escritura - letter to Julian, La Palma. Editing Tejo-MS. Remain "PICE=Topol.
workshop by Nakamura y Paredes. Review Skyrmion papers - Superlumbar, tangent 17
(8/III) Tiret: artifix. Sle MS draft on Dec. 11, Zaufer Hall proofs factura Referencia Ovid

Komineas: PRB'15; B-Skyrmion in ∞-film e (ẑ×∇m)·∇m
Sle - metastable at $D<D_c$, $R_s(D_c)\to\infty$, when $D>D_c$ - spiral ∞.
One Skyrmion c $Q=1$ + relaxation b host e nonzero gradient gives
topol. center $\vec R(t)$ + center mass $\vec X(t)$ precession, $\vec R(t)\perp\vec v_h$, + $\vec X(t)$
+ nonuniform dynamics c $\vec v=$ const $\perp\vec v_h$ gives rise to cyclotron oscillations
c $\omega_c=|G|/M_v$, i.e. $G\dot{\vec R}-\frac{\partial W_s}{\partial \vec R}=0$, so $M_v\ddot{\vec X}+\vec G\times\dot{\vec X}-\frac{\partial W}{\partial \vec X}=0$ - plasma
when $\vec v_h(t=t_0)=0$, Sle $\vec X(t)$ gives cyclotron dynamics acc. $R(t)$ (G) c ω_c
Oseevica M_v no simulations-Komineas $M_v=|G|/\omega_c=\frac{T_c}{2\pi}|G|$, $T_c\approx 3.3\,1/\omega_M$
$M_v=\frac{\omega_M T_c}{2\pi}\frac{|G|}{\omega_M}=\frac{\omega_M T}{2\pi}\frac{1}{\omega_M}4\pi M_s\frac{L}{f}=\frac{\omega_M T}{2\pi}\frac{L}{f^2}=\frac{3.3}{2\pi}\frac{1}{f^2}$ mass/length
$M_v/L\approx 0.5\cdot 3\cdot 10^{-18}\,g/cm=1.5\,10^{-15}\,g/cm$, for $L=1mm$, $M_v=1.5\cdot 10^{-22}g$ - mass
T.q. moving Skyrmion is deformed, $M_v\neq 0$ + not a mass.
$\omega_c/\omega_M\approx 2\pi/3.3\approx 2$, i.e. $\omega_c=2\omega_M$ Bessel, i.e. $10M/2\pi=50$ GHz for Co.
Wg eq. Thiele when $\omega_G=0$ (not $W=\frac12 kX^2$) $M_v=\frac{L}{f^2}\frac{\omega_M}{\omega_c}$ Skyrmion mass
Cyclotron motion $\Rightarrow$ $M_v=\frac{L}{f^2}\frac{\omega_M}{\omega_c}$, i.e. artificial Sw c $m=\pm1$ under
pow cyclotronic freq.
$q(x,y)=\vec m\cdot\left(\frac{\partial\vec m}{\partial x}\times\frac{\partial\vec m}{\partial y}\right)=\hat z\cdot\sin\theta(\nabla\theta\times\nabla\Phi)$, $\Phi=\Phi_0+\varphi$, $\Phi_0=$const gives
Skyrmion $\nabla\Phi=\frac{1}{s}\hat\varphi\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}=\hat\varphi/s$, $\nabla\theta=\frac{\partial\theta}{\partial s}\hat s$, $\hat s\times\hat\varphi=\hat z$
$q(x,y)=\frac{1}{s}\sin\theta\,\theta_s'$, $\vec R=\frac{1}{\int d^2s\,q(x,y)}\int d^2s\,\vec s\,q(x,y)$, $Q=\int d^2s\,q=4\pi$
$Q=\frac{1}{4\pi}\int d^2s\,q(x,y)$, $\vec R=\frac{1}{4\pi Q}\int d^2s\,\vec s\,q(x,y)$ $=2\pi\int ds\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial s}=2\pi(\cos\theta)\Big|_0^\infty$
$\vec R=\frac{1}{4\pi Q}\int ds\,s\int d\varphi\,(\cos\varphi\,\hat x+\sin\varphi\,\hat y)\frac{1}{s}\sin\theta\,\theta_s'=0$ wg $\int d\varphi(\cdots)$ gives $\Phi=$const$+\varphi$
$\theta=\theta_0(s)$ -
Static radially symmetric Skyrmion
t.k. $\omega_c=\omega_{\pm1}$, to sygma nazyvaem $\omega_{\pm1}$ ne high-frequency/gyrofrequency
- gyrotrope a cyclotron frequency. ω_G - true gyrotropic mate, $\omega_G=0$ for no-film
$\omega_G\neq0$ wg-za confinement potential $W(\vec X)$.
Ecan TWA: $\Theta=\Theta_0(\vec s-\vec R)$, $\Phi=\Phi(\vec s-\vec R)$, to $\vec R=\frac{1}{4\pi Q}\int d^2s\,\vec s\,q[\Theta,\Phi]=$
$=\frac{1}{4\pi Q}\int d^2s\,\vec s\,q(\vec s-\vec R)=\left|\begin{matrix}\vec s-\vec R=\vec s'\\ d^2s=d^2s'\end{matrix}\right|=\int\frac{d^2s'}{4\pi}(\vec s'+\vec R)q(\vec s')=\int_{s'}\vec s'\,q(\vec s')\frac{1}{4\pi}+$
$+\int_{s'}\frac{d^2s'}{4\pi}q(\vec s')\,\vec R$. Ecan $q(\vec s')=q(s)$ + s' cooob. $\varphi=[0,2\pi]$, ∞-film, naryuse
to $\int d^2s'\,\vec s'\,q=0$. Ecan eshe + $\int ds'\,q(s')=4\pi Q=1$,
to $\vec R=\vec R$ - tozgecbo, tochee $\vec R_{TWA}\sim\int d^2s'\vec s'q$ + $\vec R_{TWA}$ b $\Theta(\vec s-\vec R),\Phi(\vec s-\vec R)$ ada
Cabnagaem. Tak bcerga bepno gue ∞-film.
$\vec R=\int_{s'}\frac{d^2s'}{4\pi}\vec s'\,q(\vec s')+\vec R_{TWA}\int_{s'}\frac{d^2s'}{4\pi}q(\vec s')$, $q(\vec s')=q(\vec s'-\vec R_{TWA})=q(\vec s')=q_0(\vec s')$,
t.k. q_0 cnuhetpa rta $\vec m_0=\vec m_0(s)$
$\vec R=\frac{1}{4\pi Q}\int_{s'}d^2s'\,\vec s'\,q(\vec s')+\frac{1}{4\pi Q}\vec R_{TWA}\int_{s'}d^2s'\,q(\vec s')=\frac{1}{Q4\pi}\int ds's'^2q(s')\int d\varphi'[\hat x'\cos\varphi'+\hat y'\sin\varphi']+$
$+\frac{1}{4\pi Q}\vec R_{TWA}\int ds's'q(s')\int d\varphi'$, $Q=\frac12\int ds\,q_0(s)=\frac{1}{4\pi}\int d^2s'\,q(\vec s')$, $Q'=\frac{1}{4\pi}\int d^2s'\,q(\vec s')$
$\vec R=\vec R_{TWA}\frac{Q'}{Q}+\frac{1}{4\pi Q}\int ds'(s')^2q(s')\int d\varphi'\left[\hat x'\cos\varphi'+\hat y'\sin\varphi'\right]$, $\int d\varphi'\begin{pmatrix}\cos\varphi'\\ \sin\varphi'\end{pmatrix}=0$ uonac, $Q\neq Q'=1$
- gue vonemuo dot. T.e. $\vec R_{TWA}+\vec R_{TWA}$ gue dot b obtimum cayyae, $S\neq S'$!

→ 4D gue topol. density q: $\dot q=\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}\partial_\mu a_\nu\partial_\lambda a_\sigma$, $a_{\nu\lambda}$ - energy tensor Eq. (8)
Def. $a_\nu=\frac{\delta W}{\delta m}$, $\partial_\nu\vec m=\partial_\lambda a_{\nu\lambda}$ - remember $\vec a$, $\mu,\nu,\lambda=x,y,z$ for 2D ferromagnets
$\dot q=\varepsilon_{\mu\nu}\partial_\mu a_\nu=(\mathrm{rot}\,\vec a)_z$, $q=b_z$, $\vec b=(\mathrm{rot}\,\vec a)_z$, $\frac{\partial\vec b}{\partial t}=\mathrm{rot}\,\vec a$ - Maxwell eq. for emergent
mag. $\vec b$ + electric field

Escaneado con CamScanner

(3/2₀₀) Maxwell eqs. $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mathrm{rot}\vec{E}$ (3.2), $\mathrm{div}\vec{B}=0$. Comasco Ivanov 'PLA' 23 Elem

$\Theta = \Theta[\vec{r} - \vec{X}(t)]$, $\Phi = \Phi[\vec{r}\cdot\vec{X}(t)]$ → $\vec{P} = -\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\xi\,(1-\cos\Theta)\nabla\Phi$ - magn. field momentum,

→ to $\dot{\vec{P}} = -\frac{\partial F(\vec{X})}{\partial \vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}}$, $E(\vec{X}) = \int W W(\vec{X}) \to \int d^2\xi\, W(\vec{r})$. Эта 2D момент. как

$\dot{\vec{P}} = \int d^2\xi\,[\vec{e} + \dot{\vec{X}}\times\vec{b}] = \vec{E} + \dot{\vec{X}}\times\vec{B}$ где $\vec{e}$, $\vec{b}$ are emergent el. и маг. fields.

$\vec{E} = \int d^2\xi\,\vec{e} = -\frac{\partial W(\vec{X})}{\partial \vec{X}} = -\frac{\partial}{\partial \vec{X}}\int d^2\xi\, w(\vec{r})$, $\vec{e} = -\frac{\partial}{\partial \vec{X}} w(\vec{X})$, $W(\vec{X})$ - внеш. потенциал

Def. $(\vec{a})_i = \frac{\delta W}{\delta \vec{m}}\cdot\partial_i\vec{m} \to \frac{\partial W}{\partial \vec{m}}\cdot\partial_i\vec{m} = \frac{\partial}{\partial x_i}W = -\frac{\partial}{\partial R_i}W$, $\vec{a} = -\frac{\partial W}{\partial \vec{R}}$ дает

тоо $\vec{a}$ - emergent el. field $\vec{e}$.

Комиссар'96 Вводит в Eq. (3.1) гиперектор плотности $\vec{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$

$\gamma_i = -\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\vec{m}\cdot(\partial_j\vec{m}\times\partial_k\vec{m})$, отмечено что 2D-магнит $\gamma_3 = q$ - emergent $(\vec{B})_z$

маг. field. $\vec{\gamma} = \nabla\Pi\times\nabla\Phi$ и $\mathrm{div}\vec{\gamma}=0$, как $\mathrm{div}\vec{b}=0$. $\Pi = \cos\Theta = m_z$.

$\vec{\gamma} = \mathrm{rot}\vec{a}$, где $\vec{a} = \Pi\nabla\Phi = \cos\Theta\nabla\Phi$. Более точно $\vec{a} = (1-\cos\Theta)\nabla\Phi$ -

- учитывает тот факт gauge field potential. $Q = \frac{1}{4\pi}\int\vec{\gamma}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi}\int d^2\xi\,\gamma_z$.

2D дает $\vec{\gamma} = \vec{b}$, $\gamma_i = \varepsilon_{ijk}\partial_j\partial_l\partial_{kl} = \varepsilon_{ijk}\partial_j\left(\frac{\delta W}{\delta \vec{m}}\cdot\partial_k\vec{m}\right) \to \dot{q} = \varepsilon_{\mu\nu}\dot{\mathcal{X}}_\mu\mathcal{F}_\nu$

Def. $e_k = \partial_l\partial_{kl}$, $\dot{b}_i = \varepsilon_{ijk}\partial_j e_k = (\vec{\nabla}\times\vec{e})_i$, $\left(\frac{\partial\vec{b}}{\partial t} = \mathrm{rot}\vec{e}\right)$ т.е. это дает

$\vec{\gamma}$ или $\gamma_z = q$ сводится к уравнениям Maxwell для эл. и emergent fields

Это сущ. использует $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}[\vec{r} - \vec{R}(t)]$ ansatz - rigid soliton, что ок только

для ∞-film. ———————

Sk-DeBonte ansatz ∞-film with DMI

Note: ansatz bubble-domain or soliton $m_z(r) = \mathrm{th}f(r,r_0)$, $f(r,r_0) = \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + \frac{(r-r_0)}{\delta}$

$\mathrm{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{-f}$, $\cos\Theta = \mathrm{th}f$, $\sin\Theta = \frac{1}{\mathrm{ch}f}$, $\mathrm{tg}\frac{\Theta}{2} = \frac{r_0}{r}e^{-(r-r_0)/\delta}$ был предложен

более не в Shaka'PRB'C1, а W. Debonte, AIP Conf. Proc. 5, 140 (1972), для ∞-film

Eff. DW width $\frac{1}{\Delta} = \frac{df}{dr}\Big|_{r=r_0} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{\delta}$, r_0 - Sk-radius, $m_z(r_0) = 0$.

$E - E_{1SD} = \frac{1}{8Q}\left(\frac{\ell}{L}\right)^2\left\{4 + \left(1-\frac{\Delta}{r_0}\right)^2\ln\left(1+e^{2r_0/\Delta}\right)\right\} + \frac{1}{2}Q\left(\frac{\Delta}{L}\right)^2\ln\left(1+e^{2r_0/\Delta}\right) + W_{ext} + W_m$

in units $(2\pi L^3)4\pi M_s^2$. $Q = K_u/2\pi M_s^2$, $\ell = 2_w/4\pi M_s^2 = 4\sqrt{AK_u}\frac{1}{4\pi M_s^2} = 2\frac{\sqrt{AK_u}}{2\pi M_s^2} = 2\ell_{ex}\sqrt{Q}$,

$\ell_{ex}^2 = (A/2\pi M_s^2)$.

$\left[E - E(1SD)\right]/\left[(2\pi L^3)4\pi M_s^2\right] = \frac{1}{8Q}\frac{4\ell_{ex}^2 Q}{L^2}\{\ldots\} + \frac{1}{2}Q\frac{\Delta^2}{L^2}\ln\left(1+e^{2r_0/\Delta}\right)$, $H_z=0$, $W_m \to 0$.

$\frac{1}{2\pi L^3\cdot 4\pi M_s^2}E(r_0,\Delta) = \frac{1}{2}\left(\frac{\ell_{ex}}{L}\right)^2\left\{4 + \left(1-\frac{\Delta}{r_0}\right)^2\ln\left(1+e^{2r_0/\Delta}\right)\right\} + \frac{1}{2}Q\frac{\Delta^2}{L^2}\ln\left(1+e^{2r_0/\Delta}\right)$ - DeBonte

- энергия Bloch-DW (Bloch-Skyrmion) in ∞-film. Учтена W_{ext} и W_{an}, нет DMI

тек DMI → $W_{DMI} = D\left[\theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right]$, $\Theta = 2\,\mathrm{arctg}\,e^{-f} \Rightarrow \theta_r' = 2\frac{1}{1+e^{-2f}}\left(-\frac{\partial f}{\partial r}\right)e^{-f} =$

$= -\frac{1}{\mathrm{ch}f}\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right] = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\sin\Theta$. $W_D = 2\pi L\int_0^\infty dr\,r\,D\left[\theta_r' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right] = 2\pi L D \times$

$\times\int_0^\infty dr\,r\left[\frac{1}{r}\frac{\mathrm{sh}f}{\mathrm{ch}^2 f} - \left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\delta}\right)\sin\Theta\right]$, $W_D/(2\pi L D) = \int_0^\infty dr\,\frac{\mathrm{sh}f}{\mathrm{ch}^2 f} - \int_0^\infty dr\left(1+\frac{r}{\delta}\right)\frac{1}{\mathrm{ch}f}$

$df/dr = f_r' = \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}$. $\int_0^\infty dr\,r\theta_r' = \int d\theta\cdot r = r\cdot\theta\Big|_0^\infty - \int_0^\infty dr\,\theta(r) = -\int_0^\infty dr\,\theta(r) =$

$= -2\int_0^\infty dr\,\mathrm{arctg}\,e^{-f(r,r_0)}$. $W_D(r_0,\Delta)$ немного больше, чем для ∞-film.

$r_0/\Delta = 3$, $E(3,\Delta) = \frac{1}{2}\left(\frac{\ell_{ex}}{L}\right)^2\left\{4 + \left(1-\frac{1}{3}\right)^2\ln\left(1+e^{2\cdot 3}\right)\right\} + \frac{1}{2}Q\frac{\Delta^2}{L^2}\ln\left(1+e^{2\cdot 3}\right)$

$\frac{\partial E}{\partial\Delta} = \frac{Q}{L^2}\ln\left(1+e^{2\cdot 3}\right)\Delta = 0 \to \Delta = 0$ (?) либо $\ln\left(1+e^{2\cdot 3}\right) = 0$, $e^{2\cdot 3} = 0$, $\xi = -\infty$ - нет.

т.о. без DMI skyrmion $\theta(r)$ не существует, min $E(r_0,\Delta)$ ($W_z = 0$, $W_{an} = 0$)

$\mathrm{ch}f = \mathrm{ch}\left[\ln\frac{r}{r_0} + \frac{1}{\delta}(r-r_0)\right] = \mathrm{ch}\left(\ln\frac{r}{r_0}\right)\mathrm{ch}\left(\frac{r-r_0}{\delta}\right) + \mathrm{sh}\left(\frac{r}{r_0}\right)\mathrm{sh}u = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}+\frac{r_0}{r}\right)\mathrm{ch}u +$

$+\frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}-\frac{r_0}{r}\right)\mathrm{sh}u = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}\right)e^u + \frac{1}{2}\frac{r_0}{r}e^{-u}$ - это уравнение $\int dr\,r\theta_r'$.

$\mathrm{sh}f = \mathrm{sh}\left(\ln\frac{r}{r_0}\right)\mathrm{ch}u + \mathrm{ch}\left(\ln\frac{r}{r_0}\right)\mathrm{sh}u = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}-\frac{r_0}{r}\right)\mathrm{ch}u + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}+\frac{r_0}{r}\right)\mathrm{sh}u = \frac{1}{2}\frac{r}{r_0}e^u - \frac{1}{2}\frac{r_0}{r}e^{-u}$

Escaneado con CamScanner

$\frac{1}{2\pi LD} W_0 = 2\int_0^\infty dz \frac{(z/z_0)e^u - (z_0/z)e^{-u}}{\left[\frac{z}{z_0}e^u + \frac{z_0}{z}e^{-u}\right]^2} - 2\delta\int_0^\infty \frac{dz}{\delta}\left(1+\frac{z}{\delta}\right)\frac{1}{\frac{z}{z_0}e^u + \frac{z_0}{z}e^{-u}}$, $u = \frac{1}{\delta}(z-z_0)$

$Y(z_0) = \int_0^\infty dz (1+z)\frac{z}{z_0}\frac{e^u}{1+\frac{z^2}{z_0^2}e^{2u}} = \int dz(1+z)\frac{z}{z_0}\frac{e^{z-z_0}}{1+\frac{z^2}{z_0^2}e^{2(z-z_0)}} = \left|\begin{array}{l} z_0' = z_0 e^{z_0} \\ z \to z/\delta \\ z_0 \to z_0/\delta \end{array}\right| =$

$= \int_0^\infty dz (1+z)\frac{z}{z_0}\frac{e^z}{1+\frac{z^2}{z_0^2}e^{2z}} = z_0' \int_0^\infty dz (1+z) z \frac{e^z}{z_0'^2 + z^2 e^{2z}}$ – мет в Π_p – Ремме.

Energy DeBoute ansatz и/ли $z_0/\Delta \gg 1$: $\frac{E(z_0,\Delta)}{(\dots)} = \frac{1}{2}\frac{l_{ex}^2}{L^2}\left\{4 + \left(1-\frac{\Delta}{z_0}\right)^2 \frac{2z_0}{\Delta}\right\} +$ Сам (2.8) Берма и/ли $\xi > 2$

$+ \frac{1}{2}Q\frac{\Delta^2}{L^2}\frac{2z_0}{\Delta} = \frac{1}{2}\frac{l_{ex}^2}{L^2}\left\{1 + \frac{\Delta^2}{z_0^2}\right\}\frac{2z_0}{\Delta} + Q\frac{1}{L^2}z_0\Delta = \frac{l_{ex}^2}{L^2}\left(\frac{z_0}{\Delta} + \frac{\Delta}{z_0}\right) + \frac{Q}{L^2}z_0\Delta$

$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{z_0} + \frac{1}{\delta}$, $f(z_0) = \ln\frac{z}{z_0} + \frac{(z-z_0)}{\delta}$ } экс

Reduced Sk-energy (2/XII) DW-ansatz ($\Delta \to \delta$, $d=0$): $\varepsilon_s = \left(\frac{1}{\delta}+\delta\right)z_s + \frac{2\delta}{z_s}$, $z_s = \sqrt{\frac{A}{K}}$

$\frac{1}{(\dots)}E(z_0,\delta) = \frac{l_{ex}^2}{L^2}\left[1 + \frac{z_0}{\delta} + \frac{1}{1+\frac{z_0}{\delta}}\right] + \frac{Q}{L^2}z_0^2\frac{1}{1+\frac{z_0}{\delta}} \underset{z_0/\delta \gg 1}{\approx} \frac{l_{ex}^2}{L^2}\left(1+\frac{2z_0}{\delta}\right) + \frac{Q}{L^2}z_0\delta$, где $\frac{1}{z_0}$?

$Ql^2 = \frac{K}{2\pi M_s^2}\frac{A}{K} = l_{ex}^2 \to \frac{1}{(\dots)}E(z_0\Delta) = \frac{l_{ex}^2}{L^2}\left[\left(\frac{z_0}{\Delta}+\frac{\Delta}{z_0}\right) + \frac{z_0\Delta}{l^2}\right] = \frac{l_{ex}^2}{L^2}\left[\left(\frac{1}{\Delta}+\frac{\Delta}{l^2}\right)z_0 + \frac{\Delta}{z_0}\right]$

$(\cdot)\frac{l_{ex}^2}{L^2} = z_0 L^3 q 2\pi M_s^2 \frac{l_{ex}^2}{L^2} = 8\pi AL$ $\quad \varepsilon_s(\Delta, z_s) = 2\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right)z_s + 2\frac{\Delta}{z_s}$, $u = \frac{(z-z_s)}{\Delta}$, в ед. $2\pi AL$.

$\frac{1}{2\pi AL}E(z_0,\Delta) = 2\left(\frac{1}{\Delta}+\frac{\Delta}{l^2}\right)z_0 + 2\frac{\Delta}{z_0}$, $\quad \varepsilon_s(z_s,\Delta) = 2\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right)z_s + 2\frac{\Delta}{z_s}$, Δ, z_s в ед. l.

// Видно, что $E(z_0\Delta)$-DeBoute сходится к $\varepsilon_s(d=0)$ от 2/XII и/ли $\frac{z_0}{\Delta} \gg 1$ и $\Delta = \delta$ в DeBoute ansatz.

Желательно уйти от DW I в DeBoute ansatz, $m_z = th(f)$, $f = \ln\frac{z}{z_0} + \frac{(z-z_0)}{\delta}$

$Y(z_0) = \int_0^\infty dz (1+z)\frac{z}{z_0}\frac{e^{z-z_0}}{1+\frac{z^2}{z_0^2}e^{2(z-z_0)}} \approx \frac{1}{2}\int_0^{z_0} dz(1+z)\frac{z}{z_0}e^{z-z_0} + \int_{z_0}^\infty dz(1+z)\frac{z}{z_0}e^{z-z_0}\frac{z_0^2}{z^2}e^{-2(z-z_0)}\Big|_{z>z_0}^{z<z_0} =$

$= \frac{e^{-z_0}}{z_0}\int_0^{z_0}dz(1+z)z e^z + z_0 e^{z_0}\int_{z_0}^\infty \frac{dz}{z}(1+z)e^{-z} = \frac{1}{z_0}e^{-z_0}e^z\left[(z-1)+(z^2-2z+2)\right]_0^{z_0} +$

$+ z_0 e^{z_0}\left[-Ei(-z) - e^{-z}\Big|_{z_0}^\infty\right] = \frac{1}{z_0}\left(z_0^2 - z_0 + 1\right) + \frac{1}{z_0}e^{z_0}(-1)\cdot 1 + z_0 e^{z_0}\left[-Ei(-z_0) + e^{-z_0}\right] =$

$= \frac{1}{z_0}(z_0^2 - z_0 + 1) - \frac{1}{z_0}e^{-z_0} + z_0 - z_0 e^{z_0}Ei(-z_0) = \frac{1}{z_0}(z_0^2 - z_0 + 1) - \frac{1}{z_0}e^{z_0} - \frac{z_0}{2}e^{z_0}Ei(-z_0)$

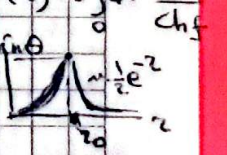
$Y_1(z_0) = \int_0^\infty dz \frac{(z/z_0)e^u - (z_0/z)e^{-u}}{\left[z/z_0 e^u + \frac{z}{z_0}e^{-u}\right]}$, $Y_1(z_0) = \int_0^\infty dz \frac{\partial f}{\partial z^2}$, $\frac{d}{dz}(th f) = \frac{1}{ch^2 f}f_z'$, $f_z' = \frac{1}{z} + \frac{1}{\delta}$

$Y_1(z_0) = \int_0^\infty d\left(\frac{1}{ch f}\right)\frac{(-1)}{f_z'} = \frac{1}{ch f}\cdot\frac{(-1)}{f_z'} - \int\frac{1}{ch f}d\left[\frac{(-1)}{f_z'}\right] = -\frac{1}{f_z'}\frac{1}{ch f}\Big|_0^\infty - \int\frac{1}{ch f}\frac{1}{(f_z')^2}f_{zz}''dz$ $\quad \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{ch f}\right) = -\frac{sh f}{ch^2 f}\cdot f_z'$. $f_{zz}'' = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{1}{f_z'}\frac{1}{ch f}\Big|_0^\infty = \frac{1}{\frac{1}{z}+\frac{1}{\delta}}\frac{1}{ch f}\Big|_0^\infty = 0 - \frac{z}{1+\frac{z}{\delta}}\frac{2}{\left(\frac{z}{z_0}+\frac{z_0}{z}\right)}\Big|_0 = 0$

$Y_1(z_0) = -\int_0^\infty \frac{dz}{ch f}\frac{1}{\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{\delta}\right)^2}\frac{(-1)}{z^2} = \int_0^\infty \frac{dz}{(1+\frac{z}{\delta})^2}\frac{1}{ch f} = |z/\delta \to z| = \delta\int_0^\infty \frac{dz}{(1+z)^2}\frac{1}{ch f}$, $Y(z_0) = \delta\int_0^\infty dz \frac{(1+z)}{ch f}$

$\frac{1}{ch f} = \frac{2}{\frac{z}{z_0}e^u + \frac{z_0}{z}e^{-u}} = 2\frac{z}{z_0}\frac{e^u}{1+\frac{z^2}{z_0^2}e^{2u}} = \sin\theta = \frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l} 2\frac{z}{z_0}e^u, \; z < z_0 \\ 2\frac{z_0}{z}e^{-u}, \; z > z_0 \end{array}\right\}$



$\sin\theta(z, z_0)$ не сим. относительно $z = z_0$. Разумно ли? $u = \frac{1}{\delta}(z-z_0)$

$Y_1(z_0) = \delta\int_0^{z_0}\frac{dz}{(1+z)^2}\frac{z}{z_0}e^{z-z_0} + \delta\int_{z_0}^\infty \frac{dz}{(1+z)^2}\frac{z_0}{z}e^{-z+z_0} = \frac{\delta}{z_0}e^{-z_0}\int_0^{z_0}\frac{dz}{(1+z)^2}z e^z + \delta z_0 e^{z_0}\int_{z_0}^\infty \frac{dz\, e^{-z}}{z(1+z)^2} =$

$= \frac{\delta}{z_0}e^{-z_0}\frac{e^z}{(1+z)}\Big|_0^{z_0} + \delta z_0 e^{z_0}\int_{z_0}^\infty dz\left[\frac{1}{z} - \frac{1}{(1+z)} - \frac{1}{(1+z)^2}\right]e^{-z} = \frac{\delta}{z_0}e^{-z_0}\left[\frac{e^{z_0}}{1+z_0} - 1\right] +$

$+ \delta z_0 e^{z_0}\left[-Ei(-z_0)\right] - \delta z_0 e^{z_0}\int_{z_0}^\infty dz\left[\frac{1}{(1+z)} + \frac{1}{(1+z)^2}\right]e^{-z} = \frac{\delta}{z_0}\left[\frac{1}{1+z_0} - e^{-z_0}\right] - \delta z_0 e^{z_0}Ei(-z_0) -$

$- \delta z_0 e^{z_0}\left[-eEi(-z_0-1) + e^{-z_0}\frac{1}{(z_0+1)} + eEi(-z_0-1)\right] = \frac{\delta}{z_0}\left[\frac{1}{1+z_0} - e^{-z_0}\right] - \delta z_0 e^{z_0}Ei(-z_0) -$

$- \delta z_0 \frac{1}{(1+z_0)}$; $Y_1(z_0) = \frac{\delta}{(1+z_0)}\left(\frac{1}{z_0} - z_0\right) - \frac{\delta}{z_0}e^{-z_0} - \delta z_0 e^{z_0}Ei(-z_0)$

Escaneado con CamScanner

(10/XII) DeBonte 8(8)

$\frac{1}{2\pi LD} W_D = \int_0^\infty dr \frac{\sin\beta}{ch^2\beta} = \int_0^\infty dr \left(1+\frac{r}{\ell}\right)\frac{1}{ch\beta} = |r/\delta \to r| = J_1(r_0) - \delta J(r_0)$

Static Skyrmion ∞-film

$J(r_0) = \int_0^{r_0} dr (1+r)\frac{1}{ch\beta} = \int_0^{r_0} dr (1+r)\frac{2}{r_0}e^{-u} + \int_{r_0}^\infty dr (1+r)\frac{r_0}{r}e^{-u} = \frac{1}{r_0}(2r_0^2 - r_0 + 1) - \frac{1}{r_0}e^{-2r_0} - r_0 e^{r_0} E_i(-r_0)$

$\frac{1}{2\pi LD}\frac{W_D}{\delta} = \frac{1}{(1+r_0)}\left(\frac{1}{r_0} - r_0\right) - \frac{e^{2r_0}}{r_0} - \delta r_0 e^{r_0} E_i(-r_0) - \frac{1}{r_0}(2r_0^2 - r_0 + 1) + \frac{1}{r_0}e^{-2r_0} + r_0 e^{r_0} E_i(-u) =$

$= \frac{1}{r_0}(1 - r_0) - \frac{1}{r_0}(2r_0^2 - r_0 + 1) = \frac{1}{r_0}(-2r_0^2) = -2r_0$ (!) упрощение.

$\frac{1}{2\pi LD\delta} W_D = -2r_0$ (r_0 в ед. δ), $\frac{1}{2\pi LD} W_D = -2r_0$ для DeBonte ansatz.

Было для DW-ansatz $E_D = \frac{W_D}{2\pi AL} = -\pi d r_s = -\pi\left(\frac{D}{A}\right)\frac{R_s}{\ell} = -\pi\frac{D}{A}R_s$

DMI $\frac{W_D}{2\pi LA} = -2\left(\frac{D}{A}\right)r_0$ (DeBonte, ∞ film) и $E_D = \frac{W_D}{2\pi AL} = -\pi\left(\frac{D}{A}\right)R_s$ — для DW $R_s/\delta \gg 1$

Для DW model E_s одинаково для dot и ∞-film, т.к. $\int d\varphi(\dots)$ берутся при $\varphi \approx R_s$ в окрестности sk-edge, DW position $m_z(R_s) = 0$.

// т.е. DW model занижает DMI-energy по сравн. с более точным DeBonte ansatz ($\varepsilon_D < 0$)

$E(r_0,\Delta) = 2\pi AL\{\dots\} + 2\pi LK\Delta^2 \ln(1+e^{2r_0/\Delta})$ с учетом $(2\pi L^3 \cdot 4\pi M_s^2)\frac{1}{2}\frac{Q}{L^2} = 2\pi LK$

$\Delta^{-1} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{\delta}$, $m_z(r) = th\beta$, $\beta(2r_0) = \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + \frac{(r-r_0)}{\delta}$ ansatz DeBonte. $\ell = \sqrt{\frac{A}{K}}$

$\frac{1}{2\pi AL}E(r_0,\Delta) = \left\{4 + \left(1-\frac{\Delta}{r_0}\right)^2 \ln(1+e^{2r_0/\Delta})\right\} + \Delta^2 \ln(1+e^{2r_0/\Delta})$, Δ в ед. ℓ.

Вычитаем DMI $\frac{1}{2\pi AL}W_D = -2\frac{D}{A}r_0 = -2dr_0$, r_0 в ед. $\ell = \sqrt{A/K}$.

$\frac{1}{2\pi AL}E(r_0,\Delta) = 4 + \left(1-\frac{\Delta}{r_0}\right)^2 \ln(1+e^{2r_0/\Delta}) + \Delta^2 \ln(1+e^{2r_0/\Delta}) - 2dr_0$

Если как 9/XII ввести $\xi = r_0/\Delta$ и Δ as new variables, то $\frac{\partial E(\xi,\Delta)}{\partial\Delta} = 2\Delta\ln(1+e^{2\xi}) = 0$ не дает equil. Δ finite, $\Delta_0 = 0$ — нет.

При $r_0/\Delta \gg 1$, с учетом Δ (DeBonte) $= \Delta$ в DW ansatz $\cos\theta = th\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)$ и $r_0 = r_s$:

$\frac{1}{2\pi AL}E(r_0,\Delta) = 4 + \left[\left(1-\frac{\Delta}{r_0}\right)^2 + \Delta^2\right]\frac{2r_0}{\Delta} - 2dr_0 = 4 + \left[1 - \frac{2\Delta}{r_0} + \frac{\Delta^2}{r_0^2} + \Delta^2\right]\frac{2r_0}{\Delta} - 2dr_0 =$

$= 2\left(\frac{\Delta}{r_0} + r_0\Delta + \frac{r_0}{\Delta}\right) - 2dr_0 = 2\left[\left(\Delta + \frac{1}{\Delta}\right) - d\right]r_0 + 2\frac{\Delta}{r_0}$, было $\varepsilon_D = 2\left[\left(\Delta+\frac{1}{\Delta}\right) - \frac{\pi}{2}d\right]r_s + 2\frac{\Delta}{r_s}$

Def. $d^* = \frac{2}{\pi}d$, $d = \frac{\pi}{2}d^*$, Analog DW-model stability 2/XII сохраняется, то

т.е. надо $d \to d^* = \frac{2}{\pi}d$, $d_c \to d_c^* = \frac{2}{\pi}d_c$, $d_c^* = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{4}{\pi} = 8/\pi^2$ — нет

$\Delta = \frac{\pi}{4}d^* = d^*/d_c^*$, $d_c^* = \frac{4}{\pi}$. В real variables $d_c^* = \frac{2}{\pi}d_c = \frac{4}{\pi}$, $d_c = 2$ (было $d_c = \frac{4}{\pi}$)

т.е. переход к более точному DeBonte ansatz (даже при $r_0/\Delta \gg 1$) увеличил d_c от $d_c = \frac{4}{\pi} \approx 1.3$ (DW ansatz) до $d_c = 2$.

ε_D (DW ansatz) $= +d\int_0^{R/\ell} dr r\left[-\frac{1}{\Delta}\sin\theta + \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta\right]$, $\frac{W_D(\text{DeBonte})}{2\pi AL} = \frac{d}{\ell}\int_0^\infty dr r\left[-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\delta}\right)\sin\theta + \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta\right]$

// Проблемы вывод W_D (DeBonte) более ручн. и требует численных методов.

$\frac{1}{2\pi AL}E(\xi,\Delta) = 4 + \left[\left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2 + \Delta^2\right]\ln(1+e^{2\xi}) - 2d\Delta\xi = \varepsilon$, $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\Delta} = 2\Delta\ln(1+e^{2\xi}) - 2d\xi = 0$

$\Delta_0 = \frac{d\xi}{\ln(1+e^{2\xi})}$, finite Δ_0. $\Delta_0(\xi \gg 1) = \frac{d\xi}{2\xi} = \frac{d}{2} = \frac{d}{d_c}$, $d_c = 2$. $\xi = r_0/\Delta$

$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\xi} = 2\left(1-\frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\ln(1+e^{2\xi}) + \left[\left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2 + \Delta^2\right]\frac{2e^{2\xi}}{1+e^{2\xi}} + 2d\Delta = 0$ даст $\xi_0(d\Delta)$ с учетом Δ_0

$\rightarrow$ $\beta(r_0) = \ln\frac{r_0}{\delta} + \frac{1}{\delta}(r-r_0)$. Def. $y = r/r_0$, $p = \frac{r_0}{\delta}$, $\beta = \ln y + p(y-1)$, $p > 1$ asymptote

$\frac{1}{ch\beta} = \frac{2}{e^\beta + e^{-\beta}} = 2\frac{e^{-\beta}}{1+e^{-2\beta}} = \frac{2}{1+e^{-2\beta}}e^{-p(y-1)}\frac{1}{y}$ даже $y > 1$, $r > r_0$

$\frac{1}{ch\beta} = \frac{2e^\beta}{1+e^{2\beta}} = \frac{2}{1+e^{2\beta}}e^{p(1-y)}\frac{1}{y}$, даже $y = \frac{r}{r_0} < 1$, $r < r_0$. Сходимость ряд по $\frac{1}{p}$

$J(r_0) = \frac{1}{\ell}\int dr\left(1+\frac{r}{\ell}\right)\sin\theta = \frac{r_0}{\ell}\int dy (1+py)\frac{1}{ch\beta} \to \int dy\frac{1}{ch\beta}, \int dy\frac{y}{ch\beta}$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

особая точка $\xi_0 \gg 1$, $\Delta_0 = d/2$ — это $d \to d_c - 0$, $d_c = 2$ — граница metastability of SK

$\lim \xi \ll 1$: $\det A = 2\frac{d\xi}{\Delta}\left[\frac{6d}{\xi^3}\frac{1}{\Delta} - \frac{4}{\xi^3} + 2\left\{\Delta + \frac{1}{\xi^2}\frac{d}{\Delta}\right\}\right] - 4(\Delta - d)^2 \approx 4\frac{d}{\Delta}\frac{1}{\xi^2}\left(3\frac{1}{\Delta} - 2\right) - 4(\Delta - d)^2$

$\Delta_0 = \frac{d}{\ln 2}\xi_0$ при $\xi \ll 1$, $\det A(\xi \ll 1) \approx 12\frac{d^2}{\Delta^2}\frac{1}{\xi^2} - 4d^2 = 4d^2\left(\frac{3}{\Delta^2\xi^2} - 1\right) \approx \frac{12d^2}{\Delta^2\xi^2} > 0$

Т.е. $\min \varepsilon(\xi, \Delta)$ при $\xi_0 \ll 1$, $\Delta_0 = \frac{d}{\ln 2}\xi_0$ возможен, если $\xi_0 \ll 1$ удовлетв. $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi}(\xi_0) = 0$.

Это $\left.\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi}\right|_{\xi \to 0} \approx -\frac{2\ln 2}{\xi^3}$ и $\xi_0 \ll 1$ (finite не удовл. $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = 0$ equil. equation).

Sign $\det A = 4\frac{d\xi}{\Delta}\left[\left(-\frac{2}{\xi^3} + \frac{3}{\xi^4}\right)\frac{d\xi}{\Delta} + \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\xi^3}\right)\frac{4}{1+e^{-2\xi}} + 2\frac{e^{-2\xi}}{(1+e^{-2\xi})}\left\{\Delta - \left(\frac{1}{\xi^1} - \frac{1}{\xi^3}\right)\frac{d\xi}{\Delta}\right\}\right] - 4\left(\frac{2\Delta}{1+e^{-2\xi}} - d\right)^2$

при (ξ_0, Δ_0) корнях $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta}(\xi_0 \Delta_0) = 0$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi}(\xi_0 \Delta_0) = 0$ нашли перекрест. $\det A(\xi_0 \Delta_0) > 0$ дает глобальный $\min \varepsilon(\xi_0 \Delta_0)$.

$\Delta_0 \ln(1+e^{2\xi_0}) = d\xi_0$

$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = 0 = 2\left(1 - \frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\frac{d\xi}{\Delta} + \left[\left(1 - \frac{1}{\xi}\right)^2 + d^2\frac{\xi^2}{\ln^2(1+e^{2\xi})}\right]\frac{2}{1+e^{-2\xi}} - 2d^2\frac{\xi}{\ln(1+e^{2\xi})}$

$\to \left(1 - \frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\ln(1+e^{2\xi}) + \left[\left(1 - \frac{1}{\xi}\right)^2 + d^2\frac{\xi^2}{\ln^2(1+e^{2\xi})}\right]\frac{1}{1+e^{-2\xi}} - d^2\frac{\xi}{\ln(1+e^{2\xi})} = 0$ ур-е на $\xi_0(d)$

Ясно, что $d \to 0$, т.к. только $\Delta_0 = 0$, $\frac{1}{\Delta_0} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{\delta}$, $\xi_0 \to 0$ решение unphysical, SK исследов.

Корни $\xi_0 \to 0$ нас и должны. Нужно знать, что корень $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = 0$ есть $\xi_0 = \xi(d^2)$.

В пред $d^2 \ll 1$? $\xi = \xi_0(d=0) + \lambda d^2$, $\xi_0(d=0) = 1$ или $\frac{1}{\xi_0^2}\ln(1+e^{2\xi_0}) + 1 = \frac{1}{\xi_0}$ всегда.

$\det A(\xi_0 = 1) = 4\ln(1+e^2)\left[\ln(1+e^2) + 2\Delta\frac{e^{-2}}{(1+e^{-2})^2}\right] - 4\left(\frac{2\Delta}{1+e^{-2}} - d\right)^2 = \left|\Delta_0 = 0 \text{ при } d = 0\right| =$

$= 4\ln^2(1+e^2) > 0$. $\xi_0 = 1$ формально дает $\min \varepsilon(\xi_0 \Delta_0)$ при $d = 0$ с $\Delta_0 = 0$ (и $\xi_0 \to 0$).

$\left(1 - \frac{1}{\xi}\right) = \frac{1}{\xi}(\xi - 1) = \frac{\lambda d^2}{\xi} = \frac{\lambda d^2}{\xi_0} = \lambda d^2$, $e^{2\xi} = e^{2(1+\lambda d^2)} = e^2 e^{2\lambda d^2} = e^2(1 + 2\lambda d^2)$ $\xi_0 = \xi_0(\Delta)$

$\ln(e^{2\xi} + 1) = \ln\left[1 + e^2(1 + 2\lambda d^2)\right] = f(\xi_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial \xi}\right|_{\xi_0}(\xi - \xi_0) = \ln(1+e^2) + \frac{2}{1+e^{-2}}\lambda d^2$

$\lambda d^2\frac{1}{\xi_0^2}\ln(1+e^2) + d^2\frac{\xi_0^2}{\ln^2(1+e^2)}\frac{1}{1+e^{-2}} - \frac{d^2 2\xi_0}{\ln(1+e^2)} = 0$, $\xi_0 = 1$

$\lambda\ln(1+e^2) + \frac{1}{\ln^2(1+e^2)}\frac{1}{(1+e^{-2})} - \frac{1}{\ln(1+e^2)} = 0$, $\underline{\lambda = \frac{1}{\ln^2(1+e^2)}\left[1 - \frac{1}{(1+e^2)\ln(1+e^2)}\right] > 0}$

$\xi_0(d) = 1 + \lambda d^2$ или решение $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = 0$. $\Delta_c\left[\ln(1+e^2) + \frac{2\lambda d^2}{1+e^{-2}}\right] = d(1 + \lambda d^2)$, ещё есть Δ_0

$\underline{\Delta_0(d) = \frac{d}{\ln(1+e^2)} + O(d^3)}$.

$\det A(\xi_0, \Delta_0) = 2\ln(1+e^{2\xi})\left[2\left(-\frac{2}{\xi^3} + \frac{3}{\xi^4}\right)\ln(1+e^{2\xi}) + 8\left(1 - \frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\frac{1}{1+e^{-2\xi}} + \left\{\left(1 - \frac{1}{\xi}\right)^2 + \Delta^2\right\}\frac{4e^{-2\xi}}{(1+e^{-2\xi})^2}\right] -$

$-4\left(\frac{2\Delta}{1+e^{-2\xi}} - d\right)^2$, $-\frac{2}{\xi^3} + \frac{3}{\xi^4} = -\frac{2}{\xi^3} + \frac{2}{\xi^4} + \frac{1}{\xi^4} = \frac{2}{\xi^4}\left(1 - \frac{1}{\xi}\right) + \frac{1}{\xi^4} = \frac{2}{\xi^4}(-\lambda d^2) + \frac{1}{\xi^4} = \frac{1}{\xi^4} - 2\lambda d^2$

$\det A(\xi_0, \Delta_0) = 2\left[\ln(1+e^2) + \frac{2\lambda d^2}{1+e^{-2}}\right]\left[2\left(\frac{1}{\xi^4} - 2\lambda d^2\right)\ln(1+e^{2\xi}) + 8\lambda d^2\frac{1}{(1+e^{-2})} + \left\{\frac{d^2}{\ln^2(1+e^2)}\right\}^{\xi_0 = 1}\frac{4e^{-2}}{(1+e^{-2})^2}\right] -$

$- 4d^2\left[\frac{2}{(1+e^{-2})\ln(1+e^2)} - 1\right]^2 = 2\left[\ln(1+e^2) + \frac{2\lambda d^2}{1+e^{-2}}\right]\left[2(1 - 6\lambda d^2)\left\{\ln(1+e^2) + \frac{2\lambda d^2}{(1+e^{-2})}\right\} + \right.$

$\left. + \frac{8\lambda d^2}{(1+e^{-2})} + d^2\frac{4e^{-2}}{\ln^2(1+e^2)(1+e^{-2})^2}\right] - 4d^2[\dots]^2 = \det A(d=0) + 2\left(\ln x + \frac{2\lambda d^2}{1+e^{-2}}\right) \times$

$\times\left[2\ln x - 12\lambda d^2\ln x + \frac{16\lambda d^2}{(1+e^{-2})} + d^2\frac{4e^{-2}}{\ln^2 x(1+e^{-2})^2}\right] - 4d^2\left[\frac{2}{(1+e^{-2})\ln x} - 1\right]^2 = \left|x = 1 + e^2\right| =$

$= \det A(d=0) - 24\lambda d^2\ln^2 x + \frac{24\lambda\ln x\, d^2}{(1+e^{-2})} + 8d^2\frac{e^{-2}\ln x}{\ln^2 x(1+e^{-2})^2} + \frac{4\lambda d^2 \cdot 2\ln x}{(1+e^{-2})} - 4d^2[\dots]^2 =$

$= \det A(d=0) - 24\lambda d^2\ln^2 x + \frac{32\lambda\ln x\, d^2}{(1+e^{-2})} + 8d^2\frac{e^{-2}\ln x}{\ln^2 x(1+e^{-2})^2} - 4d^2\left[\frac{4}{(1+e^{-2})^2\ln^2 x} - \frac{4}{(1+e^{-2})\ln x} + 1\right] =$

$= \det A(d=0) - 24\lambda d^2\ln^2 x + \frac{32\lambda\ln x\, d^2}{(1+e^{-2})} + 8d^2\ln^{-1}x\frac{e^{-2}}{(1+e^{-2})^2} - 4d^2 \cdot 4\frac{(-\lambda)\ln x}{(1+e^{-2})} - 4d^2 =$

$= \det A(d=0) - 24\lambda d^2\ln^2 x + 48d^2\frac{\lambda\ln x}{(1+e^{-2})} + 8d^2\frac{1}{\ln x}\frac{e^{-2}}{(1+e^{-2})^2} - 4d^2$, $\lambda = \frac{1}{\ln^2 x}\left[1 - \frac{1}{(1+e^{-2})\ln x}\right]$

$\underline{\det A(\xi_0 \Delta_0) = \det A(d=0) + 4d^2\left[-6\lambda\ln^2 x + 12\lambda\ln x\frac{1}{(1+e^{-2})} + \frac{2}{\ln x}\frac{e^{-2}}{(1+e^{-2})^2} - 1\right] = \det A(d=0) + ad^2 4}$

$a = -6\lambda\ln^2 x + 12\lambda\ln x\frac{1}{(1+e^{-2})} + \frac{2}{\ln x}\frac{e^{-2}}{(1+e^{-2})^2} - 1 = -6\left[1 - \frac{1}{(1+e^2)\ln x}\right] + \frac{12}{(1+e^{-2})}\frac{1}{\ln x}\left[1 + \frac{1}{(1+e^{-2})\ln x}\right] +$

$+ \frac{2}{\ln x}\frac{e^{-2}}{(1+e^{-2})^2} - 1 = -7 + \frac{18}{\ln x}\frac{1}{(1+e^{-2})} + 12\frac{1}{(1+e^{-2})^2\ln^2 x} + \frac{2}{\ln x}\frac{e^{-2}}{(1+e^{-2})^2}$. Видно $a < 0$, но $a \approx 0$.

Escaneado con CamScanner

Вывод: ansatz $\theta(\xi)$ DeBonte — ∞-film — позволяет найти при $d \ll 1$ (d-finite) metastable solutions $\frac{\xi_0}{\tau_0} = \frac{\tau_0}{\Delta_0} = 1 + \lambda d^2$, $\Delta_0 = \frac{d}{\ln(1+e^{\xi_0})}$, $\lambda = \frac{1}{\ln^2 x}\left[1 - \frac{1}{(1+e^{-\xi_0})\ln x}\right]$, $x = 1+e^{\xi_0}$.

$\frac{1}{2\pi R L} E(\xi_0, \Delta_0) = \varepsilon(\xi_0, \Delta_0) = 4 + \left[(1-\frac{1}{\xi_0})^2 + \Delta^2\right]\ln(1+e^{2\xi_0}) - 2d\Delta\xi_0 =$

$= 4 + \frac{d^2}{\ln^2 x}\ln x - 2d\frac{d}{\ln x}\cdot 1 = 4 - \frac{d^2}{\ln x} + O(d^4) > 0 = E(1SD)$, $d = \frac{2l}{A}$, $l = \sqrt{A/K}$.

Sk-radius $\tau_0(d) = \frac{d}{\ln x}\left[1 + \lambda d^2\right] \approx \frac{d}{\ln x}$ при $d \ll 1$, τ_0, Δ в ед. l.

В абс. ед. $\tau_0(d) = \frac{1}{\ln x}\cdot\left(\frac{2l}{A}\right) l = \frac{1}{\ln x}\frac{2}{K}$, $\tau_0 \approx \frac{1}{2}\frac{1\ mJ/m^2}{10^5\ J/m^3} = 0{,}5\cdot 10^{-8}\ m \approx 5\ nm$

Т.е. при малых d $\tau_0 \to$ есть metastable Skyrmion of small radius $\sim 2/K$.

Что это за решение? Как найти d_{min}? Sk unstable при $d < d_{min}$?

Решим eq. для $\xi_0(d)$ численно. $\lambda = 12{,}95\cdot 10^{-2}$ $\Delta_0(d) = \frac{d}{\ln(1+e^{\xi_0})}$ очень хорошее приближение при $d \ll 2$, а $\xi_0(d) = 1 + \lambda d^2$ хорошо работает при $d \le 1$.

$\xi_0(d)$ из $\frac{\partial E}{\partial \xi} = 0$ не найти аналитически, но можно найти $d^2(\xi_0)$. $\xi = \tau_0/\Delta$.

$(1-1/\xi)\frac{1}{\xi^2}\ln x + (1-\frac{1}{\xi})^2\frac{1}{1+e^{-2\xi}} + \frac{d^2\xi}{\ln(1+e^{2\xi})}\left[\frac{\xi}{\ln x\cdot(1+e^{-2\xi})} - 1\right] = 0$, $x = 1+e^{2\xi}$ 3 дек.

$d^2(\xi) = \frac{b(\xi)}{\left[1 - \frac{\xi}{(1+e^{-2\xi})\ln(1+e^{2\xi})}\right]}$, $b(\xi) = \frac{1}{\xi}\ln(1+e^{2\xi})\left[(1-\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2}\ln x + (1-\frac{1}{\xi})^2\frac{1}{1+e^{-2\xi}}\right]$

$d^2(\xi\to\infty) = \frac{1}{\left[1-\frac{1}{2}\right]}\frac{1}{\xi}2\xi\left[\frac{1}{\xi^2}2\xi + 1\right] = 4$, $d(\xi\to\infty) = d_c = 2$ (!) как 10/III

Из вида $\Delta_0(\xi_0) = \frac{d\xi_0}{\ln(1+e^{2\xi_0})}$ сразу следует, что при $\xi_0 \gg 1$, $\Delta_0 = \frac{d}{2} = \frac{d}{d_c}$, $d_c = 2$.

но DMI неверно

Sk-energy при $\xi_0 \gg 1$ $E(\xi_0) = 4 + \left[1 + \frac{d^2}{\ln^2 x}\right]2\xi_0 - 2d\xi_0\frac{d}{\ln x}$ — нет

$E(\xi_0) = 4 + \left[1 - \frac{2}{\xi_0} + \frac{d^2\xi_0^2}{\ln^2(1+e^{2\xi_0})}\right]\ln(1+e^{2\xi_0}) - 2d\xi_0\frac{d\xi_0}{\ln(1+e^{2\xi_0})} = 2\xi_0 - \frac{1}{2}d^2\xi_0 =$ нет (×2)

$= 2\xi_0(1 - d^2/4) \to 0$, т.к. $\xi_0 \approx \frac{1}{\sqrt{1-(d/d_c)^2}}$ при $d \to d_c - 0$.

Только расчёт $\xi_0(d)$, $\Delta_0(d)$ определил, только дало E_{DM} - DeBonte ansatz

Free Skyrmion_stability-det.mcd" old teorema MathCad.

Написали Sk-chain-JPC на подтверждение.

(20/III) $\frac{\partial E}{\partial \xi} = 0$ при $\xi \gg 1$ дает: $(1-\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2}\cdot 2\xi + \left[(1-\frac{1}{\xi})^2 + d^2\frac{\xi^2}{(2\xi)^2}\right] - d^2\frac{\xi}{2\xi} = 0$

$(1-\frac{1}{\xi})\frac{2}{\xi} + 1 - \frac{2}{\xi} + \frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{4}d^2 - \frac{1}{2}d^2 = 0$, $-\frac{1}{\xi^2} + 1 - \frac{1}{4}d^2 = 0$, $\xi_0(d) = \frac{1}{\sqrt{1-d^2/4}}$

$E(d, \xi_0 \gg 1) = 2\frac{1}{\sqrt{1-d^2/4}}(1 - d^2/4) = 2\sqrt{1-d^2/4}$, $\Delta_0 = \frac{d\xi_0}{\ln(1+e^{2\xi_0})} = d/2$. $\tau_0 = \frac{\Delta_0}{\sqrt{1-d^2/4}}$

Иначе $E_{Sk}(\xi \gg 1) = 2\left[\Delta + \frac{1}{\Delta} - d\right]\tau_0 + \frac{2\Delta}{\tau_0} = 2\left[\frac{d}{2} + \frac{2}{d} - d\right]\frac{d/2}{\sqrt{1-d^2/4}} + 1\sqrt{1-d^2/4} =$

$= \left(\frac{2}{d} - \frac{d}{2}\right)\frac{d}{\sqrt{(\cdots)}} + 2\sqrt{(\cdots)} = \frac{2}{d}(1 - d^2/4)\frac{d}{\sqrt{(\cdots)}} + 2\sqrt{(\cdots)} = 4\sqrt{1-d^2/4}$

$E(\xi_0) = 4 + \left[(1-1/\xi)^2 + \Delta^2\right]\ln(1+e^{2\xi}) - 2d\Delta\xi = 4 + \left[1 - \frac{2}{\xi} + \frac{1}{\xi^2} + \frac{d^2}{4}\right]2\xi - 2d\frac{d}{2}\cdot\xi =$

$= \left[1 + 1 - \frac{1}{4}d^2 + \frac{d^2}{4}\right]2\xi_0 - d^2\xi_0 = 4\xi_0 - d^2\xi_0 = 4\xi_0(1 - d^2/4) = 4\sqrt{1-d^2/4}$.

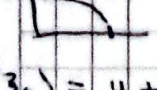
→ DeBonte ansatz $\theta(\xi)$ дает для Sk-energy $E(\xi_0 \gg 1) = 4\sqrt{1-(d/d_c)^2}$, $d_c = 2$, $d \to d_c - 0$

$E(\xi, \Delta) = 4 + \left[(1-\frac{1}{\xi})^2 + \Delta^2\right]\ln(1+e^{2\xi}) - 2d\Delta\xi = \left|\xi_0, \Delta_0\right| = 4 + \left[1 - \frac{2}{\xi_0} + \frac{1}{\xi_0^2} + \Delta_0^2\right]\frac{d\xi_0}{\Delta_0} - 2d\Delta_0\xi_0$

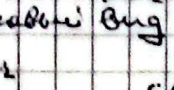
Из $\frac{\partial E}{\partial \Delta} = 0$ следует $\left[(1-\frac{1}{\xi})^2 + \Delta^2\right]\ln(1+e^{2\xi}) = (1+e^{-2\xi})\left[d^2\xi - (1-\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2}\ln^2(1+e^{2\xi})\right]$

$E(\xi_0, \Delta_0) = 4 + (1+e^{-2\xi})\left[d^2\xi - (1-\frac{1}{\xi})\frac{d^2}{\Delta^2}\right] - 2d\Delta\xi = 4 + (1+e^{-2\xi})(-1)\frac{d^2}{\Delta^2} + (1+e^{-2\xi})d^2\xi\left(1 + \frac{1}{\xi^2\Delta^2}\right) - 2d\Delta\xi$

$E(\xi_0, \Delta_0)$ не дифференц., т.к. нет аналитич. решения $\xi_0(d^2)$. Только $\xi_0 \gg 1$ интеграл



E-DeBonte и E-DW численно одинаковы вид как $f(d/d_c)$, но



d_c (DeBonte) $= 2$, d_c (DW) $= 4/\pi$

$E(\xi_0) = 4 + \left[(1-1/\xi)^2 + \frac{d^2\xi^2}{\ln^2(1+e^{2\xi})}\right]\ln(1+e^{2\xi}) - 2d^2\frac{\xi^2}{\ln(1+e^{2\xi})}$. $E(d\to 0) = 4 \neq E_{BP}$.

T.e. $E(\xi_0\Delta_0) = 4\sqrt{1-d^2/d_c^2}$ хорошо $\forall d \le d_c$ и абс. точно при $d \to d_c - 0$. хотя $K \neq 0$(?)

Escaneado con CamScanner

Когда d_c (бинодаль) $= 2 \to$ тем d_c (кривая $\frac{\partial^2 E}{\partial r_s^2}=0$) $= \frac{1}{\pi} \to d_c = \frac{4}{\pi}$ (Богданович Ед. 93, Бульба), но Sk-фаза неизвестна даже при $d=0$, Кет domain как у Bernard-Mantel'11 где $d<$ domain Sk-кристалл

Linear model $\vartheta(s) = \pi \frac{s}{R_s}$, при $s < 2R_s$, $\vartheta(s) = \pi$, $s > 2R_s$ – см. Gas-Aranyos Jmmm subm

$\hookrightarrow$ $E(c) = \frac{1}{\pi M_s^2 V} E = \frac{\lambda}{\pi} c^2 + (Q-1)c^2 + \pi \frac{d}{\pi} c + \frac{1}{2}$, $c = R_s/R$, $z = l/l_{ex}$, $d = \frac{Dl_{ex}}{A}$, $l_{ex}^2 = \frac{A}{2\pi M_s^2}$, $2R_s < R$

$\pi M_s^2 V = \pi M_s^2 \pi R^2 L = \frac{2\pi M_s^2}{A} 2A \cdot R^2 L \pi = \frac{R^2}{l_{ex}^2} 2AL\pi$, $\frac{1}{l_c^2} = \frac{2\pi M_s^2}{A} = \frac{2\pi M_s^2}{K} \frac{K}{A} = \frac{1}{(Q-1)} \frac{1}{l^2}$

$c^2 = A/K$, $K = K_0 - 2\pi M_s^2$, $Q = K_0/2\pi M_s^2$

$\frac{l_{ex}^2}{R^2} \frac{1}{2AL\pi} E = \frac{1}{2} \frac{R_s^2}{R^2} + (Q-1)\frac{R_s^2}{R^2} + \pi \frac{Dl_{ex}}{A} \frac{l_{ex}}{R} \frac{R_s}{R} + \varepsilon_{SD}$, $E_{SD} = 2\pi M_s^2 V$ – 1 SD volume.

$\varepsilon = \frac{1}{2\pi AL} E = \frac{\lambda}{\pi} + (Q-1)\frac{R_s^2}{\pi l_{ex}^2} + \pi \frac{D}{A} R_s + \varepsilon_{SD} = \frac{\lambda}{\pi} + \frac{(Q-1)}{\pi} R_s^2 \frac{1}{(Q-1)l^2} + \frac{Dl}{A} \frac{R_s}{l} + \varepsilon_{SD}$, $D>0 \to -D>0$, $d = \frac{Dl}{A}$.

$\varepsilon_{lin}(R_s) = \frac{1}{2\pi AL} E_{lin} = \left[\frac{\lambda}{\pi} + \frac{1}{\pi} r_s^2 - d r_s\right] + \varepsilon_{SD}$, $r_s = R_s/l$

$\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial r_s} = \frac{2}{\pi} r_s - d = 0$, $r_s = \frac{\pi}{2} d$, $\frac{\partial^2 \varepsilon_l}{(\partial r_s)^2} = \frac{2}{\pi} > 0$, т.е. $r_s^0 = \frac{\pi}{2} d$ – stable/metastable at $\forall d$

$\varepsilon_l(r_s^0) = \frac{\lambda}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \frac{\pi^2}{4} d^2 - d \frac{\pi}{2} d + \varepsilon_{SD} = \varepsilon_{SD} + \frac{\lambda}{\pi} - \frac{\pi}{4} d^2 = \varepsilon_{SD} + \frac{\lambda}{\pi}\left[1 - \frac{\pi^2}{4\lambda} d^2\right]\pi$

и Defante $\varepsilon_s = \frac{1}{2\pi AL}(E_s - E_{LSD}) = \varepsilon(s, \Delta) + \varepsilon_z + \varepsilon_m$, $\varepsilon_z = 0$, $\vec{H} = 0$ и $\varepsilon_m = 0$, т.к. magneto-statics близ 0 K при $L \to 0$

Reduced energy no отношению к LSD: $\varepsilon_l(r_s^0) = \frac{\lambda}{\pi}\left(1 - d^2/d_c^2\right)$, $d_c(lin) = \sqrt{\frac{4}{\pi^2}\lambda} = \frac{2}{\pi}\sqrt{\lambda}$, $\lambda = 6.154$

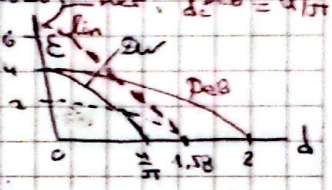
lin. state ($r_s^0 = \frac{\pi}{2} d$) metastable при $d < d_c(lin)$. При $d > d_c^l$, $\varepsilon_s < \varepsilon_{LSD} \to$ Sk-lattices

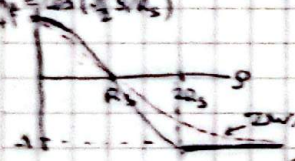
$\varepsilon_l(d) = \frac{\lambda}{\pi}\left[1 - \frac{d^2}{(d_c^l)^2}\right]\pi = \frac{\lambda}{\pi}\left[1 - \frac{\pi^2}{4\lambda} d^2\right]\pi$, $\varepsilon_l(d_0) = \frac{\lambda}{\pi}\pi = \frac{\pi}{\pi} 6.154 = 1.959 \approx \frac{\pi}{\text{наст}}$, Тоо

inverse rem $\varepsilon(DeB)$ и $\varepsilon(DW)$ – перегородки, но linear model дает ε ближе. Тем 2-parameter-models DW и De Bonte с r_s, Δ – variables. (с r_s – однозначно) нет, $d_c^{DeB} = 4/\pi$.

$\varepsilon_l\left(d_c^{DW} = \frac{4}{\pi}\right) = \frac{\lambda}{\pi}\left[1 - \frac{\pi^2}{4\lambda}\frac{16}{\pi^2}\right]\pi = \frac{\lambda}{\pi}\left(1 - \frac{4}{\lambda}\right)\pi = 0.686\pi > 0$

$\varepsilon_l\left(d_c^{DeB} = 2\right) = \frac{\lambda}{\pi}\left[1 - \frac{\pi^2}{4\lambda} 4\right] = \frac{\lambda}{\pi}\left(1 - \frac{\pi^2}{\lambda}\right)\pi < 0$, $d_c^l = 1.579$





$\Delta_l = \varkappa R_s$, $\varkappa = 1$, т.е. $\frac{R_s}{\Delta} = \frac{1}{\varkappa} = 1$ Const in lin. limits.

Может $\varepsilon(DW), \varepsilon(DeB) > \varepsilon_{lin}$ из-за $\int_{2R_s}^{\infty} ds(-) - DW/DeB - \int_{2R_s} ds(-) - lin$, т.е. $\int_{2R_s}^{\infty} ds(-)$ дает дополнительный вклад в $\varepsilon(DW)$, $\varepsilon(DeB)$?

Но в DW-model $\int_{R_s+\Delta}^{R_s+n\Delta} ds(-)$ также дает конечные пределы интегр., но $\varepsilon_{lin} < \varepsilon(DW)$ при любом d.

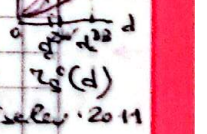
В ε_{lin} сначала $R_s \to \infty$ – прогрессия π в неправильной E.

Надо $\frac{\varepsilon_{lin}(r_s)}{2\pi AL} = \frac{1}{2\pi AL} E_{lin} = \lambda + r_s^2 - \pi d r_s$, $\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial r_s} = 2r_s - \pi d$, $r_s^0 = \frac{\pi}{2} d$, см. 6/I 18 г.

Equil. $\varepsilon_{lin}(d) = \lambda\left[1 - \frac{\pi^2}{4\lambda} d^2\right]$, $\varepsilon_l(0) = \lambda = 6.154$, $\varepsilon_l\left(\frac{4}{\pi}\right) = 0.686\pi = 2.155$

$\varepsilon_{lin}(d) > \varepsilon_{DW}(d)$, $\varepsilon_{lin}(d) > \varepsilon_{DeB}(d)$ при малых d. $\varepsilon_{DeB}(4/\pi) = 4\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2} = 3.025$

Sk-radius: DW $r_s = \frac{\pi}{4} d$ (при малых d), De Bonte $r_s = \frac{d}{\ln(1+e^2)} = 0.47 d$, linear m. $r_s = \frac{\pi}{2} d$, т.е. Defante сначала дает меньше r_s^0, а linear m. – max r_s^0 при малых d – $r_s(d)$ Defante и DW разрастается при $d \to d_c \to 0$, а $r_s^{lin}(d) = \frac{\pi}{2} d$ $\forall d < d_c$.



Вывод: linear model (one-parameter) дает самые Sk-$\varepsilon(d)$, и дает наверное $r_s^0(d)$ $d_c^{DW} = \frac{4}{\pi} < d_c^{lin} = 1.58 < d_c^{DeB} = 2$. Прим. linear model results in Kiselev 2011

→ Kiselev JPh D' 2011: $\vartheta = R_s/L \to \infty$ for ultrathin film. $G(\vartheta) = 2\int_0^1 d\tau \int_0^1 d\tau' \tau\tau' \cos(\vartheta\tau)\cos^2\left(\frac{\pi\tau}{2}\right) \Xi(\tau\tau', \frac{1}{\vartheta})$

$\Xi\left(\tau\tau', \frac{1}{\vartheta}\right) = \int_0^{\infty} d\xi\, J_0(\tau\xi) J_0(\tau'\xi)\left[1 - e^{-\beta\xi}\right]$, $\beta = \frac{1}{\vartheta} = \frac{L}{R} \to 0$

$\Xi(\tau\tau', \beta \to 0) = \int_0^{\infty} d\xi\, J_0(\tau\xi) J_0(\tau'\xi)\xi\beta = \beta \frac{1}{\tau}\delta(\tau - \tau')$, $G(\vartheta \gg 1) = 2\beta \int_0^1 d\tau\, \tau \cos(\pi\tau)\cos^2\left(\frac{\pi\tau}{2}\right) =$

$= \beta \int_0^1 d\tau\, \tau \cos(\pi\tau)\left(1 + \cos(\pi\tau)\right)$, $\int_0^1 d\tau\, \tau \cos(\pi\tau) = |\pi\tau = x| = \frac{1}{\pi^2}\int_0^{\pi} dx\, x \cos x = \frac{1}{\pi^2}\left[\cos x + x \sin x\right]_0^{\pi} = -\frac{2}{\pi^2}$

$\int_0^1 d\tau\, \tau \cos^2(\pi\tau) = \frac{1}{\pi^2}\int_0^{\pi} dx\, x \cos^2 x = \frac{1}{\pi^2}\left[\frac{x^2}{4} + \frac{1}{4} x \sin 2x + \frac{1}{8}\cos 2x\right]_0^{\pi} = \frac{1}{4\pi^2}\pi^2 = \frac{1}{4}$

$G(\vartheta \gg 1) = \frac{1}{\vartheta}\left[-\frac{2}{\pi^2} + \frac{1}{4}\right] = \frac{1}{4}\frac{1}{\vartheta}\left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right)$, $\Phi(\vartheta) = \vec{A}\vartheta^2 - 2\frac{x}{c}\vartheta + \frac{\vartheta^3}{Q} \frac{1}{4}\frac{1}{\vartheta}\left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right)$

Escaneado con CamScanner

$\tilde{A} = \tilde{A} + \frac{1}{4Q}\left(1-\frac{8}{\pi^2}\right) = \frac{1}{4}\left[1-\frac{2}{Q}\left(1-\frac{2}{\pi^2}\right)\right] + \frac{1}{4Q}\left(1-\frac{8}{\pi^2}\right) = \frac{1}{4}\left[1-\frac{1}{Q}-\frac{4}{\pi^2}\frac{1}{Q}\right] = A'$

$\Phi = A'v^2 - \frac{2\pi v}{\ell}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial v} = 2A'v - \frac{2\pi}{\ell} = 0$, $v_0 = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{\ell}$, $\frac{R_s}{L} = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{L}x_0$, $x_0 = \sqrt{A/K}$

$\frac{R_s}{x_0} = r_0 = \frac{1}{A'}\pi = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{4}\frac{D}{\sqrt{AK}} = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{4}\frac{D}{A}x_0$, $d = \frac{D\ell}{A} = \frac{Dx_0}{A}$, $r_0 = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{4}d$

Но при $L\to 0$ linear ansatz даёт $r_0^{\ell} = \frac{\pi}{4}d$, т.е. $\frac{\pi}{2} = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{4}$, $A' = \frac{1}{2}$, это в кнделе и $A' = \frac{1}{4}\left[1-\frac{1}{Q}-\frac{4}{\pi^2}\frac{1}{Q}\right] \to 1/2$ — а кнделем ли оценка Q в A'? Надо ещё.

(1/XII) $\alpha = \frac{\pi}{4}\left(\frac{Dx_0}{A}\right) = \frac{\pi}{4}d$, $d = \frac{\alpha x_0}{A}$ — наг.

Со. проверку W_m - Kiselev 11 4/III 2014 г. Sk - dynamics review 7/XI 2012.
Проверка Kiselev 11 - 11/III 2015 г. - 14/II 2015 г. // Cm. 6/5182.

Сомнение 13/II 15 г. надо $\tilde{A} = \frac{1}{4}\left[1+2\left(\frac{4}{\pi^2}-\frac{1}{Q}\right)\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right] = \frac{1}{4}\left[1-\frac{2}{Q}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]$

$A' = \tilde{A} + \frac{1}{4Q}\left(1-\frac{8}{\pi^2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2Q}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) + \frac{1}{4Q}\left(1-\frac{8}{\pi^2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}Q^{-1} + \frac{1}{4}\frac{(Q-1)}{Q}$

Все равно не выглядит $A'(\text{lin}) = 1/2$ при $R_s/L \to \infty$. Проверить lin. ansatz $\Theta(y)$ - 27/II 16 г.

Надо что-то с/проверить DMI - De Bonte ansatz 10/XII $\frac{1}{2\pi AL}W_D = -2dr_0$, это получено при $r_0/\delta \gg 1$ (подгонка где $d \propto d_c$ и $\sim d_c$)

De Bonte ansatz: $\text{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-f}$, $m_z = \cos\theta = \text{th}f$, $\sin\theta = \frac{1}{\text{ch}f}$, $f(r,r_0) = \ln\frac{r}{r_0} + \frac{(r-r_0)}{\delta}$

$m_z(0) = \text{th}(-\infty) = -1$, $\theta(0) = \pi$, $\theta(\infty) = 0$, $p = -1$. $\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{\delta}$

Для $p = +1$, $\frac{\theta(0) = 0}{\theta(\infty) = \pi}$ надо $\text{tg}\frac{\theta}{2} = e^{+f(r)} = \frac{r}{r_0}e^{\left(\frac{r-r_0}{\delta}\right)}$, $m_z = -\text{th}\left(\frac{f}{2}\right)$.

9/XII $\frac{W_D}{2\pi LD} = \int_0^\infty dr\, r\left[\frac{1}{r}\frac{\text{sh}f}{\text{ch}^2 f} - \left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\delta}\right)\sin\theta\right]$, $\text{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-f}$, $\sin\theta = \frac{1}{\text{ch}f}$

$u = \text{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-f(r)}$ Eq. для $f(r)$ 14/IX 16 г. $\boxed{f'' - \text{th}f\,(f')^2 + \frac{1}{r}f' + \frac{1}{2}\frac{1}{\text{ch}f} + \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\text{th}f = 0}$

При $r\to 0$ имеет реш. BP $f(r) = \ln\frac{r}{r_0}$, $f' = \frac{1}{r}$, $f'' = -\frac{1}{r^2}$ если $\delta = 0$ ($\delta = 0$ на отрез.)

При $r \gg 1$ имеет реш. DW $f(r) = r - r_0$, $f' = 1$, $f'' = 0$ если $\delta = 0$

$f(r) = \ln\frac{r}{r_0} + (r-r_0)$ - эффективная, trial function. Все это при $r_0 = R_s/\delta$ и $\delta = \text{const}$, т.е. one-parameter ansatz $\Theta(r, r_0)$. // Для $\text{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{r_c}{r}e^{-\zeta(r-r_c)}$, $\zeta^2 = Q-1$, $r = \frac{\rho}{l_{ex}}$, $r_c = \frac{R_c}{l_{ex}}$

$l_{ex}^2 = A/(2\pi M_s^2)$ и справа MPD, вернуться r_c.

Δ (или δ) - DW width (ширина неоднородности), $\Delta^2 = (A/K_{eff})$, $K_{eff} = K_u - 2\pi M_s^2 = 2\pi M_s^2(Q-1)$, но расчет делал для dot with finite R.

DMI $2\pi LD = 2\pi L\frac{D\ell}{A}\frac{A}{\ell} = 2\pi LA\frac{d}{\ell}$, $r \to r/\ell$, $\delta \to \delta/\ell$, где $\ell^2 = A/K$, $K = K_{eff} = K_u - 2\pi M_s^2$

$\varepsilon_D = \frac{1}{2\pi LA}W_D = d\int_0^\infty dr\left[\frac{2\text{sh}f}{\text{ch}^2 f} - \left(1+\frac{r}{\delta}\right)\frac{1}{\text{ch}f}\right]$ возможно только точку r_0 и Δ (или δ) для DeBonte ansatz.

$f'_r = \frac{d}{dr}\left[\ln\frac{r}{r_0} + \frac{1}{\delta}(r-r_0)\right] = \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}$, $\left(1+\frac{r}{\delta}\right) = r f'_r$, см. 9/XII.

$J_1(r_0) = \int_0^\infty dr\frac{\text{sh}f}{\text{ch}^2 f} = \int_0^\infty \frac{dr}{\left(1+\frac{r}{\delta}\right)^2}\frac{1}{\text{ch}f}$, $J(r_0) = \int\left(1+\frac{r}{\delta}\right)\frac{dr}{\text{ch}f}$, $r/\delta = x$, $r_0/\delta = x_0$, $f = \ln\frac{x}{x_0} + x - x_0$

$J_1(x_0) = \delta\int_0^\infty dx\frac{1}{(1+x)^2}\frac{1}{\text{ch}f} - \delta\int dx\,(1+x)\frac{1}{\text{ch}f} = \delta\int_0^\infty \frac{dx}{\text{ch}f}\left[\frac{1}{(1+x)^2} - (1+x)\right]$

$-J(x_0)$

$J_1 = \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2}\frac{1}{\text{ch}\left(\ln\frac{x}{x_0}+x-x_0\right)}$, $J = \int_0^\infty dx\,(1+x)\frac{1}{\text{ch}\left(\ln\frac{x}{x_0}+x-x_0\right)}$, $\varepsilon_D = d\delta\left[J_1(x_0) - J(x_0)\right]$

$2\text{ch}f = e^f + e^{-f} = \exp\left(\ln\frac{x}{x_0}+x-x_0\right) + \exp\left(-\ln\frac{x}{x_0}-x+x_0\right) = \frac{x}{x_0}e^{x-x_0} + e^{-x+x_0}\frac{x_0}{x}$

$J_1 = \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2}\frac{x x_0}{x^2 e^{x-x_0} + x_0^2 e^{-x+x_0}} = \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2}\cdot\frac{x x_0 e^{-x+x_0}}{x^2 + x_0^2 e^{-2(x-x_0)}} = \xi\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2}\frac{x e^{-x}}{x^2 + \xi^2 e^{-2x}}$

$\frac{\partial J_1}{\partial x_0} = \int\frac{dx}{(1+x)^2}\frac{\partial}{\partial x_0}\frac{1}{\text{ch}f} = \int\frac{dx}{(1+x)^2}(-1)\frac{\text{sh}f}{\text{ch}^2 f}\left(-\frac{1}{x_0}-1\right) = \left(\frac{1}{x_0}+1\right)\int\frac{dx}{(1+x)^2}\frac{\text{sh}f}{\text{ch}^2 f}$, $\xi = x_0 e^{x_0}$, $x_0 = r_0/\delta$

$J_1(\xi) = \xi\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2}\frac{x e^{-x}}{x^2 + \xi^2 e^{-2x}}$, $J(\xi) = \xi\int_0^\infty dx\,(1+x)\cdot\frac{x e^{-x}}{x^2 + \xi^2 e^{-2x}}$, $\xi \gg 1$ примерно

$\frac{r_0}{\Delta} = 1 + \frac{r_0}{\delta}$, известно $(r_0/\Delta)_{min} = 1$ и нулевой расход, $\to\infty$ при $d \to d_c \to 0$, $x_0 = \frac{r_0}{\delta} = \left(\frac{r_0}{\Delta} - 1\right)$ нагляд. с "b"

Разложение в ряд по ξ^2. $\xi_{min} = (x_0 e^{x_0})_{min} = 0$, $\xi(d)$ обратно растет с $d\uparrow$.

Но $J_1(\xi)/\xi$, $J(\xi)/\xi$ расходятся при $\xi = 0$ как $\ln x|_{x\to 0}$. В ряд по $y = 1/\xi$?

$J_1(\xi) = \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2} \frac{xe^x}{\left(\frac{x^2e^{2x}}{\xi^2}+1\right)} \frac{1}{\xi^2} = \frac{1}{\xi^3}\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2} xe^x\left(1 - x^2e^{2x}\frac{1}{\xi^2} + \dots\right)$ – расходится даже при $\frac{1}{\xi^3}=0$.

Т.е., взяв $\xi = x_0e^{x_0}$ и $J_1(\xi)$, $J(\xi)$ разложив в ряд по ξ при $\frac{1}{\xi^3}=0$ – тоже расходятся.

$J_1(\xi)$, $J(\xi)$ – неаналитические функции от ξ.

$I_1(\xi) = J_1(\xi)/\xi = \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2}\frac{xe^x}{x^2e^{2x}+\xi^2}$, $\int_0^\xi d\xi\, I_1(\xi) = \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2} xe^x \int_0^\xi \frac{d\xi}{x^2e^{2x}+\xi^2} = \int_0^\infty \frac{dx\, xe^x}{(1+x)^2}\frac{e^{-2x}}{x^2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\xi}{x^2e^{2x}}\right)\Big|_0^\xi$ расходится $x\to 0$

Пусть DMI в обычном виде $\varepsilon(\xi,\Delta) = \varepsilon_{DB}(\xi,\Delta) - d\,\tilde{\varepsilon}_D(\xi\Delta)$, $\tilde{\varepsilon}_D(\xi\gg 1,\Delta) = 2\Delta\xi - 1\,\vartheta/\pi$

$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\Delta} = \frac{\partial\varepsilon_{DB}}{\partial\Delta} - d\frac{\partial\tilde{\varepsilon}_D}{\partial\Delta} = 0$, $2\Delta\ln(1+e^{2\xi}) = d\frac{\partial\tilde{\varepsilon}_D}{\partial\Delta}$ при $d=0$ не имеет корней,

→ возможно корни не включаются при (d_{min}) ($d_{min}=0$ или $d_{min}>0$ – не ясно), тогда d_{min} (ξ₀Δ₀) – MPD – finite.

$\frac{1}{(1+x)^2} - (1+x) = \frac{1-(1+x)^3}{(1+x)^2} = \frac{1}{(1+x)^2}\left[(1-(1+x))\left\{1+(x+1)+(x+1)^2\right\}\right] = -x\frac{3+3x+x^2}{(1+x)^2} =$

$= -x\left[\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+x)} + 1\right] \sim x$, что позволяет устранить расходимость $\ln x$ при $\xi^3 2 < 1$ разложение.

$\frac{1}{\xi^3}\left[J_1(\xi) - J(\xi)\right] = \int_0^\infty dx \frac{xe^{-x}}{x^2+\xi^3 2e^{-2x}}\left[\frac{1}{(1+x)^2} - (1+x)\right] = \int_0^\infty \frac{dx}{x^2}\frac{xe^{-x}}{1+\xi^3\frac{e^{-2x}}{x^2}}(-1)x\left[\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{1}{(1+x)}+1\right] =$

$= -\int_0^\infty dx \frac{e^{-x}}{1+\xi^3\frac{e^{-2x}}{x^2}}[\dots] = (\dots)\xi^0 + (\text{singular})\cdot\xi^2 + \dots = -\int_0^\infty dx\, e^{-x}\left[\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{1}{(1+x)}+1\right] + (\text{sing.})\xi^2 + \dots$

$\lim_{\xi\to 0}\frac{1}{\xi^3}\left[J_1(\xi) - J(\xi)\right] = -\int_0^\infty dx\frac{e^{-x}}{(1+x)^2} - \int_0^\infty dx\frac{e^{-x}}{1+x} + \int_0^\infty dx\, e^{-x} = -\left[eE_i(-1)+1\right] - \left[-eE_i(-1)\right] -$

$-(-e^{-x})\Big|_0^\infty = -1 + \left[e^{-\infty} - e^0\right] = -1 - 1 = -2 \Rightarrow \varepsilon_D = \frac{1}{2\pi LA}F_D = d\delta(-2)\xi = -2d\delta\xi$

$\varepsilon_D = -2d\delta x_0e^{x_0}$ при $\xi = x_0e^{x_0}\to 0$ или $x_0 = W\left(\frac{r_0}{e}\right)\to 0$, $\frac{r_0}{\delta} = \frac{r_0}{\Delta} - 1$ может $\to 0$ при $d\to 0$

$\varepsilon_D \simeq -2d r_0\left[1 + \frac{r_0}{\delta}\right] \approx -2dr_0$ (!), также как и для $\frac{r_0}{\Delta}\gg 1$, $d\to$ любого ненулевого.

При $\varepsilon_D \approx -2dr_0\cdot\frac{r_0}{\Delta} = -2d\,\xi^2\Delta$, $\xi = r_0/\Delta$, что обр. превращается только, т.к. $\frac{r_0}{\Delta}\simeq 1$, $d\to 0$.

23/XII) посчитаем $\varepsilon_D(\xi,\Delta)$ DeBoute ansatz численно. Проверить dmin-finite и d_c.

DMI DeBoute ansatz

8 Oct 2016 посчитано folk-MPD на основе DeBoute ansatz $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = \frac{r_c}{r}\exp\left[y(r_c - r)\right]$

$y^2 = Q-1$, ξ, R_0 в ед. $\Delta = \sqrt{A/K}$, $K = 2\pi M_s^2(Q-1)$, $r_c = R_c/\Delta$, отсюда только r_c-variable, $\Delta = \text{const}$,

т.е. $\varepsilon_\xi(r_c)$ и даже finite cyl. dot of radius R.

Плоск ∞-film. DeBoute $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{-f(r)}$, $f(r) = \ln\frac{r}{r_0} + \frac{1}{\delta}(r-r_0)$, $\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{\delta}$

DMI $\varepsilon_D(\xi,\Delta) = \frac{1}{2\pi LA}W_D(\text{DeBoute}) = d\int_0^\infty dr\left[\frac{\operatorname{sh} f(r)}{\operatorname{ch}^2 f(r)} - \left(1+\frac{r}{\delta}\right)\frac{1}{\operatorname{ch} f(r)}\right] = \varepsilon_D(r_0,\delta)$

$l^2 = A/K$, $K = K_a - 2\pi M_s^2$. r_0, δ в ед. l

$\varepsilon_{ex} = \varepsilon_{ex}(\xi)$, $\varepsilon_{an} = \varepsilon_{an}(\xi,\Delta)$ в DeBoute ansatz, $\xi = r_0/\Delta$, см. 19/XII с $r_0(d)$, $\Delta(d)$ equil.

$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{r_0} = \frac{1}{r_0}\left(\frac{r_0}{\Delta} - 1\right) = \frac{1}{r_0}(\xi - 1)$, $f(r) = \ln\left(\frac{r}{\Delta\xi}\right) + \frac{1}{\Delta\xi}(\xi-1)(r - \Delta\xi) = \ln\left(\frac{r}{\Delta\xi}\right) + (\xi-1)\left[\frac{r}{\Delta\xi} - 1\right]$

$\frac{r}{\delta} = \frac{1}{\Delta\xi}(\xi-1)r = (\xi-1)\frac{r}{\Delta\xi}$. Введем $g = r/\Delta\xi$, $g = r/r_0$, $f(g) = \ln g + (\xi-1)(g-1)$

$\varepsilon_D(\xi,\Delta) = dr_0\int_0^\infty dg\left[\frac{\operatorname{sh} f(g)}{\operatorname{ch}^2 f} - \left\{1+(\xi-1)g\right\}\frac{1}{\operatorname{ch} f}\right]$, $f(g,\xi) = \ln g + (\xi-1)(g-1)$

Из анализа 19/XII известно equil. $\xi_0(d\to 0) = 1 + \lambda d^2 \simeq 1 + O(d^2)$. $\xi - 1 = \frac{r_0}{\delta}$ может $\to 0$ при $d\to 0$

$\varepsilon_D(\xi=1) = dr_0\int_0^\infty dg\left[\frac{\operatorname{sh} f}{\operatorname{ch}^2 f} - \frac{1}{\operatorname{ch} f}\right] = dr_0\int_0^\infty dg\frac{e^{-f}}{\operatorname{ch}^2 f}(-1)$, $\operatorname{ch} f(\xi=1) = \operatorname{ch}\ln g = \frac{1}{2}\left(g + \frac{1}{g}\right)$

$\varepsilon_D(\xi=1) = dr_0(-1)\int_0^\infty \frac{dg}{g}\frac{1}{\frac{1}{4}\left(g+\frac{1}{g}\right)^2} = -4dr_0\int_0^\infty dg\frac{g}{(1+g^2)^2} = -2dr_0\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)^2} = -2dr_0$ (!) $e^{-f} = e^{-\ln g} = \frac{1}{g}$

DMI

$\varepsilon_D(\xi,\Delta) = -dr_0F(x)$, $F(x) = -\int_0^\infty dg\left[\frac{\operatorname{sh} f}{\operatorname{ch}^2 f} - (1+xg)\frac{1}{\operatorname{ch} f}\right]$, $f(g,x) = \ln g + x(g-1)$, $x = \xi - 1$

$\varepsilon_D(\xi,\Delta) = d\Delta\xi F(x)$ $\varepsilon(\xi,\Delta) = 4 + \left[(1-\gamma_\xi)^2 + \Delta^2\right]\ln(1+e^{2\xi}) + d\Delta\xi F(\xi-1)$.

$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\Delta} = 2\Delta\ln(1+e^{2\xi}) - d\xi F(\xi-1) = 0$, $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\xi} = 2\left(1-\frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\ln(1+e^{2\xi}) + \left[(1-\frac{1}{\xi})^2 + \Delta^2\right]\frac{2}{e^{-2\xi}+1} - d\Delta\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) = 0$

$\Delta = \frac{d\xi F(\xi-1)}{2\ln(1+e^{2\xi})}$, $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\xi} = 0 \to 2\left(1-\frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\ln 2 + \left[(1-\frac{1}{\xi})^2 + \frac{d^2\xi^2F^2}{4\ln^2 2}\right]\frac{2}{1+e^{2\xi}} - d^2\frac{\xi F}{2\ln 2}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) = 0 \to \xi_0(d)$

$\left(1-\frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\ln 2 + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2\frac{1}{1+e^{-2\xi}} + \frac{d^2\xi^2F}{4\ln 2}\left[\frac{\xi F}{\ln 2}\frac{1}{1+e^{-2\xi}} - \frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F)\right] = 0$ дает $d^2(\xi)$, см. 19/XII

Escaneado con CamScanner

$d^2(\xi) = \dfrac{\left(1-\frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\ln z + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2 \frac{1}{1+e^{-2\xi}}}{\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) - \frac{\xi F}{\ln z}\frac{1}{1+e^{-2\xi}}\right]} \cdot \frac{4\ln z}{\xi F}$, $z = 1+e^{2\xi}$, $F = F(\xi-1)$, $d^2(\xi)$ - функция определена к $\xi_0(d)$.

$d^2(\xi\to\infty) = \dfrac{\frac{1}{\xi^2}+2\frac{1}{\xi}+1}{\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) - \frac{1}{2}F\right]_{\xi\to\infty}} \cdot \dfrac{4\cdot 2\xi}{\xi F} = \dfrac{8}{F}\dfrac{1}{\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) - \frac{1}{2}F\right]_{\xi\to\infty}} = d_c^2$.

$\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) - \frac{1}{2}F = F + \xi\frac{\partial F}{\partial\xi} - \frac{1}{2}F = \frac{1}{2}F + \xi\frac{\partial F}{\partial\xi}$, $F(x) = \int_0^\infty d\xi\left[\frac{(1+x\xi)}{ch f} - \frac{sh f}{ch^2 f}\right]$

$f = f(x,\xi) = \ln\xi + x(\xi-1)$, $ch f = \frac{1}{2}(e^f + e^{-f}) = \frac{1}{2}\left\{\xi e^{x(\xi-1)} + \frac{1}{\xi}e^{-x(\xi-1)}\right\}$, $x = \xi - 1 \to \infty$

$ch f = \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{1}{\xi}e^{x(1-\xi)}, & \xi<1 \\ \frac{1}{2}\xi e^{x(\xi-1)}, & \xi>1 \end{cases}$, $sh f = \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{(-1)}{\xi}e^{x(1-\xi)}, & \xi<1 \\ \frac{1}{2}\xi e^{x(\xi-1)}, & \xi>1 \end{cases}$

$F(x\gg1) = \int_0^\infty d\xi[\dots] = \int_0^1 d\xi\left[\dfrac{(1+x\xi)}{\frac{1}{2}\frac{1}{\xi}e^{x(1-\xi)}} - \dfrac{\frac{(-1)}{2\xi}e^{x(1-\xi)}}{\frac{1}{4\xi^2}e^{2x(\xi-1)}}\right] + \int_1^\infty d\xi\left[\dfrac{(1+x\xi)}{\frac{1}{2}\xi e^{x(\xi-1)}} - \dfrac{\frac{1}{2}\xi e^{x(\xi-1)}}{\frac{1}{4}\xi^2 e^{2x(\xi-1)}}\right] =$

$= 2\int_0^1 d\xi\xi\left[(1+x\xi)e^{x(\xi-1)} + e^{x(\xi-1)}\right] + 2\int_1^\infty \frac{d\xi}{\xi}\left[(1+x\xi)e^{-x(\xi-1)} - e^{-x(\xi-1)}\right] =$

$= 2\int_0^1 d\xi\xi\,(2+\xi x)e^{x\xi}e^{-x} + 2x\int_1^\infty d\xi e^{-x\xi}e^{x} = 2e^{-x}\int_0^1 d\xi\left[2\xi + x\xi^2\right]e^{x\xi} + 2xe^{x}\int_1^\infty d\xi e^{-x\xi} =$

$= 2e^{-x}\left[2e^{x\xi}\left(\frac{\xi}{x} - \frac{1}{x^2}\right)\right]_0^1 + 2xe^{x}\left(-\frac{1}{x}\right)e^{-x\xi}\Big|_1^\infty = 2\cdot 2e^{-x}\left[e^{x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{x^2}\right] - 2e^{x}\left[0 - e^{-x}\right] =$

$= 4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{e^{-x}}{x^2}\right) + 2 \simeq |x\gg1| = 2 + \frac{4}{x}$, $\frac{\partial F}{\partial\xi} = \frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{4}{x^2}$ at $x\gg1$, $F(x\gg1)\approx 2$

$d^2(\xi\to\infty) = \dfrac{8}{F}\dfrac{1}{\left[\frac{1}{2}F + \xi\frac{\partial F}{\partial\xi}\right]_{\xi\to\infty}} = \dfrac{8}{2}\dfrac{1}{\left[\frac{1}{2}\cdot 2 + (x+1)\frac{(-4)}{x^2}\right]_{x\to\infty}} = 4 = d_c^2$, $d_c = 2$ (!).

$F(x) \simeq 2 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}(e^{-x}-1)$ at $x\gg1$, $x = \xi - 1$, $\xi = \tau_0/\Delta$.

MathCad не считает $\int_0^{\xi_m} d\xi(\dots)$ при $\xi_m\to\infty$ и $x\gg1$. При $x\to 0$ $F(x\to 0)\simeq 2$.

// Что даёт ξ_m, и что MathCad считает $F(x\gg1)\simeq\pi$, что даёт $d_c^2 = \frac{8}{F\left[\frac{F}{2}+\xi F'_\xi\right]_{\xi\to\infty}} = \frac{16}{\pi^2+1}$, $d_c = \frac{4}{\sqrt{\pi^2+1}}$

$$\begin{cases} F(x) = \int_0^\infty d\xi\left[\dfrac{(1+x\xi)}{ch f} - \dfrac{sh f}{ch^2 f}\right], & f = f(\xi,x) = \ln\xi + x(\xi-1). \\ F(x) = \int_0^\infty d\xi\left[(1+x\xi) - \dfrac{1}{(1+x\xi)^2}\right]\dfrac{1}{ch f(\xi,x)} \end{cases}$$ — да сработает, проверим $F(x\gg1)$. $F(x=0)=2$.

— посчитано см. 31.I 18г.

$E(\theta) = 2\pi AL\int d\xi\,\xi\left[\left(\theta'_\xi\right)^2 + \frac{1}{\xi^2}\sin^2\theta + \frac{K}{A}\sin^2\theta + \frac{D}{A}\left(\theta'_\xi + \frac{1}{\xi}\sin\theta\cos\theta\right)\right]$, $tg\frac{\theta}{2} = \frac{R_3}{\xi}e^{-\frac{(\xi-R_3)}{\delta}}$

$tg\frac{\theta}{2} = e^{-f}$, $f = \ln\frac{\xi}{R_3} + \frac{1}{\delta}(\xi - R_3)$, $\theta = 2\,arctg\,e^{-f}$, $\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = 2\frac{1}{1+e^{-2f}}e^{-f}(-1)\frac{\partial f}{\partial\xi} = -\left(\frac{1}{\xi}+\frac{1}{\delta}\right)\sin\theta$

$\sin\theta = 1/ch f$, $\cos\theta = th f$. $z = \xi/l$, $l = \sqrt{A/K}$. $f = \ln\frac{z}{z_0} + \frac{1}{\delta}(z - z_0)$, $z_0 = R_3/l$, $\delta\to\delta/l$.

$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi AL}E = \int_0^\infty dz\,z\left[\left(\theta'_z\right)^2 + \frac{1}{z^2}\sin^2\theta + \sin^2\theta + d\left(\theta'_z + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right)\right]$, $d = 2l/\Delta$.

$\mathcal{E}(\text{DeBonte}) = \frac{1}{2\pi AL}E(z_0,\Delta) = \underbrace{4 + \left(1-\frac{\Delta}{2z_0}\right)^2\ln\left(1+e^{2z_0/\Delta}\right)}_{\text{exch}} + \underbrace{\Delta^2\ln\left(1+e^{2z_0/\Delta}\right)}_{\text{coul.}} + \epsilon_D\,\Delta\ln\xi$, $\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{2z_0} + \frac{1}{\delta}$

$\mathcal{E}_{ex} = \int_0^\infty dz\,z\left[\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{\delta}\right)^2\frac{1}{ch^2 f} + \frac{1}{z^2}\frac{1}{ch^2 f}\right]$ равна ли $\mathcal{E}_{ex}(\text{DeBonte}) = 4 + \left(1-\frac{\Delta}{2z_0}\right)^2\ln\left(1+e^{2z_0/\Delta}\right)$?

$\mathcal{E}_{am} = \int_0^\infty dz\,z\sin^2\theta = \int_0^\infty \frac{dz\,z}{ch^2 f}$ равна ли $\mathcal{E}_{am}(\text{DeBonte}) = \Delta^2\ln\left(1+e^{2z_0/\Delta}\right)$?

$\mathcal{E}_{ex} = \int_0^\infty d\xi\,\xi\left[\left(\frac{1}{\xi}+x\right)^2 + \frac{1}{\xi^2}\right]\frac{1}{ch^2 f}$, $\mathcal{E}_{am} = z_0^2\int_0^\infty d\xi\,\xi\frac{1}{ch^2 f}$, $x = \xi - 1$, $f(\xi,x) = \ln\xi + x(\xi-1)$, $z = z_0/\Delta$

$\mathcal{E}_{ex} = \mathcal{E}_{ex}(x)$ или $\mathcal{E}_{ex}(\xi)$ можно. $\mathcal{E}_{am} = \Delta^2 z_3^2\int_0^\infty \frac{d\xi\,\xi}{ch^2 f} = \Delta^2 z_3^2 F_a(x)$, $F_a(x) = \int_0^\infty \frac{d\xi\,\xi}{ch^2 f(\xi,x)}$, $x = z_3 - 1$

Должно $z_3^2 F_a(x) = \ln\left(1+e^{2z_3}\right)$, $F_a(z_3-1) = \frac{1}{z_3^2}\ln\left(1+e^{2z_3}\right)$, это нужно проверить при $x\gg1$, $z_3 > 2$.

$1 - \frac{\Delta}{2z_0} = 1 - \frac{1}{z_3} = \frac{1}{z_3}(z_3 - 1) = \frac{x}{1+x}$, $\mathcal{E}_{ex}(\text{DeBonte}) = 4 + \frac{1}{z_3^2}(z_3-1)^2\ln\left(1+e^{2z_3}\right)$.

А как $\mathcal{E}_{ex}(z_3)$ DeBonte аппроксимировать формулой $\forall z_3$ разумной. $\mathcal{E}_{am}(z_3)$ DeBonte аппроксимируется $x\gg1$, но очень плохо при $x>1$ (при не очень малых d). То при $d\to 0$, $\Delta^2 = d^2\to 0$ и $\mathcal{E}_{am}(z_3,\Delta)$ аппроксимируется

$F(x) = \int_0^\infty d\xi\frac{e^{-f}}{ch^2 f} + x\int_0^\infty \frac{d\xi\,\xi}{ch f}$, $f(\xi,x) = \ln\xi + x(\xi-1)$, $ch f(\xi,x=0) = \frac{1}{2}\left(\xi + \frac{1}{\xi}\right)$, $F(0) = 2$

$\int_0^\infty d\xi\frac{e^{-f}}{ch^2 f} = 4\int_0^\infty d\xi\frac{e^{-f}}{\left[e^f + e^{-f} + 2\right]} \xrightarrow[x\to 1]{} 0$, $\int_0^\infty \frac{d\xi\,\xi}{ch f} = 2\int_0^\infty \frac{d\xi\,\xi}{\left(e^f + e^{-f}\right)} = 2\int_0^\infty \frac{d\xi\,\xi}{\xi e^{x(\xi-1)}\frac{1}{\xi}e^{x(\xi-1)}} = 2\int_0^1 d\xi\,\xi^2 e^{x(\xi-1)} + 2\int_1^\infty d\xi e^{-x(\xi-1)} =$

→ Производная чего в $F(x\gg1)$ была. $= 2e^{-x}e^{x}\left(\frac{\xi^2}{x} - \frac{2\xi}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)\Big|_0^1 + 2\frac{1}{x}e^{x(\xi-1)}\Big|_1^\infty = 2\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) + \frac{2}{x} = \frac{4}{x}$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Итого $F(x\gg1) = 2e^{-x}\int_0^1 dg\left[2g+xg^2\right]e^{xg} + 2 = 2e^{-x}\left[2e^{xg}\left(\frac{g}{x}-\frac{1}{x^2}\right)+xe^{gx}\left(\frac{g^2}{x}-\frac{2g}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)\right]_0^1 + 2 =$

$= 2e^{-x}\left[2e^{x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)+\frac{2}{x^2}+xe^{x}\left(\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)-x\frac{2}{x^3}\right]+2 = 4\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)+4e^{-x}\frac{1}{x^2}+$

$+2x\left(\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)-\frac{4}{x^2}e^{-x}+2 = 4 \quad (!?) \Rightarrow d_c^2 = 8\,\frac{1}{F\left[\frac{1}{2}F+\beta\frac{\partial F}{\partial\beta}\right]}_{\beta\to\infty} = \frac{16}{F^2} = \frac{4^2}{4^2} = 1,\ d_c=1$

$\frac{1}{2}F(x\gg1) = \int_0^\infty dg\left[(1+xg)-\frac{1}{(1+xg)^2}\right]^2\frac{1}{3e^{x(g-1)}+\frac{1}{3}e^{3x(g-1)}} = \int_0^1 dg\,[\dots]\,\frac{3}{4}e^{x(g-1)} + \int_1^\infty dg\,[\dots]\,\frac{1}{3}e^{-x(g-1)} =$

$= e^{-x}\int_0^1 dg\,g\left[(1+xg)-\frac{1}{(1+gx)^2}\right]e^{xg} + e^{x}\int_1^\infty\frac{dg}{g}\left[(1+xg)-\frac{1}{(1+gx)^2}\right]e^{-xg} = e^{-x}\int_0^1 dg\,(g+g^2x)e^{xg} -$

$-e^{-x}\int_0^1 dg\,\frac{1}{(1+gx)^2}e^{xg} + e^{x}x\int_1^\infty dg\,e^{-xg} = e^{-x}\left[e^{gx}\left(\frac{g}{x}-\frac{1}{x^2}\right)+xe^{gx}\left(\frac{g^2}{x}-\frac{2g}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)\right]_0^1 -$

$-e^{-x}e^{gx}\frac{1}{x^2(1+gx)}\Big|_0^1 + e^{x}x\left(-\frac{1}{x}\right)e^{-xg}\Big|_1^\infty = e^{-x}\left[e^{x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)+\frac{1}{x^2}+xe^{x}\left(\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)-x\frac{2}{x^3}\right] -$

$-e^{-x}\left[e^{x}\frac{1}{x^2(1+x)}-\frac{1}{x^2}\right] - e^{x}\left(e^{-\infty}-e^{-x}\right) = \frac{1}{x}+1-\frac{2}{x}-\frac{2}{x}e^{-x}+1 = 2-\frac{1}{x},\ F(x\gg1)\approx 4-\frac{2}{x}$

$e^{x}\int_1^\infty\frac{dg}{g}e^{-xg} = -e^{x}\,Ei(-x) = -e^{x}\frac{e^{-x}}{(-x)}\left[1-\frac{1}{x}\right] \simeq \frac{1}{x}$ при $x\to\infty$

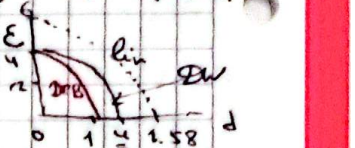
Аналит. $\varepsilon_{an}(x\to0) = \Delta^2(x+1)^2\int_0^\infty\frac{dgg}{ch^2f} = \Big|f(g,x\to0)\approx\ln g\Big| = \Delta^2\int_0^\infty\frac{dgg}{\frac{1}{4}(g+\frac{1}{g})^2} = 4\Delta^2\int_0^\infty\frac{dggg^2}{(g^2+1)^2} = \Big|g^2=t\Big| =$

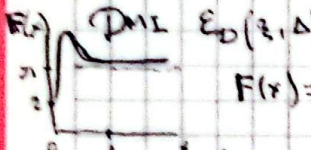
$= 2\Delta^2\int\frac{dtt}{(1+t)^2} = 2\Delta^2\int dt\left[\frac{1}{1+t}-\frac{1}{(1+t)^2}\right] = 2\Delta^2\ln(1+t)\Big|_0^\infty = 2\Delta^2\ln(\infty)$ - расходится при $g\to\infty$,

так можно сделать любой $\Delta(x)$ и $\Delta(x\to0)\to0$. $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\Delta} = 2\Delta(\dots) = 0$ дает $\Delta_0=0$ при $d=0$.

$d_c=1$ - даже точно, $E_{2xB}(d) < E_{DW}(d)$, $\Box$ $E_{2xB}(d) < E_{S-D}(d)$ $\forall d$

2xB-ansatz дает energy меньше DW-ansatz, т.е. он более точный.





Далее $E_D(\beta,\Delta) = -d\Delta^3F(x)$, $x=\beta-1$. MathCad дает $F(x\to1)=\pi$, $F(0)=2$, $\frac{\partial F}{\partial x}(x\gg1)=0$, т.е. $d_c=4/\pi$ как в DW-ansatz.

$F(x) = \int_0^\infty\frac{dg}{ch\,f(g,x)}\left[1+xg-th\,f(x,g)\right]$. $f_u(g,x) = [1+xg-thf]$ имеет решение

при $f(g,x) = \ln g + x(g-1) = 0$, т.е. при $g=1$. $f_2(g) = 1+xg-th\,f(g,x)$

решение ищем $g_0=1$. $thf = thf|_{g_0=1} + \frac{1}{ch^2f}(-sh\,f)\frac{\partial f}{\partial g}\Big|_{g_0}(g-1) = \left(\frac{1}{g}+x\right)\cdot(g-1) = (1+x)(g-1)$

$f_2(g) = 1+x+x(g-1)-(1+x)(g-1) = 1+x+xg-x-g-xg+1+x = 2+x-g$

$F(x) = \int_0^\infty dg\,\frac{(2+x-g)}{ch\,f(g,x)}$, $\frac{\partial f}{\partial g} = \frac{1}{g}+x = \frac{1}{g^2}(1+xg)$, $(1+xg) = g^2\frac{\partial f}{\partial g}$, $F_1(x) = \int dg\frac{(1+xg)}{ch\,f} =$

$= \int dg\,g^2\frac{\partial f}{\partial g}\frac{1}{ch\,f} = \int\frac{df}{ch\,f}g^2 = \arctg(sh\,f)\cdot g^2\Big|_0^\infty - \int\arctg(sh\,f)\cdot 2g\,dg = 2\arctg e^{\ln g+x(g-1)}\cdot g^2\Big|_0^\infty -$

$-2\int dg\,g\cdot 2\arctg e^{\ln g+x(g-1)} = 2g^2\arctg\left[\frac{1}{g}e^{x(g-1)}\right]_{g\to\infty} - (\dots)$ - расходится при $g\to\infty$.

Разберемся. Надо $g(f)$ в модуле. $\int dg\,(\dots)$ ищ $f = \ln g + x(g-1)$. $\frac{\partial f}{\partial g} = \frac{1}{g^2}(1+xg)$

$F(x) = \int_0^\infty dg\,\frac{(1+xg-thf)}{chf}$, $f = f(g,x) = \ln g + x(g-1)$, $x = \beta-1 = \tau_0/\delta$, $\beta = \tau_0/\Delta$ - DeBoute ansatz.

$\frac{\partial F}{\partial x} = \int dg\,\frac{\partial}{\partial x}\frac{(1+xg-thf)}{chf} = \int\frac{dg}{ch^2f}\left[\left(g-\frac{1}{ch^2f}\frac{\partial f}{\partial x}\right)chf - (1+xg-th\,f)sh\,f\cdot\frac{\partial f}{\partial x}\right] = \int_0^\infty\frac{dg}{ch^2f}\times$

$\times\left[g\,chf + \frac{(g-1)}{chf}(sh^2f-1) - (1+xg)sh\,f\cdot(g-1)\right]$ - разложение по $(g-1)$. $f(g,x)\approx(1+x)(g-1)$, $g\to1$

(24/XII) Работа в саду, борщ гома. Thiaville suggested Semparé - Sol-Sky Mag 18.

(25/XII) Отбили Referees Sk.-chein J. Ph. Com. и revision MS. Новая files Bygge.

$F(x) = \int_0^\infty\frac{dg}{ch\,f}[1+xg-th\,f] = \int_0^\infty\frac{dg}{ch\,f}[1+x+(1-g)] \approx (1+x)\int_0^\infty\frac{dg}{ch[(g+1)(g-1)]} = \frac{1}{2}\arctg e^{(x+1)(g-1)}\Big|_0^\infty =$

(26/XII) $\arctg\bar e^{x} \equiv e^{-x}$, $e^{-x}<1$, $F(x) = (x+1)\left[\pi-2e^{-(x+1)}\right]$ - расходится при $x\gg1$. $\to\pi$, for $x\gg1$.

$g-1=z$, $F(x) = \int_{-1}^\infty\frac{dz}{ch\,f(z,x)}\left[(1+x)+xz-th\,f(z,x)\right]$, $f(z,x) = \ln(1+z)+xz$

$\varphi(z,x) = \frac{1}{ch\,f}\left[\ln x + xz - th\,f\right]$ имеет решение max при $z=0$, $f=0$, $\varphi(0,x) = 1+x$

$ch\,f + ch\left[\ln g + x(g-1)\right] = ch(\ln g)\,ch\left[x(g-1)\right] + sh(\ln g)\,sh\left[x(g-1)\right] = \frac{1}{2}ge^{x(g-1)} + \frac{1}{2}\frac{1}{g}e^{-x(g-1)}$

$\frac{1}{g} = 1 + \left(\frac{1}{g}\right)'\Big|_{g=1}(g-1) + \dots = \frac{1}{1+(g-1)} = 1-(g-1)$, $ch\,f = \frac{1}{2}\left[1+(g-1)\right]e^{x(g-1)} + \frac{1}{2}\left[1-(g-1)\right]e^{-x(g-1)} =$

$= \sum_0^\infty\frac{1}{n!}\left(\frac{1}{2}\right)^n ch\,x(g-1) + (g-1)\,sh\,x(g-1) + \dots$

$\frac{1}{chf} = \frac{1}{ch(xz)+z\,sh(xz)} = \frac{1}{ch(xz)}\left[1-z\,th(xz)\right] \approx \frac{1}{ch(xz)}\left[1-xz^2\right]$ - можно и так? $z\to0$ но $x\to\infty$ и $u(zx)$ undefined

$\text{th}f = \text{th}\left[\ln(1+z)+xz\right] = \text{th}(z_0+\Delta z) = \text{th}\,z_0 + \frac{1}{\text{ch}^2 z}\Big|_{z_0}\Delta z = \text{th}(xz) + \frac{1}{\text{ch}^2 xz}\ln(1+xz) = \text{th}(xz) + \frac{z}{\text{ch}^2(xz)}$

$F(x) = \int_{-1}^{\infty} dz\,\frac{1}{\text{ch}f}\left[(1+x)+xz - \text{th}f\right] = \int dz\,\underbrace{\left[1 - z\,\text{th}(xz)\right]}_{\text{ch}(xz)}\left[1+x+xz - \text{th}(xz) - \frac{z}{\text{ch}^2(xz)}\right] =$

$= \int \frac{dz}{\text{ch}(xz)}\left[1+x+xz - \text{th}(xz) - \frac{z}{\text{ch}^2(xz)} + (x+1)z\,\text{th}(xz) - xz^2\text{th}(xz) + z\text{th}^2(xz) + O(z^2)\right] =$

$= \int \frac{dz}{\text{ch}(xz)}\left[1+x+xz + \text{th}(xz) - xz\,\text{th}(xz) - \frac{z}{\text{ch}^2(xz)} - z\,\text{th}(xz) - xz^2\text{th}(xz) + z\text{th}^2(xz)\right] = F(x) =$

$= \left|xz = t\right| = (1+x)\frac{1}{x}\int\frac{dt}{\text{ch}t} + x^0\frac{1}{x}\int\frac{dt\,t}{\text{ch}t} - \frac{1}{x}\int dt\,\frac{\text{th}t}{\text{ch}t} - \frac{1}{x}\int\frac{dt}{\text{ch}t}t\cdot\text{th}t - \frac{1}{x^2}\int\frac{dt}{\text{ch}^2 t} - \frac{1}{x^2}\int\frac{dt}{\text{ch}t}\,t\,\text{th}t - \frac{1}{x^2}\int\frac{dt}{\text{ch}t}t^2\text{th}t +$

$+ \frac{1}{x^2}\int\frac{dt}{\text{ch}t}t\,\text{th}^2 t = \left|\begin{matrix} z=-1,\ t=-x \\ z=\infty,\ t=\infty\end{matrix}\right| = (1+\tfrac{1}{x})\,2\,\text{arctg}\,e^t\Big|_{-x}^{\infty} + \frac{1}{x}\int_{-x}^{\infty}\frac{dt\,t}{\text{ch}t} - \frac{1}{x}(-1)\frac{1}{\text{ch}t}\Big|_{-x}^{\infty} - \frac{1}{x}\int\frac{dt}{\text{ch}^2 t}t\,\text{sh}t +$

$+ O(\tfrac{1}{x^2}) = (1+\tfrac{1}{x})2\left[\frac{\pi}{2} - \text{arctg}\,e^{-x}\right] + \frac{1}{x}\left[\frac{1}{\text{ch}(\infty)} - \frac{1}{\text{ch}(x)}\right] + \frac{1}{x}\int_{-x}^{\infty}\frac{dt\,t}{\text{ch}t} - \frac{1}{x}\int t\,\frac{\text{sh}t}{\text{ch}^2 t} + O(1/x^2)$

$F(x\gg 1) = (1+\tfrac{1}{x})(\pi - 2e^{-x}) - \frac{1}{x}2e^{-x} + \frac{1}{x}\int_{-x}^{\infty}\frac{dt\,t}{\text{ch}t}\left[1-\text{th}\,t\right] + O(1/x^2)$

$\int_{-x}^{\infty} dt\,\frac{t\,\text{sh}t}{\text{ch}^2 t} = \left[-\frac{t}{\text{ch}t} + 2\,\text{arctg}(e^t)\right]_{-x}^{\infty} = \left[\underbrace{-\frac{(-x)}{\text{ch}(\infty)}}_{\to 0} + 2\cdot\frac{\pi}{2} + \frac{t}{\text{ch}t}\Big|_{t=-x} - 2\,\text{arctg}\,e^{-x}\right] = \pi - \frac{x}{\text{ch}x} - 2e^{-x} =$

$= \pi - 2xe^{-2x} - 2e^{-x}$

$\int_{-x}^{\infty} dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = \int_{-x}^{0} dt\,\frac{t}{\text{ch}t} + \int_{0}^{\infty} dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = 2G - \int_{0}^{x} dt\,\frac{t}{\text{ch}t}, \quad 2G = \int_0^{\infty} dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = 1{,}832.$

$F(x\gg 1) = \pi - 2e^{-2x} + \frac{\pi}{x} - \frac{2}{x}e^{-x} - \frac{2}{x}e^{-x} - \frac{1}{x}\left[\pi - 2xe^{-2x} - 2e^{-x}\right] + \frac{1}{x}\left[2G - \int_0^x dt\,\frac{t}{\text{ch}t}\right] =$

$= \pi - \frac{2}{x}e^{-x} + \frac{1}{x}\left[2G - \int_0^x dt\,\frac{t}{\text{ch}t}\right]. \quad 2G - \int_0^x dt(\dots) = \int_x^{\infty} dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = \left|x\gg 1\right| = 2\int dt\,te^{-t} =$

$= 2e^{-t}(-1)(t+1)^x\Big|_{+x}^{\infty} = 2e^{-x}(x+1)$

$F(x\gg 1) = \pi - \frac{2}{x}e^{-x} + \frac{1}{x}2e^{-x}(x+1) = \pi + \frac{2}{x}e^{-x}.$ $\boxed{F(x) \approx \pi + \frac{2}{x}e^{-x}}$ при $x\gg 1$, $F(\infty) = \pi$

Для $F'(x)$ надо учесть членом $O(1/x^2)$.

