28/XI-2013-3/IX-2016

Maximun

Praxt'on

Escaneado con CamScanner

Nov. 28, 2013

План бизнес. работы (см. Aug. 2, 2012):

1) Nonlin. ST Vortex dyn. – Орс, Rafa + Славин – delayed – Subm. PRL 15/II/14 → PRB rapids
   сделать свою APL по transient NL dynamics → ⑩
2) Nanotubes analyt. DW – Ai Ping
3) Stripes – FMR – magnonics – Аглитка, Глеб – переделать JAP paper — publ. JAP'14
4) $\chi(\omega)$ of dot array – Мельков, Замкнут. и subm. to APL – Subm. Dec 8, 2013 New J. Phys. 6/II/14.
5) Gauge fields и additional damping, ST-oscill. и skyrmions
6) 1D – vortex dot chain $\omega(k)$ – Иванов, Кубикало — publ. NJP'14
7) 6-FMR vortex state dynamics с Глеб:
   a) Subm. high-order TM to Nature Commun. – subm. Nov. 18, 2013
   b) теор. paper по нелинейн. расчету n=0-TM thick dot / $\Delta\varphi_n$, $\vec{X}(z,t)$, $z=0,L$
   c) эксп. paper с моей интерпретацией по $\omega_n(H)$
8) Рассмотр. влияние DMI на vortex dyn. in a dot/stripe — Subm. NPh. 18/II/15
9) Synchron. oscillators с Ю. Погорелов
10) SP current induced in-phase vortex modes in dot arrays у NL-STO dynamics с D. Berkov и Оксана С. – subm. Nano Res. 28/III/14. – publ. NRL'14
11) Расчет skyrmions в F/N/F dot – statics, dynamics
12) План Звездина: a) $\vec{j}_m \cdot \vec{A}$ coupling, $\vec{j}_m = c \cdot \mathrm{rot}\vec{M}$ (Зырка); b) multipole вкл. в compl.; c) вывод $\vec{F}_{ST}$ в RIM и TVA

Орг. вопросы:

1) Подать applications на new Tarjetas K., Л., A. Подали Dec 9, 2013
2) получить big „Toshiba" и new user A. Supercomputer
3) урегулир. вопрос счетов с CitiBank USA
4) следить за объявлениями postdoc и PhD student stipends
5) Кв./дом в San Sebastian, конверт. $ → €
6) Сер. с подписями MEC-проект, подг. и послан to Elena „Support letter" Adeyeye
7) Comments к PhD thesis – Оксана
8) подгот. вопросы к ERC-grant meeting о Adv. и FET-grants – Jan. 17
9) подгот. ответы по MEC grants: 1) NSF и 2) travel-Portugal – MEC — до Jan. 16
10) подг. informe anual-2013 по FIS-MEC grant с Орс и Ч. до March 30, 2014. — до Feb. 28 / March 30
11) Ипотека договор и страховки – Santander vs. Inter – Дубинь, Ветрарь
12) Подать в tax office с Т. Петкун 2013, и (мои, потом не устраивало) (metalquimica)

План конференций на 2014 г.

1) CEMAG - Mag. School „Novel Frontiers in Magnetism"
Feb. 9 - 15, 2014, Benasque, Spain - Correlated N-dynamics
Fee 250 € - bank transfer go (-) - no payment, invited

2) Int. Conf. Supercond. Magnetism, 27 April - 2 May 2014, Antalya
Abs. go Dec. 6, 2013 / Reg. fee 375 € / 450 € go 11/14 €, Turkey

3) INTERMAG'2014, May 4-8, Dresden, Germany
Digests go Jan. 8, 2014 / Reg. fee 570 € go April 2, 2014

4) MISM'2014, 29 June - 3 July, Moscow, Russia
Abs. go March 15, 2014 / Reg. fee 350 € on site

5) Magn. Sensors, Actuators, July 6-9, 2014, Vienna, Austria
Abs. go Feb. 23, 2014 / 400/470 €, comp. 50 € - EMSA

6) Composites/Nano-Eng., July 13-19, Malta
2 page Abs. go ... / Reg. fee ...

7) SpinCaloritronics, Conf./School, July 13-18, 2014, Irsee, Germany
Abs. go ... / Conf. fee 320 €

8) Condensed Matter, Aug. 24-29, Paris, France (CMD25-JMC14)
Abs. go Apr. 1 / Reg. fee 320 € online Cred. Card

9) Nanomaterials, Sept. 21-27, 2014, Alushta, Ukraine
Abs. go May 1, 2014 / Reg. fee - 300 €

10) Workshop on Skyrmions SKYMAG 2014, Paris, Apr. 9-11, 2014
Abs go Feb. 6, 2014 (poster M-STO) France

11) XVI Colloque L. Néel, Autrans, Sept. 23-26, 2014 France
Abs. go ~~April 14~~ May 2, 2014 „Nanomagnetism"
Conf. fee 450 € go May 2, Comp. EMSA 50 €

12) M-SNEWS 14, Nancy, France, Sept. 8-11, 2014
Abs. go June 15, 2014

13) TNT-2014, Barcelona, Spain, Oct. 27-31, 2014
Abs. go June 9, 2014 Reg. fee 420 € go July 14, max 505 € + 21% IVA

14) Nanomaterials 2014, Lviv, Ukraine, Sept. 21-27, 2014.
Abs. go July 1 Conf. fee 300 €.

15) Magnonics-2015, Seeon, Germany, Aug. 2-6, 2015
Abs. go March 31, 2015 Conf. fee 350 € - all incl.

accepted poster
accepted oral
accepted poster
accepted oral
accepted poster
accepted oral

DMI - уравнения

Уравнения DMI для вихрей ТМ динамики (ам. физ. упражнения 28/XII)

$\vec{m}\cdot \mathrm{rot}\vec{m} = -2\,\mathrm{Im}\left(m_+ \frac{\partial m_z}{\partial z}\right) + 2m_z\,\mathrm{Im}\left(\frac{\partial m_+}{\partial z}\right)$, m_z - real, $m_+ = m_x + i m_y$, $z = x+iy$.

$\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m} = 2\,\mathrm{Im}\left[m_z\frac{\partial m_+}{\partial z} - m_+\frac{\partial m_z}{\partial z}\right] = (-2)\frac{(-4)\bar{f}}{(1+f\bar{f})^3}\,\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) + 2m_+\,\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)\frac{2}{(1+f\bar{f})^2}\bar{f}$

$= \mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)\frac{4}{(1+f\bar{f})^3}\left[2f\bar{f} + 1 - f\bar{f}\right] = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2}\,\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)$, $f(z)$ за planar static model of vortex

Dw. two-vortex model $f(z) = i\frac{c}{a}\left[z - \frac{(s+\bar{s}z^2)}{1+s\bar{s}}\right] \approx i\frac{c}{a}\left[z - s - \bar{s}z^2\right] + O(s^3)$

$\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2}\,\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)$, $w(z,\bar{z}) = f(z)$ вихрева ф-я v. core.

$\frac{\partial f}{\partial z} = i\frac{c}{a}(1-2\bar{s}z)$, $\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) = \mathrm{Im}\, i\frac{c}{a}(1-2\bar{s}z) = \mathrm{Im}\, i\frac{c}{a}\left(1 - 2|s|\rho\cos(\varphi-\varphi_s)\right) =$

$\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) = \frac{c}{a}\left[1 - 2\vec{s}\cdot\vec{s}'\right]$. $c = \frac{a}{a}\left[1 - 2|s|\rho\cos(\varphi-\varphi_s)\right]$

$c^2|s'|^2 = s^2 - 2(1+s^2)\vec{s}\cdot\vec{s}' + |s|^2\left[1 + s^4 + 2s^2\cos 2(\varphi-\varphi_s)\right]$

$\vec{s}' = \frac{\vec{s}}{1+|s|^2}$. $\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) = \frac{c}{a}\left[1 - 2\vec{s}'\cdot\vec{s}\right]$. Нago намим $\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}$ с точн. до s^2.

$$W_D(\vec{s}) = M_s^2\int dz\int d^2s\; D\left(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}\right) = DM_s^2 L\int d^2s\,\frac{4}{(1+f\bar{f})^2}\,\mathrm{Im}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

Нago забавно $W_D(\vec{s}=0)$ и $W = W_{ex} + W_m$ при $\vec{s}=0$, трябва рассчитать обл. стабилност на вихъра (skyrmion) с нов DMI - параметър D. Затем разложить $W_D(\vec{s}) = W_D(0) + \frac{1}{2}\alpha_D|\vec{s}|^2$ по $|\vec{s}|\ll 1$ чтобы найти $W_{TM}(D)$, RVM расчет дал $\alpha_D > 0$ при $D = -|D| < 0$.

(22/XI) Намер. reprint by Grimaldi - Grosz (arXiv Nov. 25, 2013) по NL vortex dynamics induced by STT in nanopillars - в частности обнаружен с помощ Скайрм-PRL зависимости. Но $(x'/x)_{analyt} = \gamma_4$, а $(x'/x)^{exp}_{fitted} = 22/4 = 5.5$. Това близко к $x'/x = 4$ из Gus' ARB'10, Gus' JPhys'11. Намерен от Грош Скайрм. $\frac{L}{R} = 0.02$. $L = 5$ nm, $R = 250$ nm, FeNi два слоя.

В кн. Jackson, Class. Electrodynamics есть $W_{int} = \frac{1}{2c^2}\int d^3x\, d^3x'\,\frac{\vec{J}(\vec{x})\cdot\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$ - вид взаимодействия для coupling двух токов. $\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = \frac{1}{|\vec{x}|} + \frac{\vec{x}\cdot\vec{x}'}{|\vec{x}|^3} + \dots$ при $|\vec{x}|\gg|\vec{x}'|$

Если $\vec{J}_m = c\,\mathrm{rot}\vec{M}$, то наличието W_{int} вижда два coupling между $\vec{M}(x')$ и $\vec{M}(x')$ двух маг. частиц - dots (Зарезин)? Coupl. $\sim \vec{J}_m\cdot\vec{A}$.

E-mail to Оксана (NL - vortex dyn.) и Зухра Гарсова ($\vec{J}_m\vec{A}$ - coupling).

(1-2/XII) Лит. обзор по $\gamma(\omega)$ - FMR Melkov paper. Написание $\gamma(\omega)$-APL Оксана написала PhD thesis draft. Reminders error MEC-Portugal и APL-review.

(3/XII) Зухра - обучение. $\gamma(\omega)$-APL с Мелков. Визит to Extrajewia; имя можно подавать на 5 диф. cards: 1) Standard IEE, 2) European IEE - work+resid. permit. Л. и Ю. в IKEA, Bilbao. Revised, added Refs и sent $\gamma(\omega)$-APL to Melkov, Slavin (UE) Kakazu.

(4/XII) E-mail to Carmen Sanz и to Ainhoa of UE - tarjeta, Patri of организация Университет Strasbourg и Porto по MEC-grants finished Nov. 30 2013. С Л. и Ю. в реж. WOK - обед. Thesis applications на Autorización Resid./Work. - EX-M для К., Л., А. принимает перевод из Porto (1125 €).

(5/XII) Заяв. на Forms EX-11, обсужд. $\gamma(\omega)$ с Мелк., с Л. фотография в цвете. Revis. $\gamma(\omega)$ APL

(6/XII) Изпратена и потвърдена Proof. Vort. barrier PRB-Melkov. Работа над $\gamma(\omega)$-APL paper. E-mail to Susana с въпр. Rent Contract Bezio на 2014, до Dec. 2014.

(7/XII) С Л. на Ondarreta и downtown, Superamara.

(8/XII) Revised и submitted $\gamma(\omega)$-APL-Melkov, normal info to co-authors.

(9/XII) Нагам с Л. и А. applications на Autorizaciones de Largo duracion, не-UE. Заплатена такса за К., Л., А. $20.60 \times 3 = 61.80$ € за applications.

2nd proof PRB - Vort. Barriers - отпр. Dubash as is.

Две тънки dot ($\vec{m} \neq f(z)$) $\mathrm{rot}\vec{m} = \frac{1}{s}\left[\hat{z}\frac{\partial}{\partial s}(s m_\varphi) - \hat{z}\frac{\partial m_s}{\partial\varphi} + \hat{s}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} - s\hat{\varphi}\frac{\partial m_z}{\partial s}\right]$.

Ако имаме цилиндричен v. core ($m_z = 0$), то $\mathrm{rot}\vec{m} = \hat{z}\left[\frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}(s m_\varphi) - \frac{1}{s}\frac{\partial m_s}{\partial\varphi}\right]$

$\mathrm{rot}\vec{m} = \frac{\hat{z}}{s}\left[\frac{\partial}{\partial s}(s m_\varphi) - \frac{\partial m_s}{\partial\varphi}\right] = \frac{\hat{z}}{s}\left[m_\varphi + s\frac{\partial m_\varphi}{\partial s} - \frac{\partial m_s}{\partial\varphi}\right]$. Две static vortex, от

$\vec{J}_m = c M_s \mathrm{rot}\vec{m}$ (ам. 28/XI)

Centered vortex $\vec{m}(\rho) \Rightarrow \mathrm{rot}\vec{m} = \hat{z}\frac{C}{\rho}$, т.к. $m_\rho^a = 0$.

Dual dynamic, off-centered vortex, $m_\rho, m_\varphi = f(\rho, \varphi)$ — будет в IVA.

Note: $fl_{2M2} = W_D = 2\pi D_p C \int_0^b d\rho\rho \left[\frac{\partial\theta}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\sin\theta\cos\theta\right]$ для centered vortex $\theta(\rho)$.

Для skyrmion model $\theta(\rho) = 2\,\mathrm{arctg}\frac{\rho}{b}$ и $\frac{\partial\theta}{\partial\rho} = \frac{2}{b}\frac{1}{1+\rho^2/b^2} = \frac{1}{\rho}\sin\theta(\rho)$

$W_D = 2\pi D_p C \int_0^b d\rho\rho \frac{1}{\rho}\sin\theta\left[1+\cos\theta\right] = 2\pi D_p C \int_0^b d\rho \sin\theta\left[1+\cos\theta\right]$

тогда $\frac{\partial\theta}{\partial\rho} = \frac{p}{\rho}\sin\theta$ и $W_D = 2\pi D_p C \int_0^b d\rho \sin\theta\left[p+\cos\theta\right]$?

$\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m} = -m_\varphi\frac{\partial m_\varphi}{\partial\rho} + \frac{m_\varphi}{\rho}\frac{\partial(\rho m_\varphi)}{\partial\rho} = -C\sin\theta(-\sin\theta)\theta'_\rho + \frac{1}{\rho}\cos\theta\left[C\sin\theta + \rho C\cos\theta\,\theta'_\rho\right] =$

$= C\sin^2\theta\,\theta'_\rho + \frac{C}{\rho}\sin\theta\cos\theta + C\cos^2\theta\,\theta'_\rho = C\left[\theta'_\rho + \frac{1}{\rho}\sin\theta\cos\theta\right]$

Надо $m_z = \cos\theta$, $\cos\theta = p\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}$ (в начале от 17/VI 06г.). $\theta'_\rho = p\frac{1}{\rho}\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\Rightarrow W_D = L\int d^2\rho\, D(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = 2\pi L D C \int_0^b d\rho\rho\left[\theta'_\rho + \frac{1}{\rho}\sin\theta\cos\theta\right] = 2\pi L D C\int_0^b d\rho\sin\theta\left[p+\cos\theta\right]$

Т.е. $W_D \sim pC$, но более сложн. образом, чем 17/VI 06г.

$W_D = 2\pi L D C p \int_0^b d\rho \sin\theta\left[1+\frac{1}{p}\cos\theta\right] \sim pC$, т.к. $\frac{1}{p}\cos\theta = \frac{m_z}{p}$ от p не зависит

Centered vortex (вне core) $\mathrm{rot}\vec{m} = \hat{z}\frac{C}{\rho}$, сборится и $\mathrm{rot}\vec{m} = F\hat{\theta}$, где $F = |m\text{-зуммы}| = \frac{C}{\rho}$ и $\hat{\theta} = \hat{z}$.

Off-centered, dynamic vortex $\mathrm{rot}\vec{m} = \frac{\hat{z}}{\rho}\left[\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho m_\varphi) - \frac{\partial m_\rho}{\partial\varphi}\right] \parallel \hat{z}$ и $\mathrm{rot}\vec{m} = F_1\cdot\hat{z}$ (без core)

$F_1 = F_1(\vec{\rho},\vec{s})$ найти надо, например в TTVA, но $\mathrm{rot}\vec{m} \parallel \hat{z}$ for dyn. vortex без v. core.

Используя $\vec{m}(\vec{\rho},\vec{s})$ - shifted vortex можно найти $\mathrm{rot}\vec{m}$, чтобы v. core.

Не ави ли $\mathrm{rot}\vec{m}$ - подход к magn. coupling эквивалентному to scalar potential $\mathrm{div}\vec{m}$ - подходу? И нужно использовать либо один, либо другой?

E-mails to Вкс. и Зухра (interbot coupling).

(10/VII) См. квартиры в Amara, более Extranjería: 103м² 290k€ без IVA, но 2 спальни без окон, 13эт., балконов нет. Плюсы: большой салон и много шкафов

Jackson. Classical electrodyn. Multipole moments. Multipole decomp.

Связь полей и создающих их источников $\vec{J}(\vec{r},t)$, $\rho(\vec{r},t)$ и $\vec{M}(\vec{r},t)$.

Пусть $\vec{J},\rho,\vec{M} \sim e^{-i\omega t}$. Из ур-ий Максвелла следует, что общее решение для $\vec{B}$: $\vec{B} = \sum_{lm}\left[f_{lm}(r)\vec{X}_{lm} - \frac{i}{k}\mathrm{rot}\left\{g_{lm}(r)\vec{X}_{lm}\right\}\right]$, $k = \omega/c$

$\vec{X}_{lm}(\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}}\vec{L}Y_{lm}(\theta,\varphi)$ - vector spherical harmonics.

Вне источников $f_{lm}(r) \approx a_E(l,m)\times h_l^{(1)}(kr)$, $g_{lm}(r) \approx a_M(l,m)h_l^{(1)}(kr)$,

$a_E(lm) = \frac{4\pi ik}{c}\int_V d^3x\, j_l(kr)\vec{X}^*_{lm}\cdot\left(\mathrm{rot}\vec{J} + c\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\vec{M}\right)$, V - размер источника

$a_M(lm) = -4\pi k^2\int_V d^3x\, j_l(kr)\vec{X}^*_{lm}\cdot\left(\mathrm{rot}\vec{M} + \frac{1}{c^2k^2}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\vec{J}\right)$

Считаем $kr_{max} \ll 1$, т.е. max размер источника $r_{max} \ll \lambda$ ($\lambda(mw) \sim 1mm$) и оставляя только низшего порядка по (kr) в a_E, a_M получим: $r_{max} \sim 100\,nm$

$a_E(l,m) = \frac{4\pi k^{l+2}}{i(l+1)!!}\left(\frac{l+1}{l}\right)^{1/2}\left[Q_{lm} + Q'_{lm}\right]$, $a_M(l,m) = \frac{4\pi i k^{l+2}}{(2l+1)!!}\left(\frac{l+1}{l}\right)^{1/2}\left[M_{lm} + M'_{lm}\right]$

$$\begin{cases} Q_{lm} = \int_V d^3x\,\rho r^l Y^*_{lm}, & Q'_{lm} = -\frac{ik}{(l+1)}\int_V d^3x\,\mathrm{div}(\vec{r}\times\vec{M})\,r^l Y^*_{lm} \\ M_{lm} = -\frac{1}{(l+1)c}\int d^3x\,\mathrm{div}(\vec{r}\times\vec{J})\,r^l Y^*_{lm}, & M'_{lm} = -\int d^3x\,\mathrm{div}\vec{M}\cdot r^l Y^*_{lm} \end{cases}$$

Escaneado con CamScanner

Для маг. частицы $\rho = 0$, $\vec{j} = 0$ (free current), $Q_{\ell m} = 0$, $M_{\ell m} = 0$, $Q'_{\ell m} \neq 0$, $M'_{\ell m} \neq 0$.
Очевидно $M'_{\ell m} \sim \operatorname{div} \vec{M}$ соотв. standard magnetostatics с $\rho_M = -4\pi \operatorname{div} \vec{M}$.
Чем $Q'_{\ell m}$ лучше в выд. задаче? $Q'_{\ell m} \sim (\vec{r} \times \vec{M}) = \vec{T}$ - toroidal moment.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{\ell m} \left[a_E(\ell m)\, h_\ell^{(1)}(kr)\, \vec{X}_{\ell m} - \frac{i}{k} \operatorname{rot}\left\{ h_\ell^{(1)}(kr)\, \vec{X}_{\ell m} \right\} a_M(\ell m) \right]$$ - маг. поле вне источников.

$\operatorname{rot}\{ h_\ell^{(1)} \vec{X}_{\ell m} \} = h_\ell^{(1)} \operatorname{rot} \vec{X}_{\ell m} + \nabla h_\ell^{(1)} \cdot \vec{X}_{\ell m}$. $\operatorname{div}(\vec{r} \times \vec{M}) = \vec{M} \cdot \operatorname{rot} \vec{r} - \vec{r} \cdot \operatorname{rot} \vec{M}$

$$Q'_{\ell m} = +\frac{ik}{(\ell+1)} \int d^3x\, (\operatorname{rot} \vec{M}) \cdot \vec{r}\, r^\ell Y^*_{\ell m}$$ т.к. $|\operatorname{rot} \vec{M}|$ и $\operatorname{div} \vec{M} \overset{\text{0}}{\sim}$ одного порядка,

то $Q'_{\ell m} / M'_{\ell m} \sim (kr) \ll 1$. $\operatorname{rot} \vec{X}_{\ell m} = \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \nabla \times \vec{L} Y_{\ell m} = \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \frac{1}{i} \times$

$$\times \left[\vec{r} \nabla^2 Y_{\ell m} - \operatorname{grad}\left(Y_{\ell m} + r \frac{\partial}{\partial r} Y_{\ell m} \right) \right] = \frac{1}{i} \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \left[\vec{r} \nabla^2 Y_{\ell m} - \operatorname{grad} Y_{\ell m} \right]$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{\ell m} \left[a_E(\ell m)\, h_\ell^{(1)} \vec{X}_{\ell m} - \frac{i}{k} a_M(\ell m) \left\{ h_\ell^{(1)} \frac{1}{i\sqrt{\ell(\ell+1)}} \left(\vec{r} \nabla^2 Y_{\ell m} - \operatorname{grad} Y_{\ell m} \right) + \frac{dh_\ell^{(1)}}{dr} \hat{r} \cdot \vec{X}_{\ell m} \right\} \right]$$

$\vec{r} \cdot \vec{X}_{\ell m} = \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \vec{r} \cdot \vec{L} Y_{\ell m} = 0$, т.к. $\vec{r} \cdot \vec{L} \sim \vec{r} \cdot (\vec{r} \times \nabla) = 0$.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{\ell m} \left[a_E(\ell m)\, h_\ell^{(1)} \vec{X}_{\ell m} - \frac{1}{k} \frac{a_M(\ell m)}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} h_\ell^{(1)} \left\{ \vec{r} \nabla^2 Y_{\ell m} - \operatorname{grad} Y_{\ell m} \right\} \right] =$$

$$= \sum_{\ell m} \left[a_E(\ell m) \vec{L} Y_{\ell m} - \frac{1}{k} a_M(\ell m) \left\{ \vec{r} \nabla^2 Y_{\ell m} - \operatorname{grad} Y_{\ell m} \right\} \right] \frac{h_\ell^{(1)}(kr)}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}$$

$\vec{L} = -i\, \vec{r} \times \nabla$. $\nabla^2 Y_{\ell m}(\theta, \varphi) = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial Y_{\ell m}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial^2 Y_{\ell m}}{\partial \varphi^2} \right]$, $\hat{L} = i \left[\frac{\hat{\theta}}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \hat{\varphi} \frac{\partial}{\partial \theta} \right]$

$\vec{\nabla} Y_{\ell m} = \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial Y_{\ell m}}{\partial \theta} + \hat{\varphi} \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial Y_{\ell m}}{\partial \varphi}$, $\nabla^2 Y_{\ell m} = \frac{1}{r^2} \left[-\ell(\ell+1) \right] Y_{\ell m}$