$\int\frac{dt}{\text{ch}^3 t} = \frac{1}{2}\frac{\text{th}t}{\text{ch}t}\Big|_{-x}^{\infty} + \text{arctg}(e^t)\Big|_{-x}^{\infty} = \frac{1}{2}\left(0 - \frac{\text{th}(-x)}{\text{ch}x}\right) + \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\,e^{-x} = \frac{1}{2}\frac{\text{th}x}{\text{ch}x} + \frac{\pi}{2} - e^{-x} =$

$= \frac{1}{2}2e^{-x}(1-2e^{-x}) + \frac{\pi}{2} - e^{-x} = \pi/2.$

$\int dt\,\frac{\text{th}t}{\text{ch}t} = \int dt\,\frac{\text{sh}t}{\text{ch}^2 t} = -\frac{1}{\text{ch}t}\Big|_{-x}^{\infty} = \frac{1}{\text{ch}x} \approx 2e^{-x}. \quad \int dt\,t^2\frac{\text{sh}t}{\text{ch}^2 t} = \frac{t^2}{\text{ch}t}\Big|_{-x}^{\infty} + 2\int_{-x}^{\infty} dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = -\frac{x^2}{\text{ch}x} + 2\cdot 2e^{-x}(x+1)$

$\int dt\,\frac{t\,\text{sh}^2 t}{\text{ch}^3 t} = \sum_{k=0}^{1}(-1)^{k+1}\binom{1}{k}\int dt\,\frac{t}{\text{ch}^{3-2k}t} = (-1)\binom{1}{0}\int dt\,\frac{t}{\text{ch}^3 t} + \binom{1}{1}\int dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = -\binom{1}{0}\left[\frac{t}{2}\frac{\text{th}t}{\text{ch}t} + \frac{1}{2}\frac{1}{\text{ch}t} + \right.$

$\left. + \frac{1}{2}\int dt\,\frac{t}{\text{ch}(t)}\right] + \binom{1}{1}\int dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = \left|\binom{1}{0} = 1,\ \binom{1}{1} = 1,\ \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}\right| = -[\dots] + \int dt\,\frac{t}{\text{ch}t} =$

$= -\left[\frac{t}{2}\frac{\text{th}t}{\text{ch}t} + \frac{1}{2}\frac{1}{\text{ch}t}\right]_{-x}^{\infty} + \frac{1}{2}\int dt\,\frac{t}{\text{ch}t} = -\frac{x}{2}\frac{\text{th}(-x)}{\text{ch}x} + \frac{1}{2}\text{ch}^{-1}x + \frac{1}{2}2e^{-x}(x+1) = \frac{x}{2}2e^{-x}(1+2e^{-2x}) +$

$+ \frac{1}{2}2e^{-x} + e^{-x}(x+1) = 2xe^{-x} + 2e^{-x} = 2(x+1)e^{-x}$

$\to F(x) = \pi + \frac{2}{x}e^{-x} - \frac{1}{x^2}\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x^2}2e^{-x} - \frac{1}{x^2}\left[-x^2\cdot 2e^{-x} + 4e^{-x}(x+1)\right] + \frac{1}{x^2}2(x+1)e^{-x} =$

$= \pi + 2e^{-x} - \frac{\pi}{2}\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^2}e^{-x} \approx \pi + 2e^{-x} + O(1/x^2), \quad F'(x) = -2e^{-x}, \quad F'(x\gg 1) = 0, \quad x = \tfrac{3}{2} - 1$

$(x+1)F'(x) \sim xe^{-x} \to 0, \ x\to\infty$

$d_c^2 = \frac{8}{F(\infty)}\frac{1}{\left[\frac{1}{2}F(x) + (x+1)F'(x)\right]_{x\to\infty}} = \frac{16}{F^2(\infty)} = \frac{16}{\pi^2}, \quad \boxed{d_c = \frac{4}{\pi}}$!

→ DMI (5Δ) $\mathcal{E}_D = -d\Delta_3^3 F(x) = -d\Delta_3^3\left[\pi + \frac{2}{(3-1)}e^{-(3-1)}\right]$, $3\gg 1$. $\mathcal{E}_D(3)$ бицуха $\kappa \sim 3$.

DeBonte

Sk-dot chain

(27/XII) Анализ $\delta\omega/\omega_G$ bandwidth as $f(c,Q)$ и поиск ее max или разумного диапазона параметров. Если использовать external $c = 0{,}7$ (Rohart'13) для $\omega_G(c,Q)$, то надо брать c близкое к $c_{min}(Q)$, где $\omega_G(c_{min},Q) = 0$, $Q \neq 1$, $Q = 1.05 - 0k$. При $Q < 1$, $\omega_G(c,Q) > 0$ да и величина $\delta\omega/\omega_G$ относительно мала. Так если $R = \text{const}$ DMI = const, $L_e = \text{const}$ и меру только с Q ($c = R_e/R$). Посмотреть comments и Figs здесь. Надо на critical comment в A. Bogdanov и arXiv-paper by Tejo et al. Sk in He.

A. Bogdanov рассмотрел [JMMM 1994], что dip. field $\mathcal{H}_\delta \sim m_\delta$ дает $\vec{m}(\vartheta,z)$ – axially sym. Neel Skyrmion (vortex) если $\vec{m} \neq f(z)$ in bulk ferromagnet.

$\Phi = \varphi$, $\Theta = \Theta(\vartheta)$ – Neel-Sk. $\mathcal{H}_\vartheta = (-4\pi)^0\int_0^{\infty} d\vartheta'\,g_{\vartheta\vartheta}(\vartheta\vartheta')\,m_\vartheta(\vartheta'), \quad g_{\vartheta\vartheta}(\vartheta\vartheta') = (-4\pi)\int_0^{\infty} dkk\,f(kL)J_1(k\vartheta)J_1(k\vartheta')$

*) если $L\to\infty$, $f(kL)\to 1$, $g_{\vartheta\vartheta}(\vartheta\vartheta') = \int_0^{\infty} dkk\,J_1(k\vartheta)J_1(k\vartheta') = \frac{1}{\vartheta}\delta(\vartheta-\vartheta')$ и $h_\vartheta(\vartheta) = -4\pi m_\vartheta(\vartheta)$ – trivial

Escaneado con CamScanner

22-23/IV Курам. Новый комм. по рекомендации на 9-13/I. Переделать Sk-chain MS с Зубаревым. Replies to Referees, list of changes. Новая файл до Зубарева для ее работы. to J.Ph.Comm. Update CV на WoS сделать. Запросить книгу Sol.Sky.Mag'18 ст. в "Заграфский Оберегин".
30/IV Обед в "Ибис" Дубровка с П., Ю., Julian. Lost restaurant, London" - Conf. dinner
31/V С П. в "Мигас" с Мамой, Ирой. Домашка. Необходимо отпр. // "Мегаполис"

1/I **2018** Update list invited speakers Sol.Sky.Mag'18 + Conf. topics. Sk-DMT

DMT for infinite film: (Do Bente ansatz) $F(x)=\int_0^\infty \frac{dg}{ch^2 f(g,x)}\left[1+xg+th f(g,x)\right]$, $f(g,x)=\ln g + x(g-1)$

$F(x\gg1)=\pi+O(e^{-x})$, $O(e^{-x})=\frac{2}{x}e^{-x}$ или $2e^{-x}$ на асимп. Но близко $F(\infty)=\pi$.

При $x\to0$ $F(x)$ похожа на step-function? $F(x)=\begin{cases}2, x\to0-0\\ 4, x\to0+0\end{cases}$ Необходимо это

$th f = th\left(\ln g + x(g-1)\right) = \frac{th\ln g + th(x(g-1))}{1+th(\ln g)\cdot th[x(g-1)]} = \frac{a+\varepsilon}{1+a\varepsilon} = (a+\varepsilon)(1-a\varepsilon) = a+\varepsilon(1-a^2) =$

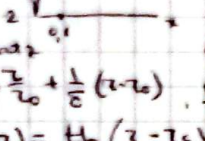
$= th(\ln g) + x(g-1)\frac{1}{ch^2(\ln g)} \simeq \frac{(g^2-1)}{(g^2+1)} + x(g-1)\frac{4}{(g+1/g)^2} \to \frac{(g^2-1)}{(g^2+1)} + x\frac{4g^2(g-1)}{(g^2+1)^2}$

$\frac{\partial F}{\partial x}\Big|_{x=0} = \int_0^\infty \frac{dg}{ch^2 f}\left[g ch f + \frac{(g-1)}{ch f}(sh^2 f - 1) - (g-1)sh f\right]$, $ch(\ln g)=\frac{1}{2g}(g^2+1)$, $sh(\ln g)=\frac{1}{2g}(g^2-1)$

$[\dots] = \frac{1}{2}(g^2+1) + \frac{2g(g-1)}{(g^2+1)}\left\{\frac{1}{4g^2}(g^2-1)^2 - 1\right\} - (g-1)\frac{1}{2g}(g^2-1) \sim g^2$, $g\gg1 \to \int_0^\infty \frac{dg}{ch^2 f} g^2$ расходится на бесконечности

$(\partial F/\partial x)_{x=0} \to \infty$, $F(x)$ is not analytic at $x\to0$. $F(x)=2+bx\ln x$?

$F(x\gg1)=\pi+\frac{2}{x}e^{-x}$ хорошее приближение при $x\geq3$, а $\pi+2e^{-x}$ хорошее приближение при $x\geq5$.

$F(x\ll1)$ немонотонна, $F(0)=2$, $F(\infty)=\pi$,  Зависимость при $x\ll1$, $F(x)$ резко растет до $F(x)\approx4$.

DMT energy DeBonte-ansatz $\varepsilon_0(\xi,\Delta)=-d\Delta\xi F(\xi-1)$ или $\varepsilon_D(x,\xi)=-d\xi x F(x)$ $\xi=z_0/\Delta$, $x=z_0/\delta$

$m_0(z)=th f(z,z_0)$, $f(z,z_0)=\ln\frac{z}{z_0}+\frac{1}{2}(z-z_0)$, $\frac{1}{\Delta}=\frac{1}{z_0}+\frac{1}{2}$

DMT energy DW ansatz $m_2(z)=th\left(\frac{z-z_s}{\delta}\right)$, $(\varepsilon_D)_{(x,\xi)} = -\pi\frac{D}{A}z_s = -\pi d z_s = -\pi d\xi x$, $x=\frac{z_s}{\delta}$

$(d=2l/A$ - DMT reduced parameter). z_s,δ в ед. $l=\sqrt{A/K}$

ε_0(DeBonte) $=-dz_0F(x)$, ε_D(DW) $=-\pi d z_s$ сопоставимы при $x\gg1$, $\frac{z_0}{\delta}\gg1$, т.к. $F(\infty)=\pi$

Но при некоторых x, $F(x)>\pi$, далее $F(x)=4$ есть, ε_D(DeB) $<\varepsilon_D$(DW) at finite x.

Все энергии в $(2\pi Al)$ units, все длины in $l=\sqrt{A/K}$ units.

DW-model дает (4/IV 17:11): $\varepsilon_s=4\sqrt{1-(d/d_c)^2}$, $d_c=4\pi$. Sk-energy DeBonte

DeBonte model при $d\to d_c$ дает $\varepsilon_s(d)\approx\varepsilon_s$(DW). При $d\to0$ ε_s(DeB) $=\varepsilon_s$(DW) $=4$.

Но при $0<d<d_c$ ε_s(DeBonte) больше $<\varepsilon_s$(DW), но близко. DeBonte trial function лучше DW-ansatz

DeBonte $\varepsilon_s(\xi,\Delta)=4+\left[(1-\frac{1}{\xi})^2+\Delta^2\right]\ln(1+e^{2\xi})-d\Delta\xi F(\xi-1)$, $\xi=z_0/\Delta$, $x=\xi-1$.

$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\Delta}=0 \to \Delta_0=\frac{d}{2}\frac{\xi F(\xi-1)}{\ln(1+e^{2\xi})}$, $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\xi}=0$ дает $\xi_0(d)$, которая 23/IV 17:11. Записана как $d^2(\xi_0)$

Нормы численно, насколько $\varepsilon_s(d)$ DeBonte ansatz.

На самом $\xi\gg1$, то $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\xi}=0$ дает $\approx$ $(+\frac{2}{\xi^2}\cdot2\xi+\dots)$ минимальное ур. для $\xi_0(d)$.

$(1-\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2}\cdot2\xi + (1-\frac{1}{\xi})^2 + \frac{d^2}{4}\frac{\xi F}{2\xi}\left[\frac{\xi F}{2\xi}-\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F)\right]=0$, $(1-\frac{1}{\xi})\frac{2}{\xi}+1-\frac{2}{\xi}+\frac{1}{\xi^2}+\frac{d^2F}{8}\left[\frac{F}{2}-\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F)\right]=$

$1-\frac{1}{\xi^2}+\frac{1}{8}d^2F\left[\frac{F}{2}-\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F)\right]=0$, если $F(\xi\gg1)=\pi$, то $1-\frac{1}{\xi^2}+\frac{d^2}{8}\pi\left[\frac{\pi}{2}-\pi\right]=0$

$1-\frac{1}{\xi^2}=\frac{d^2\pi^2}{16}=d^2/d_c^2$, $d_c=4/\pi$, $\xi_0(d)=\frac{1}{\sqrt{1-(d/d_c)^2}}$, $\Delta_0=\frac{d}{2}\frac{\xi F(\xi-1)}{2\xi}=\frac{\pi}{4}d=d/d_c$.

$\to \varepsilon_s = 4+\left[\left(1-\sqrt{1-(d/d_c)^2}\right)^2+\frac{d^2}{d_c^2}\right]2\frac{1}{\sqrt{1-(d/d_c)^2}} - d\pi\frac{d}{d_c}\frac{1}{\sqrt{1-d^2/d_c^2}} = 4+$

$+\frac{2}{\sqrt{(\cdot)}}\left[1-2\sqrt{(\cdot)}+1-\frac{d^2}{d_c^2}+\frac{d^2}{d_c^2}\right] - \pi\frac{d^2}{d_c}\frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} = \frac{4}{\sqrt{(\cdot)}} - 4\frac{d^2}{d_c^2}\frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} = 4\sqrt{1-d^2/d_c^2}$

При $\xi\gg1$ $F(\xi-1)=\pi$, $\ln(1+e^{2\xi})=2\xi+e^{-2\xi}\ll1$ ε_s(DeB) $=\varepsilon_s$(DW), Надо помнить.

$\varepsilon_s(\xi,\Delta_0)=4+\left[(1-\frac{1}{\xi})^2+\frac{d^2}{4}\xi^2F^2(\xi-1)\right]\ln(1+e^{2\xi})-\frac{1}{2}d^2\frac{\xi^2F^2(\xi-1)}{\ln z}$, $z=1+e^{2\xi}$, $x=\xi-1$.

$\varepsilon_s(\xi,\Delta_0)=4+(1-\frac{1}{\xi})^2\ln z - \frac{1}{4}\frac{\ln^2 z}{d^2}\frac{\xi^2F^2(\xi-1)}{\ln z}$, где $\xi_0(d)$ из ур. $\frac{\partial\varepsilon}{\partial\xi}=0$ 23/IV 17:11.

При $d\leq1$ сопр. 19/IV $\xi_0=1+\lambda d^2$, $\varepsilon_s(\xi_0,\Delta_0)=4-\frac{1}{4}d^2F^2(0)\frac{\ln z}{\ln z}=4-d^2/\ln z$, $z=1+e^2$, $F(0)=2$.

$\mathcal{E}_s(\text{DeB}, d\ll 1) = 4 - d^2/\ln(1+e^2) + O(d^4)$. $\mathcal{E}_s(\text{ZW}, d\ll 1) = 4\sqrt{1-(d/d_c)^2} = 4\left[1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{d_c^2}\right] = 4 - \frac{\pi}{2}d^2$

$\mathcal{E}_s(\text{DeB}) = 4 - 0.47\,d^2$, $\mathcal{E}_s(\text{ZW}) = 4 - 1.23\,d^2 + O(d^4)$. Сравним, что $\mathcal{E}_s(\text{ZW}) < \mathcal{E}_s$ (DeB)

Может $\forall F(0) = 2$ надо убрать и $F(x\to 0) = 4$? Тогда будет $\mathcal{E}_s(\text{DeB}) = 4 - 1.23\,d^2 + O(d^4)$

$\mathcal{E}_s(\text{DeB}) = 4 - \frac{1}{4}d^2\frac{F^2(x\to 0)}{\ln(1+e^2)}$ - Эк. энергия ск в центре бездефектного ансамбля

Сом. 23/III: $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \zeta} = 0 \to \frac{(\zeta-1)}{\zeta^3}\ln z + \frac{(\zeta-1)^2}{\zeta^2}\frac{1}{1+e^{-2\zeta}} + \frac{d^2}{4}\frac{\zeta F(\zeta-1)}{\ln z}\left[\frac{\zeta F}{\ln z}\frac{1}{1+e^{-2\zeta}} - \frac{\partial}{\partial\zeta}(\zeta F)\right] = 0$, $F = F(\zeta)$, $z = 1+e^{2\zeta}$

2/I. $\frac{\partial}{\partial\zeta}\ln z = \frac{\partial}{\partial\zeta}\ln(1+e^{2\zeta}) = \frac{1}{1+e^{2\zeta}}2e^{2\zeta} = \frac{2}{1+e^{-2\zeta}}$, $[\cdot] = \frac{\zeta F}{2\ln z}\frac{2\ln z}{\partial\zeta} - \frac{\partial}{\partial\zeta}(\zeta F)$ $\zeta_0(d)$

$\zeta_0(d)$ подставим в $\mathcal{E}_s(\zeta, \Delta_0) = 4 + \frac{(\zeta-1)^2}{\zeta^2}\ln z - \frac{d^2}{4}\frac{\zeta^2F^2}{\ln z}$ $\Delta_0(z_0, d)$ to get equil. $\mathcal{E}_s(d)$ DeBoer

$\frac{\partial}{\partial\zeta}(\zeta F) = F(\zeta-1) + \zeta\frac{\partial F(\zeta-1)}{\partial\zeta}$, $\partial_\zeta = \partial_x$, $\frac{\partial F(\zeta-1)}{\partial\zeta} = \frac{\partial F(x)}{\partial x}$, $F(x)$ - DeBoer DMI-func

$\zeta_0(d)$ надо найти. At $d\ll 1$, $\zeta_0(d) = 1 + \lambda d^2$

$\lambda d^2\ln z + \frac{d^2}{4}\frac{F(0)}{\ln z}\left[\frac{F(0)}{\ln z}\frac{1}{1+e^{-2}} - F(0) - \frac{\partial F}{\partial x}(0)\right] = 0$, $\lambda = \frac{1}{4}\frac{F(0)}{\ln^2 z}\left[F(0) + F'_x(0) - \frac{F(0)}{\ln z}\frac{1}{1+e^{-2}}\right]$

$\forall$ DeBoer $F(0) = F(1) = 2$ и $F'_x(0) = 0$. $\lambda = \frac{1}{\ln^2 z}\left[1 - \frac{1}{\ln z}\frac{1}{1+e^{-2}}\right]$ как у DeBoer with old-DMI.

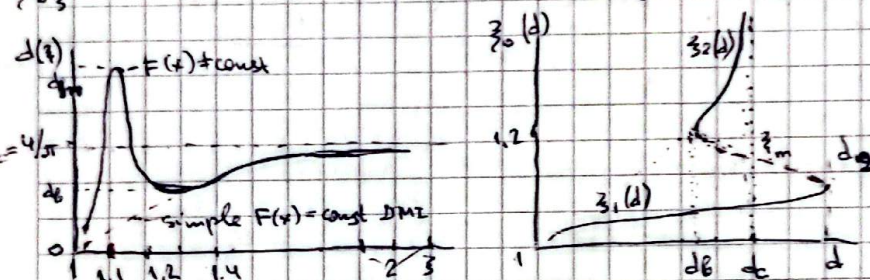
$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial\zeta} = G(\zeta, \Delta_0(\zeta)) = 2\left(1-\frac{1}{\zeta}\right)\frac{1}{\zeta^2}\ln z + \left[(1-1/\zeta)^2 + \frac{d^2\zeta^2F^2}{4\ln^2 z}\right]\frac{2}{1+e^{-2\zeta}} - \frac{d^2\zeta F}{2\ln z}\frac{\partial}{\partial\zeta}(\zeta F) = G(\zeta, d)$

$\Delta_0(\zeta) = \frac{d\zeta F(\zeta-1)}{2\ln z}$, $z = 1+e^{2\zeta}$. $G(\zeta\gg 1, d) = 2\left[1 + \frac{d^2}{4}F^2(\infty)\right] - \frac{d^2}{4}F(\infty)\left[F(\infty) + \zeta\frac{\partial F}{\partial\zeta}\right] = 2 - \frac{1}{2}d^2F^2(\infty) =$

$G(\zeta\gg 1, d) = 2\left[1 - d^2/d_c^2\right] > 0$ при $d < d_c$. $d_c = 4/\pi$ $< 2 - \frac{\pi^2}{8}d^2$

$G(\zeta\to 1+0) = 2(\zeta-1)\frac{1}{\zeta^2}\ln z + \frac{d^2}{4}\frac{\zeta^2F^2(0)}{\ln^2 z} - \frac{d^2F(0)}{2\ln z}\left[F(0) + \zeta F'(0)\right] \approx -\frac{1}{2}\frac{d^2}{\ln z}F(0)F'(0) < 0$

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial\zeta} = G(\zeta)$ обладает нулем $\zeta_0 > 1$ будет "0" (root $G(\zeta) = 0$) на интервале $\zeta \in [1, \infty]$



Matlab "Skyrmion_stability_det_mod" для зависимости $d(\zeta) - 23/III$

и корни $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial\zeta}(\zeta, d) = G(\zeta, d) = 0$

$d_B \to d_m$ $G(\zeta) = 0$ два корня $d < d_B$, ζ_1

3 корня $\zeta_1, \zeta_m, \zeta_2$ $d_B < d < d_c$,

2 корня ζ_1, ζ_m $d_c < d < d_m$,

нет корней $d > d_m$

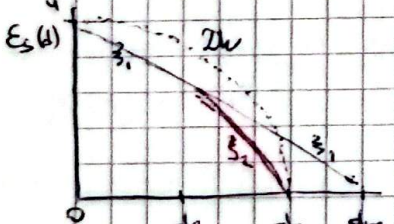
Корни ζ_1, ζ_2 $\overset{d_m}{\zeta_1}, \zeta_2$ соотв. $\min \mathcal{E}_s(\zeta)$, ζ_m соотв. $\max \mathcal{E}_s(\zeta)$ в неустойчивом

ζ_1 - small radius Sk, ζ_2 - large radius Sk, оба метастабильные т.к. $\mathcal{E}_s(\zeta_i) > \mathcal{E}(\text{FM}) = 0$

1) $d < d_B$ - only ζ_1 - Sk; 2) $d_B < d < d_c$ ζ_1 и ζ_2 - Sk - какой бо́льшего размера? Будет ли ζ_2 устойчивым?

3) $d_c < d < d_m$ - only ζ_1 - Sk. d_m определяется из β_m для $F(x) = \int_0^{\beta_m}\frac{d\beta}{\beta}[\cdot]$, $\beta_m \to \infty$

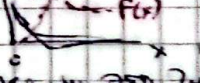
$\zeta_1 \le 1.1$, $\zeta_2 \gtrsim 1.2$, $\zeta_2(d\to d_c) \to \infty$. Max $d(\zeta)$ из-за ζ_2 ограничивает $F(x) \neq \text{const}$



Min из $\mathcal{E}_s(\zeta_1), \mathcal{E}_s(\zeta_2) < \mathcal{E}_s$ (ZW) на 10%. $\mathcal{E}_s(\zeta_2) < \mathcal{E}_s(\zeta_1)$ при $d \gtrsim d_B$

DeBoer

Из-за того что max $d(\zeta)$ at $\zeta \approx 1.1$. $d(\zeta\approx 1) \sim \frac{1}{[\zeta F'(\zeta-1) + F(\ldots)]}$

$F'(x) \to \infty$, $x \to 0$, $\zeta \to 1+0$ 

с ростом x $F(x)$ ↓, $d(\zeta)$ ↑

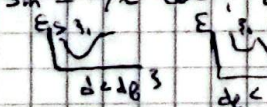
Может ли $d_m > d_c$? Не очевидно ли это логически?

$d^2(\zeta) \sim \frac{1}{\left[\zeta F'(\zeta-1) + F(\zeta-1)\left\{1 - \frac{\zeta}{\ln z}\frac{1}{1+e^{-2\zeta}}\right\}\right]}$ нужен min at $\zeta_0 < \zeta < \zeta_m$, где ζ_m - max $F(\zeta)$.

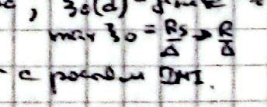
Видно что β_m in $F(x) \to \infty$, $\zeta_m \to 0$, и ζ_1 - Sk исчезает. $d_B(\beta_m\to\infty) \to 0$ и ζ_2 - Sk в $d < d_c$

при finite $\beta_m = R/l$ dot, с $\beta_m \neq$. d_B растет, $d_B \approx d_m$, d_c, $\zeta_0(d)$ - finite

max $\zeta_0 = \frac{R\beta}{\Delta} \to \frac{R}{\delta}$



- с ростом DMI.



$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial\zeta} = 0 \to \frac{(\zeta-1)}{\zeta^3}\ln z + \frac{(\zeta-1)^2}{\zeta^2}\frac{1}{1+e^{-2\zeta}} + \frac{d^2}{4}\frac{\zeta F(\zeta-1)}{\ln z}\left[\frac{\zeta F}{\ln z}\frac{1}{1+e^{-2\zeta}} - F(\zeta-1) - \zeta\frac{\partial F(\zeta-1)}{\partial\zeta}\right] = 0$

Если $d \to 0$, $\zeta \to 1+0$, $\zeta = 1 + \lambda d^2$, $d^2\frac{\partial F}{\partial\zeta}$ не $\to 0$, если $\frac{\partial F}{\partial\zeta} \to \infty$, $\frac{\partial F}{\partial\zeta}d^2 \to \text{const}$, если $\frac{\partial F}{\partial\zeta}|_{\zeta\to 1} \sim 1/d^2$, то вторая $\partial\mathcal{E}/\partial\zeta = 0$ не выполнится. $\zeta_1(d)$ не $\sim d^2$(!)

$F(x) = \int_0^{\beta_m\to\infty}\frac{d\beta}{\beta}\frac{1}{\text{Ch}\,f(\beta, x)}\left[1 + x\beta - \text{th}\,f(\beta, x)\right]$, $f(\beta, x) = \ln\beta + x(\beta-1)$, $x = \zeta - 1$. Может $\zeta_0(d)$ is non-analytic at $d \to 0$?

$F_2(x) = 2\int_0^\infty \frac{dy\, y}{y e^{y} e^{-x} + x^2 e^{x} e^{-y}} \left[1 + \frac{1}{(1+y)} + \frac{1}{(1+y)^2}\right]$, $F_2(x) = 2x \int_0^\infty \frac{dy\, y^2}{y^2 e^{x+y} + e^{x+y}} \left[\dots\right]_{y=xy}$

$F(x)$ и $F_2(x)$ выражаются через одни и те же интегралы $F_2(x)$ с разными аргументами.

Из графиков видно, что $F(x)$, $F_2(x)$ становятся малыми уже при $x \sim 1$, но $d(\xi)$ становится большим только при $\xi \gg 1$. Следовательно, с уменьшением ξ мы переходим в область, где E_{kin} мало.

(4/1) Замена $e^{x\xi} = t$, $x\xi = \ln t$, $x\,d\xi = dt/t$

$F_2(x) = 2x \int_1^\infty \frac{1}{t} \frac{dt}{t} \frac{\ln^2 t}{x^2} \frac{1}{\frac{1}{x^2}\ln^2 t \cdot t e^{-x} + \frac{1}{t} e^{x}} \Big]_{x \ll 1} = 2\int_1^\infty \frac{dt \ln^2 t}{t^2 \ln^2 t + t^2 e^{2x}} \left[1 + \frac{1}{\ln t} + \frac{1}{(\ln t)^2}\right]$

$F_2(x) = 2e^{x} \int_1^\infty \frac{dt \ln^2 t}{t^2 \ln^2 t + x^2 e^{2x}} \left[1 + \frac{1}{(1+\ln t)} + \frac{1}{(1+\ln t)^2}\right]$, тогда $e^{-x} F_2(x) = \Phi(xe^{x})$, $\Phi(0)$ – конечно

$e^{-x} F_2(x) = 2\int_1^\infty \frac{dt \ln^2 t}{t^2 \ln^2 t + x^2} \left[\dots\right]_{x=0} = 2\int_1^\infty dt \frac{1}{t^2} \left[1 - \frac{x^2}{t^2 \ln^2 t}\right][-]$, $e^{-x} F_2(x) = (x=0) + \left(\frac{\cdot}{\infty}\right) x^2$

$F_2(x)$ имеет порядок $\to 0$ при $x \gg 1$ – сильное подавление. $F_2(x) \ln x \equiv F_2(x)$ при $x \to 0$

$d^2(\xi) = \frac{4\,\Psi(\xi)}{Z(\xi)}$, $Z(\xi) = \frac{2}{\partial \xi}(\xi F) + \frac{\xi F}{\ln t} \frac{1}{1+e^{-\xi t}} = \left[1 - \frac{\xi}{\ln(1+e^{\xi t})} \frac{1}{1+e^{-\xi t}}\right] F(\xi t) + \xi \frac{\partial F(\xi t)}{\partial \xi}$

$Z(\xi \to +0) = \underbrace{\left[1 - \frac{1}{\ln(1+e^{x})} \frac{1}{1+e^{-x}}\right]}_{2,3 \cdot x} 4 + \frac{\partial F_2(x)}{\partial x}_{x \to 0}$, $Z(\xi)$ может $= 0$ только если $\frac{\partial F(x)}{\partial x} < 0$

Может ($\xi_m \to \infty$) d_c – минимум $d(\xi)$ – условие $\xi(d)$ от $4/2$ до $\xi_1(d)$ при $d < d_c$ – метастабильная область $d < d_c$ и при $d < d_f$ – абсолютно устойчивая область. Точка Бернара-Дюмеля (с нулевой d_f и $d < d_c$ – метастабильная область)

ξ_f определяется из $d(\xi)$, $\frac{\partial d(\xi)}{\partial \xi} = 0$ численно. Следовательно, стабильность – это не просто $\xi_f = 1{,}2437$ и $d_f = d(\xi_f) = 1{,}056$. Т.е. структуры оказываются метастабильными при $d < d_c$ (1,273)

Для любого $d \in [d_f, d_c]$ W E_s(ферро) $< E_s$(пара). $E_s(\text{ферро}) = E_s(\text{пара}) = 0$ при $d = d_c$

$x_f = \xi_f - 1 = 0{,}2437$ близко к $F(x)$ при $x \to 0$ где выполнено ξ_f из-за $\frac{\partial F(x)}{\partial x} < 0$ – близко к границе.

DW-стенка $\Delta_0(\xi) = \frac{d}{2} \frac{\xi F(\xi - 1)}{\ln(1+e^{\xi t})}$, $\Delta_0(\xi_f) = 0{,}898$, $r_0(\min) = \xi_f \cdot \Delta(\xi_f) = 1{,}2437 \cdot 0{,}898 = 1{,}117$

Typical $\ell = \sqrt{\frac{10^{-6}\,\text{erg/cm}}{10^{6}\,\text{erg/cm}^3}} = 10^{-6}\,\text{cm} = 10\,\text{нм}$. К сжатию $K_{eff} = K_0 - B\pi r_0^2$

Проблема – как ещё не стабильность одна от d_f до d_c в рамках DW модели, если там $r_0/\Delta \gg 1$ не выполняется и нужно Δ из Кванта ФТ.

DeBonte model: $E(\xi, \Delta) = 4 + \left[(1-Y_\xi)^2 + \Delta^2\right] \ln(1+e^{2\xi}) - d\Delta\xi F(\xi - 1)$ $\infty - \int \ln$ $\Delta = \text{const}$

Если assume $\Delta = \text{const}$ и vary only $\xi = r_0/\Delta$, r_0

$\frac{\partial E}{\partial \xi} = 2(1-Y_\xi)\frac{1}{\xi^2} \ln Z + \left[(1-Y_\xi)^2 + \Delta^2\right] \frac{e}{1+e^{-2\xi}} - d\Delta \frac{\partial}{\partial \xi}(\xi F) = 0$

$d(\xi) = \frac{2}{\Delta} \frac{(1-Y_\xi) Y_\xi^2 \ln Z + \left[(1-Y_\xi)^2 + \Delta^2\right] \frac{1}{1+e^{-2\xi}}}{\left[F(\xi-1) + \xi \frac{\partial F}{\partial \xi}(\xi-1)\right]}$. Если $\Delta \to 0$ (при d_c ($\xi \to \infty$))?

$d(\xi \to \infty) = \frac{2}{\Delta} \frac{(1+\Delta^2)}{\left[F(x) + (x+1)\frac{\partial F}{\partial x}\right]_{x \gg 1}} = \frac{2}{\Delta} \frac{(1+\Delta^2)}{F(\infty)} = \frac{2}{\pi\Delta}(1+\Delta^2) = d_c$, если $\Delta = 1$ $\Rightarrow$ $\ell = \sqrt{A/K}$

$\Rightarrow d_c = 4/\pi$ (!)

$E_s(\xi) = 4 + [\dots] \ln Z - \xi F(\xi - 1) \frac{2}{[F + \xi F']} \left[(1 - \frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2} \ln Z + \left[(1-\frac{1}{\xi})^2 + 1\right] \frac{1}{1+e^{2\xi}}\right]$

$E_s(\xi \gg 1) = 4 + \left[1 - \frac{2}{\xi} + \frac{1}{\xi^2} + \Delta^2\right] 2\xi - 2\xi \left[(1 - \frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2} 2\xi + 1 + 1 - \frac{2}{\xi} + \frac{1}{\xi^2}\right] = 4/\xi_0 = 4\sqrt{1 - d/d_c}$

ξ_0 из $\frac{\partial E}{\partial \xi} = 0$ при $\xi \gg 1$, $2(1 - \frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2} 2\xi + \left[2 - \frac{d}{2} + \frac{1}{\xi^2}\right] 2 - d\pi = 0$

$4 - d\pi - \frac{4}{\xi^2} = 0$, $\xi^2 = 1 - d\pi/4 = 1 - d/d_c$, $\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - d/d_c}}$ – оценка ξ при $\Delta = \text{const}$.

Сравним E_0: $E_s^{DB}(\xi \gg 1, \Delta = \text{const}) = 4\sqrt{1 - d/d_c} < E_s^{DB}(\xi \gg 1, \text{not } \Delta) = E_s^{DW}(\xi, \Delta) = 4\sqrt{1 + \Delta^2}\sqrt{1 - d/d_c}$

Если варьировать Δ чтобы найти Ste-energy, то при $\Delta = \text{const}$

$\xi = \frac{r_0}{\Delta} = 1 + \frac{r_0}{\Delta} = 1 + x$. Можно найти $E = \text{const}$ и vary "x"? $\Delta = \frac{r_0}{1 + r_0/\Delta} = \delta \frac{\Delta}{1+x} \approx \delta \frac{\Delta - 0}{1}$

$E_s(\xi) = 4 + \left[1 + \delta^2\right](1 - Y_\xi)^2 \ln d - d\,\xi F(\xi)$, $\frac{\partial E_s}{\partial \xi} = (1+\delta^2)(1 - \frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2} \ln E + (1+\delta^2)(1-\frac{1}{\xi})^2 \frac{2}{1+e^{2\xi}} - d\Delta \frac{\partial}{\partial \xi}(\xi F) = 0$

$d(\xi) = \frac{2}{\Delta}(1+\delta^2)\left[(1-Y_\xi)\frac{1}{\xi^2} \ln E + (1-Y_\xi)^2 \frac{1}{\dots}\right] / \left[F + \xi F'\right]$, $d_c(\xi \to \infty) = \frac{2}{\pi}(1+\delta^2)(1-\delta) \to \frac{4}{\pi}$ $\delta \to 1$

Escaneado con CamScanner

$$E_s(\xi,\xi=\text{const}) = 4 + (1+\delta^2)(1-\gamma_s)^2 - \delta\times F(x)\frac{2}{\delta}(1+\delta^2)\left[(1-\gamma_s)\frac{1}{\xi^2}\ln 2 + (1-\gamma_s)^2\right]\frac{1}{[R_x+xF'(x)]}$$

$x=\xi-1\gg 1$, $\delta=1$: $E_s(\xi) = 4 + 2(1-\frac{1}{\xi})^2 - 4\left[(1-\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2}\ln 2 + (1-\frac{1}{\xi})^2\right]\frac{F(x)}{[F(x)+xF'(x)]}$

$xF'(x)\to 0$, $x\gg 1$: $E_s(\xi\gg 1) = 4 + 2(1-\frac{2}{\xi}+\frac{1}{\xi^2}) - 4\left[(1-\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi} + (1-\frac{2}{\xi}+\frac{1}{\xi^2})\right] = 0$

$= 4 + 2 - \frac{4}{\xi} + \frac{2}{\xi^2} - \frac{8}{\xi} + \frac{8}{\xi^2} - 4 + \frac{8}{\xi} - \frac{4}{\xi^2} = 2 - \frac{4}{\xi} + \frac{6}{\xi^2} = 2(1-\frac{2}{\xi}+\frac{1}{\xi^2}) + \frac{4}{\xi^2} = 2(1-\frac{1}{\xi})^2 + \frac{4}{\xi^2}$

min из $\frac{\partial E_s}{\partial \xi}=0$ at $\xi\gg 1$: $4(1-\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi} + 4(1-\frac{2}{\xi}+\frac{1}{\xi^2}) - 4\pi = 0$, $4 - 4\pi - \frac{4}{\xi^2} = 0$

$\xi_0(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{1-\Delta/d_c}}$, $E_s(\xi_0) = 2\left(1-\sqrt{1-\Delta/d_c}\right)^2 + 4\left(1-\frac{1}{\xi_0}\right) = 2\left[1+1-\frac{\Delta}{d_c}-2\sqrt{\dots}\right] + 4(1-\frac{\Delta}{d_c}) =$

$= 2 - 4\sqrt{1-\Delta/d_c} + 6(1-\Delta/d_c)$, $E_s(d_c) = 2$ – ясно

$E_s(\xi, \delta=\text{const}) > E_s(\xi, \Delta\text{-variable})$ at $d\le d_c$, где $\xi_0(\Delta)\gg 1$.

Важно, что DeBonte $\Delta=\text{const}$ имеет singular $d(\xi)$ at small ξ из-за $F+\xi F'=0$ подобно $d(\xi)$ singularity DeBonte (ξ,Δ) when $Z(\xi)=0$ с Δ-variable. Всё из-за large $F'(x)$ at $x\to 0$.

Для $\Delta=\text{const}$ $\xi_\theta = 1{,}331$, $d_\theta = d(\xi_\theta) = 1{,}089$, тогда как $\xi_\theta = 1{,}2432$, $d_\theta = 1{,}056$ для var. Δ DeBonte model

→ Вывод: d_θ – $\Delta=\text{const}$ DeBonte < d-var. Δ DeBonte, т.е. variation of Δ расширяет область существования (metastable) skyrmion и уменьшает min Sk-radius ξ_θ

BP-Sk

Если skyrmion is unstable at small R_s, small d, то даст BP-ansatz (good at R_s small)

из Aranda-JMMM Subm. $\frac{e(c)}{c\to 0} = \frac{4}{\pi^2}\frac{1}{1+c^2}\left[1-\frac{1}{2}\pi c\right] + 2(Q-1)c^2\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right] + 1/2$,

$c = R_c/R$, $r = R/l_{ex}$, $d = D l_{ex}/A$, $l_{ex}^2 = A/2\pi M_s^2$, $c = R_c/R$, energy $e(c)$ in $4\pi M_s^2 V$-units, dot'radius R.

Aranda 18/IX$_{16}$ дал, что Sk is metastable at $d > 2/\pi c_0$, stable at $d > 4/\pi c_0$, где c_0 - equil. c из eq. $\frac{d}{\pi} = -16\pi(Q-1)c\ln c$. Т.е. при $d < d_\theta = 2/\pi c_0$ Sk is unstable (in dot)

Точнее, см. 16/IX162 $r = R/l_{ex}$ $-c\ln c = \frac{d}{4\pi(Q-1)}$ eq. for equilibrium $c_0 \ll 1$ Sk-radius.

BP sk-radius

$\left.\frac{\partial^2 e}{\partial c^2}\right|_{c\ll 1} = 8(Q-1)\left[\ln\frac{1}{c} - \frac{1}{2\pi^2(Q-1)} - 2\right]$, при $Q>1$, $\left.\frac{\partial^2 e}{\partial c^2}\right|_{c_0\ll 1} > 0$, при $c\le c_1$, $\ln\frac{1}{c_1} = \frac{1}{2\pi^2(Q-1)} + 2$

$c_1 = 0{,}135\exp\left(-\frac{1}{2\pi^2(Q-1)}\right)$, $c_1 < 0{,}135$.

Т.е. анзац BP-ansatz $c\ll 1$, in dot дает устойчивое c_0 и $d\ll 1$ Skyrmion с $c<c_1$, т.е. даже при $d\ll 1$. Наличие BP-energy дает в infinite film, а то BP-skyrmions in dot are metastable even at $c\ll 1$, $d\ll 1$.

(5/I) Вчера и Аранда ($E(x)$ at $x\to 0$ и min d Sk-stability) и Яping (Materials paper). Revised Nanotube paper for «Materials» и после Яping. С 0 4 J. «Al Compo» «Ситин и Кремний service station.

DW-ansatz, анз (r_s/Δ)

Как вычислить DMI of DW-model at any r_s/Δ (см. 2/XII 172.)? Вид $F(x)$?

$E_d^1(DW) = \frac{1}{2}\int_0^{R/l} dr\, r\left[\frac{1}{\Delta}\sin\theta - \frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right]$, $\cos\theta = \text{th}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)$, $\sin\theta = 1/\text{ch}\left(\frac{r-r_s}{\Delta}\right)$,

r, r_s, Δ в ед. $l = \sqrt{A/K}$.

Число ∞-film, $R/l\to\infty$, $E_d(DW) = \frac{1}{2}\int_0^\infty dr\, r\left[\frac{1}{\text{ch}\,g}\right]\left[\frac{r}{\Delta} - \frac{\text{sh}\,g}{\text{ch}\,g}\right] = \int_0^\infty dr\frac{1}{\text{ch}\,g}\left[\frac{r}{\Delta} - \text{th}\,g\right]$

$g = g(r,\Delta) = \frac{1}{\Delta}(r - r_s)$, $J_1 = \int_0^\infty \frac{dr\, r}{\text{ch}\,g} = \left|\begin{matrix} r - r_s = \Delta g \\ dr = \Delta dg\end{matrix}\right| = \Delta\int\frac{dg}{\text{ch}\,g}(r_s+\Delta g) = \Delta r_s\, 2\,\text{arctg}\, e^g\Big|_{-r_s/\Delta}^{\infty} +$

$\theta' = -\frac{1}{\Delta}\sin\theta$ $+\Delta^2\int\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g} = \Delta r_s\left[\pi/2 + \text{arctg}\frac{r_s}{e^\Delta}\right] + \Delta^2\int\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g}$, $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g} = \int_0^\infty + \int_{-\infty}^0 = \int_0^\infty - \int_0^\infty = \int_0^\infty - \int_0^\infty$

$J_1(r_s,\Delta) = \Delta r_s\left[\pi + 2\,\text{arctg}\frac{r_s}{\Delta}\right] + \Delta^2\left[2G - \int_0^{r_s/\Delta}\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g}\right]$, $2G = 1{,}832$.

$J_2 = \int_0^\infty dr\frac{\text{sh}\,g}{\text{ch}^2 g} = \int dr\sin\theta\cos\theta = -\Delta\int dr\,\theta_r'\cos\theta = -\int d\theta\cos\theta\cdot\Delta = \Delta\sin\theta\Big|_0^\infty = [\sin\theta(\infty) - \sin\theta(0)]\frac{\Delta}{c} =$

$J_1 = \int dr\, r\sin\theta = -\Delta\int dr\, r\,\theta_r' = -\Delta\int\frac{d\theta}{dr}\cdot r = -\Delta\left[\theta\cdot r\Big|_0^\infty - \int dr\,\theta\right]$, $\theta(r) = 2\,\text{arctg}\left[-\frac{(r-r_s)}{\Delta}\right]$

$= -1/\text{ch}(r_s/\Delta)\cdot\Delta$

$\frac{1}{\Delta}E_d(DW) = r_s\left[\pi + 2\,\text{arctg}\frac{r_s}{e^\Delta}\right] + \Delta\left[2G - \int_0^{r_s/\Delta}\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g}\right] + \Delta\cdot\frac{1}{\text{ch}^2 r_s/\Delta}$ Расчищается на ∞ $= \frac{1}{\Delta}J_1 - J_2$, $d\to -d$.

$-\frac{1}{d}E_d(DW) = \left[\pi - 2\,\text{arctg}(e^{-r_s/\Delta})\right]r_s + \Delta\left[2G - \int_0^{r_s/\Delta}\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g}\right] + \frac{\Delta}{\text{ch}^2 r_s/\Delta}$, $2G = \int_0^\infty\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g}$, $\xi = r_s/\Delta$

$-\frac{1}{d}E_d(\xi,\Delta) = \Delta\xi\left[\pi - 2\,\text{arctg}\, e^{-\xi}\right] + \Delta\left[2G - \int_0^\xi\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g}\right] + \frac{\Delta}{\text{ch}\,\xi}$, $E_d^{DW}(\xi,\Delta) = -d\Delta\xi\Phi(\xi)$, но

$\Phi(\xi) = \pi - 2\,\text{arctg}\, e^{-\xi} + \frac{1}{\xi}\left[2G - \int_0^\xi\frac{dg\, g}{\text{ch}\,g}\right] + \frac{1}{\xi}\frac{1}{\text{ch}\,\xi}$, аналогично с $E_d^{2eB}(\xi,\Delta) = -d\Delta\xi R(\xi-1)$

$\Phi(\xi\to\infty) = \pi$, $\Phi(\xi\to 0) = \pi/2 + 2G/\xi + 1/\xi \sim 1/\xi$, расходится. Но $\xi\ge 1$.

$\frac{\partial}{\partial \xi}\Phi(\xi,\Phi) = \frac{2}{\partial \xi}\left[\xi(\pi - 2\arctg e^{-\xi}) + 2G - \left(\frac{\xi e^{\xi}}{ch\xi} + \frac{1}{ch\xi}\right)\right] = \pi - 2\arctg e^{-\xi} + \xi th\xi \cdot \frac{1}{1+e^{2\xi}} e^{\xi}(-) -$

$- \frac{1}{ch\xi} + (-1)\frac{\xi th\xi}{ch\xi} = \pi - 2\arctg e^{-\xi} - \frac{\xi th\xi}{ch\xi}$

DW ansatz $(\xi/\pi+1+\ldots)$ $E_{ex} + E_{an} = \int_0^{k/c} dk\, 2\pi\left[(\ldots)^2 + \left(\frac{1}{\Delta^2}+1\right)\xi^2\right] = \int_0^{\infty} d\xi \left(1 + \frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{\xi^2}\right)\frac{1}{ch^2(\xi/\Delta)}$

$E_{ex} + E_{an} = \left(1+\frac{1}{\Delta^2}\right)\int d\xi\, \xi^2 \frac{1}{ch^2\xi} + \int \frac{d\xi}{\xi^2}\frac{1}{ch^2\xi} = \left(1+\frac{1}{\Delta^2}\right) I_1 + I_2$.

$I_1 = \int \frac{d\xi\, \xi^2}{ch^2\xi} = \left| \begin{matrix} \xi = \xi_0 + \Delta\xi \\ d\xi = \Delta d\xi \end{matrix} \right| = \Delta \int \frac{d\xi (\Delta\xi + \xi_0)^2}{ch^2\xi} = \Delta^3 \int \frac{d\xi\, \xi^2}{ch^2\xi} + \Delta^2 \xi_0 \int \frac{d\xi\, \xi}{ch^2\xi} + \Delta \xi_0^2 \int \frac{d\xi}{ch^2\xi} = \Delta^2\left[\xi th\xi - \ln ch\xi\right]_{\xi^*}^{\infty}$

$+ \Delta^2 \xi_0 th\xi\Big|_{\xi^*}^{\infty} = \Delta^2\left[(\xi th\xi - \ln ch\xi)_{\xi\to\infty} - \xi^* th\xi^* + \ln ch\xi^*\right] = \Delta^2\left[\ln 2 - \xi^* th\xi^* + \ln ch\xi^*\right] + (\ldots)$

$\lim_{\xi\to\infty}\left[\xi th\xi - \ln ch\xi\right] = \xi(1 - 2e^{-2\xi}) - \ln\frac{1}{2}e^{\xi}(1+e^{-2\xi}) = \xi - 2\xi e^{-2\xi} + \ln 2 - \xi - e^{-2\xi} = \ln 2$

$I_2 = \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\xi^2}\frac{1}{ch^2\xi} = \Delta \int_{\xi^*}^{\infty} \frac{d\xi}{\Delta\xi + \xi_0}\frac{1}{ch^2\xi} = \int_{\xi^*}^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi+\xi_0)^2}\frac{1}{ch^2\xi}$ – разлагаем по малому ξ_0 $\xi_0 = -\xi^*, \xi^* > 0$

$\xi_0 \ll \Delta$ – в DW model

$E_{ex} + E_{an} = \left(1+\frac{1}{\Delta^2}\right)\Delta^2\left[\ln 2 - \xi^* th\xi^* + \ln ch\xi^*\right] + I_2(\xi^*)$, $I_2(\xi^*) = \int_{-\xi^*}^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi+\xi^*)}\frac{1}{ch^2\xi}$

$E_{DW}(\xi,\Delta) = (\Delta^2+1)\left[\ln 2 - \xi th\xi + \ln ch\xi\right] + I_2(\xi) - d\Delta\xi\Phi(\xi) + \Delta^2\xi(1+th\xi)$

Нетрудно видеть, что $I_1 = \Delta^2\left[\ln 2 - \xi th\xi + \ln ch\xi\right] + \Delta^2\xi(1+th\xi)$

$E_{DW}(\xi,\Delta) = \Delta^2\xi(1+th\xi) + (\Delta^2+1)\left[\ln 2 + \xi th\xi + \ln ch\xi\right] + I_2(\xi) - d\Delta\xi\Phi(\xi)$

$\frac{\partial E}{\partial \Delta} = 2\Delta\xi(1+th\xi) + 2\Delta\left[\ln 2 - \xi th\xi + \ln ch\xi\right] - d\xi\Phi(\xi) = 0$, $\Delta(\xi) = \frac{1}{2}\frac{d\xi\Phi(\xi)}{\left[\xi + \ln 2 + \ln ch\xi\right]}$

$\frac{\partial I_2}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi}\int_{-\xi}^{\infty} \frac{d\varphi}{(\varphi+\xi)}\frac{1}{ch^2\varphi} = -\frac{\partial}{\partial \xi}(-\xi)\cdot\frac{1}{(-\xi+\xi)}\frac{1}{ch^2\xi} - \int_{-\xi}^{\infty}\frac{d\varphi}{(\varphi+\xi)^2}\frac{1}{ch^2\varphi}$ – сингулярно

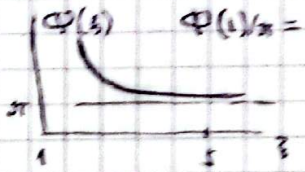
DW model for $\Psi_3 = \pi\xi/\Delta$ не имеет смысла из-за сингулярности E_{ex} at $\pi = 0$, $I_2(\xi)$ – сингулярно

Нетрудно видеть что при $\xi \to \infty$, $I_2(\xi) \to 0$ фрагментно, тогда $\Delta(\xi) = \frac{1}{2}\frac{d\xi\pi}{[\xi+\xi]} = \frac{d\pi}{4}$

$\Delta = d/d_c$, $d_c = 4/\pi$ – без сингулярности и обратно. Аналитически $\xi = (2/\pi)\pi$:

$\pi_{\xi} = \frac{1}{\sqrt{\lambda - d/d_c}}$, $\pi_{\xi_0} = \frac{d}{d_c}\frac{1}{\sqrt{\lambda - (d/d_c)^2}}$ и $\varepsilon_3(DW) = \sqrt{\lambda - (d/d_c)^2}$.

$I_2(\xi) = \int_{-\xi}^{\infty} \frac{d\varphi}{(\varphi+\xi)ch^2\varphi} \approx \frac{1}{ch^2\xi}\int_{(\varphi+\xi)}^{} \frac{d\varphi}{(\varphi+\xi)} \cong \frac{(-1)}{ch^2\xi}\ln(\varphi+\xi)\Big|_{\varphi\to-\xi}$



$\Phi(\xi)$ – монотонно убывающая функция от ξ и всюду $\Phi > 0$

Не сингулярна $E_{ex}(\xi)$. DW ansatz также дает $d_{min} = d_c$ – неустойчивость $d < d_c$.

Чтобы найти функцию, т.к. $\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) > 0$, то надо учесть $E_{ex}(\xi) + E_{an}(\xi)$, они также должны быть $\sim Z(\xi)$, $d^2(\xi) = \frac{(\ldots)}{Z(\xi)}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial\xi} < 0$.

Можно убрать $I_2(\xi) = 0$ – truncated DW model (это может объяснить $\xi \to 1$).

$E_{tDW}(\xi,\Delta) = \Delta^2\xi + (\Delta^2+1)\left[\ln 2 + \ln ch\xi\right] - \xi th\xi - d\Delta\xi\Phi(\xi)$

$\frac{\partial E_{tDW}}{\partial\xi} = \Delta^2 + (\Delta^2+1)th\xi - th\xi - \xi\frac{1}{ch^2\xi} - d\Delta\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) = 0$, $\Delta_d(\xi) = \frac{1}{2}\frac{d\xi\Phi(\xi)}{\left[\xi + \ln 2 ch\xi\right]}$

$\Delta^2 + \Delta^2 th\xi - \frac{\xi}{ch^2\xi} - d\Delta\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) = 0$, $\frac{1}{4}\frac{d^2\xi^2\Phi^2}{[\xi + \ln 2ch\xi]^2}(1+th\xi) - \frac{\xi}{ch^2\xi} - \frac{1}{2}d^2\frac{\xi\Phi}{[\ldots]}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) = 0$

$\frac{1}{2}d^2\frac{\xi\Phi}{[\ldots]}\left\{\frac{1}{2}\frac{\xi\Phi(1+th\xi)}{[\ldots]} - \frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi)\right\} = \frac{\xi}{ch^2\xi}$, $d^2(\xi) = \frac{2[\xi + \ln 2ch\xi]}{ch^2\xi\,\Phi(\xi)}\frac{1}{\left[\frac{1}{2}\frac{\xi\Phi(1+th\xi)}{(\xi+\ln 2ch\xi)} - \frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi)\right]_{\xi\to\infty}}$?

$E_{tDW}(\xi>1,\Delta) = \Delta^2\xi + (\Delta^2+1)\xi - \xi - d\Delta\xi\pi = 2\Delta^2\xi - \Delta d\xi\pi$ – упрощается при $\xi \to \infty$ и I_2

надо $\Delta^2\xi(1+th\xi) = \Delta^2\xi(1+th\xi) \to \left(1+\frac{1}{\Delta^2}\right)\xi(1+th\xi)$

$E_{DW}(\xi,\Delta) = (\Delta^2+1)\xi th\xi + (\Delta^2+1)\left[-\xi th\xi + \ln 2ch\xi\right] - d\Delta\xi\Phi(\xi) + (\Delta^2+1)\xi$

$E_{tDW}(\xi,\Delta) = (\Delta^2+1)\left[\xi + \ln 2ch\xi\right] - d\Delta\xi\Phi(\xi)$, $E_{tDW}(\xi\gg1,\Delta) = 2\xi(\Delta^2+1) - \pi d\Delta\xi =$

$= 2\xi(\Delta + 1/\Delta) - \pi d\xi$, где $\frac{2\Delta}{\pi}$?

$E_{DW}(\xi) = (\Delta^2+1)\left[\xi + \ln 2ch\xi\right] + I_2(\xi) - d\Delta\xi\Phi(\xi)$, $\frac{\partial E}{\partial\xi} = (\Delta^2+1)\left[1 + th\xi\right] + I_2' - d\Delta\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) = 0$

$\Delta^2(1+th\xi) + d\Delta\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) + 1 + th\xi + I_2' = 0$, $\frac{1}{4}d^2\frac{\xi^2\Phi^2}{[\ldots]^2}(1+th\xi) - \frac{d^2}{2}\frac{\xi\Phi\frac{\partial}{\partial\xi}(\ldots)}{[\ldots]} + 1 + th\xi + I_2' = 0$

$\frac{1}{2} d^2 \frac{\xi\Phi}{[\dots]} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\xi\Phi^2(1+th\xi)}{[\dots]} - \frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) \right\} = -(1+th\xi+I_2'), \quad d^2(\xi) = \frac{2(\xi+\ln 2ch\xi)}{\xi\Phi}\frac{(-1)(1+th\xi+I_2')}{Z(\xi)}$

$Z(\xi) = \frac{1}{2}\frac{\xi\Phi(1+th\xi)}{(\xi+\ln 2ch\xi)} - \frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi), \quad Z(\xi\to\infty) = \frac{1}{2}\frac{\xi\pi\cdot 2}{2\xi} - \pi = -\frac{\pi}{2}$

$d_c^2(\xi\to\infty) = \frac{2\cdot 2\xi}{\xi\pi}\frac{(-1)(2+I_2')}{(-\pi/2)} = \frac{16}{\pi^2}, \quad d_c = \frac{4}{\pi}$ если $I_2'(\xi\to\infty) = 0$.

$d^2(\xi) = \frac{2(\xi+\ln 2ch\xi)(1+th\xi+I_2'(\xi))}{\xi\Phi(\xi)\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\Phi) - \frac{1}{2}\frac{\xi\Phi(\xi)(1+th\xi)}{(\xi+\ln 2ch\xi)}\right]}$ — DW ansatz

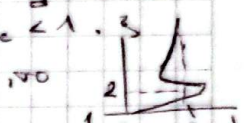
$Z(\xi) = 0$ при $\xi \approx 0.930$!

Если $I_2'(\xi)$ конечна, она не портит $d(\xi)$. $I_2(\xi) = 2/\xi$, $I_2'(\xi) = -2/\xi^2$ at $\xi \gg 1$.

Т.е. что $d(\xi) \geq d_c$, $d(\xi) \to d_c$ с $\xi\uparrow$. ? $\frac{\partial E}{\partial\Delta} = 2\Delta[\xi+\ln 2ch\xi] - d\xi\Phi(\xi) = 0$, $\Delta_c(\xi) = \frac{d}{2}\frac{\xi\Phi(\xi)}{[\xi+\ln 2ch\xi]}$

$\frac{\partial E}{\partial\xi}(\xi\gg 1) = 2(\Delta^2+1) + I_2' - d\Delta\pi = 0$, $\Delta_c = \frac{d}{2}\frac{\pi}{2} = d/d_c$ $2(\Delta^2+1) + \frac{2}{\xi^2} - d\Delta\frac{4\Delta}{d} = 0$

$1 - \frac{1}{\xi^2} - \Delta^2 = 0$, $1/\xi^2 = 1-\Delta^2$, $\xi = \frac{1}{\sqrt{1-\Delta^2}}$ — верно, но $\Delta = d/d_c < 1$.



Все же $I_2'(\xi)$ сильно влияет на $d^2(\xi)$. Если брать $I_2' = -2/\xi^2$, то $d(\xi)$ имеет max как $F(x)$ распад с макс g_m — уменьшен 2/I.

Но при $\xi \approx 1-2$ $I_2(\xi) = 2/\xi$ не работает. $I_2(\xi) = \int_{-\xi}^{\infty} \frac{dg}{(g+\xi)}\frac{1}{ch^2 g}$, $\frac{\partial I_2}{\partial\xi} \to \infty$ сильно $\forall\xi$.

приближение $I_2(\xi) = 2/\xi$, $I_2' = -2/\xi^2$ — удачно

$I_2(\xi) = \int_{-\xi}^{\infty} = \int_{-\xi}^{0} + \int_{0}^{\infty} = |-\xi = y| = \int_{0}^{\infty} - \int_{0}^{-\xi} = \int_{0}^{\infty}\frac{dg}{(g+\xi)}\frac{1}{ch^2 g} + \int_{0}^{\xi}\frac{dg}{(\xi-g)}\frac{1}{ch^2 g}$ $\xi\to\infty$ предел.

// 1) - за undefined $I_2'(\xi)$ at small $\xi \sim 1$, DW ansatz не нужен для $d(\xi)$, $\xi(d)$, d_{min} только $\xi \gg 1$ предел вычисл. формулы.

Попробуем BP model для ∞-film. $\cos\Theta = \frac{S^2-R_s^2}{S^2+R_s^2}$, $\sin\Theta = \frac{2SR_s}{S^2+R_s^2}$

$E_{an} = K\int dW \sin^2\Theta = K 2\pi L \int_0^\infty dS S \frac{4S^2R_s^2}{(S^2+R_s^2)^2} = K\cdot 2\pi L (R_s^2\cdot 2)\cdot 4R_s^2\int_0^\infty dr r\frac{r^2}{(r^2+1)^2} = |r = S/R_s| =$

$= K\cdot 2\pi L\cdot 2R_s^2\int_0^\infty dt \frac{t}{(t+1)^2} = (\cdot)\int_0^\infty dt\left[\frac{1}{(1+t)} - \frac{1}{(1+t)^2}\right] = (\cdot)\left[\ln(1+t) + \frac{1}{1+t}\right]_0^\infty$ — лог. расходимость

$e(c) = \frac{1}{4\pi M_s^2\cdot\pi R^2 L}E$, $\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2 M_s^2 L}E = R^2 e(c) = R^2\left[\frac{4}{c^2}\frac{1}{1+c^2}\left(1-\frac{1}{2}d\pi c\right) + \right.$

$\left. + 2(Q-1)c^2\left\{\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right\}\right] + \frac{1}{2}$, $r = R/l_{ex}$, $c = R_s/R \to 0$, $d = Dl_{ex}/A$.

$\varepsilon = \frac{E}{4\pi^2 M_s^2 L} = 4l_{ex}^2\left(1-\frac{1}{2}dR_s\right) + 2(Q-1)R_s^2\left\{-2\ln c - 1\right\} + \frac{1}{2}R^2$

$E_{BP} - E_{SD} = 4l_{ex}^2\left(1-\frac{1}{2}dR_s\right) + 2(Q-1)R_s^2\left\{-2\ln c\right\} = \varepsilon(R_s)$ — немонотонна для анализа, т.к. содержит $-\ln c$, $c\to 0$, ∞-член в E_{an}.

→ т.е. DW-ansatz непригоден для $R_s/\Delta \sim 1$, а BP-ansatz больше не пригоден для ∞-film. Остался DeBonte-и linear ansatz.

Итог: нет устойчивых Neel-skyrmions at $\xi = R_s/\Delta \sim 0.1-1 \lesssim 1$ и DMI→0. в ∞-film.

∞-film **Linear model**, $\varepsilon_l = \frac{E}{4\pi^2 M_s^2 L} = R^2 e(c) = R^2\left[\frac{\lambda}{c^2} + (Q-1)c^2 + \pi d\frac{c}{2} + \frac{1}{2}\right] =$

$= \lambda l_{ex}^2 + (Q-1)R_s^2 - \pi l_{ex} dR_s + \frac{1}{2}R^2$, $\varepsilon_s = \varepsilon_l - E_{SD} = \lambda l_{ex}^2 + (Q-1)R_s^2 - \pi l_{ex} dR_s$

$4\pi^2 M_s^2 L = 8\pi\frac{2\pi M_s^2}{A}AL = 2\pi AL\cdot\frac{1}{l_{ex}^2}$, $\varepsilon_s = \frac{E_s}{2\pi AL} = \lambda + (Q-1)\frac{R_s^2}{l_{ex}^2} - \pi d\frac{R_s}{l_{ex}}$ — см. $2\sqrt{\pi}/\pi$

нормируем к норм. на $l = \sqrt{A/K}$, $K \to K_{eff} = K - 2\pi M_s^2 = 2\pi M_s^2(Q-1)$, $l^2 = (A/K_{eff})$

$\frac{(Q-1)}{l_{ex}^2} = \frac{(Q-1)}{A}2\pi M_s^2 = \frac{K_{eff}}{A} = \frac{1}{l^2}$, $\frac{d}{l_{ex}} = \frac{Dl_{ex}}{A}\frac{1}{l_{ex}} = D/A$, $d = Dl/A$ new def., $r_s = R_s/l$.

$\varepsilon_s(R_s) = \lambda + r_s^2 - \pi d r_s$ — energy linear model in $(2\pi AL)$ units, $r_s = R_s/l$, $l^2 = \frac{A}{K_{eff}}$

Это уравнение для linear model и $R_s/\Delta \gg 1$ вместо DeBonte-и DW-models.

$\frac{\partial\varepsilon}{\partial r_s} = 2r_s - \pi d = 0$, $r_s^0 = \frac{\pi}{2}d$, $\varepsilon_s(r_s^0) = \lambda + \left(\frac{\pi}{2}d\right)^2 - \pi d\frac{\pi}{2}d = \lambda - \frac{1}{4}\pi^2 d^2$, $\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial r_s^2} = 2 > 0\ \forall d$

ε_s отсчит. от E_{SD}, $\varepsilon_s(lin) = 0$, $\lambda = \frac{\pi^2}{4}d^2$, $d_c = \frac{2}{\pi}\sqrt{\lambda}$, $\lambda = 0.154$. $\varepsilon_s < 0$ если $d > d_c$

т.о. skyrmion is metastable for any d^{in} и ground state of ∞-film at $d > d_c = \frac{2}{\pi}\sqrt{\lambda} \approx 1.58$

Linear model is trivial for ∞-film and $L\to 0$ (Eu уменьшена в K_{eff}). // $\varepsilon_l \approx$ на 50% больше E_{DeB}

$\xi^2 = A/L_{ex} = \frac{A}{K(Q-1)} = l_0^2 \frac{Q}{(Q-1)}$ для цилиндра с Киселёв ††, где $x_0 = l_0 = \sqrt{A_K}$ а „магнитная длина" у нас другая.

Цилиндр с Киселёв JPhD 11

$\varepsilon_s(r_0) = \lambda + \frac{R_s^2}{l^2} - \pi d \frac{R_s}{l} = \lambda + \frac{R_s^2 l_0^2}{l_0^2 l^2} - \pi \frac{d_0}{A}\left(\frac{R_s}{l_0}\right) = \lambda + \frac{(Q-1)}{Q} z_0^2 - \pi d z_0$, $z = \frac{\pi}{4} d$, $d = D l_0 / A$

$z_0 = \sqrt{A/K}$, $\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial z_0} = 2\frac{(Q-1)}{Q} z_0 - \pi d = 0$, $z_0 = \frac{\pi}{4}\frac{Q}{(Q-1)} d$, у Киселёв †† отчасти

$A' = \frac{1}{4}(Q-1)\frac{\pi}{2}$, $\Psi(r) = A \cdot r^2 + \frac{2K}{l}$, $V_0 = A' z_0^2 + \frac{\pi}{l_0} = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{4} d \Rightarrow \frac{R_s}{L} = \frac{1}{A'}\frac{l_0}{L}\frac{\pi}{4} d$

$z_0^* = \frac{R_s}{l_0} = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{4} d$ k.c. $z_0 = \frac{\pi}{8}\frac{Q}{(Q-1)} d$ – Gus

Сравнение, если $A' = \frac{1}{4}(Q-1)$ по Киселёв †† $A'(K_{is}) = \frac{1}{4}\frac{(Q-1)}{Q}$, докато $A'(G_u) = \frac{[Q-1-\frac{1}{\pi^2}]}{4Q}$

A' – Gus не отчитат тъй с корекция, за несъответно $A'(K_{is})$ в областта $\frac{l_0}{L_0} \to 0$, тъй като

у Гъс $\Theta(\varphi) = \frac{\pi}{2}\frac{\varphi}{R_s}$, у Киселёв $\Theta(\varphi) = \pi\left(1 - \frac{\varphi}{R_s^*}\right)$ или $\Theta = \pi\frac{\varphi}{R_s^*}$, $R_s^*(K_{is}) = 2R_s(Gus)$

$z_0^* = \frac{1}{A'}\frac{\pi}{4} d \Rightarrow z_0 = \pi\frac{Q}{(Q-1)} d$, т.е. $A' = \frac{1}{4}\frac{(Q-1)}{Q}$, тъй отчитат с отчасти A' (Киселёв ††).

→ Виждам: Linear model Гъс и Linear-model Киселёв †† отчитат нулев $\frac{l_0}{L_0} \to 0$, когато $A' = \tilde{A} + \frac{1}{4Q}\left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right)$ – corrected (††-изчисл.), A' и $\tilde{A}$ Киселёв †† – нескорект.

Wrong x_c (Kis ††) $= \frac{1}{2}$, d_c (Kis ††) $= \frac{4}{\pi} x_c = \frac{2}{\pi}$ при $H_0 = 0$ – т.н. DeBonte и DW-models

дават $d_c = 4/\pi$, тъй като зависимостите още не отчитат. Essence only if L/l_0 не влиза в Fig. 3

Bernard-Mantel et al. †† получават $d_c = 4/\pi$ числено.

Skyrmion → film:

- (1) Linear model – изчислен, тъй като зависимост ε_s и цял неограничен $R_s(D)$, непрекъснат $d_c = 1.58$
- (2) Belavin-Polyakov model – не изчислен
- (3) DW model – аналитично изчислен при $\frac{R_s}{A} \gg 1$, $d \approx d_c = 4/\pi$
- (4) DeBonte model – най-ниска енергия, $\varepsilon_s(DeB) < \varepsilon_s(DW)$, $d_c = 4/\pi$, най-нисък d_{min}, но нестабилен при $d < d_{min}$.

6-7/I Помощ с Ко. Ръкописи. Обзор стари статии Bubble domains.

8/I Alfredo изпраща PhD thesis Mexico. Update Ikerbasque web-site. PIBA – Banque grant application. с Н. „bidi", „Carrefour" Olaberria.

9/I с Н. и Alkorta. Разбор нови проби Ar/Ar-Materials MS

10/I Meeting с Ewo Ruben – AF-DW motion and local heating due $\vec{\nabla} T(r,t)$ – DW motion. Meeting с Пърнат – Sk-MPD. Ar/Ar Materials MS изпратени

11/I Обсъжд. с Сълмаси статии on Sk stability with T_{ED} и Azanda (ΔE, MPD).

12/I Meeting с IKERDEA с J. Camarero и P. Perna: обсъжд. joint project progress, и APL 2017 по 10-μm skyrmion bubbles D in thin-layer films. Домашно: Сълмаси, тъй като образци Pt/Co/Al дават (много ΔMI) пренос в стени (R, L) – да бъдат по Адаптинг на MFM-imaging. Meeting с ICMAB с A. Asenjo M. Jaafar и ст. PhD student: Py-dots с $R = 30$ nm, $L \geq 30$ nm – MFM images $\pm 1^\circ$-semi-spherical shape, нищо $\neq 0$ на 3A MFF-tip. Обсъждане за future MPD – in R, L coordinates

13/I Вторник. Домашно с А. Сравнение данни нощ. Update Ikerb. site.

→ New Project Asenjo: Stability vortex/skyrmion states under MFM-tip field in small dots

Sk-MPD 0-d in area – add и Sk stability in ∞-film DeBonte inserts (R_s, Δ) Sk-energy barriers in (R_s) H_0 (Dw., T_{ED})? Sk-hysteresis in H_x-in-plane (Bamb. Bloch-Sk → Neel-Sk transition via $\Phi_0(\vec{r})$ description.

ICMM-Elder sent exp. Pt/Co/Al

14/I Нанесе нови MS on skyrmion Q-d MPD in dots и Sk-stability in ∞-films. Нанесе чекове BSC-Berlin (MFM is optimal) + Berlin-Poznan – Pt/Co/Al

15/I F. Ajejas et al. APL 111, 202402 (2017): measuring DMI in Co-ultrathin MLS by DW velocity of 10 μm size bubble domains. Оценено D_c и R_s for Pt/Co/Al. Two Pt/Co/Al films: $H_a^{sat} = 1.3\ T = 13\ kOe$, $M_s t_{Co} = 1.3\ mA$, $D_s = 1.2$-$1.3\ pJ/m$. нанесено $A = 16\ pJ/m$, $M_s = 1.3\ mA/96\ nm = 1.3 \cdot 10^{-3} A/(0.6 \cdot 10^{-9}\ m) = 2.2 \cdot 10^6\ A/m$ – $M_s = 2.2 \cdot 10^3\ G$ – Сравнение много, дотам M_s (Bulk Co) $= 1.4 \cdot 10^3\ G$. Вероятно, t_{Co} не е 0.6 nm а $t_{Co} = 1.0$ nm. Тогава $M_s = 1.1 \cdot 10^{-3} A/(1 \cdot 10^{-9}\ m) = 1.3 \cdot 10^6\ A/m \to M_s = 1300\ G$ (Co)

Escaneado con CamScanner

$K_{eff} = \frac{1}{2} H_0^{sat} M_S = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 10^3 Oe \cdot 1.3 \cdot 10^3 G = 8.45 \cdot 10^6 erg/cm^3$, $A = 16 pJ/m = 1.6 \cdot 10^{-6} erg/cm$

$D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{A \cdot K_{eff}} = \frac{4}{\pi}\sqrt{1.6 \cdot 10^{-6} erg/cm \cdot 8.45 \cdot 10^6 erg/cm^3} = \frac{4}{\pi}\sqrt{1.6 \cdot 8.45}\ erg/cm^2 = 4.68 \frac{erg}{cm^2} = 4.68 \frac{mJ}{m^2}$

$D(exp) = D_s / t_{Co} = (1.2 \div 1.3)\ mJ/m^2 \cdot \frac{1}{1\ nm} = (1.2 \div 1.3)\ mJ/m^2$ when $t_{Co} = 1$ nm (using M_S calc).

T.K. $D < D_c \approx 4.7\ mJ/m^2$, so small size chiral Neel Skyrmions are metastable.

$D/D_c = (1.3/4.7) = 0.26 - 0.28$. $d/d_c = 0.26 \cdot 0.28$

Corrective DW-ansatz 2/2017: Sk-radius $r_s = \frac{\Delta}{\sqrt{1+\Delta^2}}$, $\Delta = d/d_c$, r_s, Δ in units $l = \sqrt{\frac{A}{K}}$

$l = \sqrt{\frac{1.6 \cdot 10^{-6} erg/cm}{8.45 \cdot 10^6 erg/cm^3}} = \sqrt{\frac{1.6}{8.45}} \cdot 10^{-6} cm = 0.435 \cdot 10\ nm = 4.35 \approx 4.4\ nm$.

$r_s(d/d_c = 0.26) = \frac{0.26}{\sqrt{1 - 0.0676}} = \frac{0.26}{0.967} \approx 0.27$, $r_s(d/d_c = 0.28) = \frac{0.28}{\sqrt{1 - 0.0784}} = \frac{0.28}{0.960} = 0.29$

$R_s(d/d_c = 0.26) = 0.27 \cdot 4.4\ nm = 1.2\ nm$, $R_s(d/d_c = 0.28) = 0.29 \cdot 4.4\ nm = 1.3\ nm$.

T.e. calculations in modified DW model (R_s, Δ-variable) give an equil. $R_s = 1.2 - 1.3$ nm.

Sk-equilibrium energy $E = 4\sqrt{1 - (d/d_c)^2}$ in units $2\pi A L = 2\pi \cdot 10^{-6} \frac{erg}{cm} \cdot 1.6 \cdot 10^{-7} cm = 10.05 \cdot 10^{-13} erg$

$E(0.26) = 4 \cdot 0.967 = 3.9$; $E(0.28) = 4 \cdot 0.960 = 3.8$. $E_{Sk} = (3.8 - 3.9) \cdot 10^{-12} erg$, $E_{1SD} = 0$.

$k_B T = 1.38 \cdot 10^{-16} erg/K \cdot 3 \cdot 10^2 K = 4.1 \cdot 10^{-14} erg$. $E_{Sk}/k_B T = (3.8 - 3.9) 10^{12} erg / 4.1 \cdot 10^{-14} = (0.93 \cdot 0.95) \cdot 10^2$

Ho $r_s/\Delta \approx 1$, so na granice applicability of DW-ansatz. Pt/Co/Al film

Mozemo uzeti $M_S = 1.3 \cdot 10^3 G$ no uzimamo $t_{Co} = 0.6$ nm as claimed in Ajejas' Appl'17

Tonga $D(exp) = D_s / t_{Co} = (1.2 \div 1.3) \frac{mJ}{m^2} \cdot \frac{1}{0.6} = (2.0 - 2.2)\ mJ/m^2$, $D/D_c = 0.43 \div 0.47 = d/d_c$.

$r_s(d/d_c = 0.43) = \frac{0.43}{\sqrt{1 - (0.43)^2}} = \frac{0.43}{0.90} = 0.48$, $R_s(0.43) = 0.48 \cdot 4.4\ nm = 2.1\ nm$, $E_s = 3.6$

$r_s(d/d_c = 0.47) = \frac{0.47}{\sqrt{1 - (0.47)^2}} = \frac{0.47}{0.88} = 0.53$, $R_s(0.47) = 0.53 \cdot 4.4\ nm = 2.3\ nm$, $E_s = 3.5$

$E_{Sk}/k_B T = 90$.

Buibog: using $t_{Co} = 1$ nm gave $D/D_c = 0.26 - 0.28$, a using $t_{Co} = 0.6$ nm gave $D/D_c = 0.43 - 0.47$
for Pt/Co/Al films $R_s = 1.2 - 1.3$ nm $R_s = 2.1 - 2.3$ nm

T.e. $d/t_{Co} = 0.6 - 1$ nm Neel Skyrmions in Pt/Co/Al film are small radius 1-2nm u metastable.

DW-ansatz ne zahvaca ar dot radius $R \Rightarrow$ Jos uvijek Beprain u gore ulitaku Pt/Co/Al dots?

Dos: $Q - 1 = K_{ess}/2\pi M_S^2 = \frac{1}{2\pi M_S^2}(K_u - 2\pi M_S^2) = \frac{8.45 \cdot 10^6 erg/cm^3}{2\pi (1.3)^2 10^6 G^2} = 0.796$, high $\perp$-anisotropy

$Q = 1.80$ is large. Therefore large DMI is needed to get metastable/stable Sk in dots.

MPD Q-d for dot: $d = \frac{D l_{ex}}{A}$, $l_{ex} = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_S^2}} = \sqrt{\frac{A}{K} \frac{K}{2\pi M_S^2}} = l\sqrt{Q-1} \approx 4.4\ nm \sqrt{0.80} \approx 3.9\ nm$

Max $d = \frac{2.2\ mJ/m^2 \cdot 4\ nm}{16\ pJ/m} = \frac{8.8}{16} \frac{10^{-3} J \cdot 10^{-9} m}{m^2 \cdot 10^{-12} J/m} = \frac{8.8}{16} \approx 0.55$. C vrijednosti $d = 0.55$ u $Q = 1.80$

Skyrmions in Q-d MPD are metastable. Due stabilization nago $Q < 1.18$ (Rohart'13)
$Q < 1.05$ (Gus-MPD)

Cons. Aranda-JMMM subm. if $D/D_c \leq 0.5$, $Q > 1$, Neel Sk are unstable for dots with $R = 50, 125, 250$ nm

(16/1) Nefjodova i Mantra. Hamiltonian Sk-MPD Q-d dot paper. Sk-MPD-dot

$\varepsilon_s = \frac{1}{2\pi A L} E_s(r_s, \beta) = \int_0^{r_s} dr \frac{2}{ch^2 f} \left[2\left(\frac{1}{r^2} + \xi^2 + \frac{\xi}{r}\right) - \beta \left\{ \xi ch f + \frac{1}{r} \sin f \right\} \right] + const$, De Bonte ansatz $f(r) = \ln \frac{r}{r_s} + \xi (r - r_s)$

$\xi^2 = Q - 1$, r, r_s, β in units $l_{ex} = \sqrt{A/2\pi M_S^2}$.

$\rho = \xi r$. $E_s(r_s, \beta) = \int_0^{\rho_d} d\rho\, \rho \frac{1}{ch^2 f} \left[2\left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho} + 1\right) - \frac{d}{\xi}\left(ch f + \frac{1}{\rho} \sin f\right) \right]$, $f(\rho) = \ln \frac{\rho}{\rho_s} + \rho - \rho_s$

$\rho_d = \xi r_d$, $\rho_s = \xi r_s$.

Rezultat: $\varepsilon_s(r_s, \beta) = F(\rho_d, \rho_s, \frac{d}{\xi})$, $\frac{\partial E_s}{\partial \rho_s} = 0$ gave $\rho_s^0 = G(\rho_d, d/\xi) = G(\xi \frac{R}{l_{ex}}, d/\xi)$

$R_s/l_{ex} = r_s = \frac{1}{\xi} G(\xi r_d, d/\xi)$, t.e. ecm rješenje r_s-univerzalna, tj. R_s zavisno od (d/ξ).

$\frac{\partial^2 E_s}{\partial r_s^2} = F_2(\rho_d, \rho_s, d/\xi)$, $\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial r_s^2}\Big|_{\rho_s^0} = 0$ gave $F_2[\rho_d, \rho_s^0(\rho_d, d/\xi), d/\xi] = G_2(\rho_d, d/\xi) = 0$

T.e. jedino rješenje ravnotežno, uz $\varepsilon_s(r_s, \beta) = E_{1SD}$ pobuđenje granica

$d/\xi = f(\rho_d) = f(\xi r_d)$, $d_c(\xi) = \xi f(\xi r_d)$. Ecm $\xi r_d \gg 1$, tj. $d_c(\xi) = f(\infty)\, \xi = \sqrt{Q-1}$

$\frac{\partial \rho}{\partial r}\Big|_R = d/2$, $\frac{\partial \rho}{\partial \rho} = \frac{1}{2}(d/\xi)$ rješenje zavisno od (d/ξ). Tomas pendrive gr. Neelsamma-Jurega

are $f(r)$ ecm $f(\rho) = f(\rho, d/\xi)$ → normal sk-energy $E_s[d/\xi] = E_s(\rho_d, d/\xi)$!

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Gus' APL'16: $\alpha=\varphi$, $\beta=\theta$, $\gamma=\pi-\varphi$ → найти $a_{ik}(\varphi,\theta,\pi-\varphi)$ сопоставить Eq. (54) Вариманов

$$a(\varphi,\theta,\pi-\varphi)=\begin{pmatrix}-\cos^2\varphi\cos\theta-\sin^2\varphi & +\cos\varphi\cos\theta\sin\varphi+\sin\varphi\cos\varphi & \cos\varphi\sin\theta\\ -\sin\varphi\cos\theta\cos\varphi+\cos\varphi\sin\varphi & -\sin^2\varphi\cos\theta-\cos^2\varphi & \sin\varphi\sin\theta\\ +\sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta\end{pmatrix} - ?$$

$$a(\varphi,\theta,0)=\begin{pmatrix}\cos\theta\cos\varphi & -\sin\varphi & \cos\varphi\sin\theta\\ \sin\varphi\cos\theta & \cos\varphi & \sin\varphi\sin\theta\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta\end{pmatrix},\ \delta\vec m'=\begin{pmatrix}\ell\\ \psi\sin\theta\\ 0\end{pmatrix},\ \theta\to\theta_s,\ \varphi\to\varphi_s$$

$(\delta\vec m)_k=\begin{pmatrix}\delta m_x\\ \delta m_y\\ \delta m_z\end{pmatrix}=\sum_i a_{ik}\,\delta m_i'$, $\delta\vec m=\begin{pmatrix}\delta m_x\\ \delta m_y\\ \delta m_z\end{pmatrix}$, $a_{ik}(\alpha\beta\gamma)=a_{ki}(-\gamma,-\beta,-\alpha)$, $\delta\vec m=a^{-1}\cdot\delta\vec m'$

$\vec m'=R\vec m$, $R=a^{-1}$, $\delta\vec m'=a\cdot\delta\vec m$

$R^{-1}(\alpha\beta\gamma)=R^{+}(\alpha\beta\gamma)=\left[e^{i\gamma J_z}e^{i\beta J_y}e^{i\alpha J_z}\right]^{+}=e^{-i\alpha J_z}e^{-i\beta J_y}e^{-i\gamma J_z}=\hat D(\alpha\beta\gamma)=a(\alpha\beta\gamma)$

$\vec m'=a\vec m$ by definition of matrix a (Вариман.), $\vec m'=R\vec m$ (Gus) и $R=a^{-1}$ – как это согласуется?

// а использован wrong R, или Вариманов used wrong a (a_{ik} in Eq. (54))?

а/ VIII'17. Уравнение движения начально $\delta\vec m=a(\varphi,\theta,0)\,\delta\vec m'$, $\delta\vec m'=\begin{pmatrix}\ell\\ \psi\sin\theta\\ 0\end{pmatrix}$.

Согласно Вариманову должно $\delta\vec m=a^{-1}(\alpha,\beta,\gamma)\,\delta\vec m'$, $a^{-1}(\alpha,\beta,\gamma)=a(-\gamma,-\beta,-\alpha)=a(\varphi,\theta,0)$

т.е. $-\gamma=\varphi$, $-\beta=\theta$, $\rho\ \alpha=0$. Или $a^{-1}(\alpha\beta\gamma)=a(\pi-\gamma,\beta,-\pi-\alpha)=a(\varphi,\theta,0)\Rightarrow$

$\pi-\gamma=\varphi$, $\theta=\beta$, $-\alpha=\pi$.

// Матрица $a(\alpha\beta\gamma)$-Вариман. совпадает с $R(\alpha\beta\gamma)$-Бидненхарн-Лаук (2.37) но у Бидненхарн – active rotation, т.е. вращение $\vec m$-vector to $\vec m'$, при фикс. коорд. системе xyz. Вариманов же интерпретирует $a(\alpha\beta\gamma)$ as passive rot.

Определение Euler angles (α,β,γ) у Бидненхарн и Вариманов – одинаковое.

Ошибку в Eq. (52),(54) – Вариманов заметил еще 27/VIII 2015?

• Active $R(\alpha\beta\gamma)=\hat D(\alpha\beta\gamma)$, • passive $R(\alpha\beta\gamma)=\hat D(\gamma,\beta,\alpha)$, $\gamma\rightleftarrows\alpha$.

Верная $a_{ik}=a_{ki}$ (Вариман.). $a=\tilde a$ (Вариман.) $=a^{-1}$ (Вариман.). Надо $\vec m'=a(B)\vec m$

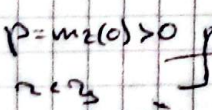
заменить на $\vec m'=a^{-1}\vec m$, $\vec m=a\vec m'$, где $R=a^{-1}$, где a дает-ся Eq. (54)-Вариман.

$\delta\vec m=a(\varphi,\theta,0)\,\delta\vec m'$ – верное eq. $a(\alpha\beta\gamma)=R^{-1}(\alpha\beta\gamma)=e^{-i\alpha J_z}e^{-i\beta J_y}e^{-i\gamma J_z}=R^{+}$

$R(\alpha\beta\gamma)=e^{i\gamma J_z}e^{i\beta J_y}e^{i\alpha J_z}$ used in Gus. EPL'16.

$\delta\vec m=\delta m_x+i\delta m_y=\left[\ell\cos\theta_s+i\psi\sin\theta_s\right]e^{i\varphi_s}=\left[\ell\cos\theta_s+i\psi\sin\theta_s\right]\left[\cos\varphi_s+i\sin\varphi_s\right]=$

$=\ell\cos\theta_s\cos\varphi_s-\psi\sin\theta_s\sin\varphi_s+i\left[\psi\sin\theta_s\cos\varphi_s+\ell\cos\theta_s\sin\varphi_s\right]$ – верно, совп. с 8/VIII'17.

Let us assume $\rho=m_z(0)>0$ 

$\theta_s(r)=\begin{cases}0, & r<R_s\\ \pi, & r>R_s\end{cases}$. $\delta m_x+i\delta m_y=$

$=[\ell]e^{i\varphi_s}$ at $r<R_s$ $\quad\delta m_x+i\delta m_y=-\ell\ell e^{i\varphi_s}$ at $r>R_s$

$\delta\vec m(\theta_s=0,\pi)=[\ell\ell,0,0]$ $\quad\delta\vec m=\ell\ell\cos\theta_s e^{i\varphi_s}=[\ell\ell\cos\theta_s\cos\varphi_s,\ \ell\ell\cos\theta_s\sin\varphi_s,0]$

In thin DW limit $a_n(r)=b_n(r)$ – Gus. RRL'16. $\delta\vec m'=\delta m_x'+i\delta m_y'=a_n e^{im\varphi}e^{-i\omega t}=a_n e^{i\varphi}$ Eq. (6)

$\delta\vec m=\begin{pmatrix}\delta m_x\\ \delta m_y\\ \delta m_z\end{pmatrix}=a(\varphi_s,\theta_s=0,\pi,0)\begin{pmatrix}\delta m_x'\\ \delta m_y'\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta_s\cos\varphi_s & -\sin\varphi_s & 0\\ \cos\theta_s\sin\varphi_s & \cos\varphi_s & 0\\ 0 & 0 & \cos\theta_s\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta m_x'\\ \delta m_y'\\ 0\end{pmatrix}$

$\delta m_x=\cos\theta_s\cos\varphi_s\,\delta m_x'-\sin\varphi_s\,\delta m_y'=\cos\theta_s\cos\varphi_s\,a_n\cos(m\varphi-\omega t)-\sin\varphi_s\,a_n\sin(m\varphi-\omega t)=$

$=a_n\left[\pm\cos\varphi_s\cos\psi-\sin\varphi_s\sin\psi\right]=a_n\begin{Bmatrix}\cos[\varphi_s+\psi]\\ -\cos[\varphi_s-\psi]\end{Bmatrix}=\pm a_n\cos[\varphi_s\pm\psi]=$

$=\pm a_n\cos\left[m\varphi-\omega t\pm\varphi_0\pm\varphi\right]=\pm a_n\cos\left[(m\pm1)\varphi-\omega t\pm\varphi_0\right]$, $\pm1=\cos\theta_s$

$\delta m_y=(\pm)\sin\varphi_s\,a_n\cos\psi+\cos\varphi_s\sin\psi\,a_n=a_n(\pm)\sin[\psi\pm\varphi_s]$

$\delta m_x+i\delta m_y=\pm a_n\left[\cos(\psi\pm\varphi_s)+i\sin(\psi\pm\varphi_s)\right]=\pm a_n\exp\left[i\left((m\pm1)\varphi-\omega t\pm\varphi_0\right)\right]$

$\pm1=\cos\theta_s=\begin{cases}+1, & r<R_s\\ -1, & r>R_s\end{cases}$ при $\rho>0$. $\quad\delta m_x+i\delta m_y=(\cos\theta_s)\,a_n(r)\,e^{i\left[(m\pm1)\varphi-\omega t\pm\varphi_0\right]}$

Т.е. ст-ра $\delta\vec m=\delta m_x+i\delta m_y=a_n e^{i(m\varphi+\omega t)}$ $\quad\delta m_x+i\delta m_y=e^{i(m\pm1)\varphi}$

сфера $m=(m\pm1)$ – нет $\theta_s=0,\pi$. Так можно сделать при $\theta_s=0,\pi$ – thin DW at R_s

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

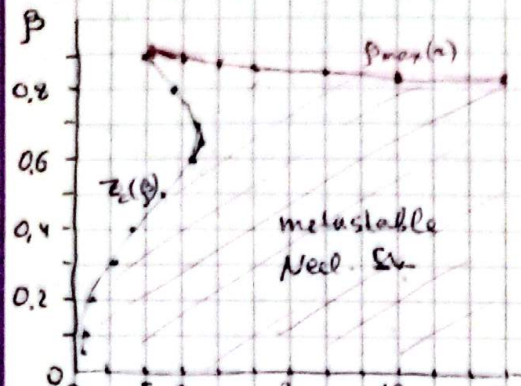
Boundaries of 2-D Neel-Sk metastability in cyl. dot (β, z) in BP approx.

+ 1.0, when neglect $\eta = 5-1$ ($z = R/l_{ex}$, $l_{ex} = 5.7$ - permalloy)

+ Compare β-z MPD. For β also search $z_c(\beta)$

β	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.65
z_c	3.17	3.35	3.67	4.14	4.70	5.46	6.18	6.34	5.76	4.36	6.36

- Cm. Fig.



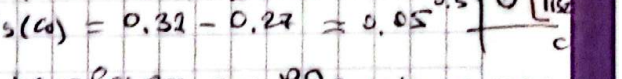
$\beta_{max}(z)$ bypass at $z=5$ $\beta_0 \approx 0,90$ to $z=15$ $\beta_0 \approx 0,84$

$l_{ex} = 5.7$ nm at $A = 13$ pJ/m, $M_s = 800$ G (Py).

$z_c(\beta)$ varies at $z_c \approx 3-6$, $R = 17-34$ nm - experimental observation at large $\beta = L/R = L/z$, $L = L/l_{ex}$

For typical $\beta = 0.5$, $z = 10$, $c_0 = 0.54$ $e_s(c_0) \approx 0.27$

$\Delta e_{S \to 11SD} = e_{max} - e_s(c_0) = 0.32 - 0.27 \approx 0.05$



$\Delta e_{S \to 11SD} \gg$ energy barrier, i.e. BP ansatz no good

11SD - uniform Sk - radius "c".

Видимо $\Delta e_{S \to 11SD} \approx 0.01$ ($\beta = 0.5, z = 10$), $\Delta E_{S \to 11SD} = 4\pi M_s^2 V \cdot \Delta e = 4\pi (0.8)^2 10^6 G^2 \pi 10^3 0.5 (5.7\,nm)^3 \Delta e =$

$= 2\pi^2 0.64 \cdot 10^9 (5.7)^3 10^{21} G^2 cm^3 \cdot \Delta e = 2.3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-12}$ erg $\cdot \Delta e$

$\Delta E_{S \to 11SD} \approx 2 \cdot 10^{-11}$ erg is giant game при $\Delta e = 0.01$, $\Delta E / kT = 2 \cdot 10^{-11} / 4 \cdot 10^{-14} = 500$ (!)

(24/I) Не приняли Tomasello - PRL. Решили в PRB-R. Update info с GM-UPV/EHU. Py-dots - MPD, Osc.

(25/I) Сделал MPD-Sk-Pydot Fig. и послал Summary to Eider-Osc. обсуждение. Artific. Sk - MS с Гнат. File для FET-appl. - Farkhad.

(26/I) Обсужд. Py - Skyrmion MPD с Osc.: Line написал Suppl. Mat. $E(m^z)$ и Fig. и построил $E_s(\beta)$ для начинания. Info для Antyukh о grav. Conf. for INTERMAG - by pers. credit card by Oksana (Sep 3 invoice).

$$E_m = \int dV\, 2\pi M_z^2 = 2\pi M_s^2 \int dV\, m_z^2 = 2\pi M_s^2 L \cdot 2\pi \int_0^R d\varrho\, \varrho \cos^2\theta(\varrho) = \left| z = \frac{\varrho}{R} \right| = 2\pi M_s^2 \cdot 2\pi L R^2 \int_0^1 dz\, z \cos^2\theta$$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{4\pi M_s^2 V} E_m = \int_0^1 dz\, z \cos^2\theta(z) = \frac{1}{2} - \int_0^1 dz\, z \sin^2\theta(z)$$

BP-ansatz $\sin\theta = \frac{2SR_s}{S^2 + R_s^2} = \frac{2cz}{c^2 + z^2}$, $c = R_s/R$

$$\varepsilon_m^{BP}(c) = \frac{1}{2} - \int_0^1 dz\, z \frac{(2cz)^2}{(z^2+c^2)^2} = \frac{1}{2} - 2c^2 \left[\ln\left(1 + \frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2} \right] \text{ at } \beta = 0,$$

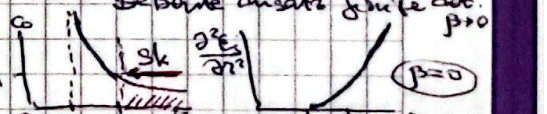
$$\varepsilon_m(\text{DeBonte}) = \frac{1}{2} - \int_0^1 dz\, z \frac{1}{ch^2 f}, \quad f_s(\varrho) = \ln\frac{\varrho}{R_s} + \frac{1}{\delta}(\varrho - R_s) = \ln\frac{z}{c} + \frac{R}{\delta}(z - c), \quad c = \frac{R_s}{R}, \quad z = \varrho/R$$

$$\frac{\partial \varepsilon_m^{DeB}(c)}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\left[\frac{1}{2} - \int_0^1 dz\, z \frac{1}{ch^2 f} \right] = 2 \int_0^1 dz\, z \frac{sh f}{ch^3 f} \frac{\partial f}{\partial c} = 2 \int_0^1 dz\, z \frac{sh f}{ch^3 f} \left[-\frac{1}{a} - \frac{R}{\delta} \right] = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon_m^{DeB}}{\partial \delta} = 2 \int dz\, z \frac{sh f}{ch^3 f} \frac{\partial f}{\partial \delta} = \int_0^1 dz\, z \frac{sh f}{ch^3 f} \left(-\frac{R}{\delta^2} \right) (z - c) = -\frac{R}{\delta^2} \int_0^1 dz\, z \frac{(z-c)\, sh f}{ch^3 f} = 0$$

Система 2-х eqs. для (c, δ): $\int_0^1 dz\, z \frac{sh f}{ch^3 f} = 0$ и $\int_0^1 dz\, z^2 \frac{sh f}{ch^3 f} = 0$ - DeBonte ansatz finite dot.

$$(\beta = 0)\ \varepsilon_s^{BP} = \frac{1}{2} \frac{1}{1+c^2} - 2c^2 \left[\ln\left(1 + \frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2} \right] + 1/2 = \varepsilon_s(c, z)$$



Equil. Sk. radius $c_0(z)$ passes min при $z_* = 1,99$

$\partial^2 \varepsilon_s / \partial c^2 > 0$ $\forall z > 2$ и $\varepsilon_s''(c_0) \to 0$, $z \to z_*$, $c_0 \to \infty$ (1SD), $c_0(z) \le 1$ при $z \ge 2.97$

→ Т.е. metastable skyrmion (BP-model) при $\beta = 0$ существует при $z \ge 2.97$

(27/I) Получен IVA и написан и CONSTANTO за 2017. Искр. base impossible Янв. 2017.

(28/I) Расчет Sk-MPD cyl. dot (β, z) in BP-ansatz.

При β finite: $\varepsilon_s(\beta, z) = \frac{1}{2} \frac{1}{(1+c^2)} + \frac{1}{\beta} \int_0^\infty dk \left(1 - e^{-\beta k}\right) I_0^2(k, c) + \int_0^\infty dk\, k f(\beta k) I_0^2(k, c)$

BP-ansatz

$$I_{z,s}(k, s) = \int_0^1 dz\, z\, m_z(z, c)\, J_{0,1}(kz)$$

$$\varepsilon_m(c, \beta) = \frac{1}{\beta} \int_0^\infty dk \left(1 - e^{-\beta k}\right) \left[\int_0^1 dz\, z \cos\theta\, J_0(kz) \right]^2 + \int_0^\infty dk\, k f(\beta k) \left[\int_0^1 dz\, z \sin\theta\, J_1(kz) \right]^2$$

$m_z(z, c) = 2cz/(c^2 + z^2)$ for Neel-Sk и $m_z = 0$ for Bloch-Sk. $m_z = \cos\theta = (c^2 - z^2)/(c^2 + z^2)$

Посторонние Figs. - $E_s(c)$, $E_s(\beta, R)$, $c(\beta)$ - Neel-, Bloch-Sk in Py dot of finite thickn.

(29/I) Оксана Need-Sk, Bloch-Sk Figs in thick Py dots и носна file to Agustina
Оксана et al. (ICMM). Переписка с Berlin-Conf. о registration теми.
Зонфра to Juan Marco - Бангия беружуб нам и CONSTANTO card annual fee.
(30/I) Sk-Sete tomasello MS изпратен to PRB-Rapids. Завад. Sinarbeb
в Berlin to Barcelo. Sk-review. Поменени нед минимум (дженебар) на
уредбен нобед. колоко „Orriso Cors" Oiartzun с Л. и А. Кухня Hotel-La Guardia.
(31/I) Кухня Л. Senec в Berlin 11/III-26/III. Планиране Sk-MPD-dot paper. 5-7/II
С Л. в Blaberria „Lide" „Carrefour". Оранена gen. service Orange (wifi) - беружт 10€
(1/II) Angel изпратен new rules ситуации нагледни UPV/EHU, делов. - Jan. 1, 2018.
Анализ new travel reimbursement rules
JF MS abstracts subm. deadline - March 5, 2018. С Л. „Eroski" Urbil.
(2/II) Запазен Hotel Londres" на June 19-22 give A. Ferr (on coincidence)
Отчитане с Julian и Antxoni new dietas/prices rules. Отдаден Archive facturas 2017
360 евро сфактуру с вечеря на офис колеги by Nagaosa „Carrefour" Oiartzun. to Antxoni.
1. 2 носетии ръчен Ранец/чанта - 15 kg и куфар 6 kg "(2 сумки)
(3/II) работа над MS Mizuseki. Azimuthal SW - Skyrmion dots - PRB
(4/II) работа над MS - Sk-MPD.dot. Носен MS Оксана give comments.
(5/II - 7/II) Полетна С Л. в La Guardia на заминаване вкъщи give conf. Нужен paper - Nagaosa
Arxiv 2017 о Brownian. Ан. и field и Volker SW in sphere и носен отзив Andreas.
Мапа за Зарбрюкен в Зонфра. Неработи 7/II Visa 300 € by Western Union. / С Л. „Carrefour"
Convocatoria на review projects ANR-France (filled in my info online)
(8/II) Запазен. Firma electron. Trespaderne (UPV карта е у мене не ча). Progress
report Arantxa M(Hx) - Sk-dot и Sk-stability in oo-film. Нужен. Sk-MPD-dot MS.
(9/II) Agustina изпратена MS-draft Skyrmions in Py dots give Nat. Nanotechn.
Sk-conversation с Ruben: оказаното планиран joint paper по AF-DW motion.
Започнат MPD-dot Skyrmion MS и submitted it to pss-RRL.
(10-11/II) Editing и writing Skyrmion Py-dot MS. E-mails Окс. о Firma el/certific digital.
Sk-3-2e MS-Tomasello published in Phys. Rev. Rapids // Оказана Aramburu Jan-July'17
(12/II) Edited Sk-Py dots" Асенсио и носен co-authors.
(13/II) Обработка в CAU на резюмета Gaceyna в
eSkabide.ehu.es - Oficina Virtual" give grant, travel reports. Subm. appl.
new UPV/EHU targeta" (denied, т.к. нов статус не позволява - нещо Firma digit)
Arantxa sent reports on her simul. Skyrmions in dots M(Hx) и oo-films.
(14/II) Сдаден об. desktop comp. на ремонт в CAU (X-tan). E-mail-Оферта - Visit UAM
(15/II - 16/II) Кореспонденция с Зухрай по nobody proofs QTT - Sk-chaos dyn. New rules
(18/II) Нагрот. и носен Angel отчет по моите publications - 2017. Vitiges/Angel
(19/II) Нагрот. Получен comp. от ремонта. Нагрот. отчета Referees Tejo - Sci. Rep.
(20/II) Носен Resp. Lett. и Revised текст Tejo. Sci. Rep. to Оксана. Пред изпратен
new version Artific. Skyrmions - Nat. Com.
(21/II) Нагротовена и носен coauthors revised Artif. Skyrmions MS.
Запазен от UPV/EHU нагротовено work. hours за MAT2013, FIS2016 MINECO projects
(22/II) Беседа с Julian: Sum UPV/EHU stipend for PhD - отк не ще знаел, насочен
appl. премия Velasjos по обяд-обед сигурно Оксана. W. hours MINECO сделан.
Звънна Окс.: отделно ел. fee - INTERMAG и 270-300 (?) ICM - San Jose.
Пратен Пред. С Л., Г. в „Eroski" Urbil. Arantxa sent W. hours запазени days
Arantxa sent report on Skyrmions in oo-film. Sk.dyn. Gareeva - J. Ph. Com. accepted.
Кореспонденция с Ruben о new AF-DW dyn. paper.
(23/II) Arantxa съобщила об оцветяване в Sk-MPD Fig. 2 - JMMM и D(mJ/m²) → D/Dc
и бележки кореспонден (send me data files). Agustina sent rev. Py dots - Skyrmion MS.
(23-25/II) Планиране с Тихон Art. Skyrmion MS for Nat Com. Адрес дома.
Зухрай sent proofs Sk-dyn. MS - J. Phys. Com.
(26/II) Носен to Agustina edited Sk-Py dots paper. // Отдаден Antxoni Окс. зад. fee
INTERMAG. Кос. conf. fee Berlin, такси, Hall probe. Jan. trip - Madrid.
Носен Hotel Madrid Feb 27 - March 3. Proofs J. Ph Com. paper. // от нос. ключ: Л., п., и., Л
(27/II) Trip to Madrid, Hotel Ric XII. Skype discussion с Ruben об отн. AF-DW
dynamics. Анализ Agustina Py-Skyrm. MS submitted to Nat. Nanotechn.

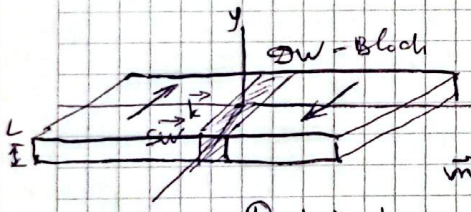
Escaneado con CamScanner

(24/II) Meeting с Фархад : начис. FETOPEN proposal на edge - SW/optomagnonics
с Л. в „Wiki" на уокна. Skype с Н. Кисилевски - Optomagn. задачи.
(1/III) Начис. FETOPEN с Фархад. Dominiders to 12 solSkyMag invited speaker
с Л. обед в „IKEA", L. Berlin. Кор. papers Optomagnonics - Kostylev's work
(2/III) нощен. appl. за reimbursement trip to UAM (2 hotel bills, Sharma FPBTT
car matricul. добрармонса разр., bank account, 4.5 days de dietas).
Работа с Фархад над FETOPEN. Обсъждане с Оксана текущите задачи.
(3/III) Trip back с Л. из Neubrandenb. „Carrefour" Olaberria. SolSkyMag-2018 preliminary.
(4/III) Финализиране SolSkyMag 2018 Program (9 talks, общо 7 inv. speakers + A.R+t)
работа в София.
(5/III) Сделки до отлитане в Berlin/Poznan 11/III: •1) +записа MINECO projects, •2) зелен
to parkhad parges/parking; •3) FET-project Фархад; •4) новини с Arantxa JMMM + M(Hy) - Sk,
5) rollstad - RRL Editor, 6) AFM-SW paper Ruben, •7) SolSkyMag'18 program, •8) train
tickets Berlin - Poznan; •9) Hotel/parking Bilbao; •10) Art-Skyrm Gleb Mol.Ph.
11) Inv. letters SolSkyMag -; •12) Talk Berlin DFG/EPS.
(6-10/III) Тек. работа: SolSkyMag, JMMM - MPD Arantxa, Art. - Skyrm. Глеб,
(11/III - 16/III) Conf. DPG/EPS in Berlin (Sk + dyn. talk). Talks by Büttner,
Krawchuk, Psaroudaki, Bykleiderer. обсъждане Sk-dynamics с Кравчук (Киев)
Meeting с Алеб и Иригоен - FETOPEN напред. Sk-research обсъждане с P. Pema.
(16/III) Пътуване с Л. из Berlin в Poznan, покупки „Tesco".
(17/III) Обсъдих с Л. Program SolSkyMag.
(18/III) Работа с Игорек над SW-DW scattering MS. // H=45 стран.
(19/III) Обсъждане с M. Krawczyk SolSkyMag program, обсъждане с M. Zelent two
Франкфурт (надеждна 3-month stipend to visit San Seb. in 2019 + моих visits to Poznan
SW-DW paper с Игорек. Beg Wint SW-DW term SW-Bk и DW-$a_{\vec{x}}$ аниматуда
(20/III) Финанси 500 PLN за hotel UAM. обсъждане с M. Krawczyk workshop S. Seb. Dec. 2018.

SW-DW paper с Игорек:

SW-DW scattering

SW-DW oscillations interaction energy $W_{int} = -A(1-\cos\theta_0)\,\vec{j}\cdot\nabla\xi$ (abb), (ab) и (aab) - interaction из Lkin нова преработен. // W_{int} из W_{ex} with gauge fields - GusEPL



a - DW oscillation amplitude, b - SW amplitude

Bloch-DW $\cos\theta_0(x) = \text{th}\left(\frac{x}{\Delta}\right)$, $\sin\theta_0 = \frac{1}{\text{ch}\left(\frac{x}{\Delta}\right)}$

SW angles $\Theta = \Theta_v + \varepsilon$, $\Phi = \Phi_v + \psi$

SW in $x'y'z'$ с $\vec{m}_v \| Oz'$ $\Psi = \varepsilon + i\sin\theta_0\,\psi$

$\vec{m}'_{sw} = (\varepsilon, \sin\theta_0\,\psi, 0)$, $\vec{m}'_{sw}\cdot\vec{m}'_v = 0$

DW is dynamic $\theta_v = \theta_0 + y$, $\Phi_v = \Phi_0 + \xi$, (θ_0, Φ_0) static DW, (y, ξ) are small deviations from static DW.

Spin current $\vec{j} = i(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$

Сравнено Gus EPL'16 $W_{ex}(\vec{m}_{sw}) = A(\nabla_a \vec{m}_{sw})^2 = A[(\partial + i\vec{A}^e)\Psi]^2$, откъдето

$W_{int}(\text{Soliton-SW}) = A\left[-\vec{j}\cdot\vec{A}^e + (\vec{A}^e)^2|\Psi|^2\right]$, $\vec{A}^e = (1+\cos\theta_v)\nabla\Phi_v$.

$\vec{A}^e = \vec{A}^e_0 + \vec{a}^e$, $\vec{A}^e_0 = (1-\cos\theta_0)\nabla\Phi_0 = 0$, т.к. $\nabla\Phi_0 = 0$, $\Phi_0 = \pi/2$ за нас Bloch DW

DW - Bloch: $m_x = 0$, $m_y = \sin\theta_0$, $m_z = \cos\theta_0(x)$. // можем да сложим Bloch DW в plane

Bloch DW, $\Phi_0 = \pi/2$, как у Stamps - Adv. El. Mat. 2016, за дълга вълна $k_\perp$

$\vec{a}^e = (1-\cos\theta_0)\nabla\xi$. $W_{int}(aBB) = -A\vec{j}\cdot\vec{a}^e$ за SW scattering на DW.