$\hat{L}^2 = -r^2 \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) = -\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$, $\nabla^2 Y_{\ell m} = -\frac{1}{r^2} \vec{L}^2 Y_{\ell m} =$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{\ell m} \left[a_E(\ell m) \vec{L} Y_{\ell m} - \frac{1}{k} a_M(\ell m) \left\{ -\frac{\vec{r}}{r^2} \ell(\ell+1) Y_{\ell m} - \nabla Y_{\ell m} \right\} \right] \frac{h_\ell^{(1)}(kr)}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \qquad = -\frac{1}{r^2} \ell(\ell+1) Y_{\ell m}$$

$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} - i \frac{\vec{r} \times \vec{L}}{r^2}$, $a_E \vec{L} Y_{\ell m} + \frac{a_M}{k} \nabla Y_{\ell m} = -a_E i \vec{r} \times \nabla Y_{\ell m} + \frac{a_M}{k} \nabla Y_{\ell m}$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \sum_{\ell m} \left[-i a_E(\ell m)\, \vec{r} \times \nabla Y_{\ell m} + \frac{1}{kr} a_M(\ell m) \left\{ \hat{r} \ell(\ell+1) Y_{\ell m} + r \nabla Y_{\ell m} \right\} \right] \frac{h_\ell^{(1)}(kr)}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}$$

$\nabla Y_{\ell m} = \frac{\hat{\theta}}{r} \frac{\partial Y_{\ell m}}{\partial \theta} + \frac{\hat{\varphi}}{r \sin\theta} \frac{\partial Y_{\ell m}}{\partial \varphi}$. Члены $\vec{r} \times \nabla Y_{\ell m}$, $Y_{\ell m}$ и $r \nabla Y_{\ell m}$ одного порядка.
Но член с a_M содержит $1/(kr) \gg 1$, поэтому членами с a_E можно пренебречь при $kr \ll 1$ или $r \ll \lambda$.

Для microwaves $\lambda \cong 1$ cm
У меня $\vec{r}$ в $\vec{B}(\vec{r})$ имеет смысл $\vec{H}_{coupl}(\vec{r})$, поле созданное by dot in $\vec{r} = 0$ в т. $\vec{r}$, т.е. $\vec{r}$ - dot-to-dot distance. В ближней зоне (near field) $kr \ll 1$, a_E можно пренебречь.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{kr} \sum_{\ell m} \left[a_M(\ell m) \left\{ \hat{r} \ell(\ell+1) Y_{\ell m} + r \nabla Y_{\ell m} \right\} \right] \frac{h_\ell^{(1)}(kr)}{\sqrt{\ell(\ell+1)}}$$ - поле от dot in $\vec{r} = 0$ в т. $\vec{r}$, Coupl. field

где $a_M(\ell m) = \frac{4\pi i k^{\ell+2}}{(2\ell+1)!!} \left(\frac{\ell+1}{\ell} \right)^{1/2} M'_{\ell m}$, $M'_{\ell m} = -\int_V d^3x \operatorname{div} \vec{M} \cdot r^\ell Y^*_{\ell m}$

$a_E \sim Q'_{\ell m} \sim (\vec{r} \times \vec{M})$ - членами можно пренебречь пока $r \ll \lambda \sim 1$ cm.

Дано при $kr \ll 1$, $h_\ell^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \left[J_{\ell+\frac{1}{2}}(kr) + i N_{\ell+\frac{1}{2}}(kr) \right]$ - сферич. функции Ханкеля.

$h_\ell^{(1)}(x) \underset{x \to 0}{\approx} i n_\ell(x) = i(-1)^\ell (2\ell+1)!! \frac{1}{x^{\ell+1}} = -i \frac{(2\ell-1)!!}{x^{\ell+1}}$

M. Coupl.

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{kr} \sum_{\ell m} \frac{4\pi i k^{\ell+2}}{(2\ell+1)!!} \left(\frac{\ell+1}{\ell} \right)^{1/2} M'_{\ell m} \{ \ldots \} \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} (-i) \frac{(2\ell-1)!!}{(kr)^{\ell+1}} = 4\pi \sum_{\ell m} \frac{M'_{\ell m}}{\ell(2\ell+1)} \frac{1}{r^{\ell+2}} \times$$

$\times \{ \hat{r} \ell(\ell+1) Y_{\ell m} + r \nabla Y_{\ell m} \}$ - магнитост. coupling field в сферич. координатах и $M(\vec{r}, t) \sim e^{-i\omega t}$.

Escaneado con CamScanner

Для Vortex TM typical $\omega/2\pi = 1\,GHz$ и $k = \frac{\omega}{c} = 2\pi \frac{10^9 Hz}{3\cdot 10^{10} \frac{cm}{s}} \simeq 0{,}2\,\frac{1}{cm}$

$kz_{max} = 0{,}2\cdot\frac{1}{cm}\cdot 0{,}5cm = 0{,}1 \ll 1$, даже если размер patterned $\delta l_{max} = 5mm$.

$\to \vec{H}_{int}(\vec{r}) = 4\pi \sum_{lm} \frac{1}{l(l+1)} \frac{M'_{lm}}{r^{l+2}} \{\hat{r} l(l+1) Y_{lm} + r\nabla Y_{lm}\}$, $M'_{lm} = -\int dV div\vec{M}\, r^l Y^*_{lm}$

$r\nabla Y_{lm} = \hat{\theta}\frac{\partial Y_{lm}}{\partial\theta} + \frac{\hat{\varphi}}{\sin\theta}\frac{\partial Y_{lm}}{\partial\varphi}$, $(\hat{r},\hat{\theta},\hat{\varphi})$ нрезависимы $\vec{H}$.

$W_{int} = -\int_{dot\,c\,намагн.\vec{M}} \vec{M}(\vec{r})\cdot\vec{H}_{int}(\vec{r})$ - interaction of two dots centered $\vec{r}_1\cdot\vec{r}=0$ и $\vec{r}$.

Borleg (для звездочки): пока выполняется $kz_{max} \ll 1$, $(k=\frac{\omega}{c})$, z_{max} - расст. между dots (это выполняется для $\omega/2\pi \simeq 1GHz$), тогда входящие в $Q'_{lm} \sim$ $\sim (\vec{r}\times\vec{M})$ multipole moments of electrical type. $k^2 z_{max} R \ll 1$ - критерий.

Сравниваем a_E и $\frac{1}{kz}a_M$. $Q'_{lm} = \frac{ik}{(l+1)}\int d^3x\, \vec{r}\cdot rot\vec{M}\, r^l Y^*_{lm}$ $\sim kR^{3+l}$, R-dr

$M'_{lm} \sim R^{2+l}$, отношение

$\frac{a_E}{(a_M/kz)} = kz\frac{a_E}{a_M} = (kz)\frac{Q'_{lm}}{M'_{lm}} \simeq (kz)kR \sim k^2 zR \ll 1$ - это еще усиливает неравенство и позволяет $(\vec{r}\times\vec{M})$ - E-члена, но сравн. с $div\vec{M}$, M-членом вр. (или $rot\vec{M}$)

То, что a_E-член $\sim rot\vec{M}$ не дает вклада в multipole decomposition в interdot coupling field еще не значит, что нельзя исключ. $W_{int} \sim \vec{J}_m\vec{A}$ с $\vec{J}_m = c\,rot\vec{M}$.

(11/XII) Видео с Л.-Ю. на ин. Barcelona (Maitena - длинноногая брюн.), где ну очень квадр. SD (1D) в северном доме. Но price is 402 k€ (372 k€) + 20k€ + 10% IVA далеко очень сильно высоки. Радола кв. пустые. Сказали, при discount $\geq 20\%$ мои пред. статьи Editing MS с ADing - PSS и Response letter (DW Nanotubes).

$\vec{J}_m\cdot\vec{A}$ - подход к магнитостат. energy. Видимо надо считать W_m или через scalar potential и $\rho(\vec{r}) \sim div\vec{M}$, или через $\vec{A}$-potential и $\vec{J}_m = c\,rot\vec{M}$.

$W_m = \frac{1}{2}\int dV dV' \frac{\rho(\vec{r})\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ или $W_m = \frac{1}{2}\int dV \frac{\vec{J}}{c}\cdot\vec{A} = \frac{1}{2}\int dV dV' \frac{rot\vec{M}(\vec{r})\,rot\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

и выбирать способ, который проще.

Мультипольное разложение W_m также можно проводить $div\vec{M}$ или $rot\vec{M}$ методами.

Jakson: magnetostatics $rot\vec{B}=0$ $(\vec{J}=0)$ $div\vec{B}=0$

White: magnetostatics $rot\vec{H}=0$ (free current $\vec{J}=0$ и $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=0$) и $\vec{J}_m = c\,rot\vec{M}$, $div\vec{B}=0$, $\vec{B}=\vec{H}+4\pi\vec{M}$

следуем Jakson:

1) $rot\vec{B}=0 \to \vec{B} = -\nabla\Phi_M$ и $\nabla^2\Phi_m = 0$ - scalar potential

Далее в п.5 §10 Jakson переходит к $rot\vec{H}=0$, $div\vec{H} = -4\pi div\vec{M}$ и вводит $\vec{H} = -\nabla\Phi$ и $\Rightarrow \nabla^2\Phi = 4\pi div\vec{M}$ и $\rho(\vec{r}) = -div\vec{M}(\vec{r})$ дает $\nabla^2\Phi = -4\pi\rho$ ур. Пуассона

$\Phi(\vec{r}) = -\int dV' \frac{div\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ и $W_m = \frac{1}{2}\int dV \rho(\vec{r})\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{2}\int dV dV' \frac{div\vec{M}(\vec{r})\,div\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

2) $div\vec{B}=0 \to \vec{B} = rot\vec{A}$, $\vec{A}$ - vector potential

$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\int dV' \frac{\vec{J}(\vec{r}')+\vec{J}_m(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = |\vec{J}=0| = \int d^3x' \frac{rot\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $\vec{J}_m = rot\vec{M}\cdot c$

Далее если намагн. $\vec{M}(\vec{r}) = const$, как сказано на границе задано и $\vec{A}(\vec{r}) \neq 0$ (или $\vec{M}$ на S)

Тогда $A(\vec{r}) = \oint_S \frac{\vec{M}(\vec{r}')\times\vec{n}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS'$ по поверхности задания

$\to A(\vec{r}) = \int_V d^3x' \frac{rot\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \oint_S dS' \frac{\vec{M}(\vec{r}')\times\vec{n}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $(\vec{J}_m)_S = c(rot\vec{M})_S = c\vec{M}\times\vec{n}$ - поверхн. ток

Для scalar potential $\Phi(\vec{r}) = \int dV' \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \oint_S \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS'$, $\sigma = \vec{M}\cdot\vec{n}$ - surface charge

$\Phi(\vec{r}) = -\int dV' \frac{div\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int_S \frac{\vec{M}(\vec{r}')\cdot\vec{n}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS'$

Escaneado con CamScanner

Однородно намагничен шар $\vec{M} = M_0 \hat{z}$ (R=const) $\Phi(\delta) = \frac{4\pi}{3} M_0 a^2 \frac{z_0}{z_0^2} \cos\theta$, $z_0, z_1 \in \min, \max[\delta]$

Вне шара $\Phi(r) = \frac{4\pi}{3} M_0 a^3 \frac{\cos\theta}{r^2}$, $\vec{H} = -\nabla\Phi = -\nabla M_0 \Phi\left(\frac{z}{r}\right)$, $M = \nu M_0$.