Или $W_{int}(aBB) = -A(1-\cos\theta_0)\vec{j}\cdot\nabla\xi$. DW dyn. magnetization $\chi = y + i\sin\theta_0\,\xi$

$\xi = \frac{1}{\sin\theta_0}\text{Im}(\chi)$. $\chi = \sum_{\vec{x}} a_{\vec{x}}\frac{1}{\text{ch}\left(\frac{x}{\Delta}\right)}e^{i(\omega_{\vec{x}}t - \vec{x}\vec{r})} = \sum_{\vec{x}} a_{\vec{x}}\,\chi_{\vec{x}}(x)\,e^{i\omega_{\vec{x}}t}$

$\xi = \frac{1}{\sin\theta_0}\frac{1}{2i}\frac{1}{\text{ch}\left(\frac{x}{\Delta}\right)}\sum_{\vec{x}}\left[a_{\vec{x}}\,e^{i(\omega_{\vec{x}}t - \vec{x}\vec{r})} - a^*_{\vec{x}}\,e^{-i(\omega_{\vec{x}}t - \vec{x}\vec{r})}\right]$, $\sin\theta_0\,\text{ch}\left(\frac{x}{\Delta}\right) = 1$

Escaneado con CamScanner

$$\vec{r}_3 = \frac{1}{2i}\sum_{\vec{k}}\left[-i\vec{k}\,a_{\vec{k}}\,e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t)} - i\vec{k}\,a^*_{\vec{k}}\,e^{-i(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t)}\right] =$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{\vec{k}}\left[\vec{k}\,a_{\vec{k}}\,e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t)} + \vec{k}\,a^*_{\vec{k}}\,e^{-i(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t)}\right] = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{k}}\vec{k}\left[a_{\vec{k}}\,e^{-i\omega_k t} - a^*_{\vec{k}}\,e^{i\omega_k t}\right]e^{-i\vec{k}\vec{r}}$$

$\Psi = \Psi_i + \Psi_s$, Ψ_i - incident wave, Ψ_s - scattered wave, $\vec{k}$

$\vec{j} = \Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^* = (\Psi_i^* + \Psi_s^*)\nabla(\Psi_i + \Psi_s) - (\Psi_i + \Psi_s)\nabla(\Psi_i^* + \Psi_s^*)$

$= |\text{zamiana } i \to s| = \Psi_i^*\nabla\Psi_s + \Psi_s^*\nabla\Psi_i - \Psi_i\nabla\Psi_s^* - \Psi_s\nabla\Psi_i^* = \frac{2i}{2im}\left[\Psi_s^*\nabla\Psi_i - \Psi_i\nabla\Psi_s^*\right]$

$\delta\vec{j} = -2\,\mathrm{Im}\left[\Psi_i^*\nabla\Psi_s - \Psi_s\nabla\Psi_i^*\right]$, $\Psi(r,t) = \sum_k b_k m_k e^{-i\omega_k t}$, $m_k = |A|\,n_k e^{ikr}$

$\Psi_i = \sum_k b_k m_k e^{-i\omega_k t}$, $\Psi_s = \sum_k b_k m_k e^{i(\omega_k t + \gamma)}$

$\delta\vec{j} = -2\,\mathrm{Im}\left[\sum_k b_k^* m_k^* e^{i\omega_k t}\nabla\left(\sum_k b_k m_k e^{-i\omega_k t}\right) - \sum_k b_k m_k e^{-i\omega_k t}\nabla\left(b_k^* m_k^* e^{i\gamma}\right)\right]$

$= -2\,\mathrm{Im}\sum_{k\neq K} b_k^* b_K\, e^{i(\omega_k - \omega_K)t}\left[m_k^*\nabla m_K - m_K\nabla m_k^*\right]$, $k \neq K$

$\delta\vec{j} = -2\,\mathrm{Im}\sum_{Kk} b_K^* b_k\, e^{i(\omega_k - \omega_K)t}\left[m_K^*\nabla m_k - m_k\nabla m_K^*\right]$

Lemma (2): $m_K^*\nabla m_k - m_k\nabla m_K^* = -i(\vec{K}+\vec{k})(\cos\theta_0 - iK_x\Delta)(\cos\theta_0 + ik_x\Delta)\,e^{i\vec{\varkappa}\vec{x}} -$

$- i(K_x + k_x)\Delta\hat{x}\,\frac{\partial\,2\cos\theta_0}{\partial x}\,e^{i\vec{\varkappa}\vec{x}}$, gdzie $\vec{\varkappa} = \vec{K} - \vec{k} = \vec{c}_{Kk}$

$W_{int}(abb) = -A(1-\cos\theta_0)\,\delta\vec{j}\cdot\nabla_{\vec{\xi}}$, $m_K^*\nabla m_k - m_k\nabla m_K^* = \vec{C}_{Kk}$

$\delta\vec{j} = -2\,\mathrm{Im}\sum_{Kk} b_K^* b_k \vec{C}_{Kk} e^{i(\omega_k - \omega_K)t} = -2\frac{1}{2i}\sum_{Kk}\left[b_K^* b_k \vec{C}_{Kk} e^{i(\omega_k - \omega_K)t} -\right.$

$\left. - b_K b_k^* \vec{C}_{Kk}^* e^{i(\omega_K - \omega_k)t}\right] = i\sum_{Kk}\left[b_K^* b_k \vec{C}_{Kk} e^{i(\omega_k - \omega_K)t} - b_k b_K^* \vec{C}_{kK}^* e^{i(\omega_K - \omega_k)t}\right] =$

$= i\sum_{Kk} b_K^* b_k\left[\vec{C}_{Kk} - \vec{C}_{kK}^*\right]e^{i(\omega_k - \omega_K)t}$

$W_{int}(abb) = -A(1-\cos\theta_0)\,i\sum_{Kk} b_K^* b_k\, e^{i(\omega_k - \omega_K)t}\left[\vec{C}_{Kk} - \vec{C}_{kK}^*\right]\left(\frac{1}{2}\right)\sum_{\vec{x}}\vec{x}\left[a_{\vec{x}}\,e^{i\vec{\varkappa}\vec{x}} - a_{\vec{x}}^*\,e^{-i\vec{\varkappa}\vec{x}}\right]$

$\times e^{i\vec{K}\vec{r}}$

(21/III) Obczyng. i Krawczyk, Zelent, Mrozekiewicz Signature fg wrong dynamics in 5×5 antidot arrays. Solid: O O mid (1(k²) na guen u finite O O point energy antidots

Obczyng. i Zelent, Mrozekiewicz switching by k(t) f(t) wrong Sh dynamics in mag. circular dot u Travel Giant by Zelent. Ele. staff Mg in nano-circular dots and in dots with extra mag. dot on mag dis thin top C A.u Uniqem b Poznan - downtown, Korean researchers, "Nanoengineering"

(22/III) SW - DW interaction ⇒ inelastic SW scattering on DW wall in magnon

$W_{int} = \frac{A}{2}i(1-\cos\theta_0)\sum_{Kk} b_K^* b_k\, e^{i(\omega_k - \omega_K)t}\left[\vec{C}_{Kk} - \vec{C}_{kK}^*\right]\sum_{\vec{x}}\vec{x}\left[a_{\vec{x}}\,e^{i\vec{\varkappa}\vec{x}} - a_{\vec{x}}^*\,e^{-i\vec{\varkappa}\vec{x}}\right]$

$\left(\vec{C}_{Kk} - \vec{C}_{kK}^*\right)\cdot\vec{x} = \left|\vec{x} = (0, x_y, x_z)\right| = -i(\vec{K}+\vec{k})\,\vec{x}\,(\cos\theta_0 - iK_x\Delta)(\cos\theta_0 + ik_x\Delta)\,e^{i\vec{\varkappa}\vec{x}} -$

$- i(\vec{K}+\vec{k})\cdot\vec{x}\,(\cos\theta_0 + ik_x\Delta)(\cos\theta_0 - iK_x\Delta)\left[e^{i(\vec{k}-\vec{K})\vec{r}}\right]^* =$

$= -2i(\vec{K}+\vec{k})\cdot\vec{x}\,(\cos\theta_0 - iK_x\Delta)(\cos\theta_0 + ik_x\Delta)\,e^{i(\vec{k}-\vec{K})\vec{r}}$

$W_{int} = \frac{A}{2}i(1-\cos\theta_0)\sum_{Kkx} b_K^* b_k\, e^{i(\omega_k - \omega_K)t}\left[a_{\vec{x}}\,e^{i\vec{\varkappa}\vec{x}} - a_{\vec{x}}^*\,e^{-i\vec{\varkappa}\vec{x}}\right]e^{-i\vec{K}\vec{r}} \times$

$\times(-2i)(\vec{K}+\vec{x})\cdot\vec{x}\,(\cos\theta_0 - iK_x\Delta)(\cos\theta_0 + ik_x\Delta)\,e^{i(\vec{k}-\vec{K})\vec{r}}$, this form, $k_y = k_z = 0$ in dependence on boundary conditions, $\vec{K} = (K_x, 0, K_z)$, $\vec{k} = (k_x, 0, k_z)$ - SW; $\vec{x} = (0, 0, x_z)$.

$\mathcal{H}_{int} = \int d^3\vec{r}\, W_{int} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dz\; W_{int}(x,z)$, $W_{int} \sim e^{i(\vec{k}-\vec{K}-\vec{\varkappa})\vec{r}} f(x)$

Escaneado con CamScanner

2 ч.б. $f_{kk}(x) = (1-\cos\theta_0)(\cos\theta_0 - iK_x\Delta)(\cos\theta_0 + ik_x\Delta)$, $\cos\theta_0 = th\left(\frac{x}{\Delta}\right)$ - ширина ДС

$\hat{H}_{int} = \hbar L \sum_{kk'x} b^+_{k'} b_k e^{i(\omega_k - \omega_{k'})t}\left[a_x e^{-i\beta_x t} - a^+_{-x} e^{i\beta_x t}\right] f_{kk'}(x) e^{i(K-k')x}$; $f_{kk'}(x) = f^*_{k'k}(x)$

$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{i(K_x - k_x - x_x)x} = 2\pi\delta(K_x - k_x - x_x)$ - бесконечно близкие друг к другу $\delta_{K_x, k_x + x_x}$ - бесконечно узкие в xOz плоскости.

$\hat{H}_{int} = 2\pi\hbar L \sum_{kk'x} b^+_{k'} b_k \left[a_x e^{i(\omega_k + \beta_x - \omega_{k'})t} - a^+_{-x} e^{i(\omega_{k'} - \beta_x - \omega_k)t}\right](K_x - k_x)\, x_x\, \delta(k_y, k_y, x_y)$

$\times \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{kk'}(x) e^{i(K_x - k_x)x}$, Опр. $F(K_x, k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, f_{kk'}(x) e^{i(K_x - k_x)x}$

$\hat{H}_{int} = 2\pi\hbar \sum_{kk'x} b^+_{k'} b_k \left[a_x e^{i(\omega_k + \beta_x - \omega_{k'})t} - a^+_{-x} e^{i(\omega_{k'} - \beta_x - \omega_k)t}\right](K_x - k_x)\, x_x\, F(K_x, k_x)$

$\times \delta(K_y - k_y - x_y)$

K_x, k_x - непрерывны, $\sum_{k_x}(\cdot) = \left(\frac{a_0}{2\pi}\right)\int dk_x(\cdot)$, a_0 - постоянная решетки $\vec{x} = (0, 0, x_x)$

$\hat{H}_{int} = 2\pi\hbar \left(\frac{a_0}{2\pi}\right)^3 A \int dK_x \int dk_x \int dK_y \int dk_y \int dx_x \int dx_y\, b^+_{k'} b_k \left[\tilde{a}_x - \tilde{a}^+_{-x}\right](K_x - k_x)\, x_x\, F(K_x, k_x)\delta(K_y - k_y - x_y)$

$= \hbar L \frac{a_0^3}{(2\pi)^3} \int dK_x \int dk_x \int dK_y \int dk_y\, b^+_{k'} b_k \left[\tilde{a}_x - \tilde{a}^+_{-x}\right](K_x^2 - k_x^2) F(K_x, k_x) e^{i\omega_{k'k}t}$, $x_x = K_x - k_x$

$\hat{H}_{int} = a_0 \hbar A \sum_{kk'} b^+_{k'} b_k \left[\tilde{a}_x - \tilde{a}^+_{-x}\right](K_x^2 - k_x^2) F(K_x, k_x) e^{i\omega_{k'k}t}$, $\tilde{a}_x = a_x e^{i(\omega_k + \beta_x - \omega_{k'})t}$

$x \to x_x = K_x - k_x$, $\Delta\omega = \omega_{k'} - \omega_k$

Эрмит $f_{kk'}(x) = f^*_{k'k}(x)$, $F(K, k) = \int dx\, f_{kk'}(x) e^{i(K-k)x}$, $F^*(K, k) \Rightarrow$

$= \int dx\, f^*_{k'k} e^{-i(K-k)x} = \int dx\, f_{k'k}(x) e^{i(k-K)x} = F(k, K)$ - эрмитова матр.

$f_{kk'}(x) = (1 - \cos\theta_0)\left[\cos^2\theta_0 + K_x k_x \Delta^2 - i(K_x - k_x)\Delta\cos\theta_0\right]$, $\cos\theta_0(x) = th(x/\Delta)$.

$\hat{H}^+_{int} = a_0 \hbar A \sum_{kk'} b_{k'} b^+_k \left[\tilde{a}^+_x - \tilde{a}_{-x}\right](K_x^2 - k_x^2) F^*(K_x, k_x) = a_0 \hbar A \sum_{kk'} b^+_k b_{k'} \left[\tilde{a}^+_x - \tilde{a}_{-x}\right]$

$\times (K_x^2 - k_x^2) F(k_x, K_x) = \left|\begin{smallmatrix} k \to K \\ x \to -x \end{smallmatrix}\right| = a_0 \hbar A \sum_{kk'} b^+_{k'} b_k \left[\tilde{a}^+_{-x} - \tilde{a}_x\right](-1)(K_x^2 - k_x^2) F(K_x, k_x) =$

$= \hat{H}_{int}$ - эрмитова.

$f_{kk'}(x) = \text{Even}\, f(x) + \text{Odd}\, f(x)$, $e^{iqx} = \cos qx + i\sin qx$

$F(K, k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[\text{Ev.} f(x)\cos qx + \text{Odd} f(x)\, i\sin qx\right] = \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\cos^2\theta_0 + K_x k_x \Delta^2 + \right.$

$\left. + i(K - k)\Delta\cos^2\theta_0\right]\cos qx + i\int_{-\infty}^{\infty} dx \sin qx \left[-i(K-k)\Delta\cos\theta_0 - \cos\theta_0(\cos^2\theta_0 + Kk\Delta^2)\right]$

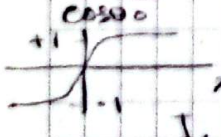
$F(K, k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cos^2\theta_0 \cos qx \left[1 + i(K-k)\Delta\right] + K_x k_x \Delta^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx \cos qx + i\int dx \sin qx \cos\theta_0 \times$

$\times \left[\cos^2\theta_0 + Kk\Delta^2 + i(K-k)\Delta\right](-1) = \left[1 + i(K-k)\Delta\right]\int_{-\infty}^{\infty} dx \cos^2\theta_0 \cos qx +$

$+ 2\pi Kk\Delta^2 \delta(q) - i\int_{-\infty}^{\infty} dx \left[\cos^2\theta_0 + Kk\Delta^2 + i(K-k)\Delta\right]\cos\theta_0 \sin qx$, $q = K - k$, $\begin{matrix} k + k_x \\ k = k_x + q \end{matrix}$

Elementary processes $k' \to \begin{matrix} k \\ x \end{matrix}$ и $\xrightarrow{k'} \xrightarrow{k}$ одновременно $\omega_{k'} = \omega_k + \omega_x$

$\hat{H}_{int} = a_0 L (K_x^2 - k_x^2) F(K_x, k_x) b^+_{k'} b_k \left[\tilde{a}_x - \tilde{a}^+_{-x}\right] e^{i\Delta\omega t}$, $x_x \to x_x = k'_x - k_x$.



If $\Delta \to 0$, ultrathin DW with $\cos\theta_0 = \begin{cases} +1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$

$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cos^2\theta_0 \cos qx$, $I_1 \simeq \int_{-\infty}^{\infty} \cos qx\, dx = 2\pi\delta(q)$

$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cos^3\theta_0 \sin qx \simeq 2\int_0^{\infty} dx \sin qx = 2\,\frac{1}{q}\cos qx\,(-1)\Big|_0^{\infty} = -\frac{2}{q}[\cos\infty - 1]$

$I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cos\theta_0 \sin qx$, $I_3 \simeq 2\int_0^{\infty} dx \sin qx = I_2$ - неопределенные для ∞ - бесконечно узкой области

If $\hat{H}_{int}$ is finite in x-direction (L)

Escaneado con CamScanner

(23/III)

Г-Р. 3.984 $\lim_{\varepsilon\to+0}\int_0^\infty dx \sin ax \frac{\sin\varepsilon x}{\operatorname{ch} x} = \pi \operatorname{th}\frac{a\pi}{2}$, $\int_0^\infty dx \frac{\cos ax}{\operatorname{ch}^2 \beta x} = \frac{a\pi}{2\beta^2 \operatorname{sh}\frac{a\pi}{2\beta}}$ 3.981.2

$I_1(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\cos qx}{\operatorname{ch}^2\frac{x}{\Delta}}$ $\left|\operatorname{th}^2 z = 1 - \frac{1}{\operatorname{ch}^2 z},\ \operatorname{ch}^2 z - \operatorname{sh}^2 z = 1\right| = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cos qx \left[1 - \frac{1}{\operatorname{ch}^2\frac{x}{\Delta}}\right] =$

$= 2\pi\delta(q) - 2\int_0^\infty dx \frac{\cos qx}{\operatorname{ch}^2\frac{x}{\Delta}} = 2\pi\delta(q) - 2\,\frac{\pi q}{2\frac{1}{\Delta^2}\operatorname{sh}\frac{q}{\frac{1}{\Delta}}\pi\Delta} = 2\pi\delta(q) - \frac{\pi q\Delta^2}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)}$

$I_3(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin qx \operatorname{th}\left(\frac{x}{\Delta}\right)$ $\left|\frac{x}{\Delta} = z\right| = 2\int_0^\infty dz \sin(q\Delta z)\operatorname{th} z = 2\pi\Delta \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)}{\operatorname{sh}(\pi q\Delta)}$

$I_2(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin qx \operatorname{th}^3\left(\frac{x}{\Delta}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin qx \operatorname{th}\frac{x}{\Delta}\left[1 - \operatorname{ch}^2\left(\frac{x}{\Delta}\right)\right] = I_3(q) - \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin qx \frac{\operatorname{sh}\frac{x}{\Delta}}{\operatorname{ch}^3\frac{x}{\Delta}}$

$F(K,k) = [1 + i(K-k)\Delta]\, I_1(q) + 2\pi k\, k\Delta^2\delta(q) + [(K-k)\Delta - iKk\Delta^2]\, I_2(q) -$

$-i I_2(q) = [1 + i(K-k)\Delta]\left[2\pi\delta(q) - \frac{\pi q\Delta^2}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)}\right] + 2\pi Kk\Delta^2\delta(q) +$

$+\Delta[(K-k) - iKk\Delta]\, 2\pi\Delta \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)}{\operatorname{sh}(\pi q\Delta)} - i\cdot 2\pi\Delta \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)}{\operatorname{sh}(\pi q\Delta)} + I_4(q)$, $I_4 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\sin qx \operatorname{sh}\frac{x}{\Delta}}{\operatorname{ch}^3\frac{x}{\Delta}}$

$\frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} 2x} = \frac{\operatorname{ch} x}{2\operatorname{sh} x \operatorname{ch} x} = \frac{1}{2}\frac{1}{\operatorname{sh} x}$, $t = q\Delta$

$F(K,k) = \left[1 + i(K-k)\Delta + Kk\Delta^2\right] 2\pi\delta(q) - (1 + iq\Delta)\frac{\pi\Delta t}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}t\right)} + (q - iKk\Delta)\pi\Delta^2 \frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}t\right)} -$

$- i\pi\Delta \frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}t\right)} + I_4(q) = [\dots] 2\pi\delta(q) - i\left[\pi t\Delta t^2 + Kk\pi\Delta^3 + \pi\Delta\right]\frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}t\right)} + i I_4(q)$

Ка: $F(K,k) = \left[1 + iq\Delta + Kk\Delta^2\right] 2\pi\delta(q) - i\left[t^2 + Kk\Delta^2 + 1\right]\frac{\pi\Delta}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}t\right)} + i I_4(q)$, $t = q\Delta$, $q = K - k$,

$q = 0$ term, $K_x = k_x$ имеет смысл $(K_z = \pm\varkappa_z)$, но дает сингулярность $F(K,k)$

$I_4(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin qx \frac{\operatorname{sh}\frac{x}{\Delta}}{\operatorname{ch}^3\left(\frac{x}{\Delta}\right)} = \Delta\int_{-\infty}^{\infty} dz \sin(q\Delta z)\frac{\operatorname{sh} z}{\operatorname{ch}^3 z}$ будет $I_3(q) = 2\Delta\int_0^\infty dz \sin(q\Delta z)\operatorname{th} z$

– расходится неверно, $I_3(0) \to 0$, $I_3(q\to 0)$ не сингулярная.

$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \sin(tz)\frac{\operatorname{sh} z}{\operatorname{ch}^3 z} = 2\int_0^\infty d(\operatorname{th} z)\sin(tz)\operatorname{th} z = \left|\operatorname{th} z = u\right| = 2\int_0^\infty du \sin(t \operatorname{arcth} u)\, u =$

$= 2\int_0^\infty dx\, x \sin(t \operatorname{arcth} x)$, $I_3(q) = 2\Delta\int_0^\infty dz \operatorname{th} z \sin(tz)$, $t = q\Delta$, $I_3(0) = 0$ (!)

$\frac{1}{2\Delta} I_3(q) = \int_0^\infty dz \sin(tz)\operatorname{th} z = -\frac{1}{t}\int \underbrace{d(\cos tz)}_{dv}\underbrace{\operatorname{th} z}_{u} = -\frac{1}{t}\operatorname{th} z \cos tz\Big|_0^\infty - \frac{1}{t}(-1)\int \frac{dz}{\operatorname{ch}^2 z}\cos tz =$

$= -\frac{1}{t}\operatorname{th} z \cdot \cos tz\Big|_0^\infty + \frac{1}{t}\int dz \frac{\cos tz}{\operatorname{ch}^2 z} \to -\frac{1}{t}\cos tz\Big|_{z\to\infty} + \frac{1}{t}\frac{\pi t}{2\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}t\right)}$ – ?

$F(K,k) = (1 + iq\Delta) I_1(q) + 2\pi Kk\Delta^2\delta(q) - i I_2(q) + [q\Delta - iKk\Delta^2]\, I_3(q)$

$F(K,k) = (1 + iq\Delta + Kk\Delta^2) 2\pi\delta(q) - (1 + iq\Delta)\frac{\pi q\Delta^2}{\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)} - i I_2(q) + \Delta(q - iKk\Delta) I_3(q)$

If only $q = 0$ accounted, $F(K,k) = (1 + K^2\Delta^2) 2\pi\delta(q) - 2\Delta$, $q = K_z - k_z$

$\mathcal{H}_{int}(q=0) = a_0 L (K_z^2 - k_z^2)(1 + K_x^2\Delta^2) 2\pi\delta(q)\, b_k^+ b_k \left[\vec{a}_{-K} - \vec{a}_{-K}^+\right]$ $\frac{k_z}{|k|} \to \frac{k_z}{k}$, $\frac{K_z}{K}$

If $k_z = 0$, $\mathcal{H}_{int}(q=0) \sim K_z^2(1 + K_x^2\Delta^2) \sim (\cos^2\varphi_s \cdot K^2\Delta^2 + 1)\sin^2\varphi_s$, $K \to K^2$, φ_s

Def. $I_n(q\Delta) = \Delta\int_{-\infty}^{\infty} dz \sin(q\Delta z)(\operatorname{th} z)^n$, $n = 1, 3$. $I_3(q) \to I_1(q\Delta)$, $I_2(q) \to I_3(q\Delta)$

Вернемся к рассеянию $\vec{k} \parallel \hat{x}$ на угле φ_s ($\vec{K} = K(\cos\varphi_s, 0, \sin\varphi_s)$)

$W(\varphi_s) \sim \sin^4\varphi_s (1 + K^2\Delta^2\cos^2\varphi_s)^2$, $\frac{\partial W}{\partial\varphi_s} = 4\sin^3\varphi_s\cos\varphi_s(\cdot)^2 + \sin^4\varphi_s\, 2(\cdot)K^2\Delta^2(-2\sin\varphi_s\cos\varphi_s)$

$= 4\sin^3\varphi_s\cos\varphi_s\left(1 + K^2\Delta^2\cos^2\varphi_s\right)\left[1 + K^2\Delta^2\cos^2\varphi_s - K^2\Delta^2\sin^2\varphi_s\right] + 4\sin^4\varphi_s\cos\varphi_s(1 + K^2\Delta^2\cos^2\varphi_s)(-K^2\Delta^2\cos\varphi_s)$

$W(\varphi_s)$ имеет max при $\cos 2\varphi_s = -1/K^2\Delta^2$, т.е. при $\varphi_s > \frac{\pi}{2}$, $K\Delta > 1$. [По смыслу $|\varphi_s| < \pi/2$]

Escaneado con CamScanner

Wigging - SW - DW scattering MS - Marcej Igor Volosky Obrgang - Sh - MPD - low-f
Wigginden dynamics - Kritical Angles ne - hoi steelfunk (AAM)
(24-25/10) Hamiltonian DW - SW scattering MS - Mocian MS - draft by Igor, Marcej/AAM
(26/10) Obrgfgangsene ug Poisson rule Bonds) to Sharma, stellar waves - 3, Bos
(27/10) Sharma Obrgang ene eigenvals WP grad FET - problem

Bgrene $I_1(\xi) = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\,\text{th}\,z$ ... $I_2(\xi) = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\,\text{th}^2 z$ gives SW DW scatter. MS

$I_3(\xi) = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\,\text{th}^3 z = I_1(\xi) - \int_0^\infty dz \sin(\xi z)\frac{\text{th}\,z}{\text{ch}^2 z}\cdot 2$

$\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\frac{\text{th}\,z}{\text{ch}^2 z} = \int \frac{d(\text{th}\,z)}{\text{th}^2 z}\sin(\xi z) = \left| \begin{array}{l} dv = \frac{d(\text{th}\,z)}{\text{ch}^2 z} = dz \\ u = \sin(\xi z) \end{array} \right| = \frac{1}{2}\frac{1}{\text{ch}^2 z}\sin(\xi z)\Big|_0^\infty -$

$- \int \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{\text{ch}^2 z}\, d[\sin\xi z] = \frac{1}{2}\xi\int_0^\infty \frac{1}{\text{ch}^2 z}\cos\xi z\, dz = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi\xi}{2\,\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}$

$I_3(\xi) = I_1(\xi) - \frac{\xi}{2}\frac{(\pi\xi/2)}{\text{sh}(\pi\xi/2)}$. $I_1(\xi)$ analytic continuation of ξ into real part

$F(K,k) = \frac{2\pi}{\Delta}(1+Kk\Delta^2)\delta(q) - (1+iq\Delta)\frac{\pi q\Delta}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)} - i\left[I_1(q\Delta) - \frac{1}{2}q\Delta\frac{\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)}\cdot 2\right] + \Delta(q - iKk\Delta)I_1(q\Delta)$

$\underline{F(K,k)} = \frac{2\pi}{\Delta}(1+Kk\Delta^2)\delta(q) - \left(1+\frac{1}{2}iq\Delta\right)\frac{\pi q\Delta}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}q\Delta\right)} + \left[q\Delta - i(1+Kk\Delta^2)\right]I_1(q\Delta)$

$I_1(\xi) = 2\int_0^\infty dz\,\text{th}\,z\sin(\xi z)$, $\xi = q\Delta$, $q = K_x - k_x$, $q \neq 0$ in general case.

$\underline{I_1(\xi)} = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\frac{e^z - 1}{e^z + 1} = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z) + 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\frac{(-2)}{1+e^{2z}} = 2\int_0^\infty dz \sin\xi z - 4\int_0^\infty dz \frac{\sin(\xi z)}{1+e^{2z}} =$

$= 2\int_0^\infty dz \sin\xi z - 4\left[\frac{1}{2\xi} - \frac{\pi}{2\cdot 2\,\text{sh}\left(\frac{\xi\pi}{2}\right)}\right] = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z) + \frac{\pi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} - \frac{2}{\xi}$, $\xi = q\Delta$

$z_m \to \infty$, $\int_0^{z_m} dz \sin(\xi z) = -\frac{1}{\xi}\cos(\xi z)\Big|_0^{z_m} = \frac{1}{\xi}(1 - \cos\xi z_m) = \frac{1}{\xi}2\sin^2\left(\frac{1}{2}\xi z_m\right)$, $\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\frac{\sin^2\frac{1}{2}Nx}{\sin^2\frac{x}{2}} = 2\pi\delta(x)$

$\sin^2\left(\frac{1}{2}\xi z_m\right) = z_m \sin^2\frac{x}{2}\cdot 2\pi\delta(x)$. $\lim_{N\to\infty}\frac{2\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)x}{\sin\frac{x}{2}} = 2\pi\delta(x)$.

$z = x/\Delta$, $\to$ along stripe length

$I_1(\xi) = \frac{4}{\xi}\sin^2\left(\frac{1}{2}q x_m\right) + \frac{\pi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} - \frac{2}{\xi} = \frac{\pi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} - \frac{2}{\xi}\cos\left(\frac{1}{2}\xi z_m\right) = \tilde{I}_1(\xi) + \frac{\pi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}$

B $F(K,k)$ eca ruen $-\frac{\pi\xi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} + \xi I_1(\xi) = -\frac{\pi\xi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} + \xi\left[\frac{\pi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} + \tilde{I}_1(\xi)\right] = \xi\tilde{I}_1(\xi)$

$F(K,k) = \frac{2\pi}{\Delta}(1+Kk\Delta^2)\delta(q) - \frac{1}{2}i\xi\frac{\pi\xi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} + \xi\tilde{I}_1(\xi) - i(1+Kk\Delta^2)I_1(\xi)$, $\tilde{I}_1(\xi) = \frac{2}{\xi}\cos(\xi z_m)$

$\underline{F(K,k)} = (1+Kk\Delta^2)\left[2\pi\delta(\xi) - iI_1(\xi)\right] - 2\cos(\xi z_m) - \frac{1}{2}i\frac{\pi\xi^2}{\text{sh}(\pi/2\,\xi)}$. // Пример $F(K,k)$ от 22/11

$F(K,k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{iqx} f_{Kk}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{iqx}(1-\cos\Theta_0)\left[\cos^2\Theta_0 + Kk\Delta^2 - iq\Delta\cos\Theta_0\right] = \int_{-\infty}^{\infty} dx\,(\cos qx + i\sin qx)\times$

$\times\left[\cos^2\Theta_0 - \cos^3\Theta_0 + Kk\Delta^2(1-\cos\Theta_0) - iq\Delta(\cos\Theta_0 - \cos^2\Theta_0)\right] = \left|\cos\Theta_0 = 1 - 2\cos^2\frac{\Theta_0}{2}\right|$

$= \int_{-\infty}^{\infty} dx\cdot\cos qx\left[\cos^2\Theta_0 + Kk\Delta^2 + iq\Delta\cos^2\Theta_0\right] + i\int_{-\infty}^{\infty} dx\sin qx\left[-\cos^3\Theta_0 - Kk\Delta^2\cos\Theta_0 - iq\cos\Theta_0\Delta\right] =$

$= Kk\Delta^2\int_{-\infty}^{\infty} dx\cos qx + (1+iq\Delta)\int_{-\infty}^{\infty} dx\cos qx\cdot\cos^2\Theta_0 - i\int_{-\infty}^{\infty} dx\sin qx\cos^3\Theta_0 + (q\Delta - iKk\Delta^2)\int_{-\infty}^{\infty} dx\sin qx\cos\Theta_0$

$F(K,k) = Kk\Delta^2\cdot 2\pi\delta(q) + (1+iq\Delta)I_2(\xi) - iI_3(\xi) + \Delta(q - iKk\Delta)I_1(\xi)$, $I_2(\xi) = \Delta\int_{-\infty}^{\infty} dz\cos(\xi z)\,\text{th}^2 z$

$I_n(\xi) = \Delta\int_{-\infty}^{\infty} dz\sin(\xi z)\,\text{th}^n(z)$, $n = 1,3$, $z = x/\Delta$, $\xi = q\Delta$.

$I_2(\xi) = \Delta\int_{-\infty}^{\infty} dz\cos(\xi z)\,\text{th}^2 z = \Delta\int_{-\infty}^{\infty} dz\cos(\xi z)\left[1 - \frac{1}{\text{ch}^2 z}\right] = 2\pi\Delta\delta(\xi) - 2\Delta\int_0^{\infty} dz\frac{\cos(\xi z)}{\text{ch}^2 z} =$

$= 2\pi\delta(q) - 2\Delta\cdot\frac{\pi\xi}{2\,\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}$, $\underline{F(K,k)} = 2\pi(1+Kk\Delta^2)\delta(q) - (1+iq\Delta)\Delta\frac{\pi\xi}{\text{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)} - iI_3(\xi) + \Delta(q - iKk\Delta)I_1(\xi)$

- сумма $F \to \Delta F$, $I_n \to \frac{1}{\Delta}I_n$, $\Delta\to 0$ $F(K,k)$ совп. с $F(K,k)$ из MS-дна ф-л 25/11.

$I_3(\xi) = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\,\text{th}^3 z = I_1(\xi) - \frac{\xi}{2}\frac{(\pi\xi/2)}{\text{sh}(\pi\xi/2)}$, $I_1(\xi) = 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z) + \frac{\pi}{\text{sh}(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi}$

$F(K,k) = 2\pi\left[1+Kk\Delta^2\right]\delta(\xi) - (1+i\xi)\frac{\pi\xi}{\text{sh}(\pi\xi/2)} - i\left[I_1(\xi) - \frac{\xi}{2}\frac{(\pi\xi/2)}{\text{sh}(\pi\xi/2)}\right] + (\xi - iKk\Delta^2)I_1(\xi)$

Escaneado con CamScanner

$F(K,k) = 2\pi(1+Kk\Delta^2)\delta(\xi) - (1+i\frac{\xi}{2})\frac{\pi\xi}{2\sinh(\pi\xi/2)} + [\xi - i(1+Kk\Delta^2)]\,I_1(\xi)$, $I_s(\xi) = \int_0^\infty dz \sin(\xi z)$

$F(K,k) = 2\pi(1+Kk\Delta^2)\delta(\xi) - (1+i\frac{\xi}{2})\frac{\pi\xi}{\sinh(\pi\xi/2)} + [\xi - i(1+Kk\Delta^2)]\left[I_s(\xi) + \frac{\pi}{2\sinh(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi}\right] =$

$= (1+Kk\Delta^2)\left[2\pi\delta(\xi) - i I_s(\xi) + i\left(\frac{2}{\xi} + \frac{\pi}{\sinh(\pi\xi/2)}\right)\right] + \xi I_s(\xi) - 2 - \frac{1}{2}k\xi\cdot\frac{\pi\xi}{\sinh(\pi\xi/2)}$

I_s $\xi\to 0$, $F(K,k) \approx (1+Kk\Delta^2)2\pi\delta(\xi) - 2 \approx (1+Kk\Delta^2)2\pi\delta(\xi)$, что нужно, в MS.

$2\pi\delta(\xi) - i I_s(\xi) = 2\int_0^\infty dz\cos(\xi z) - i\cdot 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z) = 2\int_0^\infty dz\, e^{-i\xi z} = \frac{2i}{\xi}\left[\cos\xi z_m - 1 - i\sin\xi z_m\right]$

$\xi I_s(\xi) - 2 = 2i\int_0^{z_m} dz \sin(\xi z) = 2(1-\cos\xi z_m) - 2 = -2\cos\xi z_m$, $\xi z_m = q\Delta\cdot\frac{x_m}{\Delta} = q x_m$.

x_m - max size of element in x-direction $\perp$ DW plane. $z_m = \frac{x_m}{\Delta}$

При finite stripe length (x_m), но ∞ - stripe width (along Oz), at finite q:

$F(K,k) = (1+Kk\Delta^2)\left[\frac{2i}{\xi}(\cos\xi z_m - 1) + \frac{2}{\xi}\sin\xi z_m + i\left(\frac{2}{\xi} + \frac{\pi}{\sinh(\pi\xi/2)}\right)\right] - 2\cos(\xi z_m) - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sinh(\pi\xi/2)}$

// Если $\xi = q\Delta$ - finite, то дает ограничение $I_s(\xi)$ надо брать x_m - finite size $\parallel O_x$.

При $\xi = 0$, $I_1(\xi=0) = 0$, $I_s(\xi=0) = 0$ и $F(K,k)$ регулярна, можно $x_m \to \infty$.

Проверим $\vec{A}^e = (1-\cos\theta_0)\nabla\Phi$, может $(\pm 1 - \cos\theta_0)\nabla\Phi$ дает DW - Bloch $\parallel Ox$.

(28/III) Meeting с Julian (получ. одобрение stipend PhD student) и Arantxa (Turner new Sk-papers, мне посредить new Figs-JMMM по ее simul.).

Планы (от 20/XI 17г.)

1) Resubm. Sk-MPD Arantxa to JMMM — published
2) Appeal RRL-моя Sk-MPD Q-d ~~new Submission (APEX-?)~~ - Subm. APEX 21/IV
   → Sk-MPD ∞-film
3) Sk-mass calculation via SW - $M_s(T)$
4) Vortex Barriers - FeNi or Co dots, Pepa, Zaragoza AE
5) AF - SW dynamics с Ruben, new PhD. student
6) Sk-M(Hz) in dot, Sk-stability simul. Arantxa
7) SW-DW scattering с Urazhdin - Adv. El. Mat.
8) FET - proposal - Spirag - WPs, trip Madrid - Subm. 16/V
9) Art. skyrmions - Glob. Nat. Phys., Verba - PR Appl. subm. to PR Appl. May 16, 2018
10) Pun. otzeta - trips Berlin/Poznan, Madrid, Glob. Dec.
11) SolSkyMag nagrobka (Maier → Mon. 12/VI), insert D. Lott
12) Abstracts to JEMS - go 31/III и pss - Rev. reports
13) CONSTANTO - Syxr. grez и 3/hu. A., 10., cita thx office → 3/V (nagrad. T10)
14) Revision Neel-Sk Nat. Comm. MS. Borganza
15) $\Phi_0(y)$ static, $N \rightleftarrows$ B-Sk transform, $\Phi_0(\vec{q},t)$ - dynamic.
16) UPV/EHU grant appl. Grupos consolidados go-28/V Subm. 28/IV
17) Contact «chaise» bank

SW-DW scattering

$A^e_\mu = (C-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$, C не важно что $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A^e_\nu - \partial_\nu A^e_\mu$

$\vec{A}^e = (C-\cos\theta)\nabla\Phi$, $A^e_0 = (C-\cos\theta)\dot{\Phi}$ дает gauge potential, $C = \text{const}$.

C не дает вклад в LLG и $\vec{B}^e = \text{rot}\,\vec{A}^e = \text{rot}[(C-\cos\theta)\nabla\Phi]$ не зависит от C, т.к. $\text{rot}(\nabla\Phi) \equiv 0$. Для Bloch DW берем $C = \text{sign}(x)$, change A_μ - gauge $\cos\theta_0(x) = \text{th}\frac{x}{\Delta}$

$\vec{A}^e = (1-\cos\theta)\nabla\Phi$ при $x>0$ $\vec{A}^e \to 0$, $x\to+\infty$. $\vec{A}^e = (-1-\cos\theta_0)\nabla\Phi$ при $x<0$

$\vec{A}^e(x\to-\infty) \sim (-1-\cos\theta_0) = (-1+\cos\pi) = (-1+1) \to 0$, no gauge field at $x\to\pm\infty$

Надо $(1-\cos\theta_0) \to (s(x) - \cos\theta_0)$ in definition of $f_{Kk}(x)$. $s(x) = \text{sign}(x)$ - непер.

$F(K,k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{iqx}\left[s(x) - \cos\theta_0\right]\left[\cos^2\theta_0 + Kk\Delta^2 - iq\Delta\cos\theta_0\right] = \int_{-\infty}^{\infty} dx\left[\cos qx + i\sin qx\right] \times$

$\times\left[s(x)\{\cos^2\theta_0 + Kk\Delta^2\} - \cos\theta_0(\cos^2\theta_0 + Kk\Delta^2) - iq\Delta\cos\theta_0(s - \cos\theta_0)\right] = -iq\Delta\int_{-\infty}^{\infty} dx\cos qx\cos\theta(s-\cos\theta) +$

Escaneado con CamScanner

$$+i\int_{-\infty}^{\infty}dx\sin qx\,[\varepsilon(x)-\cos\theta_0]\,[\cos^2\theta_0+Kk\Delta^2]=-2iq\Delta\int_0^{\infty}dx\cos qx\cdot\cos\theta(\cos\theta-\cos\theta_0)+$$

$$+2i\int_0^{\infty}dx\sin qx\,(1-\cos\theta_0)(\cos^2\theta_0+Kk\Delta^2)=-2iq\Delta\int_0^{\infty}dx\cos qx\,(\cos\theta_0-\cos^2\theta_0)+$$

$$+2i\int_0^{\infty}dx\sin qx\,[\cos^2\theta_0+Kk\Delta^2-\cos^3\theta_0-\cos\theta_0Kk\Delta^2],\quad \cos\theta_0=\mathrm{th}(x/\Delta).$$

$$I_1^c(q)=\int_0^{\infty}dx\cos qx\cdot\mathrm{th}\left(\frac{x}{\Delta}\right)=\Delta\int_0^{\infty}dz\cos(\xi z)\,\mathrm{th}z,\quad I_2^c=\int_0^{\infty}dx\cos qx\cos^2\theta_0=\Delta\int_0^{\infty}dz\cos(\xi z)\,\mathrm{th}^2z=$$

$$=\frac{1}{2}\pi\delta(q)-\frac{1}{2}\Delta\frac{\pi\xi}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)};\quad I_1^s(\xi)=\int_0^{\infty}dx\sin qx\cdot\mathrm{th}\left(\frac{x}{\Delta}\right)=\Delta\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)\,\mathrm{th}z$$

$$I_2^s(\xi)=\Delta\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)\,\mathrm{th}^2z=\Delta\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)\left[1-\frac{1}{\mathrm{ch}^2z}\right],\quad I_3^s(\xi)=\Delta\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)\,\mathrm{th}^3z$$

$$F(K,k)=-2iq\Delta^2\left[I_1^c(\xi)-I_2^c(\xi)\right]+2i\Delta\left[Kk\Delta^2\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)-Kk\Delta^2I_1^s(\xi)+I_2^c(\xi)-I_3^c(\xi)\right]$$

$$I_n^{c,s}(\xi)\to\frac{1}{\Delta}I_n^{c,s}(\xi),\quad 1-\cos\theta_0=1-\mathrm{th}z=1-\left(\frac{e^z-e^{-z}}{e^z+e^{-z}}\right)=\frac{2e^{-z}}{e^z+e^{-z}}=\frac{2}{1+e^{2z}}$$

$$\int_0^{\infty}dz\sin^3\xi z-I_1^s(\xi)=\int dz\sin\xi z\,(1-\mathrm{th}z)=2\int_0^{\infty}dz\,\frac{\sin\xi z}{1+e^{2z}}=\frac{1}{\xi}-\frac{\pi}{2\,\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}$$

$$I_2^s(\xi)-I_3^s(\xi)=\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)\,\mathrm{th}^2z\,(1-\mathrm{th}z)=\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)\,\mathrm{th}^2z\,\frac{2}{1+e^{2z}}=$$

$$=2\int_0^{\infty}dz\sin\xi z\,\frac{1}{1+e^{2z}}\left(1-\frac{1}{\mathrm{ch}^2z}\right)=\frac{1}{\xi}-\frac{\pi}{2\,\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}-2\int_0^{\infty}dz\,\frac{\sin(\xi z)}{1+e^{2z}}\frac{1}{\mathrm{ch}^2z}=\left[\frac{1}{\xi}-\frac{\pi}{2\,\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right]-I_4(\xi)$$

$$I_1^c(\xi)-I_2^c(\xi)=\int_0^{\infty}dz\sin(\xi z)\,\mathrm{th}z\,(1-\mathrm{th}z)$$

$$\frac{1}{\Delta}F(K,k)=-2i\xi\left[I_1^c(\xi)-\pi\delta(\xi)+\frac{1}{2}\frac{\pi\xi}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right]+2i\left[Kk\Delta^2\left(\frac{1}{\xi}-\frac{\pi}{2}\frac{1}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right)+\left(\frac{1}{\xi}-\frac{\pi}{2\,\mathrm{sh}(\cdot)}\right)-I_4(\xi)\right]=$$

$$=-2i\xi\left[I_1^c(\xi)+\frac{1}{2}\frac{\pi\xi}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right]+2i\left[(1+Kk\Delta^2)\left(\frac{1}{\xi}-\frac{\pi}{2}\frac{1}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right)-I_4(\xi)\right]$$

$$I_4(\xi)=2\int_0^{\infty}dz\,\frac{\sin(\xi z)}{(1+e^{2z})}\frac{1}{\mathrm{ch}^2z},\quad I_1^c(\xi)=\int_0^{\infty}dz\cos(\xi z)\,\mathrm{th}z=\int_0^{\infty}dz\cos(\xi z)\,\frac{e^{2z}-1}{e^{2z}+1}=$$

$$=\int_0^{\infty}dz\cos(\xi z)\left[1-\frac{2}{1+e^{2z}}\right]=\pi\delta(\xi)-2\int_0^{\infty}dz\,\frac{\cos(\xi z)}{1+e^{2z}}\ \Big/\!/\ \bar{J}(\xi)=\int_0^{\infty}dz\,\frac{e^{i\xi z}}{(1+e^{2z})}=\int_0^{\infty}dz\,\frac{e^{-2z+i\xi z}}{(1+e^{-2z})}=$$

$$=\left|2z=x\right|=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}dx\,\frac{e^{-x+i\frac{\xi}{2}x}}{(1+e^{-x})}=\frac{1}{2}\int_0^{\infty}dx\,\frac{e^{-(1-\frac{i}{2}\xi)x}}{(1+e^{-x})}=\frac{1}{2}\beta\left(1-\frac{i}{2}\xi\right)$$

$$I_1^c(\xi)=\pi\delta(\xi)-2\mathrm{Re}\int_0^{\infty}dz\,\frac{e^{i\xi z}}{(1+e^{2z})}=\pi\delta(\xi)-2\mathrm{Re}\,\bar{J}(\xi)=\pi\delta(\xi)-2\mathrm{Re}\,\frac{1}{2}\beta\left(1-\frac{i}{2}\xi\right)$$

$$\frac{1}{\Delta}F(K,k)=-2i\xi\left[-\mathrm{Re}\,\beta\left(1-\frac{1}{2}i\xi\right)+\frac{1}{2}\frac{\pi\xi}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right]+2i\left(1+Kk\Delta^2\right)\left(\frac{1}{\xi}-\frac{\pi}{2}\frac{1}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right)-2iI_4(\xi)$$

$$\int_0^{\infty}dx\,\frac{e^{-\mu x}}{\mathrm{ch}^2x}=\mu\,\beta(\mu/2)-1\ \text{at}\ \mathrm{Re}(\mu)>0,\quad I_4(\xi)=2\,\mathrm{Im}\int_0^{\infty}dz\,\frac{e^{i\xi z}}{\mathrm{ch}^2z}\frac{1}{(1+e^{2z})}=2\,\mathrm{Im}\int dz\,\frac{e^{i\xi z}}{\mathrm{ch}^2z}\cdot$$

$$\cdot\frac{e^{-z}}{\mathrm{ch}z}\frac{1}{2}=\mathrm{Im}\int_0^{\infty}dz\,e^{-(1-i\xi)z}\,\frac{1}{\mathrm{ch}^3z},\quad I_4(\xi)\text{ - аналитическая интерполяция}$$

$$\frac{1}{\Delta}F(K,k)=-i\frac{\pi\xi^2}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}+\frac{2i}{\xi}\left(1+Kk\Delta^2\right)\left(1-\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right)+2i\xi\,\mathrm{Re}\,\beta\left(1-\frac{1}{2}i\xi\right)-2iI_4(\xi)$$

$$\xi\,\mathrm{Re}\,\beta\left(1-\frac{1}{2}i\xi\right)-I_4(\xi)=\xi\,2\,\mathrm{Re}\int_0^{\infty}dz\,\frac{e^{i\xi z}}{(1+e^{-2z})}-2\int_0^{\infty}dz\,\frac{\sin(\xi z)}{\mathrm{ch}^2z}\frac{1}{(1+e^{2z})}=2\int_0^{\infty}\frac{dz}{(1+e^{2z})}\left[\xi\cos(\xi z)-\frac{\sin(\xi z)}{\mathrm{ch}^2z}\right]$$

$$\varphi(\xi)=\xi\,\mathrm{Re}\,\beta\left(1-\frac{1}{2}i\xi\right)-I_4(\xi)=2\int_0^{\infty}\frac{dz}{(1+e^{2z})}\left[\xi\cos(\xi z)-\frac{1}{\mathrm{ch}^2z}\sin(\xi z)\right],\quad \varphi(\xi\to0)\sim\xi+O(\xi^3)$$

$$\frac{1}{\xi}\left(1-\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\right)=\frac{1}{\xi\,\mathrm{sh}(\frac{\pi}{2}\xi)}\left[\mathrm{sh}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)-\frac{\pi}{2}\xi\right]\underset{\xi\to0}{=}\frac{1}{\xi\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)}\frac{1}{6}\left(\frac{\pi}{2}\xi\right)^3=\frac{\pi^2}{24}\xi$$

$$\frac{\pi\xi^2}{\mathrm{sh}(\pi\xi/2)}\underset{\xi\to0}{=}\frac{\pi\xi^2}{(\pi\xi/2)}=2\xi,\quad \varphi(\xi\to0)=\xi\,\mathrm{Re}\,\beta(1)-I_4(\xi)=\xi\ln2-2\xi\int_0^{\infty}dz\,\frac{z}{(1+e^{2z})}\frac{1}{\mathrm{ch}^2z}=$$

$$=\xi\ln2-\xi\int_0^{\infty}dz\,\frac{z}{\mathrm{ch}^3z},\quad \int_0^{\infty}\frac{dz}{\mathrm{ch}^3z}\cdot z=2\cdot\left[\frac{\mathrm{sh}z}{2\mathrm{ch}^2z}+\frac{1}{2}\mathrm{arctg}(\mathrm{sh}z)\right]_0^{\infty}-\int_0^{\infty}dz\left[\frac{\mathrm{sh}z}{2\mathrm{ch}^2z}+\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\,\mathrm{sh}z\right]$$

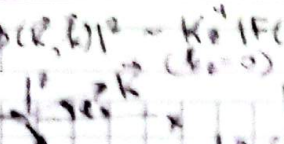
$$\lambda=\int_0^{\infty}dz\,\frac{z}{\mathrm{ch}^3z}\ \text{- сумма ряда},\quad \varphi(\xi)=(\ln2-\lambda)\xi+O(\xi^3)\ \text{at}\ \xi\to0.$$

$$\frac{1}{\Delta}F(K,k)\underset{\xi\to0}{=}-2i\xi+2i(1+Kk\Delta^2)\frac{\pi^2}{24}\xi+2i\cdot(\ln2-\lambda)\xi+O(\xi^3),\quad \xi=q\Delta,\ q=K_x-k_x^2$$

$$\frac{1}{\Delta}F(K,k)=2i\xi\left[\frac{\pi^2}{24}(1+Kk\Delta^2)+\ln2-\lambda-1\right],\quad |F(K,k)|^2\sim\xi^2\left[\frac{\pi^2}{24}(1+Kk\Delta^2)+\mu\right]^2$$

Escaneado con CamScanner

$|B(k,k)|^2 \sim K_0^4 |F(k_x,k_z)|^2 \sim k^4 \sin^4\varphi_k |K_x^2 - k_x^2|^2 \left[\frac{\pi^2}{2d}(k_x - k_x\Delta^2 + 1) + \mu\right]^2$ ($k_y = 0$)



$K_x = x_0$, $q = k_0 - k_x \neq 0$, $\zeta = q\Delta \ll 1$. $K_x = K\cos\varphi_k$, $k_x = k$

$|B(k,k)|^2 \sim K^4 \sin^4\varphi_k |K\cos\varphi_k - k|^2 \left[K k \Delta^2 \cos\varphi_k + \mu\right]^2$

$K^2 = K_x^2 + K_z^2 = K_x^2 + \varkappa_0^2$, $\varkappa^2 = q^2 + \varkappa_0^2$, $k = k + \delta k$

Вер. $W(\varphi_k) \sim |B(k,k)|^2 \sim K^4 \sin^4\varphi_k |K\cos\varphi_k - k|^2 \left[\frac{1}{2} K k \cos\varphi_k + \mu\right]^2$ – сильная зависимость от угла рассеяния φ_k, близкая, чем $\sin^4\varphi$ с $(1-\cos\theta_0)\sin^2\varphi$.

(29/II) $\frac{1}{2\varepsilon} F(K,k) = -\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\pi^2}{\sinh(\pi\varkappa/2)} + \frac{1}{8}(1 + Kk\Delta^2)\left(1 - \frac{\pi^2}{2}\frac{1}{\sinh(\pi\varkappa/2)}\right) + \varphi(1)$, $q = K_x - k$, $\varkappa = \sqrt{(K_x-k)^2 + K_z^2}$

Аномалия SW scattering $B(k,k) = a_0 L A \Delta (K_0^2 - k_0^2) F(K_x, k_x) \neq 0$ только если $\zeta = q\Delta \neq 0$

$1 + K_x k_x \Delta^2 = \frac{1}{2}[1 + K_x^2\Delta^2 + k_x^2\Delta^2 - \zeta^2]$, $\zeta = q\Delta = (k_x - k_x)\Delta$

$F(K_x, k_x) = F(K_x^2, k_x^2, \zeta)$ – дробно. $\zeta = q\Delta$ momentum transfer from SW to DW

Установить соответствие СФ-SW $m_z(\vec{r})$ и СФ-DW $\psi_k(\vec{r})$?

→ Analog. Refs. in DW motion + SW.

① Winter' PR-61 : $\cos\Theta = -\text{th}(z/\lambda)$ и SW $\psi_k(x) \sim \left[\text{th}\left(\frac{x}{\lambda}\right) + i\lambda k_0\right] e^{ikx}$

② Janak' PR'64 : $\cos\Theta = -\text{th}(z/d)$, SW $\Phi_k = \frac{(ik_0 d - \text{th}(z/d))}{[ik_0 d + 1]} e^{i\vec{k}\vec{r}}$

③ Mikaelov' PHIT'78 : $\cos\Theta = -\text{th}\left(\frac{x}{\delta}\right)$, DW $\chi_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi(k^2+1)}}\left[\text{th}\frac{x}{\delta} - ik\delta\right] e^{ikx}$ – за пределы local DW mode $\sim 1/\text{ch}(x/\delta)$

④ Kim - Tchernyshyov PRB'14 : $\cos\Theta = \text{th}\,x$, $\psi_k = \psi_0 \frac{(\text{th}x - ik)}{(1+ik)} e^{ikx}$

⑤ Borys - Stamps 'Adv.EM' 2016 : $\cos\Theta = -\text{th}\left(\frac{x}{\lambda}\right)$, $\psi_{DW} = \frac{1}{\sqrt{2\lambda}} 1/\text{ch}(x/\lambda)$

SW $\psi_k = \frac{1}{\sqrt{1+k^2\lambda^2}}\left[\text{th}\left(\frac{x}{\lambda}\right) - ik\lambda\right] e^{ikx}$, $\omega_k = 1 + k^2\lambda^2$.

⑥ Bouzidi - Suhl' PRL'1990 : $\delta(\cos\Theta) = -\sin\Theta\delta\Theta = \sum_k a_k \psi_k(x)$, $\delta\Phi = \sum_k b_k \pi_k(x)$

$\psi_k(x) = \frac{1}{\omega_k \cosh x} e^{ikx}[\text{th}x - ik]$, $\pi_k(x) = \frac{\text{ch}x}{\omega_k} e^{ikx}[\text{th}x - ik]$, $\omega_k = 1 + k^2$.

$\cos\Theta(x) = -\text{th}(x)$.

⑦ Thiele' PRB' 1973 : $\cos\Theta = \text{th}(x/\ell_w)$, $m = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} m_x + im_y \\ m_x - im_y \end{pmatrix} \sim \left(k + i\,\text{th}\left(\frac{x}{\ell_w}\right)\right) e^{i\vec{k}\vec{r}}\begin{pmatrix}+1\\-1\end{pmatrix}$

DW mode normaliz. $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, m^+ \partial_x m = \pm 1$ $\psi \sim (m_x + im_y) \sim [ik - \text{th}(x/\ell_w)]$ – Bloch DW

SW mode normaliz. $m^+ \partial_x m = \pm 1$ Bug в вычислении для Bloch и Neel DW.

→ Orthogonality/normalization by Janak' 64 : DW $\Phi_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ch}^{-1}\left(\frac{x}{d}\right) e^{i\vec{x}\vec{r}}$ SW $\psi_k = \frac{(ik_0 d - \text{th}^2 x/d)}{(ik_0 d + 1)} e^{i\vec{k}\vec{r}}$

$\vec{x} = (x_x, x_y, 0)$, $Oz \perp$ DW plane

$\int dV\, \Phi_{\vec{x}} \Phi^*_{\vec{x}'} = \int dz \int dx dy \frac{1}{2}\frac{1}{\text{ch}^2(z/d)} e^{i\vec{x}\vec{r}} e^{-i\vec{x}'\vec{r}} = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{1}{\text{ch}^2(z/d)} \cdot (2\pi)^2 \delta(\vec{x} - \vec{x}') =$

$= (2\pi)^2 d\, \delta(\vec{x} - \vec{x}')$ для Bulk sample. Можно $\Phi_k(z) = \frac{1}{\sqrt{2d}} \frac{1}{\text{ch}(z/d)} e^{i\vec{k}\vec{r}}$

Знать: $\int_{-\infty}^{\infty} dz\, e^{ikz} \frac{1}{\text{ch}(z/d)} = \pi d \frac{1}{\text{ch}(\pi k d/2)}$, $\int_{-\infty}^{\infty} dz\, e^{ikz}\,\text{th}\left(\frac{z}{d}\right) = i\pi d \frac{1}{\text{sh}(\pi k d/2)}$, $\int_{-\infty}^{\infty} dz\, e^{ikz} \frac{1}{\text{ch}^2\left(\frac{z}{d}\right)} = \frac{\pi k d^2}{\text{sh}(\pi k d/2)}$

$\int dV\, \psi_k \psi^*_{k'} = (2\pi)^2 \delta(\vec{k} - \vec{k}')$, $\int dV \psi_k \psi^*_{k'} dV = 0$ – неаборигинал

Bouzidi' 90 $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{i(k-k')x}\left[1 + kk' - \frac{1}{\text{ch}^2 x} - i(k - k')\text{th}x\right] = 2\pi(1 + k^2)\delta(k - k')$

$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{ikx}\frac{(-1)}{\text{ch}x} - ik\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{ikx}\,\text{th}x = (-1)\frac{\pi k}{\text{sh}(\pi k/2)} - ik\cdot i\pi\frac{1}{\text{sh}(\pi k/2)} = 0$ один интеграл.

надо учесть $\int dz (\ldots)\text{th}(z/d)$, что Bouzidi - Suhl это не сделали (!)

Borys' и в goes $\int dV \psi^*_{k'} \psi_k = \delta_{kk'}$, $\int dV \psi^*_k \psi_{loc} = 0$ – неаборигинал см. 31/III

Escaneado con CamScanner

(28/III) P. Yan et al PRL' 2011: Mel DW $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_0 = e^{z/\Delta}$, $q/\Delta = \xi$, $\cos\theta_0 = -\operatorname{th} z$, $\theta_0(+\infty) = \pi$

LLG + $H_{eff} = K m_z \hat{z} + A\frac{\partial^2 \vec{m}}{\partial z^2}$ дает $\Psi(z) = m_\theta - i m_\varphi$ ($\vec{m}_0 \parallel \hat{z}$) Свободное к

$q^2\psi(z) = \left[-\frac{d^2}{d^2 z^2} - \frac{2}{ch^2 z}\right]\cdot\psi(z)$ и имеет реш. $\psi(z) = \psi_0 \cdot \frac{th z + iq}{(-iq+1)} e^{iqz}$,

$q^2 = \frac{\omega}{K} - 1$, $\omega = K(1+q^2)$, q как $\cos\theta_0 = \sqrt{\frac{K}{A}}$. $\Psi(z) = -\psi_0 \frac{(th z - iq)}{(1+iq)} e^{iqz}$

Ранг SW $\psi(z) \sim (th z - iq)$ при $\cos\theta_0 = -th z$

Согласуется с Janet'ом. Minabe 78, Borys 16, Bourdin g_0, но не со с Winterl'ом (линейн. z)

$\delta\vec{m} = \delta m_\theta \hat{\theta} + \delta m_\varphi \hat{\varphi}$, $\delta\vec{m}\cdot\vec{m}_0 = \delta\vec{m}\cdot\hat{z} = 0$. Собирая в $\psi(r_{an})$ с $\psi = m_x + i m_y$ ($\hat{m}_0 \parallel \hat{m}_0$).

$\delta\vec{m} = \hat{x}\sin(\theta_0+\ell\ell)\cos(\varphi_0+\psi) + \hat{y}\sin(\theta_0+\theta)\sin(\varphi_0+\psi) + \hat{z}\cos(\theta_0+\theta) =$

$= \hat{x}\left[\sin\theta_0 + \cos\theta_0\,\ell\ell\right]\left[\cos\varphi_0 - \sin\varphi_0\,\psi\right] + \hat{y}\left[\sin\theta_0 + \cos\theta_0\,\ell\ell\right]\left[\sin\varphi_0 + \psi\cos\varphi_0\right] -$

$- \sin\theta_0\,\ell\ell\,\hat{z} = \hat{x}\left[-\sin\theta_0\sin\varphi_0\,\psi + \cos\theta_0\cos\varphi_0\,\ell\ell\right] + \hat{y}\left[\sin\theta_0\cos\varphi_0\,\psi + \cos\theta_0\sin\varphi_0\,\ell\ell\right] -$

$- \sin\theta_0\,\hat{z} = \ell\ell\,\hat{\theta} + \sin\theta_0\,\psi\,\hat{\varphi}$, $\delta\vec{m} = \ell\ell\,\hat{\theta} + \sin\theta_0\,\psi\,\hat{\varphi}$, $\delta m_x = \ell\ell$, $\delta m_y = \sin\theta_0\,\psi$

SW $\Psi = \delta m_x + i\,\delta m_y = \ell\ell + i\sin\theta_0\,\psi = m_\theta + i m_\varphi$ - мода. $\Psi(r_{an}) = m_\theta - i m_\varphi$

т.е. $\psi = \ell\ell + i\sin\theta_0\,\psi$, то $\Psi = \Psi^*(r_{an}) = -\psi_0 \frac{(th z + iq)}{(1-iq)} e^{-iqz}$ при $\cos\theta_0 = -th\infty$.

$\psi_k \sim m_k(z) e^{i\omega t} \sim [\cdot] e^{-ik\vec{r}} e^{i\omega t}$ в Gus-DW-sw theory. Тогда $\Psi \sim \frac{[th(x/\Delta) + i k_y \Delta]}{[1 + i k_y \Delta]} e^{-ik_y x}$

$\Psi = \psi_0 \frac{(th z - iq)}{(1-iq)} e^{-iqz}$ при $\cos\theta_0 = th z$.

Нормировка $\Psi^+\Psi' = \delta$ дает $\Psi(\vec{r}) = \psi_0 \frac{[-th(x/\Delta) - i k_y \Delta]}{\sqrt{1 + k_y^2\Delta^2}} e^{-i\vec{k}\vec{r}}$ для SW на фоне DW $\cos\theta_0 = th(x/\Delta)$

В моей $F(k_x, k_y)$ надо $k_x \to -k_x$, $k_y \to -k_y$ везде кроме q. $k_x k_x \to k_x k_x = k k$ и

$F(k,k)$ не изменилась. // В $m_k(z)$ добавить множ. $\frac{1}{\sqrt{1 + k_y^2\Delta^2}}$, т.е. в $B(\vec{k},\vec{k})$ имеем

добавилась множитель $\frac{1}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}}$ (!).

→ Значит в $m_k(z) \sim \Psi \sim \left[\pm th\left(\frac{x}{\Delta}\right) \pm i k_y \Delta\right]$ может быть мобилен. Это не влияет на $|B(k,k)|^2 \sim |F(k,k)|^2$

DW-SW Scattering

(30/III) Написал и Subm. Abs-скупт. тезисы на JEMS-2018, обсудил с Гиеф JEMS-доклад и Subm. Whitfield - Nat. phys. и PR Appl. manuscripts. Пребудет - invited - Braga. E-mails Maier (change salt time) и Kasatkin. Уборка дома. one Oct 18.

(31/III) Orthogonality/normalization: SW $m_k(z) = \frac{1}{\sqrt{1 + k_y^2\Delta^2}}\left[th\left(\frac{x}{\Delta}\right) + i k_y \Delta\right] e^{-i\vec{k}\vec{r}}$

DW $\mu_{\vec{k}}(z) = ch^{-1}(x/\Delta)\, e^{-i\vec{k}\vec{r}} \frac{1}{\sqrt{2\Delta}}$

Janet'ом (bulk sample) $\int dV\, \mu^*_{\vec{k}} \mu_{\vec{k}'} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy dz \frac{1}{2\Delta} \frac{1}{ch^2(x/\Delta)} e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}} = \left|\vec{r} = (x_x, x_y, x_z)\right|_{\perp 0} =$

$= \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{ch^2 u} \cdot (2\pi)^2 \delta(\vec{x}-\vec{x}') = (2\pi)^2 \delta(\vec{x}-\vec{x}') \cdot 0k$

$\int dV\, m^*_k m_{k'} = \frac{1}{\sqrt{1+k_x^2\Delta^2}} \frac{1}{\sqrt{1+k_x'^2\Delta^2}} \int dx \int dy \int dz \left[th\left(\frac{x}{\Delta}\right) + i k_x \Delta\right]\left[-th\left(\frac{x}{\Delta}\right) + i k_x' \Delta\right] e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}} =$

$= \frac{(2\pi)^2 \delta(k_y - k_y')\,\delta(k_z - k_z')}{\sqrt{(\cdot)}\sqrt{(\cdot)}} \int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{i(k_x - k_x')x}\left[-th^2\left(\frac{x}{\Delta}\right) + i(k_x' - k_x)\Delta\, th\left(\frac{x}{\Delta}\right) + k_x k_x' \Delta^2\right] = (\cdot)\cdot I(\cdot)$

$x/\Delta = u$, $k_x\Delta \to k$, $I(k,k') = \int du\, e^{i(k-k')u}\left[-th^2 u + i(k'-k)\,th u + k k'\right] =$

$= \int_{-\infty}^{\infty} du\, e^{i(k-k')u}\left[1 - \frac{1}{ch^2 u} + i(k-k')\,th u + k k'\right] = (1+kk')\cdot 2\pi\,\delta(k-k') -$

$- \int_{-\infty}^{\infty} du\, \frac{e^{i(k-k')u}}{ch^2 u} + (\text{I})\int_{-\infty}^{\infty} du\, e^{i(k-k')u}\, th u \cdot i(k-k') = (1+kk')2\pi\delta(k-k') - \frac{\pi(k-k')}{sh\left[\frac{\pi}{2}(k-k')\right]} +$

$+ i(k-k')(\text{I})\int du\, e^{i(k-k')u}\, th u$. Если $k_x = k_x'$, $\int dV\, m^*_k m_k = \frac{(2\pi)^2 \delta(k_y - k_y')\,\delta(k_z - k_z')}{(1+k_x^2)} \times$

$\times \left[(1+k^2)2\pi\delta(k-k') - 2\right] = (2\pi)^3 \delta(\vec{k}-\vec{k}')$, т.к. 2 можно пренебречь по ср. с $\delta(k-k')$

Escaneado con CamScanner

$\int dV m^*_k m_{k'} = (2\pi)^3 \delta(k-k')$ для $k_z \neq k_z'$, πq — номер уровня в $\delta(\pi q)$ для $\delta^2(q)$ на

$\int dV m^*_k m_{k'} = \frac{(2\pi)^2 \delta(k_z - k_z')}{\sqrt{1+k^2}\sqrt{1+k'^2}} \cdot I(k,k') = \frac{(2\pi)^2\delta(\cdot)}{\sqrt{1+k^2}\sqrt{1+k'^2}} \Delta \left[(1+k^2)\cdot 2\pi\delta(k-k') + \right.$

$\left. + i(k-k')\int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot e^{i(k-k')x} \operatorname{th} x - \frac{\pi(k+k')}{\operatorname{sh}(\frac{\pi}{2}(k+k'))} \right]$

При $k \neq k'$, $k-k' = q$: $\int dV m^*_k m_{k'} = \frac{(2\pi)^2\delta(\cdot)}{\sqrt{(1+k^2)(1+k'^2)}} \left[2q \int_0^{\infty} dx \sin(qx) \operatorname{th} x - \frac{\pi q}{\operatorname{sh}(\pi k/2)} \right]$

$\int dV \underset{(k \neq k')}{m^*_k} m_{k'} = \frac{(2\pi)^2 \delta(k_z - k_z')}{\sqrt{(1+k^2)(1+k'^2)}} \cdot q \left[I_1(q) - \frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi q/2)} \right]$, $I_1(q) = q \int_0^{\infty} dx \sin(qx) \operatorname{th} x$

Сам по $I_1(q)$ $= q \int_0^{\infty} dx \sin(qx) + \frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi q/2)} - \frac{2}{q}$, $\left[I_1 - \frac{\pi}{\operatorname{sh}\pi q} \right] = 1 \int_0^{\infty} dx \sin(qx) - \frac{2}{q}$

$\int dV \underset{(k \neq k')}{m^*_k} m_{k'} \sim q \left[I_1 - \frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi q/2)} \right] = 2 \left[q \int_0^{\infty} dx \sin(qx) - 1 \right] \neq 0$ — ортогональность

$m^*_k(x)$ не выполняется даже для бесконечных систем при $k \neq k'$.

$\int dV m^*_k \mu_{x'} = \int dx \frac{1}{\sqrt{1+k^2}} \left[\operatorname{th}\frac{x}{\Delta} + ik \right] e^{ikx} \frac{1}{\sqrt{2\Delta}} \frac{1}{\operatorname{ch}(x/\Delta)} e^{-ix'x}$, $\sim e^{ik_0 x} \cdot e^{i(k_0 - x')x}$

$\int_{-\infty}^{\infty} dx \left[\operatorname{th}\left(\frac{x}{\Delta}\right) - ik\Delta \right] e^{ikx} \frac{1}{\operatorname{ch}(x/\Delta)} = \Delta \int_{-\infty}^{\infty} du \left[\operatorname{th} u - ik \right] \frac{e^{iku}}{\operatorname{ch} u}$ — 0 если $k = k_0$

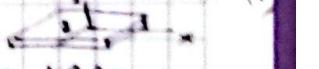
$\int_{-\infty}^{\infty} du \frac{\operatorname{th} u}{\operatorname{ch} u} e^{iku} = i \int_{-\infty}^{\infty} du \frac{\operatorname{sh} u}{\operatorname{ch}^2 u} \sin(ku) = i \cdot 2a \left[u \operatorname{ch}(u\alpha/\beta) \right] \left[\operatorname{ch}(\pi u) + 1 \right]_{u=0}$

$= 2\pi i \frac{k \operatorname{ch}(\pi k/2)}{2 \operatorname{ch}^2(\pi k/2)} = \frac{\pi i k}{\operatorname{ch}(\pi k/2)}$; $\int_{-\infty}^{\infty} du \frac{e^{iku}}{\operatorname{ch} u} = 2 \int_0^{\infty} du \frac{\cos(ku)}{\operatorname{ch} u} = 2 \cdot \frac{\pi}{2} \frac{1}{\operatorname{ch}(k\pi/2)}$

$\int dV m^*_k \mu_{x'} \sim \int_{-\infty}^{\infty} du \left[\operatorname{th} u - ik \right] \frac{e^{iku}}{\operatorname{ch} u} = \frac{\pi i k}{\operatorname{ch}(\pi k/2)} - ik \frac{\pi}{\operatorname{ch}(\pi k/2)} = 0$.

Ортогональность DW и SW $\int dV m^*_k \mu_{x'} = 0$ выполняется, ортогональность DW-состояний $\int dV \mu^*_{x''} \mu_{x'} = (2\pi)^2 \delta(x'' - x')$ выполняется при $x'' \neq x'$.

но $\int dV \underset{(k \neq k')}{m^*_k} m_{k'} \sim \left[q \int_0^{\infty} dx \sin qx - 1 \right] \neq 0$ — ортогональность SW не выполняется (!)



Еще раньше сидели тонкую пленку в xOz - плоскости перпендикулярно нашей плоскости.

$\mu_x = \frac{a}{\operatorname{ch}(x/\Delta)} e^{ikx}$, $\int dV \mu^*_{x''} \mu_{x'} = L \int dx \int dz \, |a|^2 \frac{1}{\operatorname{ch}^2(\frac{x}{\Delta})} e^{i(x''-x')x} = L\Delta \int_{-\infty}^{\infty} du \frac{|a|^2}{\operatorname{ch}^2 u} \int e^{i(x_2 - x_2')z} dz =$

$= L\Delta |a|^2 \cdot 2 \cdot 2\pi \delta(x_2 - x_2') = 4\pi\Delta L |a|^2 \delta(x_2 - x_2')$, $a = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Delta L}}$

DW $\mu_{kx}(x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Delta L}} \frac{1}{\operatorname{ch}(x/\Delta)} e^{-ix^2 i^2}$, $\int dV \mu^*_{x''} \mu_{x'} = \delta(x_0 - x_0')$ — $\delta_{x_0, x_0'}$ - symbol

SW $m_k(x) = B \left[\operatorname{th}\frac{x}{\Delta} + ik\Delta \right] e^{-ik^2 i^2}$, $\int dV m^*_k m_{k'} = L \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dz \, B^2 \left[\operatorname{th}\frac{x}{\Delta} - ik_0\Delta \right] \cdot$

$\cdot \left[\operatorname{th}\frac{x}{\Delta} + ik'\Delta \right] e^{i(k-k')z} = LB^2 \, 2\pi\delta(k_0 - k_0') \int_{-\infty}^{\infty} dx \, e^{i(k_0 - k_0')x} \left[\operatorname{th}^2\frac{x}{\Delta} - i(k_0 - k_0')\Delta \operatorname{th}\frac{x}{\Delta} + k_0 k_0' \Delta^2 \right] =$

$= 2\pi L B^2 I(k,k') \delta(k_0 - k_0') \Delta$. $I(k,k') \underset{k \to k'}{=} (1+k^2) 2\pi\delta(k-k')$, $k - k' = (k_0 - k_0')\Delta$.

SW $\int dV m^*_k m_{k'} = 2\pi L B^2 \cdot 2\pi (1 + k_0^2\Delta^2) \delta(k_x - k_x') \delta(k_0 - k_0') + LB^2 (1 + k_0^2\Delta^2) (2\pi)^2 \delta(k - k')$

$B = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(k_0^2\Delta^2 + 1)}}$, $\int dV m^*_k m_{k'} = \delta(k - k')$, $m_k(x) = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(1+k_0^2\Delta^2)}} \left[\operatorname{th}\left(\frac{x}{\Delta}\right) + ik\Delta \right] e^{-ikx}$

т.е. неортогональность по bulk и по film сбалансированы и $2\pi\delta(k_y - k_y') \to L$ для нормированных ф.

Предположительно 28/III $A^a_m = (C - \cos\theta) \nabla_m \varphi$ при $C = \operatorname{sh}(\pi)$ для DW в yOz - плоскости не имеет аналогии, надо $A^a = (1 - \cos\theta) \nabla\varphi$ или в 4-мерном виде сделать. Вероятно, что C - (grey) - может не дает вклада в Quantum electrodynamics, mag. fields, и в LLG. В Chiral DW 16 попадание где $A^a_m = (1 - \cos\theta) \nabla\varphi$ в/м $y = \pm\pi P$.

Escaneado con CamScanner

$\Psi(x,t) = \sum_k b_k m_k e^{i\omega_k t}$, $\int dV \Psi^* \Psi = \int dV \sum_{kk'} b_k^* b_{k'} m_k^* m_{k'} e^{-i\omega_k t} e^{i\omega_{k'} t} =$

$= \sum_{kk'} b_k^* b_{k'} e^{i(\omega_{k'} - \omega_k)t} \int dV m_k^* m_{k'} = \sum_k |b_k|^2 = \sum_k N_k$ — número total de fotones

Luego $N_k = 1$ $\int dV m_k^* m_{k'} = \delta_{kk'}$ $\int dV e^{i(k-k')x} = (2\pi)^3 \delta(k-k')$

Dirac δ: $\int dV e^{i(k-k')x} = V \delta_{kk'}$

$\sum_k (\cdots) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \cdots$ $\int dV \Psi^* \Psi = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{V}{(2\pi)^3} \int dk \int dk' b_k^* b_{k'} e^{i(\omega_k - \omega_{k'})t} \delta(k-k') =$

$= \frac{V^2}{(2\pi)^6} \int dk\, b_k^* b_k$ — Luego cuando k varía de a Δk en Δk (para simbolizar)

$\frac{\partial}{\partial x}$ $\int dV \mu_{x'}^* \mu_{x''} = 2 l_y \Delta |a|^2 \cdot \int dx\, e^{i(x_{x'} - x_{x''})x} = 2 l_y \Delta |a|^2 l_x \delta_{x_{x'}, x_{x''}}$, $l_x \delta_{x_{x'}, x_{x''}} \to 2\pi \delta(x_{x'} - x_{x''})$

$\frac{\partial}{\partial x}$: $a = \frac{1}{\sqrt{2\Delta}} \frac{1}{\sqrt{l_y l_z}}$, $\mu_{x(k)} = \frac{1}{\sqrt{2\Delta l_y l_z}} \frac{e^{-ikx^2}}{\sqrt{h(x\Delta)}}$, $\int dV \mu_x^* \mu_{x'} = \delta_{xx'}$

SW: $\int dV m_k^* m_{k'} = l_y |b|^2 \int dx\, e^{i(k_x - k'_x)x} \Delta\, I(k,k') = l_y l_z |b|^2 \Delta \delta_{k_y k'_y} I(k,k')$

$I(k,k') = (1 + k^2\Delta^2) \delta(k-k') 2\pi = (1 + k_x^2\Delta^2) \delta_{k_x k'_x} \delta_{k_y k'_y} \delta_{k_z k'_z}$

$\int dV m_k^* m_{k'} = l_x l_y l_z |b|^2 \delta_{k_y k'_y} \delta_{k_z k'_z} (1 + k_x^2\Delta^2) = V (1 + k_x^2\Delta^2) |b|^2 \delta_{kk'}$

$b = \frac{1}{V} \frac{1}{\sqrt{k_x^2\Delta^2 + 1}}$ $\to$ $\int dV m_k^* m_{k'} = \delta_{kk'}$, $m_{k(x')} = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{[\mu_k(\frac{x}{\Delta}) + i\mu_k\Delta]_{x=x'}}{\sqrt{1 + k_x^2\Delta^2}} e^{-ikx'}$

Luego $\int dV \Psi^* \Psi = \sum_{kk'} b_k^* b_{k'} e^{i(\omega_k - \omega_{k'})t} \delta_{kk'} = \sum_k |b_k|^2 = \sum_k \bar{n}_k$ — número medio

SW $\mu_{x(x')} = \frac{1}{\sqrt{2\Delta}\sqrt{S}} \frac{e^{-ikx^2}}{\sqrt{h(x\Delta)}}$, $S = l_y l_z$ — viceversa $\delta_{xx'}$

$\int dV \mu_{x'}^* \mu_{x''} = \delta_{x'x''} \to \int dV \Psi^* \Psi = \int dV \sum_{x'x''} a_{x'}^* a_{x''} \mu_{x'}^* \mu_{x''} e^{-i(\omega_{x'} - \omega_{x''})t} = \sum_x a_x^* a_x$ —

— mismo QM — modos en sistema — $\delta(k-k')$ — representación teórica $\to$ Bose-Einstein Ad Eff Mi(f)

Hay que probar SW: m_k y QM: μ_x eigenmodes para $\vec{k} \to \frac{1}{\sqrt{V}\sqrt{(k_x^2\Delta^2+1)(k_y^2\Delta^2+1)}} \frac{e^{-ikx^2}}{\sqrt{h(x\Delta)}}$

$\sum_k \to \frac{1}{\sqrt{V_{SW}}} \sum_k$, $\Rightarrow W_{int}[B(\vec{k},\vec{k})] = \frac{1}{\hbar\omega V} \frac{1}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}}$ $W_{int} = \Gamma_{kk} W_{int}$

$\mathcal{H}_{int} = \int d^3\vec{x}\, w_{int} = A l_y \sum_{kk_x} b_K^* b_k e^{i(\omega_k - k_x)t} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_0^{\infty} dz \int_0^{\infty} dy\, (k_x^2 \vec{k}) \cdot \vec{e}\, e^{i(\vec{k}-\vec{k}-\vec{x})\vec{x}} \Gamma_{kk} \frac{f(z)}{\sqrt{k_x k}}$

$\int dx\, e^{i(K_x - k_x - x_x)x} = l_x \delta_{K_x, k_x + x_x}$, $F(K_x, k_y) = \int_{\Delta} dy\, e^{i(k_y - k_y)y} f_{TC}(y)$, $\frac{K}{a^2} = \frac{k_x}{(a,0,\frac{a}{2})}$

$\mathcal{H}_{int} = A l_y l_z \Delta \sum_{K_x k_x} \sum_{K_y k_y} b_{K'}^* b_{k'} e^{i(\omega_{k'} - \omega_k)t} \left[a_x e^{i\Omega_x t} - a_{xx}^* e^{-i\Omega_x t} \right] (K_x^2 - k_x^2) \Gamma_{kk} F(K_x, k_y)$, $x = k_x - k_x$

$\mathcal{H}_{int} = A l_y l_z \Delta \sum_{kk'} b_K^* b_{k'} \left[\tilde{a}_x - \tilde{a}_x^* \right] (K_x^2 - k_x^2) \Gamma_{kk'} F(K_x, k_y) = \sum_{\vec{k},\vec{G}} B(\vec{k},\vec{G}) b_K^* b_{k'} (\tilde{a}_x - \tilde{a}_x^*)$

$B(\vec{k},\vec{G}) = A l_y l_z \Delta (K_x^2 - k_x^2) \Gamma_{kk'} F(K_x, k_y)$, $l_y l_z \Delta \Gamma_{kk'} = \frac{l_y l_z \Delta}{\sqrt{2\pi l_y l_z}} \frac{1}{\sqrt{l_y l_z}} \frac{1}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}}$

$= \frac{\Delta}{l_y} \frac{1}{\sqrt{V_{SW}}} \frac{1}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}}$ $\to$ $B(\vec{k},\vec{k}) = A \frac{\Delta}{l_y} \frac{1}{\sqrt{V_{SW}}} (K_x^2 - k_x^2) \frac{F(K_x, k_y)}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}}$

$F(K,k)$ de $2\pi/\Delta$ ecuaciones $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{iqx} = 2\pi\delta(q)$ — ecuación $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{-iqx} = 2\pi\delta(q) = \delta_{q0}$ $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{-iqx} = l_x \delta_{q0}$, $q = K_x - k_x$

$F(K,k) = \frac{l_y}{\Delta}(1 + K k_x \Delta^2) \delta_{q0} - (1 + \frac{i}{2}\xi) \frac{\pi\xi}{\sinh(\pi\xi/2)} + \left[\xi - i(1 + k k_x \Delta^2) \right] I_1(\xi)$, $I_1(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \psi_0(x) \Pi(x)$, $\xi = q\Delta$

$\lim_{q\to 0, \xi \to 0} F(k,k) = \frac{l_y}{\Delta}(1 + k^2\Delta^2) - 2 \to \frac{l_y}{\Delta}(1 + k^2\Delta^2)$, $n_x n_y \frac{l_y}{\Delta} \to 0$

$B(\vec{k},\vec{k}) = A \frac{\Delta}{l_y} \frac{1}{\sqrt{V_{SW}}} (K_x^2 - k_x^2) \frac{l_y}{\Delta} \frac{(1 + k_y^2\Delta^2)}{(1 + k_y^2\Delta^2)} = A (K_x^2 - k_x^2)$ — acoplo k' con k ($q = 0$)

Para $q \neq 0$

$F(k,k) = -(1 + \frac{i}{2}\xi) \frac{\pi\xi}{\sinh(\pi\xi/2)} + \left[\xi - i(1 + k k_x \Delta^2) \right] I_1(\xi)$ — acoplo $B(\vec{k},\vec{k})$.

Escaneado con CamScanner

Нормировка функции ψ, $\int$, $\delta_{kk'}$, Λ_k.

SW: $\int dV\, m_k^* m_{k'} = \delta_{kk'}$, $m_k = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{(\text{th}\frac{\pi\lambda}{2} + ik_x\Delta)}{\sqrt{1+k_x^2\Delta^2}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$, $\int \frac{d^3r}{a^3}$ — ?

и $m_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{[\dots]}{\sqrt{1+k_x^2\Delta^2}} e^{-i\vec{k}\vec{\delta}}$ — безразмерность как в модели Тальяна ARB 39 174404 (2009).

$V = Na^3$, N — число ячеек в образце. SW: $\mu_k = \frac{1}{\sqrt{2N_{sw}}} \frac{1}{\text{ch}(\pi\lambda/a)} e^{-i\vec{k}\vec{r}}$

и $\int \frac{d^3r}{a^3} \mu_k^* \mu_{k'} = \delta_{kk'}$, $\Gamma_{kk} = \frac{1}{N\sqrt{N_{sw}}} \frac{1}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}}$, $N_{sw} a^3 = V_{sw}$, $V_{sw} = 2\Delta S$

$L_x L_y \Delta \Gamma_{kk} = \frac{V\Delta}{L_x} \frac{1}{N\sqrt{N_{sw}}} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \to \frac{\Delta}{L_x} \frac{a^3}{\sqrt{N_{sw}}} \frac{1}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}}$

$$B(\vec{k},\vec{k}) = A \frac{\Delta}{L_x} \frac{a^3}{\sqrt{N_{sw}}} \frac{(k_1^2 - k_2^2)}{\sqrt{(1+k_x^2\Delta^2)(1+k_y^2\Delta^2)}} F(k_x, k_y)$$

N_{sw} — число ячеек в SW

• S Krishna et al. Phys. lett A375, 1824 (2011)

SW $\psi_k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1+\lambda^2 k^2)}} [\text{th}(\frac{\pi x}{\lambda}) - ik\lambda] e^{ikx}$

$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \psi_k^*(x) = \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \int_{-\infty}^{\infty} [\text{th}\frac{x}{\lambda} - ik\lambda] e^{ikx} = \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \int_{-\infty}^{\infty} \text{th}\frac{x}{\lambda} e^{ikx} - \frac{ik\lambda}{\sqrt{(\cdot)}} 2\pi\delta(k) =$

$= -\frac{i\pi\lambda}{\sqrt{(\cdot)}} \text{sh}^{-1}(\frac{1}{2}\pi k\lambda)$, $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \text{th}(\frac{x}{\lambda}) e^{ikx} = -i\pi\lambda\, \text{sh}^{-1}(\frac{1}{2}\pi k\lambda)$, $\text{sh}^{-1}z = \text{Arcsh}z$ (!) а не $1/\text{sh}z$ — ошибка

$\text{Arcsh}\, z = \ln(z + \sqrt{1+z^2})$. $\text{Arcsh}\, z = z - \frac{1}{6}z^3 + \dots$, $z \ll 1$.

$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \text{th}(\frac{x}{\lambda}) e^{ikx} = i\pi\lambda\, \text{Arsh}(\frac{1}{2}\pi k\lambda)$, $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \text{th}(\frac{x}{\lambda}) \sin kx = \pi\lambda\, \text{Arsh}(\frac{1}{2}\pi k\lambda)$

$I_1(s) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \text{th}x \sin(sx) = \pi\, \text{Arsh}(\frac{1}{2}\pi s)$ — проверка

IV Проверим $I_1(s)$. MathCad. SW. Действительно "плавно нарастает" $I_1(s)$ достигает и осциллирует от $s\uparrow$, $\text{Arsh}(\frac{\pi}{2}s)$ растет с $s\uparrow$.

• E.C. Titchmarsh 1948: Sin-transform $F_s(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} dt\, \sin(ut) f(t)$, $f(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} du \sin(ut) F_s(u)$

пара e^{-x} и $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{x}{1+x^2}$. $F_s(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} dt\, e^{-t} \sin(ut) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{u}{1+u^2}$

$\frac{1}{\sinh(\sqrt{\frac{\pi}{2}}x)} - \frac{1}{x\sqrt{\frac{\pi}{2}}}$ и $\tanh(x\sqrt{\frac{\pi}{2}}) - 1$. $F_s(u) = \text{th}(u\sqrt{\frac{\pi}{2}}) - 1$

$f(t) = \frac{1}{\text{Sh}(\sqrt{\frac{\pi}{2}}t)} - \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}t} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} du \sin(ut) F_s(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} du \sin(ut) [\text{th}(u\sqrt{\frac{\pi}{2}}) - 1]$

$\sqrt{\frac{\pi}{2}} u = x$, $ut = \sqrt{\frac{2}{\pi}} x\, t = x(\sqrt{\frac{2}{\pi}} t) = x\xi$, $\xi = \sqrt{\frac{2}{\pi}} t$, $\sqrt{\frac{\pi}{2}} t = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi = \frac{\pi}{2}\xi$

$\frac{1}{\text{Sh}(\frac{\pi}{2}\xi)} - \frac{1}{(\pi\xi)/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} dx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(x\xi) [\text{th}\, x - 1] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} dx \sin(x\xi) [\text{th}\, x - 1]$

$\frac{1}{\pi} I_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} dx \sin(x\xi) \text{th}\, x = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} dx \sin(x\xi) + \frac{1}{\text{Sh}(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\pi\xi}$, $I_1(\xi) = 2 \int_0^{\infty} dx \sin(x\xi) + \frac{\pi}{\text{sh}(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi}$.

Тогда окончательно имеем $I_1(\xi)$ в точности как в VII: $I_1(\xi) = 2 \int_0^{\infty} dx \sin(x\xi) + \frac{\pi}{\text{sh}(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi}$ — аналитическая запись. B Krishna 2011 — опечатка, Arch $(\pi\xi/2)$. $\xi = q\Delta$.

при $q=0$, $F(k_1,k) = \frac{L_x}{\Delta}(1+k^2\Delta^2)$ и $B(\vec{k},\vec{k}) = A \frac{\Delta V_0}{L_x\sqrt{N_{sw}}} (k_1^2 - k_2^2) \frac{L_x}{\Delta} = A \frac{V_0}{\sqrt{N_{sw}}} (k_1^2 - k_2^2)$

$\int_0^{2m} dx \sin(x\xi) = -\frac{1}{\xi} \cos(x\xi) \Big|_0^{2m} = \frac{1}{\xi}(1 - \cos 2m\xi)$, $2m\xi = \frac{L_x}{2\Delta} q\Delta = \frac{\Delta}{2} q L_x$, $q = k_x - k_x$.

$I_1(\xi) = \frac{2}{\xi}(1 - \cos 2m\xi) + \frac{\pi}{\text{Sh}(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi} = \frac{\pi}{\text{Sh}(\pi\xi/2)} + \frac{2}{\xi} \cos(\frac{L_x}{2\Delta}\xi)$

$\frac{\pi}{\text{Sh}(\cdot)} - \frac{2}{\xi} = \frac{2}{\xi}[\frac{\pi\xi/2}{\text{Sh}(\pi\xi/2)} - 1] = \frac{2}{\xi}(-1)\frac{\pi^2}{24}\xi = -\frac{\pi^2}{12}\xi$. $I_1(2m\xi) = \frac{2}{\xi} 2m^2\xi^2 - \frac{\pi^2}{12}\xi =$

$= (2m^2 - \frac{\pi^2}{12})\xi = [(\frac{L_x}{2\Delta})^2 - \pi^2/12]\xi \approx \frac{L_x^2}{4\Delta^2}\xi$, $F(k,k) = -i(1+k^2\Delta^2)\frac{L_x^2}{4\Delta^2}\xi$, $\xi \to 0$

При $\xi \ll 1$, $B(\vec{k},\vec{k}) = A \frac{\Delta V_0}{L_x\sqrt{N_{sw}}} (k_1^2 - k_2^2)(-i)\frac{L_x^2}{4\Delta^2}\xi = -iA \frac{L_x}{4} \frac{V_0}{\Delta\sqrt{N_{sw}}} (k_1^2 - k_2^2)(k_x - k_x)\Delta$

При $\xi \gg 1$, $I_1(\xi) \to 0$.

(2/IV) Revised JMMM-Ms (Aranzka) ... Nakabayashi travel reports Berlin ... Portman - Mag + project ...?

(3/IV) Обсъждане Madrid trip ... Papers (Ara ...) Apr 6 meeting schedule) JMMM-MS ... Estado de cuentas ... Proyecto ... Ara ... (5 pc, 3 kg): Ivana, ... A.D. ... (4 ...). Ic ... Turkey ... (Andrea, Farkad)

(4/IV) Отдел Antxoni travel reports Berlin и Portman. Обсъждане с Iker AF-SW dynamics (Point V_{sw} из-за forcefield ... Iker proposal application April-6 meeting for Farkad.

(5-7/IV) Лекции в Л. в Madrid, UAM на FET proposal meeting (Alex, Dennis, Kristen, Debashis, Caprini, Klein, De Lorenzo). Обсъждане на Berg. Nakabayashi - 2nd version ... - Iker ...

(8/IV) В Черновци - пак, Сидоров, Бъмп. Отдел.

(9/IV) Кореспонденция с Oxc. по JMMM - Arantxa, Nat. Com. - Berganza, Sc. Rep. - Tejo. Получих Ikerbasque tax-2018 certificate (T-ho) и reminder (from Arthur) о Ikerbasque evaluation (до June 15, 2018). Комфлейшън Aitor Zenpec с final Report. Кореспонденция с B. Ivanov о tickets to San Sebastian. Работа над JMMM - Arantxa revision.

(10/IV) Запис data-files Arantxa to replot Figs. 2a, 2c. Coincidence meeting A. Slavin - 500 € Hotel in San Sebastian in June. Започна работа Sci. Rep. - Tejo. Revison JMMM - Arantxa MS. Sol-Sky Mag кореспонденция с Ирен, Дани.

(11/IV) Изпращам JMMM-Arantxa revised MS и Replies to Referees to Arantxa, Oxc., Tres, Aurelio. Подготвих отчет по IVA "CONSTANTES" за Ikerb. 2018. С Л., Ю., Ј. в ресторант "Londres" - probing dinner for Sol-Sky Mag 2018.

(12/IV) Л. пристигна в Киев (с кола 1,150 €). Miriam изпраща Referees reports на Neel-Skyrmion Dyn. MS - Nat. Comm. Pull 500 € Sci. Rep. - Tejo. New Sk-papers.

(13/IV) Работа над FETOPEN - proposal (WP3, части на Работа 3). Arantxa: Ikerbasque Meeting - June 14. JMMM - review request. Кореспонденция с B. Ivanov - Sol-Sky Mag visit. (Tue 6-Mon 26/VI)

(14/IV) FETOPEN - Sec. 4-5 (UAM/EHU, CN, group of Magnetism). Бъмп.

(15/IV) Изпратих Sec. 4-5 FETOPEN to Farkad. Работа над SW-SW scattering. E-mail Hee, Дарко, Дейзи с Дарко.

(16-17/IV) Кореспонденция относно Workshop Ikerbasque, June. Работа над JMMM - Arantxa MS revision и FETOPEN - WP3, fin. plan. Resubm. Sk-MPD Arantxa to JMMM.

(18/IV) Отдел Antxoni invoice Sci. Rep. 500 € Tejo MS. Sk-review. E-mails to Oxc, Papag, Nacij. Fill in FETOPEN forms. С Ј. в "Nam", Siberia, Arcata (Lasarte), Изпратена.

(19/IV) Revision Skyrmion-MPD. RRL to resubmit to APEX, NRL, ...? **Skyrm-dot-MPD**

$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Theta(r) = e^{-f(r)}$, $r = \rho/\ell_{ex}$. Robart's bound cond. $\frac{\partial\Theta}{\partial r} = \frac{1}{2}d$, $d = D\ell_{ex}/A$, $\ell_{ex}^2 = 2A/\mu_0 M_s^2$

$\frac{\partial}{\partial r}\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = \frac{1}{\cos^2\frac{\Theta}{2}}\frac{1}{2}\frac{\partial\Theta}{\partial r} = e^{-f}(-1)\frac{\partial f}{\partial r}$; $\frac{\partial f}{\partial r} = (-1)e^{f}\frac{1}{2}\frac{1}{\cos^2\frac{\Theta}{2}}\frac{\partial\Theta}{\partial r} = (-1)\frac{1}{2}\frac{1}{\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2}\cos^2\frac{\Theta}{2}}\frac{\partial\Theta}{\partial r}$

$\frac{\partial f}{\partial r} = -\frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial\Theta}{\partial r} = -\frac{d}{2}\frac{1}{\sin\Theta}$ at $r = r_d$, $\rho = R$ - dot radius

$\sin\Theta = \frac{2\operatorname{tg}\Theta/2}{1+\operatorname{tg}^2\Theta/2} = \frac{2e^{-f}}{1+e^{-2f}} = \frac{2}{e^{f}+e^{-f}} = \frac{1}{\operatorname{ch} f}$. $\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{r_d} = -\frac{d}{2}\operatorname{ch} f$.

Тогава $\exists \theta_{ec}$ $d < 0$, $\left.\frac{\partial\Theta}{\partial r}\right|_{r_d} < 0$, $\Theta \in [\pi, -d]$ и/или $\cos\Theta(0) = -1$, $d \to -d$, $d > 0$, $\frac{\partial f}{\partial r} > 0$.

$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{d}{2}\operatorname{ch} f$. De Bonte ansatz $f(r) = \ln(r/r_d) + \xi(r - r_d)$, $\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{1}{r} + \xi$, $\xi = \sqrt{Q-1}$

In RRL-MS е неизползван $f(r_d) = \infty$, т.е. $f(r_d) = \ln(r_d/r_d) + \xi(r_d - r_d) = \xi r_d \gg 1$, $r_d \gg 1$

$f(r_d) \gg 1 \to \Theta(r_d) = 0$. В.с. Robart'13 $m_\rho = \sin\Theta\cos(\Phi - \varphi) = \sin\Theta \simeq \Theta = \frac{d\rho}{\ell_{ex}}\Theta' = \ell_{ex}\frac{d}{2} \ll 1$. $\xi \gg 1$.

Robart's b.c. предполага $\Theta(r_d) = \frac{1}{2}\ell_{ex} d\,\ell_{ex} = \frac{1}{2}d$ - finite.

Тук обикновено имаме нещо $d \ll 1$ (small DMI). But if $R/\ell_{ex} = r_d \gg 1$, то small dot volume near edge with $V_\delta = 2\pi R\ell_{ex}^2$ gives very small Energy δ $E_{dot}[\Theta(\rho)]$, докато $V_d = \pi R^2 L \gg V_\delta$, $\pi R^2 L \gg 2\pi R\ell_{ex}^2$, $R \gg 2\ell_{ex} \gg 10$ nm $R/\ell_{ex} \gg 2$ хорошо бъмп. for $R = 10$ - 20 nm. Т.е. bound cond. не важен при $\xi \gg 1$.

De Bonte ansatz $f' = \frac{1}{r} + \xi$; $f'' = -\frac{1}{r^2} \Rightarrow f'' + \frac{1}{r}f' + [(\xi^2 + \frac{1}{r^2}) - f'^2]\operatorname{th} f - \frac{d}{r}\frac{1}{\operatorname{ch} f} = 0$

$\frac{\xi}{r} + [\xi^2 + \frac{1}{r^2} - (\frac{1}{r^2} + \frac{2\xi}{r} + \xi^2)]\operatorname{th} f - \frac{d}{r}\frac{1}{\operatorname{ch} f} = 0$, $(1 - 2\operatorname{th} f)\frac{\xi}{r} - \frac{d}{r}\frac{1}{\operatorname{ch} f} = 0$

$(1 - 2\operatorname{th} f) = \frac{d}{\xi}\frac{1}{\operatorname{ch} f}$, $(\operatorname{ch} f - 2\operatorname{sh} f) = d/\xi$ - не важен. Но все Ок при $\xi \gg 1$.

Escaneado con CamScanner

(20/IV) Sol-SkyMag Letters. Antxoni: Tejo Sci Rep transfer (5000€) no ufrompa. Reference Meit-water table to Nerding + gotabrik oral talk D. Lott. APEX article fee (4 pages) 60 kr ≈ 450 €.

(21/IV) Zamowiona + Subm. Sk-dot-MPD manuscript to APEX. Bezpośredni N. UK Lineba (c ostat. poprawa 2200 wg 1150€) B. Lima

(22/IV) Perom nag FETOPEN. Sol-t WP3 updated + Sec 1+3 to Frankhad. akceptacja. + lw. UPV-budget (ingenieros arbitrary 200 k€ + he rotor ugmenta + 5%).

(23/IV) E-mails to Session Chairs Sol-SkyMag 2018. Updating SolSkyMag Program. Meeting o Azantxa (max 2 pts no Q/PhMLs) - Dwa zdjęcia ML - Sk in eff. medium approx. Spanish. E. Fullerton + in recalling

(24/IV) Perom nag FETOPEN: rozpisanie WP3, przydzielenie (how person-months to other WPs, UPV budget 230 k€. E-mails SolSkyMag.

(25/IV) Obzop + nerazb new Skyrmions papers. Wysłanie Eqs. W(Rs) and DW-DW scattering MS. Norman comments to Natalia. FETOPEN wagner.

(26/IV) Julian uprzejmie info as PhD call UPV/EHU + deadline May 16 (zamówienie tłumaczeń). FETOPEN napisał. Sci. Rep. duties. Zaczęcie Skyrmion Papers. Skyrmion Eqs (obliczenia finish Navas-Nat. Ph. 27/IV, 6 mag. Fyd is nearly ne finished, coz. Eqs. Eqs ugolo N→B Skyrmion transition + ybeint. tomorrow check/finish).

(27/IV) Oficjalna cena-nawet (92,30€). FETOPEN + Postdoc.

(28/IV - 29/IV) Uzupełnienie (Fig. 1) w oparciu Reference APEX - Sk-dot MPD (uzupełnienie Antxona).

(30/IV) Recenzja: APEX paper. A. Fert otrzymuje złote medale SolSkyMag 2018 (Zgłoszone) Skyrmion + Subm. Navas-Nat. Ph., Verba PRA - dużo obliczeń, niewiele nie gotowe w mniej więcej zakończonych nie ended.

(2/V) Otrzymano booking „Londres" hotel dla A. Fert. 3-zaczęcie Sesja + Azantxa ob ze parsone (wire parametrization + eff. medium approx.) no Sk-stability w M(Hx) loops.

(3/V) Cita b Tax office, Tolosa (Zapłacono 4,400€). Hago necesito tarjeta NIE, T10-forms co-vivienda empadronamiento uz Ayuntamiento w previous glucopanzine. Update conf. program. Pun-one prezentacja „CONSTAN-TO" - propago 25% Gamarzan.

(4/V) Zobaczenie w ansatz Wang 'arxiv' 2018 $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = \frac{\operatorname{sh}(R_s/\Delta)}{\operatorname{sh}(s/\Delta)}$ Skyrmion ansatz-Wang, to ansatz Wiesendanger 'PRL' 2015?

Büttner 'Sci. Rep. 2018 (give Wiesen. ansatz) $\Theta_B(s) = \Theta_{DW}(s-R_s) + \Theta_{DW}(s+R_s) - (N+1)\frac{\pi}{2}$

$\Theta_{DW}(s) = 2\operatorname{arctg}(e^{s/\Delta}) = \arcsin(\operatorname{th}\frac{s}{\Delta}) + \pi/2$ - 1D 180° DW profile ($x \to s$)

Siemens – Wiesendanger 'N.J.Ph.' 16: (PRL' 2015) $\Theta_W(r) = \arcsin\left(\operatorname{th}\left(\frac{r+c}{\Delta}\right)\right) + \arcsin\left(\operatorname{th}\left(\frac{r-c}{\Delta}\right)\right)$

$\Theta_B(s) = \arcsin\left[\operatorname{th}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right)\right] + \arcsin\left[-\operatorname{th}\left(\frac{s+R_s}{\Delta}\right)\right] + \pi - (N+1)\frac{\pi}{2}$

Bugno $\Theta_B(s) = \Theta_W(s)$ u/m $N=1$, $r \to s$, $c \to R_s$.

Wang 'arxiv' 18 yobepsegaes 2no ero ansatz $\equiv$ Ansatz Wiesendanger.

$\operatorname{tg}\frac{\Theta_W}{2} = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\arcsin\operatorname{th}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right) + \frac{1}{2}\arcsin\operatorname{th}\left(\frac{s+R_s}{\Delta}\right)\right] = \operatorname{tg}(\alpha+\beta) =$

$= \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$, $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\arcsin\operatorname{th}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right)\right]$, $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\arcsin\operatorname{th}\left(\frac{s+R_s}{\Delta}\right)\right]$

$2\operatorname{arctg}(e^x) = \operatorname{arcsin}(\operatorname{th}x) + \frac{\pi}{2}$, $e^x = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\arcsin(\operatorname{th}x) + \frac{\pi}{4}\right] = \frac{\operatorname{tg}(\frac{1}{2}y) + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\cdot\operatorname{tg}\frac{y}{2}} =$

$= \frac{1+\operatorname{tg}\frac{y}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{y}{2}}$, $y = \arcsin(\operatorname{th}x)$, $\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \frac{e^x+1}{e^x-1} = \frac{e^{x/2}+e^{x/2}}{e^{x/2}-e^{-x/2}} = \operatorname{cth}\frac{x}{2}$.

$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}y_-\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}y_+\right)$, $y_\pm = \arcsin\left[\operatorname{th}\left(\frac{s\pm R_s}{\Delta}\right)\right]$

$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \operatorname{cth}\frac{1}{2}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right) + \operatorname{cth}\frac{1}{2}\left(\frac{s+R_s}{\Delta}\right) = \operatorname{cth}\left(\frac{1}{2}x_-\right) + \operatorname{cth}\left(\frac{1}{2}x_+\right) = \frac{\operatorname{ch}\frac{x_-}{2}}{\operatorname{sh}\frac{x_-}{2}} + \frac{\operatorname{ch}\frac{x_+}{2}}{\operatorname{sh}\frac{x_+}{2}} =$

$= \frac{\operatorname{ch}\frac{1}{2}x_-\cdot\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_+ + \operatorname{ch}\frac{1}{2}x_+\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_-}{\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_-\cdot\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_+} = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_+ + x_-)}{\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_-\cdot\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_+}$

$\operatorname{tg}\frac{\Theta_W}{2} = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_+ + x_-)}{\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_-\cdot\operatorname{sh}\frac{1}{2}x_+}\cdot\frac{1}{1 - \operatorname{cth}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{cth}\frac{x_+}{2}} = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_+ + x_-)}{\operatorname{sh}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{sh}\frac{x_+}{2} - \operatorname{ch}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{ch}\frac{x_+}{2}} = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_- + x_+)}{-\operatorname{ch}\frac{1}{2}(x_+ - x_-)}$

$x_\pm = \frac{1}{\Delta}(s \pm R_s)$, $\frac{1}{2}(x_+ + x_-) = \frac{s}{\Delta}$, $\frac{1}{2}(x_+ - x_-) = \frac{R_s}{\Delta}$ $\Rightarrow$ $\operatorname{tg}\frac{\Theta_W}{2} = -\frac{\operatorname{sh}(s/\Delta)}{\operatorname{ch}(R_s/\Delta)}$, $\Theta_W(\infty) = -\pi$

Escaneado con CamScanner

Graph symmetric $\approx \operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{\operatorname{sh}(R_s/\Delta)}{\operatorname{sh}(s/\Delta)}$ Wang'18, надо $x_+ \to -x_+$, т.е. $\operatorname{th}\left[\frac{-s-R_s}{\Delta}\right]$ как в Romming' PRL's

т.е. надо $\theta_w = \arcsin \operatorname{th}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right) + \arcsin \operatorname{th}\left(\frac{-s-R_s}{\Delta}\right) = \arcsin\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right) - \arcsin\left(\frac{s+R_s}{\Delta}\right)$

$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_w = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\arcsin \operatorname{th}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right) - \frac{1}{2}\arcsin \operatorname{th}\left(\frac{s+R_s}{\Delta}\right)\right] = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}y_- - \frac{1}{2}y_+\right] = \operatorname{tg}(\alpha-\beta)$

$y_\pm = \arcsin(\operatorname{th} x_\pm)$ $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_w = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$, $\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_- - x_+)}{\operatorname{ch}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{ch}\frac{x_+}{2}} = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_+ - x_-)}{\operatorname{ch}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{ch}\frac{x_+}{2}}$

$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_w = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_+ - x_-)}{\operatorname{ch}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{ch}\frac{x_+}{2}} \cdot \frac{1}{\left(1+\operatorname{th}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{th}\frac{x_+}{2}\right)} = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_+ - x_-)}{\operatorname{sh}\frac{x_-}{2}\operatorname{sh}\frac{x_+}{2} + \operatorname{ch}\frac{x_-}{2}\cdot\operatorname{ch}\frac{x_+}{2}} = \frac{\operatorname{sh}\frac{1}{2}(x_+ - x_-)}{\operatorname{ch}\frac{1}{2}(x_+ + x_-)}$

$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_w(s) = \frac{\operatorname{sh}(R_s/\Delta)}{\operatorname{ch}(s/\Delta)}$, $\theta_w(0) = 2\operatorname{arctg}\left(\operatorname{sh}\frac{R_s}{\Delta}\right) \approx \pi$ at $R_s/\Delta \gg 1$.
$\theta_w(\infty) = 0$

→ **Вывод:** $\theta_w(s) = \arcsin\left[\operatorname{th}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right)\right] \pm \arcsin\left[\operatorname{th}\left(\frac{s+R_s}{\Delta}\right)\right] \Rightarrow \begin{cases} +, & -\frac{\operatorname{sh}(s/\Delta)}{\operatorname{ch}(R_s/\Delta)} \\ -, & \operatorname{sh}(R_s/\Delta)/\operatorname{ch}(s/\Delta) \end{cases}$ даёт $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta_w$

Ansatz Wang'18 $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{\operatorname{sh}(R_s/\Delta)}{\operatorname{sh}(s/\Delta)}$ ↳ $\theta(0)=\pi$, $\theta(\infty)=0$ не совсем ansatz Wiesendanger PRL'15 (NJP'16) at any sign of $\pm(s+R_s)/\Delta$. Т.е., ansatz Wang'18 — a new trial function, хотя и разумная.

2D DW (180°) с центром ($\theta=\pi/2$) at R_s должна $f(s-R_s)$, а не комбинация $f(x-R_s)$ и $f(-x-R_s)$ подходящая для 360° 1D-DW. $f(s-R_s)$ и $f(s+R_s)$

Наш ansatz $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-f}$, Wang'18 $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{\operatorname{sh}R_s}{\operatorname{sh}s}$, $e^{-f} = \frac{\operatorname{sh}R_s}{\operatorname{sh}z}$ или

$f(z) = \ln\left(\frac{\operatorname{sh}z}{\operatorname{sh}R_s}\right) = \ln\operatorname{sh}z - \ln\operatorname{sh}R_s$, $f'(z) = \operatorname{cth}z$, $f''(z) = \frac{(-1)}{\operatorname{sh}^2 z}$ —

— не обм. решением eq. for $f(z)$.

$$f'' + \frac{1}{z}f' + \left[\left(\xi^2 + \frac{1}{z^2}\right) - (f')^2\right]\operatorname{th}f - \frac{d}{dz}\frac{1}{\operatorname{ch}f} = 0, \quad \operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-f(z)}, \quad \xi^2 = Q-1$$

trial function De Bonte $f(z) = \ln(z/z_s) + \xi(z-z_s)$, $f'_z = \frac{1}{z} + \xi$, — обм. ур-ние.

(5/X) С Л. и Ю. «Carrefour» Olaberria и Oiartzun. Закупки для Sol-Sky Mag'18.

(6/X) Arantxa's file on Sk. stability и $M(H_x)$. Инструкции a) eff. medium approximation и/имущество по Woo'16 - Suppl. Mat. б) Criteria Sk.-stability on-film Bernard-Mantel.

Woo-Beach, Nat. Mat. 2016 Suppl. "Eff. medium approximation" Eff. medium

$(Ni/F/N_2)_n$ - multilayer film, $t_z = t_1 + t_m + t_2$ - period along normal Oz.

Цель: найти M_s', K', A', D' eff. medium parameters чтобы тоже воспроизвести "static" и "dynamic" properties of ML-stack by using a film with FM layer thickness $t_m' = t_z$ (почему не $T = nt_z$?) and $\vec{M}'(x,y)$

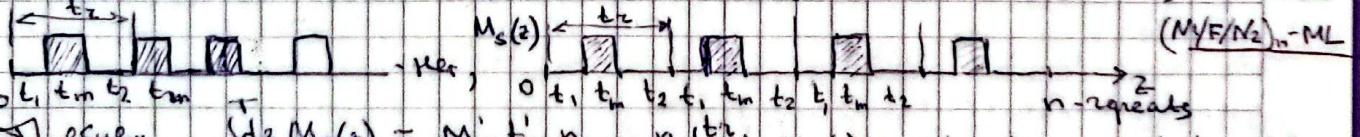
Вопрос: $\vec{M}'(x,y)$ задаёт $\min E[\vec{M}']$? Какие static/dyn. properties? $M(x,y)$ Sk-profile?

Т.е. чтобы $\min E[\vec{M}'] = \min E[\vec{M}(xyz)]$?

① Т.е. чтобы $M_s' t_m' = M_s t_m$ - разумно.

② $\vec{M}(x,y,z) \approx \vec{M}(x,y,i)$, i - номер i-unit cell (i- FM слой) along Oz, all cells ∥ Oz numbered by i" are equivalent in eff. medium approx. (EMA)
$\vec{M}(x,y,i) = \vec{M}'(x,y)$ и не зависит от "i", $|\vec{M}'| = M_s'$ - суть EMA

Очевидно $\min E[\vec{M}'(xy)] \geq \min E[\vec{M}(xyz)]$ - static. С dynamics - не ясно



$(N/F/N_2)_n$-ML

Чтобы $\int_0^{t_z} dz\, M_s(z) = M_s' t_m' n$, $n\int_0^{t_z} dz\, M_s(z) = n t_m M_s = n M_s' t_m'$, $M_s' t_m' = M_s' t_z = M_s t_m$

$M_s' = M_s t_m / t_z$

③ LLG для $\vec{M}(xyz)$, $\dot{\vec{m}} = -\gamma \vec{m}\times\vec{H}$, LLG для $\vec{m}'$: $\dot{\vec{m}}' = -\gamma \vec{m}'\times\vec{H}'$,

$\vec{m}_{(xyz)} = \vec{M}(xyz)/M_s$, $\vec{m}'(xy) = \vec{M}'(xy)/M_s'$. Woo говорит $\vec{m} = \vec{m}'$. Это неочевидно т.к. $\vec{m}(xyz)$, а $\vec{m}'(xy)$. Надо $\int dz(\dots)$ чтобы exact LLG получить LLG для $\vec{m}'$.

Wое то совпадает $\vec{H}'(x,y,0) = \vec{H}(x,y,z)$, так нельзя записать (except uniform field $\vec{H}$)

Надо решать задачу сначала $\vec{H}'(x,y) = \vec{H}_{eff}$ (EMA)

① Имеем $\vec{H} = -\frac{\delta E}{\delta \vec{M}} = -\frac{1}{M_s}\frac{\delta E}{\delta \vec{m}}$, где E energy density $E = \int dV \mathcal{E}$.