$\frac{\partial}{\partial x}\frac{z}{r} = z\cdot\nu\frac{1}{r^3}\frac{\partial r}{\partial x} = -3\frac{xz}{r^5}$, $\frac{\partial}{\partial y}\frac{z}{r^3} = -3\frac{yz}{r^5}$, $\frac{\partial}{\partial z}\frac{z}{r^3} = \frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5}$

$H = -\frac{M}{r^3} + 3\frac{(\vec{M}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5}$, $H_x = \frac{3}{r^5} xpz$, $H_y = \frac{3}{r^5} ypz$, $H_z = -\frac{M}{r^3} + \frac{3}{r^5} pz^2$

Скорость ЭДС от point dipole: $\vec{A} = M\vec{v}$

$\vec{A}$-метод для $A(r) = \int d\sigma' \frac{M(r')\times r'}{|r-r'|^3} = (A_x, A_\theta, A_\varphi)$, $A_\varphi = \frac{4\pi}{3} M_0 a^2 \frac{z_0}{r^2}\sin\theta$

Вне сферы $A_\varphi = M_0 V \frac{\sin\theta}{r^2}$, $\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}$, $B_r = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\varphi) =$

$= M\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\frac{\sin^2\theta}{r^2} = \frac{M}{r^3\sin\theta} 2\sin\theta\cos\theta = \frac{2M}{r^3}\cos\theta$, $B_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) =$

$= -\frac{M}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\sin\theta}{r^2}\right) = -\frac{M\sin\theta}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{M\sin\theta}{r^3}$, $\vec{B} = (B_r, 0, B_\theta)$.

$B_x = B_r\sin\theta\cos\varphi + B_\theta\cos\theta\cos\varphi - B_\varphi\sin\varphi = \frac{M}{r^3}[2\cos\theta\sin\theta\cos\varphi + \sin\theta\cos\theta\cdot\cos\varphi] =$

$= \frac{3M}{r^3}\sin\theta\cos\theta\cos\varphi = \frac{3zM}{r^5}x$, $B_y = B_r\sin\theta\sin\varphi + B_\theta\cos\theta\sin\varphi =$

$= \frac{M}{r^5}[2\cos\theta\sin\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos\theta\sin\varphi] = \frac{3M}{r^5}\frac{z}{r}y = \frac{3Myz}{r^5}$

$B_z = B_r\cos\theta - B_\theta\sin\theta = \frac{M}{r^3}[2\cos^2\theta - \sin^2\theta] = \frac{M}{r^3}[3\cos^2\theta - 1] = \frac{M}{r^3}\left[\frac{3z^2}{r^2} - 1\right]$

Очевидно, что (B_x, B_y, B_z) $\vec{A}$-метод совпадает с H_x, H_y, H_z - solution potent. method

Магнитостатика: Self-energy:

1) $W_m = -\frac{1}{2}\int dV \vec{M}\cdot\vec{H}$, т.к. $W_m = \frac{1}{2}\int dV S(r)\Phi(r)$, $S(r) = -\mathrm{div}\vec{M}$ точнее на S где $\mathrm{div}\vec{M} = \vec{M}\cdot\vec{n}$

$W_m = +\frac{1}{2}\int dS(\vec{M}\cdot\vec{n})\frac{4\pi}{3}M_0 a\cos\theta = +\frac{4\pi}{3}\frac{a}{2}M_0^2\int d\sigma\cos^2\theta = +\frac{2\pi}{3}aM_0^2\int d\theta\sin\theta\, a^2\int d\varphi \times$

$\times\cos^2\theta = \frac{2\pi}{3}a^3M_0^2\cdot 2\pi\int_0^\pi d\theta\sin\theta\cos^2\theta = \frac{4\pi^2}{3}M_0^2a^3\frac{1}{3}\cos^3\theta\Big|_0^\pi = (\cdot)\frac{1}{3}[1-(-1)] =$

$= \frac{4\pi^2}{3}M_0^2a^3\cdot\frac{2}{3} = VM_0^2\frac{4\pi}{3}\frac{1}{2} = \frac{1}{2}M_0^2V N_{zz}$, $N_{zz}(\text{sphere}) = \frac{4\pi}{3}$.

2) $W_m = \frac{1}{2c}\int dV \vec{J}\cdot\vec{A} = \frac{1}{2}\int dV\, \mathrm{rot}\vec{M}\cdot\vec{A}$, $\mathrm{rot}\vec{M} = \frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix} \hat{r} & r\hat{\theta} & r\sin\theta\hat{\varphi} \\ \partial_r & \partial_\theta & \partial_\varphi \\ 0 & 0 & M_z \end{vmatrix}$

$\mathrm{rot}\vec{M} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 0 & 0 & M_z \end{vmatrix} = 0$ - volume not(!). $(\mathrm{rot}\vec{M})_S = \vec{M}\times\vec{n} = M_0\hat{z}\times\vec{n} =$

$= M_0\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 1 \\ n_x & n_y & n_z \end{vmatrix} = M_0(\hat{y}n_x - \hat{x}n_y) = M_0\sin\theta(\hat{y}\cos\varphi - \hat{x}\sin\varphi) = M_0\sin\theta\cdot\hat{\varphi}$

$W_m = \frac{1}{2}\int dS(\vec{M}\times\vec{n})_S\cdot\vec{A} = \frac{1}{2}\int dS M_0\sin\theta A_\varphi = \frac{1}{2}M_0\int dS\sin\theta \times$

$\times\frac{4\pi}{3}M_0 a\cos^2\theta = \frac{2\pi}{3}M_0^2 a\int d\theta\sin\theta\, a^2\int d\varphi\sin^2\theta = \frac{4\pi^2}{3}M_0^2a^3\int_0^\pi d\theta\sin^3\theta$

$\int_0^\pi d\theta\sin^3\theta = \int d\theta\sin\theta(1-\cos^2\theta) = \int d\theta\sin\theta - \frac{2}{3} = \cos\theta\Big|_\pi^0 - \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

$W_m = \frac{1}{2}\int dS(\vec{M}\times\vec{n})_S A_\varphi\frac{1}{2} = VM_0^2\pi\int_0^\pi d\theta\sin^3\theta = VM_0^2\frac{4\pi}{3} = VM_0^2 N_{zz}$ -

нормировка на 2 раза больше, чем $W_m(\Phi)$! $A_\varphi = VM_0\frac{1}{a}\frac{z_0}{r^2}\sin\theta$ - вернее, $\vec{H}$ - обычно

Вне сферы $\vec{A}(r) = \frac{\vec{M}\times\vec{r}}{|r|^3} = M\frac{\hat{z}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{M}{r^2}\sin\theta(\hat{y}\cos\varphi - \hat{x}\sin\varphi) = \frac{M}{r^2}\sin\theta\hat{\varphi}$, $M = M_0V$.

Φ- между $(\mathrm{div}\vec{M})$ и $\vec{A}$ - между $(\mathrm{rot}\vec{M})$ должны быть независимыми, т.е. давать независимые характеристики поля и энергии.

Два вопроса: oscillating in dot Φ- или $\vec{A}$- между ними? Чему равно W_m?

Ответ: $\mathrm{rot}\vec{M} \parallel \hat{z}$. На боковой поверхности $\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m} = M_0\hat{z} + \vec{m}(S)$, $\vec{n} = \hat{s}$

$\vec{M}\times\vec{n} = (M_0\hat{z} + m_\varphi\hat{s} + m_z\hat{z})\times\hat{s} = M_0\hat{\varphi} - m_z\hat{\varphi} \to \vec{A} = A_\varphi\hat{\varphi} + A_z\hat{z}$ - без $\vec{j}_m$ в W_m

$\vec{j}_m\cdot\vec{A} = \mathrm{rot}\vec{M}\cdot\vec{A} = (\mathrm{rot}\vec{M})_z A_z$, $A_z = A_z(\text{vol}) + A_z(\text{surf})$ - часто станет, не забывайте об S_1.

В $W_m(S^2)$ надо учитывать только $A_z(\text{vol}) \sim (\mathrm{rot}\vec{M})_z$. В Φ- между тоже $m_z = 0$ и надо учитывать только $\mathrm{div}\vec{M}$ - volume charges. Какой $\int dV dV' \frac{\mathrm{rot}\vec{M}\cdot\mathrm{rot}\vec{M}}{|r-r'|}$ и $\int dV dV' \frac{\mathrm{div}\vec{M}\,\mathrm{div}\vec{M}}{|r-r'|}$ интерпретировать?

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Ошибки λ для L = 7 nm, R = 100 nm. $R_c(7nm)/L_e = 0.59 + 0.21\left(\frac{7}{50}\right)^{0.85} = 0.676$

$c = \frac{R_c}{R} = 0.676 \cdot \frac{20\,nm}{100\,nm} = 0.135$. $\frac{d_1}{d_0} = \frac{1}{5 + 4R_n\frac{1}{a}} = 0.538$.

$N(0.05, 100nm) = 0.93$ SHS j^{2nd} J-beings. $N(p, Racah)$ нагляс с числом p (посчитать в Mathcad)

$N(0.07, 100\,nm) \approx 0.93 \cdot 0.8 \approx 0.75$, $\lambda^2 = \frac{1}{0.54 + 0.75} = 0.775$, $\lambda = 0.88$ (!) calc.

Оценка напрямую численно $\lambda = 0.83$. Согласие очень хорошее, учитывая чувствительность ошибки $N(p, R, J)$.

$\omega_G(S_{eq}, J) = \omega_0(J) + \omega_1(J)S^2 = \omega_0(\beta) + \omega_e J + \omega_1(J)\lambda^2\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right)$

Вблизи $J = J_{c1}$, $\omega_G(J) = \omega_e(J_{c1}) + \omega_e(J - J_{c1}) + \omega_1(J_{c1})\lambda^2\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right) =$

$= \omega_0(J_{c1}) + \left[\lambda^2\omega_1(J_{c1}) + \omega_e J_{c1}\right]\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right)$; $\frac{\omega_G(J)}{\omega_G(J_{c1})} = 1 + \left[\lambda^2\frac{\omega_1(J_{c1})}{\omega_0(J_{c1})} + \frac{\omega_e J_{c1}}{\omega_0(J_{c1})}\right]\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right)$

Если пренебречь Де-эффектом ($c\omega_e$), то $\frac{\omega_G(J)}{\omega_G(J_{c1})} = 1 + \lambda^2\frac{\omega_1(J_{c1})}{\omega_0(J_{c1})}\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right)$

$\omega_1(J_{c1})/\omega_0(J_{c1})$ calc. $= N(J_{c1}) \approx 0.75$

и λ^2 (calc.) $= 0.78$. Должно $\frac{\omega_G(J)}{\omega_G(J_{c1})}$ (calc.) $= 1 + 0.78 \cdot 0.75\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right)$. $0.78 \cdot 0.75 = 0.59$

Пусть $J = 4.5 \cdot 10^6$ A/cm² Calc. $\frac{\omega_G(J)}{\omega_G(J_{c1})} = 1 + 0.20 = 1.20$ и тогда $\omega_G(4.5 \cdot 10^6 \frac{A}{cm^2}) = 1.20 \cdot 350\,MHz =$

Simulated $\omega_G(4.5 \cdot 10^6) \approx 405$ MHz. $= 420$ MHz. Согласие хорошее.

Согласно 17/XI 09г. $\omega_e J = \Delta\omega(I) = \frac{8\pi}{15}\frac{\gamma R_s \mathcal{C} J}{c}$ или SI: $\Delta\omega(I) = \frac{2}{15\pi}\mathcal{C}\frac{\gamma}{R}I$,

$[I] = A$, $[R] = m$. Для $R = 100$ nm, $I = 10$ mA $\rightarrow \frac{\Delta\omega}{2\pi}(10mA) = 157.2\,MHz$.

но это также $\sim JS^2$ в energy $W(S)$. $I = \pi R^2 J$. $\frac{1}{2\pi}\gamma = 2.95\,\frac{MHz}{Oe}$

Согласно 8/IV 2013 $W_{de}(S) \cong W_{de}(0)\left[1 - \frac{2}{5}S^2 - \frac{1}{5}S^4\right]$, $W_{de}(0) = -\frac{1}{3}M_s L \mathcal{C} I R$ (в SI).

такое $W_{de}(S)$ хорошо вплоть до $S \le 0.8$. $W_{de}(0) = -\frac{8\pi}{3}\mathcal{C}M_s R^3 L H_0$, $H_0 = \frac{I}{2\pi R^2}$ (SI)

См. скачу $W_{de}(S)$ 19/XI 13г. - 2/V.

Очень хорошее приближение. $W_{de}(S') = W_{de}(0)\left[1 - \frac{2}{5}S'^2 - S'^4\right]$, $S' = S/(1+S^2)$, —

— имеет ошибку $\le 3\%$ при $S' = 0.47$, $S = 0.7$, см. Mathcad file.