Но как нам $\vec{H} = \vec{H}'$, то $\frac{1}{M_s}\frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \vec{m}} = \frac{1}{M_s'}\frac{\delta \mathcal{E}'}{\delta \vec{m}'} \Rightarrow \left(\frac{\mathcal{E}}{M_s} = \frac{\mathcal{E}'}{M_s'}\right)$

$\frac{\delta}{\delta \vec{m}} = \frac{\partial}{\partial \vec{m}} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x}\right)} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial y}\right)} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial z}\right)}$, $\frac{\delta}{\delta \vec{m}'} = \frac{\partial}{\partial \vec{m}'} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{\partial \vec{m}'}{\partial x}\right)} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{\partial \vec{m}'}{\partial y}\right)} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial\left(\frac{\partial \vec{m}'}{\partial z}\right)}$

$\frac{\delta \vec{D}}{\delta \vec{m}} = \frac{\delta \vec{D}'}{\delta \vec{m}'}$ — поэтому выражения, не зависящие от производных

$\mathcal{E}' = \frac{M_s'}{M_s}\mathcal{E} = \frac{t_m}{t_m'}\mathcal{E} = \frac{t_m}{t_z}\mathcal{E}$ т.к. $M_s' t_z = M_s t_m$ (1)

$\mathcal{E}_z = -\vec{M}\vec{H} = -M_s \vec{m}\cdot\vec{H}$, $\mathcal{E}_z' = -\vec{M}'\vec{H}' = -M_s'\vec{m}'\cdot\vec{H}'$, $\frac{\mathcal{E}_z}{M_s} = -\vec{m}\cdot\vec{H} = -\frac{\mathcal{E}_z'}{M_s'} = \vec{m}'\vec{H}'$

$\vec{m} = \vec{m}'(w\equiv 0) \Rightarrow \vec{H} = \vec{H}'$, $\frac{\mathcal{E}}{M_s} = \frac{\mathcal{E}'}{M_s'}$ справедливо для trivial case zeeman-field $\vec{H}$

$\mathcal{E}_{ex} = A(\nabla\vec{m})^2$, $\mathcal{E}_{ex}' = A'(\nabla\vec{m}')^2 = A'(\nabla\vec{m})^2$ $\vec{m}=\vec{m}'(w\equiv 0)$, $\frac{\mathcal{E}_{ex}}{M_s} = \frac{A}{M_s}(\nabla\vec{m})^2 = \frac{\mathcal{E}_{ex}'}{M_s'} = (\nabla\vec{m})^2\frac{A'}{M_s'}$

$\frac{A}{M_s} = \frac{A'}{M_s'} \Rightarrow A' = \frac{M_s'}{M_s}A = \frac{t_m}{t_z}A$.

DMI: $E_D = \int dV\, D\left[m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z\right] = D t_m \int_{\text{interfaces of FM-layers}} dS\left[m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\nabla)m_z\right] \cdot 2\delta(z) =$

$= \left|\text{сдвиг } \vec{m}\uparrow \delta(z), \text{ all cells like equivalent}\right| = n t_m \int_{N1\text{-}F,\ N2\text{-}F \text{ interfaces}} d\vec{S}\, D(z)\left[m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\nabla)m_z\right] =$

$= n t_m \left[D_1 \int_{N1\text{-}F} dS_1\left\{m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\nabla)m_z\right\} + D_2 \int_{N2\text{-}F} d\vec{S}_2\left\{m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z\right\}\right] =$

$= n t_m (D_1 + D_2)\int dS\left[m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\nabla)m_z\right] = (D_1 + D_2)\int_{N2\text{-}F} t_z\, dS\left[m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\nabla)m_z\right]$

$D = D_1 + D_2$. $E_D = \sum \int dV \mathcal{E}_D$, $\mathcal{E}_D = D\left[m_z \operatorname{div}\vec{m} - (\vec{m}\nabla)^0 m_z\right]$, $\vec{m} = \vec{m}'(w\equiv 0)$

$\frac{\mathcal{E}_D}{M_s} = \frac{D}{M_s}[\dots] = \frac{\mathcal{E}_D'}{M_s'} = \frac{1}{M_s'}D'\left[m_z' \operatorname{div}\vec{m}' - (\vec{m}'\nabla)m_z'\right]$, $\frac{D}{M_s} = \frac{D'}{M_s'}$, $D' = \frac{t_m}{t_z}D$.

$\mathcal{E}_A = K(m_z^2)^2$, $\frac{E_A}{M_s} = \frac{K(m_z)^2}{M_s} = \frac{\mathcal{E}_A'}{M_s'} = \frac{K'}{M_s'}(m_z')^2 = \frac{K'}{M_s'}(m_z)^2$, $K' = \frac{M_s'}{M_s}K = \frac{t_m}{t_z}K$.

До сих пор нашли $\mathcal{E}_{ex}', \mathcal{E}_D', \mathcal{E}_K'$ (A', D', K') в равн. ферм. $w\equiv 0$: $\vec{m} = \vec{m}'$, $\vec{H} = \vec{H}'$.

Wiki-Eq. (12) for magnetostatic energy is wrong (check that) Это диполь-дипольное взаимодействие. Оно неверно если рассчитывать энергию m. charges $t_1, t_2 \ll$ сдвига между m. charges in the ω-film layer planes

Надо $E_m = \frac{1}{2}\int dV \int dV' G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}')M_\alpha(\vec{r})M_\beta(\vec{r}')$ ML magnetostatics

$E_m = -\frac{1}{2}\int dV \vec{M}(\vec{r})\vec{H}_m(\vec{r})$, $\vec{H}_m(\vec{r}) = \int dV' \hat{G}(\vec{r}\vec{r}')\vec{M}(\vec{r}')$, $G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$\varphi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi}\int_V dV' \frac{\operatorname{div}\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \frac{1}{4\pi}\int_S dS' \frac{\vec{n}\cdot\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $\vec{H}_m(\vec{r}) = -\nabla\varphi(\vec{r})$

$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{\sum_\alpha (x_\alpha - x_\alpha')^2} = R$, $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{\sqrt{\sum_\alpha (x_\alpha - x_\alpha')^2}} = -\frac{1}{2}(\dots)$

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$, $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{R} = -\frac{1}{R^2}\frac{\partial R}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{R^2}\frac{1}{2R}2(x_\alpha - x_\alpha') = -\frac{1}{R^3}(x_\alpha - x_\alpha') = -\frac{R_\alpha}{R^3}$

$\alpha = \beta$: $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\alpha'}\frac{1}{R} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{(-1)}{R^3}(x_\alpha - x_\alpha') = -(x_\alpha - x_\alpha')\frac{\partial}{\partial x_\alpha'}\frac{1}{R^3} + \frac{(-1)}{R^3}(-1) = \frac{1}{R^3} - R_\alpha\frac{(-3)}{R^4}\frac{\partial R}{\partial x_\alpha'} =$

$= \frac{1}{R^3} + \frac{3R_\alpha}{R^4}(-)\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\alpha'}\frac{1}{R} = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2}\frac{1}{R} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}(-)\frac{R_\alpha}{R^3} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{R_\alpha}{R^3} = -\frac{1}{R^3}\frac{\partial R_\alpha}{\partial x_\alpha} + R_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{R^3} =$

$= \frac{1}{R^3} + R_\alpha\frac{(-3)}{R^4}\frac{\partial R}{\partial x_\alpha} = \frac{1}{R^3} - \frac{3R_\alpha}{R^4}\frac{1}{2R}2R_\alpha = \frac{1}{R^3} - \frac{3R_\alpha^2}{R^5}$, $G_{\alpha\alpha} = -\frac{1}{R^3}\left(1 - \frac{3R_\alpha^2}{R^2}\right)$

$\alpha \neq \beta$: $\frac{\partial}{\partial x_\beta}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{1}{R} = -\frac{\partial}{\partial x_\beta}(-1)\frac{R_\alpha}{R^3} = \frac{\partial}{\partial x_\beta}\frac{R_\alpha}{R^3} = \frac{1}{R^3}\frac{\partial R_\alpha}{\partial x_\beta} + \left(\frac{1}{R^3}\frac{\partial R_\alpha}{\partial x_\beta}\right) + R_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\beta}\frac{1}{R^3} \Rightarrow \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

$= R_\alpha\frac{(-3)}{R^4}\frac{\partial R}{\partial x_\beta} = -\frac{3R_\alpha}{R^5}\frac{1}{2R}2R_\beta = -\frac{3}{R^5}R_\alpha R_\beta \Rightarrow \left(G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') = -\frac{1}{R^3}\left[\delta_{\alpha\beta} - 3\frac{R_\alpha R_\beta}{R^2}\right]\right)$

$E_m = -\frac{1}{2}\int dV dV' \frac{(-1)}{R^3}\left[\delta_{\alpha\beta} - 3\frac{R_\alpha R_\beta}{R^2}\right]M_\alpha(\vec{r})M_\beta(\vec{r}') = \frac{1}{2}\int dV dV' \frac{1}{R^3}\left[\vec{M}(\vec{r})\vec{M}(\vec{r}') - \frac{3}{R^2}(\vec{R}\vec{M})(\vec{R}\vec{M}')\right]$ —

— верное ур. для E_m (учит. volume и surface charges).

Т.е. Eq. (12) Wiki — все верно, E_m — верна в целом.

Escaneado con CamScanner

$E = E'$ (EMA) $\int dV \varepsilon(\vec{m}) = \int dV \varepsilon'(\vec{m}')$, $\int dz\, \varepsilon(\vec{m}) = \int_0^T dz\, \varepsilon'(\vec{m}) = T\varepsilon'$

$\varepsilon' = \frac{1}{T}\int_0^T dz\, \varepsilon(\vec{m})$, $\vec{m}(x,y,z)$. В общем если $\vec{m} \neq f(z)$, $\varepsilon' = \frac{n t_m}{t}\varepsilon = \frac{t_m}{t_z}\varepsilon$.

Woo'16 усовершенствует $\varepsilon' = \frac{M_s'}{M_s}\varepsilon = \frac{t_m}{t_z}\varepsilon$ for any $\vec{m}(x,y,z)$. Тогда $P' = \frac{t_m}{t_z} P$ (P - bulk parameter)

→ Вывод: eff. medium approximation Woo Nat mat '16

Верно только в простом случае $\vec{m} \neq f(z)$, all layers in M/F/N2 ML-film are equivalent. Расчет E_m (Woo'16) чрезвычайно сложный

Если $\vec{m} \neq f(z)$, то можно $\vec{m} = \vec{m}'$, $\vec{H} = \vec{H}'$ как у Woo'16.

(4/2) E-mails to Зуфер, Унгер, Arantxa, Ruben (PhD stipend).

Magnetostatics of Multilayer film. Чувствительность Woo'16. $(F/N)_n$ - ML magnetostatics

ML $(N_1/F/N_2)_n = N_1/\underbrace{F}_{t_m}/N_2/N_1/\underbrace{F}_{t_m}/N_2/N_1/\underbrace{F}_{t_m}/N_2 \ldots = (F/N)_n$, где $t = t_1 + t_2$ spacer thickness

Переход от $\vec{r} = \vec{\rho} - \vec{\rho}' + (i-j)t_z\hat{z} + (z-z')\hat{z}$ Eq. (13) Woo к $\vec{r} = \vec{\rho} - \vec{\rho}' + (i-j)t_z\hat{z}$ (14) Woo

неверен при $(i=j)$ - m. layer self-energy и $|i-j| \sim 1$, когда $|i-j|t_z$ сравнимо с $|z-z'| \leq t_m$ при $|i-j|$ малом.

Видимо $(z-z')$ - члены в числителе E_m исследуют, а $(z-z')^2$ в знаменателе пренебрежимо мелкие.

Eq. (18) - Woo - некорректное приближение. Куда делись m_x, m_y components? Где усреднили $\vec{m}(i)$? (i - номер слоя)

Интегрируем с m_z сводится к trivial face charge result for one film $E_m = \frac{1}{2}\mu_0 M_s^2 m_z^2 t_m$, $\mu_0 \to 4\pi$ в SGS.

Куда Woo'16 дел interlayer magnetostatic interaction? Даже если $\vec{m} \neq f(i)$.

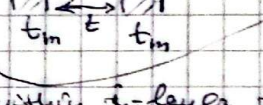
Расчет ML $(F/N)_n$ magnetostatic energy.

$E_m = -\frac{1}{2}\int dV \int dV'\, G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}')\, M_\alpha(\vec{r}) M_\beta(\vec{r}')$, $\vec{r} = \vec{\rho} + i\hat{z}t_z + z\hat{z}$, z - координата внутри i-слоя, $\vec{\rho} = (x,y)$ in-plane

$\vec{r} - \vec{r}' = \vec{\rho} - \vec{\rho}' + (i-j)t_z\hat{z} + (z-z')\hat{z}$

$\vec{r}_j = \vec{R}_j + \vec{r}$, $\vec{r}$ - local $\vec{r}$ in j-layer

$\vec{R}_j = j t_z \hat{z}$, $\vec{R}_j$ - position of j-layer $\parallel Oz$



см. Sukh. PRB'13

$t_z = t_m + t$ - period $\parallel Oz$

$(\vec{r} - \vec{r}') \to \vec{R}_i - \vec{R}_j + (\vec{r} - \vec{r}')$ (center), local coord., $\vec{r}$ is within i-layer, $\vec{r}'$ is within j-layer.

$\vec{R}_i - \vec{R}_j = \vec{R}_{ij} = R_{ij}\hat{z}$. Для ML multipole decomposition по $\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{R_{ij}}$ плохо, т.к. $|\vec{r}-\vec{r}'|$ local имеет $\approx t_m$, а $R_{ij} \approx t_z$, $t_m/t_z = 0{,}3 - 0{,}5$ не есть small parameter.

$E_m = -\frac{1}{2}\sum_{i,j}\int dV_i\, dV_j\, G_{\alpha\beta}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) M_\alpha(\vec{r}_i) M_\beta(\vec{r}_j)$, включаем случаи $i=j$.

$\int dV_j = \int dS \int dz$ (вокруг $\vec{R}_j$)

$E_m = -\frac{1}{2}\int d^2\vec{\rho} \int d^2\vec{\rho}' \int dz \int dz' \sum_{i,j} G_{\alpha\beta}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) M_\alpha(\vec{r}_i) M_\beta(\vec{r}_j)$. $\vec{r}_j = \vec{R}_j + \vec{r}$

применим приближение (в духе EMA) $\vec{M}(\vec{r}_i) = \vec{M}(\vec{R}_i, \vec{r}) = \vec{M}(\vec{r})$, и усредним $\vec{M}(\vec{r}) = \vec{M}(S)$ radial двухмерно

→ $E_m = -\frac{1}{2}\int d\rho S\, M_\alpha(S) \int d\rho' S'\, M_\beta(S') \int d\varphi \int d\varphi' \int dz \int dz' \sum_{ij} G_{\alpha\beta}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) = -\frac{1}{2}\int d\rho S\, d\rho' S'\, g_{\alpha\beta}(SS') M_\alpha M_\beta$

$g_{\alpha\beta}(S,S') = \int d\varphi\, d\varphi' \int dz\, dz' \sum_{ij} G_{\alpha\beta}(\vec{r}_i,\vec{r}_j)$, $G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}') = G_{\alpha\beta}(\vec{r}-\vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$G_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} G_{SS} & G_{S\varphi} & G_{Sz} \\ G_{\varphi S} & G_{\varphi\varphi} & G_{\varphi z} \\ G_{zS} & G_{z\varphi} & G_{zz} \end{pmatrix}$, $\frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} = \frac{1}{|R_{ij}\hat{z} + (\vec{r}-\vec{r}')|} = \frac{1}{\sqrt{R_{ij}^2 + 2R_{ij}(z-z') + (\vec{\rho}-\vec{\rho}')^2}}$ и $\int dz$ от $-\frac{t_m}{2}$ до $\frac{t_m}{2}$, $\vec{r} = \vec{\rho} + z\hat{z}$

$\frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} = \frac{1}{\sqrt{(\vec{\rho}-\vec{\rho}')^2 + (R_{ij} + z - z')^2}} = \int_0^\infty dk\, e^{-k|R_{ij}+z-z'|} J_0(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|)$, $J_0(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) = \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m(k\rho) J_m(k\rho')$

$G_{\alpha\beta}(\vec{r}_i,\vec{r}_j) = -\frac{\partial^2}{\partial r_{i\alpha}\partial r_{j\beta}}\frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$, $G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\beta'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ и subst. $\vec{r} \to \vec{r}_i$, $\vec{r}' \to \vec{r}_j$

$G_{\alpha\beta}(r,r') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta'}\int dk\, e^{-k|z-z'|}\sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m(k\rho) J_m(k\rho')$

При $\int d\varphi$ в $g_{\alpha\beta}(S,S')$, $g_{S\varphi} = 0$, $g_{\varphi S} = 0$, $g_{\varphi z} = 0$, $g_{z\varphi} = 0$ из-за $\frac{\partial}{\partial\varphi} \to (m)$, $\int d\varphi\, e^{im\varphi} \to \delta_{m0}$.

$G_{\alpha\beta} \to (G_{SS}, G_{Sz}, G_{zS}, G_{zz})$, равенства $g_{Sz} = 0$, $g_{zS} = 0$ пренебрежимы.

Escaneado con CamScanner

(7/V) С П. на Онбуреца, С П. - 10 в „Ален" С П в „Елена" Самуилова сонг.

(8/V) Magnetostatics of $(F/N)_m$ ML $\int i \mathbf{l}_m$ (dot).

$$G_{zs}(rr') = -\frac{\partial^2}{\partial z \partial s'} \int dk\, e^{-k|z-z'|} \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot), \quad G_{zs}(z_i, z_j) = G_{\substack{zs \\ z\to z_i \\ z'\to z_j}}(rr')$$

$$\int_0^{t_m} dz\, G_{zs}(z_i, z_j) = \int dz \left(-\frac{\partial^2}{\partial z \partial s'}\right) \int dk\, e^{-k|R_{ij}+z-z'|} \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot)$$

$$I_{ij}(z') = \int_0^{t_m} dz \frac{\partial}{\partial z} e^{-k|R_{ij}+z-z'|} = e^{-k|R+z-z'|}\Big|_0^{t_m} = e^{-k|R+t_m-z'|} - e^{-k|R-z'|}, \quad z \in (0, t_m)$$

$|R_{ij}+t_m-z'| = |R_{ij} = (i-j)t_z,\ \forall i>j,\ R_{ij}>0| = R_{ij}+t_m-z'$, t_z - периода МЕ

$|R_{ij}-z'| = |i>j,\ R_{ij}>0| = R_{ij}-z'\ \forall i,j$, $I_{ij}(z') = e^{-k(R_{ij}+t_m-z')} - e^{-k(R_{ij}-z')} =$

$= e^{-k(R_{ij}-z')}\left[e^{-kt_m}-1\right] = e^{kz'}e^{-kR_{ij}}(e^{-kt_m}-1)$ при $i>j$

$$\int_0^{t_m} dz'\, I_{ij}(z') = e^{-kR}(e^{-kt_m}-1)\int dz' e^{kz'} + e^{-kR}(\cdot)\frac{1}{k}e^{kz'}\Big|_0^{t_m} = \frac{1}{k}e^{-kR_{ij}}(e^{kt_m}-1)(e^{kt_m}-1)$$

При $i=j$, $R_{ij} = (i-j)t_z = 0$, $I_0(z') = e^{-k|t_m+z'|} - e^{-k|z'|} = e^{-k(t_m-z')} - e^{-kz'}$

$$\int dz' I_{ii}(z') = e^{-kt_m}\int dz' e^{kz'} - \int dz' e^{-kz'} = e^{-kt_m}\frac{1}{k}e^{kz'}\Big|_0^{t_m} + \frac{1}{k}e^{-kz'}\Big|_0^{t_m} = \frac{e^{-kt}}{k}(e^{kt}-1) +$$

$$+\frac{1}{k}(e^{-kt}-e^0) = \frac{1}{k}\left[1-e^{-kt}+e^{-kt}-1\right) = 0\ (!)$$ при $i=j$ - self m. energy

$$\int_0^{t_m}\int_0^{t_m} dz\, dz'\, G_{zs}(z_i, z_j) = -\frac{\partial}{\partial s'}\int dk \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot) \int dz' \int dz \frac{\partial}{\partial z} e^{-k|R_{ij}+z-z'|} =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial s'}\int dk \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot) \int dz'\, I_{ij}(z') = -\frac{\partial}{\partial s'}\int dk \sum_m (\dots)_m \frac{1}{k} e^{-kR_{ij}}(e^{-kt_m}-1)(e^{kt_m}-1)$$

(ukaze $\neq 0$, $i>j$) при $i>j$

$$g_{zs}^{ij}(ss') = \int d\varphi\, d\varphi' \int dz \int dz' \sum_{ij} G_{zs}(z_i, z_j) = \int d\varphi\, d\varphi' \left(-\frac{\partial}{\partial s'}\right) \int dk \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot) \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{k} e^{-kR_{ij}}(e^{-kt_m}-1)(e^{kt_m}-1) = -\frac{\partial}{\partial s'}(2\pi)^2 \int dk\, J_0(ks) J_0(ks') \frac{1}{k} e^{-kR_{ij}}(e^{-kt_m}-1)(e^{kt_m}-1)$$

$$\sum_{ij} a_{ij} = \sum_{j>i} a_{ij} + \sum_{i>j} a_{ji} + \sum_{i>j} a_{ij} = \sum_i a_{ii} + 2\sum_{i>j} a_{ij}, \quad g_{zs}^{ii}(ss') = 0$$

$$g_{zs}(ss') = \sum_{ij} g_{zs}^{ij} = |i=j \text{ zero} = 0| = 2\sum_{ij}^{(i>j)} g_{zs}^{ij} = -2(2\pi)^2 \frac{\partial}{\partial s'} \sum_{i>j} \int dk J_0 J_0(\cdot) \frac{1}{k} e^{-kR_{ij}}(e^{-kt_m}-1)(e^{kt_m}-1)$$

$$g_{zs}(ss') = 2(2\pi)^2 \frac{\partial}{\partial s'} \sum_{i>j} \int dk J_0(ks) J_0(ks') \frac{1}{k} e^{-kR_{ij}}(1-e^{-kt_m})(e^{kt_m}-1), \quad i>j$$

$$\sum_{i>j} e^{-kR_{ij}} = \sum_i \sum_{j\ (i>j)} e^{-kt_z(i-j)} = \left|\begin{matrix} i-j=\ell>0, & \ell=1,2,3\dots \\ i=1,\dots n; & j=1,\dots n \end{matrix}\right| = \sum_{\ell=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n} e^{-kt_z\ell} =$$

$$= n\sum_{\ell=1}^{n-1} e^{-\ell *} \ (!) \text{ несмотрено}. \quad \sum_{i>j} e^{-kt_z(i-j)} = \underline{F(kt_z)}$$

$$\underline{g_{zs}(ss') = 2(2\pi)^2 \frac{\partial}{\partial s'} \int \frac{dk}{k} J_0(ks) J_0(ks') F(kt_z)(1-e^{-kt_m})(e^{kt_m}-1)}$$

$$\underline{g_{sz}(ss') = g_{zs}(s's) = 2(2\pi)^2 \frac{\partial}{\partial s} \int \frac{dk}{k} J_0(ks) J_0(ks') F(kt_z)(1-e^{-kt_m})(e^{kt_m}-1)}$$

$$G_{zz}(\vec{s}\vec{s}'_{zz}) = -\frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int dk\, e^{-k|R_{ij}+z-z'|} \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m(ks) J_m(ks')$$

$$\int dz \int dz' G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = -\int_0^{t_m} dz \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{t_m} dz' \frac{\partial}{\partial z'} \int dk\, e^{-k|R_{ij}+z-z'|} \sum_m A_m = -\int dz' \frac{\partial}{\partial z'} \int dk \sum_m A_m \cdot$$

$$\cdot \left[e^{-k|R_{ij}+t_m-z'|} - e^{-k|R_{ij}^0-z'|}\right] \underset{(i>j)}{=} -\int dz' \frac{\partial}{\partial z'} \int dk \sum_m A_m e^{-kR_{ij}}(e^{-kt_m}-1) e^{kz'} =$$

$$= -\int dk \sum_m A_m e^{-kR_{ij}}(e^{-kt_m}-1)(e^{kt_m k}-1) = \int dk \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot) e^{-kR_{ij}}(1-e^{-kt_m})(e^{kt_m}-1)$$

$$g_{zz}(ss') = \sum_{ij} g_{zz}^{ij} = \sum_i g_{zz}^{ii} + 2\sum_{i>j} g_{zz}^{ij}, \quad g_{zz}^{ij}(\rho s') = \int d\varphi\, d\varphi' \int dz \int dz' G_{zz}(z_i, z_j) = |i>j| =$$

$$= \int d\varphi\, d\varphi' \int dk \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot) e^{-kR_{ij}}(1-e^{-kt_m})(e^{kt_m}-1) = (2\pi)^2 \int dk\, J_0 J_0(\cdot) e^{-kR_{ij}}(1-e^{-kt})(e^{kt}-1)$$

$$g_{zz}(ss') = n \cdot g_{zz}^{ii} + 2\sum_{i>j} (2\pi)^2 \int dk\, J_0(ks) J_0(ks') e^{-kR_{ij}}(1-e^{-kt_m})(e^{kt_m}-1)$$

$$\underline{g_{zz}(ss') = n\, g_{zz}^{ii} + 2(2\pi)^2 \int dk\, J_0(ks) J_0(ks') F(kt_z)(1-e^{-kt_m})(e^{kt_m}-1)}$$

В сферични, i - сфера $G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int dk\, e^{-k|z-z'|} \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} J_m J_m(\cdot)$

$$g_{zz}^{ii}(ss') = \int d\varphi \int d\varphi' \int dz\, dz' G_{zz}(rr') = \int d\varphi\, d\varphi' (-1) \int dz' \frac{\partial}{\partial z'} \int dz \frac{\partial}{\partial z} \int dk\, e^{-k|z-z'|} \sum_m A_m =$$

Escaneado con CamScanner

$= \int d\varphi d\varphi' \sum_m A_m (-1) \int dz' \frac{\partial}{\partial z'} \int dk\, e^{-k|z-z'|} \Big|_0^{t_m} = (2\pi)^2 A_0 (-1) \int dk \int_0^{t_m} dz' \frac{\partial}{\partial z'} \left[e^{-k|t_m - z'|} - e^{-k|z'|} \right] =$

$= (2\pi)^2 A_0 (-1) \left[e^{-kt_m} e^{kz'} - e^{-kz'} \right]_0^{t_m} \Big|_k = -(2\pi)^2 A_0 \left[e^{-kt_m} (e^{kt_m} - 1) - e^{-kt_m} + 1 \right] \int dk =$

$= -2(2\pi)^2 A_0 (1 - e^{-kt_m}) \Big|_k = -2(2\pi)^2 \int dk\, J_0(k\rho) J_0(k\rho') (1 - e^{-kt_m})$

$g_{zz}^{ii}(\rho\rho') = -2(2\pi)^2 \int dk\, J_0(k\rho) J_0(k\rho') (1 - e^{-kt_m})$

Total magn. energy $E_m = -\frac{1}{2} \int d\rho_\alpha \int d\rho'_\beta\, g_{\alpha\beta}(\rho\rho') M_\alpha(\rho) M_\beta(\rho')$ $(F/M)_n$ ML m. coupling

$t_m \to 0$, $g_{zz}^{ii}(\rho\rho') \approx -2(2\pi)^2 t_m \int dk\, J_0(k\rho) J_0(k\rho') k = -2(2\pi)^2 t_m \frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho')$

$E_m^z \underset{\text{single-layer}}{(t_m \to 0)} = -\frac{1}{2} \int d\rho_\rho \int d\rho'_{\rho'} \rho' M_z(\rho) M_z(\rho') g_{zz}(\rho\rho') = -\frac{1}{2} 2(2\pi)^2 t_m \int d\rho_\rho M_z^2(\rho) (-1) =$

$= 4\pi^2 t_m \int d\rho_\rho \rho M_z^2(\rho) = \left| M_z(\rho) = M_S \right| = 4\pi^2 t_m M_S^2 \int_0^R d\rho_\rho = 4\pi^2 t_m M_S^2 \frac{1}{2} R^2 =$

$= 2\pi^2 R^2 t_m M_S^2 = 2\pi M_S^2 V$ — Bernoni upuzen.

$g_{zz}(\rho\rho') = -2n(2\pi)^2 \int dk (1 - e^{-kt_m}) J_0(k\rho) J_0(k\rho') + 2(2\pi)^2 \int dk\, J_0 J_0(\cdot) F(kt_z) (1 - e^{-kt_m}) (e^{kt_m} - 1)$

где $F(kt_z) = \sum_{\substack{ij \\ (i>j)}}^{n} e^{-kt_z(i-j)}$ — суммирование по n-слоям $(F/N)_n$ ML film/dot

$(i \neq j)$ $G_{\rho\rho}(r_i, r_j) = -\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int dk\, e^{-k|R_{ij} + z - z'|} \sum_m e^{im(\varphi - \varphi')} J_m(k\rho) J_m(k\rho')$

$\int dz \int dz' e^{-k|R_{ij} + z - z'|} = \left| i>j,\ R_{ij}>0,\ \min|z-z'| = 0, -t_m,\ \max(z-z') = t_m,\ t_z - t_m > 0 \right| =$

$= \int dz \int dz' e^{-kR_{ij}} e^{-kz} e^{kz'} = e^{-kR_{ij}} \int_0^{t_m} dz e^{-kz} \int_{t_z}^{t_m} dz' e^{kz'} = e^{-kR_{ij}} \left(-\frac{1}{k}\right) e^{-kz} \Big|_0^{t_m} \frac{1}{k} e^{kz'} \Big|_0^{t_m} =$ $\quad |R + z' - z| = R + z - z'$

$= e^{-kR_{ij}} \left(-\frac{1}{k}\right) \frac{1}{k} (e^{-kt_m} - 1)(e^{kt_m} - 1) = e^{-kR_{ij}} \frac{1}{k^2} (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1)$, $i>j$

$g_{\rho\rho}^{ij}(\rho\rho') = \int d\varphi d\varphi' \int dz \int dz' G_{\rho\rho}(r_i, r_j) = \int d\varphi \int d\varphi' \int dz \int dz' (-1) \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int dk e^{-k|R_{ij} + z - z'|} \sum_m A_m =$

$= \int d\varphi d\varphi' (-1) \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int dk \sum_m A_m e^{-kR_{ij}} (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1) \frac{1}{k^2}$, $i>j$

$g_{\rho\rho}^{ij}(\rho\rho') = -(2\pi)^2 \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int dk\, A_0 \frac{1}{k^2} e^{-kR_{ij}} (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1)$, $i>j$.

$\int_0^{t_m} dz \int dz' e^{-k|z-z'|} = \frac{2t_m}{k} f(kt_m)$, $g_{\rho\rho}^{ii}(\rho\rho') = \int d\varphi \int d\varphi' \int dz dz' G_{\rho\rho}(r_i, r_i) =$ $\quad r_i, z'$

$= \int d\varphi d\varphi' \int dz dz' \left(-\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\right) \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_m A_m = -\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int dk (2\pi)^2 A_0 \frac{2t_m}{k} f(kt_m)$

$g_{\rho\rho}(\rho,\rho') = \sum_i g_{\rho\rho}^{ii} + 2\sum_{i>j} g_{\rho\rho}^{ij} = -2nt_m (2\pi)^2 \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int \frac{dk}{k} J_0 J_0(\cdot) f(kt_m) +$

$+ 2\sum_{i>j} (-1)(2\pi)^2 \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int \frac{dk}{k^2} J_0 J_0(\cdot) e^{-kR_{ij}} (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1)$, $J_0'(x) = -J_1(x)$

$g_{\rho\rho}(\rho\rho') = -2(2\pi)^2 nt_m \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int \frac{dk}{k} J_0 J_0(\cdot) f(kt_m) - 2(2\pi)^2 \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int \frac{dk}{k^2} J_0 J_0(\cdot) F(kt_z)(1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1)$

Одна радиально-симм. функция $\vec{m}(\rho)$, uniform || ML film(dot) thickness $(F/N)_n$

$\frac{E_m[\vec{m}(\rho)]}{4\pi^2 M_S^2} = nt_m \int d\rho_\rho \int d\rho'_{\rho'} \rho' \int \frac{dk}{k} f(kt_m) \frac{\partial J_0}{\partial\rho} \frac{\partial J_0(\cdot)}{\partial\rho'} m_\rho(\rho) m_\rho(\rho') + \int d\rho_\rho d\rho'_{\rho'} \int \frac{dk}{k^2} F(kt_z) J_0' J_0'(\cdot) (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1) \times m_\rho(\rho) m_\rho(\rho') +$

$+ n \int d\rho_\rho \int d\rho'_{\rho'} \rho' \int dk (1 - e^{-kt_m}) J_0 J_0(\cdot) m_z(\rho) m_z(\rho') - \int d\rho_\rho d\rho'_{\rho'} \int dk J_0 J_0(\cdot) F(kt_z) (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1) m_z(\rho) m_z(\rho') +$

$+ (-2) \int d\rho_\rho d\rho'_{\rho'} \rho' \int \frac{dk}{k} J_0 \frac{\partial J_0(\cdot)}{\partial\rho'} F(kt_z) (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1) m_z(\rho) m_\rho(\rho')$, $g_{z\rho} = g_{\rho z}$ одинак. вклады в E_m.

$\frac{E_m[\vec{m}(\rho)]}{4\pi^2 M_S^2} = nt_m \int d\rho_\rho \int d\rho'_{\rho'} \rho' \int dk k \frac{f(kt_m)}{k} J_1(k\rho) J_1(k\rho') m_\rho(\rho) m_\rho(\rho') + \int d\rho_\rho d\rho'_{\rho'} \int dk F(kt_z) J_1 J_1(\cdot) (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1) m_\rho(\rho) m_\rho(\rho') +$

$+ n \int d\rho_\rho \int d\rho'_{\rho'} \rho' \int dk (1 - e^{-kt_m}) J_0 J_0(\cdot) m_z(\rho) m_z(\rho') - \int d\rho_\rho d\rho'_{\rho'} \int dk J_0 J_0(\cdot) k F(kt_z) (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1) m_z(\rho) m_z(\rho') +$

$+ 2 \int d\rho_\rho \int d\rho'_{\rho'} \rho' \int dk J_0 J_1(\cdot) F(kt_z) (1 - e^{-kt_m})(e^{kt_m} - 1) m_z(\rho) m_\rho(\rho')$, $\rho \to \frac{\rho}{R}$, $t_m \to \frac{t_m}{R}$, $t_z \to \frac{t_z}{R}$, dz/R

Для ∞-film $R \to \infty$, $t_m/R \to 0$, $t_z/R \to 0$ и если нет синхронности, дело $t_m \to 0$,

то $\frac{E_m}{(\infty\text{-film})} / 4\pi^2 M_S^2 = nt_m \int d\rho_\rho \int d\rho'_{\rho'} \rho' \int dk\, k \frac{1}{k} J_0(k\rho) J_0(k\rho') m_z(\rho) m_z(\rho') = nt_m \int d\rho_\rho m_z^2(\rho) + O(t_m^2)$

$\frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho')$

Escaneado con CamScanner

$$\frac{E_m}{4\pi^2 M_s^2} = n t_m \int dk\, k f(kt_m) I_s^2(k) + \int dk\, e^{kt_m} F(kt_z) I_{dip}^2(k)(1-e^{-kt_m})^2 + n\int dk (1-e^{-kt_m}) I_z^2(k) -$$
$$- \int dk\, e^{kt_m} F(kt_z)(1-e^{-kt_m})^2 \; I_z^2(k) + 2\int dk\, e^{kt_m} F(kt_z)(1-e^{-kt_m})^2 I_s(k) I_z(k)$$

$$I_s(k) = \int_0^R d\rho\, \rho J_1(k\rho) m_s(\rho), \quad I_z(k) = \int_0^R d\rho\, \rho J_0(k\rho) m_z(\rho).$$ where $m_s m_z$ coupling term.

$$\frac{E_m}{4\pi^2 M_s^2} = n t_m \int_0^\infty dk\, k f(kt_m) I_s^2(k) + n\int_0^\infty dk (1-e^{-kt_m}) I_z^2(k) +$$
$$+ \int dk\, F(kt_z) e^{kt_m} (1-e^{-kt_m})^2 \left[I_s^2(k) - I_z^2(k) + 2 I_s(k) I_z(k) \right]$$ — for ML film (dot)

t_m - FM layer thick

$(F/d)_n$

B Gus'JMMM'18, Arantxa' Iandum: $\frac{E_m}{4\pi M_s^2 V} = \int_0^\infty dk\, k f(\beta k) I_s^2(k) + \frac{1}{\beta}\int_0^\infty dk (1-e^{-\beta k}) I_z^2(k)$, $\beta = t/R$, $V = \pi R^2 L$.
(for single-layer dot)

Члены с $F(kt_z)$ описывают interlayer magnetostatic coupling! $F(x) = \sum_{i>j}^{n} e^{-x(i-j)}$

При $t_m, t_z \to 0$ $F(kt_z)e^{kt_m} \sim F(0)e^{kt_m}$. $\sum_{i,j} e^{-x(i-j)} = \sum_i (1) \sum_j e^{-x0} + \Delta F(x)$

При $x=0$ $\sum_{i,j} = \sum_i (i) \sum_j (1) = n^2 = n + 2F(0)$, $F(0) = \frac{1}{2} n(n-1)$, $t_m + t_M = t_z$.

If $t_z \neq 0$, $\lim_{k\to\infty} F(kt_z)e^{kt_m} = e^{-kt_z} e^{kt_m} = e^{-k(t_z - t_m)} = e^{-kt_M}$ даст сходимость $\int_0^\infty dk$

$$I_s(k) = \int_0^R d\rho\, \rho J_1(k\rho) m_s(\rho) = \left| \int_0^{m_s} \int_{R_s}^{M} \rho\, d\rho\, m(\rho) \right| \approx$$ $m(\rho)$ осциллирует при $\rho \approx R_s$ с амплитудой $\sim \Delta$

$$\approx m_s(R_s) \int_{R_s}^{R} d\rho\, \rho J_1(k\rho) \approx J_1(kR_s) R_s \int_{R_s}^{R} d\rho\, m_s(\rho) \approx R_s \Delta J_1(kR_s)$$

$$\Phi(t_m) = \int_0^\infty dk\, k f(kt_m) J_1^2(kR_s) \qquad \Phi(t_m \to 0) = \frac{1}{2} t_m \int_0^\infty dk\, k^2 J_1^2(kR_s)$$ — расходится при $k \to \infty$

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1-e^{-x}), \quad \Phi(t_m) = \int_0^\infty dk\, k \left[1 - \frac{1}{kt_m}(1-e^{-kt_m}) \right] J_1^2(kR_s) =$$
$$= \int_0^\infty dk\, k J_1^2(kR_s) - \frac{1}{t_m} \int_0^\infty dk (1-e^{-kt_m}) J_1^2(kR_s)$$

Формально при $\frac{t_m}{R} \to 0$ $\frac{E_m}{4\pi^2 M_s^2} = n \int dk\, k I_z^2(k) = n t_m \int d\rho\, \rho m_z^2(\rho)$ — эфф. анизотропия (∞-film)

и interlayer m. coupling исчезает (++ coupling конкурирует с +- coupling при $t_m = 0$)

Согласно EMA: M_s' намагниченность ($\vec{M}'(xy)$) усредняется по z в пределах с толщиной $T = nt_z$, тогда (см. Gus'JMMM'18)

$$\frac{E_m'}{4\pi (M_s')^2 V} = \int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k) + \frac{1}{\beta}\int dk (1-e^{-\beta k}) I_z^2(k), \quad I_s(k) = \int_0^1 d\rho\, \rho J_1(k\rho) m_s(\rho)$$
$$I_z(k) \overset{0}{=} \int_0^1 d\rho\, \rho J_0(k\rho) m_z(\rho)$$ в ед. R

$$V I_s^2 = \pi R^2 T \left(\int d\rho\, \rho J_1 m_s \right)^2, \quad k$$ в ед. $1/R$

$$V \int dk\, k f I_s^2 = \pi R^2 T \int d(kR) \cdot kR f \left[\int_0^R \frac{d\rho}{R} \frac{\rho}{R} J_1 m_\rho \right]^2 = \pi T \int dk\, k f(kT) \left[\int_0^R d\rho\, \rho J_1 m_\rho \right]^2$$

$$V \frac{1}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) I_z^2 = \pi R^2 T \frac{R}{T} \int d(kR) (1-e^{-kT}) \left[\int_0^R \frac{d\rho}{R} \frac{\rho}{R} J_0 m_z \right]^2 = \pi \int dk (1-e^{-kT}) I_z^2(k)$$

$$\frac{E_m'}{4\pi^2 (M_s')^2} = T \int dk\, k f(kT) I_s^2(k) + \int dk (1-e^{-kT}) I_z^2(k), \quad I_s(k) = \int_0^R d\rho\, \rho J_1(k\rho) m_s(\rho)$$
$$I_z(k) = \int_0^R d\rho\, \rho J_0(k\rho) m_z(\rho)$$

EMA смысл: $E_m = E_m'$, $M_s' = \frac{t_m}{t_z} M_s = \frac{n t_m}{T} M_s = \varepsilon M_s$

$$E_m = 4\pi^2 M_s^2 \left[n t_m \int dk\, k f(kt_m) I_s^2(k) + n \int dk (1-e^{-kt_m}) I_z^2(k) + (\text{coupling terms}) \right]$$

$$E_m' = 4\pi^2 \frac{(n t_m)^2}{T^2} M_s^2 \left[T \int dk\, k f(kT) I_s^2 + \int dk (1-e^{-kT}) I_z^2(k) \right]$$ (~~coupl. terms~~)

Видно что при $t_m \to 0$ $E_m = 4\pi^2 M_s^2 * n t_m \int dk\, I_z^2(k) k$ не сходится к $T \to 0$

учитывая $E_m' = 4\pi^2 M_s^2 \frac{(n t_m)^2}{T} \int dk\, k I_z^2(k)$. $E_m'(t \to 0) = \frac{n t_m}{T} E_m(t_m \to 0) = \frac{t_m}{t_z} E_m(t_m \to 0)$

Для bulk densities E_{ex}, E_K, E_D — $\varepsilon_{ex}, \varepsilon_K, \varepsilon_D$ близко в Woo'16 $E_j' = \frac{t_m}{t_z} \varepsilon_j$ или $E_j = E_j'$. Для magnetostatics $E_m' = \frac{t_m}{t_z} E_m$, подскалинг тех величин и у Woo'Nat. Mat.'16 ошибка (!!)

→ Наше уравнение EMA $M_s' = (t_m/t_z) M_s$, $A' = \varepsilon A$, $D' = \varepsilon D$, $K' = \varepsilon K$, $\varepsilon = (t_m/t_z) < 1$

(ext. medium approxim.)

Учитывая что $E_m' = (t_m/t_z) E_m$ - к заниженному magnetostatic energy (и surface charge)

$Q = \frac{K}{2\pi M_s^2} \to Q' = \frac{K'}{2\pi M_s'^2} = \frac{\varepsilon K}{2\pi \varepsilon^2 M_s^2} = \frac{1}{\varepsilon} Q > Q$, Q' - искусственно завышена-ется. // Подробнее у-за m. energy film thickness T, M_s' от нет. отличий для film t_m, M_s.

(9/V) Reflexiones c Ruben (RKKY stripe-dep.) + Atxotxa (eff. medium approximation).
C.N. c W. vd Laarschot + Pascual + Nami: diag $\xi < \Lambda$ + Fredholm lemma

(10/V) Inv. to Sant Jordi Hospitals (Barcelona) APEX 4th NMD, vector open access and gauge FM medium approx. (Bellouard, Dubois et al. PRB 99). Corrected Artificial Neural paper Verma et al. PRA in press. Fredholm lemma Λ not ξ and n_{3D}

(11/V) Atxotxa charlas, via Julian Bracamonte + pulmonary embolism + tennis.
Reflotar verbo PRA by Pascual + Angel.

Zero-field limit ($k_m \to 0$) $E_m = (4\pi^2 M_s^2)\, n t_m \int dq\, q\, m_z^2(q) = n t_m \cdot 4\pi^2 M_s^2 \cdot \frac{1}{2} p^2 m_z^2 = n V_m \left(2\pi m_e^2\right)$

$V_m = \pi R^2 t_m$ volume of FM layers

(Coupling Strength per unit area) $K_{sh} = -2\pi \langle M_s^2 \rangle \cdot \frac{1}{V} \int g k / M_s^2$ (2)

$M_s = M_s(t)$, $K_{sh} = \frac{1}{V}(E_m'' - E_m^1) + \frac{E_m^1}{V} = -2\pi \frac{1}{V} \int g k / M_s^2(t)$, $E_m^1 = 2\pi \int g k / M_s^2(t)$

$E_m^1 = 2\pi n \int_0^{t_m} dz \int_0^\infty dk\, k\, M_s^2 + \int_0^{t_m} dz \cdot 0 \int_0^\infty = 2\pi n \int_0^{t_m} M_s^2 = n V_m \cdot 2\pi M_s^2$

T.e. una E_m (sin film) convergente $E_m^1 = 2\pi V \langle M_s^2(t) \rangle_V = 2\pi n \int_0^{t_m} M_s^2$ by Dubois + Kassan.

Por lo tanto hemos escrito $k_m = -2\pi \frac{t_m}{t_z} M_s^2$, no $\propto$

Fue eff. medium approximation. $\Rightarrow E_m' = 4\pi^2 (M_s')^2 \int dk\, I_2^2(k) = 4\pi^2 \left(\frac{t_m}{t_z} M_s\right)^2 \cdot T \int g k / m_z^2(q)$ $(T = n t_m)$

$E_m' = (4\pi^2 M_s^2) \frac{t_m^2}{t_z^2} n \int g k / m_z^2(q)$, EMA proporcionado en interlayer coupling gana

un factor $\propto$ (magnetic Bronan precise B/N nec). Mostrando EMA volvemos que magnetic.

Mayor coupling superficie $F(x) = \sum_{i,j}^{n} e^{-x(i-j)}$ Stables (!)

$\sum_{i,j}^{n} q^{i-j} = \sum_i^n q^i \cdot \sum_j^n q^{-j} = \sum_i q^i \sum_j^{i} (q^{-1})^j = \frac{1}{q^{n-1}} \frac{(1-q^n)^2}{(1-q)^2}$ $(i>j)$ $= \sum_{i>j}^{n} q^{i-j} = S(q)$. $q = e^{-x}$

any $j, i = 1, \dots n$

$\sum_{ij}^{n} q^{i-j} = \sum_{i>j} q^{i-j} + \sum_{ij} (i=j) + \sum_{j>i} q^{i-j} = S(q) + S(1/q) + n$ - propiedad gp-e en $S(q)$

$S(q) + S(1/q) = \frac{1}{q^{n-1}} \frac{(1-q^n)^2}{(1-q)^2} - n$. Límite $q \to 1$, $x \to 0$, $2S(1) = n^2 - n$

$F(0) = S(1) = \frac{1}{2} n(n-1)$

Límite $q \to 0$, $x \gg 1$, $S(q) \underset{q \to 0}{\approx} \sum_{i>j} q^{i-j}$ $(i-j=1) = q \sum_{i>j}^{n} (1)_{i-j=1} = (n-1) q$

$S(q) = \sum_{i>j}^{n} q^{i-j}$, propiedad propiedad $q = x = k t_z$, $S(q \to 0) = (n-1) q$, $S(1) = \frac{1}{2} n(n-1)$

$S(1/q) = |q \to 0| \Rightarrow (n-1) q + S(1/q) = \frac{1}{q^{n-1}} \frac{(1-q^n)^2}{(1-q)^2} - n = \frac{1}{q^{n-1}} - n \simeq \frac{1}{q^{n-1}}$

T.e. $S(q) \sim q^{n-1}$ ad $q \gg 1$. MathCad Cruzar $S(q)$ Cuidado Sea límites.

$\frac{1}{4\pi^2 M_s^2} E_m$ (interlayer coupl.) $= \int dk\, F(k t_z) e^{k t_m} (1 - e^{-\frac{k t_m}{2}})^2 \left[I_g^2(k) - I_2^2(k) + 2 I_2(k) I_g(k)\right]$

If t_z (ML period $t_z = t_m + t_N$) $t_z \to 0$, $t_m \to 0$, $F(0) = \frac{1}{2} n^2 (n-1)$ E_m (coupl.) $= \frac{1}{2} n(n-1) \int dk\, k^2 t_m^2 [\dots] \sim t_m^2 (\infty)$, t.c. $\int dk\, k^2 I_{g,2}(k)$ paraguera. T.e. E_m (coupl.) Creando cuando no $t_m \to 0$.

Mayor interacción nuevas ($t_z = t_m$) a temperatura $T = n t_m$. Dice E_m gaseoso negativo E_m (Tu '20, bubble domain used in Kselov '2014). Cu. F/N/F - Gus/APL05

Hemos pensado 2/V acoplamiento no $R_{ij} > 0$ $(i>j)$ y $R_{ij} < 0$ $(j>i)$?

(12-13/V) Reparar-prob. + probar Eqs. wz AF-DW dynamics Suppl. Mat. By Ruben (DW ansatz $\phi(x)$ - Neberen).

(14/V) Meeting c Ruben: 1) discusión AF-DW dyn. paper (Lyapunov - revise Soc. 2) discusión PhD stipend appl. Ricardo (una página. Res. project draft → Ramón)

(15/V) Preparar-ver Res. project Ricardo + Zaragoza Solicitud (Ramón y Angel). Pasar a Word Res. proposal "Antiferromagnetic spintronics": Ramón.

(16/V) Meeting c Ricardo - agree envy 2 first pages with signatures + discussion. Proposal hago Send By Univ. mail hard copy. Thinks mejoramiento Sub. Submit Solicitud UPV/EHU grupos investigación (deadline is May 28). Paperazzi explain submission FETOPEN proposal no antiferro-DW + spin-photon coupl. Meeting UT VLAM 3a March trip 470 € - Ramón 600 €. Ramón Paperazzi. / Neberen Ramón PRA

(17/V) Reminder от Papa (Zaragoza) по новому ΔE-vortex paper. Переписка с J. Gonzalez. Список моих papers - 2018 для UPV/EHU group proposal послан to Arkady (16/V). Переписка с A. Жуковым от UPV/EHU proposal.

(18/V) Получен proof APEX "Sk-dot MPD". Вопрос - Ю. и Julian Gonzalez должен (принести Riga Regina и др.). Обсудил дело с Julian: он обещал, если Ricardo appl. на stipend не пройдет - будем его на общий проект, если пройдет - то взять 2nd PhD student или postdoc на 1 год.

(19/V) Отослан proof и счет на оплату (APC + Open Access) to APEX. Заполнение On-line appl. на UPV/EHU grant.

(20-23/V) Поездка с Л. В Madrid / Alcobendas. 21/V - встреча с Оксаной (ΔE in DeBonte model (Sk → 1SD barrier at small R_s, 3D topol. charge), Agustina/Miriam (acc. Nat. Com. manuscript, orbean Resonees). С Л. на ужине в IKEA. Ai Ping прислала new MS draft on nanotubes (21/V).

(24/V) Переписка с Rasing / Hoffmann о счете их долгов. Подгот. UPV/EHU group proposal. Revise new MS by Ai Ping. E-mail Antxoni.

(25/V) APEX Sk-MPD.dat published. Прислали Facturas 60 000 € x 2. Ч/ранее JMMM - Sk-MPD Arantxa. Заполн. UPV/EHU proposal (закрыто в 12:00 by A. Zhuka) GIU18/132 ←
Беседа с Zhukov по новому UPV/EHU proposal:
1) мои 100% участия на 75% изменить нельзя - не редактир. и closed proposal
2) Arantxa нужно Жуковских из group members т.к. надо иметь контракт на 2018 г.
3) Жуков включен в Equipo mínimo (Julian, Arcady и Juan Mari (внесено, утверждена что мое имя не проходило, несмотря на то что у меня highest h-index и я руководитель spin dyn. research direction и с 30% проектов)
4) Жуков делает application на internet-portal to collect signatures
- а не делал ввести все Arantxa contracts, info о O. Sukhostavets и U. Atxitia
5) UPV/EHU и Gobierno Vasco (другие) grants „Movilidad". Ban. прислала link - на 2-6 мес., 2000 €/мес.

3D

Принят JEMS - Abstract „Low-J Skyrmion dynamics" as poster (!??)
С Л. и Ю. Alcampo, Juan. Тоже прислал invitation на Quantum Mat. School, в Braga, Portugal, Oct. 8-12, 2018.

(26/V) Search topol. charges 3D in gauge-theories (послан def. to Oksana). Emails. С Л. в „Carrefour Olaberria". E-mail to JEMS - Sk/vortex/Sk symp. organizers о моем докладе.

(27/V) Topol. charge def. in the field theory-3D

3D $\vec{m}(x,y,z)$ topol. charge

cm. F. Niedermayer, Nucl. Phys. B - Suppl. 1999 $Q = \frac{1}{32\pi^2}\int d^4x\, \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, \mathrm{Tr}\,(F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma})$, где $F_{\mu\nu}$ is field tensor. Q - integer. $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$

Def. topological charge A.A. Belavin et al. Phys. Lett. B59, 85-87 (1975)

$$Q = \frac{1}{2\pi^2}\varepsilon_{\mu\nu\lambda\gamma}\,\mathrm{Tr}\int d^4x\, F_{\mu\nu}F_{\lambda\gamma}, \quad A_\mu = g^{-1}(x)\,\partial_\mu g(x),$$

$g(x)$ - matrices of gauge group

Belavin et al consider gauge group $G = SU(2)$. Q is mapping of S^3 on $SU(2)$ $SU(2)$ parametrizes by Euler angles или $(\theta\varphi) \equiv$ unit sphere $\vec{n}^2 = 1$.

Рассм. решение minE с $A_\mu^{\alpha\beta} = \frac{1}{r^2+\lambda^2}(x_\alpha\delta_{\mu\beta} - x_\beta\delta_{\mu\alpha})$, $r^2 = x_4^2 + \vec{x}^2$, λ - arbitrary scale

Ему соответствует $\tilde{A}_\mu = \frac{r^2}{r^2+\lambda^2}\, g^{-1}(x)\,\partial_\mu g(x)$, $g(x) = \frac{x_4 + i\vec{\sigma}\cdot\vec{x}}{\sqrt{x_4^2+\vec{x}^2}}$

Rodrigues representation of rotations $R(\vec{n},\omega) = \exp(i\omega\vec{n}\vec{J})$
(ось $\vec{n}$, угол ω)
т/ш $\vec{J} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$, $R(\vec{n},\omega) = \exp\left(i\frac{\omega}{2}\vec{n}\vec{\sigma}\right) = I\cos\frac{\omega}{2} + i(\vec{n}\cdot\vec{\sigma})\sin\frac{\omega}{2}$, сравним с $g(x)$.

Если $\cos\frac{\omega}{2} = \frac{x_4}{|x|}$, $(\vec{n}\cdot\vec{\sigma})\sin\frac{\omega}{2} = \frac{1}{|x|}\vec{\sigma}\cdot\vec{x}$, $\vec{n}\sin\frac{\omega}{2} = \frac{\vec{x}}{|x|}$, $|x| = \sqrt{x_4^2+\vec{x}^2}$,

то $g(x) = R(\vec{n},\omega)$ дает $SU(2)$ parametrization of rotations (rotation group).

Но для pure gauge fields $F_{\mu\nu} \equiv 0$ [Kleinert '2006], $\tilde{A}_\mu = \partial_\mu R\, R^{-1}$ и $Q \equiv 0$

Поэтому Belavin и Polyakov $A_\mu = \frac{r^2}{r^2+\lambda^2}\, g^{-1}\partial_\mu g$, $\tilde{A}_\mu = g^{-1}\partial_\mu g$ is pure gauge field.

И т/ш $|x| = r >> \lambda$ $A_\mu \to g^{-1}\partial_\mu g$.

Две ф. можно опр. $\left(q = \frac{1}{8\pi^2}\frac{4}{3}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\oint_{S_3} d\theta_\alpha \mathrm{Tr}\left(A_\beta A_\gamma A_\varepsilon\right)\right)$, где $A_\mu = g^{-1}\partial_\mu g$ pure gauge f.

$\int d\theta_\alpha \hat{\omega}_{3W} = \int d\Omega_{in} = \int d\Omega\, j$, $d\theta_\alpha \to d\vec{S}$, $\int d^4x \to \int dB_\alpha$, S_3 – 4D sphere, Wess-Zumino map

Gus EPL: pure gauge field $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R R^{-1}$

$\vec{A}_\mu \vec{m} = \vec{m}\times\vec{A}_\mu$ for any $\vec{m}$, $\vec{A}_\mu = (A^x_\mu, A^y_\mu, A^z_\mu)$ выбираются как $f(\alpha\beta\gamma)$ от θ,φ. Euler angles

$R(\alpha\beta\gamma)$ – rotation, $\alpha=\varphi$, $\beta=\theta$, $\gamma=\pi-\varphi$ где θ,φ – координаты магнитации $\vec{m}(\theta,\varphi)$

$A^x_\mu = \sin(\pi-\varphi)\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos(\pi-\varphi)\partial_\mu\varphi = \sin\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi$

$A^y_\mu = -\cos\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi$, $A^z_\mu = -\partial_\mu\varphi + \cos\theta\partial_\mu\varphi = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi$.

$\hat{A}_\mu = A^x_\mu G_x + A^y_\mu G_y + A^z_\mu G_z = A^a_\mu G_a$, $G_a = iJ_a$, $\vec{G} = i\vec{J}$, $(G_a)_{bc} = \varepsilon_{abc}$, $a,b,c = x,y,z$

$q = \frac{1}{8\pi^2}\frac{4}{3}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\oint_{S_3} d\theta_\alpha \mathrm{Tr}\left[(\vec{A}_\beta\cdot\vec{G})(\vec{A}_\gamma\cdot\vec{G})(\vec{A}_\delta\cdot\vec{G})\right] =$ $\hat{A}_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{G})$

$= \frac{1}{8\pi^2}\frac{4}{3}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\oint_{S_3} d\theta_\alpha \mathrm{Tr}\left[A^a_\beta G_a A^b_\gamma G_b A^c_\delta G_c\right] = \frac{1}{8\pi^2}\frac{4}{3}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\oint_{S_3} d\theta_\alpha A^a_\beta A^b_\gamma A^c_\delta \mathrm{Tr}(G_a G_b G_c)$

$\mathrm{Tr}(G_a G_b G_c) = -i\,\mathrm{Tr}(J_a J_b J_c) = -i\,\mathrm{Tr}\left[\frac{i}{8}\varepsilon_{abc} I + \text{zero-trace part}\right] = \frac{1}{8}\varepsilon_{abc}\cdot 3 = \frac{3}{8}\varepsilon_{abc}$

[Confinement, p. 48]

$\left(q = \frac{1}{16\pi^2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\varepsilon_{abc}\oint_{S_3} d\theta_\alpha A^a_\beta A^b_\gamma A^c_\delta = \frac{1}{16\pi^2}\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\varepsilon_{abc}\oint_{S_3} d\theta_\mu A^a_\alpha A^b_\beta A^c_\gamma\right)$

Похожую формулу для top. charge дает Crewther'78 "Effects of top. charge in g. theories", $G = V_4 - i\vec{v}\vec{V}$, $V_4^2 + \vec{V}^2 = 1$, $\hat{x}_\mu \perp S_3$

$\left(\nu = \frac{1}{12\pi^2}\oint_{S_3} d\theta_\mu\, \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\varepsilon_{\lambda\delta\eta} V_\lambda \partial_\alpha V_\delta \partial_\beta V_\eta \partial_\gamma V_\eta\right)$, $G = \exp\left(-i\frac{\omega}{2}\vec{n}\vec{\sigma}\right)$, $\left.\begin{matrix} V_4 = \cos\frac{\omega}{2} \\ \vec{V} = \vec{n}\sin\frac{\omega}{2}\end{matrix}\right\}$

$\theta_T(\vec{n},\omega)$ параметризация Родрига можно перейти к Euler angles $(\alpha\beta\gamma)$ и к θ,φ для $\vec{m}(\theta,\varphi)$

$\varepsilon_{abc}A^a_\alpha A^b_\beta A^c_\gamma = \left|\begin{matrix} a,b,c = x,y,z \\ \alpha,\beta,\gamma = x_1,x_2,x_3,x_4\end{matrix}\right| = \left|\varepsilon_{123} = \varepsilon_{312} = \varepsilon_{231} = +1,\ \varepsilon_{132} = \varepsilon_{321} = \varepsilon_{213} = -1\right| =$

$= A^x_\alpha A^y_\beta A^z_\gamma + A^z_\alpha A^x_\beta A^y_\gamma + A^y_\alpha A^z_\beta A^x_\gamma - A^x_\alpha A^z_\beta A^y_\gamma - A^z_\alpha A^y_\beta A^x_\gamma - A^y_\alpha A^x_\beta A^z_\gamma = \vec{A}_\alpha\cdot(\vec{A}_\beta\times\vec{A}_\gamma)$

$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – разные в Euklidean space и Minkowski-space. (x_1,x_2,x_3,x_4) Euklidean space, (x_0,x_1,x_2,x_3)

$\left(q = \frac{1}{16\pi^2}\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\oint_{S_3} d\theta_\mu \vec{A}_\alpha\cdot(\vec{A}_\beta\times\vec{A}_\gamma)\right)$ – красиво. S_3 – сфера в 4D-евклидовом пространстве

3D topol. charge из Belavin, p. 75

$\hat{A}_\mu\vec{x} = \vec{x}\times\vec{A}_\mu$, $\hat{A}_\mu = \vec{A}_\mu\cdot\vec{G}$, $\vec{A}_\mu$ – pure gauge field vectors

Если $\vec{m} \neq \delta(z)$, $\theta,\varphi \neq \delta(z)$, $\partial_z\theta = 0$, $\partial_z\varphi = 0$ и $\vec{A}_z = 0$, $q = 0$ (?)

$q = \frac{1}{16\pi^2}\oint_{S_3} d\vec{S}\cdot\vec{B}$, $B_\mu\ (\mu = 1,2,3,4) = \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}C_{\alpha\beta\gamma}$, $C_{\alpha\beta\gamma} = \vec{A}_\alpha\cdot(\vec{A}_\beta\times\vec{A}_\gamma)$

$d\theta_\mu B_\mu$ $C_{xxx}, C_{xxy}, C_{xyx}, C_{xyy}, C_{yxx}, C_{yxy}, C_{yyx}, C_{yyy} \neq 0$.

Но если в $\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}$, ~~если~~ $\alpha=\beta$, $\alpha=\gamma$, $\beta=\gamma$ компоненты $=0$ и $q=0$.

$\mu = 1$ $\varepsilon_{1234} = \varepsilon_{1423} = \varepsilon_{1342} = +1$, $\varepsilon_{1324} = \varepsilon_{1243} = \varepsilon_{1432} = -1$. Other $\varepsilon = 0$. $\varepsilon_{1\alpha\beta\gamma}$

$A^x_\mu + iA^y_\mu = (\sin\varphi - i\cos\varphi)\partial_\mu\theta + \sin\theta\partial_\mu\varphi(\cos\varphi + i\sin\varphi) = e^{i\varphi}\left[\sin\theta\partial_\mu\varphi - i\partial_\mu\theta\right]$

В eq. Crewther'78 см. Gus EPL'16 $\vec{n} = \left(\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi, \cos\frac{\theta}{2}\right)$, $\omega = \pi$, т.е. $V_4 = 0$, $\vec{V} = \vec{n}$

Crewther-eq. $\sim n^4_\alpha$, наш eq. дает $q \sim (A^a_\alpha)^3 \sim m^3_\alpha$.

$C_{\alpha\gamma\beta} = -C_{\alpha\beta\gamma}$, $C_{\gamma\beta\alpha} = \vec{A}_\gamma\cdot(\vec{A}_\beta\times\vec{A}_\alpha) = -C_{\alpha\beta\gamma}$, $C_{\beta\alpha\gamma} = -C_{\alpha\beta\gamma}$, Cyclic $C_{\alpha\beta\gamma} = C_{\beta\gamma\alpha}$

$\vec{A}_\alpha(\vec{A}_\beta\times\vec{A}_\gamma) = \begin{vmatrix} A^x_\alpha & A^y_\alpha & A^z_\alpha \\ A^x_\beta & A^y_\beta & A^z_\beta \\ A^x_\gamma & A^y_\gamma & A^z_\gamma\end{vmatrix}$, $\vec{A}_\alpha = 0$ для $\vec{m} = \text{const}$ – single domain state

– утверждение для обычных (θ,φ) не верно.

A.M. Polyakov 1987, p. 93 "Gauge fields and strings"

(По Belavin'75 и Crewther'78 дает $S_3 \to S_3$ mapp. Надо $S_3(xyz) \to S_2(m^2=1)$ mapping. (x_1,x_2,x_3,x_4) (n_1,n_2,n_3,n_4)

$\left(q = \frac{1}{12\pi^2}\int d^3x\, \varepsilon^{abcd}\varepsilon_{\mu\nu\lambda} n_a\partial_\mu n^b\partial_\nu n^c\partial_\lambda n^d\right)$ $S_3 \to SU(2)$ $q = n_4 + i\vec{n}\vec{\sigma}$

$n_4^2 + \vec{n}^2 = 1$, $q = 1$

Kosevich ph. Rep'90: Hopf invariant $\mathcal{H} = \frac{1}{8\pi^2}\int d^3x\, \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\varepsilon_{ijk} V_\alpha\partial_i V_\beta\partial_j V_\gamma\partial_k V_\delta$, $V_\alpha(\vec{V}_4,\vec{V})$, $V_\alpha^2 = 1$

$\mathcal{H} = \frac{1}{2\pi^2}\int_{S^3} d\chi d\theta d\varphi \sin\theta\sin^2\chi$, $V_4 = \cos\chi$, $\vec{V} = \sin\chi(\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta) = \sin\chi\cdot\vec{m}(\theta,\varphi)$

Escaneado con CamScanner

9 (8) - Kosevich с 10 m. до инициалов себя с 9 Polyakov '81

U Blavits, u Krauthor '18, u Polyakov '87, u Kosevich до новых

о 3D topological charges, которые есть degree of mapping of sphere $S_3(x,y,z)$ to sphere $S_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$, где $(\vec{v}_4, \vec{v})$ parametrization of SU(2)

$R = v_4 + i\vec{v}\vec{\sigma}$, $v_4^2 + \vec{v}^2 = 1$ (2 of v_1, v_2, v_3, v_4)

Rosevich'до сих пор не понятно что такое topol. charge как Hopf index (invariant)

Hopf index для $S_3 \to S_2$ mapping Hopf, Trego $S_3 \to S_2(R^2=1)$ mapping !!!

in Kundu-Rybakov' J. Phys. A: Math. Gen. 15, 269 (1982) и Wilczek-Zee PRL'83 ($S_2 \to S_2$)

Wilczek дано определение topol. charge и Hopf invariant через topol. current

См. в "Carrefour" Oberrein.

29/V Купили с 10. cardcases для принтер. Договорились с Mila о новых Conf. programs, badges, posters и name cards. См. и 10. Andorra и обед "Nam". Работа над SoE SkyMag program. Оформ. travel reports Madrid, Ancona, Kiev.

30/V Видел Antoni travel reports Cuq-Madrid, Ancona-Singapore, Kiev-Denver; 2 facturas "Delta" и APEX 2 invoices 2×60 k₣. Cuq-Paris 2 invoices APEX by my credit card. Отсканировал и послал to M. Palacios (UA/Eur) facturas Portugal MINECO за проект 2018. Checked/corrected. Conf. program и conf. badges

31/V E-mails Ancona с подсказкой topol. charge pyrochlore Agustina для Mod. Com. subm. manuscript. См. в "Carrefour" Oberrein.

• Wilczek '83: $E = \frac{1}{2f}\int d^2\vec{x}\,(\partial_i n^a)^2$, $i = 1,2$; $a = 1,2,3$ — (2+1) O(3) nonlin σ-model

$n^a n^a = 1$ S_2-sphere, $\vec{n}(n_x, n_y, n_z)$ $S_2(\vec{x}) \to S_2(\vec{n})$ mapping

Topol. current def. $J^\mu = \varepsilon^{\mu\nu\lambda}\varepsilon^{abc} n^a \partial_\nu n^b \partial_\lambda n^c \frac{1}{8\pi} = \frac{\varepsilon^{\mu\nu\lambda}}{8\pi}\vec{n}\cdot(\partial_\nu\vec{n}\times\partial_\lambda\vec{n})$ $\mu,\nu,\lambda = 0,1,2$

Topol charge $Q = \frac{1}{(8\pi)}\int d^2\vec{x}\, J^0 = \frac{1}{8\pi}\int d^2\vec{x}\,\varepsilon^{ij}\vec{n}\cdot(\partial_i\vec{n}\times\partial_j\vec{n})$

$\varepsilon^{0\nu\lambda} = \{\varepsilon^{012} \neq 0, \varepsilon^{021} \neq 0\} = \varepsilon^{ij}$, $i,j = 1,2$ for 2D case $\to Q = \frac{1}{4\pi}\int d^2\vec{x}\,\vec{n}\cdot(\partial_x\vec{n}\times\partial_y\vec{n})$

• Gauge potential A^μ: $J^\mu = \varepsilon^{\mu\nu\lambda}\partial_\nu A_\lambda = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}F_{\nu\lambda}$; $F_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi}\vec{n}\cdot(\partial_\mu\vec{n}\times\partial_\nu\vec{n})$

Note Gus' EPL'16: $F^e_{\mu\nu} = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$, $\mu,\nu = 0,1,2,3$ — emergent field tensor

T.e. $F_{\mu\nu}$ (Wilczek) — это часть $F^e_{\mu\nu}$ с $\mu = 0,1,2$.

Hopf invariant def.: $H = -\frac{1}{4\pi}\int d^3\vec{x}\,\varepsilon^{\mu\nu\lambda}A_\mu F_{\nu\lambda} = -\frac{1}{2\pi}\int d^3\vec{x}\,A_\mu J^\mu$, $A_\mu = -\partial^{-2}\varepsilon_{\mu\nu\lambda}\partial_\nu J_\lambda$ for gauge $\partial A = 0$

$H = 1$ for 2D skyrmion $\vec{n}(x,y)$ и action $S = \frac{1}{2f}\int d^3\vec{x}\,(\partial_\mu n^a)^2 + \theta H$ $\vec{x}(x_0, x_1, x_2)$

θ-term has sense: $\theta/2\pi$ = Sk-angular momentum

• H.J. de Vega Phys Rev. D 18, 2945 (1978): classical field $\vec{m}(\vec{r}) \to \vec{\Phi}(\vec{r}) = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, $\varphi_a\varphi_a = 1$

Hopf index $H = \int_\Sigma \vec{h}\cdot d\vec{B} = \oint_{\partial\Sigma}\vec{a}\cdot d\vec{l}$, $\vec{h}\cdot d\vec{B}$ - normalized surface element $S_2(\vec{\varphi})$ mapped by $\vec{\varphi}(\vec{r})$ to $S_3(x,y,z)$ $a = 1,2,3$

$\vec{h} = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{abc}\varphi_a(\nabla\varphi_b\times\nabla\varphi_c)$, $\vec{h} = \mathrm{rot}\,\vec{a}$, $\vec{h}$ is "flux density" — topol. current

Topol. charge density $\rho_H(\vec{r}) = -\vec{a}(\vec{r})\cdot\vec{h}(\vec{r})$, Hopf index $H = \int d^3\vec{r}\,\rho_H(\vec{r})$

$h_\mu = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{abc}\varphi_a(\nabla\varphi_b\times\nabla\varphi_c)_\mu = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{abc}\varphi_a\varepsilon_{\mu\nu\lambda}(\partial\varphi_b)_\nu(\partial\varphi_c)_\lambda = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{abc}\varepsilon_{\mu\nu\lambda}\varphi_a\partial_\nu\varphi_b\partial_\lambda\varphi_c =$

$= \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{\mu\nu\lambda}\vec{\varphi}\cdot(\partial_\nu\vec{\varphi}\times\partial_\lambda\vec{\varphi})$, $h_\mu = J^\mu$ - topol. current defined by Wilczek '83

Здесь $\vec{\varphi}(\vec{r}) = \vec{m}(\vec{r})$ static field, $\nabla\varphi_a = (\hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z})\varphi_a$ is 3D-vector, $\mu = 1,2,3$

Use $F^e_{\mu\nu} = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$, $\mu = 0,1,2,3$. $h_\mu = J^\mu = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}F_{\nu\lambda} = \frac{1}{8\pi}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}\vec{\varphi}\cdot(\partial_\nu\vec{\varphi}\times\partial_\lambda\vec{\varphi})$

$\mu = 1,2,3$ $F_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi}\vec{\varphi}\cdot(\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi})$

Видно, что static part emergent field tensor $F^e_{\mu\nu}$ с точностью до множителя есть $F_{\mu\nu}$ — topol. field tensor defined by Wilczek и Vega!!

(Static = нет $\mu = 0$, $x_0 = ct$ - time derivative $\partial_0\vec{m}$). Topol. current $J^\mu = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}F^{\nu\lambda}$

где сумма $\mu = 0,1,2,3$. $J^\mu = 2\pi\varepsilon^{\mu\nu\lambda}F^e_{\nu\lambda}$, т.к. $F^e_{\mu\nu} = 4\pi F_{\mu\nu}$.

$J^\mu = \varepsilon^{\mu\nu\lambda}\partial_\nu A_\lambda = (\nabla\times\vec{A})_\mu = h_\mu$, $\vec{J} = \vec{h} = \mathrm{rot}\,\vec{A} = \mathrm{rot}\,\vec{a}$, если $\mu = 1,2,3$ (x,y,z)

Gauge potential $\vec{A} = \vec{a} = \frac{1}{4\pi}\vec{A}^e$, $A^e_\mu(A^e_0, \vec{A}^e)$ — emergent field potential

The soliton with $H = 1$, $m_1 = \cos\theta(\gamma)$, $m_2 + im_3 = \sin\theta(\gamma)e^{i(\beta+\varphi)}$ (γ, β, φ) toroidal coordinates

Escaneado con CamScanner

3D soliton with $H=1$ interpolates a tongue $\theta(\chi)$ with $\theta(0)=\pi$, $\theta(\infty)=0$ between two $\theta(\chi)$ profiles by solving a differential equation (Lagrange-Euler equation)

$3D(x,y,z)$: $x+iy = e^{\text{chy}\,e^{i\varphi}}$, $z = c\sinh\varphi$, $\text{chy}\cdot\text{shy}$, $0\le\varphi,\theta<2\pi$

$\vec{m}(\vec{r})$ of 3D soliton is parametrized by S^2 spherical harmonics $Y_{lm}(\theta,\varphi)$

Bloch $\theta(\chi)$. H = const. Surfaces are toroids, $x^2+y^2=c^2$, ...

$m_z = \cos\theta(\chi)$, $m_x + im_y = \sin\theta(\chi)e^{i\varphi}$

Vega gave also $\vec{h}(\chi,\beta)$ in $\vec{a}+\vec{A}(\chi,\beta)$ in $\vec{g}_H = \text{div}(\vec{h}\times\vec{a})$

$\vec{h} = \frac{1}{4\pi c^2}\frac{(\text{chy}-\cos\beta)^2}{\text{shy}}\left|\hat{e}_\beta + \text{shy}\,\hat{e}_\chi\right|\sin\theta\,\theta'(\chi)$, $\vec{a} = \frac{1}{4\pi c}\frac{\text{chy}-\cos\beta}{\text{shy}}\left|(\text{chy}\cos\theta)\hat{e}_\chi + \text{shy}(1-\cos\theta)\hat{e}_\beta\right|$

$g_H = -\frac{1}{8\pi^2}\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{d}{d\chi}\cos\theta(\chi)$, $g = c^3\,\text{shy}\,(\text{chy}-\cos\beta)^{-3}$ is metric determinant

A hedgehog "shy" solution $m_z(r)$, $\vec{m}(\vec{r}) = m_z\hat{z}$, $\vec{r} = r(\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$?

Is this asymptotic fit to $H=1$ class of 3D solitons?

- Kundu-Rybakov '82: $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = 2\varepsilon^{abc}\partial_\mu N_a \partial_\nu N_b N_c = 2\vec{N}(\partial_\mu\vec{N}\times\partial_\nu\vec{N})$

$\vec{N}$: N_a components, $a=1,2,3$, $N_aN_a=1$, $\vec{N}^2=1$. $\vec{B}=\text{rot}\vec{A}$

Hopf index $Q_H = -\frac{1}{(8\pi)^2}\int d^3x\,\vec{A}\cdot\vec{B} = \int J^0 d^3x$, topol. current $J^\mu = \frac{1}{128\pi^2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\nu\rho}A_\sigma$

B. analog of Wilczek '83 in Vega's $J\sim FA$ (not $J\sim F$) definition.

B. spherical coordinates $\vec{r}(r,\theta,\varphi)$: $N_3 = \cos\Theta = w(r,\theta)$, $\chi = \Phi = \arctg\frac{N_2}{N_1} = m\varphi + v(r,\theta)$ ansatz

Hopf $Q_H = -\frac{2}{(2\pi)^3}\int d^3x\int d^3x'\,\frac{1}{R^3}\vec{B}'\cdot(\vec{R}\times\vec{B})$, $\vec{R}=\vec{x}-\vec{x}'$, $\vec{B} = -2(\nabla w\times\nabla\Phi)$, $\vec{B}' = \vec{B}(\vec{x}')$

Ansatz for $\vec{N}$ gave: $\vec{B}(r,\theta) = -\frac{2m}{r^2\sin\theta}(\hat{e}_r w_\theta - \hat{e}_\theta r w_r) - \frac{2}{r}\hat{e}_\varphi(w_r v_\theta - w_\theta v_r)$

$\Rightarrow Q_H = \frac{m}{4\pi}\int_0^\infty dr\int_0^\pi d\theta\,(1-w)(w_r v_\theta - w_\theta v_r)$, $Q_H = \pm nm$, n - integer.

$m_z = w(r,\theta)$, $\Phi = m\varphi + v(r,\theta)$ ansatz for $\vec{m} = \vec{N}(\vec{r})$ fields. $\vec{B} = \frac{2}{N_3}\nabla N_1\times\nabla N_2$.

$B_\varphi = -\frac{2}{r}(w_r v_\theta - w_\theta v_r) \to Q_H = -\frac{m}{8\pi}\int_0^\infty dr\,r\int_0^\pi d\theta\,(1-m_z)B_{r\varphi}(r,\theta)$

// T.e. Kundu-Rybakov '82 also gave Hopf index $S_3\to S_2$ mapping ropes for $H\neq 0$ knotted in 3D space $\vec{r}(x,y,z)\to(r,\theta,\varphi)$. $B_{r\varphi}$(Kundu) = $2B_{r\varphi}$(Faddeev)

(4/11) • Konishi '96: gyrovector (vorticity) density $\gamma_i = -\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\vec{m}\cdot(\partial_j\vec{m}\times\partial_k\vec{m})$, $i,j,k = x,y,z$

At $\vec{m}^2=1$ $\text{div}\vec{\gamma}=0$ и $\vec{\gamma} = \nabla\Pi\times\nabla\Phi$, $\Pi = \cos\Theta = m_z$, $\vec{m}(\Theta,\Phi)$ - parametrization

Def. $\vec{\gamma} = \text{rot}\vec{a}$, $\vec{a}$ - vector potential → Hopf index $H = \frac{1}{4\pi}\int dV\,\vec{a}\cdot\vec{\gamma}$ via

above ropes $\vec{\gamma}$: $H = \frac{1}{(4\pi)^2}\int d^3x\,d^3x'\,\varepsilon_{ijk}\gamma_i(\vec{x})\frac{R_j}{R^3}\gamma_k(\vec{x}')$, $\vec{R}=\vec{x}-\vec{x}'$ Hopf index

Parametric $\vec{a} = \Pi\nabla\Phi$ so as $\vec{a}$ gave $H=0$, i.e. unsuitable asymptotics

Θ,Φ. Phase $\Phi(\vec{r})$ singularity. $\Phi = 2\arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ vortex ring.

// Def. $\vec{\gamma}$ is connected to knotted solutions of J^μ (Wilczek '83), $\vec{h}$ (Vega '78) и Kundu '82. $H = \frac{1}{(4\pi)^2}\int d^3x\,d^3x'\,\frac{1}{R^3}\vec{\gamma}(\vec{x})\cdot[\vec{R}\times\vec{\gamma}(\vec{x}')]$, $\vec{\gamma}\sim\vec{B}$ (Kundu).

Flux of $\vec{\gamma}$ $Q = \frac{1}{4\pi}\int d\vec{S}\cdot\vec{\gamma}$ for 2D-space (∞-film) $Q = \frac{1}{4\pi}\int dx_1 dx_2\,\gamma_3$ winds Cartesian

of topol. charge (degree of mapping $S^2(xy)\to S^2(\vec{m}^2=1)$). Topology in equations keeps-

generates the knottedness H не равен. (B. analog of Vega '78 и Kundu '82).

$\vec{\gamma}(\gamma_x,\gamma_y,\gamma_z)$ for 3D $\vec{m}(\vec{r})$, in contrast to 2D-case, $\vec{m}(x,y)$, $\vec{\gamma} = (0,0,\gamma_z)$

3D-hedgehog (Bloch point) $\vec{m}(\vec{r}) = m_z(r)\hat{r}$, $m_x = m_z\frac{x}{r}$, $m_y = m_z\frac{y}{r}$, $m_z = m_z\frac{z}{r}$

$\nabla m_x = \nabla\underbrace{(m_z\sin\Theta\cos\Phi)}_{\vec{r}=(r,\theta,\varphi)} = \frac{\partial m_x}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial m_x}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial m_x}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$, $\Phi = \arctg\frac{m_y}{m_x} = \varphi$

Escaneado con CamScanner

Канонич. $\Phi = m\varphi + \delta(r,\theta)$. Недостаток в том $\Phi = 0$, т.е. $v \equiv 0 \Rightarrow v_\theta, v_\varphi = 0$, $Q_H = 0$ (!)

$$\nabla m_x \times \nabla m_y = \begin{vmatrix} \hat r & \hat\theta & \hat\varphi \\ \frac{\partial m_x}{\partial r} & \frac{1}{r}\frac{\partial m_x}{\partial\theta} & \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial m_x}{\partial\varphi} \\ \frac{\partial m_y}{\partial r} & \frac{1}{r}\frac{\partial m_y}{\partial\theta} & \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} \end{vmatrix}, \quad (\nabla m_x \times \nabla m_y)_z = \frac{1}{r^2\sin\theta}\left[\frac{\partial m_x}{\partial\theta}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} - \frac{\partial m_x}{\partial\varphi}\frac{\partial m_y}{\partial\theta}\right] =$$

$$= \frac{m_z^2}{r^2\sin\theta}\left[\cos\theta\sin\theta\cos^2\varphi + \cos\theta\sin\theta\sin^2\varphi\right] = \frac{m_z^2}{r^2}\cos\theta\sin\theta$$

$m_x = m_z \sin\theta\cos\varphi$, $m_y = m_z \sin\theta\sin\varphi$, $m_z = m_z\cos\theta$.

$$\vec a \times \vec b = \begin{vmatrix} \hat r & \hat\theta & \hat\varphi \\ a_r & a_\theta & a_\varphi \\ b_r & b_\theta & b_\varphi \end{vmatrix} = \hat r(a_\theta b_\varphi - b_\theta a_\varphi) + \hat\theta(a_\varphi b_r - a_r b_\varphi) + \hat\varphi(a_r b_\theta - b_r a_\theta)$$

$$\hat\theta\cdot(\vec a \times \vec b) = a_\theta b_r - a_r b_\theta = a_\theta m_x \nabla_r m_y - \nabla_r m_x a_\theta m_y = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial m_x}{\partial\varphi}\frac{\partial m_y}{\partial r} - \frac{\partial m_x}{\partial r}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} =$$

$$= \frac{1}{r\sin\theta}\left(m_z\sin\theta(-\sin\varphi)m_z'\sin\theta\sin\varphi - m_z'\sin\theta\cos\varphi\, m_z\sin\theta\cos\varphi\right) = \frac{m_z m_z'}{r\sin\theta}(-1)\sin^2\theta$$

$$(\nabla m_x \times \nabla m_y)_\theta = -\frac{1}{r}m_z m_z'\sin\theta$$

$$(\vec a \times \vec b)_\varphi = a_r b_\theta - b_r a_\theta = \frac{\partial m_x}{\partial r}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial m_y}{\partial\theta} - \frac{\partial m_y}{\partial r}\frac{1}{r}\frac{\partial m_x}{\partial\theta} = \frac{1}{r}\left[m_z'\sin\theta\cos\varphi\, m_z\cos\theta\sin\varphi -\right.$$

$$\left. - m_z'\sin\theta\sin\varphi\, m_z\cos\theta\cos\varphi\right] = 0 \Rightarrow \vec m\cdot(\nabla\dots)\vec B \sim \frac{1}{m_z}(\nabla m_x \times \nabla m_y)$$

$$\vec B = \frac{2}{m_z}\left[\frac{m_z^2}{r^2}\cos\theta\,\hat r - \frac{1}{r}m_z m_z'\sin\theta\hat\theta\right], \quad m_z = m_z\cos\theta$$

$$\vec B = \frac{2}{r^2}m_z\hat r - \frac{2}{r}m_z'\operatorname{tg}\theta\hat\theta \neq 0$$ — имеет $H \neq 0$ для hedgehog soliton. Hedgehog topol. field

Для сферы $d\vec S = \hat r r^2\sin\theta\, d\theta d\varphi + \hat\theta r\sin\theta\, dr d\varphi + \hat\varphi r\, dr d\theta$

$$Q \sim \int_{\text{upper semisphere}} d\vec S\cdot\vec B = \int d\theta d\varphi\, r^2\sin\theta\frac{2}{r^2}m_z - \int dr d\varphi\, r\sin\theta\frac{2}{r}m_z'\operatorname{tg}\theta =$$

(не надо)

$$= 2m_z\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi/2}\sin\theta\, d\theta = 4\pi m_z(-\cos\theta)\Big|_0^{\pi/2} = \left|\begin{matrix}\text{можно } \theta \\ \text{от } 0 \text{ до } \pi\end{matrix}\right| = 4\pi m_z[\cos 0 - \cos\pi] = 8\pi m_z$$

$\vec m^2 = m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = m^2 = 1$. Можно ли $m_z^2 = 1$ для hedgehog soliton?

$$\vec B = -2(\nabla w \times \nabla\Phi) = -2\vec\gamma, \quad Q = \int d\vec S\cdot\vec\gamma = 4\pi m_z$$

Normalized $Q = \frac{1}{4\pi}\int d\vec S\cdot\vec\gamma = m_z$, topol. charge hedgehog $Q = 1$, если $m_z = 1$.

Hopf index hedgehog измеряет степень отображения, т.к. ansatz-Kantu не нарушает.

Если считать $m_z = 1$, $m_z' = 0$, то $\vec\gamma = \frac{1}{2}\vec B = \frac{1}{r^2}\hat r$, $\vec\gamma' = \vec\gamma(\vec r') = \frac{\hat r'}{r'^2}$

$$H = \frac{1}{(4\pi)^2}\int d^3x\, d^3x'\frac{1}{R^3}\vec R\cdot[\vec\gamma(x)\times\vec\gamma(\vec r')] = \frac{1}{(4\pi)^2}\int d^3x\int d^3x'\frac{1}{r^2 r'^2}[\hat r\times\hat r']\cdot\frac{\vec R}{R^3}$$

$\vec R = \vec r - \vec r'$ $[\hat r\times\hat r']\cdot\vec R = [\hat r\times\hat r']\vec r - [\hat r\times\hat r']\vec r' = 0 - 0 = 0$, $H = 0$ если

считать via continuous $\vec\gamma$ (? чувствует top. charge – Hopf index of hedgehog)

(2/VI) Работа в саду, Ирина гадина с А. с П. в Carrefour Olaberria. перепутала с Окс. — topol. charge for Agustina Nat. Com. MS

(3/VI) С П. и Ю. на отдаленном пляже, Биаррица. Океана прилива 0.2 | Q(z) | 0 | L, km | z

Супер с Рубен – Ирисар scan DW-ale. topl. charge det

(4/VI) Отдел Антком на ок. 488 € (60,000 ₹) ×2 enlarg (reimbursement) APEX Publ. charge & open access fee.

Ruben, 1D DW: 1D Neel DW

$$\sin\varphi(x) = q\,\text{th}\left(\frac{x-\bar X}{\Delta}\right), \quad q = \int_{-\infty}^{\infty}dx\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi}[\varphi(\infty) - \varphi(-\infty)] = \pm 1$$

DW-pair. Нефтехимики ($\theta = \pi/2$), Гро 1D topol. charge

$$\varphi(x) = q_1\,\text{arcsin th}\left(\frac{x-X_1}{\Delta}\right) + q_2\,\text{arcsin th}\left(\frac{x-X_2}{\Delta}\right), \quad \operatorname{tg}\frac{\varphi(x)}{2} = e^{\pm\left(\frac{x-\bar X}{\Delta}\right)}.$$

$$\varphi(x) = 2\operatorname{arctg}e^{\frac{x-X_1}{\Delta}} + 2\operatorname{arctg}e^{-\frac{(x-X_2)}{\Delta}}, \quad \xi_j = \frac{x-X_j}{\Delta}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 2\frac{1}{1+e^{2\xi_1}}\frac{1}{\Delta}e^{\xi_1} + 2\frac{1}{1+e^{-2\xi_2}}e^{-\xi_2}\left(-\frac{1}{\Delta}\right) = \frac{1}{\Delta}\left[\frac{1}{ch\xi_1} + \frac{1}{ch\xi_2}\right]$$

$$(\nabla\varphi)^2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{\Delta^2}\left[\frac{1}{ch^2\xi_1} + \frac{1}{ch^2\xi_2} - \frac{2}{ch\xi_1 ch\xi_2}\right], \quad E_{ex}^{int} = A\int_{int}dx(\nabla\varphi)^2 = -\frac{2A}{\Delta^2}\int_{int}dx\frac{1}{ch\xi_1 ch\xi_2}$$

$ch\xi_1 ch\xi_2 = ch(x-X_1)ch(x-X_2) = |x - X_1 = x'| = chx'\,ch(x'+d)$, $d = X_1 - X_2$.

$ch\xi_1 ch\xi_2 = chx\cdot ch(x+d) = chx[chx\cdot chd + shx\cdot shd] = chd\,ch^2x + chx\,sh\,shd =$

$= \frac{1}{2}chd(1+ch2x) + \frac{1}{2}shd\cdot sh2x$, $E_{ex}^{int} = (-2A/\Delta^2)\,I(d)$

$$I(d) = A^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{ch\beta_1 ch\beta_2} = A \int_{-\infty}^{\infty} dx' \frac{1}{\left[\frac{1}{2}chd + \frac{1}{2}chd\, ch2x' + \frac{1}{2}shd\, sh2x'\right]} = \left|2x' = x\right| =$$

$$= \frac{A}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{\left[\frac{1}{2}chd + \frac{1}{2}chd\, chx + \frac{1}{2}shd \cdot shx\right]} = \frac{A}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{a + a\,chx + c\,shx} =$$

$$= \frac{A}{2} \int_{-\infty}^{0} dx [\cdot\cdot]^{-1} + \frac{A}{2} \int_{0}^{\infty} dx \frac{1}{(\cdot\cdot)} = \left|x \to -x \text{ в первом инт.}\right| = \frac{A}{2}\left[\int_{0}^{\infty} dx \frac{1}{a + a\,chx - c\,shx} + \right.$$

$$\left. + \int_{0}^{\infty} dx \frac{1}{a + a\,chx + c\,shx}\right] = \frac{A}{2}\left[I(a,a,-c) + I(a,a,c)\right], \quad I(a,b,c) = \int_{0}^{\infty} dx \frac{1}{a + b\,chx + c\,shx}$$

Гр-Р. 3.513: $I(a,a,c) = \int_{0}^{\infty} dx \frac{1}{(a + a\,chx + c\,shx)} = \frac{1}{c} \ln \frac{a+c}{a}$, $a = \frac{1}{2}chd$, $c = \frac{1}{2}shd$

$$I(d) = \frac{A}{2}\left[-\frac{1}{c}\ln\frac{a-c}{a} + \frac{1}{c}\ln\frac{a+c}{a}\right] = \frac{A}{2c}\ln\left(\frac{a+c}{a-c}\right) = \frac{A}{2c}\ln\left[\frac{1+c/a}{1-c/a}\right] =$$

$$= \frac{A}{2c} \cdot 2\,\mathrm{arcth}\frac{c}{a} = \frac{A}{\frac{1}{2}shd}\,\mathrm{arcth}(thd) = 2A\frac{d}{shd}, \quad E_{ex}^{int} = -4\frac{A}{A}\left(\frac{d}{shd}\right) \Rightarrow d = \frac{X_1 - X_2}{A}$$

E_{ex}^{int} – exch. interaction energy of two 1D-solitons = 1D domain walls
с $q_1 q_2 = -1$ (pair of Dw: $q_1 q_2 = -1$ or 360° 1D-Dw).
Нашли 1D-DW interaction paper scanned to Ruben.

С 1 и 10. в Diantzun „Oarso Car" — смена дорожных тормозных дисков.

(5/VI) Переписка с Ориг.: ченка research Ikerbasque/MINECO 2013-21 – AFM spintronics, ICM-inv. talk Finocchio (ссылка PRB'18-tomasello et al. doi сайт-проб, or cosq), topol. charge в Nat. Comm. MS Berganza. // Ikerbasque отчет publications 2015-18. Получил JEMS reg fee factura от R. Verba → на оплату. Переписка с Mailiann Ориг.:

(6/VI) Подг. Ikerbasque res. report и publication report for June 2015 – June 2018.

(7/VI) Работа с Julian: SolSkyMag conf. dinner, ужин во время Irene, J. отменил different conf. info via Tourist. office Donostia и newspaper interview с Arrate. J. сказал об open PhD stipend Call – Gobierno Vasco – посм. и contact Ricardo
Работа с Arantza: подписан ETH Zurich на информационный contract на July 2018 → письмо e-mail to Ann Mertiner. С 1 в Carrefour Diantzun. Забрали Printings-MCA.

→ Сделано до Sol-SkyMag. Conf. (до June 17): ~~•1) financial Izaskun + reservation MagIC~~ •2) contact Ricardo + PhD stipend appl.; •3) отдал Verba и Нино JEMS factures Antxoni ~~•4) информация postdoc extension – Arantza~~; •5) Зенгардт computers by RISE-project ~~•6) Offer to PSE 2013 to Miguel-UPV/EHU~~; •7) закончить Ikerbasque отчет до June 14 + Future Research plan •8) подг. Izaskun/Ikerbasque appl. RISE secondment K.Grus на July 15 – Aug. 31. ~~•9) подг. Ikerbasque meeting – June 14.~~ •10) сделать JMMM-proof с Ref.-на Fuerfa-acknowl.

Продление postdoc contract Arantza to July 31, 2018.

(8/VI) Напомн. to Ricardo о GV-stipend appl. (deadline is June 21).

(9-10/VI) Отчет год отчет-Ikerbasque. поиск недостающих Abstracts – SolSkyMag abs book

(11/VI) подсчет Saldo-RISE project → посылка Izaskun. E-mails Ainhoa, Ricardo, Ruben.

(12/VI) Запросил на сумм. secondments Maitane, Verba (negative RISE saldo из-за не-ухождения secondments х-400€). Переписка с Camlay, Chantrelle, Gerst-update Conf. program.

(13/VI) Ikerbasque meeting in Txakkoli-Bodega. Bizkaiya (40% women, altmetrics, индекс. на раб. место, 151 IRP, ERC appl.). Ikerbasque отчет.

(14/VI) переверстка версии SolSkyMag в англ. Закончил и подал Ikerbasque-отчет.

(15/VI) корректура версии conf. флаеров. Emails.

(16/VI) подготовка Keynote conf. Sol-SkyMag 2018

(17/VI) подпись. к конференции Sol-SkyMag 2018

(18/VI) Открытие Sol SkyMag 2018. Речь vice-rectorado Gipuzkoa Campus. Ю. Эрад 4.135€ cash у А. – 9.000€ (у меня 1000 + 1080€). UPV/EHU.

(19/VI) Ориг. Beach 470, Goldensky 470, Aslanov 470, stamps 20, конт(30-реал) = 1.480. Л. отменила А. -100€, Ю. (Garg) + 300, Ант. Cat-m. (+30)

(20-21/VI) Sol-SkyMag. Conf. dinner, trip, Good-bye party. (Всем спасибо)

Cash 15.525€ (14.980 в кассе, 10€ Ю. обед, 15€ – Л., 20€ К. обед).

Escaneado con CamScanner

(23/VII) Л. Вашата среща Андреево и Лиле Илиевци по 350 € (всего 700 €).

(24/VII) С Л. Ю., Цеперен Л. в Сеговия и Зорита (trobboli + храни). Л. Вашата среща J. Zaffra 400 € (300 € дам до conf. като аванс)

(25/VII) Работа над Bergamasco Pf - Skyrmion Nat. Com. Replies Referees (послан) С Л. в Ereski + Urdul, обобщения теория С М. Krawczyk и U. Feiza) Кандидат модел. new RISE (upgrade grant CONSTANTO) - ICT-project

План (от 28/III):

1) Paper Sk-MPD no-fields - Subm. Materials, Oct. 12
2) Sk-mass calculation via SW - $M_V(t)$
3) Vortex barriers in FM, Co dots - Peppa, Zaragoza
4) AF-DW dynamics - Ruben, Boris, new PhD student
5) Sk $M(H_x)$ in dots, Sk-Stability - Arantxa, pinned comp.
6) SW-DW Scattering - Ureña - Adv El Mat. - subm. Oct 5
7) Art. Skyrmions - Fiez Nat. Phys. - Subm. → Nat. Com.
8) Fun. extreme trips Thomas, Marilian (MagIC) и Оксана Гиез (MINECO), Slavin (SAIDIEN)
9) CONSTANTO, cash, буут. уреж. кафе и з/па: Ю., Л., регистр. Mila, Catamaran
10) Revision Skyrm-Pf bd Nat. Com - Bergamasco
11) $\Phi_0(S)$ states, $N \geq B$ Skyrmion transform, $\Phi_0(S,t)$-dyn.
12) Contact „Chase" Bank
13) Nagasaki trips to Mainz и Киев (?) conf. JEMS и Magnonics (hotel, bus, tickets)
14) Appl. на нов MagIC secondment July 15 - Aug. 31, и external sec. - Dobrovolskiy, Vavk
15) New RISE (repeat CONSTANTO) и ICT European grant appl.
16) Проверете quadruple Sk-moments - Zakhrea (вече), new Sk-chain PSS paper.
17) Nonlocal Sk-eqs. и Arrott-talk to Udvik
18) MINECO grant отчет (до 7/VII), Arnhem - publ. relations-interview (до July 20)

(26/VI) Сделан 2.000 € to Julian Gonzalez и 300 € Izan. Commap talk I. Bakonyi „GMR in ML and granular films". Registered for COST Action „Nanoscale coherent devices for superconducting quantum technologies" — „Nanocohybri". Новоприет invited talk на COST meeting Braga, Portugal, Oct. 7-12, 2018. E-mails to Оксана Вткаченко (MagIC), S. Saki (пратих link to PDF „Skyrmion string dynamics"). С Л. „Carrefour" market. Пит. обяд „Mag. Skyrmions".

(27/VI) E-mails to Verba и Izaskun (Mailian secondment). COST passw: Kostya Gus 25. Sci. Rep. Editor duties. E-mail to Slavin (n° сила).

(28/VI) Започнете docs на пресечението к COST action. Update Ikerbasque web-site.

(29/VI) С Л. в „Carrefour" „Lidl" Обаберрия. Changes of MS text, Suppl. info + Replies to Referees of Pf-Skyrmion MS Nat. Comm. Secondment O. Dobrovolskiy (?)

(30/VI) нагоре и надолу Miriam et al. changes to Pf-Skyrmion MS. бутон CONSTANTO

(1/VII) Нарушена, Skype - Dobrovolskiy, secondment 2 months MagIC - 3/па. CONST. Hermann (COST, 2 вс. почина), Dobrovolskiy. Сбор сноубордове, кубове, Зеин. Б-ния.

(2/VII) Reminder Sol-SkyMag - fee to Mailian. Нарушена с Dobrovolskiy, Izaskun - secondment Skyrmion cost. С Л. и A. „Lidl" Hermann.

(3/VII) Sent Dobrovolskiy secondment to Izaskun, нарушена с Miriam - Pf - Nat. Com. С Л. на нова Сидерица. E-mail Verba - JEMS one-year. Интервю Mainz - fee до July 9(!) Купих airtickets К. Л. „Ryanair" Madrid ⇄ Frankfurt Int. на 2-9 Sept. 2018.

(4/VII) E-mail to Arantxa. CONSTANTO Bank statements Jan.-June 2018. Един на review APL-vortex MS by Riveros (deadline - July 14). E-mails to Dobrovolskiy - secondment. Register JEMS 2018 - Започна фактура 500 € conf. fee.

(5/VII) Meet. с Arantxa: ел нагоре. Figs + captions към MS for „Materials". Започ UPV/EHU о обществен contract UPV/EHU (Julian project) и DIPC to support PhD student Ricardo. Julian сказа дадох евро UPV/EHU - Stipend. Нагоре Antxon на ОИС. JEMS conf. fee. Skype Dobrovolskiy. Оксана 300 € Magnonics' Kiev. Reminder Mailian 280 € conf. fee. нагоре Sol SkyMag Cash.

(6/VII) Deposit to Bankia (9.660 €) conf. fee. Послан (500 € Инна Ивчин дълг заем

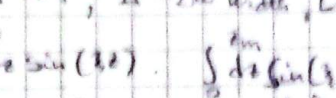
(1/VIII) Hamiltonian Introduction / Page SW-DW scattering paper. Hoenan revised MS to Igor (see Fig. 3). Skype с Igor: обсуждение SW-DW, спецификация вклад PI в ICT-European proposal с учетом моего и предыдущих финансовых данных.

(2/VIII) Получил информацию КОНТАКТЕ от Igor. Дальнейшие планы. SW-DW scat

Два SW-DW scattering amplitude $B(k,k)$ и $\Gamma(k,k)$ от 27/III с графиками (Single SW) $2\pi\delta(q) + L_x\delta_{q0}$, $L_x/\Delta \gg 1$, Δ - SW width, L_x sample length

$$I_1(\xi) = \int_0^{L_x/\Delta} dz \sin(\xi z) 4z^2 = \frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)} + \frac{2}{\xi} + 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z) - \int_0^{2\pi} dz \sin(\xi z) = \frac{1}{\xi}(1-\cos 2\pi\xi)$$

$z_m = L_x/\Delta \gg 1$, $\xi = q\Delta$, $q = K_x - k_x$ $\quad I_1(\xi) = \frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi}\cos(2\pi\xi)$



$$F(K,k) = \frac{L_x}{\Delta}(1+Kk\Delta^2)\delta_{q0} - \frac{\pi\xi}{\sh(\pi\xi/2)} - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)} + \xi I_1(\xi) +$$

$$-i(1+Kk\Delta^2)I_1(\xi) = (1+Kk\Delta^2)\left[\frac{L_x}{\Delta}\delta_{q0} - iI_1(\xi)\right] + \xi\left[I_1(\xi) - \frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)}\right] - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)} =$$

$$= (1+Kk\Delta^2)\frac{L_x}{\Delta}\delta_{q0} - iKk\Delta^2 I_1(\xi) - iI_1(\xi) + \xi\left[-\frac{2}{\xi}\cos 2\pi\xi\right] - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \cos(qx) = \left|\begin{matrix} q\Delta = \xi \\ x/\Delta = z \end{matrix}\right| = 2\Delta\int_0^\infty dz \cos(\xi z) = 2\pi\delta(q) = L_x\delta_{q0}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} dx(\cdot) = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} dx(\cdot)$$

$$\frac{L_x}{\Delta}\delta_{q0} - iI_1(\xi) = 2\int_0^\infty dz \cos(\xi z) - i\left[\frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi} + 2\int_0^\infty dz \sin(\xi z)\right] =$$

$$= 2\int_0^\infty dz\, e^{-i\xi z} + i\left[\frac{2}{\xi} - \frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)}\right]$$

$$F(K,k) = (1+Kk\Delta^2)\left[2\int_0^\infty dz\, e^{-i\xi z} + i\left(\frac{2}{\xi} - \frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)}\right)\right] - 2\cos(\xi z_m) - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)}$$

$$\int_0^\infty dz\, e^{-i\xi z} = \left(-\frac{1}{i\xi}\right)e^{-i\xi z}\Big|_0^{z_m} = \frac{i}{\xi}\left(e^{-i\xi z_m} - 1\right), \quad 2\int_0^{z_m} dz\, e^{-i\xi z} + i\left(\frac{2}{\xi} - \frac{\pi}{\sh(\cdot)}\right) = \frac{i}{\xi}\left(e^{-i\xi z_m} - 1\right)2 +$$

$$+ \frac{2i}{\xi} - \frac{\pi i}{\sh(\pi\xi/2)} = \frac{2i}{\xi}e^{-i\xi z_m} - \frac{\pi i}{\sh(\pi\xi/2)} = \frac{2i}{\xi}\left[\cos(\xi z_m) - i\sin(\xi z_m)\right] - \frac{\pi i}{\sh(\pi\xi/2)} =$$

$$= \frac{2i}{\xi}\left[\cos(\xi z_m) - \frac{(\pi/2)\xi}{\sh(\pi/2\,\xi)}\right] + \frac{2}{\xi}\sin(\xi z_m)$$

$$F(K,k) = (1+Kk\Delta^2)\left[\frac{2}{\xi}\sin(\xi z_m) + \frac{2i}{\xi}\left(\cos(\xi z_m) - \frac{(\pi\xi/2)}{\sh(\pi\xi/2)}\right)\right] - 2\cos(\xi z_m) - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)}$$

$\xi^2 = q^2\Delta^2 = (K-k)^2\Delta^2 = (K^2+k^2+2kK)\Delta^2$. $2Kk\Delta^2 = (K^2+k^2)\Delta^2 - \xi^2$. $\frac{\sin Nx}{\sin(\frac{x}{2})} = 2\pi\delta(x)$, $N\to\infty$

$$\underline{F(K,k)} = (1+Kk\Delta^2)\frac{2}{\xi}\sin(\xi z_m) - 2\cos(\xi z_m) + \frac{2i}{\xi}(1+Kk\Delta^2)\left[\cos(\xi z_m) - \frac{\pi\xi/2}{\sh(\pi\xi/2)}\right] - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)}$$

$$\frac{\sin Nx}{\sin(\frac{x}{2})} = \frac{\sin Nx}{(x/2)}\frac{(x/2)}{\sin(x/2)} = 2\pi\delta(x), \text{ т.е. } \frac{\sin Nx}{x} \underset{N\to\infty}{=} \pi\delta(x), \text{ when } N\to\infty$$

Точнее $\delta_n(x) = \frac{\sin nx}{\pi x} = \frac{1}{2\pi}\int_{-n}^{n} dt\, e^{ixt}$, $\delta_n(x) \underset{n\to\infty}{=} \delta(x)$, $\frac{\sin(\xi z_m)}{\xi} = \pi\delta(\xi)$ at $z_m\to\infty$.

$$F(K,k) = (1+k^2\Delta^2)2\pi\delta(\xi) - 2\cos(\xi z_m) + \frac{2i}{\xi}(1+Kk\Delta^2)\left[\cos(\xi z_m) - \frac{\pi\xi/2}{\sh(\pi\xi/2)}\right] - \frac{i}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)}$$

$$\frac{2}{\xi}(1+Kk\Delta^2)[\ldots] - \frac{\pi}{2}\frac{\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)} = \frac{2}{\xi}\left[1 + \frac{1}{2}(K^2+k^2)\Delta^2 - \frac{1}{2}\xi^2\right]\left[\cos\xi z_m - \frac{\pi\xi/2}{\sh(\cdot)}\right] - \frac{\pi}{2}\frac{\xi^2}{\sh(\cdot)} =$$

$$= \frac{2}{\xi}\left[1 + \frac{1}{2}(K^2+k^2)\Delta^2\right]\left[\cos\xi z_m - \frac{\pi\xi/2}{\sh(\pi\xi/2)}\right] - \xi\cos\xi z_m$$

$F(K,k)$ - не путать Eq. (4) used in MS

$$F(K,k) = \frac{L_x}{\Delta}(1+k^2\Delta^2)\delta_{q0} - \left(1+\frac{i}{2}\xi\right)\frac{\pi\xi}{\sh(\pi\xi/2)} + \left[\frac{2}{\xi} - i(kK\Delta^2+1)\right]\left[\frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi}\cos(\xi z_m)\right]$$

$$\underline{F(K,k)} = \frac{L_x}{\Delta}(1+k^2\Delta^2)\delta_{q0} - \frac{1}{2}\frac{\pi\xi^2}{\sh(\pi\xi/2)} - i(1+Kk\Delta^2)\left[\frac{\pi}{\sh(\pi\xi/2)} - \frac{2}{\xi}\cos(\xi z_m)\right] - 2\cos(\xi z_m)$$

→ Расчет $F(K,k)$ готовый.

при $\xi = 0, q = 0$, $F(K,k) = \frac{L_x}{\Delta}(1+k^2\Delta^2) - 2 \approx \frac{L_x}{\Delta}(1+k^2\Delta^2)$, т.к. $L_x/\Delta \gg 1$.

(2/VIII) Zubkov направил revised SK-hot chain GM dynamics MS Q^m_2 - Skyrmion Проверка eqs. for moments Q^m_2 give skyrmion dynamics. Q^m_2 - Skyrmion charge

Q^m_2 в Отчете 31/I 17г., 6-12/III 17г., 3-15/IV 17г.

P_z в Eq. (9) в бутыли нормиров. поверхн. дает со 2-го раза. Видно $P_z \sim \mu^0_z = 2c^2\ln(1+\frac{1}{c^2})$ - dot average magnetization static. Здесь $\operatorname{div}\vec{m}$ (face $= \vec{m}\cdot\vec{n}$, $\vec{n} = \begin{cases} \hat{z} & z>0 \\ -\hat{z} & z<0 \end{cases}$ внешн. нормаль, $z \in [-h/2, h/2]$ - centered coordinate system. Note: Bulk charge density $\rho = -\operatorname{div}\vec{m}$, Surface ch. density $\sigma = -\operatorname{Div}\vec{m} = (\vec{m}\cdot\vec{n})$ - разные знаки 11/IV 17г.

Escaneado con CamScanner

Multipole moments $Q_\ell^m = \left(\frac{4\pi}{2\ell+1}\right)^{1/2} \int d^3\vec{r}\, \rho(\vec{r})\, r^\ell\, Y_\ell^m(\hat{\vec{r}})$, $Y_\ell^m = \left(\frac{2\ell+1}{4\pi}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\, P_\ell^m(\cos\theta) e^{im\varphi}$

$Q_\ell^m = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} \int_{dot} d^3\vec{r}\, \rho(\vec{r})\, r^\ell\, P_\ell^m(\cos\theta) e^{im\varphi}$, $\rho(\vec{r}) = -\operatorname{div}\vec{m}$ Bulk, $\hat{\rho}(\vec{r}) = (\vec{m}\cdot\vec{n})$ Surface

$\vec{n}$ - external normal to the particle surface. $\vec{n} = \hat{\rho}$ или $\hat{n} = \pm\hat{z}$ face. $z = (\vec{m}\cdot\vec{n})$, side surf.

Если dot is thin $\beta = h/R \ll 1$, то $\vec{m}(\vec{r}) \neq f(z)$.

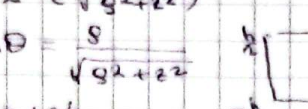
$Q_\ell^m = \sqrt{(\ell)}\int dz \int d^2\rho\, \hat{\rho}(x,y)(\rho^2+z^2)^{\ell/2} P_\ell^m(\cos\theta) e^{im\varphi}$, $\hat{\rho}(\vec{r}) = \hat{\rho}(x,y)$, upon the surface

face charges $\hat{\rho}(\vec{r}) = (\vec{m}\cdot\vec{n}) = m_z(\vec{\rho})\operatorname{sign}(z)$, где $\vec{n} = \operatorname{sign}(z)\hat{z}$. $\cos\theta = \frac{z}{r}$, $\beta = \frac{h}{R}$

h - dot thickness

$y_\ell^m(\beta) = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} dz\, (\rho^2+z^2)^{\ell/2} P_\ell^m\left(\frac{z}{\sqrt{\rho^2+z^2}}\right)$ - Boggeman, Ch. 8/II 2017 г.

$\cos\theta = \frac{z}{(\rho^2+z^2)}$, $\sin\theta = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2+z^2}}$



Beg. R: $\rho \in [0,1]$, $z \in [-\frac{\beta}{2}, \frac{\beta}{2}]$

$I_z = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} dz\, f(z) = \Phi(z)\Big|_{-\beta/2}^{\beta/2}$ ($\beta \to 0$), $\Phi' = f(z)$

$= \Phi(\beta/2) - \Phi(-\beta/2) = \Phi(0) + \Phi'(0)\frac{\beta}{2} - \left[\Phi(0) - \Phi'(0)\frac{\beta}{2}\right] =$

$= \Phi'(0)\beta = f(0)\beta$ at $\beta \to 0$, если $\Phi(z)$ is analytic at $z \approx 0$.

$y_\ell^m(\beta) \underset{\beta\to 0}{\approx} \rho^\ell P_\ell^m(0)\beta$. $P_\ell^m(0) = 0$, если $\ell+m$ = odd. $P_\ell^m(0) = (-1)^{\frac{\ell-m}{2}} \frac{(\ell+m-1)!!}{(\ell-m)!!}$, $\ell+m$ is even

[Arfken, Legendre functions, 12.5.3]

Т.е. for thin dots $\beta \ll 1$, только $Q_\ell^m \neq 0$ если $\ell+m$ = even (bulk and side surf. charges)

8/II 17г. Целина убеждение, что $Q_\ell^m \neq 0$ только при ℓ=odd (и вообще!).

$\ell = 1$, $m = \pm 1$, $Q_1^{\pm 1} \neq 0$. $\ell = 2$, $m = 0, \pm 2$ $Q_2^0, Q_2^{\pm 2} \neq 0$.

$Q_\ell^m = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} \int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(x,y) e^{im\varphi} y_\ell^m(\beta) = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} \int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi) e^{im\varphi} \rho^\ell \cdot \beta P_\ell^m(0) \sim \beta$, $\ell+m$ = even

$Q_\ell^m(\beta\to 0) = \beta \left(\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}\right)^{1/2} P_\ell^m(0) \int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi)\rho^\ell e^{im\varphi}$, $\ell+m$ = even, $\hat{\rho} = -\operatorname{div}\vec{m}$ - bulk

$\hat{\rho} = (\vec{m}\cdot\vec{n}) = m_\rho$ - side surf.

Q_ℓ^m - multipole moments for any $\vec{m}(\vec{\rho})$ for bulk и side surf. charges thin dots $\beta \to 0$.

Valid for vortices, Bloch and Neel Skyrmions.

$P_1^m(0) = \frac{1}{2}$, $P_1^{-1}(0) = (-1)\frac{2!}{2\cdot 1!\, 0!} = (-1)$. $P_\ell^m(0) = (-1)^{\frac{\ell-m}{2}} \frac{(\ell-m)!}{2^\ell \left(\frac{\ell-m}{2}\right)!\left(\frac{\ell+m}{2}\right)!}$ - не верно

$Q_1^{+1} = \beta\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2}\int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi)\rho e^{i\varphi}$, $Q_1^{-1} = \beta\sqrt{2}(-1)\int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi)\rho e^{-i\varphi}$

$P_\ell^{-m}(x) = (-1)^m \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!} P_\ell^m(x)$, $P_1^{-1}(x) = (-1)\frac{1}{2} P_1^{+1}(x)$ - не совпад. с $P_\ell^m(0)$.

$P_1^m(0) = 1$, $P_1^{-1}(0) = (-1)\frac{(-1)!!}{2!!} = (-1)\frac{(-1)!!}{2} = -\frac{1}{2}$, если $(-1)!! = 1$.

$Q_1^{+1} = \beta\frac{1}{\sqrt{2}}\int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi)\rho e^{i\varphi}$, $Q_1^{-1} = \beta\sqrt{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi)\rho e^{-i\varphi} = -\frac{\beta}{\sqrt{2}}\int d^2\vec{\rho}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi)\rho e^{-i\varphi}$

$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*} \Rightarrow Q_\ell^{-m} = (Q_\ell^m)^*(-1)^m$.

Для случая face charges (14/II 2017 г.) все иначе, $Q_\ell^m(face) \neq 0$ только если $\ell+m$=odd.

$Q_\ell^m(face) = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}\left[1-(-1)^{\ell+m}\right]\int d^2\vec{\rho}\, e^{im\varphi}(\rho^2+\beta^2/4)^{\ell/2} P_\ell^m\left(\frac{\beta/2}{\sqrt{\rho^2+\beta^2/4}}\right) m_z(\rho,s)$

$\ell = 1$, $m = 0$ $Q_1^0(face)$; $\ell = 2$, $m = \pm 1$, $Q_2^{\pm 1}(face) \neq 0$.

Но $Q_1^0(face) = M_s V/\mu_0 + O(s^2)$, а $Q_2^{\pm 1}(face) \sim s$, и именно на $Q_2^{\pm 1}(face)$ dynamic face nucleation

в Гареева / J. phys. Commun. 2018 и Ph. St. Sol. 2018. $Q_2^{\pm 1}$ из-за sk-effect, т.к. для вортексов $m_z(\rho)$

$Q_2^{\pm 1}(face) \neq 0$ вероятно из-за small vortex core. Но $Q_1^0(n) Q_1^0(n')$ interaction надо учит. из-за $Q_1^0(skyrm) \neq 0$. Для coupled vortices Q_1^0 вероятно [PRB' 13] из-за small vortex.

Вывод: Volume и side surface charges дают $Q_1^{\pm 1} \neq 0$, Q_2^0, $Q_2^{\pm 2} \neq 0$, а face charges дают Q_1^0 и $Q_2^{\pm 1}(face) \neq 0$ для skyrmion dots, $\beta \ll 1$.

Для coupled vortices $Q_{\ell\neq 0}^{\pm 1}$, ℓ = odd - задают low dynamics [PRB' 2013] in thin dots.

Escaneado con CamScanner

Charges Q_2^0, Q_2^{1s} induced by charges (Bulk, Side surface charges).

$Q_2^0 = \beta P_2^0(0) \int d^2s' \hat{s}(s,\varphi) s'^2 e^{i0\cdot\varphi}$ $\quad \hat{s}(s,\varphi) = -\,div^3$ bulk, $\hat{s}(s,\varphi) = m_s$ s. surf

$\zeta(s,\varphi) = e^{i\Phi_0 \cdot (s\cdot\varphi)/c}$ $\quad div^3 = \frac{1}{(1+ss)^2} Re\left(\frac{\partial \zeta}{\partial s}\right) = \frac{1}{(1+ss)^2} Re\, \frac{1}{a} e^{i\Phi_0} = \frac{1}{c}\frac{\cos\Phi_0}{(1+ss)^2}$

$\frac{\partial \zeta}{\partial s} = \frac{1}{c} e^{i\Phi_0}$

$Q_2^0(bulk) = \beta P_2^0(0) \int d^2s' s'^2 (-1) \frac{1}{c}\frac{\cos\Phi_0}{(1+ss)^2} = -\frac{4\pi}{c}\beta \cos\Phi_0 P_2^0(0) \int d^2s' \frac{s'^2}{(1+ss)^2}$

$P_2^0(0) = (-1)\frac{1!!}{2!!} = -\frac{1}{2}$, $\quad Q_2^0(bulk) = 2\pi\beta\cos\Phi_0 \int_0^\infty ds' \frac{s'^2}{(1+ss)^2}$

$\frac{1}{ss} = \frac{1}{c^2}\frac{1}{|r-s|^2} = \frac{1}{c^2}\left[s^2 - 2rs\cos(\varphi-\varphi_s) + r^2\right]$

In the plane $s=c$ $\quad Q_2^0(bulk) = \frac{2\pi}{c}\beta\cos\Phi_0 \int_0^\infty ds' \frac{s'^2}{(1+s'^2/c^2)^2} = 4\pi\beta\cos\Phi_0 \int_0^\infty ds \frac{s^2}{(1+s^2/c^2)^2} =$

$= |s^2/c^2 + 1| = 2\pi\beta c^3 \cos\Phi_0 \int_0^{r^2} \frac{t^2}{(1+t^2)^2}$ (substitute) $= 2\pi\beta c^3\cos\Phi_0 \left[-\frac{t}{2(1+t^2)} + \frac{1}{2}\arctg t\right]_0^{r^2/c^2} =$

$= 2\pi\beta c^3\cos\Phi_0 \left[-\frac{1}{2}\frac{r^2/c^2}{(1+r^2/c^4)} + \frac{1}{2}\arctg\frac{1}{c^2}\right] = \pi\beta\cos\Phi_0 c^3\left[\arctg\left(\frac{1}{c^2}\right) - \frac{c^2}{1+c^4}\right]$

$Q_2^0(bulk, s=0) = \pi\beta\cos\Phi_0 c^3\left[\arctg\left(\frac{1}{c^2}\right) - \frac{c^2}{1+c^4}\right]$

Comp. of $\vec{r}$ (1+): $\quad m_s = Re(m_+ e^{-i\psi}) = \frac{2}{1+ss} Re\left[\zeta e^{-i\psi}\right] = \frac{2}{c}\frac{1}{1+ss} Re\left[e^{i(\Phi_0-\psi)}(s-s_0)\right] =$

$= \frac{2}{c}\frac{1}{1+ss} Re\left[\cos\psi + i\sin\psi\right]\left[x - s_x + i(y-s_y)\right] = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+ss)}\left[\cos(\Phi_0-\psi)(x-s_x) + \sin(\Phi_0-\psi)(y-s_y)\right]$

$Q_2^0(Side\ surf.) = \beta P_2^0(0)(\dots) \int ds \int d\varphi(\dots)$ - side surface integrals per unit area equivalent to bulk charges

Sk. side surf. charge

$Q_\ell^m(s,s_1) = \sqrt{(\cdot)} \int ds \int d\varphi s^{l+2}(s^2+r^2)^{\ell/2} P_\ell^m(\cos\theta) e^{im\varphi} m_s \delta(s-1)$, $\quad \beta = m_s \delta(s-1)$

$Q_\ell^m(s,s_1) = \sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} \int ds \int d\varphi (1+s^2)^{\ell/2} P_\ell^m\left(\frac{s}{\sqrt{1+s^2}}\right) e^{im\varphi} m_s = \sqrt{(\cdot)} \int d\varphi e^{im\varphi} m_s J_\ell^m(\beta) =$

$= \sqrt{(\cdot)}\beta P_\ell^m(0) \int d\varphi e^{im\varphi} m_s$, $\quad \int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi} m_s = \frac{2}{c}\int d\varphi e^{im\varphi}\left[\cos(\Phi_0-\psi)(s-s_x) - \sin(\Phi_0-\psi)(s-s_y)\right]_{s=1}$

$= \frac{2}{c}\int d\varphi e^{im\varphi}\left[\cos(\Phi_0-\psi)(s\cos\varphi - s_x) - \sin(\Phi_0-\psi)(s\sin\varphi - s_y)\right] \cdot \frac{c^2}{\left[1+s^2+|s|^2-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right]} =$

$= 2c\int d\varphi e^{im\varphi}\frac{\left[\cos\Phi_0 - |s|\cos\Phi_s\cos(\Phi_0-\varphi) + |s|\sin\varphi_s\sin(\Phi_0-\varphi)\right]}{\left[1+c^2+|s|^2-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right]} = 2c\int d\varphi e^{im\varphi} \times$

$\times \frac{\left[\cos\Phi_0 - |s|\cos(\Phi_0-\varphi+\varphi_s)\right]}{\left[1+c^2+|s|^2-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right]}$, $\quad Q_\ell^m(s,s_1) = 2c\int d\varphi e^{im\varphi}\frac{\left[\cos\Phi_0 - |s|\cos(\varphi-\varphi_s-\Phi_0)\right]}{\left[1+c^2+|s|^2-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right]}$ for BBack in Neal-Sk ($\Phi_0=\pm\frac{\pi}{2}$) ($\Phi_0=0,\pi$)

$\varphi - \varphi_s = \varphi'$, $\quad e^{im\varphi} = e^{im(\varphi_s+\varphi')}$, $\quad \int_{-\varphi_s}^{2\pi-\varphi_s} d\varphi(\dots) = \int_0^{2\pi} d\varphi'(\dots)$

$Q_\ell^m(s,s_1) = 2c\, e^{im\varphi_s}\frac{\sqrt{(\cdot)}\beta P_\ell^m(0)}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi}\frac{\left[\cos\Phi_0 - |s|\cos(\varphi-\Phi_0)\right]}{\left[1+c^2+|s|^2-2|s|\cos\varphi\right]}$

$Q_\ell^m(s,s_1) = 2c\beta\sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} P_\ell^m(0) e^{im\varphi_s}\int d\varphi \frac{\left[\cos\Phi_0 - s\cos(\varphi-\Phi_0)\right]}{\left[1+c^2+s^2-2s\cos\varphi\right]} e^{im\varphi}$, $\quad$ Side. Surf. charges, $\quad$ age $|s|\to s$, $\quad \ell+m = even$

$\frac{1}{1+c^2+s^2-2s\cos\varphi} = \frac{1}{(1+c^2)}\frac{1}{1+\left(\frac{s^2-2s\cos\varphi}{1+c^2}\right)} = \frac{1}{(1+c^2)}\left[1 - \frac{s^2-2s\cos\varphi}{1+c^2} + \frac{4s^2\cos^2\varphi}{(1+c^2)^2} + O(s^3)\right]$

$Q_\ell^m(s,s_1) = \frac{2c\beta}{1+c^2}\sqrt{\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} P_\ell^m(0) e^{im\varphi_s}\int d\varphi e^{im\varphi}\left[\cos\Phi_0 - s\cos(\varphi-\Phi_0)\right]\left[1 + \frac{2s\cos\varphi}{1+c^2} - \frac{s^2}{1+c^2} + \frac{4s^2\cos^2\varphi}{(1+c^2)^2}\right]$

$Q_2^0(s,s_1) = \frac{2c\beta}{1+c^2} P_2^0(0)\int d\varphi\left[\cos\Phi_0 - s\cos(\varphi-\Phi_0)\right]\left[1 + \frac{2s\cos\varphi}{1+c^2} - \frac{s^2}{1+c^2} + \frac{4s^2\cos^2\varphi}{(1+c^2)^2}\right] =$

$= \frac{2c\beta}{1+c^2} P_2^0(0)\int d\varphi\left[\cos\Phi_0\left(1 - \frac{s^2}{1+c^2} + \frac{4s^2\cos^2\varphi}{(1+c^2)^2}\right) - s\cos(\varphi-\Phi_0)\frac{2s\cos\varphi}{1+c^2}\right] = \frac{2c\beta}{1+c^2} P_2^0(0) \times$

$\times \int d\varphi\left[\cos\Phi_0(\dots) - \frac{2s^2}{1+c^2}\cos^2\varphi\cos\Phi_0\right] = (\cdot)\times\cos\Phi_0\int d\varphi\left[1 - \frac{s^2}{1+c^2} + \frac{4s^2\cos^2\varphi}{(1+c^2)^2} - \frac{2s^2\cos^2\varphi}{1+c^2}\right] =$

$= (\cdot)\times\cos\Phi_0\,\pi\left[2 - \frac{2s^2}{1+c^2} + \frac{4s^2}{(1+c^2)^2} - \frac{2s^2}{1+c^2}\right] = (\cdot)\times 2\pi\cos\Phi_0\left[1 - \frac{2s^2}{1+c^2} + \frac{2s^2}{(1+c^2)^2}\right]$

$Q_2^0(s,s_1) = \frac{2c\beta}{(1+c^2)} P_2^0(0)\cdot 2\pi\cos\Phi_0\left[1 - \frac{2s^2c^2}{(1+c^2)^2}\right]$ $\quad \left(P_2^0(0) = -1/2\right)$, quando impongo side surf. charges

$Q_2^0(s=0) = Q_2^0(bulk) + Q_2^0(s,s_1) = \pi\beta\cos\Phi_0 c^3\left[\arctg\frac{1}{c^2} - \frac{c^2}{1+c^4}\right] - \frac{c\beta 2\pi\cos\Phi_0}{(1+c^2)}$

Escaneado con CamScanner

Total $Q_2^0(s=0) = \pi p \cos P_0 \left[c^3 \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{c^2} - \frac{c^3}{1+c^4} \right) + \frac{2c}{1+c^2} \right]$, $Q_2^0(s) = Q_2^0(s=0) + d|s|^2$

т.е. $Q_2^0(n) Q_2^0(n')$ dot coupling nego gruzerbar b $\beta_{int} \sim s^2$, linear dynamics

ans. $Q_1^0(n) Q_1^0(n')$ coupling as surface charges. // Возьмем $Q_2^0(s) \sim \cos P_0$,

т.е. конкурентная борьба Neel-Sk с $\Phi_0 = 0, \pi$.

At $s=0$ $Q_2^{\pm 2}(s.s.) \sim e^{\pm i 2\Phi_s} \frac{\beta c}{(1+c^2)} \cos P_0$, $Q_2^{\pm 2}(Bulk)\Big|_{s=0} \sim \beta \int \vec{\rho}\, \vec{\rho}^{\,2} e^{\pm i 2\varphi} \frac{1}{c} \frac{\cos P_0}{(1+\rho\bar{\rho})^2} = 0$

Total $Q_2^{\pm 2}(s=0) \sim \cos P_0 \neq 0$ за счет side surface charges - нет.

$Q_2^{\pm 2}(\text{side surf.}) \sim \beta \cos P_0 e^{\pm i 2\Phi_s} \int \rho\, e^{\pm i 2\varphi} = 0$ at $s=0$ $\quad Q_l^{\pm 1} \sim s$, $l=1,2$

т.е. $Q_2^{\pm 2}(s.s.) = O(s^2)$ и $Q_2^{\pm 2}(Bulk) = O(s^2)$. Total $Q_2^{\pm 2} = O(s^2)$

$U_{int} \sim Q_l^m Q_{L-l}^{M-m}$, $Q_1^0\{Q_{L-1}^M\} = Q_1^0 (Q_1^0 + Q_2^0 + Q_1^{\pm 1} + Q_2^{\pm 1} + Q_2^{\pm 2})$

$L \in 3$, т.к. $\sim 1/D^{L+1}$ $\quad Q_1^1\{Q_{L-1}^{M-1}\} = Q_1^1 (Q_1^{-1} + Q_1^0 + Q_1^1 + Q_2^0 + Q_2^{\pm 1} + Q_2^{\pm 2})$

$Q_2^1 (Q_1^0 + Q_1^{\pm 1} + Q_2^M)$, $Q_2^0 (Q_1^0 + Q_1^{\pm 1})$, $Q_2^{\pm 2} (Q_1^0 + Q_1^{\pm 1})$

Возможные interact. terms: $\underbrace{Q_1^0 Q_1^0}_{\text{dip-dip}} + \underbrace{Q_1^0 Q_2^0 + Q_1^0 Q_2^{\pm 2}}_{\text{dip-quadr}} + \underbrace{Q_1^{\pm 1} Q_1^{\pm 1}}_{\text{dip-dip}} + \underbrace{Q_2^{\pm 1} Q_1^{\pm 1}}_{\text{dip-quadr.}}$ (уже учтен в J Pb Gonitz)

(Slice $\sim s^2$)

Далее делаем акцент на dip-quadr interaction terms $Q_2^{\pm 1} Q_1^{\pm 1}$.

Т.к. $Q_2^0(s) = Q_2^0(0) + d|s|^2$; $Q_2^{\pm 2} = \gamma |s|^2$, $Q_1^0 = Q_1^0(0) + \delta |s|^2$, $\to 0$

→ надо учит. dip-quadr. terms $Q_1^0 Q_2^0$ и $Q_1^0 Q_2^{\pm 2}$ (!!). $Q_2^0 \sim \cos P_0$

Вообще и $Q_2^{\pm 2} \sim s^2 \cos P_0$.

$Q_1^0 Q_2^0 = [c_n + d s_n^2][b_n + \gamma s_{n'}^2] = (\text{static}) + d b_n s_n^2 + \gamma s_{n'}^2 c_n \to$

(n) (n') renormalization of $\varkappa_n$ и $\varkappa_{n'}$ - self-energies of n, n' - dot. // Здесь: $Q_1^0 Q_2^0$, $Q_1^0 Q_2^{\pm 2}$ интегрир. через $\Sigma_{nn'}(\cdot)$

$Q_1^0 Q_2^{\pm 2} = [c_n + d s_n^2] \delta s_{n'}^2 = c_n \delta s_{n'}^2 \to$ renorm. energy $\varkappa_n$ of n-dot

Т.е. члены $Q_1^0 Q_2^0$, $Q_1^0 Q_2^{\pm 2}$ lead to renormalization ω_G, сдвигу $\omega(k)$ расчет на величину $\neq f(k)$. // Λ. носители кнаб. Λ.D. тяж и ноне 11 kg $\approx 3 \in$

(3/VIII) Сделал корр. в тексте / comments и послал revised Skyrmion dot chain ($P_n = \pm 1$)

MS-то Zukowa. Отдых дома. Блины.

(4/VIII) Trip с Λ., W., J. to Sunnia Cliffs, ужин в Zarautz.

(5/VIII) Отдых дома. Блины. Forwarded Wna doc-transfer Nailan. В/ки. Wna до July 18.

(6/VIII) Плюс Отто с Λ., W., J. Pintxos, vino in Donostia, parte Vieja.

(7/VIII) „Erotski" Urbik с Λ., W. Отдых дома. Блины

(8/VIII) **Sk-stability ∞-film**

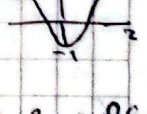
A.O. Leonov et al. The properties of isolated chiral Skyrmions in thin magn. films

New J. Phys. 18 (2016) 065003. ∞-film of finite thickness „d".

Sk-radius r_s. Если $r_s > d$ (thick film) $H_2 = H^{(e)} - 4\pi M_s$ (невероятно, это $d \to 0$ limit)

Если $r_s \gg d$ (ultrathin film, Pt/Co/Ir) $H_2 = H^{(e)}$, $H_m \approx 0$ (невероятно).

Axisymmetric Skyrmions $\Theta(r)$, $\Phi(\varphi) = \Phi_0 + \varphi$, $\Theta(0) = \pi$, $\Theta(\infty) = 0$

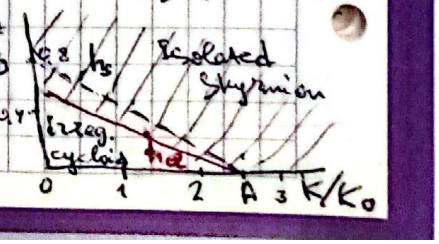


Есть баланс в анизотропии Constant K, $K \to K + 2\pi M_s^2$ дает Neel-Sk,

что вероятно для bulk Neel-Sk и невероятно для films.

Parameters $\beta = 2\pi r / L_D$, $h(H_0) = H/H_D$, $k = K/K_0$ in 2-Euler eq. для $\Theta(r)$

$L_D = \frac{4\pi A}{|D|}$, $\mu_0 H_D = D^2/(2AM_s)$, $K_0 = D^2/4A$.



MPD h-K/K₀: metastable isolated Sk at $h > h_s$ (strip-out field)

No isolated-Sk can exist (metastable) at $h_{cr} < h < h_s$, где

h_{cr} - переход ко helicoid (cycloid) 1D modulated state.

Critical Point A: $h=0$, $K/K_0 = 2.67$. Metastable skyrmions exist only at $K/K_0 > 2.67$ ($H_z=0$)

$K > 2.67 K_0 = 2.67 \frac{D^2}{4A}$, $D^2 < \frac{1}{2.67} 4AK \to D < D_c = \frac{2}{\sqrt{2.67}}\sqrt{AK} = \frac{4}{3.268}\sqrt{AK}$.

Ответ: $D_c^f = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}$. для ∞-film.

Нам $D_c^s = 1.223\sqrt{AK}$, а у Leonov NJP'16 $D_c = 1.224\sqrt{AK} < D_c^s$ на 4% (!?)

Т.е. при $H_z=0$, metastable skyrmions in ∞-film exist at $D < D_c = 1.224\sqrt{AK}$ близко до $D=0$.

Note: 1) $H_{collapse} = \infty$ в continuum model (при ненулевом $H_z>0$ кроме Sk-core $m_z(0) = -1$ согласно Leonov'16 тоже неограничен Sk to $m_z=+1$ Sk и ⊥ SD) – невероятно; 2) equil. sk-size $\eta_0 = \frac{L_D}{2\pi}\frac{d_2}{d_3\frac{K}{K_0} + \frac{H}{H_D}2d_4} = \frac{2A}{D}\frac{d_2}{d_3\frac{4AK}{D^2} + 2d_4\frac{H^2\mu_0 AM_s}{D^2}}$

$\eta_0 = \frac{d_2 D}{d_3 2K + d_4 2\mu_0 H_z M_s}$, d_n = const, что согл. с аналит. eqs. Aranda'18, Tomasello'18.

3) metastable Sk at $0 < D < D_c$ Leonov'16 согл. с MPD-Kiselev'11, где $D_c = 0.5 D_c^s$, ($H_z=0$)

но D_c(Leonov'16) $= 0.96 D_c^f$, D_c(Kiselev'11) $= 0.5 D_c^s$, $D_c^f = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK}$.

→ Вывод: 1) metastable Skyrmions [Leonov'16] at $0 < D < D_c$, at $H_z=0$, ∞ film;
2) невероятное утверждение о magnetostatics ∞-film — не согласуется на MPD

См. Comments к Leonov NJ Phys'16 от 24/VIII 2017 г.

9/VIII Lilz' Hermann: Купили bus tickets Toledo → Madrid Barajas – Sept. 2 себе и Л. Вернул бортовую BB-карту "Alcobendas" на 9–11/IX. Надо к 3 сент. comments on Sk. chain MS. ($P_n = \pm 1$)

10/VIII Sk-stability ∞-film: Skyrmion ∞-film

1) Начало 2/VIII 17 г. Что DW ansatz $\cos\Theta = \text{th}\left(\frac{r-R_s}{\Delta}\right)$ дает $r_s = \frac{\Delta}{\sqrt{1-\Delta^2}}$, $\Delta = \frac{d}{d_c}$ equilibr. и $E_s/(2\pi AL) = 4\sqrt{1-(d/d_c)^2}$, r_s, Δ в eq. $l = \sqrt{A/K}$, $d_c = \frac{4}{\pi}$ – сравн. с Kravchuk PRB'18 Neel-Sk is metastable at $d < d_c$, $d \to d_c - 0$. В пределе $d \to 0$, $\frac{r_s}{\Delta} \to 1$ много сжатая конфа, т.к. DW-ansatz неверен at $\frac{r_s}{\Delta} \approx 1$. $d = D\ell/A$.

2) Начальное расчет 9–10/XII 17 г. Sk-stability in DeBonte ansatz with DMI

3) 14/XII Comments к Bomerd-Mantel [arXiv] Sk-stability ∞-film

4) 23, 26/XII 17 г. – вывод E_{DMI} DeBonte ansatz и $d^2(\xi)$, $\xi = r_0/\Delta$ – reduced Sk-radius

5) 2/I $\xi_0(d)$ с двумя equil. вариантами (?)

6) 5/I сравнение моделей Skyrmions in ∞-film и один вариант $\xi_0(d)$

Вычислил расчет Skyrmion stability in ∞-film 5/I 18 г., но так и не могу вернуться вернуться зависимость $\xi_0(d)$, $r_s(d)$, где d – is reduced DMI strength.

Энергия within DeBonte ansatz $\text{tg}\frac{\Theta}{2} = e^{-f(r)}$, $f(r) = \ln\frac{r}{r_0} + \frac{1}{\delta}(r-r_0)$, $\frac{1}{A} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{\delta}$

в eq. $(2\pi AL)$: $E_{DeB} = 4 + \underbrace{\left(1-\frac{\Delta}{r_0}\right)^2 \ln\left(1+e^{2r_0/\Delta}\right)}_{E_{ex}} + \underbrace{\Delta^2 \ln\left(1+e^{2r_0/\Delta}\right)}_{E_{anis}} - \underbrace{d r_0 F(x)}_{DMI}$,

$\xi = \frac{r_0}{\Delta}$, $x = \xi - 1$. Сумма $E_{DB}(r_0, \Delta)$ – или $E_{DB}(r_0, \delta)$ – функционал двух переменных x, r_0 – Sk-radius и $\Delta(\delta)$ Sk-width.

$\underline{E_{DB}(\xi, \Delta)} = 4 + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2 \ln\left(1+e^{2\xi}\right) + \Delta^2 \ln\left(1+e^{2\xi}\right) - d\Delta\xi F(x)$, См. 23/XII 17 г.

$F(x) = \int_0^\infty d\vartheta \left[\frac{(1+x\vartheta)}{\text{ch}f} - \frac{\text{sh}f}{\text{ch}^2 f}\right]$, $f = f(\vartheta, x) = \ln\vartheta + x(\vartheta - 1)$, $F(x)$ неаналитична при $x = \xi - 1$. $x \to 0$.

Новый расчет 23/XII 17 г. показал, что $E_{ex}(\xi) = 4 + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2 \ln\left(1+e^{2\xi}\right)$ хорошо аппроксимируется $\forall \xi$.

$E_{an}(\xi, \Delta) = \Delta^2 \ln\left(1+e^{2\xi}\right)$ очень хорошо аппроксимируется при $\xi > 2$ и разумно при $\xi < 2$, $d \to 0$.

$E_{an}(\xi, \Delta) = \int_0^\infty dr_z \sin^2\Theta = \Delta^2\xi^2 \int_0^\infty \frac{d\vartheta\vartheta}{\text{ch}^2 f(\vartheta, x)} = \Delta^2\xi^2 F_a(x)$, $F_a(x) = \int_0^\infty \frac{d\vartheta\vartheta}{\text{ch}^2 f(\vartheta, x)}$

$E_{DB}(\xi, \Delta) = 4 + \left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2 \ln\left(1+e^{2\xi}\right) + \Delta^2\xi^2 F_a(x) - d\Delta\xi F(x)$, $x = \xi - 1 = \frac{r_0}{\Delta} - 1 = r_0/\xi$.

Вернемся к eq. $l = \sqrt{A/K}$. $\left(1-\frac{1}{\xi}\right)^2 = \frac{1}{\xi^2}(\xi-1)^2 = \frac{x^2}{\xi^2}$. $\Delta\xi = r_0$ – переменные r_0, ξ variables

DeBonte, ∞-film

$\mathcal{E}_{DB}(z_0,\xi) = 4 + (1-\frac{1}{\xi})^2 \ln(1+e^{2\xi}) + z_0^2 F_a(x) - d z_0 F(x)$, $x = \xi - 1$,

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z_0} = 2 z_0 F_a(x) - d F(x) = 0$, $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \xi} = \frac{2}{\xi^2}(1-\frac{1}{\xi})\ln(1+e^{2\xi}) + (1-\frac{1}{\xi})^2 \frac{2}{1+e^{-2\xi}} + z_0^2 \frac{\partial F_a}{\partial x} - d z_0 \frac{\partial F}{\partial x} = 0$

$F_a(x) = \frac{d}{2 z_0} F(x)$, $F_a'(x) = \frac{d}{2 z_0} F'(x) \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \xi} = \frac{2}{\xi^2}(1-\frac{1}{\xi})\ln z + (1-\frac{1}{\xi})^2 \frac{1}{1+e^{-2\xi}} - \frac{1}{2} d z_0 F'(x) = 0$,

$\ln F_a(x)$ не больше чем ln. equilibrium (z_0, ξ). $\Rightarrow$ нет больше

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \xi} = \frac{2}{\xi^2}(1-\frac{1}{\xi})\ln z + (1-\frac{1}{\xi})^2 \frac{2}{1+e^{-2\xi}} - z_0^2 F_a'(x) = 0$ ур-е на (z_0, ξ)

$F_a(0) = \int_0^\infty \frac{d\varsigma\, \varsigma}{\operatorname{ch}^2 f(\varsigma,0)} = \Big| f(\varsigma,0) = \ln\varsigma,\ \operatorname{ch} f = \frac{1}{2}(e^f + e^{-f}) = \frac{1}{2}(\varsigma + \frac{1}{\varsigma}) \Big| = 2\int_0^\infty \frac{d\varsigma\, \varsigma}{(\varsigma+\frac{1}{\varsigma})^2} =$

$= 4\int_0^\infty \frac{d\varsigma\, \varsigma^3}{(\varsigma^2+1)^2}$ расходится как $\ln \varsigma_m$, $\varsigma_m \to \infty$. Ш-го не сходимо с ∞-film, $\mathcal{E}(\xi_D)_{D=0} = 0$.

$F_a'(x) = \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\infty \frac{d\varsigma\, \varsigma}{\operatorname{ch}^2 f} = \int_0^\infty d\varsigma\, \varsigma \frac{(+1)}{\operatorname{ch}^3 f} \operatorname{sh} f \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left[\ln\varsigma + x(\varsigma-1)\right] = -\int_0^\infty d\varsigma\, \varsigma(\varsigma-1)\frac{\operatorname{sh} f}{\operatorname{ch}^3 f}$; $\operatorname{sh} f(\varsigma,0) = \frac{1}{2}(\varsigma - \frac{1}{\varsigma})$

$F_a'(0) = -\int d\varsigma\, \varsigma(\varsigma-1)\frac{1}{2}\frac{(\varsigma-1/\varsigma)}{(\varsigma+1/\varsigma)^3}\frac{1}{8} = -4\int_0^\infty d\varsigma\, \varsigma^3 \frac{(\varsigma-1)(\varsigma^2-1)}{(\varsigma^2+1)^3} \sim \int_0^\infty d\varsigma$ расходится как ς_m. $\varsigma_m \to \infty$

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \xi} = 0$ at $\xi \to 1$ предел $z_0^2(\xi \to 1) \to 0$. $\xi \to 1$ соотв. $d = 0$, т. е. $z_0(d \to 0) \to 0$.

Окончат. variables ξ и Δ как в Dec. 2017:

$\mathcal{E}_{DB} = 4 + (1-\frac{1}{\xi})^2 \ln(1+e^{2\xi}) + \xi^2 \Delta^2 F_a(x) - d\Delta\xi F(x)$ — sk. energy DeBonte ans.

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Delta} = 2\Delta\xi^2 F_a(x) - d\xi F(x) = 0$, $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \xi} = \frac{2}{\xi^2}(1-\frac{1}{\xi})\ln z + (1-\frac{1}{\xi})^2 \frac{2}{1+e^{-2\xi}} + 2\xi\Delta^2 F_a + \xi^2\Delta^2 \frac{\partial F_a}{\partial x} -$

$- d\Delta F(x) - d\Delta\xi \frac{\partial F}{\partial x} = 0$, $\xi \neq 0$, $\xi \geq 1$. $2\Delta\xi F_a(x) = dF(x)$, $\Delta(\xi) = \frac{d}{2\xi}\frac{F(x)}{F_a(x)}$, $2(..)$

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \xi} = [e_x.] + 2\xi F_a \frac{d^2}{4\xi^2}\frac{F^2}{F_a^2} + \xi^2 F_a' \frac{d^2}{4\xi^2}\frac{F^2}{F_a^2} - dF\frac{d}{2\xi}\frac{F}{F_a} - d\xi F'\frac{d}{2\xi}\frac{F}{F_a} = 0$

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z_0} = [e_x] + \frac{1}{2}d^2\frac{F}{F_a}\left[\frac{1}{\xi}F + \frac{1}{2}F_a'\frac{F}{F_a} - \frac{F}{\xi} - F'\right] = [e_x] + \frac{1}{2}d^2\frac{F}{F_a}\left(\frac{1}{2}\frac{F_a'}{F_a}F - F'\right) = 0$

ур-е на $\xi(d)$ или $d^2(\xi)$: $\frac{2}{\xi^2}(1-\frac{1}{\xi})\ln(1+e^{2\xi}) + (1-\frac{1}{\xi})^2\frac{2}{1+e^{-2\xi}} = \frac{1}{2}d^2\frac{F}{F_a}\left(F' - \frac{1}{2}F\frac{F_a'}{F_a}\right)$

$d^2(\xi) = 2F_a\left[\frac{2}{\xi^2}(1-\frac{1}{\xi})\ln z + (1-\frac{1}{\xi})^2\frac{2}{1+e^{-2\xi}}\right]\frac{1}{F(x)\left[F'(x) - \frac{1}{2}F(x)\frac{F_a'(x)}{F_a(x)}\right]}$, $x = \xi - 1$.

— это уравнение не удобно для вычислений

При вычислении $\mathcal{E}_{ex}$ и обозначая $d^2(\xi)$ от 23/XII 17г. в рамках DeBonte ansatz

$\mathcal{E}_{ex}$ примет вид $F_a(\xi) = \frac{1}{\xi^2}\ln(1+e^{2\xi}) = F_a(x)$ как в DeBonte'73, но $F_a'(x) = -\frac{2}{\xi^3}\ln z +$

$+ \frac{1}{\xi^2}\frac{2}{1+e^{-2\xi}}$, $d^2(\xi) := \frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial \xi}\frac{\frac{2}{\xi^2}\ln z}{F\left[F' - \frac{1}{2}F\left\{-\frac{2}{\xi} + \frac{2}{(1+e^{2\xi})\ln z}\right\}\right]} = \frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial \xi}\frac{2\ln z}{F\left[F' + \frac{2}{2}\frac{F}{\xi} - \frac{2}{2}\frac{F}{\ln z}\right]}\frac{1}{\xi^2}$

$d^2(\xi) = \frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial \xi}\frac{2\ln z}{\xi^2 F\left[F' + \frac{1}{\xi}F - \frac{F}{(1+e^{-2\xi})\ln z}\right]}$, $z = 1+e^{2\xi}$, z_0 соотв. $c\,d(\xi)$ от 23/XII 17г. $(1+e^{-2\xi})$

$d^2(\xi) = \frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial \xi}\frac{2F_a(x)}{F(x)\left[F'(x) - \frac{1}{2}F(x)\frac{F_a'(x)}{F_a(x)}\right]}$, $\frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial \xi} = \frac{2}{\xi^2}(1-\frac{1}{\xi})\ln z + (1-\frac{1}{\xi})^2\frac{2}{1+e^{-2\xi}}$.

∞-film Зависимость $d^2(\xi)$ equilibrium, или $\xi_0(d^2)$. $\Delta_0(\xi) = \frac{d}{2\xi}\frac{F(x)}{F_a(x)}$ — equil. Δ_0 Sk. width $\xi \to \xi_0(d^2)$.

$\xi = z_0/\Delta$ — Sk radius DeBonte ansatz.

$f(z) = \ln\frac{z}{z_0} + \frac{1}{\Delta}(z - z_0) = \ln\frac{z}{z_0} + (\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{z_0})(z - z_0) = \ln\frac{z}{z_0} + \frac{1}{\Delta}(z - z_0) + 1 - \frac{z}{z_0} = \ln\frac{z}{z_0} + \frac{z}{\Delta} - \frac{z}{z_0} + 1$

$f(x) = \ln\frac{z}{z_0} + \frac{1}{z_0}(z - z_0) = \ln\frac{z}{z_0} + x\left(\frac{z}{z_0} - 1\right) \Rightarrow f(\varsigma, x) = -\ln\varsigma + x(\varsigma - 1)$, $\varsigma = z/z_0$

$\mathcal{E}_{ex} \sim \int dz\, z\left[\left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2 + \frac{1}{z^2}\sin^2\theta\right]$ не удобен. При $z \to \varsigma = z/z_0$ и не забывать от z_0, а

11/XII $\mathcal{E}_{ex}(\xi)$ дважды. Посредством $d^2(\xi)$ вычислить. Зависит от $x = \xi - 1$.

$F(x) = \int_0^\infty \frac{d\varsigma}{\operatorname{ch} f}\left[1 + x\varsigma - \operatorname{th} f\right]$, $F_a(x) = \int_0^\infty \frac{d\varsigma\, \varsigma}{\operatorname{ch}^2 f}$, $f = f(x,\varsigma) = \ln\varsigma + x(\varsigma - 1)$, $x = \xi - 1$, $\xi = z_0/\Delta$.

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z_0} = \frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial z_0} + \frac{1}{2}d^2\frac{F}{F_a^2}\left[\frac{1}{2}F_a'F + F'F_a\right] = 0$ даст $z_0(d)$.

Watch Cad „Stryzmien-stability. dat" нашел, что при точке у края Ean изгибы $\xi\Delta$ минимум. Осталось $d(\xi)$. $\xi(d)$ зона 2.4/I нет. Need Sk is metastable $d \in [0, d_c]$

$z_0, z_0(d)$ расходятся при $d \to d_c = 4\pi$, $\Delta_0(d) \to \Delta_0(d_c)$ конечно. Сравнение DeBonte

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

(13/VIII) Начинаем Str-stability in ∞-film MS. Бинн. DeBonte ∞-film

(14/VIII) С.А. на Ольгинка и „Lidé" Начинаем Str.-stability ∞-film.

Ат $d \to 0$ $\xi = 1 + O(d^2)$ из $\partial\xi/\partial\xi = 0$, $\Delta(\xi) = \frac{d}{2\xi}\frac{F(x)}{F_a(x)}$, $F(x\to 0) = 4$, но $F_a(x)$ $\to \infty$ ат $x \to 0$, $\xi \to 1$. Нашли вид сингулярности $F_a(x)$ ат $x \to 0$, тогда $\Delta(d)$ найдем.

Если $F_a(x\to 0) \sim \frac{a}{x^\alpha}$, $\alpha > 0$ из $\Delta(\xi)$ следует $\Delta(d) \sim d^{1+2\alpha}$ неинтересно при $d \ll 1$.

Check $y = \xi x$ substitution.

Other limit $\xi_s(d) \to \infty$, $d \to d_c \to 0$, Eam(ξ, Δ) в другом формате DeBonte работает и для $d^2(\xi)$, можем использ. ур. 23/XII 17г.

$$\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) - \frac{\xi F}{\ln(1+e^{2\xi})}\frac{1}{1+e^{-2\xi}}\right]_{\xi\to\infty} = \frac{\partial}{\partial\xi}(\xi F) - \frac{F}{2} = \xi F'(x) + \frac{1}{2}F(\xi)$$

Ср. 26/XII 17г. $F(x\gg 1) = \pi + 2e^{-x}$ $F'(x\gg 1) = -2e^{-x} \to 0$

$$d^2(\xi) \underset{\xi\to\infty}{\cong} \frac{\frac{1}{\xi^2}\ln(1+e^{2\xi}) + 1}{\xi F'(x) + \frac{1}{2}F(x)} \quad \frac{4\ln(1+e^{2\xi})}{\xi F(x)} = \frac{2/\xi + 1}{\xi(-2)e^{-x} + \frac{1}{2}(\pi + 2e^{-x})} \cdot \frac{8\xi}{\xi(\pi + 2e^{-x})} =$$

$$= \left(\frac{8}{\pi\xi}\right)\frac{1 + 2/\xi}{\frac{\pi}{2} - 2\xi e^{-x}} \quad \frac{8}{\pi} = \frac{16}{\pi^2}\frac{1 + 2/\xi}{1 - \frac{4}{\pi}\xi e^{-x}} = d_c^2\left(1 + \frac{2}{\xi}\right), \quad 1 + \frac{2}{\xi} = \left(\frac{1}{d_c}\right)^2 - \text{же} \; \xi \to 0, \; 1 + \frac{2}{\xi} > 1$$

$d/d_c < 1$.

$$\left(1 - \frac{1}{\xi}\right)\frac{1}{\xi^2}\ln(1+e^{2\xi}) + \left(1 - \frac{1}{\xi}\right)^2 \frac{1}{1+e^{-2\xi}} \underset{|\xi\to\infty|}{=} \left(1 - \frac{1}{\xi}\right)\frac{2}{\xi} + \left(1 - \frac{1}{\xi}\right)^2 = \frac{2}{\xi} - \frac{2}{\xi^2} + 1 - \frac{2}{\xi} + \frac{1}{\xi^2} =$$

$$= 1 - \frac{1}{\xi^2} \quad d^2(\xi) = d_c^2\left(1 - \xi^{-2}\right), \quad \left(\frac{d}{d_c}\right)^2 = 1 - \frac{1}{\xi^2}, \quad \xi_s(d) = \frac{1}{\sqrt{1 - (d/d_c)^2}} \text{ – результат.}$$

DeBonte $\Delta = d/d_c$, $d_c = 4/\pi$ и при $\xi \gg 1$. $\xi_s(\text{DeB}) = 4\sqrt{1 - (d/d_c)^2}$ совп. с ξW-model 2/XII 17г.

(15/VIII) Registered for ERC-grantee Workshop, Bilbao, Sept. 20 и hotel Bilbao 20/21/IX с маршрутом в аэропорт Bilbao. (с А.) кушать

Str-$\Delta(d)$ и $\xi_s(d)$ at $d \to 0$ определяются поведением $F_a(x) = \int_0^\infty \frac{d\xi\xi}{\operatorname{ch}^2 f(\xi,x)}$ при $x \to 0$, $f(\xi,x) = \ln\xi + x(\xi-1)$ $\xi = \tau/\tau_s$

$$\operatorname{ch} f(\xi,x) = \frac{1}{2}e^{f} + \frac{1}{2}e^{-f} = \frac{1}{2}e^{\ln\xi + x(\xi-1)} + \frac{1}{2}e^{-\ln\xi - x(\xi-1)} = \frac{1}{2}\xi e^{x(\xi-1)} + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi}e^{-x(\xi-1)} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{\xi}e^{-x(\xi-1)}\left[\xi^2 e^{2x(\xi-1)} + 1\right], \quad \frac{1}{\operatorname{ch}^2 f} = \frac{4\xi^2 e^{2x(\xi-1)}}{\left[\xi^2 e^{2x(\xi-1)} + 1\right]^2} = -\frac{4}{x}\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{\left[\xi^2 e^{2x(\xi-1)} + 1\right]}$$ тег

$$F_a(x) = \int_0^\infty d\xi\xi(-4)\frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{\left[\xi^2 e^{2x(\xi-1)} + 1\right]} = -\frac{4}{x}\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\infty \frac{d\xi\xi}{\left[\xi^2 e^{2x(\xi-1)} + 1\right]} + \text{упростим}, \; F_a = -\frac{4}{x}\frac{\partial F_1}{\partial x}$$

$$F_1(x) = \int_0^\infty \frac{d\xi\xi}{\left[\xi^2 e^{2x(\xi-1)} + 1\right]} = \int_0^\infty \frac{d\xi\xi}{\left[a^2\xi^2 e^{2x\xi} + 1\right]}, \quad a = e^{-x} \geq 0, \quad x\xi = y \quad \xi = y/x$$

$$F_1(x) = \int_0^\infty \frac{dy\,y}{x^2}\frac{1}{\left[a^2\frac{y^2}{x^2}e^{2y} + 1\right]} = \int_0^\infty \frac{dy\,y}{\left[a^2 y^2 e^{2y} + x^2\right]}, \quad F_1(x\to 0) \to 0 \text{ как } -\ln x \; (?).$$

Сингулярность $F_a(x)$ при $x \to 0$ очень не линейная, т.к. Eam $= \Delta^2\xi^2 F_a(x) \to 0$ при $\begin{matrix} x\to 0 \\ \Delta \to 0 \end{matrix}$.

DeBonte $f(\tau_s, \delta, \tau) = \ln\frac{\tau}{\tau_s} + \frac{1}{\varepsilon}(\tau - \tau_s)$, если $\xi = \frac{\tau}{\tau_s}$ (23/XII 17г.), $f(\xi, x) = \ln\xi + (\xi-1)x$, $x = \frac{\tau_s}{\delta}$, $\xi = \frac{\tau_s}{\Delta}$.

Оставим variables ξ и Δ. $f(\tau) = \ln\left(\frac{\tau}{\xi\Delta}\right) + \left(\frac{\tau_s}{\tau}\right)\tau - x = \ln\left(\frac{\tau}{\xi\Delta}\right) + \frac{x}{\xi\Delta}\tau - x$, $\xi\Delta = \tau_s$

Eam$(\xi,\Delta) = \int_0^\infty d\tau\tau\sin^2\theta = \int_0^\infty \frac{d\tau\tau}{\operatorname{ch}^2 f(\tau,\xi\Delta)}$ – сингулярность moved to $f(\tau, \xi\Delta)$. $\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\xi\Delta}(\xi-1)$

$$E_D(\xi,\Delta) = -d\int_0^\infty d\tau\left[\frac{(1+2\delta)}{\operatorname{ch} f} - \frac{\operatorname{sh} f}{\operatorname{ch}^2 f}\right], \quad f(\tau, \xi\Delta, x) = \ln\left(\frac{\tau}{\xi\Delta}\right) + \left(\frac{\xi-1}{\xi\Delta}\right)\tau - (\xi+1)$$

$E_{\xi W}(\xi,\Delta) = E_{ct}(\xi) + E_{am}(\xi,\Delta) + E_D(\xi,\Delta)$, $\frac{\partial E}{\partial\Delta} = 0$ сильно усложнится по сравнению с перенормировкой $\xi = \tau/\tau_s = \tau/(\xi\Delta)$ used before, т.к. Δ сидит внутри $f(\tau, \xi\Delta, \xi)$.

MathCad дает $F_a(x) = F_a(1) - 1.3\ln x$ и $F_a(x) = \frac{F_a(1)}{x^{2/3}}$ – одинаково хорошо опис $F_a(x)$ в интервале $x \in [0.1, 1.0]$. значение $x = \tau_s/\Delta$ не имеет физ. смысла в контин. модели.

$$\Delta(\xi \to 1) = \frac{1}{2}\frac{d}{\xi}\frac{F(x\to 0)}{F_a(x\to 0)} \cong \frac{d}{2}\frac{4}{F_a(1)}x^{2/3} = \frac{2}{F_a(1)}d(\xi-1)^{2/3}, \quad \xi(d) = 1 + \lambda d^2 \text{ at } d\to 0$$

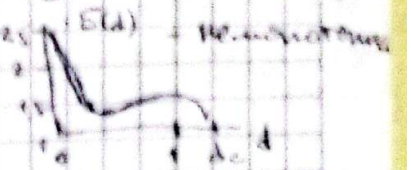
$\Delta(d) = \frac{2\lambda^{2/3}}{F_a(1)}d^{2/3}$, $\tau_s(d) = \xi\Delta(d) \cong \frac{2\lambda^{2/3}}{F_a(1)}d^{2/3}$ при $d \to 0$ в отличие от $\tau_s \sim d$, $\Delta \sim d$ ξW model.

Найти λ.

Выбирая $\xi_k(d) = 1 + \lambda d^2$ расчет ξ_k можно свести к расчету $\xi(1) = \frac{1}{\sqrt{1-4\lambda c^2}}$ для модели

ξ_k задана вершина $\tau_s(d)$ — width $\Delta(d)$ при $d < 1$ расчет ξ_k можно свести к расчету $\xi(1)$ для модели

(6 стр. 15 строк) $\tau_s(d) \to d$, $\Delta(d) \to 1$ при $d \to \infty$



Можно (только) ξ_k width вершина $\delta(d) = \Delta(d) \cdot d$

(Нефизична width ξ_k при $d < 1$ $\delta(d) = \Delta(d) \cdot d$)

$\delta > \Delta$, $\delta(d)$ немонотонна, $\delta(d) = \Delta(d_c) \cdot 1$ "точка" при $d = d_c$

(16/VIII) M3NECO отлет за 1,5 года. Email группе "Single-chain Monte Carlo Nodal Cem. Dielectric" комментарии Referee + [illegible] co-authors Mosh. Conf. Rome, July 2019 invited [illegible] PRA paper Log Jobs, Updated Uberbaque [illegible] Site. Bern

(17/VIII) Solution M3NECO отлет. Email Gurana об ошибке coordinates $\xi \wedge R_{ee}^2$ Olaberria. Bern. Ok, yes

(18/VIII) Skyrmion energy вершина при $d \to 0$ (с поправкой $\sim d^2$) Static ξ_k, Dynamic ξ_{kin}

$$\varepsilon_{DB}(d) = 4 + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right)^2 \ln(1+e^{2\xi}) + \xi^2 \Delta^2 F_a(\tau) - d\Delta\xi F(\tau) = 4 + \lambda^2 d^{4/3} \ln(1+e^2) +$$

$$+ \frac{4\lambda^{4/3}}{F_a^2(1)} d^{4/3} - d\,\frac{2\lambda^{2/3}}{F_a(1)} d^{2/3} \approx 4 - \frac{2\lambda^{2/3}}{F_a(1)} d^{10/3}, \quad \text{для модели } \xi_{kin} = 4\left[1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{\lambda^2}\right]$$

$$F_a(\tau) = \int_0^\infty ds\, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \xi(\tau, s)}, \quad \xi(\tau s) = \ln s + \tau(s-1), \quad \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \xi} = 1 - \operatorname{th}^2 \xi \approx \left| \xi \gg 1, \tau \to \infty \right|$$

$$\operatorname{th}\xi(s, \tau \to \infty) = \frac{\operatorname{th}(\ln s) + \operatorname{th}[\tau(s-1)]}{1 + \operatorname{th}(\ln s)\operatorname{th}[\tau(s-1)]}, \quad \operatorname{th}(\ln s) = \frac{e^{2\ln s} - 1}{e^{2\ln s} + 1} = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 1} = a < 1$$

$$\operatorname{th}\xi = [a + \tau(s-1)][1 - a\,\tau(s-1)] = a^2 + \tau(s-1)(1-a), \quad \operatorname{th}^2\xi = a^2 + 2\tau(1-a)(s-1)$$

$$1 - \operatorname{th}^2\xi = 1 - a^2 - 2\tau(1-a)(s-1), \quad 1 - a^2 = \frac{(s^2-1)^2}{(s^2+1)^2} + 1 = \frac{4s^2}{(s^2+1)^2}$$

Интеграл по ds равен 1 - $\operatorname{th}^2\xi$ расходится

$\operatorname{ch}\xi = \operatorname{ch}(\ln s)\operatorname{ch}[\tau(s-1)] + \operatorname{sh}(\ln s)\operatorname{sh}[\tau(s-1)]$, по расходимости в пред на $\tau < 1$ не годится

Правые variables $\xi = \frac{\tau_s}{\Delta}$ и τ_s. $\varepsilon(\xi, \tau_s) = 4 + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right)^2 \ln(1+e^{2\xi}) + 2\xi^2 F_a(\tau) - 2\tau_s F(\tau)$, $\xi \to \infty$

Выделяем $d^2(\xi)$ сингулярное, на $\tau_s(\xi) = \frac{1}{2} d \frac{F(\tau)}{F_a(\tau)}$. Найдем λ в $\xi(d) = 1 + \lambda d^2$, $\lambda > 0$

Устр-е на ξ из $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = 0$ $2F_a^2 \varepsilon'_{e_x}(\xi) = d^2 F \left[F F_a - \frac{1}{2} F F'_a\right]_{d=0}, d \to 0$

$$\frac{\partial \varepsilon_{e_x}}{\partial \xi} = \frac{2}{5^2}\left(1 - \frac{1}{5}\right)\ln(1+e^{2\xi}) + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right)^2 \frac{2}{1+e^{-2\xi}} \approx \frac{2}{5^2}(5-1)\ln(1+e^2) = 2\lambda d^2 \ln(1+e^2)$$

$$F_a(\tau) = \frac{F_a(1)}{\tau^\alpha}, \quad \tau \to 0, \quad 2F_a^2(1)\frac{1}{\tau^{2\alpha}} \quad 2\lambda d^2 \ln(1+e^2) = d^2 F(0)\left[F'(0)\frac{F_a(1)}{\tau^\alpha} - \frac{1}{2}F(0)F_a(1)\frac{(-\alpha)}{\tau^{\alpha+1}}\right]$$

$\frac{d^2}{\tau^\alpha} << \frac{d^2}{\tau^{\alpha+1}}$ при $\tau \to 0$ и $\frac{d^2}{\tau^{2\alpha}} = c\,\frac{d^2}{\tau^{\alpha+1}}$ Это совпадение при $2\alpha = \alpha + 1$, $\alpha = 1$

Для $\alpha = 2/3$. Вершина, $\xi(d \to 0) = 1 + d^2\lambda$ неверно. Если $d^2(\xi) = \varphi(\xi)$ не знаем то $\xi(d^2)$ аналитична по d^2. Иначе $\xi(d) = 1 + \lambda d^\beta \to 2F_a^2(1)\frac{1}{\tau^{2\alpha}} \frac{2}{5}\lambda d^\beta \ln(\cdot) = \frac{d}{d}F^2(0)F_a(\tau)\frac{d^2}{\tau^{\alpha+1}}$

$\chi = \xi - 1 = \lambda d^\beta \quad \frac{d^\beta}{d^{2\beta\alpha}} = \frac{d^2}{d^{\beta(\alpha+1)}}$, $\beta - 2\beta\alpha = 2 - \beta(\alpha+1)$, $2\beta = 2 + \beta\alpha$, $\beta = \frac{2}{(2-\alpha)}$

И если $\alpha = 2/3$, $\beta = \frac{2}{2 - 2/3} = \frac{2}{4/3} = \frac{3}{2}$ $d^2 = \varphi(\xi)$ аналитична, а $\xi(d)$ аналитична

$\frac{\partial \varepsilon_{e_x}}{\partial \xi} = \frac{2}{5^2}\chi \ln(1+e^2)$, $d^2(\xi - 1) = 2\ln(1+e^2)\chi \quad 2F_a^2/\tau^{2\alpha}$ Все ясно

$F_a = F_a(1)$ $F_a(\tau) = \frac{F_a(1)}{\tau^\alpha}$, $F_a(1) = 1,121$. $d^2(\xi - 1) = 2\ln(1+e^2)\chi \quad 2F_a^2 \quad 2\chi^{\alpha+1}$ $\Rightarrow$

$$F(0)\left[F'(0)\frac{F_a}{\tau^\alpha} - \frac{1}{2}F(0)\frac{F_a(\tau)}{\tau^{\alpha+1}}\right] = 8\ln(1+e^2)\frac{F_a}{F(0)}\tau^{2-\alpha}, \text{ т.е. } d^2(\tau) \sim \tau^{2-\alpha}$$

$d^2(\tau)$ аналитична от $d \le 2$. $d^2(\tau \to 0) = a\tau^{2-\alpha}$, $d^2 = a(\xi - 1)^{2-\alpha}$, $d^\beta = a^{1/(2-\alpha)}(\xi - 1) = b(\xi - 1)$

$\xi(d \to 0) = 1 + \frac{1}{b}d^\beta$, $\beta = \frac{2}{(2-\alpha)}$, $b = a^{1/(2-\alpha)}$ $a = 8\ln(1+e^2)\frac{F_a(1)}{F^2(0)} = \frac{1}{2}\ln(1+e^2)F_a(1)$

$\xi(d)$ аналитична при $d \le 2$, т.е. решение $\xi(d^2) = 1 + \lambda d^2$ расходится при $d = 2$

Отсюда $\beta = 2$ и $d = 1$ (мы убедились). На MathCad дает $d = 0,65$ [illegible]

$\alpha = 1$ неверно при $\tau \to 0$ расчет $F_a(\tau \to 0)$. Можно $\varepsilon_{e_x}(\tau) \sim \tau^2$ [illegible]

и действительно MCad показал $\partial\varepsilon_{e_x}(\tau) \sim \tau^{1/3}$ Значит $d^2(\xi + 1) \sim \tau^{1+\beta-\alpha}$

$\beta = \frac{2}{1+\beta-\alpha}$, $\beta(\alpha = \frac{1}{3}, \alpha = \frac{2}{3}) = \frac{2}{1+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}} = 3$ $d^2(\xi) \sim \tau^{3/2}$ не аналитично, и $\xi(d^2)$ неаналитична

Итого $\alpha = \frac{2}{3}$, $\beta = 3$, $\gamma = \frac{1}{2}$ Расход $\frac{1}{1+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}}$ на MCad $\varepsilon_{e_x}(\tau)$, $F_a(\tau)$ добавление хорошо.

Escaneado con CamScanner

Для моего $\lambda = \frac{2}{3}$, $\beta = \frac{3}{2}$, $\gamma = 1$ близко по $\varepsilon_{ex}^{\beta\gamma}(x)$ аналитик, MCad $F_a(x)$

Далее $z_3(d) = d^{\beta\gamma+1} \Delta(d) - d^{\beta+1}$ и здесь близко похоже на $F_a(x) = \frac{F_2(x)}{x^d}$, $d = 2/3$

Видно $z_3 = 1 + \lambda d^\beta$, $\beta\gamma + 1$ (MCad теплоёмкость $\beta\gamma$) и $\varepsilon'_{ex}(x) \sim x^\beta$ — не близко / $\frac{\mu_{gs}}{\beta_{gs}}$ близко

Т.е. $d = 2/3$ определяется $F_a(x)$, а пара (β, d) определяется скейлингом $\varepsilon_{ex}(x)$

$\Delta(\lambda - 1) = \frac{2}{F_1(\beta)} d(\lambda - 1)^\alpha$. $\lambda - 1 = \lambda d^\beta$ Мы и не ожидали что $z_3(d) \sim \Delta(d)$

$\Delta(d) = \frac{2}{F_a} d(\lambda d^\beta)^\alpha + \frac{2}{F_a} \lambda^\alpha d^{\beta\alpha+1}$, $z_3(d) = z(d)\Delta(d) = (1 + \lambda d^\beta)\Delta(d) \to \Delta(d)$, $d \to 0$

Поскольку $\Delta(d)$ и $z_3(d)$ не зависят от β ($\beta > 1$). На самом $\Delta(d)$, $z_3(d)$ зависят от β через $\lambda = 1 + \lambda d^\beta$. А β находится через γ из $\varepsilon'_{ex}(x) \sim x^\gamma$, зависит от $\varepsilon_{ex}(x)$.

(1) Ким (А и Ю на ноутбуке в Orte, Форум Сл. 15/XII)

$\frac{1}{ch^2 f} = \frac{4 s^2 e^{2x(s-1)}}{[s^2 e^{2x(s-1)} + 1]^2} = -\frac{4}{2} \frac{1}{(s-1)} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{[s^2 e^{2x(s-1)} + 1]}$, $f(s,x) = \ln s + x(s-1)$

$F_a(x) = \int_0^\infty ds\, s^{(-2)} \frac{1}{(s+1)} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{[s^2 e^{2x(s-1)} + 1]}$

$F_1(x) = \int_0^\infty \frac{ds}{(s-1)} \frac{1}{[s^2 e^{2x(s-1)} + 1]}$, $F_a(x) = -2 \frac{\partial}{\partial x} F_1(x)$, $F_1(0) = \int_0^\infty \frac{ds}{(s-1)} \frac{1}{(s^2+1)}$ + конечен при $x \to 0$.

$F_1(x) = \int_0^\infty ds \frac{1}{[s^2 e^{2x(s-1)} + 1]} + \int_0^\infty \frac{ds}{(s-1)} \frac{1}{[s^2 e^{2x(s-1)} + 1]}$ $F_1(x)$ сингулярно при $s = 1$.

$\frac{1}{ch^2 f(s,x)}$ Где же уравнение: $s^2 e^{2x(s-1)} = e^{2x(s-1) + \ln s^2} = e^{2f(s,x)}$

$F_a(x) = 4 \int_0^\infty ds\, s \frac{s^2 e^{2x(s-1)}}{[s^2 e^{2x(s-1)} + 1]^2} = 4a^2 \int ds\, s \frac{s^2 e^{2xs}}{[a^2 s^2 e^{2xs} + 1]^2}$, $a = e^{-x} \geq 0$.

(2) $\frac{1}{[a^2 s^2 e^{2sx} + 1]^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{[a^2 s^2 e^{2sx} + 1]} = -\frac{1}{[\dots]^2} \left(\frac{\partial a^2}{\partial x} s^2 e^{2sx} + a^2 s^2 e^{2sx} \cdot 2s \right)$

$\frac{\partial a^2}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} e^{-2x} = -2e^{-2x} = -2a^2$, $\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{[\dots]} = -\frac{1}{[\dots]^2} \left(-2a^2 s^2 e^{2sx} + 2s a^2 s^2 e^{2sx} \right)$

$\frac{2a^2 s^2 e^{2sx}}{[\dots]^2} = -\frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{[\dots]} + \frac{2a^2 s e^{2sx}}{[\dots]^2}$

$F_a(x) = 4a^2 \int ds\, s \frac{s^2 e^v}{[a^2 s^2 e^v + 1]^2} = 2 \int ds\, s \left[-\frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{[a^2 s^2 e^v + 1]} + \frac{2a^2 s e^{2sx}}{[a^2 s^2 e^v + 1]^2} \right] =$

$= -2 \frac{\partial}{\partial x} \int ds \frac{1}{[a^2 s^2 e^{2sx} + 1]} + 4a^2 \int ds \frac{s^2 e^{2sx}}{[a^2 s^2 e^v + 1]^2} = -2 \frac{\partial}{\partial x} (\dots) +$

$+ 2 \int ds \left[-\frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{[\dots]} + \frac{2a^2 s e^{2sx}}{[\dots]^2} \right]$ — последнее равенство / предыдущее.

$F_1(x) \equiv \int_0^\infty ds \frac{1}{[a^2 s^2 e^{2sx} + 1]}$, $F_2(x) \equiv \int_0^\infty ds \frac{s^2 e^{2sx}}{[a^2 s^2 e^{2sx} + 1]^2}$, $F_a(x) = -2 \frac{\partial}{\partial x} F_1(x) + 4a^2 F_2(x)$

$F_1(0)$, $F_2(0)$ конечны. Но $F_1(x)$, $F_2(x)$ не аналитичны при $x \to 0$, в пред пох

Далее $F_1(x)$, $F_2(0)$ расходятся. $sx = u$, $F_1(x) = x \int_0^\infty dy \frac{1}{[a^2 y^2 e^{2y} + x^2]} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty dy \ln [a^2 y^2 e^{2y} + x^2]$ нельзя.

Можно найти сразу $\varepsilon_{ex}(x)$ и $F_a(x)$, т.е. минуя γ и d, $\varepsilon'_{ex}(x) \sim x^\gamma$, $F_a(x) \sim \frac{1}{x^2}$ $x \to 0$

$\varepsilon_{ex}(x) = \int_0^\infty ds\, s \frac{1}{ch^2 f} \left[\left(x + \frac{1}{s}\right)^2 + \frac{1}{s^2} \right]$ $\varepsilon_{ex}(x) = \int ds \frac{s}{ch^2 f} \left[x^2 + \frac{2x}{s} + \frac{2}{s^2} \right]_0^\infty$

$\varepsilon_{ex}(x) = x^2 F_a(x) + 2x \int ds \frac{1}{ch^2 f(s,x)} + \frac{2}{s^2} \int \frac{ds}{s} \frac{1}{ch^2 f(xs)}$, $4a^2 F_2(x) = \int_0^\infty ds \frac{1}{ch^2 f(xs)}$

$\varepsilon_{ex}(x) = x^2 F_a(x) + 8a^2 x F_2(x) + 2 \int \frac{ds}{s} \frac{1}{ch^2 f(xs)}$, $\int \frac{ds}{s} \frac{1}{ch^2 f(s,0)} = \int \frac{ds}{s} \frac{1}{\frac{1}{4}(s + \frac{1}{s})^2} =$

$= 4 \int_0^\infty ds \frac{s}{(s^2+1)^2} = 2 \int dt \frac{1}{(1+t)^2} = 2 (-1) \frac{1}{1+t} \Big|_0^\infty = -2 [0 - 1] = 2$

Член $2 \int \frac{ds}{s} \frac{1}{ch^2 f(s,x)}$ конечен при $x = 0$ и равен 4.

$\varepsilon_{ex}(x) = x^2 F_a(x) + 8x e^{-2x} F_2(x) + 2 \int \frac{ds}{s} \frac{1}{ch^2 f(s,x)}$. Видимо $\varepsilon_x(x) = x^2 F_a(x) \sim \frac{x^2}{x^{2d}} \sim x^{2-2d}$ $x \to 0$

$\varepsilon'_{ex}(x) \sim x^{1-\delta}$, т.е. $\gamma = 1 - \delta$. δ (MCad) $= 2/3$, $\gamma = 1 + 2/3 = 1/3$. MC(2D) $\varepsilon'_{ex}(x)$ подтверждает это для нормальной $\varepsilon_{ex}(x)$ within Debbasch ansatz model

$\Delta(d) \sim z_3(d) \sim d^{\beta\alpha+1} \sim d^3$ и $\beta = 3$. $\frac{1}{3} - 1 \sim d^\beta - d^3$ MCad дает $\beta \approx 2$ (неплохо).

Проверить насколько близки 2-ой и 3-ий члены $\varepsilon_{ex}(x)$ при $x \to 0$.

Brus. Zubkova sent next version Sk-chain dyn. MS. // Попробуем регул. члены $\varepsilon_{ex}(x)$ аналит.

Escaneado con CamScanner

20/VIII $I_n(x) = \int_0^\infty d\varsigma \varsigma^n \frac{1}{ch^2 f(\varsigma x)}$, $f(\varsigma x) = \ln\varsigma + x(\varsigma-1)$, $J(z) = \int_0^z dx \frac{1}{ch^2 \varsigma} = \left| u = \ln\varsigma + x(\varsigma-1) \right| =$

$= \frac{1}{(\varsigma-1)} \int_0^z \frac{du}{ch^2 u} = \frac{1}{(\varsigma-1)} th u \Big|_{\ln\varsigma}^{\ln\varsigma + z(\varsigma-1)} = \frac{1}{(\varsigma-1)} \left[th(\ln\varsigma + z(\varsigma-1)) - th\ln\varsigma \right] = \frac{1}{(\varsigma-1)} \frac{sh(z(\varsigma-1))}{ch(\ln\varsigma + z(\varsigma-1))} \times$

$\times \frac{1}{ch\ln\varsigma} = \frac{1}{(\varsigma-1)} \frac{2\varsigma}{1+\varsigma^2} \frac{sh[z(\varsigma-1)]}{ch[\ln\varsigma + z(\varsigma-1)]}$, $I_n(x) = \int_0^\infty d\varsigma \varsigma^n \int_0^x \frac{1}{ch^2 f} = \int_0^x d\varsigma^n J(z)$

$G_n(z) = \int_0^z dx\, I_n(x) = \int_0^\infty d\varsigma \varsigma^n \frac{1}{(\varsigma-1)} \frac{2\varsigma}{1+\varsigma^2} \frac{sh[z(\varsigma-1)]}{ch[\ln\varsigma + z(\varsigma-1)]}$ - чтобы найти $I_n(x)$

$ch[\ln\varsigma + z(\varsigma-1)] = ch\ln\varsigma \cdot ch[z(\varsigma-1)] + sh\ln\varsigma\, sh[z(\varsigma-1)] \approx \frac{1}{2}\left(\varsigma + \frac{1}{\varsigma}\right) + \frac{1}{2}\left(\varsigma - \frac{1}{\varsigma}\right) z(\varsigma-1)$

$\frac{1}{ch f} = \frac{1}{ch f(0) + sh f(0) z(\varsigma-1)} = \frac{1}{ch f(0)} \frac{1}{1 + th f z(\varsigma-1)} = \frac{1}{ch f(0)} \left[1 - th f(0) z(\varsigma-1) \right]$

При $z \to 0$ $G_n(z) = z \int_0^\infty d\varsigma \varsigma^n \frac{2\varsigma}{1+\varsigma^2} \frac{2\varsigma}{1+\varsigma^2} = 4z \int_0^\infty d\varsigma \varsigma^n \frac{\varsigma^2}{(1+\varsigma^2)^2}$, сходится при $n = 0, n = -1$

$G_n(z) \underset{z\to 0}{=} 4z \int_0^\infty d\varsigma \frac{\varsigma^2}{(1+\varsigma^2)^2} \varsigma^n = C_n z + O(z^2)$, $I_n(x) = \frac{dG_n(x)}{dx} = C_n + O(x)$

Т.е. при $x \to 0$ $I_n(x) = \int_0^\infty d\varsigma \varsigma^n \frac{1}{ch^2 f(\varsigma x)} = C_n + O(x)$ конечно, $n = -1, 0$.

$\mathcal{E}_{ex}(x) = x^2 F_a(x) + 2x I_0(x) + 2 I_{-1}(x)$, $I_0(x) = 4e^{-2x} F_2(x)$, $G_n(z) = C_n z + \frac{1}{2} B_n z^2$

Можно ли уточнить z^2? $G_n(z) = \int d\varsigma \varsigma^n \frac{2\varsigma}{1+\varsigma^2} \frac{z(\varsigma-1)}{\frac{1}{2}(\varsigma+\frac{1}{\varsigma})} \left[1 - \frac{(\varsigma^2-1)}{(\varsigma^2+1)} z(\varsigma-1) \right] =$

$= 4z \int_0^\infty d\varsigma \varsigma^n \frac{\varsigma^2}{(1+\varsigma^2)^2} \left[1 - \frac{(\varsigma^2-1)}{(\varsigma^2+1)} (\varsigma-1) z \right]$, учет z^2 можно только при $n = -1$

$\mathcal{E}_{ex}(x) = x^2 F_a(x) + 2x I_0(x) + 2 I_{-1}(x) = x^2 F_a(x) + 2x \underbrace{\left[C_0 + O(x) \right]}_{B_0(x)} + 2\left[C_{-1} + B_{-1} x \right]$

$\mathcal{E}_{ex}(x) \underset{x\to 0}{=} x^2 F_a(x) + 2C_0 x + 4 + 2B_{-1} x + O(x^2)$, если $F_a(x) = \frac{Fa(x)}{x^\alpha}$ сингулярна при $x \to 0$ (?)

$\frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial x} \underset{x\to 0}{=} F_a(1)(2-\alpha) x^{1-\alpha} + 2(C_0 + B_{-1}) + O(x)$, $F_a(x) = -2 \frac{d}{dx} F_1(x) + I_0(x)$

$C_0 = 4 \int_0^\infty d\varsigma \frac{\varsigma^2}{(1+\varsigma^2)^2} = 4 \left[-\frac{\varsigma}{2(1+\varsigma^2)} + \frac{1}{2} arctg\varsigma \right]_0^\infty = 2 arctg(\infty) = \pi$, $I_n(x) = C_n + B_n x$

$B_{-1} = 2 \cdot 4 (-1) \int \frac{d\varsigma}{\varsigma} \frac{\varsigma^2}{(1+\varsigma^2)^2} \left[\frac{(\varsigma^2-1)(\varsigma-1)}{(\varsigma^2+1)} \right] = -8 \int d\varsigma \frac{\varsigma}{(1+\varsigma^2)^3} (\varsigma^2-1)(\varsigma-1) =$

$= -8 \int \frac{d\varsigma}{(1+\varsigma^2)^3} \left[\varsigma^4 - \varsigma^3 - \varsigma^2 + \varsigma \right] = -8 \left[\frac{1}{4} \frac{\varsigma}{(1+\varsigma^2)^2} - \frac{5}{8} \frac{\varsigma}{1+\varsigma^2} + \frac{3}{8} arctg\varsigma + \frac{1}{2} \frac{1}{1+\varsigma^2} = \frac{1}{4} \frac{1}{(1+\varsigma^2)^2} \right.$

$\left. + \frac{1}{4} \frac{\varsigma}{(1+\varsigma^2)^2} - \frac{1}{8} \frac{\varsigma}{1+\varsigma^2} - \frac{1}{8} arctg\varsigma - \frac{1}{4} \frac{1}{(1+\varsigma^2)^2} \right]_0^\infty = -8 \left[\frac{3}{8} \frac{\pi}{2} + \frac{(-1)}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4} \right] = -\pi$

$C_0 + B_{-1} = \pi + (-\pi) = 0$ (!) $\Rightarrow$ $\left(\frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial x} (x \to 0) = x^2 F_a(x) + O(x) \right.$, $O(x) \sim x^{\alpha}$, $\alpha \geq 1$.

$\frac{\partial \mathcal{E}_{ex}}{\partial x} (x \to 0) = F_a(1)(2-\alpha) x^{1-\alpha} + O(x) \approx F_a(1)(2-\alpha) x^{1-\alpha}$, т.к. $\alpha \approx \frac{2}{3} < 1$

Из $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z_3} = 0$ $d^2(3 \to 1) = F_a(1)(2-\alpha) x^{1+\alpha} 2 \frac{F_a^2}{x^{2\alpha}} \frac{1}{F(0)} \left[\frac{1}{F'(0) \frac{Fa}{x^\alpha} - \frac{1}{2} F(0) \frac{Fa}{x^{\alpha+1}} (-\alpha)} \right]$

$d^2(3 \to 1) = F_a \frac{4}{d} (2-\alpha) \frac{F_a^2}{F(0)} \frac{x^{1-\alpha}}{x^{2\alpha}} \frac{x^{\alpha+1}}{F(0) F_a} = \frac{4}{d} (2-\alpha) \frac{F_a^2(1)}{F^2(0)} x^{2(1-\alpha)} = \varkappa \cdot x^{2(1-\alpha)}$

$\frac{d^2}{\varkappa} = (3-1)^{2(1-\alpha)}$ $\quad 3(\alpha) = 1 + \left(\frac{d^2}{\varkappa} \right)^{\frac{1}{2-2\alpha}} = 1 + \left(\frac{d}{\sqrt{\varkappa}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, $\beta = \frac{1}{1-\alpha}$

$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z_3} = 0 \to z_3(d) = \frac{d}{2} \frac{F(x)}{F_a(x)} = \frac{d}{2} \frac{F(0)}{F_a(1)} x^{+\alpha}$, $d \to 0$, $x(d) = \left(\frac{d}{\sqrt{\varkappa}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, $F(0) = 4$

$z_3(d) = \frac{1}{2} \frac{F(0)}{F_a(1)} d \left(\frac{d}{\sqrt{\varkappa}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{1}{2} \frac{F(0)}{F_a(1)} \varkappa^{-\frac{1}{2} \frac{\alpha}{1-\alpha}} d^{\frac{1}{1-\alpha}} = \frac{2}{F_a(1)} \varkappa^{\frac{1}{2} \frac{\alpha}{\alpha-1}} d^{\frac{1}{1-\alpha}}$

$\varkappa = \frac{4}{d} (2-\alpha) \frac{F_a^2(1)}{F^2(0)} = \frac{1}{4d} (2-\alpha) F_a^2(1)$, $F_a(1) = 1.121$, $\alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{1-\alpha} = 3$, $\frac{1}{2} \frac{\alpha}{\alpha-1} = \frac{1}{2} \frac{2/3}{(-1/3)} = -1$.

$z_3(d) = \frac{2}{F_a(1)} \varkappa^{-1} d^3 = \frac{2}{F_a} \frac{4d}{(2-\alpha)} \frac{1}{F_a^2} d^3 = \frac{4}{F_a^3(1)} d^3$, $\Delta(d) = z_3(d)$ Sk-radius / width

Sk-energy $\mathcal{E}(d) = \mathcal{E}_{ex}(x) + z_3^2 F_a(x) - 4 z_3 F(x) = x^2 \frac{F_a}{x^\alpha} + \frac{4^2}{F_a^6} d^6 \frac{F_a}{x^\alpha} - d^3 4 + 4 = F_a(1) x^{4/3} + 4 +$

$+ \frac{16}{F_a^5} d^6 \left(\frac{\sqrt{\varkappa}}{d} \right)^{3\alpha} + O(d^4) = F_a \left(\frac{d}{\sqrt{\varkappa}} \right)^4 + \frac{16}{F_a^5} d^4 \varkappa^2 - 4d \frac{4}{F_a^3} d^3 = F_a d^4 \frac{1}{\varkappa^2} + 16 d^4 \frac{\varkappa}{F_a^3} - 16 \frac{d^4}{F_a^3} + 4$

$\varkappa = \frac{4}{(2/3)} \frac{4}{3} \frac{F_a^2}{4^2} = \frac{1}{2} F_a^2$, $\mathcal{E}(d) = F_a d^4 \frac{4}{F_a^4} + 16 \frac{d^4}{F_a^3} \frac{1}{2} F_a^2 - 16 \frac{d^4}{F_a^3} + 4 = 4 - 4 \frac{d^4}{F_a^3(1)}$

De Bonte $\mathcal{E}(d) = 4 \left[1 - d^4 / F_a^3(1) \right]$, $F_a(1) = 1.121$. Sk-energy de Bonte надает сдвиг меду точками $\mathcal{E}_{sw}(d)$, d_{sw}

Escaneado con CamScanner

21/VIII С.А. на Diderrata и «Proske-Urbik». Informe MINECO project FIS2016.

$F_a(x) = \int_0^\infty dg \frac{g}{ch^2 f(g,x)}$, $f(g,x) = \ln g + x(g-1)$, $f_g' = \frac{1}{g} + x$, $f_g'' = -\frac{1}{g^2}$

$F_a(x) = \int dg \frac{f_g'}{f_g'} \frac{1}{ch^2 f} + \int dg \frac{f_g'}{ch^2 f} \frac{g}{f_g'} = \left| \begin{array}{l} dv = \int \frac{dg f_g'}{ch^2 f}, \; v = th f, \; u = \frac{g}{f_g'}, \; \frac{du}{dg} = \frac{1}{f_g'} + \frac{g f_g''}{(f_g')^2} \\ u' = \frac{1}{(f_g')^2}[f_g' - g f_g''] + \frac{1}{(f_g')^2}[\frac{1}{g} + x + \frac{1}{g}] \end{array} \right| =$

$= \frac{1}{(\frac{1}{g}+x)^2}(\frac{g}{g}+x) th f(g,x)\Big|_0^\infty - \int th f \frac{1}{(f_g')^2}(2) \dots$, $F_2(x) = \frac{g}{(\frac{1}{g}+x)} th f\Big|_0^\infty - \int th f \frac{(\frac{2}{g}+x)}{(\frac{1}{g}+x)^2} dg =$

$= \frac{g^2}{(1+gx)} th f(g,x)\Big|_0^\infty - \int_0^\infty dg \, th f \frac{g(2+gx)}{(1+gx)^2}$, если $x \neq 1$, то x конечно, то $uv\Big|_0^\infty \to 0$.

$F_a(x) = -\int_0^\infty dg \frac{(2+gx)}{(1+gx)^2} th f \; \Big| \; xg = y \Big| = -\frac{1}{x^2} \int_0^\infty dy \frac{(2+y)}{(1+y)^2} th\left[\ln\frac{y}{x} + y - x\right]$, x - finite

$th f = th\left(\ln\left(\frac{e^y y}{e^x x}\right)\right] \; \Big| \; th\ln_{ay} = \frac{e^{\ln a} - e^{\ln_a}}{e^{\ln a} + e^{\ln_a}} = \frac{y - \sqrt{y}}{y + \sqrt{y}} = \frac{y^2 - 1}{y^2 + 1} \; \Big| = \frac{(e^y y/e^x x)^2 - 1}{(e^y y/e^x x)^2 + 1}$

$F_a(x) = -\frac{1}{x^2}\int_0^\infty dy \frac{(2+y)}{(1+y)^2}\left(\frac{y^2 e^{2y} - e^{2x} x^2}{y^2 e^{2y} + e^{2x} x^2}\right)$, при любом x - finite, интеграл расходится при $y \to \infty$.

Оказалось $F_a(x) \approx F_a(x)/x^2$ нам б Sk-ro в fin. paper

22/VIII Воспроизвели Figs. MS Sk-ro в fin. C.A. и PO. В Daba и Zaitsevtz.

23/VIII Воспроизвели Figs Sk-ro в fin. Референса с Arantzya Nacari ai Sk-ro fin draft. A. Dabakova воспроизвела Fig 3 - SW-DW paper. Рекомендовал Kuab: A. name, 08-30 €.

→ Подписал до отпуска (6 Мая) 2/IX: 1) ~~Project „Cluster Bank"~~; 2) poster и Функц. теория Мера; 3) Sk-chain paper - Зубарев; 4) Book-statement; 5) MINECO cover; 6) SW-DW draft.

24/VIII E-mail to Camarero - Valladares - Запис Заключ. Sec. D Informe internado MINECO.

SW-DW scattering

Fig.2 ⓐ ⓑ

- два случая SW-DW scattering

ⓐ emission Winter SW($\vec{x}$), ⓑ absorb. W-SW($\vec{x}'$)

Assume incident SW wave vector $\vec{k} = (k_x, k_z)$, $k_z = 0$, $k^2 = k_x^2 = \text{const}$ (fixed), $k_x > 0$

$\vec{x} = (x_x, x_z)$, $x_x = K_x - k_x = q$ transfer SW momentum

ⓐ $k_x = x_x + K_x$, $q = K_x - k_x$, $k_x = \text{const}$, consider different fixed q ($q = 0$, $q = \pi/L_x$)

$K_z - x_z = 0$, $K_z = x_z$

If k_x and q are fixed, $\Rightarrow K_x = \text{const}$ for $|B(\vec{k},\vec{k})|^2 = f(\varphi_s)$, $\vec{K} = (K_x, K_z)$, $\vec{x} = (q, x_z)$

$K_x = K\cos\varphi_s$, $K_z = K\sin\varphi_s$, $K_z = x_z$, $K(\varphi_s) = K_x/\cos\varphi_s$ - variable (φ_s).

1) пусть $q = 0$, $K_x = k_x = \text{const}$, $|B(\vec{k},\vec{k})|^2 \sim (k_z^2 - k_z^2)^2 = K_z^4 = K^4 \sin^4\varphi_s = \frac{K_x^4}{\cos^4\varphi_s}\sin^4\varphi_s = K_x^4 tg^4\varphi_s$

$|B|^2 \sim K_x^4 tg^4\varphi_s = k^4 tg^4\varphi_s$, $q = 0$, $k^2 = \text{const}$, $K^2 = K_x^2 + K_z^2 = k_x^2 + x_z^2 = k^2 + x^2 = \frac{k^2}{\cos^2\varphi_s}$

$x^2 = k^2\left(\frac{1}{\cos^2\varphi_s} - 1\right) = k^2 tg^2\varphi_s$, $\vec{K} = \vec{k} + \vec{x}$, $k^2 = \vec{K}^2 = \vec{x}^2 + 2Kx\cos(\hat{\vec{K}\vec{x}})$

$\cos(\hat{\vec{K}\vec{x}}) = \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi_s) = -\sin\varphi_s$, $k^2 = k^2/\cos^2\varphi + x_z^2 + 2\frac{k}{\cos\varphi_s}x_z(-1)\sin\varphi_s =$

$= \frac{k^2}{\cos^2\varphi_s} + x_z^2 - 2kx_z tg\varphi_s$, $(k^2 tg^2\varphi_s + x_z^2 - 2kx_z tg\varphi_s)^2 = 0$, $(k tg\varphi_s - x_z)^2 = 0$

$tg\varphi_s = \frac{x_z}{k}$, $\vec{x} = (0, x_z)$. Это если $x = x_z < x_{max}$, $-\infty$ $tg\varphi_s \le \frac{x_m}{k}$, $\varphi_s \le \text{arctg}\left(\frac{x_m}{k}\right)$.

2) $q = K_x - k_x = x_x \neq 0$, $q = \frac{\pi}{L_x}$, $\xi_m = q\Delta = \pi\frac{\Delta}{L_x} \ll 1$, $I(\xi_m) = \frac{2}{\pi}\frac{L_x}{\Delta}$

$F(k_x, k_z) = -(1 + \frac{i}{3}\xi)2 + \left[3 - i(K_x k_x \Delta^2 + 1)\right]\frac{2}{\pi}\frac{L_x}{\Delta} \approx -i\frac{2}{\pi}(1 + K_x k_x \Delta^2)\frac{L_x}{\Delta}$,

при $q = 0$ было $F(k_x, k_z) = \frac{L_x}{\Delta}(1 + K_x k_x \Delta^2) - 2 \approx \frac{L_x}{\Delta}(1 + k_x^2\Delta^2)$, $B(\vec{k},\vec{k}) \sim (k_z^2 - k_z^2)$

при $q \neq 0$, но $\xi = q\Delta \ll 1$, $B(\vec{K},\vec{k}) \sim (K_z^2 - k_z^2)\frac{(1 + K_x k_x \Delta^2)}{\sqrt{1 + K_x^2\Delta^2}\sqrt{1 + k_x^2\Delta^2}}$, $K_x = k_x + q$

$K_x\Delta = k_x\Delta + \xi = k_x\Delta(1 + \frac{q}{k_x}) \approx k_x\Delta$. если $q \ll k_x$, т. transfer $q \ll k_x$ (incident SW)

$B(\vec{K},\vec{k}) \sim (K_z^2 - k_z^2) + O(\xi)$

$K_x = k_x + q$, $|B|^2 \sim (K_z^2 - k_z^2)^2 \sim K_z^4 \sim x_z^4$, $\vec{x} = (q, x_z)$, $x^2 = q^2 + x_z^2$

$K_z = K\sin\varphi_s = K_x tg\varphi_s$, $K_x = K\cos\varphi_s$, $|B|^2 \sim (k+q)^4 tg^4\varphi_s$

$tg\varphi_s = \frac{K_z}{K_x} = \frac{x_z}{(k_x + q)}$. если $x_z \le x_z^m$, то $tg\varphi_s \le \frac{x_z^m}{(k+q)} \approx \frac{x_z^m}{k}$

То. при $q = 0$ и $q\Delta = \pi\frac{\Delta}{L_x} \ll 1$, $|B|^2 \sim k^4 tg^4\varphi_s$, где $\varphi_s \le \text{arctg}\left(\frac{x_z^m}{k}\right)$, x_z^m - max W-Sk, k - incident SW

Но для emission ① $\omega_{k_2} = \omega_{k'} + \omega_{k''}$, $|B|^2 \sim K_z^{-1}$, при $K_z^2 \ll q_z$ $K_z = \varkappa_z$ для некогерентных т.к. $\omega_k = \omega_{k'} + \omega_{k''}$ не выполняется.

$K_z^2 = K_x^2 \operatorname{tg}^2\varphi_s = (k+q_z)^2 \operatorname{tg}^2\varphi_s$. $K(\varphi_s) = K_x / \cos\varphi_s \le K_m$, $\cos\varphi_s \ge \frac{(k+q)}{K_m}$.

$K_x = k_x + q = k + q$, $\varphi_s \le \varphi_s^m = \arccos\left[\frac{k+q}{K_m}\right]$

$\omega_{k'} = \text{const}$ при $k' = (k_x, 0) = \text{const}$ $\omega_{k'} = \omega_0 + Dk^2$, $\omega_{k''} = \omega_0 + Dx^2$

$\omega_0 + \omega_d + Dk^2 + D'x^2 = \omega_k$ $x^2 = x_x^2 + x_z^2 = q^2 + x_z^2 \overset{d}{=} x_z^2 = K_z^2$

Если $D = D'$, $\omega_0 + \omega_d = \Omega_0$, $D(k^2 + x_z^2) = \omega_k - \Omega_0$, $K_x^2 + 2K_z^2 = \frac{1}{D}(\omega_k - \Omega_0)$

$K^2(\cos^2\varphi_s + 2\sin^2\varphi_s) = \frac{1}{D}\Delta\omega_k$. $\cos^2\varphi_s + 2\sin^2\varphi_s = 1 + \sin^2\varphi_s$

$K^2 = \frac{K_x^2}{\cos^2\varphi_s} = \frac{(k+q)^2}{\cos^2\varphi_s}$, $(k+q)^2\left[1 + 2\operatorname{tg}^2\varphi_s\right] = \frac{1}{D}\Delta\omega_k$

$\frac{\Delta\omega_k}{D} = -D(k+q)^2 = \omega_k - \omega_0 - \omega_d - D(k+q)^2 = Dk^2 - D(k+q)^2$. $\omega_d > 0$

имеет при $q + K_x - k_x < 0$ $2D(k+q)^2\operatorname{tg}^2\varphi_s = Dk^2 - D(k+q)^2 - \omega_d$

Уравнение с $q = 0$ запрещено. $\varphi_s = \varphi_s(k, q) = \varphi_s(K_x)$ при $k = \text{const}$.

→ ② процесс – splitting $\vec{k} = \vec{K} + \vec{x}$, $\omega_k = \omega_K + \omega_x$ – интересен для $\vec{K}, \vec{k}, \vec{x}$

$\vec{k}(k_x, 0)$, $\vec{K}(K_x, K_z)$, $\vec{x}(x_x, x_z)$, $\hat{x}$: $k_x = K_x + x_x$, $\hat{z}$: $K_z + x_z = 0$

Часть Winter magnon only x_z ($x_x = 0$), считаем $x_x \neq 0$, $x_x = k_x - K_x = q$ – momentum transfer $S(k')$ to $D\omega$ as whole. Note: change signs $x_z \to q$.

$\omega_K = \omega(K_z^2)$, $\omega_{k'} = S(k^2)$ – для упрощения. $\omega_x = \Omega_{x^2}$ def.

$\omega(k^2) = \omega(K^2) + \Omega(x_z^2)$. $\omega(k^2) = \omega\left[(k-q)^2 + x_z^2\right] + \Omega(x_z^2)$

$K^2 = K_x^2 + K_z^2 = (k_x - q)^2 + x_z^2$, $k_x = k$. Видно $q = 0$ запрещено $\omega(k^2) \neq \omega(k^2 + x_z^2) + \Omega(x_z^2)$

т.к. $\omega(k^2)$ – закладывает функцию и $\Omega(x_z^2) > 0$. Например $\omega(k^2) = \omega_0 + Dk^2$,

$F(K_x, k_x) = F(K_x) = -\left(1 - \frac{i}{2}\zeta\right)\frac{\pi\zeta}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)} + \left[\frac{\zeta}{2} + i(1 + K_x k\Delta^2)\right] I(\zeta)$, $I(\zeta) = \frac{\pi}{\operatorname{sh}(\cdot)} - \frac{2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)$

$F(K_x) = -\left(1 - \frac{i}{2}\zeta\right)\frac{\pi\zeta}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)} + \left[\frac{\zeta}{2} + i(1 + K_x k\Delta^2)\right]\left[\frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)} - \frac{2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)\right]$

$F(K_x) = \frac{i}{2}\frac{\pi\zeta^2}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)} + i(1 + K_x k\Delta^2)\frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)} - \frac{2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)\left[\frac{\zeta}{2} + i(1 + K_x k\Delta^2)\right]$

$\frac{i}{2}\frac{\pi}{\operatorname{sh}(\cdot)}\left[\zeta^2 + 2(1 + K_x k\Delta^2)\right] = \frac{i}{2}\frac{\pi}{\operatorname{sh}(\cdot)}\left[(k - K_x)^2\Delta^2 + 2 + 2K_x k\Delta^2\right] = \frac{i}{2}\frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)} \times$

$\times\left[2 + k^2\Delta^2 + K_x^2\Delta^2\right]$, $F(K_x) = \frac{i}{2}\frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)}\left(2 + k^2\Delta^2 + K_x^2\Delta^2\right) - \frac{2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)\left[\frac{\zeta}{2} + i(1 + K_x k\Delta^2)\right]$

$F(K_x) = -2\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right) + i\left[\frac{\pi/2}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)}\left(2 + k^2\Delta^2 + K_x^2\Delta^2\right) - \frac{2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)(1 + K_x k\Delta^2)\right]$

$F(K_x) = -2\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right) + i\left[I(\zeta) + \frac{\pi/2}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)}\left(k^2\Delta^2 + K_x^2\Delta^2\right) - \frac{2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)K_x k\Delta^2\right]$

$I(\zeta) = \frac{\pi}{\operatorname{sh}(\pi\zeta/2)} - \frac{2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)$, $k^2 + K_x^2 = k^2 + (k-q)^2$, $K_x = K\cos\varphi_s$

$\zeta = q\Delta$, $q = k_x - K_x$. $k_x, K_x \sim \frac{\pi}{L_x}$, $\zeta \sim \frac{\pi}{L_x}\Delta << 1$.

$F(K_x) \underset{\zeta<<1}{=} -2\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right) + i\left[I(\zeta) + \frac{1}{3}\left(k^2\Delta^2 + K_x^2\Delta^2\right) - \frac{2K_x k\Delta^2}{3}\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right)\right]$, $I(\zeta<<1) \sim \zeta << 1$

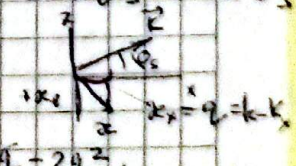
→ пусть $\zeta \approx \frac{\pi\Delta}{L_x}$, $I\left(\frac{\pi\Delta}{L_x}\right) = \frac{2L_x}{\pi\Delta} >> 1$, $\frac{1}{3}(k^2 + K_x^2)\Delta^2 = \frac{L_x}{\pi\Delta}\Delta^2(k^2 + K_x^2) = \frac{1}{\pi}L_x\Delta(k^2 + K_x^2) << 1 \sim \frac{\Delta}{L_x}$

$F(K_x) \approx i\frac{2L_x}{\pi\Delta} = iI(\zeta)$, $|F|^2 >> 1$. $\frac{K_x k\Delta^2}{\pi\Delta}L_x \approx \frac{1}{\pi}L_x\Delta K_x k << 1$ т.к. $k_x K_x \sim \frac{\pi}{L_x}$

$|B|^2 \sim \frac{(K_z^2 - k_z^2)^2|F(K_x)|^2}{(1 + K_x^2\Delta^2)(1 + k_x^2\Delta^2)} = \frac{K_z^4|F|^2}{(1 + K_x^2\Delta^2)(1 + k^2\Delta^2)}$, $k\Delta \sim \frac{\pi}{L_x}\Delta << 1$, $K_x\Delta \sim \frac{\pi}{L_x}\Delta << 1$

$|B|^2 \sim K_z^4|F(K_x)|^2 \sim K_z^4 \sim \varkappa_z^4$, $K_z = -\varkappa_z$, если $I(\zeta) = \frac{2L_x}{\pi\Delta}$, $q \approx \pi\frac{\Delta}{L_x}$. $K_z = K_x\operatorname{tg}\varphi_s = (k-q)\operatorname{tg}\varphi_s$

$|B(\vec{K}, \vec{\varkappa})|^2 \sim (k-q)^4\operatorname{tg}^4\varphi_s$ как ранее. Но больше: $\omega_{\vec{k}} = \omega_{\vec{K}} + \Omega_{\vec{x}}$



$k^2 = k^2 + K^2 + 2\vec{K}\cdot\vec{x} = k^2 + (k-q)^2 + x_z^2 + 2(K_x x_x + K_z x_z) =$

$= k^2 + (k-q)^2 + x_z^2 + 2(k-q)q + 2(-x_z^2) = k^2 + k^2 + q^2 - 2kq - x_z^2 + 2kq - 2q^2$.

$0 = k^2 - q^2 - x_z^2$, $k^2 = q^2 + x_z^2$ – странно.

$\omega_{\vec{k}} = \omega_{\vec{K}} + \Omega_{\vec{x}}$ должно дать выражение на φ_s. Чисто $\omega_{\vec{K}} = \omega_0 + Dk^2$ – слишком

$\omega_0 + Dk^2 = \omega_0 + D\left[(k-q)^2 + x_z^2\right] + \Omega(x_z^2)$, $\Omega(x_z^2) = Dk^2 + D\left[(k-q)^2 + x_z^2\right]$, $\Omega(x_z^2) = \Omega_0 + Dx_z^2$

$\Omega_0 + Dx_z^2 = Dk^2 - D\left[(k-q)^2 + x_z^2\right]$. $\Omega_0/D + 2x_z^2 = 2kq - q^2$, $q = k - K_x$, $x_z = -K_z$ – уравнение на φ_s.

Escaneado con CamScanner

$x_z^2 = kq - \frac{1}{2}q^2 - \frac{\Omega_0}{2D} \geq 0$, $|B|^2 \sim x_z^4 \sim \left(kq - \frac{1}{2}q^2 - \frac{\Omega_0}{D}\right)^2 \sim \left(Dkq - \Omega(q^2)\right)^2$

т.е. $q^2 - 2kq + \frac{\Omega_0}{D} = 0$, $q_{1,2} = \frac{1}{2}\left(2k \pm \sqrt{4k^2 - 4\frac{\Omega_0}{D}}\right) = k \pm \sqrt{k^2 - \Omega_0/D}$,

т.е. splitting $|B|^2 \sim \left[2Dkq - \Omega(q^2)\right]^2$, $\Omega(x^2)$ - Winter's SW, $q = k - K_x$, k - incident SW,

т.е. $q_1 < q < q_2$, $q_{1,2} = k \pm \sqrt{k^2 - \Omega_0/D}$, $k - \sqrt{(\cdot)} < k - K_x < k + \sqrt{(\cdot)}$ →

$0 < K_x < \sqrt{k^2 - \Omega_0/D}$, $K\cos\varphi_s < \sqrt{k^2 - \Omega_0/D}$

$|B(q)|^2 \sim \left[2Dkq - \Omega(q^2)\right]^2$

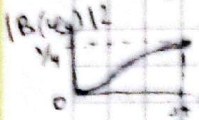
$q = k - K_x$, $q = k - K\cos\varphi_s$.

→ $\omega_k^2 + Dk^2 = \omega_0^2 + DK^2 + \Omega_0 + Dx_z^2$

$K^2 = k^2 - x_z^2 - \frac{\Omega_0}{D} = k^2 - \frac{\Omega(x_z^2)}{D}$, $K_x^2 + K_z^2 = k^2 - K_z^2 - \frac{\Omega_0}{D}$, $K_z = -x_z$, $K_x = k - q$.

$\operatorname{tg}\varphi_s = \frac{K_z}{K_x} = -\frac{x_z}{k-q}$, $q = k - \sqrt{k^2 - x_z^2 - \frac{\Omega_0}{D}}\cos\varphi_s$, $\sin^2\varphi_s = \frac{x_z^2}{\left[k^2 - x_z^2 - \frac{\Omega_0}{D}\right]}$

$x_z^2 = (k^2 - \Omega_0/D)\frac{\sin^2\varphi_s}{1+\sin^2\varphi_s}$, $|B|^2 \sim x_z^4 = (k^2 - \Omega_0/D)^2 \frac{\sin^4\varphi_s}{(1+\sin^2\varphi_s)^2}$ — splitting



дает квадратичную ω_k^2, Ω_k^2.

дает $\omega_k^2 = \omega_0^2 + Dk^2$, $\Omega_k^2 = \Omega_0 + Dx_z^2$. Это из $K_z = K\sin\varphi_s$.

// Если $\omega_k^2 = f(k^2)$ обычный закон дисперсии, то $\sin^2\varphi_s = \frac{K_z^2}{K^2} = \frac{x_z^2}{K^2}$

$\omega_k = \omega(k^2) + \Omega(x_z^2)$, $K^2 = \omega^{-1}\left[\omega_k - \Omega(x_z^2)\right]$, $\sin^2\varphi_s = \frac{x_z^2}{\omega^{-1}\left[\omega_k - \Omega(x_z^2)\right]}$

решение относит. x_z^2, откуда $x_z^2 = f(\sin^2\varphi_s)$, $|B(\varphi_s)|^2 \sim x_z^4 \sim f^2(\sin^2\varphi_s)$ — splitting

Дает $\omega_k = \omega_0 + Dk^2$, $\Omega_x = \Omega_0 + Dx_z^2$, $Dk^2 = DK^2 + \Omega_0 + Dx_z^2$, $K^2 = k^2 - x_z^2 - \frac{\Omega_0}{D}$,

$\sin^2\varphi_s = \frac{x_z^2}{\left[k^2 - x_z^2 - \Omega_0/D\right]}$ и $x_z^2 = (k^2 - \Omega_0/D)\frac{\sin^2\varphi_s}{(1+\sin^2\varphi_s)}$.

Возможно $\omega_k^2 = \omega_0(\omega_0 + Dk^2)$, $\Omega_x^2 = \Omega_0(\Omega_0 + Dk^2)$, и как у Winter'61

ω_k^2 (SW) $= (\omega_0 + Dk^2)(\omega_0' + Dk^2)$, Ω_x^2 (Winter's magnons) $= (\Omega_0 + Dk^2)(\Omega_0' + Dk^2)$, тогда $x_z^2 = f(\sin^2\varphi_s)$ сложнее.

Закон дисп. $\omega(k^2)$, $\Omega(x^2)$ dipolar terms are ignored or accounted in Simplified form.

Учтя дип. взаимодействие дает $\omega_d(\vec{k}) \sim k_x$ и конкурирует $\omega(k^2)$.

Поэтому $\Omega_0 << \omega_0$. Итог ω_k (SW) $>> \Omega_x$ (Winter magnons).

• For confluence (б) - process $\vec{x}$ сохраняется $K_z \to -K_z$, и $\Omega_{\vec{x}} \to -\Omega_{\vec{x}}$

$\omega_{\vec{k}} + \Omega_{\vec{x}} = \omega_{\vec{k}}$. $Dk^2 = DK^2 - \Omega_0 - Dx_z^2$, $K^2 = k^2 + x_z^2 + \frac{\Omega_0}{D}$, $\sin^2\varphi_s = \frac{x_z^2}{k^2 + x_z^2 + \frac{\Omega_0}{D}}$

$x_z^2 = (k^2 + \Omega_0/D)\frac{\sin^2\varphi_s}{1-\sin^2\varphi_s} = (k^2 + \Omega_0/D)\operatorname{tg}^2\varphi_s$, $|B(\varphi_s)|^2 \sim (k^2 + \Omega_0/D)^2 \operatorname{tg}^4\varphi_s$.

$\vec{k} + \vec{x} = \vec{K}$, $x_z = K_z$, $k + x_x = K_x > 0$, $x_y = 0$ (т.к. $q_y = 0$) — по симметрии Winter magnon до scattering.

$Dk^2 + \Omega_0 + Dx_z^2 = DK^2 = D(k^2 + x_z^2)$, что возм. если $\Omega_0 = 0$ только.

$\sin^2\varphi_s = \frac{x_z^2}{K^2} = \frac{x_z^2}{k^2 + x_z^2}$, $x_z^2 = k^2\operatorname{tg}^2\varphi_s$, $|B(\varphi_s)|^2 \sim x_z^4 \sim k^4\operatorname{tg}^4\varphi_s$.

$\vec{k} = (k_x, 0)$ и $\vec{x}(0, x_z)$ - incident SW и Winter's magnon, они не сохраняются φ_s.

$k_x = K_x = K\cos\varphi_s = \sqrt{x_z^2 + k^2}\cos\varphi_s$ $k^4\operatorname{tg}^4\varphi_s = (x_z^2 + k^2)^2\cos^4\varphi_s\operatorname{tg}^4\varphi_s = (x_z^2 + k^2)^2\sin^4\varphi_s$

$|B(\varphi_s)|^2 \sim (x_z^2)^2 = k^4\operatorname{tg}^4\varphi_s = (x_z^2 + k^2)^2\sin^4\varphi_s$ — confluence

// Условие $\Omega_0 = 0$ делает confluence process (б) нереализуемым.

$\omega(k^2) = \omega_k + \Omega(x_z^2)$, $K^2 = \omega^{-1}\left[\omega_k + \Omega(x_z^2)\right]$, $\sin^2\varphi_s = \frac{x_z^2}{\omega^{-1}\left[\omega_k + \Omega(x_z^2)\right]}$ → дает $\omega_k^2 = \omega_0 + Dk^2$.

→ дает $x_z^2 = f(\sin^2\varphi_s)$, $|B(\varphi_s)|^2 \sim x_z^4 \sim f^2(\sin^2\varphi_s)$ может сработать для confluence

Зависимость функции $\omega(k^2)$, $\Omega(x_z^2)$.

(25/VIII) С.П. в Мексике, "Life" Hermani, "confluence market". Грипп и обед на террасе.

Вводим то что $kA << 1$, $KA << 1$, $\xi = qA << 1$ $F(K_x) = -2\cos\left(\frac{3L_x}{2\Delta}\right) + i\,I(\xi)$ и

$|F(K_x)|^2 = 4\cos^2\left(3L_x/2\Delta\right) + I^2(\xi)$ и near max при $\xi_m \approx \pi\Delta/L_x$, $q \approx \pi/L_x$, $I(\xi_m) = \frac{2L_x}{\pi\Delta} = \frac{2}{3\pi}$

$I(\xi) = I(\xi_m) + \frac{1}{2}I''(\xi_m)(\xi - \xi_m)^2 \simeq I(\xi_m) + O(\xi^2)$. $x_z^2 + k^2 = k^2 + \frac{1}{D}(\Omega_x - \Omega_0)$, $L_x/D >> 1$

Emission (a) $|B|^2 \sim (k^2 - \Omega_0/D)^2 \frac{\sin^4\varphi_s}{\left[1+\sin^2\varphi_s\right]^2}$, absorption (b) $|B|^2 \sim \left[k^2 + \frac{1}{D}(\Omega_x - \Omega_0)\right]^2 \sin^4\varphi_s$

дает квадратичную $\omega_k = \omega_0 + Dk^2$, $\Omega_x = \Omega_0 + Dx_z^2$. Prefactor absorption при $f(\varphi_s) >$ prefactor emission.

$|B(\vec{K}, \vec{k})| = \frac{A\Delta V_0}{L_x\sqrt{N_w}} K_z^2 |F(K, k_x)| = K_z^2 \frac{A\Delta V_0}{L_x\sqrt{N_w}} \frac{2L_x}{\pi\Delta} = \frac{2}{\pi}\frac{AV_0}{\sqrt{N_w}} K_z^2 = B_0 K_z^2$, $B_0 = \frac{2}{\pi}\frac{AV_0}{\sqrt{N_w}}$

$|B(\vec{K}, \vec{k})|^2 = \left(B_0^2\right)\frac{A^2V_0^2}{N_w}\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 K_z^4 \sim A^2K_z^4$ — probability of SW-DW scattering.

Escaneado con CamScanner

(26/VIII) Перечитал выпад W(Cs) DW-SW scattering MS + послал Ho to Natalia, Igor. Excel tables Vajes y Lomas - other MINECO Skyrmion project

(27/VIII) С А.,Ю.,З. на нашем Ario, Cafe Ario и Zaranta. Перечитал с Наташа и Игорь SW-DW.

(28/VIII) Sk-energy Wang-ansatz $\Theta/2 = \frac{\mathrm{Sh}(R_s/w)}{\mathrm{Sh}(\pi/w)}$ + X.S. Wang et al. Com. Phys. 1, 31 (2018).

$E(R_s,w) = \pi^2 AL\left[f_1(x) + f_2(x) + \frac{2}{\Lambda} w\,(f_3(x) + f_4(x)\frac{\mathrm{Sh}(\pi/w)}{\pi/w}) + \frac{K}{\Lambda} w^2 f_5(x)\right]$. $x = R_s/w$.

$\frac{1}{\pi^2 AL} E(R_s,w) = f_1(x) + f_2(x) + d\,(f_3(x) + f_4(x))w + w^2 f_5(x)$, если w in $\ell = \sqrt{A/K}$ units.

$f_1(x) = 2\mathrm{Sh}^2 x \int_0^\infty \frac{t\,\mathrm{ch}2t\,dt}{[\mathrm{Sh}^2 x + \mathrm{Sh}^2 t]^2}$, $f_2(x) = 2\mathrm{Sh}^2 x \int_0^\infty \frac{dt}{t}\frac{\mathrm{Sh}^2 t}{[\mathrm{Sh}^2 x + \mathrm{Sh}^2 t]^2}$,

$f_3(x) = -\mathrm{Sh}x \int_0^\infty \frac{t\,\mathrm{ch}t\,dt}{(\mathrm{Sh}^2 x + \mathrm{Sh}^2 t)}$, $f_4(x) = -\mathrm{Sh}x \int_0^\infty \frac{dt}{t}\frac{\mathrm{Sh}t(\mathrm{Sh}^2 x - \mathrm{Sh}^2 t)}{(\mathrm{Sh}^2 x + \mathrm{Sh}^2 t)^2}$, $f_5(x) = 2\mathrm{Sh}^2 x \int_0^\infty dt\,t \frac{\mathrm{Sh}^2 t}{[\mathrm{Sh}^2 x + \mathrm{Sh}^2 t]^2}$

$2\mathrm{Sh}^2 x = \mathrm{ch}2x - 1$, $\mathrm{Sh}^2 x + \mathrm{Sh}^2 t = \mathrm{Sh}^2 x + \frac{1}{2}\mathrm{ch}2t - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}[\mathrm{ch}2t + \underbrace{2\mathrm{Sh}^2 x}_{\mathrm{ch}2x} - 1]$

$f_5(x) = 2\mathrm{Sh}^2 x \int_0^\infty dt\,t \frac{\frac{1}{2}(\mathrm{ch}2t - 1)}{\frac{1}{4}[\mathrm{ch}2t + \beta]^2}$. Из $\beta \to \infty$ $f_4(x)$ совпад. $f_4(x)$ с точностью до множ. $\frac{1}{\beta} \to 0$.

С А.,Ю. Ужин Otaneta, cafe „Ñam", Lidl" Hermann", Mercadona" перечитал с Valvidares о MINECO-project report.

(29/VIII) Встреча с Оксаной: Letter Editor Nat. Com. Bergantza - Sk MS, Informe MINECO. Обед в „Ñam" с Окс., Рафа, Ингой, А., Ю. Отчет MEC.

(30/VIII) Работа с Окс.: MEC-report, Bergantza MS letter, обсужд. Sk-on film MS. С А.,Ю.,З. в Donostia downtown - pintxos, vino // Kyocera Cartridges.

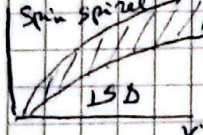
(31/VIII) Bergantza MS - rebuttal letter (помощь Окс., Ауг., Мирям). С А. в Lidl", Carrefour" Olaberria, „Car Market" Tolosa. Ноутбук. Mainz Sk-GM poster. Сводка с N. York (visit Oct. 2 - Nov. 2, 2018 - secondment MagIC).

(1/IX) Gastron. Sociedad с Julian G., Окс., Рафа. Расчеты для Mainz - Madrid trip.

(2/IX) С А. через Irun - Madrid - Mainz на JEMS'2018.

(3/IX) JEMS Sk-session: хорошие talks by Bernand-Mantel (step-f. $m_z(B)$), $e_{ex}(r_{ij})$ - неверное) и Büttner (topol. damping). Обсужд. Sk-stability. ∞-film с Kiselev: в C. Heo - T. Rasing, Sci. Rep 6, 27146 (2016) есть MPD

D/J



K/J

, где уже. Это в discrete simulations of 3 ML film есть не только D_c, где $R_s(D) \to \infty$, но и D_c. При $D \le D_c$ происходит collapse of isolated skyrmion и только ISD остается (ground state), т.е. isolated skyrmion is metastable в широком $D < D < D_c$. В континуальном случае $D_c \to 0$ (on contrast, как в Kiselev JPhD'2011). R_s (collapse) $\approx 5a \approx 1.0$-1.5 nm, гораздо больше, конца continual model еще работает. Есть $R_s = f\left(\frac{D-D_c}{D_t-D_c}\right)$, нормировка на max $r_s(d)$, $d = D\ell/A$ или $r_s(d/d_c)$.

Доценц Lpózsa „Effective damping in noncollinear spin structures" (Wiesendanger) Arxiv 1805.01815. Azim. и radial (n,m) indices to describes eigenfrequencies/eigenmodes $\omega_{n,m}$. $k\pi$ - skyrmions. Отличие. Это для π-skyrmion ($k=1$, $Q=1$) the lowest mode is $m=2$, $\cos 2\varphi$, elliptic instability, для 2ск-, 3ск skyrmions the lowest mode is $m=0$, breathing (проблема!). Number eigenmodes profiles для $m=0$, $n=0,1,2$ - modes - близки к моим $J_1(x_{ng})$ $m=0$ modes profiles для m. vortices (Gus, PRB'2005). Видно еще Gus APL'2006 где decr was calculated for m. vortex и показано $\sim 3d_6$

(4/IX) JEMS Mainz 2018. // Poster X-Sinova - coupled oscillations

(7/IX) Обед Sk-radius, R_s и phase-Φ0 через cluster Hyaccona. Расчеты не вошли. Oral K. Schultheiss - Whispering gallery modes in vortex dots (non-lin. scattering $m=0$ azim. SW to $\pm|m|$ azimuthal SW. Modes с $|m|>>1$ и вопросы К. Кроно дала и назвала whispering). Schultheiss обещала прислать slides. no Winter's magnons in DW-rect. elements. Oral K.W. Kim - Sinova Sk-DW interaction in stripes (theory see Tserkovnyak Inv. M. Mizon и Oral M.A. Nasibi - chiral damping in $D\frac{\partial m}{\partial z}$ - Moriyan + DM term 2015)

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Поперечная Splitting $\omega_k = \omega_{\vec{k}} + \Omega_{x_2} + E_{DW}/\hbar(q)$, E_{DW} энергия доб DW

$\Omega_{\vec{x}} = \Omega_0 + D x_2^2$, $x_2^2 = \frac{1}{D}(\Omega_{\vec{x}} - \Omega_0)$, splitting $|B|^2 \sim \left(k^2 - \frac{\Omega_0}{D}\right)^2$ $q = k_x - K_x \neq 0$

Splitting $\frac{1}{2}(Dk^2 - \Omega_0) = \frac{1}{D^2}[\omega_k - \omega_0 - \Omega_0]^2$ confluence $|B|^2 \sim \left(k^2 + \frac{\Omega_{\vec{x}}}{D} - \frac{\Omega_0}{D}\right)^2$

$D = 2\gamma A/M_s^2$. $B_0 = \frac{2}{\pi}\frac{A V_0}{\sqrt{N_w}}$, $[B_0] = \frac{erg}{cm} cm^3 = erg \cdot cm^2$. $[B] = erg \cdot cm^2 [x_2^4] = cm^4$ conf. $\frac{1}{D^2}(\omega_k - \omega_0 + \Omega_{\vec{x}} + \Omega_0)^2$

Ум.-Splitting

(a) $\omega_k = \omega_{\vec{k}} + \Omega_{\vec{x}}$, (b) $\omega_k + \Omega_{\vec{x}} = \omega_{\vec{k}}$ – confluence

(a) $\omega_k - \omega_0 - \Omega_0 = \omega_{\vec{k}} + \Omega_{\vec{x}} - \omega_0 - \Omega_0 = Dk^2 + D(x_2^2 + x_1^2)$ – splitting

(b) $\omega_k - \omega_0 + \Omega_{\vec{x}} - \Omega_0 = \omega_{\vec{k}} - \omega_0 - \Omega_0 = Dk^2 - \Omega_0$ – confluence.