$\Delta\omega = \frac{1}{R^2 G}\frac{1}{S}\frac{\partial W_{de}(S)}{\partial S} = \frac{2\mathcal{C}}{15\pi}\frac{\gamma I}{R}(1 + S^2)$, $\Delta\omega(S)$ растет с S, но при $S > 0.5$ должна падать (Dussaux)

Transient NL Vortex dynamics (1/XI): $\frac{\dot S}{S} = \mu - \nu S^2$, $\mu = \lambda(0) - d_0\omega_0$, $\lambda(R) = \frac{\alpha}{|G|}$

и $\vec F_{ST} = \pi a L(\hat z \times \vec X)$, $a = M_s \delta J$. $S \to |S|$. $\nu = d_1\omega_0 + d_0\omega_1$

$Z = Re^{i\Phi}$, $S \to R$. $\mu = \frac{M_s \delta J \gamma}{2\pi M_s L} - d_0\omega_0$. $\pi a L \to$ a new.

$\mu = \frac{\pi L M_s \delta J}{2\pi M_s L}\gamma - d_0\omega_0(J) = \frac{1}{2}\delta J\gamma - d_0\omega_0(J) = \frac{1}{2}\gamma\delta J - d_0\left[\underset{(P)}{\omega_0} + \omega_e J\right] =$

$= J\left[\frac{1}{2}\gamma\delta - d_0\omega_e\right] - d_0\omega_0 = \left(\frac{1}{2}\gamma\delta - d_0\omega_e\right)(J - J_{c1}) = d_0\omega_0\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right) = \mu$

Relaxation time $\tau = \frac{1}{2|\mu|}$ или $\frac{1}{\tau} = 2|\mu| = 2d_0\omega_0(0)\left|J/J_{c1} - 1\right|$, $S^2(t)$ очевидно.

$e^{2|\mu|t} = e^{t/\tau}$ или $e^{-t/\tau}$. $S^2(t) = F(e^{t/\tau})$ - вогнута. 1-2/VI.

$\nu = d_1\omega_0 + d_0\omega_1 > 0$, если в области J, $\omega_1(J)$ не слишком < 0 из $W_{de}(S)$.

Steady state $\dot S = 0$, $S_0^2 = \frac{\mu}{\nu}$ существ. при $\mu > 0$ ($J > J_{c1}$) и $\nu > 0$,

или $\mu < 0$ ($J < J_{c1}$), $\nu < 0$ — это не может быть при сильном $J < J_{c1}$.

$\mu < 0$, $\nu > 0$ соотв. steady state $S_0 = 0$. $\mu > 0$, $\nu < 0$ — соотв. $S_0 = 0$ (?)

$(J < J_{c1})$

$\dot\Phi \cong p[\omega_0(J) + \omega_1(J)S^2(t)]$, можно найти $\Phi(t)$ явно через $e^{-t/\tau}$.

Nonlinear STO

(14-15/XII) MathCad расчеты $S_0(J)$, $\omega_G(J)$ для FeNi, $M_s = 800$ G, $L = 7$ nm, $R = 100$ nm

с учетом W_m, W_{ex}, $W_{de}(S)$ - nonlinear. Взяли $\lambda = 0.96$ при formal decomp.

$W_{de}(S) = W_{de}(0)\left[1 - \frac{2}{5}S^2 - \frac{1}{5}S^4\right]$ из $\left[1 - \frac{2}{5}S'^2 - S'^4\right]$. Ещё $\left[1 - \frac{2}{5}S^2 + \frac{1}{5}S^4\right]$

приближение Сабл. с S'-разложением вплоть до $S = 0.7$.

$E(S) = \frac{1}{M_s^2 V}W(S)$, $E(S) = E_{m,ex}(S) + \frac{1}{M_s^2 V}W_{de}(S) = aS^2 + bS^4 + E_{de}(0)\left[1 - \frac{2}{5}S^2 - \frac{1}{5}S^4\right] =$

$= E(0) + a'S^2 + b'S^4$ - уже Де-вида. $a' = a - \frac{2}{5}E_{de}(0)$, $b' = b - \frac{1}{5}E_{de}(0)$

$E_{de}(0) = -\frac{1}{3\pi}\frac{1}{M_s}\frac{I}{R}$ (SI) $= -\frac{1}{3\pi}\frac{H_I}{M_s}$. $H_I = I/R$ (SI). $\Delta\omega(I) = \frac{2}{15\pi}\gamma H_I$.

Escaneado con CamScanner

$I = 10$ mA, $R = 100$ nm coax. $H_1 = 10^5 \left(\frac{A}{m}\right) = 4\pi \cdot 10^{-1}$ (Oe) $\cdot \frac{\Delta\omega(R+A)}{2\pi} = 1.2$ MHz.

$H_I(Oe) = 4\pi \cdot 10^3 \frac{I(mA)}{R(nm)}$ $\omega_c = \frac{\mu_0^2 V}{A^2 G} \frac{1}{\pi R^2} = \omega_0 \left[1 + \frac{2B^2}{a^2}\right]$, $\omega_0 = \gamma' H_0 a'$.

Oxc. $J_c = 3{,}36 \cdot 10^{10}$ A/m² coax. $I_{c1} = 0{,}336 \pi$ mA $= 1{,}056$ mA.

$\lambda_{calc} = 0.96$ (с.м. $Y_3 S^2$ в $W_{sc}(s)$, то $\lambda = 1.01$) γ обратно ω_c, λ_{calc} (simulated) $\lambda = 0.83$.

Но $\omega_c(J)$ зависимость, на 20%, меньше $\omega_c^{exp}(J)$ при $J = 3 \cdot J_c$,

$\omega_c^{exp} \simeq 350$ MHz, $\omega_c^{calc} \simeq 280$ MHz. Откуда расхождение?

// Сравнение с YD со Slavin' IEEE TM 2009: $\rho = |c|^2$, $c = |c| e^{i\Phi}$

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho}\dot{\rho} = 2\left[\Gamma_-(\rho) - \Gamma_+(\rho)\right], & \Gamma_+ = \Gamma_G(1 + Q\rho), \quad \Gamma_- = 2I(1-\rho), \quad \xi = I/I_{c1} \\ \dot{\Phi} = -\omega(\rho) & \omega = \omega_0 + N\rho \end{cases} \Rightarrow \rho_0 = \frac{(\xi - 1)}{\xi + Q}, \quad Q = \frac{d_1}{d_0} \text{ coax.}$$

У Левина в limit. cycle $\rho_0 = s_0^2$ не вводит N (!?).

У меня Cim. J Ph. 2011 $s_0^2 = \frac{M}{V} = \frac{(I/I_{c1} - 1)}{\left[d_1/d_0 + \omega_1/\omega_0\right] I_{c1}}$, у Слонч. $N = \omega_1/\omega_0$ coax.

$\omega_G = \omega_0 \left[1 + N s^2\right]$.

$$\begin{cases} \frac{\dot{R}}{R}(d_0 + d_1 R^2) - p\dot{\Phi} = -\omega_0 - \omega_1 R^2 \\ p\frac{\dot{R}}{R} + \dot{\Phi}(d_0 + d_1 R^2) = \lambda(R) \end{cases} \quad \lambda(R) = \frac{\pi a L}{|G|} - \text{ST term} \sim J, \quad z = \rho e^{i\Phi}$$

$$\rightarrow (1 + d^2)\frac{\dot{\rho}}{R} = p\lambda(R) - \omega_G(R) d(R) + \ddot{\Phi} = p\lambda_1(R) \quad \text{пренебрегаем } R^3, \lambda d \ll 1$$

Вместо $\Gamma_+(\rho)$ у меня $\omega_G(R) d(R)$ – для vortex ST0. $\omega_G(R) = \omega_0 + \omega_1 R^2$

(это из $\dot{\Phi}$ для vortex) $d(R) = d_0 + d_1 R^2$.

(16/VII) Получил revised Sci. Reports Stebliy – Slavin – Dot clusters. Звонил Rob: нельзя когда заключит contract в Singapore (с 1 May) и когда я получу $, IMER MAG-?

Edited и послал Oxc. chapt. 1-2 of PhD thesis.

Тезис Bortolotti PRB'13 – качество угловых коэффициентов из Gaididei, Sheka, Dussaux PRB'12, de Loubens PRL'09 – нужна симуляция и модель (TVA) аналитические выражения, и preprint Grimaldi (Nov. 25, 2013) по NL Vortex STO.

Моя eq. (см. $1/\sqrt{3}$ и далее) в R-Φ интегрально-дифференциальная $\frac{\dot{R}}{R} = p\lambda(R) - d(R)\omega_G(R)$

или $\frac{\dot{s}}{s} = \mu - \nu s^2$. $p = 1$. $\lambda(R) - d(R)\omega_G(R) = \lambda(R) - (d_0 + d_1 R^2)(\omega_0 + \omega_1 R^2) =$

$= \lambda(0) - \omega_0 d_0 - (d_1\omega_0 + \omega_1 d_0) R^2$, ST term $\lambda(R) = \frac{\pi a L}{|G|}$ слишком мало при $R \to 0$, не нарушает нелинейный член.

$\frac{\dot{s}}{s} = d_0\omega_0 \left[\frac{\lambda(0)}{\omega_0 d_0} + 1 - \left(\frac{d_1}{d_0} + \frac{\omega_1}{\omega_0}\right) s^2\right]$, $\lambda(0) - d_0\omega_0 = \mu = d_0\omega_0 (I/I_{c1} - 1)$.

$\frac{\dot{s}}{s} = d_0\omega_0 \left[\left(\frac{I}{I_c} - 1\right) - \left(\frac{d_1}{d_0} + \frac{\omega_1}{\omega_0}\right) s^2\right]$, тогда steady orbit $s_0^2 = \frac{(I/I_c - 1)}{\left[\frac{d_1}{d_0} + \frac{\omega_1}{\omega_0}\right]}$

Сравнение (fitting analyt. model) с exp. показывает, что fitted values of NL vortex parameters отлич. от вычисл. у Gaididei'10 или Dussaux'12 в 15-20 раз. т.е. calculated/simulated vortex parameters – неверны(!).

Из YD видно, что relax. rate $\frac{1}{\tau} = 2 d_0 \omega_0 (I/I_c - 1)$. определ. ширину линии.

$\dot{s} = -\frac{1}{\tau}\frac{\partial W}{\partial s}$ – ур-е Landau-Khalat. может применяться.

(17/VII) Беседа с Ю. с Patti: фонтаж "Managing inf." разделил на "Toshiba" – все fungible – отл. в 2013 и upgrade Supercomp. – 1550 € в 2014 (Feb.). Все аналитика Supercomputer, не ref. companies affiliated with UPV, знакомые, новые были опрошены MEC – auditors. Надо получать разрешение в UPV-Университете зафрахт (Ana Martinez) и материалов также покупки за 1/2 года.

Послал Stebliy-Slavin' Sci. Reports на повтор. рецензию Buday и Vera Nemo.

E-mail от Хохлова. $\overrightarrow{rotm} = \frac{\hat{z}}{|s|} \text{Im} \frac{\partial f}{\partial z}$, где TVA $\overrightarrow{rotm} = \frac{\hat{z}}{|s|}\frac{G}{c}\left[1 - 2\vec{s}\cdot\vec{s}\right]$

Для RVM $\overrightarrow{rotm} = \frac{\hat{z}}{|s|} \text{Im} \frac{i}{c} \frac{G}{|z-s|} = \frac{\hat{z}}{c|s|} \text{Im}\left[i(x+iy) - i(s_x + is_y)\right] = \frac{G}{c}\frac{\hat{z}}{|s|^2}(x - s_x) =$

$= \frac{G}{c}\frac{\hat{z}}{|s|} \text{Im}(i) = \frac{G}{c}\frac{\hat{z}}{|s|}$. $c|s| = |z - s|$ – RVM вихрь. $\overrightarrow{rotm}(\vec{s} = 0) \neq 0$ – any model. Vi Greim не нужен.

E-mails to Oxc. ($S(J)$, $\omega_G(J)$, $S(t)$ - plots data request), Зухра (поезд) и CAU (internet и printer connections). Ногроз: фиг. Juliana papers evaluation of M. El-Hilo.