Нарушение расчета 24/VIII $\Omega_{\vec{x}} = \Omega(x_2^2)$, хотя $\vec{x} = (x_1, x_2)$ – по смыслу.

(a) $tg\varphi_s = \frac{K_z}{K_x} = -\frac{x_2}{(k_x - q)}$, $k_x = k > 0$. $q = k_x - K_x$, $K_x = |K|\cos\varphi_s = \sqrt{K_x^2 + K_z^2}\cos\varphi_s$

$\omega_k = \omega_{\vec{k}} + \Omega(x_2^2) \to K^2 = k^2 - \frac{\Omega}{D}(x_2^2)$, $q = k - K_x = k - |K|\cos\varphi_s$

$k_x - q = k - q = |K|\cos\varphi_s$, $tg\varphi_s = -\frac{x_2}{|K|\cos\varphi_s}$, $\sin\varphi_s = -\frac{x_2}{|K|} = \frac{K_z}{|K|}$

$|K|^2 = K_x^2 + K_z^2 = k^2 - \frac{\Omega}{D}(x_2^2) = k^2 + x_2^2 - \frac{\Omega_0}{D} \to \sin^2\varphi_s = \frac{x_2^2}{k^2 - \frac{\Omega_0}{D} - x_2^2}$

Решаем отн. x_2^2 находим $x_2^2 = \left(k^2 - \frac{\Omega_0}{D}\right)\frac{\sin^2\varphi_s}{1 + \sin^2\varphi_s}$ – берем, сабн. в (a) 24/VIII.

$\to |B|^2 = B_0^2 x_2^4 = B_0^2 \left(k^2 - \frac{\Omega_0}{D}\right)^2 \frac{\sin^4\varphi_s}{[1 + \sin^2\varphi_s]^2}$ – splitting.

$k^2 - \frac{\Omega_0}{D} = \frac{1}{D}(Dk^2 - \Omega_0)$, $\omega_k = \omega_0 + Dk^2$, $\omega_k = \omega_{\vec{k}} + \Omega_{\vec{x}}$

$Dk^2 - \Omega_0 = \omega_k - \omega_0 - \Omega_0 = \omega_{\vec{k}} + \Omega(x_2^2) - \omega_0 - \Omega_0 = Dk^2 + Dx_2^2 = D(k^2 + x_2^2)$

Но исходная СВ wave vector $\vec{k} = (k_x, 0) = (k, 0)$.

(b) $\omega_k + \Omega_{\vec{x}} = \omega_{\vec{k}}$, $\omega_0 + Dk^2 = \omega_0 + Dk^2 + \Omega_0 + Dx_2^2$, $K^2 = k^2 + x_2^2 + \frac{\Omega_0}{D}$

$\sin\varphi_s = \frac{K_z}{|K|} = \frac{x_2}{|K|}$, $\sin^2\varphi_s = \frac{x_2^2}{\left[k^2 + x_2^2 + \frac{\Omega_0}{D}\right]} \to x_2^2 = \left(k^2 + \frac{\Omega_0}{D}\right)tg^2\varphi_s$

$\vec{k} + \vec{x} = \vec{K}$ $k_x + x_x = K_x$, $x_2 = K_z$, но смотрим confluence $\frac{x_x}{} = 0$, т.к. initial Winter SW имеет $\vec{x} = (0, x_2)$, $k_x = K_x \to q = 0$ дает (b)

$K_x^2 + K_z^2 = k_x^2 + K_z^2 = k^2 + x_2^2 + \frac{\Omega_0}{D}$, $K_z^2 = x_2^2$, что возм. при $\Omega_0 = 0$, как отмечено 24/VIII. Т.е. дает Confluence при квадрате $\omega_k, \Omega_{\vec{x}}$, $q = 0$ и $\Omega_0 = 0$ (!)

Но при $q = 0$ $F(K_x, k_x) = \frac{L_x}{\Delta}(1 + K_x k_x \Delta^2) - 2 \approx \frac{L_x}{\Delta}(1 + K_x k_x \Delta^2)$ при $L_x/\Delta \gg 1$.

$B(\vec{K}, \vec{k}) = A\frac{\Delta V_0}{L_x\sqrt{N_w}}\frac{x_2^2}{(1 + k_x^2\Delta^2)}\frac{L_x}{\Delta}(1 + k_x^2\Delta^2) = \frac{AV_0}{\sqrt{N_w}}x_2^2 = \frac{\pi}{2}B_0 x_2^2$,

$|B|^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 B_0^2 x_2^4$ дает confluence, что нарушает расчет 24·25/VIII, где $|B|^2 = B_0^2 x_2^4$.

$x_2^2 = k^2 tg^2\varphi_s$, $k^2 = k_x^2 = K_x^2 = K^2\cos^2\varphi_s = (k^2 + x_2^2)\cos^2\varphi_s$

$|B|^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 B_0^2 x_2^4 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 B_0^2 (k^2 + x_2^2)^2 \cos^4\varphi_s\, tg^4\varphi_s = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 B_0^2 (k^2 + x_2^2)^2 \sin^4\varphi_s$

→ Т.е. дает Confluence $|B|^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 B_0^2 (k^2 + x_2^2)^2 \sin^4\varphi_s$, k, x_2 initial SW и Winter SW

($q = 0, \Omega_0 = 0$) wave-vectors.

$\frac{|B|^2}{B_0^2} = \left(k^2 - \frac{\Omega_0}{D}\right)^2 \frac{\sin^4\varphi_s}{(1 + \sin^2\varphi_s)^2}$ – splitting, $\frac{|B|^2}{B_0^2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 (k^2 + x_2^2)^2 \sin^4\varphi_s$ – confluence.

initial $\vec{k}$ initial k, x_2 $\Omega_0 = 0$

→ дает $\omega_k = \omega_0 + Dk^2$ (SW), $\Omega_{\vec{x}} = \Omega_0 + Dx_2^2$ (Winter SW) квадратн. Conf.

Берем $k = 10^5\ cm^{-1}$ $\left|\ 1\ cm^{-1} = 10^{-7}(nm)^{-1}\ \right| = 10^{-2}(nm)^{-1}$ $\Delta = 10\ nm$, $k\Delta = 10^{-2} \cdot 10 = 0,1 \ll 1$

$\lambda = \frac{2\pi}{k} \approx 6\frac{1}{10^{-2}(nm)^{-1}} \approx 600\ nm$ – SW. $x_2 = 10^{-2}(nm)^{-1}$, $\Omega_0 = 0,1\ GHz$

$\frac{\Omega_0}{D} = \frac{\Omega_0}{2\gamma A}M_s^2 = \frac{\Omega_0}{\gamma}\frac{M_s^2}{2A} = \frac{\Omega_0}{4\pi\gamma M_s}\frac{4\pi M_s^2}{2A} = \frac{\Omega_0}{\omega_M}\frac{1}{l_e^2}$, $l_e^2 = \frac{A}{(2\pi M_s^2)}$

$k^2 - \frac{\Omega_0}{\omega_M}\frac{1}{l_e^2}$, $\frac{\Omega_0}{D} = \frac{\Omega_0}{\omega_M}\left(\frac{1}{5nm}\right)^2 = \frac{\Omega_0}{\omega_M}\frac{4\cdot 10^{-2}}{(nm)^2}$, $\frac{\Omega_0}{\omega_M} = \frac{0,1\ GHz}{37,5\ GHz} = 2,7\cdot 10^{-3}$

$M_s = 1000\ G$, $\omega_M/2\pi = 37,5\ GHz$

$k^2 - 2,7\cdot 10^{-3}\frac{4\cdot 10^{-2}}{(nm)^2} = 10^{-4}\frac{1}{(nm)^2} - 10,6\frac{10^{-5}}{(nm)^2} \approx 0$. k близко по нулю, что нарушает Ω_0

$k = 10^{-2}\ nm^{-1}$, $\omega_k - \omega_K = \pm\Omega_x$, $\omega_k - \omega_K = Dk^2 - DK^2 = D(k^2 - K^2)$

(a) $\omega_k - \omega_K = \Omega_x$, (b) $\omega_k - \omega_K = -\Omega_x$. $\xi = q\Delta \approx \pi\frac{\Delta}{L_x}$, $q \approx \frac{\pi}{L_x} = \frac{\pi}{10\mu m} = \frac{\pi}{10\cdot 10^3 nm} = 3\cdot 10^{-4}\frac{1}{nm}$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

(19/I) Meetings with Julian (Advanced Materials booth before, CAF-Orbital afterwards)

Kamen notebooks Vorbo u Gemfoam bro passport u Bank info.

Вопрос (из отзыва Ruben): есть ли мода калибровки $\Delta(t)$ of DW/skyrmion width? в 1D-case (ДВ)? 2D case – Skyrmion? какая ее eigenfrequency?

Для ob. film $E(\Delta, r_s) = 2\xi - \pi d r_s + \frac{2}{\xi}(1+r_s^2)$ at $\xi \gg 1$ – Skyrmion energy d-d.

$\xi = \frac{r_s}{\Delta} \to E(\Delta, r_s) = 2\frac{r_s}{\Delta} - \pi d r_s + 2\frac{\Delta}{r_s}(1+r_s^2) = -\pi d r_s + 2\frac{r_s}{\Delta} + 2\Delta\left(\frac{1}{r_s} + r_s\right)$

Тем $\frac{\partial E}{\partial r_s} = 0$, $\frac{\partial E}{\partial \Delta} = 0 \Rightarrow \Delta_0(d) = 4/d_c$, $d = 4/\pi$. equilibr. В Arrantya-Master. Sem. Энергия, p.6.

Наше $r_s(d) = 1/\sqrt{1-(d/d_c)^2}$.

$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kin} - E = -\frac{M_s}{\gamma}\cos\theta\,\dot{\varphi}\,dV - E(\Delta, r_s)\cdot 2\pi AL$. $\Phi_0(\xi, t)$

У Кравчука PRB'18 $\mathcal{E}$ (и $\xi_{SI} AL$ и r_s) $= \frac{1}{2}\left(\frac{r_s}{\Delta} + \frac{\Delta}{r_s}\right) + \frac{1}{2}\Delta\cdot r_s - \frac{2}{2}\xi R_s\cos\Psi$, $\delta = \frac{d}{d_c}$

$\mathcal{E} = E/E_{DP} = (4/\pi)E$ ($\Psi = \Phi_0 = 0$). тогда $\delta = \frac{d}{d_c} = \frac{d}{4/\pi} = \frac{\pi}{4}d$. Sk-Breath make

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}\left(\frac{r_s}{\Delta} + \frac{\Delta}{r_s}\right) + \frac{1}{2}\Delta r_s - \frac{\pi}{4}d\,r_s\cos\Psi$, $E = 4\mathcal{E} = 2\Delta\left(\frac{1}{r_s} + r_s\right) + \frac{2r_s}{\Delta} - \pi d r_s\cos\Psi$

Кравчук'18 предполагал r_{s0} и $\Psi = \Phi_0$ не зависели от (ξ, ψ), а только от t.

Если $\Psi = \Phi_0(\xi, t) = \Phi_0(\xi)$, то E_{DI}, E_{DMI} совсем другие, см. 27, 29/I 17г, 1/II 17г, и $\omega_0'(B_{crit}) \sim \sqrt{D}$. 29/I 17г. а записал linearized у D для $\Theta = \Theta_0 + \varepsilon\varepsilon$ 17г, и $\Phi_0 \ll 1$ (статья $\Phi_0 = \Phi_0(static) + \Phi_0 = \Phi_0 \ll 1$ не очень Neel-Sk $\Phi_0(t+\Delta t) = 0$).

Если предположить (1/III 17г.) $\Phi_0 = \Phi_0(t)$ только как Кравчук'18 и $\varepsilon\varepsilon = \varepsilon\varepsilon(\xi, t)$, то

$$\begin{cases} \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\,\dot{\Phi}_0 = \left[2\left(K + \frac{A}{\xi^2}\right)\cos 2\Theta_0 - 2AV^2 - \frac{2D}{\gamma}\sin 2\Theta_0\right]\varepsilon\varepsilon \\ \frac{M_s}{\gamma}\dot{\varepsilon\varepsilon} = 2D\sin\Theta_0\,\Theta_0'\,\dot{\Phi}_0 \end{cases}$$

$\varepsilon\varepsilon \sim D$, $\omega_0 \sim \sqrt{D}$

тогда как у Кравчук'18 $\omega_0 \sim \sqrt{1-(d/d_c)^2}$, $d \to d_c - 0$, или $\Phi_0 = \Psi(t)$ и $R_s(t)$.

$\omega_0(d)$ – Кравчук'18, с $\omega_0(0)$ – max, неочевидно. либо неверно, либо это simulations с $\Phi_0(\xi, t)$, $\varepsilon(\xi, t)$. $\Phi_0(\xi, t) = \Phi_0(t)$ Вегер и $\omega_0(D=0) = 0$ $\forall\,\varepsilon\varepsilon$.

Можно $\varepsilon\varepsilon(\xi, t)$ не сводимо к Sk-trading $R_s(t)$ dynamics кому у Кравчук'18?

Посм. Sk-dynamics in Iwasaki-Nagaosa PRB'14, где учен. что gauge vector potential.

Escaneado con CamScanner

(26/Σ) SW-DW paper ne upomenem b Adv. El. Mat.; red rec'd to Rapid Res Lett?
Pesenyuk Sk-stability MS (in „Materials") - major revision, Cite in Referees
Refs (Thiaville 02, 06) no Dw width Δ(t) dynamics. Dynamic Δ(t) → its relaxation
c relax-time τ < 1 ps k equil. value $\Delta_0(t)$ dependent on instan. value of Δ(t).
Δ(t) is „slave"-variable u ee dynamics ne nado ydnoBHaBaTb c Kronmüller PRB 18
Σ: meals to Ricardo, Sabbura u Angel.
// O (legu) hobility/durability $\Gamma = \Phi_t(\beta, t)$ ostanovka Rumen c GM-$\bar{X}(t)$ u Sk-mass cm. 4-5/Σ 2016 u
Sk-dynamics u Sk-mass cm. Aug.-Oct. 2016 (collective c Ts, Ubanob)

(27/Σ) (A. b. carrofaur-Plaberna / Tpabnenue $R_s(D)$, $\Delta(D)$ - Aranda-Materials c Jxen.
$K = K_u - 2\pi M_s^2$, $d = D\ell/A$, $\ell = \sqrt{A/K}$, theor $\tau_s = R_s/\ell = f(d)$. (Exp Lm. σ-β Lm).
Cpabn. $R_s(D)$ c exp - Sk

① C. Moreau-Luchaire et al. Nat. Nanotechn. 2016 Ir/Co/Pt MLs u dots
$\bar{A} = 10$ pJ/m, $M_s = 960$ G, $K_{eff} = 1.7\cdot10^6$ erg/cm³, $\bar{D} = 1.9$ mJ/m², $R_s = 40$ nm ($H_z = 12$ mT).
$\ell = \sqrt{A/K} = \sqrt{\frac{1.0\cdot10^{-6}\ \text{erg/cm}}{1.7\cdot10^6\ \text{erg/cm}^3}} = \sqrt{\frac{1}{1.7}}\cdot10^{-6}$ cm $= 7.7$ nm. $d = \frac{D\ell}{A} = \frac{1.9\ \text{erg}\cdot7.7\ \text{nm}}{\text{cm}^2\cdot1.0\cdot10^{-6}\ \text{erg/cm}} = 1.46$
$d_c = 1.273$, $d > d_c$ ne moryt yerojunBo ∞-film. Bepem A = 15 pJ/m,
$d = \frac{D}{A}\sqrt{\frac{A}{K}} = \frac{D}{\sqrt{AK}} = \frac{1.9\ \text{erg/cm}^2}{\sqrt{1.5\cdot10^{-6}\ \text{erg/cm}\cdot1.7\cdot10^6\ \text{erg/cm}^3}} = \frac{1.9}{\sqrt{1.5\cdot1.7}} = 1.19$ close k $d_c = 1.27$.
Экcп. $R_s \approx 50$ nm ($H_z \to 0$). $\frac{R_s^{exp}}{\ell} = \frac{50\ \text{nm}}{7.7\ \text{nm}} = 6.5$ (!) u/u $H_z = 0$ u u $\frac{R_s^{exp}}{\ell} = 5.2$ at $H_z = 12$ mT.
(A = 10 pJ/m)
Calc. Bruno model $\tau_s^{calc}(d = 1.19) = 3.09$ u/u $\tau_s^{exp}(d = 1.19) = 5.2$
D = 1.9 mJ/m² Moreau L. - Zabavnenko. Bruno D = 1.6 mJ/m² u $d = \frac{1.6}{\sqrt{1.5\cdot1.7}} = 1.02$.
Bruno Hago A = 10 pJ/m u $d = \frac{1.4\div1.6}{\sqrt{1.0\cdot1.7}} = 1.07\div1.23$. $d^{exp} = 1.23$ (1.227). → $\tau_s^{calc}(d)$
$x = \frac{d}{d_c} = \frac{1.23}{1.273} = 0.966$. $\tau_s = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = 3.74$. Точнее $\tau_s^{calc}(d = 1.23) \approx 4.1$. $\tau_s^{exp} = 5.2$ ($H_z = 12$ mT)
Т.к. d около Забавнен ок A (конрое неизвесно) u $d \approx d_c$, то $\tau_s^{calc}(d)$ сильно Забавнен
ок d^{exp}, $\tau_s^{calc}(d)$ изглаждена в широких пределах от 1,3 до 5.
$t_{Co} = 0.6$ nm, но $(Ir/Co/Pt)_{10} \to T_{Co} = 6$ nm, не много по-дебел с dot radius 150nm, 250nm.
$R_s(12\text{ mT}) = 40$ nm - это нереал. для ML-films, а не dots with finite R.

② O. Boulle et al. Nat. Nanotech. 2016. Pt/Co/MgO - один слой Co ≈ 1 nm.
нужно measured Dw width $\pi\sqrt{A/K_{eff}} = 29.5$ nm → $\ell = \sqrt{A/K} = 9.4$ nm (Sw-fi Lm).
Measured/fitted $D = 2.05$ mJ/m². нужно $\frac{D}{D_c} = \frac{d}{d_c} = 0.8$ (!), т.е. $d = 0.8\cdot1.273 = 1.02$.
$R_s^{exp} = 65$ nm, $\tau_s^{exp} = \frac{R_s^{exp}}{\ell} = \frac{65\ \text{nm}}{9.4\ \text{nm}} = 6.9$ (!) - гигант. фно $d = 1.02$, $\tau_s^{calc}(1.02) = 1.15$.
Bruno y Boulle ℓ u D_c не то. $K = K_u - 2\pi M_s^2 = 14.5\cdot10^6 - 2\pi(1.4)^2 10^6 = 2.18\cdot10^6\ \frac{\text{erg}}{\text{cc}}$
$\ell = \sqrt{\frac{2.75\cdot10^{-6}\ \text{erg/cm}}{2.12\cdot10^6\ \text{erg/cm}^3}} = \sqrt{\frac{2.75}{2.12}}\ 10^{-6}$ cm $= 1.12\cdot10^{-6}$ cm $= 11.2$ nm.
~~Тогда~~ $R_s^{exp}/\ell = \tau_s^{exp} = \frac{65\ \text{nm}}{11.2\ \text{nm}} = 5.8$. $d = \frac{D}{\sqrt{AK}} = \frac{2.05\ \text{erg/cm}^2}{\sqrt{2.75\cdot10^{-6}\ \text{erg/cm}\cdot2.18\ \frac{\text{erg}}{\text{cc}}\cdot10^6}} = 0.84$ еще хуже,
$K_u = 13.7\cdot10^6$ erg/cc corrected Suppl. Mat. $K = 13.7\ \frac{\text{Merg}}{\text{cc}} - 2\pi M_s^2 = 1.38\ \frac{\text{Merg}}{\text{cc}}\cdot10^6$ $\tau_s^{calc}(0.84) = 0.77$
→ $\ell = \sqrt{\frac{2.75}{1.38}}\ 10^{-6}$ cm $= 1.41\ 10^{-6}$ cm $= 14.1$ nm, $\tau_s^{exp} = \frac{65\ \text{nm}}{14.1\ \text{nm}} = 4.6$.
$d = \frac{D}{\sqrt{AK}} = \frac{2.05}{\sqrt{2.75\ 1.38}} = 1.052$ (хорошо совп. с initial $d = 1.02$), $\tau_s^{calc}(d = 1.052) = 1.02$.
Bruno y Boulle A = 27.5 pJ/m сильно завышено. Надо A = 10-15 pJ/m как у Moreau-L. 2016
Берем A = 20 pJ/m → $d = \frac{2.05}{\sqrt{2.0\cdot1.38}} = 1.234$, $\ell = \sqrt{\frac{2.0}{1.38}}$ cm $10^{-6} = 1.204\ 10^{-6}$ cm $= 12.04$ nm
$\tau_s^{exp} = \frac{65\ \text{nm}}{12.04\ \text{nm}} = 5.4$, $\tau_s^{calc}(d = 1.234) = 4.2$. (A = 20 pJ/m, D = 2.05 mJ/m²)

③ S.D. Pollard et al. Nat. Com. 2017 (Co/Pd)n ∞-films. A = 10 pJ/m, $K_{eff} = 2.4\cdot10^6\ \frac{\text{erg}}{\text{cc}}$
D = 2.0 mJ/m².
$\ell = \sqrt{\frac{A}{K_{eff}}} = \sqrt{\frac{1\cdot10^{-6}}{2.4\cdot10^{-6}}} = \sqrt{\frac{1}{2.4}}\cdot10^{-6}$ cm $= 0.645\cdot10^{-6}$ cm $= 6.5$ nm. $\tau_s^{exp} = 45\text{nm}/\ell$.
$d = \frac{D}{\sqrt{AK}} = \frac{2.0}{\sqrt{1.0\cdot2.4}} = 1.29$, A = 10 pJ/m слишком много. $t_{Co} = 0.7$nm. Берем $A_{max} = 12.5$ pJ/m.
$\ell = \sqrt{\frac{1.25}{2.4}}\ 10^{-6}$cm $= 7.2$ nm, $\tau_s^{exp} = \frac{45\text{nm}}{7.2\text{nm}} = 6.25$. $d = \frac{2.0}{\sqrt{1.25\ 2.4}} = 1.155$, $\tau_s^{calc}(d = 1.16) = 2.6$. Сильно нужна HR TEM image.

Escaneado con CamScanner

Ecan $\lambda_0 = 11$ pJ/m → $\ell = \sqrt{\frac{1.1}{2.4}}\, 10\text{nm} = 6.8\text{nm}$, $d = \frac{2.0}{\sqrt{1.1 \cdot 2.4}} = 1{,}231$, $\tau_s^{calc}(d=1{,}23) \approx 4.1$
$\tau_s^{exp} = 45\text{nm}/6.8 = 6.6$.

(1 Moreau-L. u Boulle u Pollard) Eufeu skyrmions c $d \le d_0$ (via Framing) (metastability), c $R_s \approx 40$-60 nm and reduced $\tau_s = R_s/\ell \approx 5$-7 $\gg 1$.

DMI sign - Chirality $\Phi_0 = \text{const}$

3/I 15 г. $W_D = D(\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m})$, $\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m} = \theta_s' \sin(\Phi-\psi) - \frac{1}{s}\theta_\psi' \cos(\Phi-\psi) + \sin\theta\cos\theta\left[\Phi_s' \cos(\Phi-\psi) + \frac{1}{s}\Phi_\psi' \sin(\Phi-\psi)\right]$

Bloch skyrmion, $\Phi = \psi + C\frac{\pi}{2}$, $\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m} = \theta_s' C + \sin\theta\cos\theta\frac{1}{s}C$, $W_D^B = D\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$

$W_D^n = D\left[m_z(\nabla\vec{m}) - (\vec{m}\nabla)m_z\right]$, $\frac{W_D^n}{D} = \theta_s'\cos\Gamma + \frac{1}{s}\theta_\psi'\sin\Gamma + \sin\theta\cos\theta\left[\frac{1}{s}\Phi_\psi'\cos\Gamma - \Phi_s'\sin\Gamma\right]$, $\Gamma = \Phi - \psi$

Neel-Skyrmion $\Phi = \Phi_0 + \psi$, Radially Sym. Skyrmion: $\theta_\psi' = 0$, $\Phi_s' = 0$, $\Phi_\psi' = 1$, $\Gamma = \Phi_0$.

$\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m} = \theta_s'\sin\Phi_0 + \sin\theta\cos\theta\frac{1}{s}\sin\Phi_0$, $\frac{W_D}{D} = D\sin\Phi_0\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right] = D(\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m})$

$\frac{W_D^n}{D} = \theta_s'\cos\Phi_0 + \sin\theta\cos\theta\frac{1}{s}\cos\Phi_0$; $\frac{W_D^n}{D} = D\left[m_z(\nabla\vec{m}) - (\vec{m}\nabla)m_z\right] = D\cos\Phi_0\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\cos\theta\sin\theta\right]$

W_D - Bulk Bloch skyrmions $\Phi_0 = \pm\pi/2$, W_D^n - interface Neel skyrmions, $\Phi_0 = 0, \pi$.

For any skyrmion $W_D \sim D\cdot C$, C - Sk-chirality ($C = \sin\Phi_0$ - Bloch Sk, $C = \cos\Phi_0$ - Neel Sk)

$I_D = \int_0^R ds\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$. Знак I_D?

$m_\theta = \sin\Phi_0$, $m_\psi = \cos\Phi_0$

BP ansatz $\cos\theta = p\frac{R_s^2 - s^2}{R_s^2 + s^2}$, $\theta_s' = \frac{p}{s}\sin\theta$, $p = m_z(0)$, $I_D(BP) = \int ds\left[\frac{p}{s}\sin\theta + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right] =$

$= \int_0^R ds\sin\theta\left(p + \cos\theta\right) = p\int_0^R ds\sin\theta + \int_0^p d(\cos\theta)(-1)\cos\theta$, $e_D \sim \frac{1}{z^2}\frac{dz_c}{1+c^2}$, $c = \frac{R_s}{R}$, $z = \frac{R}{\ell_{ex}}$.

$I_D(BP) > 0$. [Aranda'18] $d = 2D\ell_{ex}/A$.

De Beule ansatz $W_D = 2\pi\ell D\int_0^\infty dz\, z\left[\theta_z' + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right]$, $w_D = D\left[\theta_z' + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right]$, $\varepsilon_D = \frac{W_D}{2\pi\ell A}$

(9/III 17 г.) $\theta(0) = \pi$, $\theta(\infty) = 0$

$\varepsilon_D = -dz_s F(z)$, $F(z) = -\int ds\left[\frac{sh\,s}{ch^2 s} - \frac{(1+z\cdot s)}{ch\,s}\right] \ge 0$, $\varepsilon_D = d\int_0^\infty dz\left[\theta_z' + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right]z$.

(23/III 17)

$I_D = \int_0^\infty dz\, z\left[\theta_z' + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right] = -z_s F(z) < 0$ для De-Beule ansatz $\theta(z)$. $d = 2\ell/A$.

$\theta(0) = \pi$.

Если $I_D < 0$, то DC надо > 0, $W_D = DC\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right] = |D|\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right] < 0$

Надо $d = 2D\ell/A$ как и сделано в Arantxa - manuscript, Materials.

In general, $W_D = (DC)\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$ и Sign (DC) fixes (radial) dependency on particular model of skyrmion $\theta(s)$. Это сом. с Nagaosa et al. Nat. Nanotechn. 2013. ($\int dz\, W_D < 0$.

(29/I) Revision Arantxa Sk-∞ film MS - Materials. Взял на рец. JAP - Kim - Vortex. Переписка с Ulai о seminar in Berlin. Взял анкеты BIG - Berlin K.A. Nov.27 - Dec 11. Переписка с Ricardo (sent admission to PhD program). Skype с Hidaya A.

(30/I) CV резюмиро для Angel (PhD program). Haran paccoumy invitations SolSkyMag Reminder to Santander to change Quota mensual Hipoteca. Resubm. Arantxa-Sk MS 2013 to „Materials". Зигра исправила $\Phi_0(s)$ Sk-eqs. Miriam submit. Neel-Sk Ag dots" to PRX.

(31/I) Sk-papers review. Проверила $\Theta(s)$, $\Phi_0(s)$ eqs by Zukovic, e-mail с comments с A. E. Eroski" Urbic".

(1/II) $\frac{\delta W}{\delta\Theta}[\Theta,\Phi] = 0$, $\frac{\delta W}{\delta\Phi}[\Theta,\Phi] = 0$ - общие eqs с DMI. Non-trivial Sk-phase $\Phi_0(s)$. Предполагаем $\Theta = \Theta(s)$

$\Phi(s) = \Phi_0(\rho) + \psi$ - radially Sym. skyrmion с variable $\Phi_0(s)$. Если dynamics то radially Symmetric ($m = 0$) modes $\Theta = \Theta_0(s) + \Theta(s,t)$, $\Phi(s,t) = \Phi_0(s) + \psi + \Psi(s,t)$. Если dynamics for Neel-Sk background, то $\Phi_0(s) = 0$, $\Phi = \psi + \Psi(s,t) \to \psi + \Phi_0(s,t)$ ($\Theta, \Psi \ll 1$ и linearization по Θ, Ψ). $\Phi_0 \ll 1$

1) Static $\Phi_0(s)$: Сом. 24/II 16 г. $\frac{1}{D}W_D^n = \cos\Phi_0\theta_s' + \sin\theta\cos\theta\left[\frac{1}{s}\cos\Phi_0 - \sin\Phi_0\Phi_0'\right]$

$\theta_\psi' = 0$, $\Phi_\psi' = 1$, $\Theta = \Theta(s)$, $\Phi = \Phi_0(s) + \psi$. В цилиндр. координатах (s,ψ) надо вычислить $F = sW$, т.к. $E = W\pi\int ds\, w \sim \int ds\, sw = \int ds\, F$.

$\frac{\delta W}{\delta\Theta} = \frac{1}{s}\frac{\delta F}{\delta\Theta} = \frac{1}{s}\frac{\delta(sW)}{\delta\Theta}$, $\frac{\delta W}{\delta\Phi} = \frac{1}{s}\frac{\delta F}{\delta\Phi} = \frac{1}{s}\frac{\delta(sW)}{\delta\Phi}$, $w = w_{ex}, w_D, w_K, w_m, w_H$.

Сом. 25/II 15 г. $\frac{\delta W_D^n}{\delta\Theta} = D(1-\cos 2\Theta)\left[\sin(\Phi-\psi)\Phi_s' - \cos(\Phi-\psi)\Phi_\psi'\frac{1}{s}\right]$, W_D^n - interface DMI.

$\frac{\delta W_D^n}{\delta\Phi} = D(1-\cos 2\Theta)\left[-\sin(\Phi-\psi)\Theta_s' + \frac{1}{s}\cos(\Phi-\psi)\Theta_\psi'\right]$. При $\Theta = \Theta(s)$, $\Phi = \Phi_0(s) + \psi$

надо $\frac{\delta W_D^n}{\delta\Theta} = D(1-\cos 2\Theta)\left[\sin\Phi_0\Phi_0' - \frac{1}{s}\cos\Phi_0\right]$, $\frac{\delta W_D^n}{\delta\Phi} = (1-\cos 2\Theta)\left[-\sin\Phi_0\Theta_s'\right]D$

4. Sistema 1D $\begin{cases} -\frac{M_0}{\gamma} \sin\theta\dot{\theta} = \frac{\delta W}{\delta\theta} = -2A(\nabla^2\theta)\sin 2\theta - 2A(\nabla\theta\cdot\nabla\theta)\sin 2\theta - H\frac{\partial M_z}{\partial\theta} \\ \frac{M_0}{\gamma}\sin^2\theta\dot{\phi} = \frac{\delta W}{\delta\phi} = [K + A(\nabla\phi)^2]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\phi - H\frac{\partial M_z}{\partial\phi} \end{cases}$ / uniaxial $\varphi_0 = \text{cte}$, $\sin 2\theta$

Como definir $\dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ estado de equilíbrio, θ_0, ϕ_0 tal que $\forall x \in [0, L]$ W_0^{ex}

$\frac{\delta W}{\delta\theta} = \frac{\delta}{\delta\theta}(W_{ex} + W_a + W_0^{ex}) = [K + A(\nabla\phi)^2]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta + \frac{1}{\delta}\sin^2\theta\left[\sin(\phi-\varphi)\phi_s' - \frac{1}{\delta}\cos(\phi-\varphi)\theta_s'\right]$

$\frac{\delta W}{\delta\phi} = \frac{\delta}{\delta\phi}(W_{ex} + W_a + W_0^{ex}) = -2A(\nabla^2\phi)\sin^2\theta - 2A(\nabla\theta\cdot\nabla\phi)\sin 2\theta + 2D\sin 2\theta \left[\sin(\phi-\varphi)\theta_s' + \frac{1}{\delta}\cos(\phi-\varphi)\theta_s'\right]$

Vejam $\theta = \theta(s)$, $\phi = \phi_0(s) + \varphi$ tais que $\nabla\phi_0 = \frac{\delta}{\delta s}\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial s}\right)$.

$\frac{\delta W}{\delta\theta} = [K + A(\phi_0')^2]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta + 2D\sin^2\theta\left[\sin\phi_0\phi_0' + \frac{1}{\delta}\cos\phi_0\right] = 0$

$\frac{\delta W}{\delta\phi} = -2A(\nabla^2\phi)\sin 2\theta - 2A\theta_s'\phi_0'\sin 2\theta + 2D\sin 2\theta\left[-\sin\phi_0\theta_s'\right] = 0$

$\nabla\phi = \hat{s}\frac{\partial\phi}{\partial s} + \frac{\hat{\theta}}{s}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = \hat{s}\phi_0' + \frac{\hat{\theta}}{s}$, $(\nabla\phi)^2 = (\phi_0')^2 + \frac{1}{s^2}$, $\nabla\theta\cdot\nabla\phi = \frac{\partial\theta}{\partial s}\frac{\partial\phi}{\partial s} + \frac{1}{s}\theta_s'\frac{1}{s} = \theta_s'\phi_0'$

$\nabla^2\phi = \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left(s\frac{\partial\phi}{\partial s}\right) + \frac{1}{s^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\phi_0}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial\phi_0}{\partial s} = \phi_0'' + \frac{1}{s}\phi_0'$, $\nabla^2\theta = \theta_{ss}'' + \frac{1}{s}\theta_s'$

$\frac{\delta W}{\delta\theta} = \left[K + A\left(\phi_0'^2 + \frac{1}{s^2}\right)\right]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta + 2D\sin 2\theta\left[\sin\phi_0\phi_0' - \frac{1}{s}\cos\phi_0\right] = 0$

$\frac{\delta W}{\delta\phi} = -2A\sin^2\theta\left[\nabla_s^2\phi_0\right] - 2A\theta_s'\phi_0' - 2D\sin^2\theta\sin\phi_0\theta_s' = 0$

(a) $\begin{cases} \left[\frac{K}{A} + (\phi_0')^2 + \frac{1}{s^2}\right]\sin 2\theta - 2\nabla^2\theta + 2\frac{D}{A}\sin 2\theta\left[\sin\phi_0\phi_0' - \frac{1}{s}\cos\phi_0\right] = 0 \\ \nabla^2\phi_0 + 2\operatorname{ctg}\theta\,\theta_s'\phi_0' + \frac{D}{A}\sin\phi_0\theta_s' = 0 \end{cases}$ — duas eqs. acopladas em θ e ϕ_0 (ou φ e ϕ_0) 24/8/2016

$\nabla^2\phi_0 + 2\operatorname{ctg}\theta\,\theta_s'\phi_0' + \frac{D}{A}\sin\phi_0\theta_s' = \phi_0'' + \left[\frac{1}{s} + 2\operatorname{ctg}\theta\theta_s'\right]\phi_0' + \frac{D}{A}\theta_s'\sin\phi_0 = 0$.

Eq. $l = \sqrt{A/K}$, $d = D/A$, $r = s/l$, $\frac{\partial^2}{\partial s^2} = \frac{1}{l^2}\frac{\partial^2}{\partial r^2}$ $\longrightarrow$ $\phi_0'' + \left[\frac{1}{r} + 2\operatorname{ctg}\theta\theta_r'\right]\phi_0' + d\theta_r'\sin\phi_0 = 0$.

Nota 23/8 $\phi_0(s)$ stável, $\phi_0(s,t) \to$ dynamic "breath" mode $\omega = 1/\tau$ eq. $\phi_0(s,t)$ no Bogdanov

Lembrar (a) que $\theta(s)$, $\phi_0(s)$ ordem Cromwell, no qual $\theta(s)$ existindo qualquer ângulo

DW um DeBonte, uma variável $\phi_0(s)$ é localized, $\phi_0 \ll 1$.

(b) $\begin{cases} \nabla^2\theta(r) - \left[1 + \frac{1}{r^2} + (\phi_0')^2\right]\sin\theta\cos\theta - d\sin 2\theta\left[\sin\phi_0\phi_0' - \frac{1}{r}\cos\phi_0\right] = 0 \\ \nabla^2\phi_0(r) + 2\operatorname{ctg}\theta\,\theta_r'\phi_0' + d\theta_r'\sin\phi_0 = 0 \end{cases}$

Note, if $\phi_0 \ll 1$, $\Rightarrow$ $\nabla^2\theta(r) - \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin\theta\cos\theta + \frac{d}{r}\sin^2\theta = 0$, $\nabla^2\phi_0 + 2\operatorname{ctg}\theta\theta_r'\phi_0' + d\theta_r'\phi_0 = 0$

eq. que $\theta(r)$ consumidores.

De Bonte ansatz $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \exp(-f)$, $f(r) = \ln\frac{r}{r_s} + (r - r_s)/\delta$, $\cos\theta = \operatorname{th} f$, $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{ch} f}$, $-\theta_r' = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\sin\theta$

$\operatorname{ctg}\theta\theta_r' + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}(-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\sin\theta = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\cos\theta$, $\theta_r' = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\sin\theta$

$\phi_0'' + \left[\frac{1}{r} - 2\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\cos\theta\right]\phi_0' - d\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\sin\theta\,\phi_0(r) = 0$ — DeBonte $\theta(r)$

$\phi_0'' + \left[\frac{1}{r} - 2\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\operatorname{th} f\right]\phi_0' - d\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\frac{1}{\operatorname{ch} f}\phi_0(r) = 0$, com $r \gg r_s$, $f(r) \gg 1$

$\phi_0'' + \left(\frac{1}{\delta}(-2) - \frac{1}{r}\right)\phi_0' = 0$, $\phi_0'' - \frac{2}{\delta}\phi_0' = 0$ $\operatorname{th} f \approx 1$, $\frac{1}{\operatorname{ch} f} \to 0$

$\psi(r) = e^{2r/\delta}C_1$, $\phi_0' = C_1 e^{2r/\delta}$, $\phi_0(r) = \frac{\delta}{2}C_1 e^{2r/\delta} + C_2$. $\phi_0' = \psi$, $\psi' = \frac{2}{\delta}\psi$, $\ln\psi = \frac{2}{\delta}r + C$

Bonne forme $\operatorname{th} f = \operatorname{th}\left[\ln\frac{r}{r_s} + \frac{1}{\delta}(r - r_s)\right]_{r_s \gg 1} = 1$. $\psi' - \left(\frac{1}{r} + \frac{2}{\delta}\right)\psi = 0$.

$\ln\psi = \ln r + \frac{2r}{\delta} + C$, $\psi(r) = re^{2r/\delta}C_1$, $\phi_0' = re^{2r/\delta}C_1$, $\phi_0(r) = C_1 e^{2r/\delta}\left[r - \frac{\delta}{2}\right]\frac{\delta}{2} + C_2$

Com $\phi_0(\infty) = 0$, $\Rightarrow$ $C_1 = 0$, $C_2 = 0$ $\Rightarrow$ $\phi_0(r) \equiv 0$. $\phi_0' = 0$, $\phi_0 = 0$, $\phi_0(r) = 0$, $\phi_0(r) = C_1 e^{2r/\delta}\left[r - \frac{\delta}{2}\right]\frac{\delta}{2} + C_2$

Com $r \to 0$ $(r \ll r_s)$, $\cos\theta(r) \to -1$, $\sin\theta \to 0$, $f(r) \to -\infty$, $\phi_0'' + \left[\frac{2}{r} + \frac{2}{\delta}\right]\phi_0' = 0$

$\psi' + \frac{2}{r}\psi = 0$ $\ln\psi = -2\ln r + C$, $\psi(r) = C/r^2$, $\phi_0' = \frac{C_1}{r^2}$, $\phi_0(r) = -\frac{1}{2}C_1\frac{1}{r^2} + C_2$

$\phi_0(r \to 0) = 0$ (?) para $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, $\phi_0(r) \equiv 0$

Com $\phi_0 \ll 1$ e $r \approx r_s$, $f(r) \approx 0$, $\tanh f \approx 0$, $\sin\theta \approx 1$, $\phi_0'' + \frac{1}{r}\phi_0' - d\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\phi_0(r) = 0$

$r_s/\delta \gg 1$ $\frac{1}{r_s} + \frac{1}{\delta} \approx \frac{1}{\delta}$, $\phi_0'' + \frac{1}{r}\phi_0' - \frac{d}{\delta}\phi_0(r) = 0$. $\phi_0(r) = C\,I_0\left(\sqrt{\frac{d}{\delta}}r\right)$, $d > 0$

$x = \sqrt{\frac{d}{\delta}}r$, $\frac{1}{r}\frac{d\phi_0}{dr} = \frac{d}{\delta}\frac{1}{x}\frac{d\phi_0}{dx}$, T.c. $\forall r \in r_s$, $\phi_0(r) = C\,I_0\left(\sqrt{\frac{d}{\delta}}r\right)$ passa a $\uparrow$.

$W[\theta,\phi_0] = W_{ex}(\theta,\varphi) + W_a(\theta) + W_0^{ex}(\theta,\phi) = W(\theta) + A\sin^2\theta(\phi_0')^2 + D\left[\theta_s'\cos\phi_0 + \sin\theta\cos\theta\left(\frac{\cos\phi_0}{s} - \sin\phi_0\phi_0'\right)\right]$

$W[\theta,\phi_0] = W(\theta) + A\sin^2\theta(\phi_0')^2 + D\cos\phi_0(\theta_s' + \frac{1}{s}\cos\theta\sin\theta) - D\sin\theta\cos\theta\sin\phi_0\phi_0'$

Diferença $\phi_0 = 0$, $\cos\phi_0 > 0$, $(\theta_s' + \cdots) < 0$, $D > 0$, $\phi_0' > 0$ menor normalizada $W(\phi_0)$ no plano ϕ_0

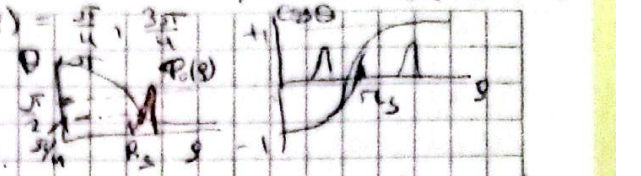
Escaneado con CamScanner

$W[\Phi_{i=1}] = \text{const} + A\sin^2\Theta(\Phi_0')^2 - \frac{D}{2}\left(\Theta_s' + \frac{1}{s}\cos\Theta\sin\Theta\right)\Phi_0'^2 - D\sin\Theta\cos\Theta\,\Phi_0\Phi_0'$

(1) >0, (2) >0 ($D>0$), но (3) <0 при $\Phi_0'>0$ – вне $D\neq 0$, $D>0$. $W[\Phi_0=0] = \text{const}$

$|(3)|_{max}$ при $\sin\Theta\cos\Theta = \max$, т.е. при $\Theta(s) = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

$\sin\Theta\cos\Theta + \frac{1}{s}\sin^2\Theta \to \max$, $\Theta = \pi/4$



Т.е. $W[\Phi_0]$ и $\Phi_0(s)$ локально

в области $\Theta(s) = \pi/4$, при $s > R_3$, если $\Theta(s) = \pi$.

Если $\Phi_0(s)$ локализ. at $s \approx R_3$, $\cos\Theta = 0$ и $W[\Phi_0 \ll 1] = \text{const} + A(\Phi_0)^2 + \frac{D}{2}\Theta_3'\Phi_0^2$

$\delta W(\Phi_0) > 0$ при $\Theta(s) \approx \pi/2$.

$\text{tg}\frac{1}{2}\frac{\pi}{4} = \exp[-f(r)] \approx \frac{\pi}{8}$, $f(r) \approx \ln\frac{8}{\pi} \approx 1$, $\ln\frac{r}{r_3} + \frac{r-r_3}{\delta} \cong 1 \to r \cong r_3$

$\ln\lambda + (\lambda-1)\frac{r_3}{\delta} = 1$, $\lambda = 1,2$ при $r_3/\delta = 5$, область локализации $\Phi_0(r)$, $r \approx 1,2\, r_3$.

→ **Вывод**: видно, что количество параметров $\Phi_0(s)$ локализовано при $r = (1,1 \div 1,3)\, r_3$, сфера Скирмиона.

(2/II) Meeting: Ricardo Arfken, ch 2 – coord. systems, обсужд. Sk-ons, topol. charge, chirality, papers J. Rossignol (Braga), gen. properties Sk-e⁻ interaction paper ("Skyrmionic polaron"). Review Skyrmion papers. ∠ "Carrefour Olaber"

(3/II) Norman II inv. letters to Sol-Sky Mag 2019. Фильм «Interstellar» с A. обсужд.

(4/II) Sk-energy density при $\Theta(s)$, $\Phi_0(s)$ ($w(\Theta)$ – задано полюс $\sigma\Theta$):

$\Phi_0(s)$ Sk-chirality

$\to W(\Theta,\Phi_0) = W(\Theta) + A\sin^2\Theta(\Phi_0')^2 + D\cos\Phi_0\left(\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta\right) - D\sin\Theta\cos\Theta\sin\Phi_0\Phi_0'$

при $D=0$, $\delta W(\Theta,\Phi_0) = A\sin^2\Theta(\Phi_0')^2$, $\int \delta W d^2\vec{\rho} > 0$, $\Phi_0(s)$ – невозможно, $\Phi_0(s) = \text{const}$.

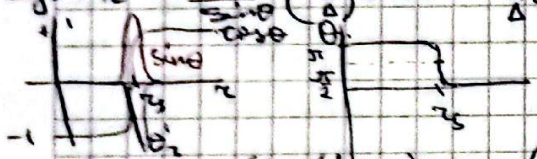
$\Phi_0(s)$ возможно at finite (large) value of DMI, D.

Пусть σ-film, $d \to d_c - 0$, $r_3 \to \infty$. При $r_3 \gg 1$ DeBonte и DW ansatzes обнаружат

DW ansatz: $\text{tg}\frac{\Theta}{2} = \exp(-f)$, $f(r) = \frac{r-r_3}{\Delta}$, $\cos\Theta = \text{th}\, f$, $\sin\Theta = \frac{1}{\text{ch}\, f}$.

$\Theta(r) = 2\arctg e^{-f}$, $\Theta_r' = 2\frac{1}{1+e^{-2f}}(-\frac{\partial f}{\partial r})e^{-f} = -\frac{1}{\Delta}\frac{1}{\text{ch}\, f} = -\frac{1}{\Delta}\sin\Theta$.

$\text{ctg}\Theta\,\Theta_r' = \frac{\cos\Theta}{\sin\Theta}\left(-\frac{1}{\Delta}\right)\sin\Theta = -\frac{1}{\Delta}\cos\Theta \to \Phi_0'' + \left[\frac{1}{r} - \frac{2}{\Delta}\cos\Theta\right]\Phi_0' - \frac{d}{\Delta}\sin\Theta\sin\Phi_0 = 0$



при $r_3 \gg 1$.

$\cos\Theta = \text{sign}(r-r_3)$

$\sin\Theta = 0$, except $r = r_3$

$\Phi_0'' + \left(\frac{1}{r} - C\right)\Phi_0' = 0$, $r \neq r_3$. $\Phi_0' = \psi$, $\psi' = -\left(\frac{1}{r} + C\right)\psi$

$\ln\psi = -\int dr\left(\frac{1}{r} - C\right) = -\ln r + Cr$, $\psi(r) = \frac{1}{r}e^{Cr}$ $C = -\frac{2}{\Delta}\cos\Theta = \begin{cases} 2/\Delta, & r < r_3 \\ -2/\Delta, & r > r_3 \end{cases}$

$\Phi_0(r) = \int dr\frac{1}{r}e^{Cr} + C_1 = \ln r + \varphi(Cr) + C_1$, $\varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot n!}$, $\Phi_0'(r) = \frac{1}{r}e^{Cr}$ singular

$\int dr\, r\sin^2\Theta(\Phi_0')^2 \sim \int dr\frac{1}{r}\sin^2\Theta$ конечен, т.к. $\sin\Theta(r) \to 0$, $r \to 0$. at $r \to 0$, но

$\varphi(x) = \sum_{n=1}\frac{x^n}{n\cdot n!} \Rightarrow \varphi'(x) = \sum_{n=1}\frac{x^{n-1}}{n!} = \frac{1}{x}\sum_{n=1}\frac{x^n}{n!} = \frac{1}{x}\left[\sum_{n=0}\frac{x^n}{n!} - 1\right] = \frac{1}{x}(e^x - 1)$.

$\varphi(x) = \int_0^x \frac{dt}{t}(e^t - 1)$, $\varphi(0) = 0$. $\Phi_0(r) = \ln\frac{r}{r_3} + \varphi(Cr) + C_1$, $C = -\frac{2}{\Delta}\text{sign}(r-r_3)$.

при $r \to r_3$, $\cos\Theta(r_3) = 0$, $\sin\Theta(r_3) = 1$, $\Phi_0'' + \frac{1}{r}\Phi_0' + \frac{d}{\Delta}\Phi_0 = 0$, $\Phi_0(r) = C_2 I_0\left(\sqrt{\frac{d}{\Delta}}r\right)$, $1/\sqrt{II}$

$r \approx r_3$

Сшивка $\Phi_0(r \to r_3 - 0) = \Phi_0(r \to r_3 + 0)$, $\varphi\left(\frac{2}{\Delta}r\right) + C_{-1} = \varphi\left(-\frac{2}{\Delta}r\right) + C_{+1}$

$C_{+1} - C_{-1} = \varphi\left(\frac{2}{\Delta}r_3\right) - \varphi\left(-\frac{2}{\Delta}r_3\right)$. $\Phi_0'(r \to r_3 - 0) = \Phi_0'(r \to r_3 + 0)$, $\frac{1}{r}e^{2C(r \to r_3 - 0)} = \frac{1}{r}e^{2C(r \to r_3 + 0)}$

$-\frac{1}{r_3} = \frac{1}{r_3}$ – больше, если учитывать $C(r_3) = -\frac{2}{\Delta}\text{sign}(r-r_3) = 0$.

Кроме, не нарушает $\Phi_0 \ll 1$ при $r \approx r_3$ и найти $\Phi_0(r \approx r_3)$ из $\Phi_0'' + \frac{1}{r}\Phi_0' - \frac{d}{\Delta}\sin\Phi_0 = 0$.

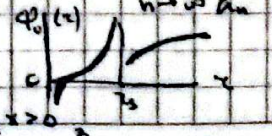
$\varphi(x) - \varphi(-x) = \int_0^x \frac{dt}{t}(e^t - 1) - \int_0^{-x}\frac{dt}{t}(e^t - 1) = \left|\begin{matrix} x = -y \\ t = -\tau \end{matrix}\right| = (1) - \int_0^x \frac{d\tau}{\tau}(e^{-\tau} - 1) =$

$= \int_0^x \frac{dt}{t}(e^t - 1) - \int_0^x \frac{dt}{t}(e^{-t} - 1) = 2\int_0^x dt\frac{\text{sh}\, t}{t}$ – расходится при $x = \frac{2}{\Delta}r_3 \gg 1$, $x \to \infty$.

$\varphi(C|r_3|) = \int_0^{2r_3/\Delta}\frac{dt}{t}(e^t - 1) \to \infty$ при $\frac{r_3}{\Delta} \gg 1$. $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\frac{x^{n+1}}{(n+1)(n+1)!}\cdot\frac{n\cdot n!}{x^n} = \lim\frac{x}{n+1} = 0$

$r < r_3$

$\varphi(x)$ сходится $\forall x$ – finite, но $\varphi(\infty) = \infty$.



$\text{Ei}(-x) = C + \ln x + \int_0^x \frac{dt}{t}(e^{-t} - 1) = C + \ln x + \varphi(-x)$, $x > 0$, $\varphi(-x) = \int_0^x \frac{dt}{t}(e^{-t} - 1)$, $x = 2\frac{r_3}{\Delta}$

$\text{Ei}(x) = C + \ln|x| + \sum_{n=1}\frac{x^n}{n\cdot n!} = C + \ln|x| + \varphi(x)$, $\text{Ei}(z) = \frac{e^z}{z}$, $z \to \infty$ [Г.-Р. 8.215], $\text{Arg}(z) < \pi$

Escaneado con CamScanner

$\varphi(-x) = E_i(-x) - \mathbb{C} - \ln|x| = -\frac{1}{x}e^{-x} - \mathbb{C} - \ln x$, $\Phi_0(r) = \ln r + \varphi(cr) + C_1$, $C = -\frac{2}{\Delta}$, $r > 3$

$x \to \infty$ $\Phi_0(r > r_0) = \ln r + C_1 + \varphi(-x) = \ln r + C_1 + \varphi(-2\frac{r}{\Delta}) = \ln r + C_1 - \frac{\Delta}{2r}e^{-2r/\Delta} -$ $x = 2r/\Delta$

$- \mathbb{C} - \ln(\frac{2r}{\Delta}) = C_1 - \mathbb{C} + \ln\frac{\Delta}{2} - \frac{\Delta}{2r}e^{-2r/\Delta} = C_2 - \frac{\Delta}{2r}e^{-2r/\Delta}$

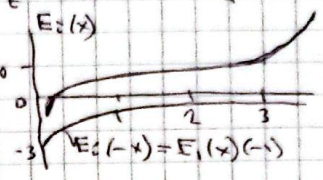
$\Phi_0(r) = C_2 - \frac{\Delta}{2r}e^{-2r/\Delta}$, $r > r_3$. $\Phi_0(r_3 + 0) = \Phi_0(r_3)$, $\Phi_0(r_3) = C_2 - \frac{\Delta}{2r_3}e^{-\frac{2r_3}{\Delta}}$

$\Phi_0(r) = \Phi_0(r_3) + \frac{\Delta}{2}\left[\frac{1}{r_3}e^{-2r_3/\Delta} - \frac{1}{r}e^{-2r/\Delta}\right]$, $r > r_3$. // $\Phi_0(r > r_3) \approx$ const при $r_3/\Delta \gg 1$.

$\Phi_0(r) = \ln|rC| + \ldots = \ln(1|C|) - \ln|C| + \varphi(Cr) + C_1 = C_1 - \ln|C| + E_i(Cr) - \mathbb{C}$

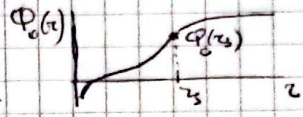
$\Phi_0(r) = C_2 + E_i(Cr)$, $C = -\frac{2}{\Delta}\,\mathrm{sign}(r - r_3)$, $E_i(x) = \int_{-\infty}^{x} dt\,\frac{e^t}{t}$ – exp integral

$\Phi_0(r) = C_2' + \begin{cases} E_i(2r/\Delta), & r < r_3 \\ E_i(-2r/\Delta), & r > r_3 \end{cases}$, $E_1(x) = -E_i(-x)$



$E_i(x \to 0) = \mathbb{C} + \ln x + x + O(x^2)$, $E_i(-x) = -\frac{1}{x}e^{-x}$

DW-ansatz: $\Phi_0(r) = \Phi_0(r_3) + \begin{cases} E_i(2r/\Delta) - E_i(2r_3/\Delta), & x \gg 1,\ r < r_3 \\ E_i(-\frac{2r}{\Delta}) + E_i(+\frac{2r_3}{\Delta}), & r > r_3 \end{cases}$



$\Phi_0(r_3)$ можно найти из $\Phi_0'' + \frac{1}{r}\Phi_0' - \frac{d}{\Delta}\sin\Phi_0 = 0$, $r \approx r_3$ – из 2D-radial sin-Gordon eq.

Имеет 1-soliton solution (AF-DW soliton) $\varphi_1(x,t) = 4\arctg\left[e^{m\gamma(x - vt) + \delta}\right]$, $\gamma = \frac{1}{(1 - v^2)}$. (1+1) sin-Gordon $\varphi_{tt} - \varphi_{xx} + m^2\sin\varphi = 0$

Полянин-Зайцев: $y''_{xx} = f(y) \to \int \frac{dy}{\sqrt{C_1 + 2\int f(y)dy}} = C_2 \pm x$.

$xy''_{xx} - ny'_x = x^{2n+1}f(y)$

$n = -1$, $y''_{xx} + \frac{1}{x}y'_x = \frac{1}{x^2}f(y) \to \int \frac{dy}{\sqrt{C_1 + 2\int f(y)dy}} = \pm\ln|x| + C_2$

$f(y) = \sin y$, $y'' + \frac{1}{y}y' = \frac{1}{x^2}\sin y$

$\int dy\, f(y) = \int dy \sin y = -\cos y$, $\int \frac{dy}{\sqrt{C_1 - 2\cos y}} = \frac{2}{\sqrt{2 + C_1}}F(\delta, \tau)$, где $\tau^2 = \frac{4}{C_1 + 2}$

$\sin^2\delta = \left(\frac{C_1 + 2}{2}\right)\frac{(1 - \cos y)}{(C_1 - 2\cos y)}$, $F(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2\sin^2 x}} = \int_0^{\sin\varphi} \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - k^2x^2)}}$

$\frac{2}{\sqrt{2 + C_1}}F(\delta(y), \tau) = \pm\ln|x| + C_2$ – решение $y'' + \frac{1}{x}y' = \frac{1}{x^2}\sin y$.

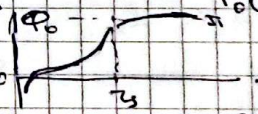
$f(\cos\Phi_0, C_1) = \pm\ln r + C_2$. $\cos\Phi_0(r) = g(\ln r, C_1, C_2)$ – решение для $\Phi_0(r)$

Выводы: 1) DW ansatz $\Theta(r)$ при $\frac{r_3}{\Delta} \gg 1$ корректно получен аналитически $\Phi_0(r)$

2) $\Phi_0(r) \approx$ const при $r > r_3$, тогда $\Phi_0(r)$ имеет $\ln r$ при $r < r_3$, $\Phi_0(r) \sim \ln r$ $r \to 0$

3) $\Phi_0 \ll 1$ assumption не выполняется при $\frac{r_3}{\Delta} \gg 1$. Ответ $\Phi_0(r)$ через $\Phi_0(r_3)$

$\Phi_0(r \to \infty) = \Phi_0(r_3) + \frac{\Delta}{2r_3}e^{-2r_3/\Delta} \approx \Phi_0(r_3)$ при $\frac{r_3}{\Delta} \gg 1$.



$\Phi_0(\infty) = \pi$(?) численно?

$\Phi_0'(r) = \frac{1}{2}e^{cr}$

$\delta W(\theta, \Phi_0) = A\sin^2\theta(\Phi_0')^2 + D\cos\Phi_0\left(\theta_\varphi' + \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta\right) + D\sin\theta\cos\theta\sin\Phi_0\frac{\partial\Phi_0}{\partial\varphi}$, $r = 9/\ell$.

$\frac{\ell^2}{A}\delta W(\theta, \Phi_0) = \sin^2\theta(\Phi_0')^2 + d\cos\Phi_0\left(\theta_r' + \frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right) - d\sin\theta\cos\theta\sin\Phi_0\Phi_0'$, $\frac{\partial}{\partial\varphi} = (-r\frac{\partial}{\partial r}$, $d = \partial\ell/A$.

(5/II) Meeting с Ruben: AF-DW Lorentz contraction as emission/absorption seq. Nonlocal Regge на AF domain wall interaction с SW.

(6/II) Обсуждение с Ricardo paper на skyrmionic polaron (e^- interaction с $\vec{m}(r)$-structure). Вопросы: 1) барицентр. координаты; 2) Jacobians; 3) topol. charges $\pi_1(S_1)$, $\pi_2(S_2) = Z$, 4) $f(z)$ - Belavin-Polyakov; 5) Babcock/Riddle eq. / в LLG! с N.W.A. "Mercadona" Ramirez's invited talk! Stuttgart. New invitations.

(7/II) Финишная SK-статья на "Materials". Revised and sent Fukuhara SK-dot pair paper (II).

SK-phase $\Phi_0(r)$: $\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} + 2\,\mathrm{ctg}\theta\frac{\partial\theta}{\partial r}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} + d\frac{\partial\theta}{\partial r}\sin\Phi_0 = 0$, $\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} = e^{-f}$, $\cos\theta = \mathrm{th}f$, $\sin\theta = \frac{1}{\mathrm{ch}f}$.

$\frac{\partial\theta}{\partial r} = -\frac{1}{\mathrm{ch}f}\frac{\partial f}{\partial r}$, $\mathrm{ctg}\theta\theta_r' = \mathrm{th}f\,\mathrm{ch}f\frac{1}{\mathrm{ch}f}(-f_r') = -\mathrm{th}f\cdot f_r'$, $\nabla_r^2\Phi_0 - 2\mathrm{th}f f_r'\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} - \frac{d}{\mathrm{ch}f}f_r'\sin\Phi_0 = 0$

Escaneado con CamScanner

Замена (3) $\Phi_0 = \frac{1}{\sin\theta} u(r) = \mathrm{cth} f \cdot u(r)$. $\frac{\partial \Phi_0}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u}{\sin\theta}\right) = \frac{u'}{\sin\theta} + u\frac{(-1)}{\sin^2\theta}\theta_r'$

$\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{u'}{\sin\theta} - u\frac{1}{\sin\theta}\theta_r'\right] = \frac{u''}{\sin\theta} + u'\frac{(-1)}{\sin^2\theta}\theta_r' - u'\frac{1}{\sin\theta}\theta_r' - u\theta_r'\frac{(-2)\theta_r'}{\sin^3\theta} - \frac{u}{\sin^2\theta}\theta_{rr}''$

$\nabla_r^2\Phi_0 = \frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} + \frac{u''}{\sin\theta} + 2\frac{u'\theta'}{\sin^2\theta} + 2\frac{u(\theta')^2}{\sin^3\theta} - \frac{u\theta''}{\sin^2\theta} + \frac{1}{r}\frac{u'}{\sin\theta} - \frac{u\theta_r}{r\sin^2\theta} =$

$= \frac{1}{\sin\theta}\left(u'' + \frac{1}{r}u'\right) - \frac{u}{\sin^2\theta}\left(\theta'' + \frac{1}{r}\theta\right) + \frac{2\theta'}{\sin^2\theta}\left[\frac{u\theta'}{\sin\theta} - u'\right], \quad \theta' = +\sin\theta\, f'_r$.

Две формы уравнения Шр-ра для $\Phi = \Phi_0 + \varepsilon\Phi_1$, $\Phi = \frac{r^2}{2}\omega + \psi$, $\psi = -\frac{M}{\sin\theta_0}$ — (13.2 мин.)

ур. для малого Φ_1 и ω. Замена $\Phi_0 = \frac{u}{\sin\theta}$ и вычитание $\psi = -\frac{M}{\sin\theta_0}$, перед Φ_0 умножаем на $\sin\theta_0$

Сначала: $\theta_0 = \theta_0(\theta)$: $\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} = -(\theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\theta_0\,\nabla^2\theta_0$, $\nabla^2\Phi_0$ — уравнение ур. $\theta_0(\theta)$

$\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} = (u\,\mathrm{ch}f)'_r = u'\mathrm{ch}f + u\,\mathrm{sh}f f'$, $\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r^2} = \frac{\partial}{\partial r}\left[u'\mathrm{ch}f + u\,\mathrm{sh}f f'\right] =$

$= u''\mathrm{ch}f + u'\,\mathrm{sh}f f' + u'\,\mathrm{sh}f f' + u\,\mathrm{ch}f(f')^2 + u\,\mathrm{sh}f f''$

$\nabla_r^2\Phi_0 = \frac{\partial^2\Phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_0}{\partial r} = u''\mathrm{ch}f + 2u'f'\mathrm{sh}f + u(f')^2\mathrm{ch}f + uf''\mathrm{sh}f + \frac{1}{r}\left(u'\mathrm{ch}f + uf'\mathrm{sh}f\right) =$

$= \mathrm{ch}f\left(u'' + \frac{1}{r}u'\right) + \mathrm{sh}f\left[2u'f' + uf'' + \frac{1}{r}uf'\right] + u(f')^2\mathrm{ch}f$

$\nabla_r^2\Phi_0 = \mathrm{ch}f\left[u'' + \frac{1}{r}u' + (f')^2u\right] + \mathrm{sh}f\left[2u'f' + u\left(f'' + \frac{1}{r}f'\right)\right]$

$r^2\Phi_0 - 2\mathrm{th}f f'\frac{\partial\Phi_0}{\partial\theta} - 2\frac{f'}{\mathrm{ch}f}\sin\Phi_0 = \mathrm{ch}f\left[\nabla^2u + (f')^2u\right] + \mathrm{sh}f\left[2u'f' + u\nabla^2f\right] -$

$- 2\mathrm{th}f f'\left[u'\mathrm{ch}f + u\,\mathrm{sh}f f'\right] - \frac{2f'}{\mathrm{ch}f}\sin\Phi_0 = \mathrm{ch}f\left[\nabla^2u + (f')^2u\right] + \mathrm{sh}f\,u\nabla^2f - 2\mathrm{th}f\,\mathrm{sh}f(f')^2u -$

$- \frac{2f'}{\mathrm{ch}f}\sin\Phi_0 = 0$, $\Phi_0 \ll 1$, $\nabla^2u + \left[(f')^2 + \mathrm{th}f\,\nabla^2f - 2\mathrm{th}^2f(f')^2 - \frac{2f'}{\mathrm{ch}f}\right]u = 0$.

$\nabla^2u + \left[(1-2\mathrm{th}^2f)(f')^2 + \mathrm{th}f\cdot\nabla^2f - \frac{2f'}{\mathrm{ch}f}\right]u = 0$, $u = \frac{1}{\mathrm{ch}f}\Phi_0(r)$. $\sin\Phi_0 \to \Phi_0$ в 2 мл. член

При $\Phi_0 \ll 1$, $\nabla^2\theta + \left[1 + \frac{1}{r^2} + (\Phi_0')^2\right]\sin\theta\cos\theta - d\sin^2\theta\left[\sin\Phi_0\Phi_0' - \frac{1}{2}\cos\Phi_0\right] = $ (с точностью Φ_0) $=$

$= \nabla^2\theta - \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\sin\theta\cos\theta + \frac{d}{2}\sin2\theta$, ур-е для $\theta(r)$ при задании Φ_0 при $\Phi_0 \ll 1$.

т.е. $f(r)$ должна быть подобна $\Phi_0(r)$, отличие $\Phi_0 = 0$ (!), (2х-ансатц)

а) Шр-ансатц $f(r) = \frac{r - r_3}{\Delta}$, $f' = \frac{1}{\Delta}$, $f'' = 0$. $\nabla^2 f = f'' + \frac{1}{r}f' = \frac{1}{\Delta r}$ и ур. для $u(r)$

$\nabla^2u + \left[(1 - 2\mathrm{th}^2f)\frac{1}{\Delta^2} + \mathrm{th}f\cdot\frac{1}{\Delta r} - \frac{d}{\Delta}\frac{1}{\mathrm{ch}f}\right]u = 0$, $\cos\theta(r) = \mathrm{th}f$, $\sin\theta = \frac{1}{\mathrm{ch}f}$.

При $r \gg \Delta$, $\cos\theta = \mathrm{th}f = \pm1 = \mathrm{sign}(r - r_3)$, $\sin\theta = \frac{1}{\mathrm{ch}f} \approx 0$. Ш-фаза $\Phi_0(r)$

$\nabla^2u + \left[-\frac{1}{\Delta^2} + \frac{(\pm1)}{\Delta r}\right]u = 0$, при $r < r_3$, $u'' + \frac{1}{r}u' - \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{\Delta r}\right)u = 0$, $x = \frac{r}{\Delta}$

$u'' + \frac{1}{x}u' - \left(1 + \frac{1}{x}\right)u = 0$, не сводится к ур. Бесселя, x может $x \to 0$ и отрицательно.

2) $r > r_3$, $u'' + \frac{1}{r}u' + \left(-\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{\Delta r}\right)u = 0$, $u'' + \frac{1}{x}u' + \left(\frac{1}{x} - 1\right)u(x) = 0$, $\frac{1}{x} = \frac{\Delta}{r} \ll 1$

при $x \to 0$, $u'' + \frac{1}{x}u' - \frac{1}{x}u = 0$ дает $u(r) = Z_0(2i\sqrt{r})$, $r < r_3$, $u(r) = I_0(2\sqrt{r})$, $K_0(2\sqrt{r})$

при $r > r_3$ ($x \gg 1$) $u'' + \frac{1}{r}u' - u = 0$, $u(x) = Z_0(ix) = C_1 I_0(x) + C_2 K_0(x) \Rightarrow u(r) = K_0(x)$,

т.к. $I_0(x) \sim e^x$ при $x \gg 1$.

Если $r < r_3$, то $\frac{r}{\Delta} \to 0$, $\frac{r}{\Delta} = x \gg 1$, то $u(x) = K_0(x)$ или $I_0(x)$.

б) Де Бонте ансатц: $f(r) = \ln\frac{r}{r_3} + \frac{1}{\delta}(r - r_3)$, $f' = \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}$, $f'' = -\frac{1}{r^2}$, $\nabla^2 f = f'' + \frac{1}{r}f' = -\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right) = \frac{1}{r\delta}$

$\nabla^2u + \left[(1 - 2\mathrm{th}^2f)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)^2 + \mathrm{th}f\cdot\frac{1}{r\delta} - \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)\frac{d}{\mathrm{ch}f}\right]u = 0$.

При $r_3 \gg \delta$, $r_3/\Delta = 1 + \frac{r_3}{\delta} = 3 \gg 1$, $\mathrm{th}f = \mathrm{sign}(r - r_3) = \pm1$, $\nabla^2u + \left[-\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{(\pm1)}{r\delta}\right]u = 0$.

При $r/\delta \gg 1$, $\nabla^2u - \frac{1}{\delta^2}u = 0$, $u'' + \frac{1}{x}u' - u = 0$, $x = \frac{r}{\delta}$, $u(r) = K_0(x)$, $r > r_3$ или

$r < r_3$, тогда $u(r) = K_0(x)$ или $I_0(x)$.

При $r/\delta \to 0$, $r/\delta \ll 1$, $u'' + \frac{1}{r}u' - \frac{1}{r^2}u = 0$, $u = r^\ell$, $u' = \ell r^{\ell-1}$, $u'' = \ell(\ell-1)r^{\ell-2}$

$\ell(\ell-1)r^{\ell-2} + \frac{1}{r}\ell r^{\ell-1} - \frac{1}{r^2}r^\ell = 0$, $\ell(\ell-1) + \ell - 1 = 0$, $\ell^2 = 1$, $\ell = \pm1$, т.е.

фундаментальные решения $u_1(r) = r$, $u_{-1}(r) = \frac{1}{r}$ при $r/\delta \to 0$. Следовательно $\frac{u_1(r) = r}{\Phi_0(r) = \frac{r}{\sin\theta(r)}}$

Вывод: в моделях Де Бонте может $u(r) \sim K_0(x)$, $I_0(x)$, $r/\Delta \gg 1$, $r/\delta \gg 1$, $r_3/\Delta \gg 1$ и другие.

Но при $r \to 0$ Шр $u(r) \sim I_0(2\sqrt{r}) = \mathrm{const}$, $\Phi_0(r) = \frac{u(r)}{\sin\theta(r)} \to \infty$, а Де Бонте $\Phi_0(r) = \frac{r}{\sin\theta(r)}$ конечно.

Escaneado con CamScanner

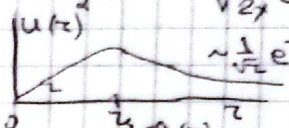
Вывод: $\Phi_0(r) = \frac{u(r)}{\sin\theta(r)}$ решение $u(r) = r$, $\frac{r}{\delta} \ll 1$ и $u(x) = K_0(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}$, $x = r/\delta \gg 1$.

Или $r \le r_3$, $\frac{r}{\delta} \gg 1$, $u(x) = C_1 I_0(x) + C_2 K_0(x)$. Sharp 3k-edge $\frac{r_3}{\delta} \gg 1$ approxim.

Точнее $u(r) = r$, $\frac{r}{\delta} \ll 1$ и $u(x) = K_0(x)$ $x = r/\delta$ или $\frac{r}{\delta} \gg 1$. $I_0(x)$ – нарастающая, $\sim e^x/\sqrt{x}$.

$\Phi_0(r) = \operatorname{ch}\delta \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \approx \operatorname{ch}\left[\ln\frac{r}{r_3} + \frac{(r-r_3)}{\delta}\right] \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \approx \frac{1}{2} e^{\left(x - \frac{r_3}{\delta}\right)} \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \frac{e^{-r_3/\delta}}{\sqrt{r/\delta}}$

$\Phi_0(r) \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\delta}{r}} e^{-r_3/\delta} \ll 1$ или $r/\delta \gg 1$, $r > r_3$.

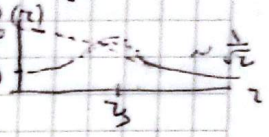


$\sim \frac{1}{\sqrt{r}} e^{-r/\delta}$

$\operatorname{ch}\delta(r \to 0) = \operatorname{ch}\ln\left(\frac{r}{r_3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_3} + \frac{r_3}{r}\right)$

$\Phi_0(r \to 0) = \operatorname{ch}\delta(r \to 0) \cdot r = \frac{1}{2} r \left(\frac{r}{r_3} + \frac{r_3}{r}\right) = \frac{1}{2} r_3$ (Bp limit)

$\Phi_0(r) \sim \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{r}{\delta} \gg 1$, Если и мин $\Phi_0(r)$ at $r \approx r_3$ Задачи от соотн. $\Phi_0(0) = \frac{1}{2} r_3$ и $\Phi_0(r_3)$.



Или $r \approx r_3$, $\operatorname{th}\delta = \cos\theta(r) \to 0$ и $\nabla^2 u + \left[\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}\right)^2\right] u = 0$, $r \approx r_3$, $\frac{r_3}{\delta} \gg 1$.

$\nabla^2 u + \left[\frac{1}{\delta^2} - \frac{d}{\delta}\right] u = 0$, $\nabla^2 u + \frac{1}{\delta^2}(1 - d\delta) u = 0$, $u'' + \frac{1}{r} u' + \frac{1}{\delta^2}(1 - d\delta) u = 0$, $x = \frac{r}{\delta}$.

$u'' + \frac{1}{x} u' + (1 - d\delta) u = 0$, $d\delta = \frac{D\,b}{A\,\ell} \frac{\xi}{\ell} = \frac{D\xi}{A}$, $\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{\delta}$, $\delta^{-1} - \frac{1}{r_3} = r_3^{-1}(\xi - 1)$, $\delta = \frac{r_3}{\xi(\xi - 1)}$

$\delta(d) = \frac{\Delta \cdot r_3}{(r_3 - \Delta)}$, $d \to d_c$ $r_3 \to \infty$, $\Delta \to \frac{d}{d_c}$, $\delta(d \to d_c) = \Delta(d_c) = 1$, $1 - d_c \delta(d_c) = 1 - d_c < 0$.

$d_c = 4$

1) $(1 - d\delta) < 0$ $(1 - d\delta) = -d$, $u'' + \frac{1}{x} u' - d u = 0$, $u(x) = C_1 I_0(\sqrt{d}x) + C_2 K_0(\sqrt{d}x)$, $d > 0$

2) $(1 - d\delta) = \beta > 0$, $u'' + \frac{1}{x} u' + \beta u = 0$, $u(x) = Z_0(\sqrt{\beta}x)$, $Z_0(z) = J_0(z), N_0(z)$.

3) $x = r/\delta$, $1 - d\delta = 0$, $u'' = -\frac{1}{x} u'$, $\psi' = -\frac{1}{x}\psi$, $\ln\psi = -\ln x$, $\psi = \frac{1}{x}$, $u' = \frac{1}{x}$, $u(r) = \ln x + C$.

Нужно с $\Phi_0(r_3)$ сначала понять, ед., что $\Phi_0(x)$ near $r = r_3$ не монотон.

Asymptotics $u(r) = C_1 r$, $\frac{r}{\delta} \ll 1$ и $u(r) = C_2 K_0\left(\frac{r}{\delta}\right)$, $\frac{r}{\delta} \gg 1$.

$\Phi_0(r_3) = \frac{u(r_3)}{\sin\theta(r_3)} = u(r_3)$. Или имеем $u(r) = \begin{cases} C_1 r, & r < r_3 \\ C_2 K_0(r/\delta), & r > r_3 \end{cases}$

$u(r_3) = C_1 r_3$, $C_1 = \frac{1}{r_3} u(r_3)$, $r \to r_3 - 0$

$u(r_3) = C_2 K_0(r_3/\delta)$, $C_2 = \frac{u(r_3)}{K_0(r_3/\delta)} \approx \frac{u(r_3)}{\sqrt{\frac{\pi}{2x_3}} e^{-x_3}}$, $x_3 = r_3/\delta$.

$u(r) = \begin{cases} \frac{r}{r_3} u(r_3), & r < r_3 \\ \sqrt{\frac{x_3}{x}} e^{-(x - x_3)} u(r_3), & r > r_3 \end{cases}$, $\left(u(r) = \begin{cases} \frac{r}{r_3} u(r_3), & r < r_3 \\ \sqrt{\frac{r_3}{r}} e^{-\frac{1}{\delta}(r - r_3)} u(r_3), & r > r_3 \end{cases}\right)$, $\Phi_0(r_3) = u(r_3)$

$\Phi_0(r) = \frac{u(r)}{\sin\theta(r)}$ – 3k-phase. $\Phi_0' = u' \operatorname{ch}\delta + u \operatorname{sh}\delta \cdot \delta' = \frac{u'}{\sin\theta} + u\delta' \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$\frac{1}{A\ell^{-2}} \delta W(\theta, \Phi_0) = \sin^2\theta (\Phi_0')^2 + \underbrace{D}_{\lambda d} \cos\Phi_0 \left(\theta_r' + \frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right) - d \sin\theta\cos\theta \sin\Phi_0 \Phi_0'$

$\frac{\ell^2}{A} \delta W(\theta, \Phi_0) = (u' + u\delta'\cos\theta)^2 + d\cos\Phi_0 \left(\theta_r' + \frac{1}{r}\sin\theta\cos\theta\right) - d\cos\theta \sin\Phi_0 (u' + u\delta'\cos\theta)$

$\theta_r' = -\sin\theta \cdot \delta'$

$\frac{\ell^2}{A} \delta W = (u' + u\delta'\cos\theta)^2 + d\sin\theta\cos\Phi_0 \left(-\delta' + \frac{1}{r}\cos\theta\right) - d\cos\theta\sin\Phi_0 (u' + u\delta'\cos\theta)$ – extra energy dependent on Φ_0, $W(\theta, \Phi_0) = W(\theta) + \delta W(\theta, \Phi_0)$

Пусть $\Phi_0 \ll 1$, $\cos\Phi_0 \approx 1 - \frac{1}{2}\Phi_0^2 = 1 - \frac{1}{2}\frac{u^2}{\sin^2\theta}$, $\sin\Phi_0 \approx \Phi_0 = \frac{u}{\sin\theta}$

$\frac{\ell^2}{A} \delta W = (u' + u\delta'\cos\theta)^2 - \frac{1}{2} d \frac{u^2}{\sin\theta} \left(-\delta' + \frac{1}{r}\cos\theta\right) - d\operatorname{ctg}\theta \cdot u (u' + u\delta'\cos\theta)$

$u, u' \sim u(r_3) \Rightarrow \delta W = a u^2(r_3)$, Надо $\int dr\, a < 0$, $\delta W(\theta, \Phi_0) < 0$ из-за Φ_0-finite.

В квадратич. по $\Phi_0 \ll 1$ approximation, $u(r_3)$ не растет. Надо $\delta W(u) = \int dr\, \delta W(\theta, \Phi_0)$

$\sim \min \delta W(u)$ по $u(r_3) = y$.

(8/XI) $\frac{\ell^2}{A} \delta W$ ($r_3/\delta \to \infty$, sharp δW) $\approx (u' + u\delta'(\pm 1))^2 - d(\pm 1)\sin\Phi_0 (u' + u\delta'(\pm 1))$, $\cos\theta = \begin{cases} -1, & r < r_3 \\ +1, & r > r_3 \end{cases}$

$\Phi_0(\delta)$ • Посвящ. А.Д. Кнаб – 20 €.

$\frac{\ell^2}{A} \delta W(\theta, \Phi_0) = \left[u' + u\delta'\cos\theta - \frac{d}{2}\cos\theta\sin\Phi_0\right]^2 - \frac{d^2}{4}\cos^2\theta\sin^2\Phi_0 + d\sin\theta\cos\Phi_0 \left(\frac{1}{r}\cos\theta - \delta'\right)$

$\delta W(y) = \frac{\ell^2}{A} \int dr\, r\, \delta W(\theta, \Phi_0) = \int dr\, r \left[(v' + v\delta'\cos\theta)^2 y^2 + d\sin\theta \left(\frac{\cos\theta}{r} - \delta'\right) \cos\left(\frac{vx}{\sin\theta}\right) - d\cos\theta (v' + v\delta'\cos\theta) y \sin\left(\frac{vx}{\sin\theta}\right)\right]$

$\Phi_0 = \frac{1}{\sin\theta} u(r) = \frac{v(r)}{\sin\theta} y$, $y = u(r_3)$, $\Phi_0(r) = \operatorname{ch}\delta \cdot v y$, $u(r) = v(r) y$. $\delta W(y \to 0) = \frac{\ell^2}{A} \int dr\, r \left(\theta_r' + \frac{1}{r}\cos\theta\sin\theta\right) D < 0$ (D>0)

Найти $\min \delta W(y)$ и y_m. $\delta W(y_m) > \delta W(y = 0)$ – metastable $\Phi_0(r)$, иначе $\Phi_0(r)$ stable, если $\min \delta W(y) < 0$.

Escaneado con CamScanner

$\delta W(\chi) = \int_0^{\infty(r_d)} dr\, r \left[(v' + v f' \operatorname{th} f)^2 \chi^2 + \frac{d}{\operatorname{ch} f} \left(\frac{1}{r} \operatorname{th} f - f' \right) \cos\left(2 \operatorname{ch} f \cdot v \chi \right) - d \operatorname{th} f \left(v' + v f' \operatorname{th} f \right) \chi \sin\left(2 \operatorname{ch} f \cdot v \chi \right) \right]$

$u(r) = v(r)\chi$, $\chi = u(r_3)$ - variat. parameter. $u(r)$ unbecomes. $f = f(r)$ - De Bonte Ansatz.

$\delta W(\chi) = \delta W(\chi=0) + \int dr\, r \left[(v' + v f' \operatorname{th} f)^2 - \frac{d}{2} \frac{\operatorname{th}^2 f}{\operatorname{ch} f} \left(\frac{1}{r} \operatorname{th} f - f' \right) v^2 - d \operatorname{th} f \left(v' + v f' \operatorname{th} f \right) v \right] \chi^2$

$\chi \ll 1$

$\delta W(\chi) = \delta W(\chi=0) + \int dr\, r\, F(r, r_3, \delta, d)\, \chi^2 = \delta W(\chi=0) + \int dr\, r\, F(r,d) \chi^2$, r.k. $r_3(d), \delta(d)$

Sapiyeka us equil. pacnag upu $\chi = 0$. Bonpoc $\int dr\, r F(r,d) < 0$ npu kakux $d > d_{kr}$ (meoxog. yen.)

$F(r,d) = (v' + v f' \operatorname{th} f)^2 - d \operatorname{th}^2 f\, v v' - \frac{d}{2} \frac{\operatorname{th}^2 f}{\operatorname{ch} f} \left\{ \frac{1}{r} \operatorname{th} f + f' (2 \operatorname{sh} f - 1) \right\} v^2$ - nervous v' terms

$f(r) = r/r_3$ $(r < r_3)$ u $v(r) = \sqrt{\frac{r_3}{r}} \exp\left[-\frac{1}{\delta}(r - r_3) \right]$, $r > r_3$

Pacchetka chvitations: Lo Sol Shykhay 20-19 (Gen. consciousness Mochizuki; Ohnishi, Grundlehner, Gause)

Tonnka $F(r,d) = (v' + v f' \operatorname{th} f)^2 - \frac{d}{2} \operatorname{ch} f \left(\frac{1}{r} \operatorname{th} f - f' \right) v^2 - d \operatorname{sh} f \left(v' + v f' \operatorname{th} f \right) v$

$F(r,d) = (v' + v f' \operatorname{th} f)^2 - d \operatorname{ch} f \cdot v v' - \frac{d}{2} \operatorname{ch} f \left[\frac{1}{r} \operatorname{th} f + f' (2 \operatorname{th}^2 f - 1) \right] v^2$, $f'(r) = \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta}$

При $r > r_3$, $v(r) = \sqrt{\frac{r_3}{r}} e^{-\frac{1}{\delta}(r - r_3)}$, $\ln v = -\frac{1}{2} \ln \frac{r}{r_3} - \frac{1}{\delta}(r - r_3)$, $\frac{v'}{v} = -\frac{1}{2} (\ln r)' - \frac{1}{\delta} = -\frac{1}{2} \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}$

$v' = -\left(\frac{1}{2} \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta} \right) v$, $v' + v f' \operatorname{th} f = v \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta} \right) \operatorname{th} f \right] \approx v \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta} + \frac{1}{r} + \frac{1}{\delta} \right] = \frac{1}{2r} v$ ($\operatorname{th} f \approx 1$, $r > r_3$)

$F(r,d)_{r > r_3} = \frac{1}{4r^2} v^2 - \frac{d}{2} \operatorname{ch} f \left(\frac{1}{r} - f' \right) v^2 - d \operatorname{sh} f\, v \frac{1}{2r} v$

$F(r,d)_{r > r_3} = \left[\frac{1}{4} \frac{1}{r^2} + \frac{d}{2} \operatorname{ch} f \frac{1}{\delta} - d \operatorname{sh} f \frac{1}{2r} \right] v^2 \approx \left| r_3 \gg \delta \right| = \frac{d}{2\delta} \operatorname{ch} f\, v^2 \approx \frac{1}{4} \frac{d}{\delta} e^f v^2$

При $r < r_3$, $v' + v f' \operatorname{th} f = \frac{1}{2r_3} + \frac{r}{r_3} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\delta} \right) \operatorname{th} f = \left| \operatorname{th} f \approx -1,\ r < r_3 \right| = \frac{1}{2r_3} + \frac{1}{r_3} \left(1 + \frac{r}{\delta} \right)(-1) = -\frac{r}{r_3 \delta}$

$F(r,d)_{r < r_3} = \frac{r^2}{r_3^2 \delta^2} - \frac{d}{2} \operatorname{ch} f \left(+\frac{1}{2} \operatorname{th} f - \frac{1}{2} - \frac{1}{\delta} \right) \frac{r^2}{r_3^2} - d \operatorname{sh} f \left(-\frac{r}{r_3 \delta} \right) \frac{r}{r_3} = \frac{r^2}{r_3^2 \delta^2} +$ ($\operatorname{th} f \approx -1$)

$+ \frac{d}{2} \operatorname{ch} f \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{\delta} \right) \frac{r^2}{r_3^2} + d \operatorname{sh} f \frac{r^2}{\delta r_3^2} = \frac{r^2}{r_3^2} \left[\frac{1}{\delta^2} + \frac{d}{2} \operatorname{ch} f \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{\delta} \right) + \frac{d}{\delta} \operatorname{sh} f \right] = \frac{r^2}{r_3^2} \left[\frac{1}{\delta^2} + \frac{d}{2} \operatorname{ch} f + \right.$

$\left. + \frac{d}{2\delta} \left(\operatorname{ch} f + 2 \operatorname{sh} f \right) \right] = \frac{r^2}{r_3^2} \left[\frac{1}{\delta^2} + \frac{d}{2} \operatorname{ch} f + \frac{d}{2\delta} e^f + \frac{d}{2\delta} \operatorname{sh} f \right]$, $f(r) = \ln \frac{r}{r_3} + \frac{1}{\delta}(r - r_3) < 0$ при $r < r_3$

$e^f = e^{-|f|} \ll 1$, $|f| \gg 1$ при $\frac{r_3}{\delta} \gg 1$. $\operatorname{ch} f = \frac{1}{2} e^f + \frac{1}{2} e^{-f} \approx \frac{1}{2} e^{-f}$, $\operatorname{sh} f \approx -\frac{1}{2} e^{-f}$

$F(r,d)_{r < r_3} \approx \frac{r^2}{r_3^2} \left[\frac{1}{\delta^2} + \frac{d}{2} \frac{1}{2} e^{-f} - \frac{d}{4\delta} e^{-f} \right]$, $\int_0^\infty dr\, r F(r,d) = \int_0^{r_3} dr\, r F(r,d) + \int_{r_3}^\infty dr\, r F(r,d) =$

$= \int_0^{r_3} dr\, r \cdot \frac{r^2}{r_3^2} \left[\frac{1}{\delta^2} + \frac{1}{2} \frac{d}{r} e^{-f} - \frac{1}{4} \frac{d}{\delta} e^{-f} \right] + \int_{r_3}^\infty dr\, r \frac{d}{2\delta} \frac{1}{2} e^f \frac{r_3}{r} e^{-\frac{1}{\delta}(r - r_3)}$

$\int_0^{r_3} dr\, r^2 e^{-f(r)} \approx \int_0^{r_3} dr\, r^2 \frac{r_3}{r} e^{-\frac{1}{\delta}(r - r_3)} = r_3 e^{r_3/\delta} \int_0^{r_3} dr\, r\, e^{-r/\delta} = \left| \frac{r}{\delta} = x \right| = r_3 \delta^2 e^{\frac{r_3}{\delta}} \int_0^{r_3/\delta} dx\, x e^{-x} \approx$

$\approx r_3 \delta^2 e^{r_3/\delta} \int_0^\infty dx\, x e^{-x} = r_3 \delta^2 e^{r_3/\delta} e^{-x} \left[-x - 1 \right] \Big|_0^{r_3/\delta} = r_3 \delta^2 e^{r_3/\delta} \left[e^{-r_3/\delta} \left(-\frac{r_3}{\delta} - 1 \right) + 1 \right] \approx r_3 \delta^2 e^{r_3/\delta}$

$\int_0^{r_3} dr\, r^3 e^{-f(r)} = \int dr\, r^3 \frac{r_3}{r} e^{-\frac{1}{\delta}(r - r_3)} = r_3 e^{r_3/\delta} \int_0^{r_3} dr\, r^2 e^{-r/\delta} = r_3 \delta^3 \int_0^{r_3/\delta} dx\, x^2 e^{-x} e^{r_3/\delta} = r_3 \delta^3 e^{r_3/\delta} \cdot 2$

$\int_0^{r_3} dr\, r F(r,d) = \frac{1}{r_3^2 \delta^2} \int_0^{r_3} dr\, r^3 + \frac{1}{2} \frac{d}{r_3^2} \int_0^{r_3} dr\, r^2 e^{-f} - \frac{1}{4} \frac{d}{\delta r_3^2} \int_0^{r_3} dr\, r^3 e^{-f} = \frac{1}{4} \frac{r_3^2}{\delta^2} + \frac{1}{2} \frac{d}{r_3^2} r_3 \delta^2 e^{\frac{r_3}{\delta}} - \frac{1}{4} \frac{d}{\delta r_3^2} r_3 \delta^3 e^{\frac{r_3}{\delta}} \cdot 2 =$

$\int_{r_3}^\infty dr\, e^f e^{-\frac{2}{\delta}(r - r_3)} = \int dr \frac{r_3}{r} e^{\frac{1}{\delta}(r - r_3)} e^{-\frac{2}{\delta}(r - r_3)} = \frac{1}{r_3} \int dr\, r\, e^{-r/\delta} e^{r_3/\delta} = \frac{1}{r_3} e^{r_3/\delta} \delta^2 \int_{r_3/\delta}^\infty dx\, x e^{-x} = \frac{\delta^2}{r_3} e^{r_3/\delta} e^{-x} \left[-x - 1 \right] \Big|_{r_3/\delta}^\infty = \frac{\delta^2}{r_3} e^{r_3/\delta} \left(\frac{r_3}{\delta} + 1 \right) e^{-r_3/\delta} \approx \delta$

$c = \frac{1}{4} \frac{r_3^2}{\delta}$

$\int_0^\infty dr\, F(r,d) r = \frac{1}{4} \frac{r_3^2}{\delta} + \frac{dr_3}{4\delta} \int_{r_3}^\infty dr\, e^f e^{-\frac{2}{\delta}(r - r_3)} = \frac{1}{4} \frac{r_3^2}{\delta} + \frac{1}{4} \frac{d r_3}{\delta} \delta = \frac{1}{4} r_3 \left(\frac{r_3}{\delta} + d \right) \approx \frac{1}{4} \frac{r_3^2}{\delta} > 0$

$d > 0$, даже если $d = -|d| < 0$, $\frac{r_3}{\delta} - |d| < 0$, $|d| < \frac{r_3}{\delta}$, а $\frac{r_3}{\delta} \gg 1$. Вот такие дела.

В пределе $\frac{r_3}{\delta} \gg 1$ $\int F(r,d) r dr > 0$, $\delta W(\chi) = \delta W(0) + \int dr\, r F(r,d) \chi^2$, максимум χ-finite

$\chi = u(r_3) = \Phi_0(r_3)$, Equil. $\Phi_0(r_3) = 0$, Neel-Sk $\Phi_0 = 0$ усиливать? не выражено(!)

максимум finite $\Phi_0(r)$ в пределе $r_3/\delta \gg 1$. Это только не доказано :-) asymptotes

$\Phi_0(r)$ - another number nebenna; ?2) предел $\cos\Theta(r) = \pm 1$, $r_3/\delta \gg 1$ нелокальный т.д.

(9/IV) Обзоры, topol. charges, $f(\varepsilon)$-BP, Thiele eq. с Ricardo. Модификация $f(r)$-soliton-Kosevich-Lifshitz с N.N. и Io. "Al Campo": Irun. Edit Sk-paper MS - PRT с Зуевой.

(10/IV) Proof Materials "Sok on-film" paper с Аранзха; PRT с Зуевой. Check Q^{kl} и ω $\in$.

(11/IV) Sk-Аранзха MS published in "Materials". Updates Ikerb. y Res. gate sites.

Escaneado con CamScanner

(11/XI) **План** (Сл. 25/XI)

1) Sk-mass calculation via SW + $M_v(T)$
2) Vortex barriers FeNi, Co dots – Rijeka, Zaragoza
3) AF-SW dynamics, с Ruben. Borys, Ricardo, Oksana
4) Sk $M(H_x)$ in dots, simul. by Arantxa
5) Pin. effects trips Roman (Mainz), Oksana (Kiel), Gus (Madrid), Gus (Poznań)
6) $P_0(s)$ Sk-stats., $P_0(s,t)$ – bath dyn., $N \geq 2$ B-Sk transform
7) ~~Magnet. trips~~ Berlin (abs. Umar) + Poznań (hotel) train 6 → P.
8) FETOPEN – appl. revision (Papyrag) new appl. (ICT, ERC-Adv.) – geo. edge topol. SW
9) New Sk pair/chain PSS paper с Зуярко. Q_ℓ^m-?
10) Reference inv. Trackers Sol-SkyMag 2019
11) Conf. HMM'19 (Crete, May 19-22, abs. до Feb. 5), ICFPM19 (Gijon, 27-3/5, abs. 8/II 19), JEMS2019 (Uppsala, 26/VI-1/VII), SPMM'19 (Poznań, Sept 4-7)
12) Appl. tarjetas renewal – K., P., A. – NIE / Subm. 13/XII
13) UPV/EHU, Pais Vasco grants travel – "Movilidad" – Spanish link – Nov. (May'18)
14) Update Ikerbasque web-site, contact Larrañaga
15) Drum-modes SW Dobrovolskiy MS – calc. $\omega_{ll}, m_n(s)$

(12/XI) E-mail MagIC – secondment to Maciej. Updating SolSkyMag, inv. speakers list, Nogaro invitation to J. Kosterlitz. Reimburs. Verbal appl. Begoña & Julian. Review S.U.Vain – JAP.

(13/XI) Invitation letters SolSkyMag'19. Comments QTT-MS Q_ℓ^m to Zulkhira.
Meeting + Ricardo: WEE – approach to 2D $\vec{m}(x,y)$. Holography 4D LLG via θ, Φ – angles.

(14-17/XI) trip to Madrid/Alcobendas cA. Ikerbasque инвентаризация + promotion + 3,500€ – Jan. 1, 2019.
Meetings – Dec. (AF dynamics) и Papyrag (14/XI) CFETOPEN-project updates), interview с Roberto (16/XI).

(18/XI) E-mails to Michal (meeting), J. Kłos (Conf. Poznań), Umar (Seminar Berlin), Tomasello-HMM'19 (Inv. talks)
Муабецова dipolar-quadrupolar ind. U_{dq} – Зуярко Sk-state dot pair, Larbitrary P_1, P_2.

Q_ℓ^m Sk-dots Сл. 2/VIII. Q_ℓ^m му-за $\hat{\rho}(\vec{r})$ mag. charge density, $\hat{\rho}(\vec{r}) = -\mathrm{div}\vec{m}$ (bulk), $\hat{\rho}(\vec{r}) = (\vec{m}\vec{n})$ (surface)
($\vec{n}$ – external normal to surface)

$Q_\ell^m = Q_\ell^m(\text{Bulk}) + Q_\ell^m(\text{side surf.}) + Q_\ell^m(\text{face})$.

$Q_\ell^m(\text{face}) \neq 0$ only if $(\ell+m) = \text{odd}$ for $\vec{m}(x,y)$ and any $\beta = b/R$.

$Q_\ell^m(\text{Bulk}) \neq 0$ и $Q_\ell^m(\text{s.s.}) \neq 0$ only if $(\ell+m) = \text{even}$ in linear approx. on $\beta \ll 1$.

$\ell=1$, dipolar moments, $Q_1^0(\text{face}) \neq 0$, $Q_1^{\pm1}(\text{bulk, s.s.}) \neq 0$, остальные $Q_1^m = 0$

$\ell=2$, quadrupolar moments, $Q_2^{\pm1}(\text{face}) \neq 0$, $Q_2^0(\text{b,s.s}) \neq 0$, $Q_2^{\pm2}(\text{b,s.s}) \neq 0$, остальные $Q_2^m = 0$

$f(z) = e^{i\Phi_0}(z-s)/c$, $m_z = p\frac{1-|f|^2}{1+|f|^2}$. Ответы для any $p = m_z(c)$ and Φ_0

$\mathrm{div}\vec{m} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2}\mathrm{Re}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) = \frac{4}{c}\frac{\cos\Phi_0}{(1+f\bar{f})^2}$, $m_f = (\vec{m}\cdot\hat{f}) = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})}\left[\cos(\Phi_0-\varphi)(x-s_x) - \sin(\Phi_0-\varphi)(y-s_y)\right]$

S.S. $m_f\big|_{f=1} = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})}\left[\cos\Phi_0 - |s|\cos(\Phi_0+\varphi_s-\varphi)\right]$, $f\bar{f} = |f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{r^2}{c^2} + \frac{|s|^2}{c^2} - \frac{2r|s|}{c^2}\cos(\varphi-\varphi_s)$

14/XI-17.: $Q_1^0(\text{face}) = \beta\left(p_1^0\right)_c' \int d\varphi\rho \int d\rho\, m_z(\vec{\rho},\vec{s}) = \beta\frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1)}\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int d\varphi\rho\int d\rho\,\rho\frac{(1-f\bar{f})}{(1+f\bar{f})} = \beta\rho\int d\varphi\rho\int d\rho\,\rho\frac{(1-f\bar{f})}{(1+f\bar{f})}$

$Q_1^0(\text{face}) = \beta\rho\int d^2\rho\, m_z(\vec{\rho},\vec{s}) = \rho\int dV m_z(\vec{\rho},\vec{s}) = \rho V\langle m_z(\vec{\rho},\vec{s})\rangle_\rho = \rho V\left[m_z^0 - \frac{2c^2}{(1+c^2)^2}|s|^2\right]$, $V = \pi R^2 L \to \pi\beta$

$Q_1^0(\text{face}) = \pi\beta\rho\left[m_z^0 - \frac{2c^2}{(1+c^2)^2}|s|^2\right]$, $m_z^0 = \langle m_z(\vec{\rho},0)\rangle_\rho = 2c^2\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - 1$, Сл. 9/XI 17г.
(in units of M_s, at $R=1$), $\pi\beta = v$, $Q_1^0(\text{face}) = M_s V\rho[\dots]$ in absolute units

$Q_1^{\pm1}(\text{bulk+s.s.}) = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}M_s\langle m_\pm\rangle_v = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}M_s V(-1)\frac{2c}{(1+c^2)}|s|e^{\pm i\varphi_0}e^{\pm i\varphi_s} = \pm\sqrt{2}M_s V\frac{c}{(1+c^2)}|s|e^{\pm i\varphi_s}e^{\pm i\Phi_0}$, Сл. 9/XI 17г.

$Q_1^0 = pM_s\langle m_z\rangle_v V$, $Q_1^{\pm1} = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}M_s V\langle m_\pm\rangle_v$, $\underline{Q_1^{\pm1}(\text{bulk+s.s.}) = \pm\sqrt{2}\frac{cM_s V}{(1+c^2)}|s|e^{\pm i\varphi_s}e^{\pm i\Phi_0}}$

Тогда $Q_1^0 = M_s V\langle m_z\rangle_v$, р сферична в $\langle m_z\rangle$. $Q_1^0 = M_z$, $Q_1^{\pm1} = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}M_\pm$, $\vec{M} = M_s V\langle\vec{m}\rangle$

ЛЕКЦИЯ 2, 5/XI: quadr. moment $D_{\alpha\beta} = \sum_i e_i\left[3x_{i\alpha}x_{i\beta} - r_i^2\delta_{\alpha\beta}\right] = \int d^3r\rho(\vec{r})\left[3x_\alpha x_\beta - r^2\delta_{\alpha\beta}\right]$

dipole moment $\vec{d} = \sum_i e_i\vec{r}_i = \int d^3r\,\hat{\rho}(\vec{r})\vec{r}$ $Q_m^{(\ell)} = \left(\frac{4\pi}{2\ell+1}\right)^{1/2}\int d^3r\hat{\rho}(\vec{r})\,r^\ell Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$ – spherical comp.

$Q_0^{(1)} = d_z$, $Q_{\pm1}^{(1)} = \mp\frac{\sqrt{2}}{2}(d_x \pm i d_y)$, $Q_0^{(2)} = -\frac{1}{2}D_{zz}$, $Q_{\pm1}^{(2)} = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}(D_{xz} \pm i D_{yz})$,

$Q_{\pm2}^{(2)} = -\frac{1}{2+6}(D_{xx} - D_{yy} \pm 2iD_{xy})$ – связь Cartesian и spherical components quadr. moments

Escaneado con CamScanner

(19/II) meeting with Michal, обсуждение темы topological edge excitations (SW): ① Dirac cones ✗ in some $\vec{k}$-points of honeycomb 2D-lattice, ② removing degeneracy (splitting E) ✗ if some objects/particles in lattice site have no time-reversal symmetry, ③ appearance of edge states in the gap, which are topologically protected. Chern-numbers as $\int d^2\vec{k}(\dots)$ can be calculated for edge states.

See Shindou-Murakami, PRB 87, 174427(2013) "Topological chiral magnonic edge mode"

Если $Q_\ell^m \sim \int d^3\vec{r}\, \hat{\rho}(\vec{r})\, r^\ell\, Y_\ell^m(\hat{r})$, $\hat{\rho}(\vec{r}) = \begin{Bmatrix} -\mathrm{div}\vec{m}, \text{ vol.} \\ (\vec{m}\cdot\vec{n}), \text{ surf.} \end{Bmatrix}$, то как выглядят $Q_{\ell=1}^m$, $Q_1^0 = M_s \int d^3\vec{r}\, m_z = M_z$, $Q_1^{\pm1} = \mp\frac{\sqrt{2}}{2} M_s \int d^3\vec{r}\, m_\pm = \mp\frac{\sqrt{2}}{2} M_\pm$, $\vec{M} = M_s \int d^3\vec{r}\, \vec{m}$ – total magn. moment (dipolar moment). $\vec{d} = \int d^3\vec{r}\, \vec{r}\, \hat{\rho}(\vec{r})$, $\vec{M} = M_s \int d^3\vec{r}\, \vec{m}$ и $\vec{d} = \vec{M}$?

$-\int d^3\vec{r}\, \vec{r}\, \mathrm{div}\vec{m} + \oint_S dS\, \vec{r}\,(\vec{m}\cdot\vec{n}) = \int d^3\vec{r}\, \vec{m}$ – если это так, то можно записать

момент $\hat{Q}_{\alpha\beta} = \int d^3\vec{r} \left[3M_\alpha x_\beta + 3M_\beta x_\alpha - 2\delta_{\alpha\beta}(\vec{M}\cdot\vec{r}) \right]$ в декартовых коорд. $\alpha,\beta = x,y,z$, а затем перейти к сферическим компонентам Q_2^m по ф-лам. из $\Lambda.-\Lambda.$ т. 2. $Q_{\alpha\beta}$ – через Q_2^m нашли, при этом мы нашли вклад bulk, side surface и face charges, $Q_{\alpha\beta}$ связаны с $\vec{m}(\vec{r})$.

Далее $D_{\alpha\beta} = Q_{\alpha\beta}^{gg}$, $\int d^3\vec{r}\, \hat{\rho}(\vec{r}) \left[3x_\alpha x_\beta - r^2\delta_{\alpha\beta} \right] = \int d^3\vec{r} \left[3M_\alpha x_\beta + 3M_\beta x_\alpha - 2\delta_{\alpha\beta}(\vec{M}\cdot\vec{r}) \right]$
$\alpha,\beta = x,y,z$ – cartesian coord.

→ R.H. Good, Jr. and T.J. Nelson "Classical theory of electric and magnetic fields" Acad. Press New York, 1971 – see Gus' PLA' 2001.

Ch. 5. Magnetostatics, pp. 243-244.

$\vec{E} \to \vec{H}$, $\rho(\vec{r}) = -\mathrm{div}\vec{M}(\vec{r})$ in electrostatic equations

Dipolar mag. moment $\vec{d} = \int d^3\vec{r}\, \hat{\rho}(\vec{r})\vec{r} = \int d^3\vec{r}\, (-\nabla\cdot\vec{M})\vec{r} = \int d^3\vec{r}\, \vec{M} = \vec{M}$

$(-\nabla\cdot\vec{M})\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(M_i\vec{r}) + (\vec{M}\cdot\nabla)\vec{r} = -\frac{\partial M_i}{\partial x_i}\vec{r} - M_i\frac{\partial\vec{r}}{\partial x_i} + M_i\frac{\partial}{\partial x_i}\vec{r} = -(\mathrm{div}\vec{M})\vec{r}$

$(\vec{M}\cdot\vec{\nabla})\vec{r} = M_x\frac{\partial\vec{r}}{\partial x} + M_y\frac{\partial\vec{r}}{\partial y} + M_z\frac{\partial\vec{r}}{\partial z} = M_x\hat{x} + M_y\hat{y} + M_z\hat{z} = \vec{M}$

$\int d^3\vec{r}\, \frac{\partial}{\partial x_i}(M_i\vec{r}) \to I_j = \int d^3\vec{r}\, \frac{\partial}{\partial x_i}(M_i x_j) = \int_S d\vec{S}\cdot(\vec{M}x_j) = 0$, т.к. S outside the magnetical material

Quadrupolar moment $D_{\alpha\beta} = \int d^3\vec{r}\, \hat{\rho}(\vec{r}) \left[3x_\alpha x_\beta - r^2\delta_{\alpha\beta} \right] = -\int d^3\vec{r}\, (\nabla\cdot\vec{M})(3x_\alpha x_\beta - r^2\delta_{\alpha\beta}) =$

$= \int d^3\vec{r}\, \vec{M}\cdot\nabla(3x_\alpha x_\beta - r^2\delta_{\alpha\beta}) = \int d^3\vec{r} \left[3M_\alpha x_\beta + 3M_\beta x_\alpha - 2\delta_{\alpha\beta}(\vec{M}\cdot\vec{r}) \right] = Q_{\alpha\beta}$ (Gus' PLA'01)

$-(\nabla\cdot\vec{M})f(\vec{r}) = -\nabla\cdot[\vec{M}f] + \vec{M}\cdot\nabla f$, $\nabla\cdot(\psi\vec{A}) = \psi(\nabla\cdot\vec{A}) + \vec{A}\cdot\nabla\psi$, $\int d^3\vec{r}\, \nabla\cdot(\vec{M}f) = \int d\vec{S}\cdot\vec{M}f = 0$

$Q_1^0 = d_z = M_z$, $Q_1^{\pm1} = \mp\frac{\sqrt{2}}{2} d_\pm = \mp\frac{\sqrt{2}}{2} M_\pm$ – нечего здесь считать.

Поэтому $Q_{\alpha\beta} = M_s \int d^3\vec{r} \left[3m_\alpha x_\beta + 3m_\beta x_\alpha - 2\delta_{\alpha\beta}(\vec{m}\cdot\vec{r}) \right]$ можно вернуть, $\alpha,\beta = x,y,z$

$Q_{\alpha\beta}$ – cartesian components of quadrupolar tensor Q_2^m $(m = 0, \pm1, \pm2)$.

Q_ℓ^m, $\ell = 2$ – quadrupolar moments. $Q_2^0 = -\frac{1}{2}Q_{zz}$, $Q_2^{\pm1} = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}(Q_{xz} \pm iQ_{yz})$

$Q_2^{\pm2} = -\frac{1}{2\sqrt{6}}(Q_{xx} - Q_{yy} \pm 2iQ_{xy})$.

$Q_{zz} = \int d^3\vec{r} \left[6m_z z - 2(\vec{m}\cdot\vec{r}) \right] = \int d^2\vec{s} \int_{-g/2}^{g/2} dz \left[6m_z z - 2(m_x x + m_y y + m_z z) \right] = -2\beta \int d^2\vec{s}\, (\vec{m}\cdot\vec{s})$,

если $\vec{m} \neq f(z)$. $Q_{zz} = -2\beta \int d\varphi\, s^2 \int d\varphi\, m_s$, $m_s = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+s\bar{s})}\left[s\cos\varphi_0 - |s|\cos(\varphi_0 + \varphi_s - \varphi) \right]$

$\int_0^{2\pi} d\varphi\, m_s = \frac{2}{c}\int d\varphi \frac{1}{(1+s\bar{s})}\left[s\cos\varphi_0 - |s|\cos(\varphi_0 + \varphi_s - \varphi) \right]$

$\frac{1}{(1+s\bar{s})} = \frac{1}{1+\frac{1}{c^2}|z-s|^2} = \frac{c^2}{c^2 + s^2 + |s|^2 - 2s|s|\cos(\varphi - \varphi_s)} = \frac{c^2}{c^2+s^2}\frac{1}{1+\frac{1}{(c^2+s^2)}\left[|s|^2 - 2s|s|\cos(\varphi - \varphi_s) \right]}$

$= \frac{c^2}{c^2+s^2}\frac{1}{(1+\varepsilon)} = \frac{c^2}{(c^2+s^2)}\left[1 - \varepsilon + \varepsilon^2 \right] = \frac{c^2}{c^2+s^2}\left[1 - \frac{1}{(c^2+s^2)}\left(s^2 - 2s\cos(\varphi - \varphi_s) \right) + \frac{1}{(c^2+s^2)^2}(\dots)^2 \right]$

$\int_0^{2\pi} d\varphi\, m_s = \frac{2}{c}\int d\varphi \frac{c^2}{(c^2+s^2)}\left[1 - \frac{(s^2 - 2s\cos(\varphi))}{(c^2+s^2)} + \frac{4s^2\cos^2\varphi}{(c^2+s^2)^2} \right]\left[s\cos\varphi_0 - s\cos(\varphi_0 - \varphi) \right]$

$\varphi_s = 0$, т.к. φ_s исчезает при $(\varphi - \varphi_s) = \varphi'$ и $\int_0^{2\pi} d\varphi(\dots) = \int_{-\varphi_s}^{2\pi - \varphi_s} d\varphi'$

Escaneado con CamScanner

$\int d\varphi\, m_\beta = \frac{2c}{(c^2+s^2)} \int d\varphi \left[s\cos\Phi_0 - s\cos(\Phi_0 - \varphi) - \frac{s^2}{(c^2+s^2)} s\cos\Phi_0 + \frac{2s^2 s\cos\varphi}{(c^2+s^2)} s\cos\Phi_0 - \frac{2s^3 s\cos\varphi\cos(\Phi_0-\varphi)}{(c^2+s^2)} + \right.$

$\left. + \frac{4s^3 s^2 \cos^2\varphi \cos\Phi_0}{(c^2+s^2)^2} \right] = \frac{2c}{(c^2+s^2)} \left[2\pi s\cos\Phi_0 - 2\pi \frac{s s^2}{(c^2+s^2)} \cos\Phi_0 + \frac{2s s^2}{(c^2+s^2)} \cos\Phi_0 \pi + \frac{4s^3 s^2}{(c^2+s^2)^2} \cos\Phi_0 \pi \right] =$

$= \frac{4\pi s c \cos\Phi_0}{(c^2+s^2)} \left[1 - \frac{s^2}{(c^2+s^2)} - \frac{s^2}{(c^2+s^2)} + \frac{2s^2 s^2}{(c^2+s^2)^2} \right] = \frac{4\pi s c \cos\Phi_0}{(c^2+s^2)} \left[1 - \frac{2s^2}{(c^2+s^2)} + \frac{2s^2 s^2}{(c^2+s^2)^2} \right]$

$\int d\varphi\, m_\beta = 4\pi \cos\Phi_0 \frac{sc}{(s^2+c^2)} \left[1 - \frac{2c^2 s^2}{(s^2+c^2)^2} \right]$

$Q_{zz} = -2\beta \int ds\, s^2 \int d\varphi\, m_\beta = -8\pi\beta c \cos\Phi_0 \int_0^1 ds \frac{s^3}{(s^2+c^2)} \left[1 - \frac{2c^2 s^2}{(s^2+c^2)^2} \right]$

$I_s = \int_0^1 ds \frac{s^3}{(s^2+c^2)} \left[1 - \frac{2c^2 s^2}{(s^2+c^2)^2} \right] = \left| \frac{s^2}{c^2} = x,\ \frac{1}{c^2} 2s\,ds = dx \right| = \frac{1}{2} \int d(s^2) \frac{s^2}{(s^2+c^2)} \left[1 - \dots \right] =$

$= \frac{1}{2} c^2 \int_0^{1/c^2} dx \left(\frac{x}{(1+x)} \right) \left[1 - \frac{2s^2}{c^2} \frac{1}{(x+1)^2} \right] = \frac{1}{2} c^2 \int dx \frac{x}{(1+x)} - s^2 \int dx \frac{x}{(1+x)^3} =$

$= \frac{1}{2} c^2 \left[x - \ln(1+x) \right]_0^{1/c^2} - s^2 \left[\frac{1}{2} \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)} \right]_0^{1/c^2} = \frac{1}{2} c^2 \left[\frac{1}{c^2} - \ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) \right] - s^2 \left[\frac{1}{2} \frac{1}{\left(\frac{1}{c^2}+1\right)^2} - \right.$

$\left. - \frac{1}{\left(\frac{1}{c^2}+1\right)} - \frac{1}{2} + 1 \right] = \frac{1}{2} \left[\not{c}\, 1 - c^2 \ln\left(1+1/c^2\right) \right] - s^2 \left[\frac{1}{2} \frac{c^4}{(1+c^2)^2} - \frac{c^2}{(1+c^2)} + \frac{1}{2} \right] =$

$= \frac{1}{2} \left[1 - c^2 \ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) \right] - \frac{s^2}{2} \frac{1}{(1+c^2)^2} \Rightarrow Q_{zz} = -8\pi\beta c \cos\Phi_0 \frac{1}{2} \left[1 - c^2 \ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{s^2}{(1+c^2)^2} \right]$

$\boxed{Q_2^0 = -\frac{1}{2} Q_{zz} = 2\pi\beta c \cos\Phi_0 \left[1 - c^2 \ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{s^2}{(1+c^2)^2} \right]}$, $s^2 = |s|^2 = s\bar{s}$, $\pi\beta = V$.