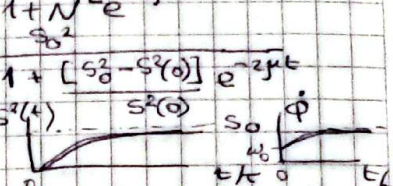
(18/XII) Радхи вдъл 2 factsheets Managing Informatic - remove Toshiba и fungibles для SuperComp. (390 €). E-mails Oxc. (изпратена $S(t)$ за mid. data) и Зухра. Неуспешна с CAU по повод internet connection и printer connection двата comp, вкл. и Supercomputer.

ML Vortex STO

Аналит. решение Nonlinear Vortex STO (1/v): $S^2(t) = \frac{S_0^2}{1+N^2 e^{-2\mu t}}$, $S(0) < S_0$, S_0 - определен интеграл. $N^2 = \frac{S^2(0)}{[S_0^2 - S^2(0)]} > 0$. $S^2(t) = \frac{S_0^2}{1+\frac{[S_0^2-S^2(0)]}{S^2(0)} e^{-2\mu t}}$

$\mu > 0$, $\frac{1}{\tau} = 2\mu = 2d_0\omega_0 (J/J_{c1} - 1)$, $J > J_{c1}$.

$p\dot{\Phi} = \omega_0 + \omega_1 S^2(t) \to \omega_0 + S_0^2\omega_1 = \omega_G(s_0)$ при $t \gg \tau$.



$Z(t) = R(t)e^{i\Phi(t)}$, $X(t) = R(t)\cos\Phi(t)$, $Y(t) = R(t)\sin\Phi(t)$.

$\xi^2(t) = S^2(t)/S_0^2$, $\xi^2(t) = \frac{1}{1+\left[\frac{1}{\xi^2(0)} - 1\right]e^{-t/\tau}}$ Забелязва между $\xi(0)$ и τ.

$\left[\frac{1}{S^2(t)} - 1\right] = \left[\frac{1}{S^2(0)} - 1\right]e^{-t/\tau}$, $\frac{1}{\xi^2(t)} = y(t) + 1$, $y(t) = y(0)e^{-t/\tau}$, $\ln y(t) = \ln y(0) - \frac{t}{\tau} \to$ - линейна $f(t)$ - сравнява експеримент. τ.

Сим. $J = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ A/m^2, взимаме $S(0)$ като $S(50$ ns$)$, $S_0 = 0.26613$. $\ln y(t)$ практически линейна $f(t)$ вилно до $t = 1150$ ns. Fit exp. decay $y(t)$ по $y(t) = Ae^{-t/\tau} + y_0$ дава $y_0 = 0{,}0289$, $A = y(0) = 11{,}863$ и $\tau = 178{,}4$ ns.

Calculated $\tau = \frac{1}{2d_0\omega_0}\left[J/J_{c1} - 1\right]^{-1}$. $J/J_{c1} = 1 = \frac{3.7}{3.36} - 1 = 0.101$.

$d_0 = \frac{1}{2}\alpha\left[\frac{\Delta}{\omega} + \ln\frac{1}{\varepsilon}\right] = 0.5 \cdot 0.01\left[1.25 + \ln\frac{1}{0.135}\right] = 0.0163$, $d_0\omega_0 = 0{,}163 \cdot 2\pi \cdot 300$ MHz $=$

$\tau = \frac{1}{2 \cdot 0.0307 \text{ GHz}} \frac{1}{0.101} = \frac{1}{2 \cdot 0.031 \cdot 0.101}$ ns $= 159{,}7$ ns - сход. хубаво! (!). $\leftarrow 307$ MHz

Ikerbasque meeting Christmas 2013 в Univ. Deusto, Bilbao (СЛ. и А.).

(19/XII) Надо построить $s(t)$, $S_0(J)$ и $\omega_G(J)$ - analytical из NL Thiele equation + TVA и построчно написаните им функции к simulated $s(t)$, $S_0(J)$, $\omega_G(J)$ by Oxc. Можем только вдъл $J_{c1}^{calc} = J_{c1}^{sim}$ для одинакови инкаменти J/J_{c1}.

$S_0^2(J) = \frac{M}{M_s} = \frac{d_0\omega_0(\beta)\left[J/J_{c1} - 1\right]}{\left[d_1\omega_0(J) + d_0\omega_1(J)\right]}$, защото $\omega_G = \omega_0 + \omega_1 S^2$ Gus' JPhys '2011 и $\omega_0 = \omega_0(\beta, J) = \omega_0(\beta) + \omega_e J$, $\omega_1 = \omega_1(J)$

$\omega_0(\beta)$ из Gus' JAP '02 с magnetostatics и exch. contributions.

$S_0^2(J) = \frac{\left[J/J_{c1} - 1\right]}{\left[\frac{d_1}{d_0}\frac{\omega_0(\beta,J)}{\omega_0(\beta)} + \frac{\omega_1(J)}{\omega_0(\beta)}\right]}$. Вблизи $J = J_{c1}$ можем пак. $\omega_0(\beta, J_{c1})$ и $\omega_1(J_{c1})$, тъй дет $S_0^2(J) \sim (J/J_{c1} - 1)$.

$\frac{\omega_0(\beta,J)}{\omega_0(\beta)} = 1 + \frac{\omega_e J}{\omega_0(\beta)} > 1$, тъй как би дамбал NL-damping d_1/d_0 - трябва в резер

$\omega_G(J) = \omega_0(\beta) + \omega_e J + \omega_1(J) S_0^2(J) = \omega_0(\beta) + \omega_e J + \omega_1(J)\frac{(J/J_{c1} - 1)}{\left[\frac{d_1}{d_0}\frac{\omega_0(\beta,J)}{\omega_0(\beta)} + \frac{\omega_1(J)}{\omega_0(\beta)}\right]}$

$S_0^2(J) = \lambda^2(J)(J/J_{c1} - 1)$ и $\lambda^2(J) = \left[\frac{d_1}{d_0}\frac{\omega_0(\beta J)}{\omega_0(\beta)} + \frac{\omega_1(J)}{\omega_0(\beta)}\right]^{-1}$.

Dussaux PRB '12 дает $S_{NL}^2(J) = \frac{J_{oc}}{\xi + \xi} = \frac{1}{\frac{\omega_1(J)}{\omega_0(\beta J)} + \frac{d_1}{d_0}}\frac{J_{oc}}{J_c}$, $J_c = \frac{D\chi_{ms}}{a_J G - D\chi_{oe}}$

$J_{oc} = \frac{a_J G J}{D\chi(J)} - 1 = \frac{a_J G}{D\chi(J)}\left[J - \frac{D\chi(J)}{a_J G}\right] =$ $\chi_{ms} + \chi_{oe} J = \chi(J)$.

$= \frac{a_J G}{D\chi(J)}\left[J - \frac{D}{a_J G}(\chi_{ms} + \chi_{oe} J)\right] = \frac{a_J G}{D\chi(J)}\left[J\left(1 - \frac{D\chi_{oe}}{a_J G}\right) - \frac{D\chi_{ms}}{a_J G}\right] = \frac{\chi_{ms}}{\chi(J)}\left[J/J_c - 1\right]$

$S_{NL}^2(J) = \frac{1}{\left[\frac{\omega_1(J)}{\omega_0(\beta J)} + \frac{d_1}{d_0}\right]}\frac{\omega_0(\beta)}{\omega_0(\beta J)}\left[J/J_c - 1\right] = \frac{\omega_0(\beta)}{\left[\omega_1(J) + \frac{d_1}{d_0}\omega_0(\beta J)\right]}\left[J/J_c - 1\right]$, тъй совп. с наш S_0^2

$S_{NL}^2(J) = \frac{1}{[\xi + \xi]}\frac{\omega_0(\beta)}{\omega_0(\beta J)}(J/J_c - 1)$, $\omega_G = \omega_0\left[1 + \xi S^2\right]$, $\omega_0 = \omega_0(\beta J)$, $\xi = \frac{\omega_1(J)}{\omega_0(\beta J)}$

$D_G = D\left[1 + \xi S^2\right]$, $\xi = d_1/d_0$. $d_0 = D/G$.

У Dussaux '12: $\omega_{NL}(J) = \omega_0(\beta J)\left[1 + \xi S_{NL}^2(J)\right] = \omega_0\left[1 + \frac{\xi}{\xi + \xi}\frac{\omega_0(\beta)}{\omega_0(\beta J)}(J/J_c - 1)\right]$ совп. с ω_G наш.

$J_{c1} = \frac{d_0\omega_0(\beta)}{\left[\frac{1}{2}\gamma\delta - d_0\omega_e\right]}$, $\vec{F}_{ST} = \pi a L(\hat{z} \times \vec{X})$, $a = M_S\delta J$ у нашия.

$\vec{F}_{ST} = \pi M_S L p_z \delta J(\hat{z} \times \vec{X})$ у Dussaux '12, тъй совп. с нашия при $p_z = +1$.

Escaneado con CamScanner

Дисперсия $J_c = \frac{\gamma' m}{G} = \frac{d_0 \chi_{ms}}{a_J - d_0 \chi_{ac}} = \frac{d_0 \omega_c(p)}{a_J - d_0 \omega_e}$, $a_J = \frac{\pi M_s L p_2 \beta}{\frac{1}{2}\pi M_s L/t} = \frac{1}{2}\gamma\beta p_2$,

собств. частота J_{c_1}: при $p_1 = +1$. $\beta = kg/(2|e|LM_s)$ в нек. единицах

Выбор: $\omega_{h_2}(3)$, $g_{h_2}(3)$ осц. дисперсии 12 – вперед, возвратное с частотой.

Ур-ния тепла в дисперсии 12: $\begin{cases} -d(s)s\dot{\theta} - \dot{s} + \frac{a_J}{G} J s = 0 \\ s\dot{\theta} + d(s)\dot{s} - \omega_c(s)\, s = 0 \end{cases}$ – собственные частоты ур-ния ФД, $\theta \to \Phi$,

Запишем у нулю выше $p = \pm 1$ – в собственной поляризации волноводов в ФД.

Запас в ФД дисперсии 12 волновода p_2 – ориентация $\vec{M}_p$ в опорном слое.

Дисперсия $J_{c_1} = \frac{d_0 \omega_c(p)}{\left[\frac{1}{2}\gamma\beta - d_0\omega_e\right]}$, $\beta = \frac{kg}{2|e|L_0 M_s}$ в SI. Пермаллой $M_s = 800$ Гс, $\eta = 0{,}2$ (Ом·см)

$L = 5$ нм, $\gamma/2\pi = 2{,}95$ МГц/Эе.

При $L = 5$ нм $\beta = 0{,}131 \cdot 10^{-7}$ м и $\frac{\gamma}{2\pi}\beta = 4{,}84 \cdot 10^{5}$ МГц $\cdot \frac{nm^2}{mA}$ ($27/4\pi 2003$ г.)

$1\ \frac{nm^2}{mA} = 1 \cdot \frac{10^{-14}\ cm^2}{10^{-3}\ A} = 10^{-11}\ \frac{cm^2}{A}$ и $\frac{\gamma}{2\pi}\beta = 4{,}84 \cdot 10^{-6}$ МГц $\cdot \frac{cm^2}{A}$, $L = 5$ нм

Оценка самост. $L = 5$ нм, 7 нм (ноздрёвно), 10 нм.

$J_{c_1} = 1{,}94 \cdot 10^{6} \frac{A}{cm^2}$, $J_{c_1} = 3{,}36\ 10^{6} \frac{A}{cm^2}$, $J_{c_1} = 6{,}64 \cdot 10^{6} \frac{A}{cm^2}$.