Теперь ним Q_2^0 не совпадает ни с ними $Q_2^0(2/\sqrt{3})$, ни с Q_2^0 (Zakharchenko-Fradkin).

Corrected $Q_2^0(\text{bulk } 2/\sqrt{3}) = 2\pi\beta \cos\Phi_0 c^3 \int_0^{1/c^2} \frac{t}{(1+t)^2} = (\cdot) \int dt \left[\frac{1}{(1+t)} - \frac{1}{(1+t)^2} \right] = (\cdot) \left[\ln(1+t) + \frac{1}{(1+t)} \right]_0^{1/c^2} =$

$= (\cdot) \left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) + \frac{1}{(1+1/c^2)} - 1 \right] = (\cdot) \left[\ln\left(1+1/c^2\right) - \frac{1}{1+c^2} \right] = 2\pi\beta \cos\Phi_0 c^3 \left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{(1+c^2)} \right]$

⇒ Good-Nelson Book бса основно на замяна $S(\vec{r}) \to S_m(\vec{r}) = -\operatorname{div}\vec{M}(\vec{r})$ Eq bcenno Surface Хроболинг. Become in $\vec{\sigma} = (\vec{m}\cdot\vec{n})$ surface charges с charges $(\vec{m}\cdot\vec{n})$

(20/21) Мартобица docs на NIE-Tarjetas renewal / meeting с Ricardo. Ур $\dot{\Phi} = -$, $\dot{\Theta} = -$ LLG ок Lubben на сноп. Изучих Θ, Φ. Ур ще ги намерим по метода $\frac{\partial W}{\partial \vec{m}} \cdot \dot{\vec{m}}$, $\frac{\partial W}{\partial \vec{m}} \cdot \dot{\vec{m}}$ и ще изпол. LLG. Оцъ изуч. с Ricardo CrI_3 - 2D ferromagnet calculations (Bragg, Robson): диагонализиране чрез $b_i^\dagger, b_i$ boson-operators, matrices (2×2), (4×4), (6×6) for 1ML, 2ML, 3ML. Възможност да се 2ML - CrI_3 fibers θ_1, θ_2 уголи неудачно да разбера Curie's Phases & изчисл. Critical fields ще $M(H)$ кога ларчо to find model parameters

$Q_{\alpha\beta} = \int d^3\vec{r} \left[3m_\alpha x_\beta + 3m_\beta x_\alpha - 2(\vec{m}\cdot\vec{r})\delta_{\alpha\beta} \right]$ - Good-Nelson quadrupolar moment, $\alpha = x, y, z$

$Q_{xz} = \int d^3\vec{r} \left[3m_x z + 3m_z x - 2(\vec{m}\cdot\vec{r})\cdot 0 \right] = \left| \int_{-s/2}^{s/2} dz\, z = 0 \right| = 3\int d^3\vec{r}\, m_z x = 3\beta \int d^2\vec{s}\, m_z x$

$Q_{yz} = \int d^3\vec{r} \left[3m_y z + 3m_z y - 0 \right] = 3\beta \int d^2\vec{s}\, m_z y$, $Q_2^{\pm 1} = \pm\frac{1}{\sqrt{6}} (Q_{xz} \pm i Q_{yz}) = \pm\frac{3}{\sqrt{6}} \beta \int d^2\vec{s}\, m_z (x \pm iy)$

$Q_2^{\pm 1} = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \beta \int d^2\vec{s}\, m_z s e^{\pm i\varphi}$. $Q_{xx} = \int d^3\vec{r} \left[6m_x x - 2(\vec{m}\cdot\vec{r}) \right] = 2\int d^3\vec{r} \left[3m_x x - (m_x x + m_y y + m_z z) \right] =$

$= 2\beta \int d^2\vec{s} \left[3m_x x - (\vec{m}\cdot\vec{s}) \right] = 2\beta \int d^2\vec{s} \left[3m_x x - s m_s \right]$ $Q_{zz} = -2\beta \int d^2\vec{s}\, s m_s$

$Q_{yy} = \int d^3\vec{r} \left[6m_y y - 2(m_x x + m_y y + m_z z) \right] = 2\beta \int d^2\vec{s} \left[3m_y y - s m_s \right]$

$Q_{xy} = \int d^3\vec{r} \left[3m_x y + 3m_y x - 2(\cdot)\cdot 0 \right] = 3\beta \int d^2\vec{s} \left[m_x y + m_y x \right]$

$Q_2^{\pm 2} = -\frac{1}{2\sqrt{6}} \left(Q_{xx} - Q_{yy} \pm 2i Q_{xy} \right) = -\frac{6\beta}{2\sqrt{6}} \int d^2\vec{s} \left[m_x x - m_y y \pm i (m_x y + m_y x) \right] = -\frac{\sqrt{6}}{2} \beta \int d^2\vec{s} \left[x m_\pm \pm i m_\pm y \right]$

$Q_2^{\pm 2} = -\frac{\sqrt{6}}{12} \beta \int d^2\vec{s}\, (x \pm iy) m_\pm \leftarrow -\frac{\sqrt{6}}{2} \beta \int d^2\vec{s}\, s e^{\pm i\varphi} m_\pm$, $m_\pm = m_x \pm i m_y \Rightarrow m_\pm = \frac{2f}{(1+ss)}$

Един $\vec{m} \neq F(\vec{r})$ то $Q_2^0 = \beta \int d^2\vec{s}\, s m_s$, $Q_2^{\pm 1} = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \beta \int d^2\vec{s}\, s m_z e^{\pm i\varphi}$, $Q_2^{\pm 2} = -\frac{\sqrt{6}}{2} \beta \int d^2\vec{s}\, s m_z e^{\pm i\varphi}$.

$Q_2^0, Q_2^{\pm 2}$ depend on in-plane m_x, m_y, $Q_2^{\pm 1}$ depend on m_z and on $\beta = m_z(0)$ profile

$m_0 - i m_2 = r m_+ e^{-i\varphi}$, $m_0 + \text{Re}\left(r m_+ e^{-i\varphi} \right)$ $Q_2^0 = \beta\, \text{Re} \int d^2\vec{s}\, s m_+ e^{-i\varphi}$, $f(z) = e^{i\varphi}(z-\Omega)/c$

Сл. 1/VIII $Q_2^0(1) Q_2^0(2) = \beta_1 V \left[m_0^2 - \frac{2\tau}{(1+c^2)^2} \vec{s}_1 \vec{s}_2 \right] 2V c \cos\Phi_0 \left[\delta_{12} - \frac{1}{(1+c^2)^2} s_2 \bar{s}_2 \right] =$

$= \underline{A \vec{s}_1 \vec{s}_1 + B \vec{s}_2 \vec{s}_2} + \text{const}(s_1 s_1) + O(s^4) = 2V^2 \beta_1 c \cos\Phi_0 \left[-\frac{2c^2}{(1+c^2)^2} (3\pi) \vec{s}_1 \vec{s}_1 - \frac{m_0^2}{(1+c^2)^2} s_2 \bar{s}_2 \right] + O(s^4)$

Q_2^m ($(l+m) = \text{odd}$ $\Rightarrow$ $Q_2^{l+m} = 0$ за β.

$$Q_1^0(1)Q_2^0(2) + Q_1^0(2)Q_2^0(1) \sim p_1 s_1 \bar{s}_1 + p_2 s_2 \bar{s}_2 + \underbrace{p_1 s_2 \bar{s}_2 + p_2 s_1 \bar{s}_1}_{\text{int. terms}}$$

Naiigem $Q_2^{\pm 1} \sim m_2$. Эйконал, нормируем $m_2(s,\bar{s}) = m_2(\phi,0) + \frac{\partial^2 m_2}{\partial s \partial \bar{s}} s\bar{s}$ после $\int_0^{2\pi} d\varphi(\dots)$

$$\frac{\partial^2 m_2}{\partial s \partial \bar{s}}\Big|_{s=0} = -\frac{2}{c^2}\frac{(1+f\bar{f})}{(1+f\bar{f})^3}, \quad \int d^2\xi\, \xi e^{i\varphi} m_2 \Rightarrow \text{надо} \int d\varphi e^{i\varphi} m_2(s\bar{s})$$

$$\frac{\partial^2 m_2}{\partial s^2}\Big|_{s=0} \sim e^{-i2\varphi}, \quad \frac{\partial^2 m_2}{\partial \bar{s}^2} \sim e^{i2\varphi}, \quad \frac{\partial^2 m_2}{\partial s \partial \bar{s}}\Big|_{s=0} \sim e^{i\cdot 0\cdot\varphi} \text{ и сгенерит член } \int d\varphi e^{i\varphi}(\dots)$$

$$m_2(s\bar{s}) = m_2(0,0) + \frac{\partial m_2}{\partial s} s + \frac{\partial m_2}{\partial \bar{s}} \bar{s} = m_2(0,0) + \frac{(-2)\bar{f}}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial s} s + \text{c.c.}, \quad \frac{\partial f}{\partial s} = -\frac{1}{c} e^{i\varphi_0}, \quad f = \frac{e^{i\varphi_0}}{c}(z-s)$$

$$m_2(s\bar{s}) = m_2(0,0) + \frac{2}{c}\frac{\bar{s} e^{i\varphi_0}}{(1+f\bar{f})^2} s + \frac{2}{c}\frac{s e^{-i\varphi_0}}{(1+f\bar{f})^2}\bar{s} = m_2(0,0) + \frac{e^{-i\varphi_0}\cdot c e^{i\varphi_0}}{(1+f\bar{f})^2}\frac{2}{c} s + \text{c.c.} =$$

$$= m_2(0,0) + \frac{2}{c^2}\frac{s e^{-i\varphi}}{(1+f\bar{f})^2} s + \frac{2}{c^2}\frac{s e^{i\varphi}}{(1+f\bar{f})^2}\bar{s}, \quad \int d\varphi e^{i\varphi} m_2 = \frac{2}{c^2}\frac{s}{(1+s^2/c^2)^2} 2\pi s p.$$

$$\int d^2\xi\, \xi e^{i\varphi} m_2 = \int d\xi \xi^2 \int d\varphi e^{i\varphi} m_2 = \frac{4\pi}{c^2} sp \int d\xi \frac{\xi^3}{(1+\xi^2/c^2)^2} = \frac{4\pi}{c^2} sp \frac{1}{2}\int d(\xi^2)\frac{\xi^2}{(1+\xi^2/c^2)^2} = \left|\frac{\xi^2}{c^2} = x\right| =$$

$$= \frac{2\pi}{c^2} sc^4 p \int_0^{\infty/c^2} dx \frac{x}{1+x^2} = 2\pi c^2 sp\left[\ln(1+\gamma_{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right], \quad \boxed{Q_2^{\pm 1} = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}\beta\cdot 2\pi c^2 |s| e^{\pm i\varphi_s} p\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right]}$$

У Зуэкрим $Q_2^{\pm 1} = \mp p\pi\beta\sqrt{6}\,|s| e^{\pm i\varphi_s} c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right]$ + собственное с моим, нормировка верна.

$$\boxed{Q_1^{\pm 1} = \pm\sqrt{2} M_s V \frac{c}{(1+c^2)} |s| e^{\pm i\varphi_s} e^{\pm i\varphi_0}}, \quad \text{у Зуэкрим } Q_1^{\pm 1} = \sqrt{2} M_s V e^{(\pm i\varphi_0)(-1)} |s| e^{\pm i\varphi_s} \frac{\sqrt{\pi} c}{(1+c^2)}, \text{ если } \pi,$$

different sign $Q_1^{\pm 1}$ и $\varphi_0 \to -\varphi_0$.

Далее $\left(Q_\ell^m\right)^* = (-1)^m Q_\ell^{-m}$, $\left(Q_\ell^m\right)^* = -Q_\ell^{-m}$, если m, и $\left(Q_\ell^m\right)^* = Q_\ell^{+m}$ - если m.

Note: $Q_1^0, Q_2^{\pm 1}$ зависят только от ρ (m_2) $\quad Q_1^{\pm 1}, Q_2^0, Q_2^{\pm 2}$ зависят только от φ_0 (m_x, m_y)

$$\vec{U}_m(\vec{r}) = -\nabla\varphi_m(\vec{r}), \quad \varphi_m(\vec{r}) = \frac{\vec{d}\cdot\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2} Q_{\alpha\beta}\frac{x_\alpha x_\beta}{r^5} - \text{Todd-Nelson}, \quad \vec{d} = M_s \int d^3r \vec{r}\, \vec{m}(\vec{r})$$

(исп $r \gg 2$).

$$U_{dq} = U_{int}(L=3) = \sum_{\substack{\ell=1,2 \\ |m|\le\ell}} (-1)^\ell \left(\frac{L+M}{\ell+m}\right)^{1/2}\left(\frac{L-M}{\ell-m}\right)^{1/2} S_{LM} Q_\ell^m Q_{L-\ell}^{M-m} = \left|\text{расш. только по } Q_1^{\pm 1} Q_2^{\pm 1}\right| =$$

$$= \left(Q_{1(1)}^{+1} Q_{2(2)}^{M-1}\right) + \left(Q_{1(1)}^{-1} Q_{2(2)}^{M+1}\right) + (1 \rightleftarrows 2 \text{ dots}) = \Big\{Q_1^{+1}Q_2^{-1}_{M=0} + Q_1^{+1}Q_2^{+1}_{M=2} + Q_1^{-1}Q_2^{+1}_{M=0} + Q_1^{-1}Q_2^{-1}_{M=-2}\Big\} +$$

$$+ (1 \rightleftarrows 2 \text{ dots}) = (-1) S_{30}\binom{3+0}{1+1}^{1/2}\binom{3}{0}^{1/2} Q_1^{+1}Q_2^{-1} + (-1)^2 S_{32}\binom{3+2}{2}^{1/2}\binom{3-2}{0}^{1/2} Q_1^{+1}Q_2^{+1} +$$

$$+ (-1) S_{30}\binom{3}{0}^{1/2}\binom{3}{2}^{1/2} Q_1^{-1}Q_2^{+1} + (-1) S_{3,-2}\binom{1}{0}^{1/2}\binom{5}{2}^{1/2} Q_1^{-1}Q_2^{-1} + (1 \rightleftarrows 2 \text{ dots})$$

$$S_{30} = (-1)^{3/2}\frac{(4-1)!!}{4!!} = (-1)i\frac{2\cdot}{3\cdot 1} = -\frac{2}{3}i, \quad S_{32} = (-1)^{5/2}\sqrt{\frac{4!!\,0!!}{5!!\,1!!}} = i\sqrt{\frac{4\cdot 2\cdot 1}{5\cdot 3\cdot 1\cdot 1}} = i\sqrt{\frac{8}{15}}$$

$$S_{3,-2} = i\sqrt{\frac{8}{15}}, \quad \binom{3}{1}^{1/2} = \sqrt{\frac{3!}{2!\,1!}} = \sqrt{3}, \quad \binom{3}{0}^{1/2} = \sqrt{\frac{3!}{0!\,3!}} = 1, \quad \binom{5}{2}^{1/2} = \sqrt{\frac{5!}{2!\,3!}} = \sqrt{10}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad \binom{1}{0}^{1/2} = \sqrt{\frac{1!}{0!\,1!}} = 1, \quad \binom{3}{1}^{1/2} = \sqrt{\frac{3!}{1!\,2!}} = \sqrt{3}, \quad \binom{5}{3} = \sqrt{\frac{5!}{3!\,2!}} = \sqrt{10}$$

$$U_{dq}(L=3) = (-1)\left(-\frac{2}{3}i\right)\sqrt{3}\cdot 1\, Q_1^{+1}Q_2^{-1} + (-1) i\sqrt{\frac{8}{15}}\sqrt{10}\cdot 1\, Q_1^{+1}Q_2^{+1} + (-1)\left(-\frac{2}{3}i\right)\cdot 1\cdot\sqrt{3}\, Q_1^{-1}Q_2^{+1} +$$

$$+ (-1) i\sqrt{\frac{8}{15}}\cdot 1\cdot\sqrt{10}\, Q_1^{-1}Q_2^{-1} + (1 \rightleftarrows 2 \text{ dots}) = 2\frac{\sqrt{3}}{3} i\left[Q_1^{+1}Q_2^{-1} + Q_1^{-1}Q_2^{+1}\right] -$$

$$- i\frac{4}{\sqrt{3}}\left[Q_1^{+1}Q_2^{+1} + Q_1^{-1}Q_2^{-1}\right] = \frac{2\sqrt{3}i}{3}\left[Q_{1(1)}^{+1}Q_{2(1)}^{-1} + Q_1^{-1}Q_2^{+1} - 2\left(Q_1^{+1}Q_2^{+1} + Q_1^{-1}Q_2^{-1}\right)\right] + (1 \rightleftarrows 2 \text{ dots})$$

$U_{dq} = \frac{1}{D^4}\frac{2\sqrt{3}i}{3}[\dots]$ - собств. с Генерал JPh Com '18 и QFT - Sh-para manuscript. $D = dR$, $d \ge 2$

$$Q_1^{+1}Q_2^{-1} + Q_1^{-1}Q_2^{+1} - 2\left(Q_1^{+1}Q_2^{+1} + Q_1^{-1}Q_2^{-1}\right) = \sqrt{2}\pi\beta\frac{c}{(1+c^2)}\sqrt{\frac{3}{2}}\, 2\pi\beta c^2 p_2\left[\ln(1+\gamma_{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right][\dots]$$

$$= \sqrt{3}\, 2\pi^2\beta^2 c^2 \frac{3}{(1+c^2)}\left[\ln(1+\gamma_{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right][\dots] = S_{dq}(c)[\dots],$$

$$[\dots] = s_1 e^{i\varphi_0}(-1)\bar{s}_2 p_2 + (-1)\bar{s}_1 e^{-i\varphi_0} p_2 s_2 - 2 s_1 e^{i\varphi_0} s_2 p_2 - 2(-1)\bar{s}_1 e^{-i\varphi_0} p_2 (-1)\bar{s}_2 + (1 \rightleftarrows 2 \text{ dots})$$

$$= -p_2\left[s_1\bar{s}_2 e^{i\varphi_0} + \bar{s}_1 s_2 e^{-i\varphi_0} + 2 s_1 s_2 e^{i\varphi_0} + 2\bar{s}_1\bar{s}_2 e^{-i\varphi_0}\right] + (1 \rightleftarrows 2 \text{ dots})$$

$[\dots]$ is real, хотя есть i в U_{dq} из-за $S_{LM} = (-1)^{(L+M)/2}$, $L = 3$, $M = 0, \pm 2$

Escaneado con CamScanner

21/11 CA & Extranjería Pío XII hacer renewal tarjetas Residencia de Larga duración: ... Jan. 16, 2019.
Meeting c Michael + edge cw papers, ... Mol Sc + Maven. + Sirmion papers.
c Michael + Julian & Inga Witte. Wynnexan Fuels: obcasing g. EMR via single-Co dot (Dubrov.)

22/11 Revision Sky Union dot pair MS + Qe^{in} c 3 sp pair

Coupling dip-quadr $U_{dq} \sim -p_2\left[S_1\bar S_2 e^{i\varphi_0} + S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 2S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 1\,\bar S_1\bar S_2 e^{-i\varphi_0}\right] -$
$- p_1\left[S_2\bar S_1 e^{i\varphi_0} + \bar S_2 S_1 e^{-i\varphi_0} + 2S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 2\bar S_1\bar S_2 e^{-i\varphi_0}\right] = -S_1\bar S_2\left(p_2 e^{i\varphi_0} + p_1 e^{-i\varphi_0}\right) -$
$- \bar S_1 S_2\left(p_2 e^{i\varphi_0} + p_1 e^{i\varphi_0}\right) - 2(p_1+p_2)\left(S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + \bar S_1 \bar S_2 e^{-i\varphi_0}\right)$

2 ex. inter se $U_{qq} \sim Q_1^0(1)Q_1^0(2) \sim p_1 p_2$, U_{dq} int. Selection ex p_1, p_2 numerics repeq $Q_2^{\pm1}$.

Integrate $Q_2^{\pm2} = -\sqrt6 M_S V \int d\varphi s\, m_\pm e^{\pm i\varphi}/2\pi$, $m_\pm = \frac{2s}{c} = 2\frac{e^{i\varphi_0}}{c}(se^{i\varphi} - s)\frac{c^2}{(c^2+s^2)}$ ×
$\times\left[1 - \frac{(s^2 - 2|s|s\cos(\varphi-\varphi_s))}{(c^2+s^2)} + \frac{1}{(c^2+s^2)^2}\,4s^2|s|^2\cos^2(\varphi-\varphi_s)\right]^{1+\frac{1}{2}}$, $s \to |s|$ in $[\dots]$.

$\int_0^{2\pi} d\varphi\, m_\pm e^{i\varphi} = \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^2}{(c^2+s^2)}\left(se^{i\varphi} - |s|e^{i\varphi_s}\right)[\dots] = \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^2}{(c^2+s^2)}\int d\varphi\left[se^{i\varphi} - se^{i\varphi}\frac{(s^2 - 2|s|s\cos(\varphi-\varphi_s))}{c^2+s^2} +\right.$
$+ se^{i\varphi}\frac{4s^2|s|^2\cos^2(\varphi-\varphi_s)}{(c^2+s^2)^2} - s + \frac{s\,2s|s|\cos(\varphi-\varphi_s)}{(c^2+s^2)} + O(s^3)\Big] = \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^2}{(c^2+s^2)}\int d\varphi\left[\frac{1}{(c^2+s^2)}se^{2i\varphi} - 2s|s|\cos(\varphi-\varphi_s) +\right.$
$+ se^{2i\varphi}\frac{4s^2|s|^2}{(c^2+s^2)^2}\cos^2(\varphi-\varphi_s) - e^{i\varphi}\frac{2s|s|}{(c^2+s^2)}\cos(\varphi-\varphi_s)\Big] = \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^2}{(c^2+s^2)^2}\int d\varphi\left[\frac{4s^3|s|^2}{(c^2+s^2)}e^{2i\varphi}\cos^2(\varphi-\varphi_s) -\right.$
$\left. - 2s|s|^2 e^{i\varphi_s}e^{i\varphi}\cos(\varphi-\varphi_s)\right]$, // $\int d\varphi e^{2i\varphi}\cos^2(\varphi-\varphi_s) = e^{2i\varphi_s}\int d\varphi\, e^{2i(\varphi-\varphi_s)}\cos^2(\varphi-\varphi_s) =$
$= e^{2i\varphi_s}\int d\varphi\, e^{2i\varphi}\cos^2\varphi = e^{2i\varphi_s}\int d\varphi\, e^{i2\varphi}\frac12(1+\cos 2\varphi) = \frac12 e^{2i\varphi_s}\int d\varphi(\cos 2\varphi + i\sin 2\varphi)\cos 2\varphi =$
$= \frac12 e^{2i\varphi_s}\int_0^{2\pi} d\varphi\cos^2 2\varphi = \frac12 e^{i2\varphi_s}\int d\varphi\frac12(1+\cos 4\varphi) = \frac14 e^{2i\varphi_s}\cdot 2\pi$

$\int d\varphi\, e^{i\varphi}\cos(\varphi-\varphi_s) = e^{i\varphi_s}\int d\varphi\, e^{i(\varphi-\varphi_s)}\cos(\varphi-\varphi_s) = e^{i\varphi_s}\int d\varphi e^{i\varphi}\cos\varphi = \pi e^{i\varphi_s}$

$\int d\varphi\, m_\pm e^{\pm i\varphi} = \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^2}{(c^2+s^2)^2}\left[\frac{4s^3|s|^2}{(c^2+s^2)}\cdot\frac{\pi}{2}e^{2i\varphi_s} - 2s|s|^2 e^{i\varphi_s}\pi e^{i\varphi_s}\right] =$
$= \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^2}{(c^2+s^2)^2}2\pi|s|^2 e^{2i\varphi_s}s\left[\frac{s^2}{s^2+c^2} - 1\right] = \frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^2}{(c^2+s^2)^2}2\pi s^2 s\frac{(-c^2)}{(c^2+s^2)}$

$Q_2^{\pm2} = -\sqrt6 M_S V\frac{1}{2\pi}\int ds\, s^2\int d\varphi\, m_\pm e^{\pm i\varphi} = -\sqrt6 M_S V\frac{1}{2\pi}\int ds\, s^2(-1)\frac{2}{c}e^{i\varphi_0}\frac{c^4 s}{(c^2+s^2)^3}2\pi s^2 =$
$= \sqrt6 M_S V\cdot 2c^3 e^{i\varphi_0}s^2\int ds\frac{s^3}{(c^2+s^2)^3} = (\dots)\int_0^1 ds\frac{s^3}{(c^2+s^2)^3} = (\dots)\frac12\int d(s^2)\frac{s^2}{(s^2+c^2)^3} =$
$= \left|x = s^2/c^2\right| = (\dots)\frac12 c^4\int dx\frac{x}{(xc^2+c^2)^3} = \frac12(\dots)\frac{1}{c^2}\int dx\frac{x}{(x+1)^3} = \frac{1}{2c^2}(\dots)\frac12\frac{1}{(1+c^2)^2}$

$Q_2^{\pm2} = \frac{1}{4c^2}\frac{1}{(1+c^2)^2}\sqrt6 M_S V 2c^3 e^{i\varphi_0}s^2 = \frac{\sqrt6}{2}M_S V\frac{c}{(1+c^2)^2}e^{i\varphi_0}|s|^2 e^{\pm 2i\varphi_s}$

$\boxed{Q_2^{\pm2} = \frac{\sqrt6}{2}M_S V\frac{c}{(1+c^2)^2}e^{\pm i\varphi_0}|s|^2 e^{\pm 2i\varphi_s}}$ $\qquad Q_\ell^m(1)Q_{1-\ell}^{M-m}(2)$

Radial SW-dot

23/11 Anyons c Tuebo + EMR · spectra 1 separated dots, lines (n), APL'04 nonlin shift
+ $\omega_n = \omega_{ex} + \omega_m + \omega_H$ - linear in γ^{n+1} β-finite, solving $\omega_n^2 = \omega_1\omega_2$
+ $J_0(d\cos\theta/R)$ - CP when $\beta \ll 1$ - see Kakazu APL'2004.

24/11 ACS, ACS-Nano MS no axial symmetry, observe geometric Altbir APL'18 no F/N/F system.

$U_{dq} = \left\{Q_1^{+1}(1)Q_2^{M-1}(2) + Q_1^{-1}(1)Q_2^{M+1}(2)\right\} + (1\rightleftarrows 2\text{dot})$, $M = 0, \pm2$

$(1\rightleftarrows 2\text{dot}) = \left|L=3,\ \ell=2\right| = \left\{Q_2^{+1}(1)Q_1^{M-1}(2) + Q_2^{-1}(1)Q_1^{M+1}(2)\right\} = \left|M=0,\pm2\right| =$
$= \left\{Q_2^{+1}(1)\underset{M=0}{Q_1^{-1}}(2) + Q_2^{+1}\underset{M=2}{Q_1^{+1}} + Q_2^{-1}\underset{M=0}{Q_1^{+1}} + Q_2^{-2}\underset{M=-2}{Q_1^{-1}}\right\} = (-1)^2 S_{30}\binom33^{1/2}\binom31^{1/2}Q_2^{+1}(1)Q_1^{-1}(2) +$
$+ S_{32}\binom53^{1/2}\binom11^{1/2}Q_2^{+1}Q_1^{+1} + S_{30}\binom31^{1/2}\binom33^{1/2}Q_2^{-1}Q_1^{+1} + S_{3,-2}\binom11^{1/2}\binom53^{1/2}Q_2^{-1}Q_1^{-1} =$
$= -\frac{2\sqrt3}{3}\cdot\sqrt3\,Q_2^{+1}Q_1^{-1} + i\sqrt{\frac{2}{15}}\sqrt{10}\cdot 1\cdot Q_2^{+1}Q_1^{+1} + \left(-\frac{2}{\sqrt3}\right)\sqrt3\cdot 1\cdot Q_2^{-1}Q_1^{+1} + i\sqrt{\frac{2}{15}}\cdot 1\cdot\sqrt{10}\cdot Q_2^{-1}Q_1^{-1} =$
$= -\frac{2\sqrt3}{3}\cdot\left[Q_2^{+1}Q_1^{-1} + Q_2^{-1}Q_1^{+1}\right] + i\,4\frac{\sqrt3}{3}\left[Q_2^{+1}Q_1^{+1} + Q_2^{-1}Q_1^{-1}\right] = -\frac{2\sqrt3}{3}\left[Q_2^{+1}Q_1^{-1} + Q_2^{-1}Q_1^{+1} -\right.$
$\left. - i\left(Q_2^{+1}Q_1^{+1} + Q_2^{-1}Q_1^{-1}\right)\right]$, $U_{dq}(1\rightleftarrows 2\text{dot}) = \frac{2\sqrt3 i}{3}\left[-\underset{(1)}{Q_2^{+1}}\underset{(2)}{Q_1^{-1}} - \underset{(1)}{Q_2^{-1}}\underset{(2)}{Q_1^{+1}} + 2\left(\underset{(1)}{Q_2^{+1}}\underset{(2)}{Q_1^{+1}} + \underset{(1)}{Q_2^{-1}}\underset{(2)}{Q_1^{-1}}\right)\right]$

Escaneado con CamScanner

$$U_{dd} = \frac{2\mathcal{G}^2}{3\mathcal{D}^3}\left[Q_1^{xx}Q_2^{yy} + Q_1^{yy}Q_2^{xx} - Q_1^{xy}Q_2^{xy} - Q_1^{yx}Q_2^{yx} + 2\left(Q_1^{xy}Q_2^{yz} + Q_1^{yz}Q_2^{xy} - Q_1^{xz}Q_2^{yy} - Q_1^{yy}Q_2^{xz} \right) \right]$$

$$[(\ldots)^{2\mathcal{D}}] = -P_1 S_1 (+e^{-i\varphi_0}\bar{S}_2) + (-1)P_1\bar{S}_1 e^{i\varphi_0}S_2 + 1P_1 S_1 e^{i\varphi_0}S_2 + 2(+1)P_1\bar{S}_1(-1)e^{-i\varphi_0}\bar{S}_2 =$$

$$= P_1\left[S_1 S_1 e^{i\varphi_0} + \bar{S}_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 2S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 1\bar{S}_1\bar{S}_2 e^{i\varphi_0} \right]$$

$$U_{dd} \sim P_2\left(S_1\bar{S}_1 e^{i\varphi_0} + \bar{S}_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 2S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 1\bar{S}_1\bar{S}_2 e^{i\varphi_0} \right) + P_1\left(S_1\bar{S}_1 e^{i\varphi_0} + \bar{S}_1 S_2 e^{i\varphi_0} + \right.$$

$$\left. + 2S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + 2\bar{S}_1\bar{S}_2 e^{i\varphi_0} \right) = S_1\bar{S}_2\left(P_1 e^{i\varphi_0} - P_2 e^{i\varphi_0} \right) + \bar{S}_1 S_2\left(P_1 e^{i\varphi_0} - P_2 e^{i\varphi_0} \right) +$$

$$+ 2S_1 S_2 (P_1 - P_2) e^{i\varphi_0} + 2\bar{S}_1\bar{S}_2 (P_1 - P_2) e^{-i\varphi_0}$$

$$U_{dd} \sim S_1\bar{S}_2\left(P_1 e^{i\varphi_0} - P_2 e^{i\varphi_0} \right) + \bar{S}_1 S_2\left(P_1 e^{i\varphi_0} - P_2 e^{i\varphi_0} \right) + 2(P_1 + P_2)\left[S_1 S_2 e^{i\varphi_0} + \bar{S}_1\bar{S}_2 e^{-i\varphi_0} \right]$$

Dipolar part. Skyrmion det coupling $U_{12} \sim [\cdot]$ part. integrating w $\mathbb{Z}$ plane as P_1, P_2 constants.

1. Nieplekna umowa o kwiat gaz ziemny USOE (t_{od} 15 €) – Wzór: Umowa

Brutto: 3 mm € (7/8 m³) + 350 € (6 kg) + 280 € (kg, $\frac{1}{2}$ kg) + 200 € (m, ul. w m) + 400 € (1 kwiat) + 4500 € (w m 2018) = 2.130 €

(Za rok – now. 2018)

2 nocowanie kwiat: 3 kg N. name/name, 6 kg – N.D.

25/II Dent prog. Kam c Grotkau. Coupling. Abstract Art. Skyrmion MS – ACS Nano

26/II Meeting c Ricardo: Klein-Gordon gaz $\theta(x,t)$ – FM wpm Skyrm transverse anisotropy (Cu. Enz – 1966). Meeting c Ricardo: $f(t)$ – method, derivation LLG in θ, φ variables. Wspólna publ. Sine-Gordon gaz FM – Ew.

27/II – 28/II Wszczęcie c N. B Berlin. Seminar talk „Skyrmions" – Inst. Theor. Phys. Phys. Dept., Free Univ. Berlin (Umai), Seccaja c Conf. Promised Sist & Compens.

29/II Wspólna c N. B Poznań, Jowita. C N. B Carrefour – Poznań, Mark Dąbrowski.

30/II Bujna UAM. Seccaja c Krawczyk (Sw-cylinder), Zelent: Sk-nucleation in antidot array wpm upmen. Hz Gruszecki (ranlin Sw-stripe, Sw-edge spiral).

1/III Uint for Sk-dot pair: $U(\vec{S}_1, \vec{S}_2) = aS_1\bar{S}_2 + a^*\bar{S}_1 S_2 + bS_1 S_2 + b^*\bar{S}_1\bar{S}_2$

$-i\rho_n G\dot{\vec{S}}_n = 2\frac{\partial U}{\partial \bar{S}_n}$, $U(S_n) = \frac{1}{2}\varkappa\sum_n S_n\bar{S}_n + U_{int}$, $\frac{\partial U}{\partial \bar{S}_n} = \frac{\varkappa_n}{2}S_n + \frac{\partial U_{int}}{\partial \bar{S}_n}$, $G = |G_n|$.

$S_n(t) = S_n(0)e^{i\omega t}$, $\dot{S}_n = i\omega S_n$, $-i\rho_n G i\omega S_n = +\rho_n G\omega S_n = \varkappa_n S_n + 2\frac{\partial U_{int}}{\partial \bar{S}_n}$

Wpm $U_{int}=0$ $(\rho_n\omega - \omega_G)S_n = 0$, $\omega_G = \varkappa_n/G$. $\omega = \rho_n\omega_G$, $S_n = S_n(0)e^{i\rho_n\omega_G t}$

$(\rho_n\omega - \omega_G)S_n = 2G^{-1}\frac{\partial U_{int}}{\partial \bar{S}_n}$, $\frac{\partial U_{int}}{\partial S_1} = a\bar{S}_2 + bS_2$, $\frac{\partial U_{int}}{\partial \bar{S}_1} = a^*S_2 + b^*\bar{S}_2$

$i\rho_n G\dot{\bar{S}}_n = 2\frac{\partial U_{int}}{\partial S_n} + 2\frac{\partial U_n}{\partial S_n}$, $\frac{\partial U_{int}}{\partial S_2} = a^*\bar{S}_1 + bS_1$, $\frac{\partial U_{int}}{\partial \bar{S}_2} = aS_1 + b^*\bar{S}_1$

$\bar{S}_n(t) = \bar{S}_n(0)e^{i\omega t}$, $\dot{\bar{S}}_n = i\omega\bar{S}_n$, $i\rho_n G\dot{\bar{S}}_n = i\rho_n G i\omega\bar{S}_n = 2\frac{1}{2}\varkappa_n\bar{S}_n + 2\frac{\partial U_{int}}{\partial S_n}$

$(-\rho_n\omega - \omega_G)\bar{S}_n = 2G^{-1}\frac{\partial U_{int}}{\partial S_n}$. $U_{int}=0 \Rightarrow \omega = -\rho_n\omega_G$, $\bar{S}_n(t) = \bar{S}_n(0)e^{-i\rho_n\omega_G t}$

$(\rho_1\omega - \omega_G)S_1 = 2G^{-1}\frac{\partial U_{int}}{\partial \bar{S}_1} = 2G^{-1}\left(a^*S_2 + b^*\bar{S}_2 \right) = \omega_a^*S_2 + \omega_b^*\bar{S}_2$ Sk-dot pair

$(-\rho_1\omega - \omega_G)\bar{S}_1 = 2G^{-1}\frac{\partial U_{int}/\partial S_1}{} = 2G^{-1}\left(a\bar{S}_2 + bS_2 \right) = \omega_a\bar{S}_2 + \omega_b S_2$, $\omega_a = \frac{2a}{G}$, $\omega_b = \frac{2b}{G}$

$(\rho_2\omega - \omega_G)S_2 = 2G^{-1}\frac{\partial U_{int}/\partial \bar{S}_2}{} = 2G^{-1}\left(aS_1 + b^*\bar{S}_1 \right) = \omega_a S_1 + \omega_b^*\bar{S}_1$

$(-\rho_2\omega - \omega_G)\bar{S}_2 = 2G^{-1}\frac{\partial U_{int}/\partial S_2}{} = 2G^{-1}\left(a^*\bar{S}_1 + bS_1 \right) = \omega_a^*\bar{S}_1 + \omega_b S_1$

$$\begin{pmatrix} \rho_1\omega - \omega_G & 0 & \omega_a^* & \omega_b^* \\ 0 & -(\rho_1\omega + \omega_G) & \omega_b & \omega_a \\ \omega_a & \omega_b^* & \rho_2\omega - \omega_G & 0 \\ \omega_b & \omega_a^* & 0 & -(\rho_2\omega + \omega_G) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_1 \\ \bar{S}_1 \\ S_2 \\ \bar{S}_2 \end{pmatrix} = 0, \quad \det R(\omega) = (\rho_1\omega - \omega_G)\begin{vmatrix} -(\rho_1\omega + \omega_G) & \omega_b & \omega_a \\ \omega_b^* & \rho_2\omega - \omega_G & 0 \\ \omega_a^* & 0 & -(\rho_2\omega + \omega_G) \end{vmatrix} +$$

$$+ \omega_a^*\begin{vmatrix} 0 & -(\rho_1\omega + \omega_G) & \omega_a \\ \omega_a & \omega_b^* & 0 \\ \omega_b & \omega_a^* & -(\rho_2\omega + \omega_G) \end{vmatrix} - \omega_b^*\begin{vmatrix} 0 & -(\rho_1\omega + \omega_G) & \omega_b \\ \omega_a & \omega_b^* & \rho_2\omega - \omega_G \\ \omega_b & \omega_a^* & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= (\rho_1\omega - \omega_G)\left[(\rho_1\omega + \omega_G)(\omega^2 - \omega_G^2) - |\omega_a|^2(\rho_2\omega - \omega_G) + |\omega_b|^2(\rho_2\omega + \omega_G) \right] +$$

$$+ \omega_a^*\left[\omega_a(|\omega_a|^2 - |\omega_b|^2 - \omega_a(\rho_1\omega + \omega_G)(\rho_2\omega + \omega_G) \right] - \omega_b^*\left[-\omega_b(\rho_1\omega + \omega_G)(\rho_2\omega + \omega_G) + \omega_b|\omega_b|^2 - \right.$$

$$\left. - \omega_b|\omega_b|^2 \right] = (\omega^2 - \omega_G^2)^2 - |\omega_a|^2(\rho_1\omega - \omega_G)(\rho_2\omega - \omega_G) + |\omega_b|^2(\rho_1\omega - \omega_G)(\rho_2\omega + \omega_G) +$$

$$+ |\omega_a|^2\left[|\omega_G|^2 - |\omega_b|^2 - (\rho_1\omega + \omega_G)(\rho_2\omega + \omega_G) \right] - |\omega_b|^2\left[|\omega_a|^2 - |\omega_b|^2 - (\rho_1\omega + \omega_G)(\rho_2\omega - \omega_G) \right]$$

Escaneado con CamScanner

$$\det R(\omega) = (\omega^2-\omega_G^2)^2 - |\omega_a|^2\left[p_1p_2\omega^2+\omega_G^2-(p_1+p_2)\omega\omega_G+p_1p_2\omega^2+\omega_G^2+(p_1+p_2)\omega\omega_G\right]+$$
$$+|\omega_B|^2\left[p_1p_2\omega^2-\omega_G^2+(p_1-p_2)\omega\omega_G+p_1p_2\omega^2-\omega_G^2+(p_2-p_1)\omega\omega_G\right]+(|\omega_a|^2-|\omega_B|^2)^2=$$
$$=(\omega^2-\omega_G^2)^2+2|\omega_a|^2\left[p_1p_2\omega^2+\omega_G^2\right]+2|\omega_B|^2\left[p_1p_2\omega^2-\omega_G^2\right]+(|\omega_a|^2-|\omega_B|^2)^2=$$
$$=(\omega^2-\omega_G^2)^2+2p_1p_2\omega^2(|\omega_B|^2-|\omega_a|^2)-2\omega_G^2(|\omega_B|^2+|\omega_a|^2)+\left[|\omega_a|^2-|\omega_B|^2\right]^2$$

$$\det R(\omega) = (\omega^2-\omega_G^2)^2+2p_1p_2\omega^2(\omega_B^2-\omega_a^2)-2\omega_G^2(\omega_B^2+\omega_a^2)+(\omega_B^2-\omega_a^2)^2=0 \qquad |\omega_a|=\omega_B$$
$$|\omega_B|=\omega_G$$
$$\nu^2=\omega^2-\omega_G^2, \quad \nu^4+2p_1p_2(\omega_B^2-\omega_a^2)(\nu^2+\omega_G^2)-2\omega_G^2(\omega_a^2+\omega_B^2)+(\omega_B^2-\omega_a^2)^2=0$$
$$2\nu_{1,2}^2=-2p_1p_2(\omega_B^2-\omega_a^2)\pm\sqrt{D}, \quad D=4(\omega_B^2-\omega_a^2)^2-4\left[2p_1p_2(\omega_B^2-\omega_a^2)\omega_G^2-\right.$$
$$\left.-2\omega_G^2(\omega_a^2+\omega_B^2)+(\omega_B^2-\omega_a^2)^2\right]=+8\omega_G^2\left[-p_1p_2(\omega_B^2-\omega_a^2)+\omega_a^2+\omega_B^2\right]$$
$$D(p)=8\omega_G^2\left[\omega_a^2+\omega_B^2-p_1p_2(\omega_B^2-\omega_a^2)\right], \quad p=p_1p_2, \quad D(+1)=8\omega_G^2\left[\omega_a^2+\omega_B^2+\omega_B^2+\omega_a^2\right]=16\omega_G^2\omega_a^2$$
$$D(-1)=8\omega_G^2\left[\omega_a^2+\omega_B^2+\omega_B^2-\omega_a^2\right]=16\omega_G^2\omega_B^2$$

1) $p_1p_2=+1$, $2\nu_{1,2}^2=-2(\omega_B^2+\omega_a^2)\pm\sqrt{16\omega_G^2\omega_a^2}=-2(\omega_B^2+\omega_a^2)\pm4\omega_G\omega_a$, $\nu_{1,2}^2=\omega_a^2+\omega_B^2\pm\omega_G\omega_a$

2) $p_1p_2=-1$, $2\nu_{1,2}^2=2(\omega_B^2-\omega_a^2)\pm4\omega_G\omega_B$, $\nu_{1,2}^2=\omega_B^2-\omega_a^2\pm2\omega_G\omega_B$

$$\omega_{1,2}^2(p=+1)=\omega_G^2+\omega_a^2+\omega_B^2\pm2\omega_G\omega_a=(\omega_G\pm\omega_a)^2+\omega_B^2, \quad \omega_a=|\omega_a(p=+1)|, \quad \omega_B=|\omega_B(p=+1)|$$
$$\omega_{1,2}^2(p=-1)=\omega_G^2+\omega_B^2-\omega_a^2\pm2\omega_G\omega_B=(\omega_G\pm\omega_B)^2-\omega_a^2, \quad \omega_a=|\omega_a(p=-1)|, \quad \omega_B=|\omega_B(p=-1)|$$

$$D(p)=8\omega_G^2\left[\omega_a^2(1+p)+\omega_B^2(1-p)\right]. \quad \text{Но если учесть } p_1,p_2 \text{ будут } \omega_a,\omega_B.$$
$$\omega_a(p_1,p_2),\ \omega_B(p_1,p_2)$$

Eigenfreq $\omega_{1,2}^2(p_1,p_2)=\omega_G^2-p_1p_2(\omega_B^2-\omega_a^2)\pm\frac{1}{2}\sqrt{D(p_1,p_2)}$ и $p=p_1p_2$ нельзя сделать этого разными $\omega_{1,2}(p_1,p_2)$.

Взяв $U(\vec S_1,\vec S_2)=aS_1\bar S_2+a^*\bar S_1S_2+bS_1S_2+b^*\bar S_1\bar S_2$ и $U(\vec S_1,\vec S_2)$ real?

Должно $U(\vec S_1,\vec S_2)=U(\vec S_2,\vec S_1)$, $U(\vec S_2,\vec S_1)=aS_2\bar S_1+a^*\bar S_2S_1+bS_1S_2+b^*\bar S_1\bar S_2$ и U-real.

$U^*(\vec S_1,\vec S_2)=a^*\bar S_1S_2+aS_1\bar S_2+b^*\bar S_1\bar S_2+bS_1S_2$, $U=U^*$, U-real.

Но $U(1,2)=U(2,1)$ не выполняется.

Надо сначала $U(\vec S_1,\vec S_2)=a(S_1\bar S_2+S_2\bar S_1)+bS_1S_2+b^*\bar S_1\bar S_2+a^*(\bar S_1S_2+\bar S_2S_1)$,

т.е. $a+a^*=a'$ - real

$$Q_1^0=M_z, \quad Q_1^{\pm1}=\mp\frac{1}{\sqrt2}(M_x\pm iM_y), \quad Q_1^{+1}+Q_1^{-1}=-\frac{1}{\sqrt2}(M_x+iM_y)+\frac{1}{\sqrt2}(M_x-iM_y)=-\sqrt2 iM_y$$
$$Q_1^{+1}-Q_1^{-1}=-\frac{1}{\sqrt2}(M_x+iM_y)-\frac{1}{\sqrt2}(M_x-iM_y)=-\sqrt2M_x, \quad M_x=-\frac{1}{\sqrt2}(Q_1^{+1}-Q_1^{-1})$$
$$U_{dip\text{-}dip}\sim\vec M_1\vec M_2-3(\vec M_1\hat r)(\vec M_2\hat r)=|\hat r=\hat x|, \quad M_j\hat r=M_j^x \qquad M_y=\frac{i}{\sqrt2}(Q_1^{+1}+Q_1^{-1})$$
$$U_{d\text{-}d}\sim M_x(1)M_x(2)+M_y(1)M_y(2)-2M_x(1)M_x(2)=Q_1^0(1)Q_1^0(2)+$$
$$+\frac{i}{\sqrt2}\left[Q_1^{+1}(1)+Q_1^{-1}(1)\right]\frac{i}{\sqrt2}\left[Q_1^{+1}(2)+Q_1^{-1}(2)\right]-2\frac{1}{2}\left[Q_1^{+1}(1)-Q_1^{-1}(1)\right]\left[Q_1^{+1}(2)-Q_1^{-1}(2)\right]$$
$$U_{dd}\sim Q_1^0(1)Q_1^0(2)-\frac{3}{2}Q_1^{+1}(1)Q_1^{+1}(2)-\frac{3}{2}Q_1^{-1}(1)Q_1^{-1}(2)+\frac{1}{2}Q_1^{-1}(1)Q_1^{+1}(2)+\frac{1}{2}Q_1^{+1}(1)Q_1^{-1}(2)$$

Sing

$$Q_1^0(n)=\pi\beta p_n\left[m_z^0-\frac{2c^2}{(1+c^2)^2}S_n\bar S_n\right], \quad Q_1^{\pm1}(n)=\pm\sqrt2\pi\beta\frac{c}{(1+c^2)}|S_n|e^{\pm i\varphi_n}e^{\pm i\Phi_0}, \quad Q_1^{+1}(n)\sim S_ne^{i\Phi_0}$$
$$Q_1^{-1}(n)\sim-\bar S_ne^{-i\Phi_0}$$
$$U_{dd}\sim Q_1^0(1)Q_1^0(2)-\frac{3}{2}\cdot2(\pi\beta)^2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[S_1S_2e^{2i\Phi_0}+\bar S_1\bar S_2e^{-i2\Phi_0}\right]+\frac{1}{2}(-1)2(\pi\beta)^2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[\bar S_1S_2+S_1\bar S_2\right]$$
$$U_{dd}\sim(\pi\beta)^2p_1p_2\left[m_z^0-\frac{2c^2}{(1+c^2)^2}S_1\bar S_1\right]\left[m_z^0-\frac{2c^2}{(1+c^2)^2}S_2\bar S_2\right]-(\pi\beta)^2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[\bar S_1S_2+S_1\bar S_2+3\left(S_1S_2e^{2i\Phi_0}+\bar S_1\bar S_2e^{-i2\Phi_0}\right)\right]$$
$$U_{dd}(\vec S_1,\vec S_2)=f_s(c)\left(S_1\bar S_1+S_2\bar S_2\right)_{1\leftrightarrow2}+f_d(c)\left[\bar S_1S_2+S_1\bar S_2+3\left(S_1S_2e^{2i\Phi_0}+\bar S_1\bar S_2e^{-i2\Phi_0}\right)\right],$$

Отсюда (+3) сдвиг от другой

$$f_s(c)=-2\left(\frac{\pi\beta}{R^3}\right)^2m_z^0(c)\frac{c^3}{(1+c^2)^2}, \quad f_d(c)=-\left(\frac{\pi\beta}{R^3}\right)^2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}, \quad \pi\beta=M_zV \text{ в прошлых ед.}$$
$$f_s(c)=2m_z^0(c)f_d(c), \quad m_z^0(c)=2c^2\ln(1+1/c^2)-1. \quad \text{Dip-Dip:} \quad a=a^*=f_d, \quad b=3f_de^{i2\Phi_0}$$
$$|\omega_B|^2=\left|\frac{2}{G}b\right|^2=\frac{4}{G^2}|3f_d|^2=\frac{4}{G^2}9f_d^2=\frac{4}{G^2}3a^2=9\omega_a^2, \quad D(p)=8\omega_G^2\left[\omega_a^2(1+p)+\right.$$
$$\left.+|\omega_B|^2(1-p)\right]=8\omega_G^2\omega_a^2\left[1+p+9(1-p)\right]=8\omega_G^2\omega_a^2(10-8p)=16\omega_G^2\omega_a^2(5-4p)$$
$$\omega_{1,2}^2(p)=\omega_G^2-p(\omega_B^2-\omega_a^2)\pm\frac{1}{2}\sqrt{D(p)}=\omega_G^2-8\omega_a^2p\pm\frac{1}{2}4\omega_G\omega_a(5-4p)^{1/2}$$

Итак: $p\pm\beta\beta$: $\omega_{1,2}^2(p)=\omega_G^2(1\pm a)(1\pm p\beta)$, где $a\sim\gamma_x$, $b\sim\gamma_y$, $U_{int}=\gamma_xS_{x1}S_{x2}+\gamma_yS_{y1}S_{y2}$

Escaneado con CamScanner

Q_l^m

ⓐ Sk-pair: $U_{dd}(\vec{S}_1,\vec{S}_2) = f_s(c)P_1P_2\left[S_1\bar{S}_1 + S_2\bar{S}_2\right] + f_d(c)\left[\bar{S}_1S_2 + S_1\bar{S}_2 + 3\left(S_1S_2e^{2i\Phi_0} + \bar{S}_1\bar{S}_2e^{-2i\Phi_0}\right)\right]$ Sukh PRB'13
$(\Phi_{0(1)} = \Phi_{0(2)} = \Phi_0)$

ⓑ Vortex pair: $U_{int}(dip) = M_s^2R^3\left[\lambda_x S_{1x}S_{2x} + \lambda_y S_{1y}S_{2y}\right]$, $\lambda_x = \pi^2\beta^2\frac{1}{d^3}\frac{4}{9}$

– fine pole free model, where $\langle\vec{m}\rangle_v = -\frac{2}{3}\mathbb{C}\,\hat{z}\times\vec{S}$. $C_1C_2 = +1$. $\lambda_y = -2\lambda_x = -\pi^2\beta^2\frac{1}{d^3}\frac{8}{9}$ –

$f_s(c) = -2\frac{(M_sV)^2}{R^3d^3}m_z^2(c)\frac{c^2}{(1+c^2)^2}$, $f_d(c) = -\frac{(M_sV)^2}{R^3d^3}\frac{c^2}{(1+c^2)^2}$. $c = R_s/R < 1$.

hence dip-dip interaction only: $Q_1^0 = M_z$, $Q_1^{\pm1} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(M_x \pm iM_y)$, where

$\vec{M} = M_s\int d^3r\,\vec{m} = M_sV\langle\vec{m}\rangle_v$.

$M_x \pm iM_y = \mp\sqrt{2}\,Q_1^{\pm1} = (\mp\sqrt{2})(\pm\sqrt{2})M_sV\frac{c}{(1+c^2)}|s|e^{\pm i\varphi}e^{\pm i\Phi_0} = -2\frac{c\cdot M_sV}{(1+c^2)}|s|e^{\pm i\varphi}e^{\pm i\Phi_0}$ – fine Sk

Duo vortex: $\langle\vec{m}\rangle_v = \frac{2}{3}\mathbb{C}\,\vec{S}\times\hat{z} = \frac{2}{3}\mathbb{C}(S_y, -S_x)$, $M_x \pm iM_y = M_sV\left[\langle\vec{m}\rangle_v^x \mp i\langle\vec{m}\rangle_v^y\right] =$

$= M_sV\cdot\frac{2}{3}\mathbb{C}\left[S_y \pm i(-S_x)\right] = M_sV\frac{2}{3}\mathbb{C}(\mp i)|s|e^{\pm i\varphi} = |e^{\pm i\varphi} = \pm i\mathbb{C}$. fine vortex vs Sk

Duo vortex $M_x \pm iM_y = -\frac{2}{3}M_sV|s|e^{\pm i\varphi}e^{\pm i\Phi_0}$ (pole free m., rigid model $\frac{2}{3}\to 1$)

Rigid vortex $M_x \pm iM_y = -M_sV|s|e^{\pm i\varphi}e^{\pm i\Phi_0}$, rigid Sk $M_x \pm iM_y = -\frac{2c\cdot M_sV}{(1+c^2)}|s|e^{\pm i\varphi}e^{\pm i\Phi_0}$

Rigid vortex $M_+ = -M_sV\,s\,e^{i\Phi_0}$. rigid Sk $M_+ = -\frac{2c}{(1+c^2)}M_sV\,s\,e^{i\Phi_0}$

$\vec{M} \equiv \langle\vec{m}\rangle_v$ free Rigid vortex $M_+ = -se^{i\Phi_0}$ $(\Phi_0 = \pm\frac{\pi}{2})$, rigid Sk $M_+ = -\frac{2c}{(1+c^2)}se^{i\Phi_0}$

$e^{i\Phi_0} = i\mathbb{C}$

$(M_+)_{Sk} = \frac{2c}{(1+c^2)}(M_+)_{vor}$ fine in-plane components $\vec{M} = \langle\vec{m}\rangle_v$, cu. 31/I 2017.

Escaneado con CamScanner

Не только Q_l^m с $l+m$ = even are proportional to m_x, m_y ($m_\pm$). Если учит. только $U_{d\text{-}d}$, то $Q_1^{\pm1}$ дают inter-dot coupling, а Q_1^0 перенорм-ирует $\omega_G(n)$.

$Q_1^{\pm1}(q_k) = \frac{2c}{(1+c^2)} Q_1^{\pm1}(\text{vort})$ и убывание $U_{int}(Sk) = \frac{(2c)^2}{(1+c^2)^2} U_{int}(\text{vortex})$ применимо только к $U_{dip\text{-}dip} = U_{dd}$, см. 31/I 2017 г.

$U_{dd}(\text{rigid vort.}) = M_S^2 R^3 \frac{\pi^2\beta^2}{d^3}\left[S_{1x}S_{2x} - 2S_{1y}S_{2y}\right]$, $\lambda_x = \frac{\pi^2\beta^2}{d^3}$, $\lambda_y = -2\lambda_x$.

$U_{dd}(Sk)$ содержит $f_S(c)$, leading to $\omega_G = \omega_G^0 - f_S(c)[\dots]$ перенорм-ировка GM частоты (сдвиг) each dot

без $f_S(c)$-terms $U_{dd}(Sk) = f_d(c)\left[\bar S_1 S_2 + S_1\bar S_2 + 3\left(S_1 S_2 e^{2i\Phi_0} + \bar S_1 \bar S_2 e^{-2i\Phi_0}\right)\right]$

Rigid vortex: $(\omega_{1,2})^2 = \omega_G^2(1+a)(1\pm p b)$, $(\omega_{1,2})^2 = \left(\omega_G \pm \frac{C_1C_2}{|C|}\gamma_x\right)\left(\omega_G + p\frac{C_1C_2}{|C|}\gamma_y\right)$

$U_{dd}(RV) = \gamma_x S_{1x}S_{2x} + \gamma_y S_{1y}S_{2y}$, $\gamma_x = C_1C_2 M_S^2 R^3 \lambda_x$, $\gamma_y = C_1C_2 M_S^2 R^3 \lambda_y$.

Видимо в Sukh PRB'13 C_1C_2 надо учесть один раз: либо в $\gamma_{x,y}$, либо в $(\omega_{1,2})^2$.

$(\omega_{1,2})^2 = \left(\omega_G \pm \frac{\gamma_x}{|G|}\right)\left(\omega_G \pm p\frac{\gamma_y}{|G|}\right)$, $p = p_1p_2$ приходит только из $G_{2n} \sim p_n$, т.к. $Q_1^{\pm1}$ от p_n не зависят.

1/XII я получил для Skyrmion с U_{dd}, $(\omega_{1,2})^2 = \omega_G^2 - 8p\omega_a^2 \pm 2\omega_G\omega_a\ (5-4p)^{1/2}$

$\omega_a = \frac{2}{G}a = \frac{2}{G}f_d(c)$. ① Sk, $p=+1$: $\omega_{1,2}^2 = \omega_G^2 - 8\omega_a^2 \pm 2\omega_a\omega_G = \omega_G^2 + \omega_a^2 \pm 2\omega_a\omega_G - 9\omega_a^2 = (\omega_G \pm \omega_a)^2 - 9\omega_a^2 = (\omega_G \pm \omega_a - 3\omega_a)(\omega_G \pm \omega_a + 3\omega_a)$, $\omega_1^2 = (\omega_G - 2\omega_a)(\omega_G + 4\omega_a)$, $\omega_2^2 = (\omega_G + 2\omega_a)(\omega_G - 4\omega_a)$

② $p=-1$, Sk, $\omega_{1,2}^2 = \omega_G^2 + 8\omega_a^2 \pm 2\cdot3\,\omega_G\omega_a = \omega_G^2 + 9\omega_a^2 \pm 6\omega_G\omega_a - \omega_a^2 = (\omega_G \pm 3\omega_a)^2 - \omega_a^2 =$

$= (\omega_G \pm 3\omega_a + \omega_a)(\omega_G \pm 3\omega_a - \omega_a)$, $\omega_1^2 = (\omega_G + \omega_a)(\omega_G + 2\omega_a)$, $\omega_2^2 = (\omega_G - 2\omega_a)(\omega_G - 4\omega_a)$

Rigid vortex: $\lambda_y = -2\lambda_x$, $\gamma_y = -2\gamma_x$, $\omega_{1,2}^2(RV) = \left(\omega_G \pm \frac{\gamma_x}{G}\right)\left(\omega_G \mp p\frac{2\gamma_x}{G}\right)$

$p=+1$, $\omega_{1,2}^2(RV) = \left(\omega_G \pm \frac{\gamma_x}{G}\right)\left(\omega_G \mp \frac{2\gamma_x}{G}\right)$, $p=-1$, $\omega_{1,2}^2(RV) = \left(\omega_G \pm \frac{\gamma_x}{G}\right)\left(\omega_G \pm \frac{2\gamma_x}{G}\right)$

Sk-расчёт и RV расчёт совпадают (dip-dip approxim.) при $\omega_a = \frac{1}{2}\frac{\gamma_x}{G}$, $\frac{\gamma_x}{G} = f_d(c)\cdot 4$

$\gamma_x = C_1C_2M_S^2R^3\frac{\pi^2\beta^2}{d^3}$, $f_d(c) = -\frac{(M_SV)^2}{R^3d^3}\frac{c^2}{(1+c^2)^2} = -M_S^2\frac{(\pi R^2 L)^2}{R^3d^3}\frac{c^2}{(1+c^2)^2} = -M_S^2R^3\frac{\pi^2\beta^2}{d^3}\frac{c^2}{(1+c^2)^2}$

$f_d(c) = -\frac{1}{4}M_S^2R^3\frac{\pi^2\beta^2}{d^3}\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2$, (±1)-OK, но откуда 1/4 ?

Bloch-Sk, $\Phi_0 = \pi/2$, $C_1 = C_2 = +1$: $\bar S_1 S_2 + S_1\bar S_2 + 3(S_1S_2e^{i\pi} + \bar S_1\bar S_2 e^{i\pi}) =$

$= (S_{1x}+iS_{1y})(S_{2x}-iS_{2y}) + (S_{1x}+iS_{1y})(S_{2x}+iS_{2y}) + 3(-1)(S_{1x}+iS_{1y})(S_{2x}+iS_{2y}) -$

$- 3(S_{1x}-iS_{1y})(S_{2x}-iS_{2y}) = 2S_{1x}S_{2x} + 2S_{1y}S_{2y} - 3\left[2S_{1x}S_{2x} - 2S_{1y}S_{2y}\right] =$

$= -4S_{1x}S_{2x} + 8S_{1y}S_{2y} = -4(S_{1x}S_{2x} - 2S_{1y}S_{2y})$

Bloch-$U_{dd}(Sk) = -4f_d(c)(S_{1x}S_{2x} - 2S_{1y}S_{2y})$, $U_{dd}(RV) = M_S^2R^3\frac{\pi^2\beta^2}{d^3}(S_{1x}S_{2x} - 2S_{1y}S_{2y})$

$f_d(c) = -\frac{1}{4}M_S^2R^3\frac{\pi^2\beta^2}{d^3}\left(\frac{2c}{1+c^2}\right)^2$ / Наведённое из RV $\to$ Sk замены, т.к. $U_{dd} \sim (J_\pm)^2$, $(J_\pm)_{Sk} = \left(\frac{2c}{1+c^2}\right)(J_\pm)_{vort.}$

$U_{dd}(RV) = \gamma_x(S_{1x}S_{2x} - 2S_{1y}S_{2y})$, $\gamma_x = C_1C_2M_S^2R^3\frac{\pi^2\beta^2}{d^3}$, т.е. $\gamma_x = -4f_d(c)$ при vortex $\to$ Bloch-Sk.

$\to U_{dd}(RV) = U_{dd}(B\text{-}Sk)$ дает $\gamma_x = -4f_d(c)$, а расчёт 1/XII предсказ. $\gamma_x = f_d(c)$ (???)

здесь $\omega_a = \frac{1}{2}\frac{\gamma_x}{G}$, с учетом $\omega_a = \frac{2f_d(c)}{G}$ дает $\frac{2f_d}{G} = \frac{1}{2}\frac{\gamma_x}{G}$, $\gamma_x = 4f_d(c)$

расхождение знаков из-за 1/XII $D(p) = 16\omega_G^2\omega_a^2(5-4p)$, $\omega_{a0} = \frac{2}{|G|}f_d(c) < 0$, $f_d(c) < 0$.

$\omega_{1,2}^2(p) = \omega_G^2 - 8p\omega_a^2 \pm \frac{1}{2}\sqrt{D(p)} = \omega_G^2 - 8p\omega_a^2 \pm 2\omega_a|\omega_a|(5-4p)^{1/2}$, $\omega_a < 0$.

Заменив $\omega_a \to -\omega_a$, $\omega_a > 0$ в ①, ② Sk-расчётах $p = \pm1$, получим совп. с $\omega_{1,2}^2(RV)$.

Т.о. расчёты дают $\gamma_x = -4f_d(c)$, аналогично и $U_{dd}(RV) = U_{dd}(Sk)$ Bloch-Sk

→ Выводы: 1) Sk-расчёт 1/XII для Bloch-Sk совпадает с расчётом Vortex-pair Sukh. PRB'13 с учетом $J_\pm(Sk) = \frac{2c}{(1+c^2)}J_\pm(RV)$ и учетом только U_{dd}.

2) Sk-расчёт в отличие от vortex расчёт Q_1^0, Q_2^0, $Q_2^{\pm2}$ - interaction ($f_S(c)$-terms), содержит лишних членов $\sim S_n^2$, сдвинутых из-за moments

21-27/III Отдых дома. Были, см. Ю.Л. в Донецке 25/III. Написали SW-DW RRL manuscript - minor Comments. Получение и чтение 27/III. Ikorbeskaya informed о индексации 31/XII. на 1,7% (index Nov. 18) с Jan. 2019, переписка с Игорем.

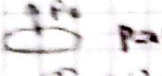
Escaneado con CamScanner

(28.12.) $\mathbf{R}_n$ = 2DMI (Inversionszentren, isolated and complex Skyrmions)
b) ex. 2:5 vorgegeben $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\varphi}$ für 2DMI $\mathbf{n}_0 = \mathbf{D}(\vec{r} \cdot \vec{n}_0)$ für $\vec{m} = \vec{r}(r,\varphi) = r\begin{pmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\end{pmatrix}$ (Bloch Skyrmion)
Lösung $\vec{n}_0 = \mathbf{D}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$, $\Theta(r) = 2\arctan\left(\frac{r}{R}\right)$ (Bloch Domain Wall Skyrmion)

c) Interpolation $\vec{n}_0^{\alpha} = [n_0(\vec{r}\cdot\vec{n}) + (1-\alpha)\vec{n}_0]\mathbf{D} = \frac{r\mathbf{D}}{(r+R)^{\alpha}}$ für $\Theta(r) = 2\arctan\left(\frac{r}{R}\right)$ für Néel-Sk
Parameter α interpoliert zwischen Néel-Sk $\alpha=1$ und Bloch-Sk $\alpha=0$
für α Zwischenwerte Zwischenstufen
Bloch Skyrmion mit $\Theta(r) = \Theta_0(R-r)/c$ für Bloch Skyrmion $\frac{\partial n_z}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\cos\Theta_0 = \frac{1}{c}\sin\Theta_0$
$\frac{\partial n_z}{\partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial\varphi}\cos\Theta_0 = 0$ für Bloch $\Rightarrow$ $\begin{cases} n_z = \frac{rD}{(r+R)^{\alpha}} \\ n_\varphi = \frac{rD}{(r+R)^{\alpha}} \end{cases}$ DMI
DMI und $n_{\varphi\varphi}$ (dann) $\sim$ $\mathbf{D}\mathbf{C}$, $\mathbf{C}$ = Skyrmionendichte $\Rightarrow$ $\mathbf{C} = \sin\Theta_0(R)$, $\mathbf{C} = \cos\Theta_0(0)$
Für beide Fälle $\mathbf{P}_n\mathbf{D}_n\mathbf{C}_n < 0$, n = Art der Wände
Für beide identisch Material, so $\mathbf{D}_n = \mathbf{D}$ = Bloch-Wand/Néel-Wand
$E_{DMI}(n) \sim 2\mathbf{P}_n\mathbf{C}_n$, $\operatorname{sgn}(\mathbf{D}\mathbf{C}_n) < 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}(\mathbf{P}_n\mathbf{C}_n) = \text{const} = \begin{cases} -1, & \mathbf{D}>0 \\ +1, & \mathbf{D}<0 \end{cases}$
$\operatorname{sgn}(\mathbf{P}_n\mathbf{C}_n) = -\operatorname{sgn}(\mathbf{D})$ für chirale Skyrmionen, Bloch-Sk – Wand $\mathbf{D}=0$
Néel-Sk are chiral, $\mathbf{C}_n = \cos\Phi_0(n) = \cos(\Phi_0^+) \Rightarrow \Phi_0(n) = \text{const}$

a) Néel-Sk an antiparallel/Antiparallel: $\operatorname{sgn}(\mathbf{P}_n\mathbf{C}_n\Phi_0) = \text{const}$ à gleiches $\mathbf{P}_n$-$\mathbf{P}_n$ Wand
Wechsel $\cos\Phi_0 \to -\cos\Phi_0$ ($\Phi_0 = 0 \to \Phi_0 = \pi$ und $\Phi_0 = \pi \to \Phi_0 = 0$)

b) Bei chiral Bloch-Sk (Bulk DMI in Wand) $\operatorname{sgn}(\mathbf{P}_n\sin\Phi_0) = \text{const}$ – $\mathbf{P}_n \to -\mathbf{P}_n$
Wechsel $\sin\Phi_0 \to -\sin\Phi_0$ ($\Phi_0 = \pi/2 \to -\pi/2$, $\Phi_0 = -\pi/2 \to \Phi_0 = \pi/2$) $\Rightarrow \Phi_0 = \pm\pi/2$, $\operatorname{sgn}(\mathbf{P}_n\mathbf{C}_n) = +1$

(c) Paar (a) $\Phi_0 = \frac{\pi}{2}$, $\Phi_0(n') = 0$
(a)  $\Phi_0(B) = -\frac{\pi}{2}$, $\Phi_0(N) = \pi$
(d) $\Phi_0(1) = \frac{\pi}{2}$, $\Phi_0(2) = -\frac{\pi}{2}$, $\Phi_0(3) = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ $\Phi_0(4) = \frac{3\pi}{2} = 0$

Wenn Wechsel $\Phi_0(n) = \text{const}$ (gleiche Skyrme), so (iii), (iv) $\in$ Paar $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = -1$ Néel-Sk gleiche chiral-Sk $\Phi_0 = 0 \to \mathbf{P}_1 = 0$
Wenn Sk ist non-chiral, $\mathbf{D}=0$, so $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \pm 1$ States (für Bloch-Sk), $\mathbf{P}_n$ in Sk unterschiedlich möglich, kann gute in vorigen Fällen $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \pm 1$ Zustände

→ Bulog: a) für chiral Néel-Sk Néel-Sk nicht existieren à unterschiedliche $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = -1$, so $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = +1$ Wechselwirkung für definition (dynamisch in Grundzustand)

b) non-chiral Bloch-Sk Wechselwirkung unterschiedliche States $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = +1$ und $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = -1$.

$U_{ex}(\vec{S}_1\vec{S}_2) = \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 J_0(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y) + J_0\left[S_1^z S_2^z + S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + 2(S_1^x S_2^x e^{2i\Phi_0} + \overline{S_1^x S_2^x} e^{-2i\Phi_0})\right]$
$U_{ex}(\Phi_0)$ ist gleiches wie Φ_0 für Bloch-Sk, $\Phi_0 = \pm\pi/2$?
$\operatorname{Re}(S_1 S_2 e^{2i\Phi_0}) = \operatorname{Re}(S_{1x} + iS_{1y})(S_{2x} + iS_{2y})e^{2i\Phi_0} = \operatorname{Re}\left[S_{1x}S_{2x} + i^2 S_{1y}S_{2y}\right] = |S_1||S_2|\operatorname{Re}\, e^{i(\Phi_1 - \Phi_2 + 2\Phi_0)} =$
$= |S_1||S_2|\cos(\Phi_{S1} + \Phi_{S2} + 2\Phi_0) = |S_1||S_2|\left[\cos(\Phi_{S1} + \Phi_{S2})\cos 2\Phi_0 - \sin(\Phi_{S1} + \Phi_{S2})\sin 2\Phi_0\right]$
$U_{ex}(\Phi_0) \sim \cos(\Phi_{S1} + \Phi_{S2})$ für Bloch-Sk $\Phi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$ à $U_{ex}(\Phi_0) \sim (+1)\cos(\Phi_{S1} + \Phi_{S2})$ – Néel-Sk, $\Phi_0 = 0$,
A.e. dip-dip Wechselwirkung $U_{ex}(\Phi_0)$ Energie für B-Sk à N-Sk, so U_{ex} ist gleiches wie Sk-chiralität sign C für gleiches Skyrme (B-Sk à N-Sk), b) unterschied zu states DMI

$U_{ex}(S_1S_2) = a S_1^z S_2^z + a^* S_1^x S_2^x + b S_1^y S_2^y + b^* S_1^x S_2^x$ – Gl. 24/B., $\frac{a}{b} = P_1 e^{i\Phi_0} - P_2 e^{i\Phi_0}$
(i) $P_1 = P_2 = +1$, $a = e^{i\Phi_0} - e^{-i\Phi_0} = -2i\sin\Phi_0$ $b=0$
$a(B) = -2iC$, $a(N) = 0$ $\to$ $U_{ex}(N\text{-Sk}) = 0$ (!), zum Vergleich
(ii) $P_1 = -1$, $P_2 = +1$, $a = 2i\sin\Phi_0$ $b=0$
$a(B) = 2iC$, $a(N) = 0$, $C_{(i)} = C_{(ii)} \Rightarrow U(B, P_1 = +1) = U(B, P_1 = -1)$ –
Dip-Wechselwirkung für B-Sk states (i), $P_1 = +1$ + (ii) $P_1 = -1$, Grundzustand (entartet) für $\Phi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$.
Dip-Wechselwirkung für N-Sk stärkere Grundzustandsenergie für (i) + (ii) à $U_{ex} = 0$ für N-Sk;
Für non-chiral B-Sk (verschiedene Φ_0-C_n): $a(i) = -2iC$, $a(ii) = 2iC$, $C = \sin\Phi_0$, $b=0$,
$a(iii) = 2\cos\Phi_0 = 0$, $b(iii) = 4iC$, $a(iv) = -2\cos\Phi_0 = 0$, $b(iv) = -4iC$

Escaneado con CamScanner

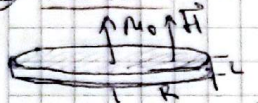
(i), (ii)-cases, Non-chiral Sk $U_{dd} \sim \left(\mp 2iC S_1\bar{S}_2 \pm i2C \bar{S}_1 S_2\right) = \mp i2C\left(S_1\bar{S}_2 - \bar{S}_1 S_2\right) =$
$= \mp 2C(+2)\,\mathrm{Im}(S_1\bar{S}_2) = \pm 4C\,\mathrm{Im}(S_1\bar{S}_2) = \pm 4C|S_1||S_2|\sin(\varphi_{S_1}+\varphi_{S_2})$
(iii), (iv)-cases Non-chiral Sk $U_{dd} \sim \pm 4iC S_1S_2 \mp 4iC\bar{S}_1\bar{S}_2 = \pm 4iC\left(S_1S_2 - \bar{S}_1\bar{S}_2\right) =$
$= \pm 4iC \cdot 2i\,\mathrm{Im}(S_1S_2) = \mp 8C\,\mathrm{Im}(S_1S_2) = \mp 8C|S_1||S_2|\sin(\varphi_{S_1}+\varphi_{S_2})$
T.e. для Non-chiral Bloch-Sk U_{dd} разные для $P_1P_2=+1$ (i, ii) и $P_1P_2=-1$ (iii, iv)
$\Rightarrow$ и характер $\omega_{1,2}(p)$ разные. $U_{dd} = U_{dd}(p)$, $p = P_1P_2$ как и должно быть.
Для chiral B-Sk, N-Sk $U_{dd}(p)$, $\omega_{1,2}(p)$ тоже сильно рассматривать, т.к. $P_1P_2=+1$ (или $P=-1$)
или $\Phi_0(1) \neq \Phi_0(2)$ из-за DMI.
$U_{dd} = U_{dd}(p) \to$ центром $\omega_c(n)$. Существенно даже $\omega_{1,2}(p)$ и $U_{dd}(p)$ это не нарушает
можно рассм. $\Phi_0(n)$ для dot pair и ch chain. // Написание MS-Sk pair

(29/XII) Взлет Ryanair Vueling и Ryanair DSS → Berlin (30/I) и Berlin → Santander (23/I)
Две недели в Poznan. С Л.Ю. и В. Erdski-Urbić. Бины

(30/XII) Начал считать с расчета dot radial modes и updated citation на WebSci → CV
Бины. Пора и писание Книг. Л.Д (8kg), Инна (4kg), Наталья Б. (5kg), Т. Anna (7kg) – 47€

(31/XII) Написание Sk-dot pair MS. Послал file Зухре. Бины.

(1/I) **2019**. Нов. год дома с Л. и А. (Ю. и J. в Barcelona). Поиск и разраб. Hotel-Poznan.

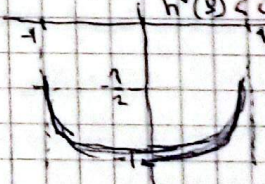


SW in 1-magnetized circular dot // Ст. Magnetostatic calc, 8-11/I 2003 и Epoch 5/VIII 2003.

Static Ec-ть $\vec{H}^0_m(\rho,z) = (H^0_\rho, 0, H^0_z)$ даже при $\vec{M}_0(\rho,z) = \text{const}$

$$H^0_\rho(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}\,[G_{\rho\rho}M_\rho + G_{\rho\varphi}M_\varphi + G_{\rho z}M_z] = M_S\int d^3\vec{r}\,G_{\rho z}(\vec{r},\vec{r}')$$
$$H^0_z(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}\,[G_{z\rho}M_\rho + G_{z\varphi}M_\varphi + G_{zz}M_z] = M_S\int d^3\vec{r}\,G_{zz}(\vec{r}\vec{r}')$$
$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{\sqrt{(\vec{\rho}-\vec{\rho}')^2+(z-z')^2}} = \int_0^\infty dk\,e^{-k|z-z'|}J_0(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) = \sum_\mu \int dk\,e^{-k|z-z'|}e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$$
$G_{\alpha\beta} = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$. $\langle H^0_\rho\rangle_z = \langle H^0_\rho(\rho,z)\rangle_z = H^0_\rho(\rho)$, $\langle H^0_z(\rho z)\rangle_z = H^0_z(\rho)$
при $\alpha,\beta \neq \varphi$ $\int d\varphi' G_{\alpha\beta}(r,r') = \int d\varphi'(-1)\frac{\partial}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\sum_\mu \int dk\,e^{-k|z-z'|}J_\mu J_\mu(i)\,e^{i\mu(\varphi-\varphi')} =$
$= -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\int dk\,e^{-k|z-z'|}\sum_\mu e^{i\mu\varphi}J_\mu J_\mu(i)\cdot 2\pi\delta_{\mu 0} = -2\pi\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\int dk\,e^{-k|z-z'|}J_0(k\rho)J_0(k\rho')$
T.e. $\vec{H}^0_m(\rho,z)$ – аксиально симметрично. ($\vec{r}=\rho,z$)
Предполагается что SW $\mu_\pm(\rho,z,t) = \mu(\rho,z,t)e^{\pm i\Phi_0}$, $\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{\mu}$, radially symmetric (azim. index m=0), $\vec{\mu}(\rho,z)$, то нормален к $\vec{\mu}(\rho)$ усреднена по z-thickness
T.e. обсуждаем SW симметричные $\vec{\mu}(\rho,z)$ по отн. к dot middle plane $z=\frac{L}{2}$ или
считаем, что SW are uniform ∥z из-за тонкого dot $L \sim 10$ nm.

$\int dz\int dz' G_{\alpha z} = 0$ при $\alpha = \rho,\varphi$, $\int dz dz' G_{zz} = 0$, $\langle H^0_\rho\rangle_z = 0$, $\langle H^0_z\rangle_z = H^0_z(\rho) \neq 0$
$H^0_z(\rho) = -\frac{4\pi M_S}{\beta}\int_0^\infty \frac{dx}{x}(1-e^{-\beta x})J_0(\rho x)J_1(x)$ можно вывести через элемент. функц.



$H^0_z(\rho)/4\pi M_S = h_0(\rho) = -\frac{1}{\beta}\int\frac{dx}{x}(1-e^{-\beta x})J_0(\rho x)J_1(x)$
$h_0(0) = -\frac{1}{\beta}\left(1+\beta-\sqrt{1+\beta^2}\right) = -1+\frac{\beta}{1+\sqrt{1+\beta^2}}$ $\forall\beta,\rho$ beg R
$h_0(\rho=R=1) = -\frac{1}{\beta}\int\frac{dx}{x}(1-e^{-\beta x})J_0(x)J_1(x) \Rightarrow h_0(1) = -\frac{1}{2}$
$h_0(\rho)\underset{\beta\to\infty}{=} -\int_0^\infty dx\,J_0(\rho x)J_1(x) = \left\{\begin{matrix}1, & \rho<1\\ 1/2, & \rho=1\\ 0, & \rho>1\end{matrix}\right\}(-1)$ – step function
$H_z(\rho) = H^0_z + H^0_z(\rho)$. Точки поворота (т. Abe 34) при $\frac{\omega}{\gamma} = H_i(\rho)$, $\frac{\omega}{\omega_M} = h_z + h_0(\rho)$, $h_z = \frac{H_z}{4\pi M_S}$
при $\beta<<1$, $h_0(\rho) \simeq -1+O(\beta)$, $\frac{\omega}{\omega_M} = h_z - 1$, то возм. только при $h_z > 1$, $H_z > 4\pi M_S$
при β – finite ($\beta \sim 0.1$) без учета т. поворота $\rho^* \neq 1$ near dot edge при
$\omega/\omega_M = h_z + h_0(\rho^*)$, ω/γ – linear при h_z большом, Обычно $\left(\frac{\omega}{\omega_M} - h_z\right) > b_0(\beta)$.

Расчет 9/I 2019 дает $\frac{\omega}{\omega_M}\mu_+(\rho) = [h_z + h_0(\rho)]\mu_+(\rho) + \frac{1}{2}\int_0^\infty d\rho'\rho' g(\rho\rho')\mu_+(\rho')$
$g(\rho\rho') = +\int_0^\infty dx\,x\,f(\beta x)J_0(x\rho)J_0(x\rho')$, учет H_{ex} $\to$ $\left(\frac{\omega}{\omega_M} - h_z - h_0(\rho) + l_{ex}^2\nabla^2\right)\mu_+(\rho) = \frac{1}{2}\int_0^\infty d\rho'\rho' g(\rho\rho')\mu_+(\rho')$,
$\mu_+ = \mu^0_x + i\mu_y$, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

$\Gamma_{\nu\nu'} = \left(h_0 + \frac{A}{M_s} x_\nu^2 - 1\right)\delta_{\nu\nu'} + \int dx\, x\, \varphi_\nu(x)\varphi_{\nu'}(x) \int d\beta\, f(\beta\rho) J_1(\beta\rho) J_1(\beta\rho) + \frac{1}{2}\int dx\, dx'\, x\, \varphi_\nu(x)\, g(xx')\, \varphi_{\nu'}(x')$

When $\beta \to 0$ static + dynamic dip terms $\to 0$, $\Gamma_{\nu\nu'} = \left(h_0 + \frac{A}{M_s} x_\nu^2 - 1\right)\delta_{\nu\nu'}$, $\omega_\nu = h_0 + \beta^2 x_\nu^2 - 1$

$\omega_\nu = h_0 + 1 + A x_\nu^2$, $\omega_\nu = H_0 + H_{an} + (H_{dm} + H_{ex}) x_\nu^2$, $H_{an} + H_{dm} \Lambda = \frac{2A}{M_s}$, $A = \frac{A}{2\pi M_s^2} = L_e^2$.

When $\beta \to 0$ $\omega_\nu = H_0 + H_{an} + \frac{2A}{M_s} x_\nu^2$, x_ν are eigenvalues of Kittel AFL'ON

$\Gamma = h_0 + h_0 \alpha(\beta) + l_e^2 x^2 + \frac{1}{2}\int dx' g(xx')$. h_0 & Kittel's for static + dynamic dip. fields

Dynamic dip. fields obtained when $\beta \neq 1$, i.e. β finite

Dynamic β - finite ($\alpha\beta \neq 0$, $\beta \neq 0, 1$) i.e. finite pinning $d(\beta)$ + boundary conditions

Static + dynamic dipolar fields, x_n are normed roots of Kittel AFL'ON

ω_ν Kittel's: $\omega_\nu = H_0 + H_{an} + 2\pi M_s f(\beta x_n)$, $f_{nn} = \int dx\, x\, J_0^2(x x_n) H_0(\beta)$, $x_n = \frac{J_0(x=0)}{J_0(x x_n)}$

Since $H_0 = H_0' + \frac{2A}{M_s} x_n^2$ i.e. renormalized ω_ν Kittel's $\Rightarrow$ ω_ν Φ $J_0(x x_n)$ $\Rightarrow$ Slater sum for ∞ film.

Static dip $\int dx\, x\, J_0(x x_n) J_0(x x_n) \int d\beta\, f(\beta\rho) J_1(\beta\rho) J_1(\beta\rho)$, dyn. dip. $\int dx\, dx'\, x\, J_0(x x_n) J_0(x x_n) J_0(x\beta) J_0(x\beta')$

$\int_0^\beta dx\, x\, J_0(x x_n) J_0(x x_n) J_0(\beta x)$ - when we have $\int_0^\beta dx\, x\, J_0(x x_n) J_0(x x_n) = \frac{x x_n J_1(x x_n) J_0(x x_n) - x x_n J_0(x x_n) J_1(x x_n)}{(x_n^2 - x^2)}$

$= x x_n J_1(x x_n) J_0(x) - x J_0(x x_n) J_1(x)$, x_n - discrete, $n = 1, 0$, $x \in [0, \infty]$.

$\int_0^\beta dx\, x\, J_0(x x_n) J_0(x x_n) = \Lambda(x_n, x) \to \delta(x - x_n)\frac{1}{x}$ when $\beta \to \infty$.

$\Gamma_{\nu\nu'} = \omega_\nu^0 \delta_{\nu\nu'} + O(\beta)$, $\omega_\nu^0 = H_0 + H_{an} + \frac{2A}{M_s} x_\nu^2$, $g(xx') = \int_0^\infty dx\, x\, f(\beta x) J_0(x x) J_0(x x')$

$\Gamma_{\nu\nu'} a_{\nu'} = \omega a_\nu$, $\Gamma \psi^\nu = \omega \psi^\nu$, $\psi^\nu = \det(a_\nu) \to \omega_\nu = \omega_\nu^0 + \Gamma'_{\nu\nu} + \sum_{\nu'} \frac{(\Gamma'_{\nu\nu'})^2}{\omega_\nu^0 - \omega_{\nu'}^0} + \dots$ eigenvalues.

$\omega_\nu^0 = h_0 + l_e^2 x_\nu^2 - 1$, $\Gamma'_{\nu\nu'} = \int dx\, x\, \varphi_\nu(x) \int d\beta\, f(\beta x) J_0(x x) J_1(x) + \frac{1}{2}\int dx\, dx'\, x\, \varphi_\nu(x) g(xx') \varphi_{\nu'}(x')$

$\varphi_\nu(x) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} J_0(x x_\nu)$, $x J_0'(x) + d J_0(x) = 0$, $d J_0(x) = x J_1(x)$

$x J_1(x) J_0(x) - x J_0(x) J_1(x) = d J_0(x) J_0(x) - x J_0(x) J_1(x) = J_0(x)\left[d J_0(x) - x J_1(x)\right]$

$\Gamma'_{\nu\nu'} \sim \beta$, 2-nd order TB γ^{max} $\Gamma'_{\nu\nu'} \sim \beta^2$.

Diagonal approximation (1-order TB no $\beta \neq 1$): $\omega_\nu = \omega_\nu^0 + \Gamma'_{\nu\nu}$, $\Gamma'_{\nu\nu} = \int dx\, x\, \varphi_\nu^2(x) \int d\beta\, f(\beta x) J_0(x x) J_1(x) + \frac{1}{2}\int dx\, dx'\, x\, \varphi_\nu(x) \varphi_\nu(x') g(xx')$

$\int dx\, dx'\, x\, \varphi_\nu(x)\varphi_{\nu'}(x') g(xx') = \int dx\, dx'\, x\, \varphi_\nu(x)\varphi_{\nu'}(x') \int d\beta\, f(\beta x) J_0(x x) J_0(x x') = \left| I_\nu(x, x') = \int dx\, x\, \varphi_\nu(x) J_0(x x) \right| =$

$+ \int d\beta\, f(\beta x) I_\nu^2(x_\nu, x)$, $\Rightarrow$ $\Gamma'_{\nu\nu} = \int dx\, f(\beta x) J_1(x) \int dx\, x\, \varphi_\nu^2(x) J_0(x x) + \frac{1}{2}\int d\beta\, f(\beta x) I_\nu^2(x_\nu, x)$

Since $I_\nu^2(x_\nu, x) \to \delta(x_\nu - x)\frac{1}{x}$, so $\Gamma'_{\nu\nu} = \int dx\, x\, \varphi_\nu^2(x) \int d\beta\, f(\beta x) J_1(x) J_0(x x) + \frac{1}{2} f(\beta x_\nu) =$

$= \langle \nu | \int d\beta\, f(\beta x) J_0(x x) J_1(x) | \nu \rangle + \frac{1}{2} f(\beta x_\nu)$, no. of x_n as Kittel AFL'ON.

$I_\nu^2(x_\nu, x) \to \frac{1}{x}\delta(x_\nu - x)$ because $\int dx\, x\, g(xx')\varphi_\nu(x') = f(\beta x_\nu)\varphi_\nu(x)$, $\varphi_\nu(x) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} J_0(x x_\nu)$ coz $\hat{g}(xx')$ formula looks neural, see boundary when $R \to \infty$.

T.e. 6 eigenvalues when $\beta \ll 1$, means correspondence $\frac{\omega}{\omega_0^2} = H_0 + H_{an} + 2\pi M_s f(\beta x_n) + \frac{2A}{M_s} x_n^2$ diff. approx.

& min. bugs (not Kittel-like), so $\varphi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{N_n}} J_0(x x_n)$, $N_n = \frac{(x_n^2 + d^2)}{2x_n^2} J_0^2(x_n)$, x_n as $x J_0'(x) + d J_0(x) = 0$,

i.e. finite pinning $d(\beta)$.

Dyn. magnetization component 1 side surface ($\beta_s = 4$) is pinned.

Comparing Eq. (8) Aus. PRB 72, 014463 (2005) with our $\frac{d^2}{dx^2}$ vortex, 1 magnetized cylinder

Pinning $d(\beta, L) = \frac{2\pi}{\beta\left[a + b \ln\frac{1}{\beta} + \left(\frac{L_e}{L}\right)^2\right]}$, $L_e^2 = 2A/M_s^2$, $a = 2(6\ln 2 - 1)$, $b = 4$. $x\left(\frac{edge}{x=\beta\rho}\right) = \pm\frac{w}{2}$, $\frac{x}{w} \to \frac{s}{2R} = \pm\frac{1}{2}$, $s = R$

By Aus. FMR nonlinear modes Dobrov. Kakazei $L = 40$ nm, $R = 100 \div 1000$ nm.

$\beta = 0.04 \div 0.4$ no min. Felo dots. Fitted $A = 14.0 - 16.5$ pJ/m, $M_s(R)$ magnet c R ↓,

$M_s = 1.0 - 1.2$ (large R) MA/m $= 1000 - 1200$ G ($M_s = 1.240 \cdot 10^3$ G since $R = 1\,\mu$m), $\frac{d}{2\pi} \approx 3.1$ GHz/kG

$L_e = \sqrt{\frac{2A}{M_s^2}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 1.5 \cdot 10^{-6}\ \text{erg/cm}}{(1.2)^2 \cdot 10^6\ \text{G}^2}} = \sqrt{\frac{5}{1.44}}\, 10^{-6}\ \text{cm} = 14.4\ \text{nm}$, $\frac{L_e}{L} = \frac{14.4}{40} = 0.36$

$a = 2(6\ln 2 - 1) = 2(6 \cdot 0.693 - 1) = 6.32$, $b = 4$, $\left(\frac{L_e}{L}\right)^2$ insignificant.

$d(\beta) = \frac{2\pi}{\beta[6.32 + 4\ln\frac{1}{\beta}]}$ $\Rightarrow$ $\beta = 0.04$ $\ln\frac{1}{0.04} = -\ln 0.04 = -\ln(4 \cdot 10^{-2}) = \ln 25 = 2\ln 5 = 3.22$

$\beta = 0.4$ $\ln(0.4)^{-1} = (2\ln 2 - \ln 10) \Rightarrow \ln 1 - \ln 0.4 = -[\ln 4 - \ln 5] = 0.92$

$d(0.04) = \frac{2\pi}{0.04[6.32 + 4 \cdot 3.22]} = \frac{6.31 \cdot 10}{[19.2]} = 8.18$; $d(0.4) = \frac{2\pi}{0.4[6.32 + 4 \cdot 0.92]} = \frac{15.71}{10} = 1.56$

$d(\beta = 0.4) = \frac{1}{10}$ bcm, weak pinning. γ_p e-n wavevector x: $d(\beta) J_0(x) = x J_1(x) \to$ condition $\Rightarrow$ x $J_0(x) = 0$.

Escaneado con CamScanner

Оценить $\Gamma'_{\nu\nu}$ (non-diagonal) по сравн. с $\Gamma'_{\nu\nu}$ - diagonal для $\beta = 0.01 - 0.4$.

Приближение $\omega_n(x)$ Какая APL'04: (1) diag. approximation $\omega_\nu = \omega_\nu^0 + \Gamma'_{\nu\nu}$ (2) пренебрежение $I_\nu^\nu(x_\nu, x) \approx \frac{1}{x}\delta(x_\nu - x)$ + (3) x вместо $J_0(x) = 0$ | $d \to \infty$. (1), (2), (3) вычисление при $\beta \to 0$. Видимо (1) сходится вплоть до $\beta = 0.1 \div 0.2$, (2) сходится до $\beta \le 0.1$! А (3) быстро теряет точность при β после, сходится при $\beta \le 0.02$.

Если хочется Считать ω_n аналитически, то нужно сохранить eq. где заложен (*) $\frac{\omega_n}{\gamma} = H_z + H_{nn} + 2\pi M_s f(\beta x_n) + \frac{2A}{M_s} x_n^2$ из Какая APL'04, где x_n из $x J_1(x) = d J_0(x)$ в. с и H_{nn} Считать на $\varphi_n(\vartheta) = \frac{1}{\sqrt{N_n}} J_0(x_n \vartheta)$, $N_n = \frac{(x_n^2 + d^2)}{2x_n^2} J_0^2(x_n)$.

Надо заменить ω_n из Какая на типа Herring-Kittel для лин. цепочек eq. (*)

Полный Word file of дубли. ω_n - работа [illegible] SW и новая Prof. Madej, Oleksandr

(3/I) Переписка с A. Fert. Booked for him „London" на June 23-27, 2019. Бланк. (на constant cross card)

(4/I) Updated CV и Ikerbasque web-site.

SW cylinder - Dynamic modes

$\Gamma'_{\nu\nu} = (\text{static}) + \frac{1}{2}\int dx\, x f(\beta x) I^2_{\nu}(x_\nu, x)$, $I_\nu(x_\nu, x) = \int d\vartheta\, \varphi_\nu(\vartheta) J_0(x\vartheta) \Rightarrow$

$I_\nu(x_\nu, x) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \int d\vartheta\, J_0(x_\nu \vartheta) J_0(x\vartheta) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \frac{1}{(x_\nu^2 - x^2)} \left[x J_1(x) J_0(x_\nu) - x_\nu J_0(x) J_1(x)\right] =$

$= \left| x_\nu J_1(x_\nu) = d J_0(x_\nu) \right| = \frac{\sqrt{2}\, x_\nu}{\sqrt{x_\nu^2 + d^2}} \frac{1}{J_0(x_\nu)} \left[d J_0(x_\nu) J_0(x) + x J_0(x_\nu) J_1(x)\right] = \frac{\sqrt{2}\, x_\nu}{\sqrt{x_\nu^2 + d^2}} \frac{\left[d J_0(x) - x J_1(x)\right]}{(x_\nu^2 - x^2)}$

$\Gamma'_{\nu\nu}(\text{dyn}) = \frac{1}{2}\int dx\, x f(\beta x) \frac{2x_\nu^2}{x_\nu^2 + d^2} \frac{\left[d J_0(x) - x J_1(x)\right]^2}{(x_\nu^2 - x^2)^2} (x_\nu^2 - x^2)$. Сингул. при $x \to x_\nu$ кет. т.к. $d J_0(x_\nu) = x_\nu J_1(x_\nu)$.

$\Gamma'_{\nu\nu}(\text{dyn}) = \frac{x_\nu^2}{(x_\nu^2 + d^2)} \int dx\, x f(\beta x) \frac{\left[d J_0(x) - x J_1(x)\right]^2}{(x_\nu^2 - x^2)^2}$. $\psi(x) = \frac{d J_0(x) - x J_1(x)}{(x_\nu^2 - x^2)}$ имеет мес. при $x = x_\nu$?

$\chi(x) = d J_0(x) - x J_1(x) = d\left[J_0(x_\nu) + J_0'(x_\nu)(x - x_\nu)\right] - x_\nu J_1(x_\nu) - \frac{d}{dx}(x J_1(x))_{x_\nu}(x - x_\nu) =$

$= d J_0(x_\nu) - d J_1(x_\nu)(x - x_\nu) - x_\nu J_1(x_\nu) - x_\nu J_0(x_\nu)(x - x_\nu) = (x - x_\nu)\left[-d J_1(x_\nu) - x_\nu J_0(x_\nu)\right] =$

$= -(x - x_\nu)\left[d J_1(x_\nu) + x_\nu \frac{x_\nu}{d} J_1(x_\nu)\right] = -\frac{(x - x_\nu)}{d}(d^2 + x_\nu^2) J_1(x_\nu)$, $\psi(x \to x_\nu) \approx \frac{(d^2 + x_\nu^2)}{d} J_1(x_\nu) \frac{1}{(x_\nu + x)}$

$\Gamma'_{\nu\nu}(\text{dyn}) \approx \frac{x_\nu^2}{(x_\nu^2 + d^2)} \int dx\, x f(\beta x) \frac{(d^2 + x_\nu^2)^2}{d^2} J_1^2(x_\nu) \frac{1}{(x_\nu + x)^2} = \frac{x_\nu^2}{d^2}(x_\nu^2 + d^2) J_1^2(x_\nu) \int_0^{d\to\infty} dx \frac{x}{(x_\nu + x)^2} f(\beta x)$

В пределе $d \to \infty$ было $\varphi_\nu(\vartheta) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} J_0(x_\nu \vartheta)$, $J_0(x_\nu) = 0$, $N_\nu = \frac{1}{2} J_1^2(x_\nu)$ и

$I_\nu(x_\nu, x) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \frac{1}{(x_\nu^2 - x^2)} \left[x J_1(x_\nu) J_0(x) - x J_0(x_\nu) J_1(x)\right] = \frac{\sqrt{2}}{J_1(x_\nu)} \frac{1}{(x_\nu^2 - x^2)} x J_1(x_\nu) J_0(x) =$

$= \sqrt{2} \frac{x_\nu}{(x_\nu^2 - x^2)} \left[J_0(x_\nu) - J_1(x_\nu)(x - x_\nu)\right] = +\sqrt{2} J_1(x_\nu) \frac{x_\nu}{(x_\nu + x)}$ и $\Gamma'_{\nu\nu} = x_\nu^2 J_1^2(x_\nu) \int dx \frac{x}{(x_\nu + x)^2} f(\beta x)$ $(d \to \infty)$

Dyn. $\Gamma'_{\nu\nu}(d) = \frac{(x_\nu^2 + d^2)}{d^2} \Gamma'_{\nu\nu}(d \to \infty)$, т.о. finite pinning d увеличивает $\Gamma'_{\nu\nu}(\text{dyn})$ по сравн. с $d \to \infty$ увеличивает dyn. Вклад в Расчет SW ω_ν (уменьшает freq (ν)).

$\Gamma'_{\nu\nu}(\text{static}) = \frac{1}{N_\nu} \int_0^1 dx f(\beta x) J_1(x) \int_0^1 d\vartheta\, J_0^2(x_\nu \vartheta) J_0(\vartheta x)$, $N_\nu = \frac{(x_\nu^2 + d^2)}{2x_\nu^2} J_0^2(x_\nu)$

(5/I) Купили train tickets Berlin → Poznan. С Л. „Carrefour", „Lidl" Alaberria.

(6/I) Сделано invited SolStkyMag. 2019. Reminders Ivanov, Kaul, Slavin. Получено [illegible]

(7/I) Ответил M. Levy, приглашен S.K. Kim и Jiadong Zang (commented) SolStkyMag '19. Выше. Рождество дома.

(8/I) E-mails Ricardo. Обсужд. invited с Julian. приглашен Holdan. С Л. „Eroski-Lidl".

(9/I) Работа Edge chiral SW - Murakami PRB'2013. Работа приглашен inv. update FETOPEN „Conversion". Переписка с Работа Update Ikerbasque web-site

(10/I) Meeting с Ricardo: получен новый matrix el. Thin SW-SW загадки и переписка и описанию damping SW. Skype с Prof: 1) Artificial Sk - MS был submitted to ACS Nano on Dec. 10 и выходит после общих рец.; 2) radial SW - обсуждали new ω_n-Расчет, же хорошо (diag approxim., приблизи. $\Gamma'_{\nu\nu}(\text{dyn}) \to f(\beta x)$, finite pinning). План сотрудничества 3 работ по radial SW in four single dots: а) статья; б) операции - M_s, A; в) damping $\Delta H(R)$ Artificial Sk → to Adv. Phys Rev // Proofs PRL SW-SW paper - corrected and submit. Группа приглашена revised Sk-pair MS, где исследуем $\omega_{1,2}$ хорошо для нелинейной B-Sk.

(11/I) Экзамен Phys. у Antona С Л. в „Alcampo", „Carrefour-Oiartzun. Прогноз Kostelia" website

(12/I) Переписка с Occ: PR x, conf. Birthday.

(13-14/I) Revised FETOPEN „Conversion" proposal (add edge topol. SW) послан files, „Conversion" Update inv. Speakers и Abstracts SolStkyMag. 2019

Escaneado con CamScanner

(15/1) Zaffalon, Ventriglia, Falbo (magic project), Bozza [Archives Glob. Mar 2018]
Della Vecchia, Antoni, Albertini conferenza [Int. Sol. Physics Symp. 2019]
Radial SW cylinder (removing asymptotic Γ_{00} term in diagonal approx.) $\Phi_0 \sim J_0(kR)$
Γ'_{SW} (Stratonovich) Lorentzian reg's $\int dq_0 J_0^2(qr) J_0(qr)$ - Bergo, Gradshteyn-Ryzhik
S. Orszag 1974 3000 $\int_0^\infty dx\, J_0^2(ax) J_0(bx) = \frac{2}{\pi^2 a}[K(k)]^2$, $k^2 = \frac{1}{2a}[b - \sqrt{b^2 - 4a^2}]$, $b > a$
$\Gamma'_{SW}(d_{SW}) \sim \int_0^\infty dx\, x \left[\frac{d}{dx} J_0(x) + \frac{1}{x} J_1(x)\right]^2 / (x_0^2 - x^2)^2$, regular bound cond. $x_0 J_1(x_0) = d J_0(x_0)$.
Wagner LVA "Constanzo" C. n. W. J. b. Tew York" "Etobbi" Garbarini (obici, nanometri)
(16/1) Invit. Salzburg D. Habibovic & D. Albinson (via Jorge Julian) Emmy
(17/1) meeting c Ricardo: matrix elem. Hint Σ_{SW} Σ_{SW} (no bounce) per 3/2 emmy gf random chgs SW complitudes b_{pq} e Vasa operatores $b_k^\dagger$, remove matrix el. Hint b-representation, subsequente $W(E \to F)$ probability Quantum Mech. - t-perturbation theory
Pregunta c Ruben e Ricardo: SW-DW papers: vamos recalculate SW-emission/absorption by DW to DW with Δ. Hypothesis Ricardo/Ruben remove. Brief paper on reducing FM dynamics (strong K_u) to Lorentz-invariant dynamics - Sin-Gordon Eq of motion.
→ Next: 1) Rate SW abs./emission bounce b Δ-DW (moving DW width) 2) review Fri 6+ FM→AFM dyn. Wagner IVA "Constanzo" 2018 e Virginia "Constanzo" 2018 (→ 3000 €).
(18/1) E-mails to Maciej, Michal. Vamos bozzarizar FM-dynamics (DW tran. c K_u-barge) is reduced to AFM (Lorentz invariant dynamics)? Bergo $\mathcal{L}_{AFM} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\theta)\dot\phi$ - FM e $\mathcal{L}_{AFM} \sim \left[(\dot\theta)^2 + \sin^2\theta(\dot\phi)^2\right]$ Lorentz invariance? Zero artifact of 1D-problem? and $\Phi \ll 1$? $\dot\theta = \text{const}$?

→ Enz PR 1963: $F = F_A + F_K$, $F_A = A\left[(\nabla\theta)^2 - \frac{1}{c^2}(\dot\theta)^2\right]$, $F_K = K\sin^2\theta$, $\mathcal{L} = \int d^3\xi\, dt\, F = 0 \to$
→ Sin-Gordon $\Delta\theta - \frac{1}{c^2}\ddot\theta = \frac{K}{2A}\sin 2\theta$, 1+1 (x,t), $\partial_x^2\theta - \frac{1}{c^2}\ddot\theta = \frac{K}{2A}\sin 2\theta$, $\sin\theta = \frac{1}{\mathrm{ch}\left(\frac{K}{A}\right)^{1/2}(x-x_0)}$, $F = -\mathcal{L}$.
$E_0 = 4\sqrt{AK} \neq f(v_0)$, mass $m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{4}{c^2}\sqrt{AK}$. Static sol. $\sin\theta(x) = \frac{1}{\mathrm{ch}\frac{x}{\Delta}}$, $\Delta = \sqrt{A/K}$,
leads to dyn. $\sin\theta(\xi) = \frac{1}{\mathrm{ch}\left(\frac{\xi}{\Delta}\right)}$, $\xi = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta = v/c$, steady state $v = \text{const}$ solution
T. e. rigid soliton $\theta(\xi)$ moving with $v = \text{const}$ is a solution [rigid ≡ dyn. of type = static shape $\theta(x)$]
Rigid $\sin\theta(x,t) = \mathrm{ch}^{-1}\left[\frac{x - vt}{\Delta(v)}\right]$, $\Delta(v) = \Delta_0\sqrt{1-\beta^2}$ contraction of DW with $\Delta_0 = \sqrt{A/K}$.

Dyn FM: $\mathcal{L} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\theta)\dot\Phi - W(\theta,\Phi)$, YD $\left\{\begin{array}{l} -\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\,\dot\theta = \frac{\delta W}{\delta\Phi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\,\dot\Phi = \frac{\delta W}{\delta\theta}\end{array}\right\}$ $\frac{\delta W}{\delta\theta} = \frac{\partial W}{\partial\theta} - \frac{\partial}{\partial x_i}\cdot\frac{\partial W}{\partial\left(\frac{\partial\theta}{\partial x_i}\right)}$
$W = W_{ex} + W_a$, $W_{ex} = A\left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2\right]$, $W_a = W_a(\theta,\Phi)$ - uniaxial anisotropy. $\frac{M_s}{\gamma} = J$
(*) $\left\{\begin{array}{l} -J\sin\theta\dot\theta = \frac{\delta W_a}{\delta\Phi} - 2A(\nabla^2\Phi)\sin^2\theta - 2A(\nabla\Phi\cdot\nabla\theta)\sin 2\theta \\ J\sin\theta\dot\Phi = \frac{\delta W_a}{\delta\theta} + A(\nabla\Phi)^2\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta\end{array}\right\}$ | Versão eq FM-YD vamos usar. AF-YD (like Sin-Gordon eq.)
Assume $W_a(\theta,\Phi) = K\sin^2(\theta-\theta_0)\sin^2(\Phi-\Phi_0)$, easy axis $\parallel \vec n\,(\theta_0\Phi_0)$, $K>0$, easy. Kanyho $W_a(\theta,\Phi)$ bom?
$\frac{\delta W_a}{\delta\Phi} = K\sin^2(\theta-\theta_0)\sin 2(\Phi-\Phi_0)$, $\frac{\delta W_a}{\delta\theta} = K\sin 2(\theta-\theta_0)\sin^2(\Phi-\Phi_0)$
Mych $(\nabla\Phi)^2 \to 0$, $(\Phi-\Phi_0)^2 \ll 1$, linearize to $\Phi-\Phi_0$. $J\sin\theta\,\dot\Phi = \frac{\delta W_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta$, com $-\sin\theta\dot\Phi = a\ddot\theta$ (Fmr2 em) ? so $-J a\ddot\theta = \frac{\delta W_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta$ give sin-Gordon m/ $\frac{\delta W_a}{\delta\theta} = K\sin 2\theta$.
sin-Gordon $\nabla^2\theta - \frac{1}{c^2}\ddot\theta = \frac{K}{2A}\sin 2\theta$, $\frac{1}{c^2} = \frac{Ja}{2A}$. Kak gobarca $\dot\Phi \sim \ddot\theta$, $\Phi \sim \dot\theta$.
Emz 200 nanyaka Ka ula magnetostatics $\frac{2}{A}$, a bobina Ka 3a crear special W_a.
Mamko u nada bez u/m (magnetostatics)? Statics + $\Phi(\vec r) = \text{const}$ → $\left\{\begin{array}{l}\delta W_a/\delta\Phi = 0 \\ \delta W_a/\delta\theta - 2A\nabla^2\theta = 0\end{array}\right\}$
$\frac{\delta W_a}{\delta\Phi} = 0$ give $\Phi = \Phi_0$, $W_a(\theta,\Phi) \neq 0$ u $\sigma^2\theta = 0$ - ha ro. $\forall\Phi = 0$,
mych remove $\nabla\Phi = 0$ → $\left\{\begin{array}{l} -J\sin\theta\,\dot\Phi = \frac{\delta W_a}{\delta\Phi} \\ J\sin\theta\,\dot\Phi = \frac{\delta W_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta\end{array}\right\}$, $\dot\theta = -\frac{1}{J\sin\theta}\frac{\delta W_a}{\delta\Phi}$
$\dot\theta = -\frac{J^{-1}}{\sin\theta}K\sin^2(\theta-\theta_0)\sin 2(\Phi-\Phi_0) = -\frac{1}{J\sin\theta}K\sin 2\theta\cdot\sin 2(\Phi-\Phi_0) = -\frac{K}{J}\sin\theta\cdot 2\Phi$, $\Phi \ll 1$, $\Phi_0 = 0$
$\dot\theta = -\frac{2K}{J}\sin\theta\,\Phi$, i. e. u $\theta \ll 1$. $\Phi = -\frac{J}{2K}\frac{1}{\sin\theta}\dot\theta$, $\dot\Phi = -\frac{J}{2K}\left[\frac{\ddot\theta}{\sin\theta} + \dot\theta\frac{(-1)\cos\theta\,\dot\theta}{\sin^2\theta}\right]$
$-\sin\theta\dot\Phi = \frac{J}{2K}\left[\ddot\theta - \mathrm{ctg}\theta(\dot\theta)^2\right]$ + remove give classic dynamics $(\dot\theta)^2 \ll 1$ u linear dyn $(\dot\theta)^2 \ll 1$
$-\sin\theta\dot\Phi \approx \frac{J}{2K}\ddot\theta$ u vamos num Sin-Gordon $\nabla^2\theta - \frac{J^2}{4KA}\ddot\theta = \frac{1}{2A}\frac{\delta W_a}{\delta\theta}$, $\frac{\delta W_a}{\delta\theta} = K\sin 2\theta\cdot\Phi^2 \to 0$

Escaneado con CamScanner

T.e. nonlinear wave equation $\nabla^2\theta - \frac{1}{c^2}\ddot{\theta} = 0$, $\frac{1}{c^2} = \frac{J^2}{4KA}$, $c = \frac{2\sqrt{KA}}{M_s\delta} = \frac{2\delta}{M_s}\sqrt{AK}$

Dzyaloshinskii magnetostatics $\vec{M} = M_s(\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$

$$\begin{cases} J\sin\theta\dot{\Phi} = \delta w_a/\delta\theta - 2A(\nabla\theta)^2\sin 2\theta - 2A(\nabla\Phi\cdot\nabla\theta)\sin 2\theta - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} \\ J\sin\theta\dot{\theta} = \frac{\delta w_a}{\delta\Phi} + A(\nabla\Phi)^2\sin 2\theta + 2A\nabla^2\theta - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} \end{cases}$$

Torque $\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = \vec{H}\cdot M_s(-\sin\theta\sin\Phi, \sin\theta\cos\Phi, 0)$, $\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} = \vec{H}M_s(\cos\theta\cos\Phi, \cos\theta\sin\Phi, -\sin\theta)$

Yarom, carrying Ent'64 generalized eq. for $\dot{\theta}$. Torque $E_{ms} = 4\pi M_s^2\Phi$ in demag. field $= -4\pi M_s$. Torque $(\vec{M}\times\vec{H})$. $\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = \vec{H}\cdot(-M_y, M_x, 0) = M_xH_y - H_xM_y = (\vec{M}\times\vec{H})_z$

$\vec{H} = H_x$ here. Torque component $\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi}\cdot\Phi$, remember $\vec{H} = (H_x, 0, 0)$

$\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = -H_xM_s\sin\theta\sin\Phi \approx -H_xM_s\sin\theta\cdot\Phi$, since $H_x = -4\pi M_s$ (zero nonlocal r.v. in Walker's Bloch DW case $H_x = -4\pi M_x$, $\perp$ DW plane), so $\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = 4\pi M_s^2\sin\theta\Phi$

$$-J\sin\theta\dot{\theta} = \frac{\delta w_a}{\delta\Phi} - 2A(\nabla^2\Phi)\sin^2\theta - 2A(\nabla\Phi\cdot\nabla\theta)\sin 2\theta - 4\pi M_s^2\sin\theta\Phi$$

Since uniaxial $\nabla\Phi = 0$, $\frac{\delta w_a}{\delta\Phi} + K\sin^2\theta\sin 2(\Phi - \Phi_0) = 0$, and $\frac{\delta w_a}{\delta\Phi} \ll 4\pi M_s^2\sin\theta\Phi$,

so $-J\sin\theta\dot{\theta} = -4\pi M_s^2\sin\theta\Phi$, $\frac{M_s}{\delta}\dot{\theta} = 4\pi M_s^2\Phi$ – Eq. (12) Ent'64

$(\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta})_{Ent} = H_xM_s\cos\theta\cos\Phi = -4\pi M_s^2\cos\theta\cos\Phi \approx -4\pi M_s^2\cos\theta$, $\Phi \ll 1$.

$$J\sin\theta\dot{\Phi} = \frac{\delta w_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta + 4\pi M_s^2\cos\theta, \quad \dot{\Phi} = \frac{M_s}{\delta}\frac{1}{4\pi M_s^2}\ddot{\theta}, \quad w_a = K\sin^2\theta$$

$$J\sin\theta\frac{M_s}{\delta}\frac{1}{4\pi M_s^2}\ddot{\theta} = \frac{\delta w_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta + 4\pi M_s^2\cos\theta, \quad \frac{J^2}{4\pi M_s^2}\ddot{\theta}\sin\theta = K\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta + 4\pi M_s^2\cos\theta$$

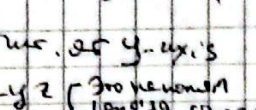
– the last eq. for $\theta(x,t)$ changes to Sine-Gordon, $\sin\theta \to [1]$, $\cos\theta \to 0$.

$$(-1)\frac{J^2}{4\pi M_s^2 2A}\ddot{\theta} = \frac{K}{2A}\sin 2\theta - \nabla^2\theta, \quad \nabla^2\theta - \frac{1}{c^2}\ddot{\theta} = \frac{K}{2A}\sin\theta, \quad c^2 = 4\pi M_s^2\frac{2A}{M_s^2\delta^2}, \quad c^2 = 8\pi\delta^2 A$$

$\nabla\Phi = 0$ (Ent'64) cannot be correct, if $\Phi \cup \dot{\theta}$, $\theta(x,t)$.