$\Delta\omega(J) = \omega_0 J = \frac{2}{15\pi}\gamma \frac{I}{R}$ (SI) $= \left| I = \pi R^2 J \right| = \frac{2}{15}\gamma R J$ или $\omega_e = \frac{2}{15}\gamma R = \frac{2}{15}\gamma R(nm) \cdot \frac{4\pi}{10^3}$

– если $\frac{\Delta\omega(J)}{2\pi}$ в МГц, $\gamma/2\pi = 2{,}95 \cdot \frac{МГц}{Эе}$ и J в $mA/nm^2 = 10^{11}\ A/cm^2$

$\omega_e = \frac{2}{15}\gamma R(Gm) \cdot \frac{4\pi}{10^3} 10^{11} (J\ в\ A/cm^2) = \frac{2}{15}\gamma R(nm) \cdot 4\pi \cdot 10^{8} \cdot 10^{-7} (J\ в\ A/cm^2)$

$\frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{2}{15}\frac{\gamma}{2\pi}(МГц/Эе) \cdot 4\pi \cdot 10^{R(nm)} (J\ в\ A/cm^2)$. Намагничена $I = 10$ mA, соотв. $J = \frac{1}{\pi} 10^{8} \frac{A}{cm^2}$

и $\frac{\Delta\omega}{2\pi}(10\ mA) = \frac{2}{15} \cdot 2{,}95 \cdot 40\pi \left(\frac{1}{\pi} 10^{8} \frac{A}{cm^2}\right) 10^{2} = 15{,}73 \cdot 10^{10} (Hz) = 10^{2} 157{,}3$ МГц – Верно, $\beta 10^2$ совпадает

$\frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{2}{15}\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) R(nm)\, 40\pi \cdot \frac{Hz}{A/cm^2}$ и $\gamma/2\pi = 2{,}95$ МГц/Эе. ω_e надо уменьш. на ξ.

$\omega_e/2\pi = 4{,}943$ Hz/(A/cm²) для $R = 100$ нм.

$\xi = 1 + \frac{15}{8}\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) c$, $c = \frac{R_0}{R}$. Исп. $\frac{R_c}{L_e} = 0{,}59 + 0{,}21 \left(L/L_e\right)^{0.85}$, $L_e = \sqrt{\frac{2A}{4\pi M_s^2}} = 18$ нм

Для $L = 5$ нм, $R = 100$ нм $\frac{R_c}{R} = c = \frac{L_e}{100\ nm}\left[0{,}59 + 0{,}21\left(\frac{L}{18\ nm}\right)^{0.85}\right] = 0{,}119$, $c(L = 7\text{ нм}) = 0{,}123$, $c(L = 10\text{ нм}) = 0{,}129$.

$\xi(5\text{ нм}) = 1 + 0{,}362\, c = 1 + 0{,}362 \cdot 0{,}119 = 1{,}043$; $\xi(7\text{ нм}) = 1{,}045$; $\xi(10\text{ нм}) = 1{,}047$.

ξ незначительно увеличит. ω_e на 4–5% с $L = 5 \div 10$ нм, $R = 100$ нм.

$\rightarrow d_0 = \frac{1}{2} d \left[\frac{5}{4} + \ln \frac{1}{c}\right]$, $d = 0{,}01$, $d_0(L = 5\text{ нм}) = \frac{1}{2} 0{,}01 \left[\frac{5}{4} + \ln \frac{1}{0{,}119}\right] = 1{,}69 \cdot 10^{-2}$; $d_0(7\text{ нм}) = 1{,}67 \cdot 10^{-2}$; $d_0(10\text{ нм}) = 1{,}65 \cdot 10^{-2}$

Окончательно $J_{c_1}(5\text{ нм}) = \frac{d_0 \omega_0(5/100)}{\left[\frac{1}{2}\gamma\beta - d_0\omega_e\right]}$, $\Delta\omega(I) = \frac{2}{15\pi}\gamma H_I$, $H_I = \frac{I}{R} = \frac{\pi R J}{}$, $[I] = A$, $[J] = A/m^2$, $[R] = m$

$\Delta\omega(I) = \frac{2}{15}\gamma(RJ) = \frac{2}{15}\gamma \cdot \left[R(m) J\left(\frac{A}{m^2}\right)\right] = \frac{2}{15}\gamma\left[10^{-7}\ m\ J(A/m^2)\right] =$

$= \frac{2}{15}\gamma \left[m \cdot J\left(\frac{A}{m^2}\right)\right] \cdot 10^{-7} = \frac{2}{15}\gamma J\left(\frac{A}{m^2}\right) \cdot 4\pi \cdot 10^{-3} Oe \cdot 10^{-7}$, $\frac{\Delta\omega(I)}{2\pi} = \frac{\omega_e}{2\pi} J = \frac{2}{15}\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) \cdot 4\pi \cdot 10^{-10} Oe \cdot J\left(\frac{A}{m^2}\right)$

$1\ \frac{A}{m^2} = 10^{-4}\ A/cm^2$ и $\frac{\Delta\omega(J)}{2\pi} = \frac{\omega_e}{2\pi} \cdot J = \frac{2}{15}\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) \cdot 4\pi \cdot 10^{-6} Oe \cdot J\left(\frac{A}{cm^2}\right) = \frac{2}{15} \cdot 2{,}95 \cdot 4\pi 10^{-6} Oe\ J\left(\frac{A}{cm^2}\right) =$

$= 4{,}943 \cdot 10^{-6}$ МГц $\cdot J(A/cm^2)$, $\frac{\omega_e}{2\pi} = 4{,}943 \cdot Hz/(A/cm^2)$

Вычислим $\frac{\gamma}{2\pi}\beta = \frac{5\text{ нм}}{L(nm)} \cdot 4{,}84\ \frac{Hz}{A/cm^2}$ и $\frac{\omega_e}{2\pi} = 4{,}943 \cdot \frac{Hz}{(A/cm^2)}$ – для $R = 100$ нм, $\frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{R(nm)}{100\ nm} 4{,}943\ \frac{Hz}{(A/cm^2)}$

$\omega_c(p) = \gamma M_s \left[8\pi \int dt\, \frac{\delta(nm)}{t} [\ldots]^2 - \left(\frac{L_e}{R}\right)^2\right]$, $\frac{\omega_0}{2\pi}(0{,}05\text{ нм}) = 174$ МГц, $\frac{\omega_0}{2\pi}(7\text{ нм}) = 268$ МГц, $\frac{\omega_0}{2\pi}(10\text{ нм}) = 403$ МГц

Окончательно $J_{c_1}(5\text{ нм}) = \frac{1{,}69 \cdot 10^{-2} \cdot 174\ МГц}{\left[\frac{1}{2} \cdot 4{,}84\ \frac{Hz}{A/cm^2} - 1{,}69 \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}94\ \frac{Hz}{(A/cm^2)}\right]} = \frac{1{,}69 \cdot 10^{-2} \cdot 174\ МГц}{2{,}337\ \frac{Hz}{(A/cm^2)}} = 1{,}26 \cdot 10^{6} \frac{A}{cm^2}$

$J_{c_1}(7\text{нм}) = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-2} \cdot 268\ МГц}{\left[\frac{1}{2} 4{,}84 \cdot \frac{5}{7} - 1{,}67 \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}94\right] Hz\left(\frac{A}{cm^2}\right)} = 2{,}72 \cdot 10^{6} \frac{A}{cm^2}$; $J_{c_1}(10\text{нм}) = \frac{1{,}65 \cdot 10^{-2} 403\ МГц}{\left[\frac{1}{2} 4{,}84 \frac{5}{10} + 1{,}65 \cdot 10^{-2} 4{,}94\right] Hz \frac{A}{cm^2}} =$

$= 5{,}89 \cdot 10^{6} A/cm^2$

Смоделированные знач. $J_{c_1}(5\text{нм}) = 1{,}94 \cdot 10^{6} A/cm^2$, $J_{c_1}(7\text{нм}) = 3{,}36\ \frac{MA}{cm^2}$, $J_{c_1}(10\text{нм}) = 6{,}64\ MA/cm^2$.

Escaneado con CamScanner

Calculated $J_{c1}(L)$ на 11% (10nm) — 35% (5nm) меньше simulated - $J_{c1}(L)$.

Уравнение - зависимость $\omega_0(\beta)$ в analyt. calculation по сравнению с $\omega_0(\beta)$-simul.

$J_{c1} = \frac{d_0 \omega_0(\beta)}{\left[\frac{1}{2}\beta\beta - d_0 d_1\right]} \approx \frac{2 d_0}{\beta\beta}\omega_0(\beta) \sim \omega_0(\beta)$. Надо использовать $J_{c1}(L)$ - simul.

$\left(\frac{d_1}{d_0}\right) = \frac{\gamma}{s + 4 k_n \frac{1}{c}} = f(c)$. $c = f_1(L)$. $\frac{d_1}{d_0}(5nm) = 0.518$, $\frac{d_1}{d_0}(7nm) = 0.523$, $\frac{d_1}{d_0}(10nm) = 0.531$.

$k_n = k_1 = 1.0^{12}$ - не влияет.

$S_1^2(J) = \frac{\omega_0(\beta)}{\left[\frac{d_1}{d_0}\omega_0(\beta, J) + \omega_1(J)\right]}\left[J/J_{c1} - 1\right]$. Нужен data-file $S_0(J)$ для $L = 7$ nm.

$S_0^2(J) = \frac{\omega_0(\beta)}{\omega_0^2(\beta, J)} \frac{\left[J/J_{c1} - 1\right]}{\left[\frac{d_1}{d_0} + N(\beta, R, J)\right]}$, $N(\beta, R, J) = \frac{\omega_1(J)}{\omega_0(\beta, J)}$, $\omega_G(J) = \omega_0(J)\left[1 + N S_0^2\right]$

Расчет сразу для $\lambda(J_{c1}) = 0.927$ с $J_{c1} = 3.36 \frac{MA}{cm^2}$, что близко к simul. $\lambda = 0.93$

$\omega_G(J) = \omega_0(\beta, J)\left[1 + N(\beta, R, J) S_0^2(J)\right]$ * соотв. $I_{c1} = 3.36\, 10^6 \frac{A}{cm^2} \pi \cdot 10^{10} cm^2 = 1.056$ mA

$N(0.07, 100nm, J_{c1}) = 0.572$ (!) $J_{c2} = 5.10^6 MA/cm^2$ соотв $I_{c2} = 5.1 \cdot 10^6 \pi 10^{-10} A = 1.602$ mA

↳ близко к Sukh! PRL'13.

Написан comments к $S_0(J)$-calc. сравн. с $S_0(J)$-sim. и послан Ос. и Дэнис. $S_0^{calc}(J)$ отличается от $S_0^{sim}(J)$ не более 10% без fitting, только J_{c1} взят из simulations Ос. для $L = 7$ nm.

20/XII Ур-е Thiele: $\vec{G} \times \dot{\vec{X}} + \frac{\partial W}{\partial \vec{X}} = \hat{D}\dot{\vec{X}} + \vec{F}_{ST}$, если пренебрегаем axial sym.

$G_z(|Z|)$, $W(|Z|)$, $D(|\vec{X}|)$ (это нетривиально для нелин $D(R)$), но упрощаем.

$\frac{\partial W}{\partial \vec{X}} = \frac{\partial W}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial \vec{X}} = \frac{\vec{X}}{R}\frac{\partial W}{\partial R}$, $R = |\vec{X}|$. $\vec{F}_{ST} = \pi a L (\hat{z} \times \vec{X}) f(R)$ - пренебрежение. $\pi a L \to a$.

$\vec{G} \times \dot{\vec{X}} + \frac{\vec{X}}{R}\frac{\partial W}{\partial R} = \hat{D}\dot{\vec{X}} + a f(R)(\hat{z} \times \vec{X})$ $\left\{\begin{array}{l} -G_z \dot{y} + \frac{X}{R} W_R' = \hat{D}\dot{X} + a f(-y) \\ G_z \dot{X} + \frac{y}{R} W_R' = \hat{D}\dot{y} + a f X \end{array}\right\}$

$i G_z \dot{Z} + \frac{Z}{R} W_R' = \hat{D}\dot{Z} + i a f Z$, если $\hat{D} = f(R)$ и $D_{\alpha\beta} \sim \delta_{\alpha\beta}$.

Тогда $Z = R e^{i\Phi}$ подставляем и отделяем Re(.), Im(.) где $(*)$ $\left\{\begin{array}{l} \frac{\dot{R}}{R} d(R) - \dot{\Phi} p = -\omega_G'(R) \\ p\frac{\dot{R}}{R} + \dot{\Phi} d(R) = \frac{a f}{|G|} \end{array}\right\}$

1D-oscillator Славина

в общем. $p = |G| = R^2$, $c = R e^{i\Phi}$ $\left\{\begin{array}{l} \frac{\dot{R}}{R} = \Gamma_-(R) - \Gamma_+(R) \\ \dot{\Phi} = -\omega_G(R) \end{array}\right\}$ $(**)$

$\dot{c} + i\omega \cdot c + \left[\Gamma_+ - \Gamma_-\right] c = f(t)$

$G_z = p|G|$, ур-е Thiele $ip\dot{Z} + Z\frac{1}{R|G|}W_R' = -\hat{d}\dot{Z} + i\frac{af}{|G|}Z$, $\frac{1}{|G|R}\frac{\partial W}{\partial R} = \omega_G$, $\frac{af}{|G|} = \lambda$.