$H_x = -4\pi N_x = -4\pi M_s\sin\theta\cos\Phi$ (Winter'61) $\approx -4\pi M_s\sin\theta$, & not $H_x = -4\pi M_s$ (Ent)

Important remark: Ent'64 used coordinates Φ_e counted off y-axis



$\Phi_e = \pi/2 - \Phi$, and since $\Phi_e \ll 1$, DW-plane – yz (zero nonlocal long-range, since $\Phi \ll 1$)

$\sin\Phi = \sin(\pi/2 - \Phi_e) = \cos\Phi_e$. $\cos\Phi = \cos(\pi/2 - \Phi_e) = \sin\Phi_e \approx \Phi_e \ll 1$.

$\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = \vec{H}M_s(-\sin\theta\cos\Phi_e, \sin\theta\sin\Phi_e, 0)$. Torque $+E_{ms} = 4\pi M_s^2\Phi_e$. Torque component $\sim\Phi_e$ since $\vec{H} = (0, H_y, 0)$, $(\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta}) = H_yM_s\sin\theta\Phi_e$, and since $H_y = -4\pi M_s$ (zero nonlocal)

so $\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} = 4\pi M_s^2\sin\theta\Phi_e$. Since $\nabla\Phi = 0$, so $-J\sin\theta\dot{\theta} = \delta w_a/\delta\Phi + 4\pi M_s^2\sin\theta\Phi_e$

$-J\dot{\theta} = 4\pi M_s^2\Phi_e$ ($\delta w_a/\delta\Phi \ll 4\pi M_s^2\sin\theta\Phi_e$). $\Phi_e = -\frac{J}{4\pi M_s^2}\dot{\theta}$, $\dot{\Phi}_e = -\frac{J}{4\pi M_s^2}\ddot{\theta}$

$(\vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta})_{Ent} = \vec{H}M_s(\cos\theta, \sin\Phi_e, \cos\theta\cos\Phi_e, -\sin\theta) = H_yM_s\cos\theta\cos\Phi_e \approx -4\pi M_s^2\cos\theta$

$-J\sin\theta\dot{\Phi}_e = \frac{\delta w_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta + 4\pi M_s^2\cos\theta$, $-J\sin\theta\frac{(-J)}{4\pi M_s^2}\ddot{\theta} = \frac{\delta w_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta + 4\pi M_s^2\cos\theta$

$\frac{J^2}{4\pi M_s^2}\ddot{\theta}\sin\theta = \frac{\delta w_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta + 4\pi M_s^2\cos\theta$, remember since $\sin\theta \to -1$, $\cos\theta \to 0$

$-\frac{J^2}{4\pi M_s^2}\ddot{\theta} = \frac{\delta w_a}{\delta\theta} - 2A\nabla^2\theta$, $\nabla^2\theta - \frac{1}{c^2}\ddot{\theta} = \frac{2K}{2A}\sin 2\theta$, $c^2 = 4\pi M_s^2\frac{2A}{J^2} = 8\pi\delta^2 A$.

Assumption $\nabla\Phi = 0$ (Ent) – incorrect and $H_y = -4\pi M_s$ – nonlocal action from $\pm\infty$ (from $\Phi \to (\Phi_e - \pi/2)(-1)$ nothing essential not changed. Since W_m in Ent – nonlocal, H_x nonlocal

Ent'64: Eqs. (11) (12) Ent'64 incorrect & FM-DW dynamics since W_m not changed to Sine-Gordon

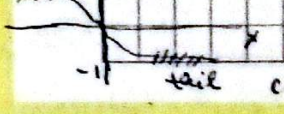
Conclusion: both words W_m, nonlocal in nature $W_a(\theta,\Phi)$ lead $\dot{\theta},\dot{\Phi}$-yD changed to Sine-Gordon.

Sent comments Ent calc. 1964 is wrong to Ruben, Ricardo. [$\mathrm{div}\vec{M} = \frac{\partial M_x}{\partial x} \neq 0$ Bloch or Néel DW]

DW motion → Orsay paper by E. Schlömann, APL 19, 274 (1971): Structure of Moving DW in Mag. Materials

$\cos\theta(x) = -\tanh(au)$, $u = \frac{(x - vt)}{(H_a/D)^{1/2}}$, $a^2 = 1 + \beta\sin^2\Phi_0$, $\beta\sin\Phi_0\cos\Phi_0 = \vec{v}\vec{a}$, $\vec{v} = \frac{\vec{v}}{\gamma\sqrt{H_aD}}$

$D = 2A/M_s$. $\beta = 4\pi M_s/H_a = 1/Q$. Near DW tails (beyond or DW center), $m_z \geq 1$ and $\vec{m}(x,t) \approx$ linear SW $\omega^2 = \gamma^2(H_a + H + Dk^2)(H_a + H + 4\pi M_s + Dk^2)$, $H_a \ll 4\pi M_s$



If $v_{DW} = \mathrm{const}$, $v(x\to\infty) = v(\text{tail})$. $v(\text{tail}) = v_{ph}(SW)$ (!!!) < changes only k in imaginary ω, but $v_{ph} = \omega/k$ is real. T.e. DW generates continuous spectrum SW (!). $E_{DW}(v) = E_0\,a(v)$, $a^2(v) = -k^2(v)$, $k^2 = k^2D/H_a$

Escaneado con CamScanner

(19/2) $\hat{z}$ ∥ anisotropy easy axis $\hat{x}$ ⊥ DW plane. $\Phi(x,t) = \Phi_0 = const$ solution at $H=0$.

$E = E_0 a$, $E_0 = 2M_s\sqrt{H_a D} = 2M_s\sqrt{\frac{2K}{M_s}\frac{2A}{M_s}} = 4\sqrt{AK}$. $\tilde{\omega} = \omega/\gamma H_a$, $\tilde{k}^2 = Dk^2/H_a$.

$a^2 = 1 + \beta\sin^2\Phi_0 = 1 + \frac{\beta}{2}(1-\cos 2\Phi_0)$, $a\tilde{v} = \frac{\beta}{2}\sin 2\Phi_0$, $E_m = 2\pi M_s^2 m^2_{yn}$. $\vec{n} \perp$ film plane

$a^2(\tilde{v}) = -\tilde{k}^2(\tilde{v})$, $k(\tilde{v})$ wg $\tilde{v}^2 = (1+\beta)\frac{1}{k^2} + 2 + \beta + k^2$ inne eq. for a^2.

$k^2\tilde{v}^2 = 1 + \beta + (2+\beta)k^2 + k^4$, $k^4 + (2+\beta-\tilde{v}^2)k^2 + (1+\beta) = 0$ eq. for $k^2(\tilde{v})$.

DW $2k^2_{1,2}(\tilde{v}) = \tilde{v}^2 - 2 - \beta \pm \sqrt{(\tilde{v}^2-2-\beta)^2 - 4(1+\beta)}$ inne $\det(\tilde{v}) = \tilde{v}^4 - 2\tilde{v}^2(2+\beta) + (2+\beta)^2 - 4 - 4\beta =$

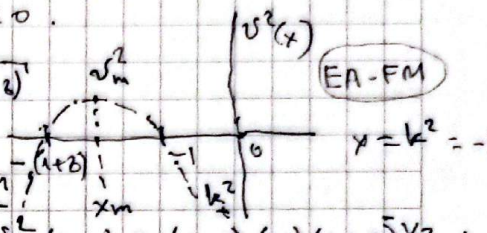
$= \tilde{v}^4 - 2\tilde{v}^2(2+\beta) + \beta^2$.

$E(\tilde{v}) = E_0\sqrt{-k^2(\tilde{v})} = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0\sqrt{\sqrt{\tilde{v}^4 - 2\tilde{v}^2(2+\beta)+\beta^2} - \tilde{v}^2 + 2 + \beta}$, dla $\tilde{v} \to \tilde{v}_{max}$ $k^2_{\pm 0}$ imaginary k.

$\beta = \frac{4\pi M_s}{H_a}$. If $\beta \to 0$, $E(\tilde{v}) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0\sqrt{\tilde{v}\sqrt{\tilde{v}^2+4} + \tilde{v}^2 + 2} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}E_0(\cdot)\cdot\tilde{v}^2\sqrt{1-4/\tilde{v}^2} + 2 - \tilde{v}^2 =$

$= \left(\tilde{v} >> 1\right) = \tilde{v}^2\left[1 - \frac{2}{\tilde{v}^2}\right] + 2 - \tilde{v}^2 = 0$, $E(\tilde{v}) \to 0$ inne $\tilde{v} \gg 1$, $\beta \ll 1$. do range k-real.

$\tilde{v}^2(x) = (1+\beta)\frac{1}{x} + 2 + \beta + x$, $x = k^2$. kiedy $\tilde{v}^2(x)$ at $x < 0$.



Schlömann'71

$\tilde{v}^2(x) = 0$, $x^2 + (2+\beta)x + 1 + \beta = 0$, $x_{1,2} = -2-\beta \pm \sqrt{(2+\beta)^2 - 4(1+\beta)}$

$2x_{1,2} = -2-\beta \pm \sqrt{\beta^2}$, $x_1 = -(1+\beta)$, $x_2 = -1$

$\tilde{v}^2(x) > 0$, $-\frac{1}{\beta} < x < -1$, $-(1+\beta) < k^2 < -1$

$\frac{d\tilde{v}^2(x)}{dx} = -\frac{1}{x^2}(1+\beta) + 1 = 0$, $x^2_m = 1+\beta$, $x_m = -(1+\beta)^{1/2}$, $\tilde{v}^2_m(x_m) = (1+\beta)(-1)(1+\beta)^{-1/2} +$

$+ 2 + \beta - (1+\beta)^{1/2} = -(1+\beta)^{3/2} - (1+\beta)^{1/2} + \beta + 2$, $\tilde{v}_m(\beta) = 2 + \beta - (1+\beta)^{1/2}\left[2 + \beta\right]$

$\tilde{v}^2_{max}(\beta) = (2+\beta)\left[1 - (1+\beta)^{1/2}\right]$ – nie. $\tilde{v}^2_m(x_m) = -(1+\beta)^{1/2} + 2 + \beta - (1+\beta)^{1/2}$

$\tilde{v}^2_m(\beta) = 2 + \beta - 2(1+\beta)^{1/2} \geq 0$, $\tilde{v}_m(\beta=0) = 0$, $1+\beta = \lambda^2$, $\tilde{v}^2_m(\lambda) = 1 + \lambda^2 - 2\lambda = (\lambda-1)^2$

$2k^2_\pm(\tilde{v}) = \tilde{v}^2 - 2 - \beta \pm \sqrt{\tilde{v}^4 - 2\tilde{v}^2(2+\beta) + \beta^2}$, $2 + \beta = \tilde{v}^2_m + 2\lambda$, $\tilde{v}_m(\beta) = \sqrt{1+\beta} - 1$

$\tilde{v}^4 - 2\tilde{v}^2(\tilde{v}^2_m + 2\lambda) + (\lambda^2-1)^2 = \tilde{v}^4 - 2\tilde{v}^2\tilde{v}^2_m - 2\tilde{v}^2\lambda\cdot 2 + \tilde{v}^4_m - (\lambda-1)^2 + (\lambda^2-1)^2 =$

$= (\tilde{v}^2 - \tilde{v}^2_m)^2 - 4\lambda\tilde{v}^2 + \left[-\lambda^2 - \lambda + 2\lambda + \lambda^4 + \lambda - 2\lambda^2\right] = (\tilde{v}^2 - \tilde{v}^2_m)^2 - 4\lambda\tilde{v}^2 + 2\lambda - 3\lambda^2 + \lambda^4$

$\tilde{v}^2 \ll 1$, $2k^2_\pm(\tilde{v}) = \tilde{v}^2 - 2 - \beta \pm \beta\sqrt{1 - \frac{2}{\beta^2}\tilde{v}^2(2+\beta)} \approx \tilde{v}^2 - 2 - \beta \pm \beta\left[1 - \frac{1}{\beta^2}\tilde{v}^2(2+\beta)\right]$

$2k^2_+ \approx \tilde{v}^2 - 2 - \beta + \beta - \frac{1}{\beta}(2+\beta)\tilde{v}^2 = -2 + \tilde{v}^2\left[1 - \frac{1}{\beta}(2+\beta)\right] = -2 + \tilde{v}^2\frac{1}{\beta}(1+\beta)(-1)$, nie

$2k^2_- = \tilde{v}^2 - 2 - \beta - \beta\left[1 - \frac{1}{\beta^2}\tilde{v}^2(2+\beta)\right] = \tilde{v}^2 - 2 - 2\beta + \frac{1}{\beta}\tilde{v}^2(2+\beta) = -2(1+\beta) +$

$+ \tilde{v}^2\left[1 + \frac{1}{\beta}(1+\beta)\right] = -2(1+\beta) + \frac{\tilde{v}^2}{\beta}2(\beta+1)$, $2k^2_+ = -2 + \frac{\tilde{v}^2}{\beta}(-2)$

$k^2_- = -(1+\beta) + \tilde{v}^2\frac{1}{\beta}(\beta+1)$, $k^2_+ = -1 - \frac{2}{\beta^2}\tilde{v}^2$.

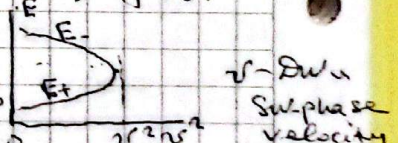
$E(\tilde{v}) = E_0\sqrt{-k^2(\tilde{v})}$, $E_+(\tilde{v}) = E_0\sqrt{-k^2_+} = E_0\sqrt{1 + \frac{2}{\beta^2}\tilde{v}^2} \approx E_0\left(1 + \frac{1}{\beta^2}\tilde{v}^2\right) = E_0 + \frac{E_0}{\beta^2}\tilde{v}^2$

$m_{DW} = \frac{2E_0}{\beta^2} = \frac{2\cdot 4\sqrt{AK}}{(1/Q)^2} = 8\sqrt{AK}\left(\frac{K}{2\pi M_s^2}\right)^2 = (\cdots)$, tu k^2, k in units of k_0.

$\tilde{v}$ in units of v_0.

$x^2_\pm = -k^2_\pm > 0$. Dwa rodzaje energii DW $E_\pm(\tilde{v}^2) = E_0 x_\pm(\tilde{v})$

$x_+ < x_-$. Bierzemy $E_- \to E_+$, E_- – niestabilna.



$\tilde{v}$-DW w subphase velocity

Dla FM-DW $v \leq v_m$ – max phase velocity of SW (!)

zresztą tak jak AFM-DW. $E(v^2)$ dependence wg $\tilde{k}^2$ $\omega(k)$ - SW.

$E_+(\tilde{v}^2) \approx \left(\tilde{v}^2 \ll 1\right) = E_0 + \frac{E_0}{\beta^2}\tilde{v}^2 = E_0 + \frac{E_0}{\beta^2}\frac{v^2}{2\gamma^2}$, $v_0 = \gamma\sqrt{H_a D} = \gamma\sqrt{\frac{2K}{M_s}\frac{2A}{M_s}} = \gamma\frac{2\sqrt{AK}}{M_s^2}$

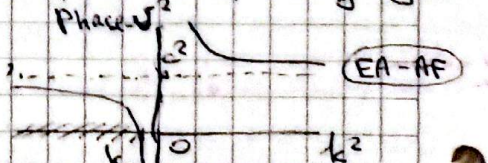
$m_{DW} = 8\sqrt{AK}\frac{k^2}{(2\pi M_s^2)^2}\frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{(M_s^2)^2}{2\sqrt{AK}}\right]^2 = 8\sqrt{AK}\frac{k^2}{(2\pi)^2 M_s^4}\frac{1}{\gamma^2}\frac{M_s^4}{4AK} = \frac{2}{(2\pi)^2}\frac{1}{\gamma^2}\frac{k^2 M_s^2}{\sqrt{AK}} = \frac{2}{(2\pi)^2}\frac{1}{\gamma^2}\Delta\left(\frac{k}{M_s^2}\right)$ –

– wyobrażenie, gdzieś $m_{DW} \sim \frac{1}{\gamma^2\Delta}$, $[m_{DW}] = g/cm^2$ [Döring mass], ciekawe.

(20/I) Wyjechałem z Ł. wg Izmira to Poznań (EAS-Berlin, Berlin → Poznań train).

(21/I) Dadoenkova – RRL published. C Ł. do Bednorza, local scalp w stag Cyganowa pecs. Zindor. E-mails z urlopu.

AFM: $\omega^2(k) = \omega_0^2 + c^2k^2$, $v^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{\omega_0^2}{k^2} + c^2$, ...



DW tail – SW, $k_0^2 < k_0^2 = -\frac{\omega_0^2}{c^2}$, $k^2(v) = \frac{\omega_0^2}{(v^2 - c^2)}$

(imaginary k)

Eqn Schlömann eq. $E(v) = E_0\sqrt{-k^2(v)}$ still valid, no $E(v) = E_0\frac{\omega_0}{(c^2 - v^2)^{1/2}}$

$E(v) = E_0\frac{|k_0|}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, $c = v_m\,(SW)_{k^2<0} = v_{min}\,(SW)_{k^2>0}$, $\Delta(v) = \frac{1}{\sqrt{-k^2(v)}} = \frac{1}{|k_0|\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ –

– Lorentz contraction w relativ. energy of rigid moving AFM-DW.

T.e. energy linear (!) SW expresses DW-width w DW energy $E(v)$.

Escaneado con CamScanner

(22/I) $(H_a/D)^{-1/2} = \sqrt{\frac{D}{H_a}} = \sqrt{\frac{2A}{M_s}\frac{M_s}{2K}} = \sqrt{\frac{A}{K}} = \Delta_0$, $u = \frac{(x-vt)}{\Delta_0}$, $a^2 = -\tilde{k}^2 = \frac{D}{H_a}k^2(-1) = -k^2\Delta_0^2$

$E = \frac{1}{2}M_s\int dV\left[-2H_a d_x + 4\pi M_s d_x^2 + H_a(d_y^2+d_z^2) + D(\nabla\vec{d})^2\right]$, $\vec{d}$ || anisotropy easy axis, $\vec{d} \perp$ DW

$d_x = -\sin\theta\sin\Phi'$, $d_y = \sin\theta\cos\Phi'$, $d_z = \cos\theta$, Φ' связан с Φ: $\Phi' = \Phi - \frac{\pi}{2}$, Φ standard spher. angle

$\cos\theta(x,t) = -\text{th}(au)$, $E_a = \frac{1}{2}M_s H_a(d_y^2+d_z^2) = K(1-d_x^2) = K\sin^2\theta$, $K>0$.

$\sin\theta = 1/\text{ch}(au)$, $au = \sqrt{-k^2}(x-vt)$, $\sqrt{-k^2}v = \frac{1}{\Delta(v)}$ - DW width depends on v(!)

$au = \frac{(x-vt)}{\Delta(v)}$, при v = const $(au)_{t=0} = \frac{x}{\Delta_0} \to \frac{(x-vt)}{\Delta(v)}$ это одно и то же

Галилей-инвариант ($x \to x' = x+vt$).

Т.е. даже для steady DW-motion (v = const) нет галилей-инвариантности ур-ия $\Delta = \Delta(\theta)$, а есть инвариантность $x \to x' = \frac{(x-vt)}{\Delta(v)}$, которая для AF-DW сводится к Лоренц (инвариант) инвариантности, т.к. для AF-DW $\Delta(v) = \Delta_0\sqrt{1-v^2/c^2}$.

Верно ли $E_{DW}(v) = E_0\Delta(v)$ для any FM, и для AFM?

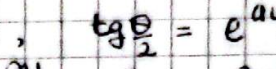
$E = \frac{1}{2}M_s\int dV\left[4\pi M_s\sin^2\theta\sin^2\Phi' + H_a\sin^2\theta + D(\nabla\alpha)^2\right] = \frac{1}{2}M_s H_a\int dV\left[(2\sin^2\Phi'+1)\sin^2\theta + \Delta_0^2(\nabla\vec{\alpha})^2\right]$

1D, $\int dV = S\int dx$, $E/S \to E$ - DW energy density per unit DW area.

$E[\theta(x)] = \frac{1}{2}M_s H_a\int dx\left[a^2\sin^2\theta + \Delta_0^2\left(\frac{\partial\vec{\alpha}}{\partial x}\right)^2\right]$, $(\nabla\vec{\alpha})^2 = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2$

$a^2 = 1 + 2\sin^2\Phi' = f(x,t)$. Решение $\Phi' = \Phi_0 = \text{const}$, $a^2 = 1 + 2\sin^2\Phi_0$, $\nabla\Phi' = 0$.

$E_{DW} = \frac{1}{2}M_s H_a\int dx\left[a^2\sin^2\theta + \Delta_0^2\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2\right]$, $\text{tg}\frac{\theta}{2} = e^{au}$



$\theta = 2\,\text{arctg}(e^{au})$, $\frac{\partial\theta}{\partial x} = 2\frac{1}{1+e^{2au}}e^{au}a\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{a}{\text{ch}(au)}\frac{\partial u}{\partial x} = a\sin\theta\frac{\partial u}{\partial x}$,

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\Delta_0}$, $E_{DW} = \frac{1}{2}M_s H_a\int dx\left[a^2\sin^2\theta + \Delta_0^2\cdot a^2\sin^2\theta\frac{1}{\Delta_0^2}\right] = M_s H_a a^2\int dx\sin^2\theta$

$\int_{-\infty}^{\infty}dx\sin^2\theta = \int dx\frac{1}{\text{ch}^2(au)} = \left|\,du = \frac{1}{\Delta_0}dx\,\right| = \Delta_0\int_{-\infty}^{\infty}du\frac{1}{\text{ch}^2(au)} = \left|\,au = \xi\,\right| =$

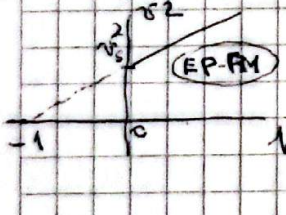
$= \frac{\Delta_0}{a}\int_{-\infty}^{\infty}d\xi\frac{1}{\text{ch}^2\xi} = \frac{\Delta_0}{a}\text{th}\xi\Big|_{-\infty}^{\infty} = 2\frac{\Delta_0}{a}$.

$E_{DW} = M_s H_a a^2\cdot\frac{2\Delta_0}{a} = 2\Delta_0 M_s H_a a = 2\sqrt{\frac{A}{K}}M_s\frac{2K}{M_s}a = E_0 a$, $E_{DW}(v) = E_0 a(v)$

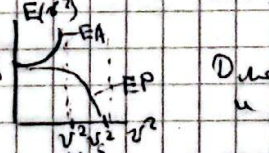
$E_{DW} = E_0 a$ for FM, any anisotropy, т.к. $E_{DW} = 2E_{ex}$ - не зависит от anisotropy

Для FM «easy» plane $E_a = K\cos^2\theta$, $K>0$: $\omega^2(k) = v_s^2k^2(1+k^2\Delta_0^2)$, $v = \omega/k$, (Φ = const)

$v^2 = v_s^2(1+k^2\Delta_0^2)$, $k^2\Delta_0^2 = \tilde{k}^2$, $k^2\in[0,-1]$ сообщ., $v^2 \geq 0$, $k^2 = \frac{v^2}{v_s^2} - 1 < 0$



$E_{DW}(v^2) = E_0\sqrt{-k^2(v)} = E_0\sqrt{1-v^2/v_s^2}$, $\Delta(v) = \frac{\Delta_0}{\sqrt{1-v^2/v_s^2}}$



Для «easy axis» (EA) и «easy» plane (EP) FM $E(v^2)$ имеет минимум, разное.

EA-FM: $2k_+^2(v) = v^2 - 2 - \beta + \sqrt{v^4 - 2v^2(2+\beta)+\beta^2} = v^2 - 2 - \beta + \beta\sqrt{1 - \frac{2}{\beta^2}v^2(2+\beta)} = \left|v^2 \ll 1\right| =$

$= v^2 - 2 - \beta + \beta\left[1 - \frac{v^2}{\beta^2}(2+\beta)\right] = -2 + v^2 - \frac{v^2}{\beta}(2+\beta) = -2 + \frac{v^2}{\beta}\left[\beta - (2+\beta)\right] = -2 - \frac{2}{\beta}v^2$

$k_+^2(v) = -1 - \frac{1}{\beta}v^2$, $E_{DW}(v^2) = E_0\sqrt{-k_+^2(v)} = E_0\sqrt{1+\frac{1}{\beta}v^2}$, v в единицах $v_0 = \gamma\sqrt{H_a D}$

$E_{DW}(v^2) = E_0\left[1 + \frac{1}{2\beta}\frac{v^2}{v_0^2}\right]$, $m_{DW} = \frac{E_0}{\beta}v_0^{-2} = 2M_s\sqrt{H_a D}\frac{H_a}{4\pi M_s}\cdot\frac{1}{\gamma^2 H_a^2 D} = \frac{1}{2\pi\gamma^2}\sqrt{\frac{H_a}{D}} = \frac{1}{2\pi\gamma^2}\frac{1}{\Delta_0}$

$m_{DW} = \frac{1}{2\pi\gamma^2}\frac{1}{\Delta_0}$, $\Delta_0 = \sqrt{D/H_a} = \sqrt{A/K}$ - Döring mass из rigid DW model, где $\Delta = \Delta(v)$.

$\cos\theta(x,t) = -\text{th}\left[\frac{x-vt}{\Delta(v)}\right]$, $\Delta(v) = \Delta_0\frac{1}{\sqrt{-k_+^2(v)\Delta_0^2}} = \frac{1}{\sqrt{-k_+^2(v)}}$ для EA-FM и $\Delta(v) = \frac{1}{\sqrt{-k^2(v)}}$ для EP-FM

$E_{DW}(v) = E_0\Delta_0\sqrt{-k^2(v)} = E_0\frac{\Delta_0}{\Delta(v)}$, $\cos\theta(x,t) = f(au)$, $\theta(x,t) = F(au)$,

$\dot{\theta} = F'(x)\frac{d}{dt}(au) = F'(x)\frac{d}{dt}\frac{(x-vt)}{\Delta(v)} = -\frac{v}{\Delta(v)}F'(x)$, $\frac{\partial\theta}{\partial x} = F'(x)\frac{\partial}{\partial x}\frac{(x-vt)}{\Delta(v)} = \frac{1}{\Delta(v)}F'(x)$

$\dot{\theta} = -v\frac{F'(x)}{\Delta(v)} = -v\frac{\partial\theta}{\partial x}$ - сохранение $\vec{M}$.

$v \ll 1$, $v \ll v_0 = \gamma\sqrt{H_a D} = \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK} = \frac{\gamma}{\pi}\sqrt{\frac{2\pi A}{2}}$ - FM

Often used ansatz moving DW $\cos\theta = \pm\text{th}\left(\frac{x-vt}{\Delta_0}\right)$ неверно, т.к. $\Delta = \Delta(v)$ $c = 2\gamma\sqrt{2\pi A}$ - AF

$\Delta(v)$ нагадит в минимум v для EA-FM и EA-AF. $\Delta(v)$ растет с v для EP-FM

$v_m^2(\beta) = v_0^2\left[2+\beta-2(1+\beta)^{1/2}\right]$ - max DW-phase velocity EA-FM, $v_0 = 2\gamma\sqrt{2\pi A\beta}$

Escaneado con CamScanner

(23/I) Ricardo Ferreira file - derivation Lorentz-invariant eqs motion from $F_a(\theta,\Phi)$.

$E_a = K \sin^2\theta \cos^2\Phi$, $\theta_x \perp$ DW plane. $\frac{\partial W_a}{\partial \Phi} = -K \sin^2\theta \sin 2\Phi$, Lw. 12/I

$\frac{\partial W_a}{\partial \theta} = K \sin 2\theta \cos^2\Phi \Rightarrow \begin{cases} -J\sin\theta\,\dot\theta = +K\sin^2\theta \sin 2\Phi - 2A(\theta'\Phi')\sin^2\theta - 2A(\theta'\theta')\sin 2\theta \\ J\sin\theta\,\dot\Phi = K\sin 2\theta\cos^2\Phi + A(\Phi')^2\sin 2\theta - 2A\theta'^2\theta \end{cases}$

Хочем взять $\Phi \ll 1$, ищем решение θ из θ', (Boyle eq. θ = sin-Gordon eq.

$\Phi \ll 1$ при $K<0$, $|K|$ велико $\Rightarrow J\sin\theta\,\dot\Phi = K\sin 2\theta - 2A\theta'^2\theta$

$-J\sin\theta\,\dot\theta = -2K\sin^2\theta\,\Phi - 2A(\theta'\Phi')\sin^2\Phi - 2A(\theta'\theta')\sin 2\Phi$, и решаем при $\Phi \ll 1$

получим $J\dot\theta = 2K\sin\theta\,\Phi$, $\Phi = \frac{J}{2K}\frac{\dot\theta}{\sin\theta}$, $\dot\Phi = \frac{J}{2K}\left[\ddot\theta\frac{1}{\sin\theta} + \dot\theta\frac{(\dot\theta)}{\sin^2\theta}\cos\theta\,\dot\theta\right]$

$\sin\theta\,\dot\Phi = \frac{J}{2K}\left[\ddot\theta - \operatorname{ctg}\theta(\dot\theta)^2\right]$, и если $(\dot\theta)^2\operatorname{ctg}\theta \ll \ddot\theta$, $\sin\theta\dot\Phi = \frac{J}{2K}\ddot\theta$

$\frac{J^2}{2K}\ddot\theta = K\sin 2\theta - 2A\theta'^2\theta$, $K = -|K|$, $\frac{J^2}{2K|A|}\ddot\theta - \theta'^2\theta - \frac{J^2}{4|K|A}\ddot\theta = \frac{K}{2A}\sin 2\theta$

получим sin-Gordon $\theta'^2\theta + \frac{1}{c^2}\ddot\theta = \frac{K}{2A}\sin 2\theta$, где $c^2 = \frac{4|K|A}{J^2} = 4\frac{|K|A}{M_s^2\gamma^2}$, $c = \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{A|K|}$

Не исследовано: 1) $\Phi \ll 1$, что возможно, 2) $\nabla\Phi = 0$, что необходимо с $\dot\Phi = \frac{J}{2K}\frac{\dot\theta}{\sin\theta}$

и $\Phi = \frac{J}{2K}\frac{\dot\theta}{\sin\theta}$, $\Phi(x,t) = \Phi_0$ дает $\nabla\Phi = 0$ но $\Phi(x,t) \sim \frac{\dot\theta}{\sin\theta}$ может = const, только если $\dot\theta \sim \sin\theta$. $\theta(x,t) = 2\operatorname{arctg} e^{\left(\frac{x-vt}{\Delta}\right)} = 2\operatorname{arctg} e^{\xi}$, $\dot\theta = \frac{\partial\theta}{\partial\xi}\dot\xi = \frac{1}{1+e^{2\xi}}e^{\xi}\dot\xi =$

$= \dot\theta = \frac{1}{\cosh\xi}\dot\xi = \sin\theta\,\dot\xi$, $\Phi = \frac{J}{2K}\frac{\dot\theta}{\sin\theta} = \frac{J}{2K}\frac{d}{dt}\left(\frac{x+vt}{\Delta}\right) = +\frac{v}{\Delta(v)}\frac{J}{2K}$, $\Phi(v,t) = \Phi_0$

возможно, но $\Phi_0 = \Phi_0(v)$ как у Schlömann 1974; 3) $(\dot\theta)^2\operatorname{ctg}\theta \ll \ddot\theta$

$\operatorname{ctg}\theta(\dot\theta)^2 = \operatorname{ctg}\theta\sin^2\theta(\dot\xi)^2$ - не надо, т.к. $\Phi = \frac{J}{2K}\frac{\dot\theta}{\sin\theta} = -\frac{v}{\Delta(v)}\frac{J}{2K} = \text{const}(t)$.

Т.е. $\nabla\Phi = 0$ совместимо с $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = e^{\xi}$ - DW ansatz но тогда $\dot\Phi = 0$ и sin-Gordon не получаем

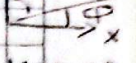
В месте sin-Gordon получим $\theta'^2\theta = \frac{K}{2A}\sin 2\theta$.

$\frac{\partial\theta}{\partial x} = \sin\theta\frac{\partial\xi}{\partial x} = \frac{1}{\Delta}\sin\theta$, $\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta}\frac{\partial}{\partial x}\sin\theta = \frac{1}{\Delta}(\cos\theta)\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{1}{\Delta}\cos\theta\frac{1}{\Delta}\sin\theta = \frac{1}{2\Delta^2}\sin 2\theta$

$\frac{1}{2\Delta^2} = -\frac{|K|}{2A}$, что невозможно.

Формально $\ddot\theta = \frac{d}{dt}\dot\theta = \frac{d}{dt}(\sin\theta\,\dot\xi) = \cos\theta\,\dot\theta\,\dot\xi + \sin\theta\,\ddot\xi$, $\sin\theta\dot\Phi = \frac{J}{2K}\left[\cos\theta\sin\theta(\dot\xi)^2 + \right.$

$\left. + \sin\theta\,\ddot\xi - \operatorname{ctg}\theta\sin^2\theta(\dot\xi)^2\right] = \frac{J}{2K}\sin\theta\,\ddot\xi = 0$, $\dot\Phi = 0$ для $\xi \sim (x-vt)$ soliton moving with velocity $v = \text{const}$.



Вопрос по ИАМ, беседа с Gruszecki, Zelent, Büsel.

(24-25/I) Revision Response to Referees и MS-text Bergeneia-PRX. послан to Augustina. с А. Wiedrowska и «Carrefour» Poznanié.

Новые Refs по DW dynamics: transform 1D LLG to sin-Gordon. Kamel Mikeska et al. Adv. Phys. 40, 191-356 (1991) и Long et al. J. Phys. A, 12, 1325 (1979)

(26/I) **Long'1979**: $E = A[\theta_x^2 + \sin^2\theta\,\Phi_x^2] + K_2\sin^2\theta\cos^2\Phi + K_1\cos^2\theta + H_2M_s\cos\theta$

$W_a = -K_1\cos^2\theta + K_2\sin^2\theta\cos^2\Phi$, DW plane yoz, $\theta_x \perp$ DW plane, $\theta = \hat x\hat m$,

т.е. «easy plane anisotropy $K_2m_x^2$, $K_2>0$, easy plane yoz + «easy» axis an. $\parallel$ oz.

Нужен Eq damping и ищем, чтобы H_2 - driving DW motion along O_x.

$\begin{cases} -J\sin\theta\,\dot\theta = -2K_2\sin^2\theta\cos\Phi\sin\Phi - 2A\frac{\partial}{\partial x}[\sin^2\theta\,\Phi_x], & \theta_x = \frac{\partial\theta}{\partial x}, \Phi_x = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \\ J\sin\theta\,\dot\Phi = K_1\sin 2\theta + K_2\sin 2\theta\cos^2\Phi + A\sin 2\theta(\Phi_x)^2 - 2A\theta_{xx} & J = M_s/\gamma \end{cases}$

Ещё (196м) assumptions 1) $\alpha = 0$ (no damping), 2) $|\Phi| \ll 1$ (идеально) 3) Φ_x^2 is neglected

$\left.\begin{cases} +J\sin\theta\,\dot\theta = 2K_2\sin^2\theta\,\Phi + 2A\frac{\partial}{\partial x}[\sin^2\theta\,\Phi_x] \\ J\sin\theta\,\dot\Phi = (K_1+K_2)\sin 2\theta - 2A\theta_{xx} \end{cases}\right\}$ → если бы $\frac{\partial}{\partial x}(\sin^2\theta\,\Phi_x)$ мало, то

$J\dot\theta = 2K_2\sin\theta\,\Phi$, $J\ddot\theta = 2K_2\frac{d}{dt}(\sin\theta\Phi) =$

$= 2K_2\cos\theta\,\dot\theta\,\Phi + 2K_2\sin\theta\,\dot\Phi = 2K_2\Phi\cos\theta\frac{2K_2}{J}\sin\theta\,\Phi + 2K_2\sin\theta\,\dot\Phi = 2K_2\sin\theta\dot\Phi +$

$+ 4\frac{K_2^2}{J}\cos\theta\sin\theta\,\Phi^2 \approx |\Phi \ll 1| = 2K_2\sin\theta\,\dot\Phi$, $\sin\theta\dot\Phi = \frac{J}{2K_2}\ddot\theta$

$\frac{J^2}{K_2}\ddot\theta = (K_1+K_2)\sin 2\theta - 2A\theta_{xx}$, $\frac{J^2}{4K_2^2A}\ddot\theta + \theta_{xx} = \frac{(K_1+K_2)}{2A}\sin 2\theta$, но даже это не sin-Gordon, т.к. $\ddot\theta$ не дает $(\dot\theta)^2$. Надо $K_2 < 0$ (?) - нет.

Остается «easy» plane yoz $\Phi' = \pi/2 - \Phi \ll 1$, а не $\Phi \ll 1$ как у Long'79.

Escaneado con CamScanner

$\cos\Phi\sin\Phi = \frac{1}{2}\sin 2\Phi = \frac{1}{2}\sin 2(\frac{\pi}{2}-\Phi') = \frac{1}{2}\sin(\pi-2\Phi') = \frac{1}{2}[\sin\pi\cdot\cos 2\Phi' - \cos\pi\cdot\sin 2\Phi'] = \frac{1}{2}\sin 2\Phi' = \sin\Phi'\cos\Phi' \approx \Phi'$ при $\Phi' \ll 1$.

$J\dot{\theta} = 2K_2\sin\theta\Phi'$, $J\ddot{\theta} = 2K_2\cos\theta\dot{\Phi}'$, $J\sin\theta\dot{\theta} = -J\cos\theta\frac{J}{2K_2}\ddot{\theta} = -\frac{J^2}{2K_2}\ddot{\theta}$

$-\frac{J^2}{2K_2}\ddot{\theta} = K_1\sin 2\theta + K_2\sin\theta\sin\Phi' - 2A\theta_{xx}$, $\theta_{xx} - \frac{J^2}{4K_2A}\ddot{\theta} + \frac{K_1}{2A}\sin 2\theta$

$c^2 = \frac{4K_2A}{J^2}$, $\theta_{xx} - \frac{1}{c^2}\ddot{\theta} = \frac{K_1}{2A}\sin 2\theta$ уравнение Sin-Gordon (известно из теории нейтронных звезд Long'79)

cf. Bloch DW in ferromagnet: $K_2 = 2\pi M_s^2$, $K_2\sin^2\theta\cos^2\Phi = 2\pi M_s^2 m_x^2 = \theta_x^2$ - сравнение с ур. (14) Eno + Gu, $c^2 = \frac{4\gamma^2 K_2}{M_s^2}\cdot 2\pi M_s^2 A = \gamma^2\cdot 8\pi A$, $c = \gamma 2\sqrt{2\pi A}$ - это точное выражение скорости Уокера

$-J\sin\theta\dot{\theta} = -2K_2\sin^2\theta\Phi' + 2A\Phi'_{xx}\sin^2\theta + 2A\Phi'_x\theta_x\sin\theta$ (надо $\dot{\Phi}$?)

$J\dot{\theta} = 2K_2\sin\theta\Phi' - 2A\sin\theta\Phi'_{xx} - 2A\cdot 2\cos\theta\Phi'_x\theta_x$, $\Phi' = \pi - \Phi \ll 1$, $\dot{\theta} \sim \dot{\Phi}$, $\Phi'_x = 0$

$J\ddot{\theta} = 2K_2[\cos\theta\dot{\theta}\Phi' + \sin\theta\dot{\Phi}'] - 2A[\cos\theta\dot{\theta}\Phi'_{xx} + \sin\theta\dot{\Phi}'_{xx}] - 4A[-\sin\theta\dot{\theta}\theta_x\Phi'_x + \cos\theta\dot{\theta}_x\Phi'_x + \cos\theta\theta_x\dot{\Phi}'_x]$, все члены $\sim \dot{\theta}, \dot{\Phi}_x, \Phi' \ll 1$

$J\ddot{\theta} = 2K_2\sin\theta\dot{\Phi}' - 2A\sin\theta\dot{\Phi}'_{xx} - 4A\cos\theta\theta_x\dot{\Phi}'_x$ - вынесем $J\ddot{\theta} = 2K_2\sin\theta\dot{\Phi}'$

Возможно ли $\frac{\partial}{\partial x}[\sin^2\theta\Phi'_x] = 0$? $\Phi'_x = \frac{1}{\sin 2\theta}$, $\frac{\partial\Phi'}{\partial x} = \operatorname{ch}^2\xi$, $\xi = \frac{(x-vt)}{\Delta}$

$\frac{1}{\Delta}\frac{\partial\Phi'}{\partial\xi} = \operatorname{ch}^2\xi$, $\Phi'(\xi) = \int d\xi\operatorname{ch}^2\xi + C$ - дает вековой член $\Phi' \sim \operatorname{sh}2\xi$.

Т.е. чтобы $\Phi' = \pi/2 - \Phi \ll 1$, надо предположить $\Phi'_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} \approx 0$, $\Phi \neq f(x)$.

$\Phi' = \frac{J}{2K_2}\frac{\dot{\theta}}{\sin\theta}$, т.к. $\frac{\dot{\theta}}{\sin\theta} = \dot{\xi} = -\frac{v}{\Delta}$ для солитонного решения $\theta(x,t)$, $\Phi \neq f(x)$

возможно. Иногда $\Phi, \Phi' = \text{const}(t)$ не забывать о $\dot{\Phi}' = 0 \Rightarrow$ нет Sin-Gordon

$\Phi(x,t) = \Phi_0 = \text{const}$ это Walker's solution for 1D-Bloch DW. Sin-Gordon ср. ур. (12)

Видим, что $\Phi(x,t) = \text{const}$, а надо предел $K_2\Phi' \gg A\frac{\partial^2\Phi'}{\partial x^2}$, $A\frac{\partial\Phi'}{\partial x}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}$

Limit $K_2 \to \infty$, тогда из LLG получим Sin-Gordon $\theta_{xx} - \frac{1}{c^2}\ddot{\theta} = \frac{K_1}{2A}\sin 2\theta$

Выбор: $E = A[\theta_x^2 + \sin^2\theta\Phi_x^2] + K_2\sin^2\theta\cos^2\Phi + K_1\sin^2\theta$, и при $K_2 \to \infty$ снова LLG получаем Sin-Gordon уравнение с $c^2 = 4\frac{K_2A}{(M_s/\gamma)^2} = 4\gamma^2\frac{K_2A}{M_s^2}$, $c = 2\gamma\frac{1}{M_s}\sqrt{K_2A}$

$E_{DW}(v) = E_0\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, $\Delta(v) = \Delta_0\sqrt{1-v^2/c^2}$ - сокращение DW width

От 1 DW плана, $E_a = K_2m_x^2$ - получили большая "easy" плана анизотропия $K_2 \to \infty$ ("easy" plane = DW-plane yoz) и дает Sin. Gordon.

Статич. Sin-Gordon $\theta_{xx} = \frac{K_1}{2A}\sin 2\theta$, $\theta(x) = 2\operatorname{arctg}\exp(\frac{x}{\Delta_0})$, $\Delta_0 = \sqrt{A/K_1}$ ср. K_1

Самосогласованно: $\theta(x,t) = 2\operatorname{arctg}\exp\left[\frac{x-vt}{\Delta(v)}\right]$, $\Delta(v) = \Delta_0\sqrt{1-v^2/c^2}$

$\Phi' = \frac{J}{2K_2}\frac{\dot{\theta}}{\sin\theta} = \frac{J}{2K_2}\dot{\xi} = \frac{M_s}{2\gamma K_2}(-1)\frac{v}{\Delta(v)} = -\frac{M_s}{2\gamma K_2\Delta_0}\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ должно $\ll 1$.

$K_2 = \frac{c^2M_s^2}{4\gamma^2A}$, $\frac{M_s}{2\gamma K_2\Delta_0}\frac{v}{\sqrt{(\dots)}} = \frac{M_s\cdot 4\gamma^2A}{2\gamma\sqrt{A/K_1}\,c^2M_s^2}\frac{v}{\sqrt{(\dots)}} = 2\gamma\frac{A\sqrt{K_1}}{M_s\sqrt{A}\,c^2}\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \left|\frac{v}{c} = u\right| =$

$= 2\gamma\frac{\sqrt{AK_1}}{M_s}\frac{1}{2\gamma\sqrt{K_2A}}\frac{v}{\sqrt{1-u^2}} = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}}\frac{u}{\sqrt{1-u^2}}$, $\Phi' = \frac{\pi}{2} - \Phi = -\sqrt{\frac{K_1}{K_2}}\frac{u}{\sqrt{1-u^2}} \ll 1$ при $K_1 \ll K_2$ и u порядка 1

Хотя и $\Phi' \ll 1$ можно выполнить при $K_2 \gg K_1$, v близко к c, но $\Phi'(x,t) = \text{Const}(x,t)$ и $J\ddot{\theta} = 2K_2\sin\theta\dot{\Phi}' = 0$ у Sin-Gordon с $\ddot{\theta} \neq 0$ не выполнится!

Т.е. хотя и при $K_2 \to \infty$, $\Phi' \ll 1$ и получается Sin-Gordon для $\theta(x,t)$, но $\dot{\Phi}' = 0$, $\ddot{\theta} = 0$ - выпад Sin-Gordon содержит противоречие. Все же можно дать static case Sin-G для Φ, см. ур. (12)

Note: Erich-Mikeska J. Ph. C. 1983 дает решение by E.K. Skljanin, LOMI preprint 1979

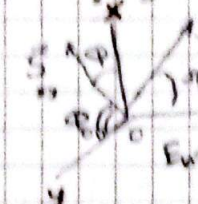
что $\mathcal{H} = (\frac{1}{2}CJ)^{1/2}\int dz\left[\left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 + \lambda S_z^2 - S_x^2\right]$, $\lambda = A/C = K_2/K_1$.

Escaneado con CamScanner

$\vec{S} = S(\cos\Theta\cos\Phi, \cos\Theta\sin\Phi, \sin\Phi)$, xoy DW plane, Θ – DW plane, Θ – not standard

$\vec{S}(x,t)/S = \frac{1}{ch\mu(x-vt)}(\pm th\mu(x-vt), \cos\Phi_0, \sin\Phi_0)$, $\Phi_0 = \Phi_0(v) \in [-\pi, \pi]$

$\begin{cases} \cos^2\Theta(x,t) = \cos^2\Phi_0 + \sin^2\Phi_0\, th^2\mu(x-vt) \\ \cos\Phi(x,t) = \frac{1}{\cos\Theta(x,t)} th\mu(x-vt) \end{cases}$



$\sin\Phi_0 = 0$ – Bloch DW, $\cos\Phi_0 = 0$ – Neel DW (?)

$\mu^2(v)$ ограничена, $v_{max} = \sqrt{\lambda+1}$, $E_{DW}(v) = E_0\mu(v)$ $\mu(v) = \frac{1}{\lambda(v)} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/\lambda}}$, при $\lambda \gg 1$

Движение $\Phi' = \frac{\pi}{2} - \Theta$ – при $\lambda \to \infty$.

$\mu^2 = 1 + \lambda\sin^2\Phi_0 + \frac{1}{1 - v^2/\lambda}$, $\sin^2\Phi_0(\lambda \gg 1) = \frac{1}{\lambda^2}\frac{v^2}{1 - v^2/v_m^2}$, $v_m^2 = \lambda$.

$\sin^2\Phi_0 \ll 1$ далее $v^2/\lambda \ll \frac{\lambda}{1+\lambda} \approx 1$, $v < v_m = \lambda^{1/2}$ – $\Phi_0(v) = 0$ по-прежнему при $v = 0$.

$\sin^2\Phi_0(v) = \frac{1}{\lambda}\frac{(v/v_m)^2}{1 - (v/v_m)^2}$ – Bloch DW; при $v \to v_m$, $\Phi_0(v) \to \pi/2$ – Neel DW

Ранее $\Theta(x,t)$ standard с DW || OYH, $\vec{S} \perp$ DW; в координатах Шкляника-Уокера $\cos\Phi(\xi,t) = \frac{th\mu\xi}{\sqrt{\cos^2\Phi_0 + \sin^2\Phi_0\, th^2\mu\xi}}$

$\cos\Phi(\xi) = \frac{th\mu\xi}{\sqrt{\cos^2\Phi_0 + \sin^2\Phi_0\, th^2\mu\xi}}$ – решение на уравнении sin-Gordon

$\xi = \mu(x - vt)$

МЗ – sin-Gordon $tg\frac{\Phi_s(\xi)}{2} = e^{\mu\xi}$, $\Phi_{xx} - \frac{1}{c^2}\Phi_{tt} = \frac{1}{2}\beta_0^2\sin 2\Phi$, $\mu_0 = \mu(v=0) = 1$.

$\sin\Phi_s(\xi) = \frac{1}{ch\mu\xi}$, $\cos^2\Phi_s(\xi) = 1 - \frac{1}{ch^2\xi} = th^2\xi$, $\cos\Phi_s(\xi) = th(\mu\xi)$

Sin-Gordon $\cos\Phi_s(\xi) = th\mu\xi$ – частное решение из солитонного решения при $\sin\Phi_0 = 0$, $\Phi_0 = 0$

неподвижного при $v = 0$.

Т.е. точное решение 1D движущейся DW с "лёгкой" DW плоскостью анизотропии и сильной осью в DW плоскости сводится к sin-Gordon, что и объясняет аналитический характер солитонных решений.

$tg^2\frac{\Phi(x,t)}{2} = \frac{1 - \cos\Phi}{1 + \cos\Phi} = \frac{[1 - \cos^2\Phi]^2}{1 - \cos^2\Phi} = 1 - \frac{2th\mu\xi}{\sqrt{c^2 + s^2 th^2\mu\xi}} + \frac{th^2\mu\xi}{(c^2 + s^2 th^2\mu\xi)} = \frac{1}{\dots}$

$\times\left[c^2 + (s^2+1)th^2\mu\xi - 2\sqrt{c^2 + s^2 th^2\mu\xi}\, th\mu\xi\right] = \frac{1}{\dots}\left[1 - \frac{th^2\mu\xi}{(c^2 + s^2 th^2\mu\xi)}\right] = \frac{1}{c^2 - s^2 th^2\mu\xi}$

$= \frac{1}{c^2 ch^2\mu\xi}\left[c^2 + (s^2+1)th^2\mu\xi - 2\sqrt{c^2 + s^2 th^2\mu\xi}\, th\mu\xi\right]$

Kivshar

Kivshar et al Rev Mod Phys. 61, 763 (1989) – сверхпроводящие, два типа бислойных FM

$E = \frac{1}{2}\int dx\left[a(\nabla\vec{M})^2 - \beta_1 M_1^2 - \beta_3 M_3^2\right]$ LLG $\dot{\vec{S}}_i = \vec{S}\times\vec{S}_{xx} + \vec{S}\times\hat{J}\vec{S}$ в 1D case

x in units $l_0 = (a/\beta_3)^{1/2}$, t in units $\omega_0^{-1} = (\gamma M_s\beta_3)^{-1}$, $\hat{J} = (J_1, J_2, J_3) = diag(\theta, \xi, 1+\xi)$

$\lambda = \xi = |\beta_1|/\beta_3$, $\beta_1 < 0$ – easy plane (DW plane) $\perp$ DW normal x, сводится к sin-Gordon

in the limit $J_1 \ll J_2 < J_3$, when oscillations of $\vec{S}(x,t)$ are localized near "easy" plane yOz,

$S_1 = -\frac{\beta}{R}$, $S_2 = \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{R^2}}\sin\varphi$, $S_3 = \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{R^2}}\cos\varphi$, $x = \sqrt{R}\,\chi$ где при $R \gg 1$, $S_1 \ll 1$,

SG-eq. $\varphi_{tt} = \varphi_{\chi\chi} - \frac{1}{2}\sin 2\varphi$, $\varphi_t = \beta$, if $\lim_{R\to\infty} R(J_3 - J_2)$, $(J_3 - J_1)/R$, $(J_2 - J_1)/R = 1$

Т.к. $J_1 = 0$, $\lim_{R\to\infty}\frac{J_3}{R} = \lim_{R\to\infty}\frac{J_2}{R} = 1$, $J_3 = 1 + \xi = R$, $J_2 = \xi = R$, $\xi = R \gg 1$ $R = \frac{K_x}{K_z}$ – hard ax. ratio

$S_1 = S_x = -\frac{\beta}{R} = -\frac{1}{R}\varphi_t \ll 1$. $\vec{S} = (S_1, S_2, S_3) = (\sin\Theta\cos\Phi, \sin\Theta\sin\Phi, \cos\Theta)$, $\Phi = \frac{\pi}{2} - \Phi'$

$S_1 = \sin\Theta\sin\Phi' \approx \Phi'\sin\Theta$, $S_2 = \sin\Theta\cos\Phi' \approx \sin\Theta$, $S_3 = \cos\Theta$.

$(1 - \frac{1}{2}\Phi'^2)$

(28/I) Вылет в UAM. Беседа с Maciej (мне один раз рассчитывать и отлет по SRO – Powell (inelastic scattering bulk SW на localized edge SW). Ночью ~1 page)

(29/I) Вылет в Santander (Bus, plane). Hotel "Abba" Santander. Ужин в ресторане

(30/I) Вернулись в Irun с 1. Обзвон. Банк.

(31/I) Беседа с J. Gonzalez о Sol-Shyraq, Ricardo: 1) обсуждение ещё раз работ Schlömann'71 и получение явной SW $\omega(k)$ для K_1, K_2 biaxial anisotropy; 2) обсужд. двух типов magnons $n_k \gg 1$ at

Дно SW (SW-SW scattering) $\omega_k \to \omega_k - i\Gamma_k$, $e^{-\Gamma_k t}$, Γ_k из Slim, numerical/analytical

Escaneado con CamScanner

Schlömann 1961 анизотропия $E_{дом} = \frac{1}{2} M_s \int dx \left[4\pi M_s m_y^2 - H_a m_z^2 + D (\partial m_z)^2 \right]$

- бионная анизотропия $W_a = K_1 \sin^2\theta + K_2 \sin^2\theta \sin^2\varphi$ θ к DW plane, $K_2 = 2\pi M_s^2$

Условие $2\pi M_s^2 > K_2$ и реализуется структура $K_2/K_1 \to \infty$ (ширина $\sim \frac{1}{\sqrt{K_2}}$) Schlömann 79, Ерёмин 1983, Кирьянов 89, под влиянием Sin-Gordon и релятивистская $E_{дом}(v^2)$

Schlömann $\beta = \frac{2\pi M_s^2}{K_1} \to \frac{K_2}{K_1}$ $\delta = \beta - 1 \to 0$ $\Phi^2(\delta) = 2+\delta - 2\sqrt{1+\delta} \to \delta$ at $\delta \to 0$

$$E_{дом}(v^2) = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sqrt{\gamma v^4 - 2v^2(1+\delta) + \delta^2 + 2 + \delta - v^2} = |\delta > 1| = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sqrt{(v^2+\delta)^2 + 2 + \delta - v^2} =$$

$$= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\gamma(v^2-\delta) + 2 + \delta - v^2}, \quad E_{дом}^{\gamma}(v^2) = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sqrt{2}, \quad E_{дом}^{-\gamma}(v^2) = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \sqrt{2(1+\delta-v^2)} = E_0 \sqrt{\delta - v^2}$$

т.е. при $\delta \to \infty$ $E_{дом}(v^2)$ Schlömann'79 не сводится к релятивистской $E_{дом}(v^2) = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ (характерного для Sin Gordon), поэтому Schlömann'79 использует approximation $\Phi(x,t) = \text{const}$, что несправедливо в Sin-Gordon. Но $E_{дом}(v^2)$ - Schlömann $\to$ верно при $v \to 0$

(VIII) • E.K. Sklyanin, preprint 1979 (Ленинград). Sklyanin solution (D-LLG)

LL: $\vec{S}(x,t) = (S_1, S_2, S_3)$, $|\vec{S}| = 1$, $\vec{S}_t = \vec{S} \times \vec{S}_{xx} + \vec{S} + \hat{J}\vec{S}$, $\hat{J} = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ -

- ромб. маг. анизотропия, $J_1 < J_2 < J_3$, $W_a(\vec{S})$. $\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[\left(\frac{\partial \vec{S}}{\partial x}\right)^2 + (J_3 - J_1) S_1^2 + (J_3 - J_2) S_2^2 \right]$

$W_a(\vec{S}) = \frac{1}{2}(J_2 - J_1) S_x^2 - \frac{1}{2}(J_3 - J_2) S_z^2$, $J_1 < J_2 < J_3$ - сложная "двухосная" плоскость yOz (DW plane) и "easy" axis Oz in DW plane. $\hat{x} \perp$ DW plane yOz

π-DW (kink) solutions удовлетв. $\vec{S}(x \to \pm\infty, t) = (0, 0, \pm 1)$ или $(0, 0, \mp 1)$ в зав. Sklyanin не вводит $\vec{S}(\Theta, \Phi)$ - направляющие. Связь $\varphi(x,t)$?

(+) Решение LLG: $S_1(x,t) = \pm \frac{\sin\varphi(\chi t)}{\text{ch}(\beta x - \tau t)}$, $S_2(x,t) = \mp \frac{\cos\varphi(\chi t)}{\text{ch}(\beta x - \tau t)}$, $S_3(x,t) = \pm \text{th}(\beta x - \tau t)$

где $\xi^2(\varphi) = (J_3 - J_1)\sin^2\varphi + (J_3 - J_2)\cos^2\varphi$, $\tau = (J_2 - J_1)\sin\varphi\cos\varphi$

Momentum $\mathcal{P} = 2\varphi$, energy $\mathcal{H} = 2\xi$, stable Bloch DW $|\varphi| < \frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4} < \varphi < \frac{5\pi}{4}$

Stable moving DW с $v = \text{const}$. unstable Neel DW, $\frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4} < \varphi < \frac{7\pi}{4}$

Sin-Gordon $\varphi_{xx} - \varphi_{tt} = \gamma \sin 2\varphi$, для углов $\varphi(x,t)$ в пределе $J_1 \ll J_2 < J_3$, т.е. $J_3/J_1 \to \infty$, $J_2 < J_3$, $R \to \infty$ Sklyanin'79

$\to$ $S_1 = -\frac{\rho}{R}$, $S_2 = \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R^2}}\sin\varphi$, $S_3 = \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R^2}}\cos\varphi$, $x = \sqrt{R}\,\chi$, $\varphi_t = \rho$

$R \to \infty$ при $R(J_3 - J_2) \to \gamma$, $(J_3 - J_1)/R \to 1$, $(J_2 - J_1)/R \to 1$

$W_a(\vec{S}) = K_x S_x^2 - K_z S_z^2$, $K_x = \frac{1}{2}(J_2 - J_1) \underset{R\to\infty}{\approx} \frac{R}{2}$, $K_z = \frac{1}{2}(J_3 - J_2) = \frac{1}{2}(J_3 - J_2) = \frac{1}{2}\frac{\gamma}{R} \to 0$

$K_x/K_z = \frac{R}{2}\frac{1}{\frac{1}{2}\frac{\gamma}{R}} = \frac{1}{\gamma}R^2$ при $R \to \infty$, $\gamma = \text{const}(R)$. $K_x/K_z = \frac{1}{\gamma}R^2 \to \infty$

$S_1 << 1$, $\rho << R^2$, $\varphi_t << R$. Sin-Gordon с $\varphi_{\chi\chi}$ (Kirshar'89) с $\chi = \sqrt{R}\,\chi$.

Kirshar'89 (p.896) берет $\gamma = 1$ и получает условие Sin-Gordon by Sklyanin'79.

Для Sklyanin'79, но Kirshar'89 не дает однозначное решение $\varphi(x,t)$.

$\xi^2(\varphi) = J_3 - J_1\sin^2\varphi - J_2\cos^2\varphi$ У Кирьянова $R = K_x/K_z = \lambda$, у Sklyanin $R = \sqrt{\gamma \frac{K_x}{K_z}}$.

Ерёмин'83 $\hat{z} \perp$ DW, $\hat{x}$ - ОЛН in DW-plane для Sklyanin's solution in the form

$\vec{S}(z,t) = (S_x, S_y, S_z) = \frac{1}{\text{ch}\mu(z - vt)}\left(\pm \text{sh}\mu(z-vt), \cos\Phi_0, \sin\Phi_0\right)$, see 26/I.

$\vec{S} = (\cos\theta_s\cos\Phi_s, \cos\theta_s\sin\Phi_s, \sin\theta_s) = \vec{S}(\Theta_s, \Phi_s)$, $\sin\theta_s = S_z = \frac{\sin\Phi_0}{\text{ch}\mu(z-vt)}$

$S_y = \cos\theta_s\sin\Phi_s = \frac{\cos\Phi_0}{\text{ch}\mu(z-vt)}$, $S_x = \pm\,\text{th}\mu(z-vt)$, $S_x^2 + S_y^2 = \cos^2\theta_s = \text{th}^2\xi + \frac{\cos^2\Phi_0}{\text{ch}^2\xi}$

при $\cos^2\theta_s = \cos^2\Phi_0 + \sin^2\Phi_0\,\text{th}^2\xi$, $\cos\Phi_0 = \frac{1}{\text{ch}\xi}\,\text{th}\xi$, $\xi = \mu(z - vt)$.

$\mu^2 = 1 + \lambda\sin^2\Phi_0$, $\lambda = K_x/K_z$, $\lambda^{-1} = K_0/K_x$ в обозн. Sklyanin'79 (где $\chi \to z$).

$\xi^2 = 2(K_1 + K_0)\sin^2\varphi + 2K_0\cos^2\varphi = 2K_0 + 2K_x + 2K_x\sin^2\varphi$, $\lambda = K_x$, $K_0 = \frac{1}{2}(J_2 + J_3)$ в обозначениях Ерёмин'83

$\xi^2 \Rightarrow 2\lambda \Longrightarrow \xi^2 = 2K_0 + 2K_x\sin^2\varphi = 1 + \lambda\sin^2\varphi$, т.е. однозначное φ-Sklyanin

Escaneado con CamScanner

и Φ_0 - Enrich. далее $\varphi = \Phi_0$ (!). $S_{Enrich}(x,t) = \frac{1}{ch\mu(x-vt)}(\sin\Phi_0, \cos\Phi_0, \pm sh\mu(\cdot))$

Ур Enrich'83 для произвольного $\Phi_0(v) = const(x,t)$.

$\xi x - \tau t = \xi(x - vt)$, $\nu\xi = \tau$, $\nu = \tau/\xi = \frac{1}{\xi}(J_2 - J_1)\sin\varphi\cos\varphi = \frac{\lambda}{\xi}\sin\varphi\cos\varphi$ $\xi = \mu$

Enrich'83 обобщение $\Phi_0 = const(x,t)$ и momentum $\mathcal{P} = 2\Phi_0$ и Kosevich'79 и Kivshar'89, которые дают $\Phi_0 = \varphi(x,t)$ вместо sin-Gordon с $\varphi_t \neq 0$.

Переход от $\vec{S} = (\cos\theta\cos\Phi, \cos\theta\sin\Phi, \sin\theta)$, $\hat{z} \perp$ Dw Enrich к стандарт $x \parallel$ Dw, $\hat{x} \perp$ Dw далее $x \rightleftarrows z$ $\vec{S} = (\cdot,\cdot)$ $\Phi_E \to \theta$, - нет. $\vec{S}_E = (\cos\theta_E\cos\Phi_E, \cos\theta_E\sin\Phi_E, \sin\theta_E)$ θ от оси $\hat{z}$, Φ от оси $\hat{x}$

Standard $\vec{S}(\theta,\Phi) = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$ в xyz с $\hat{x} \perp$ Dw

$\frac{\pi}{2} - \theta_E = \hat{x}\hat{S}$ $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta_E) = \sin\theta_E = S_z(E) = S_x(St) = \sin\theta\cos\Phi$

$\Phi_E = \hat{S_{xy}}\hat{z} = (\vec{S} - S_x\hat{x}, \hat{z})$, $\cos\Phi_E = (\vec{S} - S_x\hat{x})\cdot\hat{z}\,\frac{1}{\sqrt{|\vec{S} - S_x\hat{x}|^2|\hat{z}|^2}} = \frac{(\vec{S} - S_x\hat{x})\cdot\hat{z}}{|\vec{S} - S_x\hat{x}|}$

$\cos\Phi_E = \frac{S_z}{\sqrt{\vec{S}^2 + S_x^2 - 2\vec{S}\cdot S_x\hat{x}}} = \frac{S_z}{\sqrt{S_z^2 + S_y^2}} = \frac{\cos\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\theta\cos^2\Phi}}$

$\vec{S}_E = (S_E^x, S_E^y, S_E^z) \to |x \rightleftarrows z| = (S_E^z, S_E^y, S_E^x) = \vec{S} = (\cos\Phi\sin\theta, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$ (x, y, z)

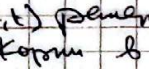
$S_z = \cos\theta = S_E^x = \cos\theta_E\cos\Phi_E$, $\sin\theta\sin\Phi = S_E^y = \cos\theta_E\sin\Phi_E$, $\cos\Phi\sin\theta = \sin\theta_E = S_x$

$S_z^2 + S_y^2 = \cos^2\theta_E = \cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2\Phi$, $\cos\Phi_E = \frac{\cos\theta}{\cos\theta_E} = \frac{\cos\theta}{\sqrt{1 - S_x^2}}$

Enrich: $\cos\Phi_E = \frac{th\mu(x-vt)}{\cos\theta_E} = \frac{\cos\theta}{\cos\theta_E}$, $\cos^2\theta_E = \cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2\Phi = \cos^2\Phi_0 + \sin^2\Phi_0\cos^2\theta$

$\cos^2\theta\cos^2\Phi + \sin^2\Phi = \cos^2\Phi_0 + \sin^2\Phi_0\cos^2\theta$, т.о. далее $\Phi = \pi/2 - \Phi_0$ или $\Phi_0 = \frac{\pi}{2}$.

$\Phi_0 = \frac{\pi}{2} - \Phi$ в standard $\vec{S}(\theta,\Phi)$ представлении разумно



т.к. $\Phi_0 \ll 1$ около ось $\hat{z} \perp$ Dw

// Выделим Enrich-Mikeska'83 не нашли $\varphi(x,t)$ решение By Skyabin'79, а Kivshar'89 - нашли. Кроме в решении Enrich'83 artificial, из-за системы координат $\hat{z} \perp$ Dw plane. (26/I).

→ Почему Skyabin'79 не написал eq. motion for $\varphi(x,t)$?, а только рассм. предел sin-Gordon при $\dot{\varphi} \to 0 (K_x/K_z \to \infty)$:

→ $S_x = -\frac{1}{R}\dot{\varphi}$, $S_y = \sqrt{1 - \frac{1}{R^2}\dot{\varphi}^2}\sin\varphi$, $S_z = \sqrt{1 - \frac{1}{R^2}\dot{\varphi}^2}\cos\varphi$ и предел $\frac{K_x}{K_z} \to \infty$

сообщ. $S_x \ll 1$, $\frac{\dot{\varphi}}{R} \ll 1$. $\varphi_{yy} - \varphi_{tt} = \frac{\gamma}{2}\sin 2\varphi$, $\varphi = \varphi(y,t)$, $y = \frac{y}{\sqrt{R}}$. $x = \sqrt{R}y$

1+1 Sin-Gordon $\theta_{xx} - \frac{1}{c^2}\theta_{tt} = \frac{1}{2}\frac{1}{\Delta^2}\sin 2\theta$ имеет реш. $\theta(x,t)$, $\sin\theta = \pm\frac{1}{ch\left(\frac{x - x_0}{\Delta}\right)} = \frac{\pm 1}{ch\frac{\xi}{\Delta}}$

$\xi = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\beta = v/c$. $\sin\varphi(y,t) = \pm\frac{1}{ch\left[\frac{y - vt}{\Delta\sqrt{1-\beta^2}}\right]} = \pm\frac{1}{ch\left[\sqrt{\gamma}\frac{(y-vt)}{\sqrt{1-v^2}}\right]}$, $c = 1$

$\frac{1}{\Delta^2} = \gamma$

$\sin\varphi(x,t) = \pm\frac{1}{ch\left[\sqrt{\gamma}\frac{(x/\sqrt{R} - vt)}{\sqrt{1-v^2}}\right]}$, $[\cdots] = \sqrt{\frac{\gamma}{R}}\frac{(x - \sqrt{R}vt)}{\sqrt{1-v^2}}$, $\sin\varphi(x,t) = \frac{1}{ch u}$

$ch\varphi = th u$. $\dot{\varphi}\cos\varphi = \frac{d}{dt}\frac{1}{ch u} = -\frac{1}{ch^2 u}sh u\cdot\dot{u} = -\frac{th u}{ch u}\dot{u} = -\cos\varphi\sin\varphi\cdot\dot{u}$

$\dot{\varphi} = -\sin\varphi\,\dot{u}$, $\frac{d}{dt}u = \frac{1}{ch u}\sqrt{\gamma}\frac{(x/\sqrt{R} - vt)}{\sqrt{1-v^2}} = -\sqrt{\gamma}\frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$, $\dot{\varphi} = +\sin\varphi\cdot\sqrt{\gamma}\frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$

$\dot{\varphi} = \frac{1}{ch u}\sqrt{\gamma}\frac{v}{\sqrt{1-v^2}} = \dot{\varphi}(x,t)$ не нашел $u = 0$, $x = \sqrt{R}\cdot vt$ + центр Soliton.

sin-Gordon Soliton: $S_x(x,t) = -\frac{1}{R}\frac{1}{ch u}\frac{\sqrt{\gamma}v}{\sqrt{1-v^2}}$, $S_y(x,t) \approx \sin\varphi = \frac{1}{ch u}$, $S_z(t,x) \approx th u$, $\frac{x}{\sqrt{R}}$, $V = \sqrt{R}v$

$v = \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{1-v^2}}(x/\sqrt{R} - vt)$

$R = 2K_x \to \infty$. Это новая Bloch Dw ($S_x < 1$), движется со скоростью $\frac{v\sqrt{R}}{} = V \gg 1$, а ширина $\Delta = \sqrt{\frac{R}{\gamma}}\sqrt{1-v^2}$, $\frac{K_x}{K_z} = \frac{R^2}{\gamma}$, $R = 2K_x$.

$\frac{R}{\gamma} = \frac{1}{R}\frac{K_x}{K_z} = \frac{1}{2K_z}$, $\Delta_0 = \sqrt{\frac{R}{\gamma}} = \sqrt{\frac{1}{2K_z}}$, $\Delta(v) = \Delta_0\sqrt{1-v^2}$

$\lambda = K_x/K_z$

$E = S\int dx\left[A\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\right)^2 + K_x m_x^2 - K_z m_z^2\right] = S K_z\delta\int\frac{dx}{\delta}\left[\frac{A}{K_z}\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\right)^2 + \lambda m_x^2 - m_z^2\right] = \left|\delta = \sqrt{A/K_z}\right| =$

$x \to x/\delta$

$= S\sqrt{AK_z}\int dx\left[\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\right)^2 + \lambda m_x^2 - m_z^2\right]$. $\Delta_0 = \sqrt{\frac{A}{2K_z}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\delta$. $V_{DW} = \sqrt{R}v = \sqrt{2K_x}\delta$

Сравн. Kivshar'89 x in units $l_0 = \sqrt{\alpha/\beta_3} = \sqrt{A/K_z} = \delta$, t in units $\tau = \frac{1}{\gamma M_S\beta_3} = \frac{M_S}{\gamma}\frac{1}{2K_z}$.

velocity in units $v_0 = l_0/\tau = \sqrt{A/K_z}\cdot\frac{2K_z\gamma}{M_S} = \frac{2\gamma}{M_S}\sqrt{AK_z}$, $v^2 \to v^2/v_0^2 = \frac{Rv^2}{Rv_0^2} = v^2/v_m^2$

$v_m^2 = Rv_0^2 = \frac{2K_x}{K_z}\left(\frac{2\gamma}{M_S}\right)^2(AK_z) = 2K_x A\left(\frac{2\gamma}{M_S}\right)^2$, $v_m = \frac{2\gamma}{M_S}\sqrt{2K_x A}$ откуда v_m. $K_x \gg K_z$.

Т.е. ширина DW определяется small K_z, а max velocity V_m определяется K_x как в [illegible]'64.

Escaneado con CamScanner

Вариант решения Sklyanin'79 (+) $S_x(xt) = \frac{\sin\varphi(xt)}{ch\xi}$, $S_y(xt) = \frac{\cos\varphi(xt)}{ch\xi}$, $S_z(xt) = th\xi$

$\xi = \frac{1}{\Delta}x - \nu t = \frac{1}{\Delta}(x - \vartheta t)$, $\xi = \xi(\varphi)$, $\vartheta = \vartheta(\varphi)$ надо рассмотр. как ansatz 2 ого вместо 3-х уравнения для $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)(x,t)$ получили одно ур. для $\varphi(x,t)$.

Решение 3-го ур для $\varphi(x,t)$ при $\frac{K_x}{K_z} \to \infty$ и приближение в Sin-Gordon.

$\vec{S} = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$. Можно ли $S_x = \sin\theta\cos\Phi = \frac{(+1)}{ch\xi}\sin\varphi$, $\sin\theta = \frac{1}{ch\xi}$,

$S_y = \sin\theta\sin\Phi = \frac{(+1)}{ch\xi}\cos\Phi$ (φ), $\cos\theta = S_z = th\xi$ приняли $\Phi = \pi/2 - \varphi$ или $\Phi = \frac{\pi}{2} + \varphi$

при $\varphi \ll 1$, $S_x \ll 1$ получили sin-Gordon для $\varphi(x,t)$.

$W_a(\theta,\Phi) = K_x m_x^2 - K_z m_z^2 = K_x \sin^2\theta\cos^2\Phi - K_z\cos^2\theta$

$$\begin{cases} -J\sin\theta\dot\theta = -K_x\sin^2\theta\sin 2\Phi - 2A\Phi_{xx}\sin^2\theta - 2A\Phi_x\theta_x\sin 2\theta \\ J\sin\theta\dot\Phi = (K_x\cos^2\Phi + K_z)\sin 2\theta + A(\Phi_x)^2\sin 2\theta - 2A\theta_{xx} \end{cases}$$ см. 18/I

$J = M_0/f$.

подстановка $\frac{\sin\theta}{} = \frac{1}{ch\xi}$, $\cos\theta = \pm th\xi$, $\theta_x = \frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{ch\xi} = -\frac{1}{ch^2\xi}sh\xi\cdot\xi_x = -\frac{th\xi}{ch\xi}\cdot\xi_x =$

$\theta_{xx} = \frac{\partial}{\partial x}(-1)\frac{th\xi}{ch\xi}\xi_x = \frac{(-1)}{ch^2\xi}\left[\frac{1}{ch^2\xi}\xi_x\frac{1}{(ch\xi)^{-1}} - th\xi\cdot sh\xi\cdot\xi_x\right]\xi_x$ — неверно

$= +\sin\theta\cos\theta\,\xi_x$

$\cos\theta\,\theta_x = -\frac{1}{ch^2\xi}sh\xi\cdot\xi_x = -\sin\theta\cos\theta\,\xi_x$, $\theta_x = -\sin\theta\,\xi_x = -\frac{1}{ch\xi}\xi_x$, $\xi_{xx} = 0$,

$\theta_{xx} = \frac{1}{ch^2\xi}sh\xi(\xi_x)^2$, $\xi = \frac{1}{\Delta}(x - \vartheta t)$, $\xi_x = \frac{1}{\Delta}$, $\xi_{xx} = 0$, $\dot\xi = -\vartheta\frac{1}{\Delta}$? ввес. $\varphi(x,t)$

$$\begin{cases} \dot\theta = -\frac{1}{ch\xi}\dot\xi \to +J\frac{1}{ch^2\xi}\dot\xi = -K_x\frac{\sin 2\Phi}{ch^2\xi} - 2A\Phi_{xx}\frac{1}{ch^2\xi} - 2A\Phi_x\sin 2\theta\,(-1)\frac{1}{ch\xi}\xi_x \\ J\frac{1}{ch\xi}\dot\Phi = (K_x\cos^2\Phi + K_z)2\frac{1}{ch^2\xi}sh\xi + A(\Phi_x)^2\frac{2sh\xi}{ch^2\xi} - 2A\frac{sh\xi}{ch^2\xi}(\xi_x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\vartheta\xi J = -K_x\sin 2\Phi - 2A\Phi_{xx} + 2A\Phi_x\xi\cdot 2th\xi \\ J\dot\Phi = 2(K_x\cos^2\Phi + K_z)th\xi + 2A(\Phi_x)^2 th\xi - 2A\xi^2 th\xi \\ J\,cth\xi\,\dot\Phi = K_x\cos^2\Phi + K_z - A\xi^2 + A(\Phi_x)^2 \end{cases}$$

$\lambda = K_x/K_z \gg 1$

прибл. $\Phi = \frac{\pi}{2} - \varphi$

def. $\xi^2(\Phi) \equiv \frac{1}{A}(K_z + K_x\cos^2\Phi)$

$(**)$ $+\vartheta\xi J = K_x\sin 2\Phi + 2A\Phi_{xx} - 2A\cdot 2\xi th\xi$ и $\frac{J}{2A}cth\xi\dot\Phi = (\Phi_x)^2$, $\xi = \frac{1}{\Delta}(x - \nu t)$

при $K_x \to \infty$, $\vartheta\xi \approx \frac{K_x}{J}\sin 2\Phi$, $\vartheta^2\xi^2 = \frac{K_x^2}{J^2}\sin^2 2\Phi$, $\cos^2\Phi = \frac{(A\xi^2 - K_z)}{K_x} = \varepsilon$

$\vartheta^2\xi^2 = \frac{K_x^2}{J^2}(1 - \cos^2 2\Phi)$, $\cos 2\Phi = 2\cos^2\Phi - 1 = 2\varepsilon^2 - 1$, $\cos^2 2\Phi = (2\varepsilon^2 - 1)^2$

$\vartheta^2\xi^2 = \frac{K_x^2}{J^2}\left[1 - (2\varepsilon^2 - 1)^2\right]$, $\varepsilon = \frac{1}{K_x}(A\xi^2 - K_z)$, получили ур. для $\xi^2(\vartheta^2)$.

$\to \Phi_{xx} + \frac{K_x}{2A}\sin 2\Phi = \frac{\vartheta\xi J}{2A} - 2\xi\cdot th\xi$ и $\frac{J}{2A}\dot\Phi = th\xi(\Phi_x)^2$ — точные ур-я.

$\frac{J}{2A}\ddot\Phi = \frac{1}{ch^2\xi}sh\xi\cdot\dot\xi(\Phi_x)^2 + th\xi\cdot 2\Phi_x\Phi_{xt}$. $(2\varepsilon^2 - 1)^2 - 1 = 4\varepsilon^4 - 4\varepsilon^2 \approx -4\varepsilon^2$, $\varepsilon \ll 1$

$\vartheta^2\xi^2 = \left(\frac{K_x}{J}\right)^2 4\varepsilon^2 = \frac{K_x^2}{J^2}4\cdot\frac{(A\xi^2 - K_z)^2}{K_x^2}$, $\frac{1}{4}\vartheta^2\xi^2 J^2 = (A\xi^2 - K_z)^2$, $\xi^2(\vartheta) = \frac{\vartheta J}{2A} + \sqrt{\frac{\vartheta^2 J^2}{4A^2} + \frac{K_z}{A}}$

— сепаратное решение, когда $\xi^2(\vartheta = 0) = \sqrt{\frac{K_z}{A}} = \frac{1}{\Delta_0}$ — верно.

(2/II) уравнение типа ур. уравнения в физике, - Carrefour-Markat-ch., Эшмо.

(2/II) $\xi = \frac{1}{\Delta}(x - \vartheta t) \equiv y$, $\sin\theta = \frac{1}{ch y}$, $\cos\theta = \pm th y$, $\theta_x\cos\theta = -\frac{1}{ch^2 y}sh y\cdot y_x = -\sin\theta\cos\theta\,y_x$

приближение 1/II.

$\theta_x = -\sin\theta\,y_x$, $\theta_{xx} = \frac{\partial}{\partial x}(-)\sin\theta\,y_x = (-)\cos\theta\,\theta_x\,y_x - \sin\theta\,y_{xx} = (-)\cos\theta\,y_x(-\sin\theta)\,y_x -$

$-\sin\theta\,y_{xx} = \sin\theta\cos\theta(y_x)^2 - \sin\theta\,y_{xx}$, $\dot\theta = -\sin\theta\,\dot y$. Из системы ур.:

$J\sin^2\theta\,\dot\vartheta = -K_x\sin^2\theta\sin 2\Phi - 2A\Phi_{xx}\sin^2\theta - 2A\Phi_x\sin 2\theta(-\sin\theta\,y_x)$

$\cdot J\dot y = -K_x\sin 2\Phi - 2A\Phi_{xx} + 4A\Phi_x y_x\cos\theta$, $y = \frac{1}{\Delta}(x - \nu t)$, но $\xi = \frac{1}{\Delta}(x,t)$ из-за $\varphi(x,t)$.

$J\sin\theta\dot\Phi = (K_x\cos^2\Phi + K_z)\sin 2\theta + A(\Phi_x)^2\sin 2\theta - 2A\left[\sin\theta\cos\theta(y_x)^2 - \sin\theta\,y_{xx}\right]$

$\cdot J\dot\Phi = (K_x\cos^2\Phi + K_z)2\cos\theta + 2A(\Phi_x)^2\cos\theta - 2A\cos\theta(y_x)^2 + 2A\,y_{xx}$

$y_x = \frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{\Delta}(x - \vartheta t) = \frac{\partial\xi}{\partial x}(x - \vartheta t) + \frac{1}{\Delta} = \xi_x(x - \vartheta t) + \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left[1 + \frac{\xi_x}{\xi}(x - \vartheta t)\right]$

$\frac{J}{2A}\dot\Phi = \cos\theta\left[\frac{1}{A}(K_x\cos^2\Phi + K_z) - (y_x)^2\right] + (\Phi_x)^2\cos\theta + y_{xx}$, def. $\xi^2(\Phi) = \frac{1}{A}(K_z + K_x\cos^2\Phi)$

$\frac{J}{2A}\dot\Phi = \cos\theta\left[\xi^2 - (y_x)^2\right] + (\Phi_x)^2\cos\theta + y_{xx}$. Сист. Sklyanin $\tau = \frac{1}{\Delta}\vartheta = (J_2 - J_1)\sin\varphi\cos\varphi =$

$\lambda = K_x/K_z$. $= \frac{\lambda}{2}\sin\varphi\cos\varphi$

$\xi^2(\Phi) = \frac{K_z}{A}(1 + \lambda\cos^2\Phi)$, $\Delta_0^2 = A/K_z$, $\xi^2(\Phi) = 1 + \lambda\sin^2\varphi$, $\Phi = \pi/2 - \varphi$, ξ в ед. Δ_0.

Escaneado con CamScanner

$\frac{J}{2A}\dot{y} = -\frac{K_x}{A}\cos\Phi\sin\Phi - \Phi_{xx} + 2\Phi_x y_x \cos\theta$, $\frac{K_x}{A} = \frac{K_x}{K_z}\frac{K_z}{A} = \frac{1}{\Delta_0^2}\lambda$, $\lambda = \frac{K_x}{K_z}$

Def. $\xi v = \lambda \sin\varphi\cos\varphi = \lambda\sin\Phi\cos\Phi$. $\frac{J}{2A}\dot{y} = -\frac{1}{\Delta_0^2}\xi v - \Phi_{xx} + 2\Phi_x y_x\cos\theta$.

$\frac{J}{2A}\dot{\Phi} = (\xi^2 - y_x^2)\cos\theta + (\Phi_x)^2\cos\theta + y_{xx}$, $\frac{J}{2A}\Delta_0^2 = \frac{J}{2A}\left(\frac{K_z}{A}\right)^{-1} = \frac{J}{2K_z} = \frac{M_s}{\gamma}\frac{1}{2K_z} = \frac{1}{\gamma H_a} = \left(\frac{1}{t_0}\right)^{-1} = t_0$

(*) $\begin{cases} \dot{y} = -\xi v - \Phi_{xx} + 2\Phi_x y_x\cos\theta \\ \dot{\Phi} = (\xi^2 - y_x^2)\cos\theta + (\Phi_x)^2\cos\theta + y_{xx} \end{cases}$ — система УД после подстановки $t \to \omega_0 t = t/t_0$.

$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{ch} y}$, $\cos\theta = \operatorname{th} y$, $y = \frac{\xi}{\gamma}(x - vt)$, $y = y(x,t)$,

где в/имеем $\xi^2 = 1 + \lambda\cos^2\Phi$, $\xi v = \lambda\sin\Phi\cos\Phi$, $\lambda = K_x/K_z$ (λ может $\to\infty$).

$y_x = \xi + \xi_x(x - vt)$, $y = \xi(x - vt)$, $y_{xx} = 2\xi_x + \xi_{xx}(x - vt)$, $\Phi = \pi/2 - \varphi$ (Burgers).

Walker limit $\dot{\Phi} = 0$, $\frac{\partial\xi}{\partial x} = 0$, $y_x = \xi$, $\dot{y} = -\xi v$ и $\Phi = \Phi_0$ из системы $\xi v = \lambda\sin\Phi_0\cos\Phi_0$, $\xi^2 = 1 + \lambda\cos^2\Phi_0$

$y = \xi\cdot(x - vt)$, $y(\Phi) = \xi(\Phi)(x - vt)$, т.е. можно решать одно из ур. (*), т.к. независимая переменная будет $\Phi = \Phi(x,t)$ только.

$\dot{y} = \frac{\partial}{\partial t}\xi(x - vt) = \dot{\xi}(x - vt) + \xi(-v) \to \dot{\xi}(x - vt) = -\Phi_{xx} + 2\Phi_x\cos\theta\,[\xi + \xi_x(x - vt)]$

$y_x^2 - \xi^2 = [\xi + \xi_x(x - vt)]^2 - \xi^2 = \xi_x^2(x - vt)^2 + 2\xi\xi_x(x - vt)$

$\xi_x = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\lambda}{v}\sin\Phi\cos\Phi = \frac{\lambda}{2v}\frac{\partial}{\partial x}\sin 2\Phi = \frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\cdot\Phi_x$, $\xi_{xx} = \frac{\lambda}{v}\frac{\partial}{\partial x}\cos 2\Phi\,\Phi_x =$

$= \frac{\lambda}{v}(-2)\sin 2\Phi(\Phi_x)^2 + \frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\,\Phi_{xx}$, $\cos\theta = \operatorname{th} y$, $\dot{\xi} = \frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\,\dot{\Phi}$

$\begin{cases} \dot{\xi}(x - vt) = -\Phi_{xx} + 2\Phi_x\cos\theta\left[\xi + (x - vt)\frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\cdot\Phi_x\right] \\ \dot{\Phi} = \cos\theta\left[-\xi_x^2(x - vt)^2 - 2\xi\xi_x(x - vt)\right] + (\Phi_x)^2\cos\theta + 2\xi_x + \xi_{xx}(x - vt) \end{cases}$

(1) $\frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\,\dot{\Phi}(x - vt) = -\Phi_{xx} + 2\Phi_x\cos\theta\,\xi + 2\frac{\lambda}{v}\cos\theta(x - vt)\cos 2\Phi\cdot(\Phi_x)^2$

(2) $\dot{\Phi} = -\cos\theta\left[(x - vt)^2\frac{\lambda^2}{v^2}\cos^2 2\Phi\,(\Phi_x)^2 + 2(x - vt)\frac{\lambda}{2v}\sin 2\Phi\,\frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\,\Phi_x\right] + (\Phi_x)^2\cos\theta +$

$+ 2\frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\cdot\Phi_x + (x - vt)\left[\frac{\lambda}{v}\cos 2\Phi\,\Phi_{xx} - 2\frac{\lambda}{v}\sin 2\Phi(\Phi_x)^2\right]$

в/ш $\lambda = K_x/K_z \to \infty$, $\cos 2\Phi = \cos 2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos(\pi - 2\varphi) = -\cos 2\varphi$, $\varphi \ll 1$

$\Phi_x = -\varphi_x \ll 1$, $\dot{\Phi} = -\dot{\varphi} \ll 1$, $\xi = \frac{\lambda}{2v}\sin 2\Phi = \frac{\lambda}{2v}\sin(\pi - 2\varphi) = +\frac{\lambda}{2v}\sin 2\varphi \sim \lambda\varphi$ — вывод

(1): $\dot{\Phi} \equiv 0$ в/ш $\lambda\varphi \xrightarrow[\lambda\to\infty]{} \text{const}$. (2) $\dot{\Phi} = -\cos\theta\left[(x - vt)^2\frac{\lambda^2}{v^2}\varphi_x^2 + (x - vt)\frac{\lambda^2}{v^2}\cdot 2\varphi(-1)(-\varphi_x)\right] +$

$+ 2\frac{\lambda}{v}(-1)(-\varphi_x) + (x - vt)\frac{\lambda}{v}(-1)(-\varphi_{xx}) = -\cos\theta\,\frac{\lambda^2}{v^2}(x - vt)\left[(x - vt)\varphi_x^2 + 2\varphi\varphi_x\right] +$

$+ 2\frac{\lambda}{v}\varphi_x + (x - vt)\frac{\lambda}{v}\varphi_{xx}$. нелин. Может упрощение. $\lambda\varphi \xrightarrow[\lambda\to\infty]{} \text{const}$ неверно?

Может найти ξ из $\xi(\Phi) = \sqrt{1 + \lambda\cos^2\Phi}$, $\xi_x = \frac{1}{2\sqrt{(\cdot)}}\lambda(-2\cos\Phi\sin\Phi)\Phi_x$

$\xi_x = -\frac{1}{\xi}\frac{\lambda}{2}\sin 2\Phi\,\Phi_x$, $y_x = \xi + \xi_x(x - vt) = \xi + (x - vt)(-1)\frac{1}{\xi}\frac{\lambda}{2}\sin 2\Phi\,\Phi_x \approx \xi + O(\lambda\varphi^2)$

$\xi = -\frac{1}{\xi}\frac{\lambda}{2}\sin 2\Phi\cdot\dot{\Phi} - O(\varphi^2)$, $\xi_x = O(\lambda\varphi^2)$. $\min \varphi \to 0$

(1) $0 = -\Phi_{xx} + 2\xi\Phi_x\cos\theta$; (2) $\dot{\Phi} = y_{xx} = 2\xi_x + \xi_{xx}(x - vt) = O(\lambda\varphi^2) \simeq 0$.

$\Phi_{xx} = 2\xi\Phi_x\cos\theta = 2\operatorname{th} y\,\Phi_x\sqrt{1 + \lambda\cos^2\Phi}$, $y = \xi(x - vt) = \sqrt{1 + \lambda^2\cos^2\Phi}\,(x - vt)$

$\frac{\Phi_{xx}}{\Phi_x} = \frac{d}{dx}\ln\Phi_x = F(\Phi) = 2\xi(\Phi)\operatorname{th} y(\Phi) = 2\xi(\Phi)\operatorname{th}[\xi(\Phi)(x - vt)]$, $\to \Phi = \Phi(x - vt)$.

Может $\lambda\varphi^2 \to \text{const}$ в/ш $\lambda\to\infty$?

Нова подстановка $\vec{S} = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$ с $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{ch} y}$, $\cos\Phi = \operatorname{th} y$

$y = y(x - vt)$ в LLG с biaxial anisotropy K_x, K_z не удается получить sin-Gordon

для $\varphi = \frac{\pi}{2} - \Phi$ в/ш $\lambda = K_x/K_z \to \infty$.

Следующий пункт: $\mathcal{H} = \frac{1}{2}\int dx\left[(\vec{S}_x)^2 + 2K_x S_x^2 - 2K_z S_z^2\right] = \frac{1}{2}\int dx\left[(\vec{S}_x)^2 + \lambda S_x^2 - S_z^2\right]$

$\dot{\vec{S}} = \vec{S}\times\vec{S}_{xx} + \vec{S}\times\hat{J}\vec{S}$, $J = \operatorname{diag}(J_1, J_2, J_3)$, $\vec{S}_t = -\frac{\partial W}{\partial\dot{\vec{S}}}$, $W(\vec{S}) = \frac{1}{2}(\vec{S}_x)^2 + \frac{1}{2}\lambda S_x^2 - S_z^2$

$K_x = \frac{1}{2}(J_2 - J_1)$ $K_z = \frac{1}{2}(J_3 - J_2)$, $\lambda = K_x/K_z$.

$\hat{J}\vec{S} = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 S_1 \\ J_2 S_2 \\ J_3 S_3 \end{pmatrix}$, $\vec{S}\times\hat{J}\vec{S} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ S_x & S_y & S_z \\ J_1 S_x & J_2 S_y & J_3 S_z \end{vmatrix} =$

$= \hat{x}(J_3 S_y S_z - J_2 S_z S_y) + \hat{y}(J_1 S_z S_x - J_3 S_x S_z) +$

$+ \hat{z}(S_x S_y J_2 - S_x S_y J_1) =$

$= \hat{x}(J_3 - J_2)S_z S_y + \hat{y}(J_1 - J_3)S_z S_x + \hat{z}(J_2 - J_1)S_x S_y = (J_3 - J_2)[S_z S_y + \lambda' S_z S_x \dot{\vec{y}} +$

$+ \lambda S_x S_y \hat{z}]$, $\lambda' = (J_1 - J_3)/(J_3 - J_2) \gg 1$, $\lambda = (J_2 - J_1)/(J_3 - J_2) \to \infty$, $J_1 < J_2 < J_3$ но $J_2 \approx J_3$, $J_1 \ll J_2, J_3$

Может в УД для S_x, S_y, S_z удастся найти предел $\lambda\to\infty$, $S_x \to 0$.

Escaneado con CamScanner

$\dot S_x = S_y S_z'' - S_z S_y'' + S_x S_y \cdot S_y' = S_z S_x'' - S_x S_z'' + \lambda' S_z S_x$, $S_z'' = \frac{\partial^2}{\partial x^2} S_z$

$\dot S_z = S_x S_y'' - S_y S_x'' + \lambda S_x S_y$, $\lambda' = \frac{1}{(J_1 - J_2)} (J_1 - J_2) = \frac{1}{(J_2 - J_3)} \left[J_1 - J_2 + J_1 - J_3 \right] =$

Из Шляхмана 79, для kinkbeat'а не работает ($\dot\varphi \ll 1$, $\dot\varphi \gg 1$, $\varepsilon = -1 - \lambda$, $\lambda > 0$

где $R = K_1/K_2$ (kinkbeat) или $R = \sqrt{K_1 K_2}$ (Шляхман), $R \gg 1$, $S_y \ll 1$,

$S_x = \sin\theta \cos\varphi + \dot\varphi / R$ (помни $\sin\theta \ll 1$?

$S_x = -\frac{1}{R}\dot\varphi = \frac{1}{R}\Phi \ll 1$, $\dot S_x = \frac{1}{R}(-)\ddot\varphi$, $\dot S_x = S_y S_z'' - S_z S_y'' + S_z S_y$

S_y, $S_z \sim 1$, $S_x \ll 1$.

$\nu_{max} = \sqrt{1 + K_1/K_2} - 1$ by Schlömann'ю и сходится $\Phi = \frac{\pi}{2} + \varphi$, $\varphi \ll 1$ ($\Phi = \text{const}$) $\varphi = 0$ $\frac{1}{\nu} = \frac{K_2}{K_1} \gg 1$

необходимость и б. к. B. Braun, O. Bondarenko PRL 71, 2335 (1993).

Note: J. S. Kleman, M. B. Braun et al. PRB 43, 5902 (1991). General solution of LLG linearized around Bloch DW (SW).

(4/II) подготовил и послал abs. „Skyrmions" for talk to HMM'19 Greece. Reserved hotel „Atlantis" на May 19–23 с free cancellation не позже May 3. Кат. Nov book Sums,

(5/II) Meeting с Ricardo, говорили как найти $E_{SW}(V^2)$ методом Schlömann'71. Ref. Search 1D-DW, 1D-chaining, limit case LLG → SG при $K_1/K_2 \gg 1$.

Остались Шляхман 79 об Enz'бен (и некоторых Enz-последователей): 1) Sin-Gordon получается из LL при $K_1/K_2 \to \infty$, 2) Sin-Gordon даже $\Phi(x,t)$, а надо $\theta(x,t)$;

3) условие $\Phi \ll 1$, или $\frac{\pi}{2} - \Phi \ll 1$ не нужно, достаточно $K_1/K_2 \to \infty$.

$\vec m = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$, $\vec x \perp$ DW, $\sin\theta = \frac{1}{\cosh\eta}$, $\cos\theta = \tanh\eta$ можно рассм. как change of variables $\theta(x,t) \to \eta(x,t)$. Везде условие $\gamma^2(\Phi) = 1 + \lambda\cos^2\Phi$, $\gamma^2 = \lambda + \sin^2\Phi\cos^2\Phi$,

где $\eta(x,t) = \xi(x,t)\cdot(x - vt)$ вид надо обосновать, $K_1/K_2 = \lambda$, $\Delta_0^2 = A/K_2$.

$$\begin{cases} \frac{J}{2A}\dot\eta = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\Phi}\sin 2\Phi - \dot\Phi\Phi_{xx} + 2\Phi_x\eta_x\tanh\eta \\ \frac{J}{2A}\dot\Phi = \frac{1}{\Delta^2}(1 + \lambda\cos^2\Phi)\tanh\eta + (\Phi_x)^2\tanh\eta - (\eta_x)^2\tanh\eta(\eta_x)^2 + \eta_{xx}, \quad \frac{\Delta^2 J}{2A} = \frac{1}{\gamma H_a} = t_0, \ H_a = \frac{2K_2}{M_S} \end{cases}$$

$x/\Delta \to x$

$$\begin{cases} \dot\eta = -\frac{\lambda}{2}\sin 2\Phi - \Phi_{xx} + 2\Phi_x\eta_x\tanh\eta \\ \dot\Phi = \left[1 + \lambda\cos^2\Phi + (\Phi_x)^2 - (\eta_x)^2\right]\tanh\eta + \eta_{xx} \end{cases}$$ — точные УД, где $\theta \to \eta$, $\eta = \xi(x - vt)$, зависят лишь от параметра $\lambda = K_1/K_2$.

$\theta_1 < 0$, $\cos\theta = \tanh\eta$

Если нужно $1 + \lambda\cos^2\Phi = (\eta_x)^2$ и $\eta_{xx} \ll 1$, то $\dot\Phi = 0$ — мало.

Мы имеем $\Phi = \pi/2 - \varphi$, $\cos^2\Phi = \sin^2\varphi$, $\varphi \ll 1$ и $(\Phi_x)^2 \ll 1$, $(\eta_x)^2 \ll 1$, то

$\dot\Phi = \tanh\eta$, $\ddot\Phi = \frac{1}{\cosh^2\eta}\dot\eta \approx \dot\eta$ ($\eta \approx 0$), $\dot\eta = \ddot\Phi = -\frac{\lambda}{2}\sin 2\Phi - \Phi_{xx}$

$\frac{1}{\lambda}\ddot\Phi + \Phi_{xx} = -\frac{\lambda}{2}\sin 2\Phi$ не нашли sin-Gordon для $\Phi(x,t)$

Исходные УД для θ, Φ (1/II): $\begin{cases} -J\dot\theta = -K_1\sin\theta\sin 2\Phi - 2A\Phi_{xx}\sin\theta - 4A\theta_x\Phi_x\cos\theta \\ J\dot\Phi = 2(K_1\cos^2\Phi + K_2)\cos\theta + 2A(\Phi_x)^2\cos\theta - 2A\frac{1}{\sin\theta}\theta_{xx} \end{cases}$

Не было как из УД для (θ,Φ), (η,Φ) или (ξ,Φ) найти sin-Gordon.

(6/II) Решение Шляхмана 79 для $\lambda = K_1/K_2 \to \infty$, $S_x = -\frac{1}{R}\dot\varphi$, $S_y = \sqrt{1 - \dot\varphi^2/R^2}\sin\varphi$,

$S_z = \sqrt{1 - \dot\varphi^2/R^2}\cos\varphi$

подставили в общие УД-LL для S_x, S_y, S_z.

$S_x' = -\frac{1}{R}\dot\varphi'$, $S_y = \cos\varphi\varphi'$, $S_y'' = -\sin\varphi\varphi'' - \cos\varphi\varphi'^2$ — неверно.

$\dot S_x = -\frac{1}{R}\ddot\varphi = \sin\varphi(-\cos\varphi)\varphi'^2 - \cos\varphi(-\sin\varphi\varphi'') + \sin\varphi\cos\varphi = \sin\varphi\cos\varphi$

$\dot S_y = \cos\varphi\dot\varphi = \cos\varphi\left(-\frac{1}{R}\dot\varphi''\right) + \frac{1}{R}\dot\varphi(-\cos\varphi)\varphi' + \lambda'\cos\varphi\left(-\frac{1}{R}\dot\varphi\right)$,

$R\ddot\varphi = -\dot\varphi'' - \dot\varphi\varphi'^2 - \lambda'\dot\varphi$, $\dot S_z = -\frac{1}{R}\dot\varphi(-\sin\varphi\varphi') + \sin\varphi\left(-\frac{1}{R}\dot\varphi''\right) + \lambda\left(-\frac{1}{R}\dot\varphi\sin\varphi\right) = -\sin\varphi\dot\varphi$

$R\dot\varphi = -\dot\varphi\varphi'^2 - \dot\varphi'' + \lambda\dot\varphi$, $\lambda' = -1 - \lambda$, $-\lambda'\dot\varphi = (1+\lambda)\dot\varphi = \lambda\dot\varphi$, $\lambda \gg 1$, $R = \lambda$

$-\frac{1}{R}\ddot\varphi = \sin\varphi\cos\varphi$ — ? $\dot S_x = -\frac{1}{R}\ddot\varphi = (\text{exch}) + S_z S_y = \left[\sqrt{1 - (\dot\varphi/R)^2}\right]^2\sin\varphi\cos\varphi$

$-\frac{1}{R}\ddot\varphi = (1 - \dot\varphi^2/R^2)\sin\varphi\cos\varphi$ — и где sin-Gordon? Надо $\dot S_x$ УД в др. форме.

$S_z = \sqrt{1 - \dot\varphi^2/R^2}\sin\varphi$, $S_y' = \frac{1}{2\sqrt{(\cdot)}}\sin\varphi\left(-\frac{1}{R^2}\right)2\dot\varphi\dot\varphi' + \sqrt{1 - \dot\varphi^2/R^2}\cos\varphi\varphi' = \sqrt{1 - \dot\varphi^2/R^2}\cos\varphi\varphi'$

$S_y'' = \frac{1}{2\sqrt{(\cdot)}}\left(-\frac{1}{R^2}\right)\dot\varphi\dot\varphi'\cos\varphi\varphi' + \sqrt{(\cdot)}\left(+\sin\varphi\right)(\varphi')^2 + \sqrt{(\cdot)}\cos\varphi\varphi'' = +\sin\varphi(\varphi')^2 + \cos\varphi\varphi''$

$S_z'' = (\cos\varphi)'' = (-\sin\varphi\varphi')' = -\cos\varphi(\varphi')^2 - \sin\varphi\varphi''$, $S_y S_z'' - S_z S_y'' = \sin\varphi\left[-\cos\varphi(\varphi')^2 -\right.$

Escaneado con CamScanner

$-\sin\varphi\varphi''] - \cos\varphi[-\sin\varphi(\varphi')^2 + \cos\varphi\varphi''] = -\sin^2\varphi\varphi'' - \cos^2\varphi\varphi'' = -\varphi'' = (\text{exch.})$

$S_x = -\frac{1}{R}\dot\varphi = (\text{exch.}) + S_y S_z = -\varphi'' + \sin\varphi\cos\varphi$, $\varphi'' - \frac{1}{R}\dot\varphi = \frac{1}{2}\sin 2\varphi$ → sin Gordon.

$\varphi'' = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi$, x in units of $\Delta = \sqrt{A/K_2}$, t in units $t_0 = 1/(\gamma H_a)$, $H_a = 2K_2/M_s$.

In absolute units $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \to \frac{\partial^2}{\partial x^2}\Delta^2$, $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \to t_0^2\frac{\partial^2}{\partial t^2}$, $\Delta^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \frac{1}{R}t_0^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{2}\sin 2\varphi$

$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{R}\frac{t_0^2}{\Delta^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + \frac{1}{2\Delta^2}\sin 2\varphi$, $\frac{1}{c^2} = \frac{t_0^2}{\Delta^2}\frac{1}{R}$, $c = \frac{\Delta}{t_0}\sqrt{Q} = \gamma H_a\sqrt{\frac{A}{K_2}}\sqrt{\frac{K_x}{K_2}} =$

$= \gamma\frac{2K_2}{M_s}\sqrt{\frac{AK_x}{K_2}} = \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK_x}$, $c = \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK_x}$. При $K_x = 2\pi M_s^2$ получим $c = 2\gamma\sqrt{2\pi A}$

Ландау Ферромагнетизм.

При $S_y = -\frac{1}{R}\dot\varphi$, $S_y = \sqrt{1-\dot\varphi^2/R^2}\sin\varphi$, $S_z = \sqrt{1-\dot\varphi^2/R^2}\cos\varphi$, S_x и $\varphi = \varphi(x,t)$

получим sin-Gordon $\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \frac{1}{2\Delta^2}\sin 2\varphi\right)$, $R = \frac{K_x}{K_2} \to \infty$, $\Delta^2 = A/K_2$, $c = \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK_2}$.

Дано $\varphi(x,0) = f(x)$ $f'' = \frac{1}{2\Delta^2}\sin 2f$, $f = 2\operatorname{arctg} e^{x/\Delta}$, $f' = 2\frac{1}{1+e^{2x/\Delta}}e^{x/\Delta}\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{x}{\Delta}}$

$f'' = \frac{1}{\Delta}(-1)\frac{1}{\operatorname{ch}^2\frac{x}{\Delta}}\frac{1}{\Delta} = -\frac{1}{\Delta^2}\frac{\operatorname{th} x/\Delta}{\operatorname{ch} x/\Delta} = \frac{1}{\Delta^2}\sin\varphi\cos\varphi$, $\sin\varphi = \pm\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{x}{\Delta}}$, $\cos\varphi = \mp\operatorname{th}(x/\Delta)$

→ Это даже S_y, S_z выполняются при $1+\lambda = \lambda$, т.е. $\lambda \to \infty$, $\lambda = K_x/K_2$.

т.е. если $S_x = -\frac{1}{R}\dot\varphi$, $S_y = \sin\varphi$, $S_z = \cos\varphi$ при $R \to \infty$ ($R = \lambda = \frac{K_x}{K_2}$ - Кондон, $R^2 = \gamma\frac{K_x}{K_2}$ Слободецкий)

то угол $\varphi(x,t)$ получим sin-Gordon. Найти $\varphi(x,t)$? - Пример $|S_x| \ll 1$.

Сделаем $S_x = \sin\theta\cos\Phi$, $S_y = \sin\theta\sin\Phi$, $S_z = \cos\theta$. Если $\Phi = \frac{\pi}{2} - \varphi$, то

$S_x = \sin\theta\sin\varphi$, $S_y = \sin\theta\cos\varphi$, $S_z = \cos\theta \xrightarrow[\varphi \ll 1]{} S_x = \sin\theta\,\varphi$, $S_y = \sin\theta$

Это все условия $\varphi \ll 1$, т.е. только $S_x \ll 1$ при $R \to \infty$, $\lambda = \frac{K_x}{K_2} \to \infty$. $S_z = \cos\theta$.

$\sin\varphi(x,t) = \frac{1}{\operatorname{ch} u}$, $u = \frac{x}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\frac{(x-vt)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, $\dot\varphi = -\sin\varphi\,\dot u = -\sin\varphi\frac{d}{dt}\frac{(x-vt)}{\Delta} = \frac{1}{\operatorname{ch} u}\frac{v}{\Delta_0\sqrt{1-v^2/c^2}}$

$S_x = -\frac{1}{R}\dot\varphi = -\frac{1}{R}\frac{1}{\operatorname{ch} u}\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{1}{\Delta_0}$, $S_x \ll 1$ имеет при $v < c$, v значительно $< c$.

$E_{DW}(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ имеется singularity $v \to c$ нет, т.к. E_{DW} получим при $v \ll c$ (v значительно $< c$) этот выполнимо $|S_x| \ll 1$.

$E_{DW}(v/c \ll 1) = E_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = E_0 + \frac{1}{2}\frac{E_0}{c^2}v^2$, $m_{DW} = \frac{E_0}{c^2} = \frac{4\sqrt{AK_2}}{\left(\frac{2\gamma}{M_s}\right)^2 AK_x} = \frac{M_s^2}{\gamma^2\Delta_0}\frac{1}{K_x}$

$m_{DW} = \frac{1}{\gamma^2\Delta_0}\frac{M_s^2}{K_x} \to 0$ при $K_x/K_2 \to \infty$. При $K_x = 2\pi M_s^2$, $m_{DW} = \frac{1}{2\pi\gamma^2\Delta_0}$ - Döring mass, 22/1.

$E_0 = E_{DW}(0) = E_{DW}(\text{Bloch}) = 4\sqrt{AK_2}$, т.к. при $v=0$, $S_x = 0$ - pure Bloch wall, Виноград K_x to $E_0 = 0$.

// На обсуждении 79, на Кишинёве 89 Ян делал получение eq. for $\varphi(x,t)$,

// из которого можно получить sin-Gordon если $\varphi(x,t)$ при $K_x/K_2 \to \infty$.

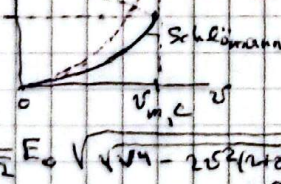
// Этого я определение $\varphi(x,t)$ и его связь с (Θ,Φ) механ.

// Schlömann'я даёт max DW velocity $v_m = \sqrt{\lambda+2} - 1$, $2 = \lambda = \frac{K_x}{K_2} \gg 1 \to v_m \approx \sqrt{2}$.

In abs. units (in units $v_0 = \gamma\sqrt{H_a D} = \gamma\sqrt{\frac{2K_2}{M_s}\frac{2A}{M_s}} = \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK_2}$) $v_m = \sqrt{2}\frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK_2} =$

$= \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK_2}\sqrt{\frac{K_x}{K_2}} = \frac{2\gamma}{M_s}\sqrt{AK_x}$. Следовательно v_m (Schlömann, $\Phi_0 = \text{const}$) $= c$ (sin-Gordon)

$v_m = c$ (!).



Schlömann'я и sin-Gordon дают похожие $E_{DW}(v)$ с одинаковой $m_{DW}(v \to 0)$. Но $E_{DW}^{SG} = \frac{E_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ singular при $v \to c$,

а $E_{DW}^{schl}(v_m)$ is finite.

$E_{DW}^{schl}(v) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0\sqrt{\sqrt{v^4 - 2v^2(2+\lambda)+\lambda^2} - v^2 + 2 + \lambda} \approx (\lambda \gg 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0\sqrt{(v^2-\lambda)^2 + \lambda - v^2} =$

$v^4 - 2v^2(2+\lambda) + \lambda^2 = (\lambda - v^2)^2 - 2\lambda v^2$. Найдем $v^2(x) = (1+\lambda)\frac{1}{x} + x + 2 + \lambda$, при $v = v_m = \sqrt{\lambda}$

$x_m = -(1+\lambda)^{1/2}$, $v^2(x_m) = v_m^2 + \left[\sqrt{1+\lambda} + 1\right]^2$, $x_m = k^2$, $E_{DW}(v) = E_0\sqrt{-k^2}$, 23/1

$\frac{E_{DW}(v_m)}{E_0} = E_0\sqrt{(1+\lambda)^{1/2}} = E_0(1+\lambda)^{1/4}$. $E_{DW}(v_m) \sim \lambda^{1/4}$ при $\lambda \to \infty$.

$E_0 = E_{DW}(v=0) = 4\sqrt{AK_2}$.

Schlömann solution sin-Gordon: $S_x(x) = -\frac{\sqrt{\lambda}}{R}\frac{1}{\operatorname{ch} u}\frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$, $S_y = \sin\varphi = \frac{1}{\operatorname{ch} u}$, $S_z = \cos\varphi = \operatorname{th} u$, 1/11

Берем $\varphi \equiv \Theta$, $\sin\Phi \approx 1$, $\cos\Phi \ll 1$, $\Phi = \pi/2 - \varphi$, $\cos\Phi = \sin\varphi \approx \varphi \ll 1$, $\varphi \approx \frac{1}{R}\frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$.

Получаем $\varphi(x,t)$ sin-Gordon — конкретное аналитическое (degenerated) Solution.

7/11 Meeting с Ricardo и Ruben. Ricardo не хочет [illegible] но убедили показать $v_m = \sqrt{1+\lambda} - 1$

по Schlömann'у. Meeting с Ainhoa Madariaga: 1) INNRIMA comp. (Bilbao) нанотехн.

Subm. grant applications 2) 40% Ikerbasque Fellows дают Vicerrectorado (нет ко!?)

Escaneado con CamScanner