$ip\dot{Z} + \omega_G Z = -\hat{d}\dot{Z} + i\lambda Z \Rightarrow \dot{Z} - i\omega_G p Z = +ipd\dot{Z} + \lambda p Z \Rightarrow (1 - ipd)\dot{Z} - i\omega_G Z p - \lambda p Z = 0$

Сравн. $\dot{c} + i\omega c + \left[\Gamma_+ - \Gamma_-\right] c = 0$ и $(1 - id)\dot{Z} - i\omega_G Z - \lambda Z = 0$ $(p = +1)$.

$\omega = -\omega_G$, $\Gamma_- c = \lambda Z$, $c = Z$, но $\Gamma_+ Z = -id\dot{Z}$ - для совпадения (c=Z) equations

$\Gamma_+ Z = -id\dot{Z}$ выполнялся, в частном, для circular motion $Z(t) = Z_0 e^{i\omega t}$, $\dot{Z} = i\omega Z$

$\Gamma_+ Z = -id\, i\omega Z$, чтобы define $\Gamma_+ = d\omega$.

Если $Z(t) = R(t) e^{i\Phi(t)}$, то $\dot{Z} = \dot{R} e^{i\Phi} + i\dot{\Phi} R e^{i\Phi} = \frac{\dot{R}}{R} Z + i\dot{\Phi} Z$.

$\Gamma_+ Z = -id\left[\frac{\dot{R}}{R} Z + i\dot{\Phi} Z\right]$, $\Gamma_+ = -id\frac{\dot{R}}{R} + d\dot{\Phi}$, но по усл. $\Gamma_+ = \Gamma_+(|Z|^2) = \Gamma_+(R)$

$(*)$ $\left\{\begin{array}{l} d\frac{\dot{R}}{R} - \dot{\Phi} = -\omega_G \\ \frac{\dot{R}}{R} + d\dot{\Phi} = \lambda \end{array}\right\}$ $\left\{\begin{array}{l} (1 + d^2)\frac{\dot{R}}{R} = \lambda - d\omega_G \\ (1 + d^2)\dot{\Phi} = \omega_G + \lambda d \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{l} \frac{\dot{R}}{R} \simeq \lambda - d\omega_G \\ \dot{\Phi} \simeq \omega_G \end{array}\right\}$ при $d^2 \ll 1$, $\lambda d \ll \omega_G$

Т.е. ур-е Thiele 2D-vortex motion сводится к 1D-oscillator при $d^2 \ll 1$, $\lambda d \ll \omega_G$ и axial sym. of the system. При этом $\hat{D} \to D_{\alpha\beta} = D(|Z|)\delta_{\alpha\beta}$ диагональна и $f(|Z|)$.

Тогда можно $\Gamma_-(R) = \lambda(R)$, $\Gamma_+(R) = d(R)\omega_G(R)$, $\omega(R) = -\omega_G(R)$.

но можно ли пренебрегать $d^2, \lambda d$ - членами в $\dot{\Phi}$ на больших временах?

Если steady oscillations, $\dot{R} = 0$, т.е. $Z = R_0 e^{i\Phi(t)}$ и R_0 из ур-я $\lambda(R_0) = d(R_0)\omega_G(R_0)$

$\dot{\Phi} = \frac{\lambda d + \omega_G}{1 + d^2} = \frac{\lambda d + \lambda/d}{1 + d^2} = \frac{\lambda}{d} = \omega_G(R_0)$ и $\Phi(t) = \omega_G(R_0)t + const$.

NL damping

Нел. damping $d_{\alpha\beta} = -\frac{1}{|G|}D_{\alpha\beta} = d_0^{\alpha\beta} + d_1^{\alpha\beta}|S|^2$, $d_0^{\alpha\beta} = d_0\delta_{\alpha\beta}$, но $d_1^{\alpha\beta}$ содержит $d_{xy} \neq 0$

$d_1^{xy} = d_1^{yx} \sim \sin 2\varphi_S = 2\frac{S_x S_y}{|S|^2}$, $d_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} d_0 + d_1|S|^2 & d_1^{xy} S_x S_y \\ d_1^{yx} S_x S_y & d_0 + d_1|S|^2 \end{pmatrix}$

$\hat{d}\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = d\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{xy}\dot{y} \\ d_{yx}\dot{X} \end{pmatrix}$, $d_{xy} = d_{yx} - d_f$.

Escaneado con CamScanner

$\dot{d}\dot{x} + d_{xy}\dot{y} + i\dot{d}\dot{y} + id_{yx}\dot{x} = d\dot{\bar{z}} + d_{xy}(\dot{y}+i\dot{x}) = d\dot{\bar{z}} + id_{xy}(\dot{x}-i\dot{y}) = d\dot{\bar{z}} + id_{xy}\dot{\bar{z}}$

d_{xy} to перемутировал ур-ния для z и $\bar{z}$. $(-i\Gamma_2)\dot{\bar{z}}(1+id) + i\omega_G\bar{z} - \lambda\bar{z} = 0$, т.к. $d_{xy} \sim |S|^2$ все члены в $\dot{\bar{z}}$ берутся при $S=0$. $\dot{\bar{z}} = \frac{1}{1+id_0}[\lambda - i\omega_0]\bar{z}$.

$i\dot{\bar{z}} = \frac{1}{1+id_0}[\omega_0 - i\lambda]\bar{z}$, $d_{xy}\, i\dot{\bar{z}} \approx d_{xy}[\omega_0 - i\lambda]\bar{z} \approx d_{xy}\omega_0\bar{z}$ — не нужен. избавился от $\bar{z}$. // Условие сохр. 1D-oscillator и 2D-Thiele $\Gamma_+ = -id(\dot{R} - d\omega_G) + d\omega_G$

Вычисл. при $d\dot{R} \ll 1$, $\lambda d \ll 1$ и сводится к $\Gamma_+(R) = d(R)\omega_G(R)$ и $\Gamma_-(R) = \lambda(R)$.

$$\left.\begin{aligned} -\dot{y} + \omega_G X &= d\dot{X} + d_{xy}\dot{y} - \lambda y \\ \dot{X} + \omega_G y &= d\dot{y} + d_{xy}\dot{X} + \lambda X \end{aligned}\right\} \quad \begin{pmatrix} -d & -1-d_{xy} \\ 1-d_{xy} & -d \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{X}\\ \dot{y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_G & -\lambda \\ \lambda & -\omega_G \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ y\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d & 1+d_{xy} \\ -1+d_{xy} & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{X}\\ \dot{y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_G & \lambda \\ -\lambda & \omega_G \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ y\end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d & 1+d_{xy} \\ -1+d_{xy} & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} d & 1-d_{xy} \\ -1-d_{xy} & d \end{pmatrix}, \det A =$$

$= d^2 - (1+d_{xy})(d_{xy}-1)^2 = d^2 - [d_{xy}^2 - 1] = 1 + O(d^2)$.

$$= \begin{pmatrix} d\omega_G - \lambda(1-d_{xy}) & \lambda d + \omega_G(1-d_{xy}) \\ -(1+d_{xy})\omega_G - \lambda d & -\lambda(1+d_{xy}) + d\omega_G \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} d\omega_G - \lambda & \omega_G(1-d_{xy}) \\ -(1+d_{xy})\omega_G & d\omega_G - \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d & 1-d_{xy} \\ -1-d_{xy} & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \omega_G & \lambda \\ -\lambda & \omega_G \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\dot{X}\\ \dot{y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d\omega_G - \lambda & \omega_G(1-d_{xy}) \\ -(1+d_{xy})\omega_G & d\omega_G - \lambda \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ y\end{pmatrix}$$ — нонлин. system, т.к. $\omega_G(R), d(R), \lambda(R), d_{xy}(\vec{S})$.

$d_{xy} \neq 0$ делает steady orbit $X = R_0\cos\Phi$, $y = R\sin\Phi$ — невозможна, т.к. $d\omega_G - \lambda = 0$, но $\dot{\Phi} = -\omega_G(1-d_{xy})$ и $\dot{\Phi} = -\omega_G(1+d_{xy})$ — должны выполн. одновременно, что невозможно.

Сн. 26-27/IX 2012г. $d_{xy} \sim \int d^2\vec{S}\, \frac{\partial\Phi}{\partial S_x}\frac{\partial\Phi}{\partial S_y} \sim i\int d^2\vec{S}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial S}\right)^2 - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{S}}\right)^2\right]$, $W = |W|e^{i\Phi}$, и все вычисл. доказательства $d_{xy} = 0$ с учетом $|S|^2$ членов. $d_{xy} \sim \sin 2\varphi_S$ — видно.

Ур-е Thiele $[G_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta}]\dot{X}_\beta = \frac{\partial W}{\partial X_\alpha}$, $G_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & G_{xy} \\ -G_{xy} & 0 \end{pmatrix}$, $G_{xy} + D_{xy} =$

$= G_z + D_{xy} = G_z\left[1 + \frac{D_{xy}}{G_z}\right]$, $\frac{D_{xy}}{G_z} \approx \frac{D_{xy}}{|G_z|} \sim d_{xy} \sim d_G|S|^2\sin 2\varphi_S$

$d_{xy} \approx d_G|S|^2 \ll 1$ — всегда.

// В главном приближ. $d_{xy} \ll 1$ можно пренебречь, т.к. d_{xy} small correction to G_z.

$d_{xx} = d_{yy} = d = d_0 + d_1|S|^2$ и d_0, d_1 пренебрегаем нигде, т.к. d_0, d_1 сравнивается с малым ST-членом. // перевести $J = \frac{10}{\pi} I(mA)\frac{MA}{cm^2}$ для $R = 100$ nm.

21-22/XII Построен в MathCad и Origin plots $S(t,J)$ transient v. orbit radius для разных J. Согласие с Simul. хорошее, особенно при малых J. Для $J \gg J_{c1}$ $S_0(J)$-Calc. $> S_0(J)$sim., что удовлетворительно согласие. Начал. $S(t,J)$ Оксане.

23/XII Оплата сбер. Oct.-Nov. 2013 — 154 €, С Л. и Ю. в Urbil-Eroski Lizide.

Получил Ikerbasque double-salary и reminder о год. отчете до Dec. 31, 2013.

Оформлен $S(t,J)$ — transient v. dynamics Ю. Погорелову.

NL Spin torque

24/XII – 25/XII Работа дома над статьей Nonlin. Vortex STNO, 25/XII Ю. не уехала в Barcelona.

26/XII Построена численно $\omega_G(J)$ для $L = 7$nm, $\omega_G^{calc} < \omega_G^{sim}$ примерно на 20%. Численно нелинейно дает linear $\omega_0(\beta) < \omega_0^{sim}(\beta)$. Анализ нонлин. членов в 2D.

Формулировка условий сводимости NL-Thiele к NL-oscillator system: 1) axial Sym. $W(S)$; 2) пренебрежение nondiag. damping $d_{xy} \to 0$; 3) small damp. $d^2 \ll 1$; 4) пренебрежение ось. $F_{ST}(S)$.

$\vec{F}_{ST}(S) = a(u)(\hat{z}\times\vec{S})$, $u = |S|$ — необходимо для сведения NL-Thiele к NL-oscillator.

Тогда $\gamma(u) = \frac{a(u)}{|G(u)|}$, $u = |S|$, $(S = ue^{i\Phi})$. $\gamma(u) = \gamma_0 + \gamma_1 u^2$ и ур-е на steady orbit

u_0 сводится к $\gamma(u) = d(u)\omega_G(u)$, $\gamma_0 + \gamma_1 u^2 = (d_0 + d_1 u^2)(\omega_0 + \omega_1 u^2)$,

$u_0^2 = \frac{\gamma_0 - d_0\omega_0}{[d_1\omega_0 + d_0\omega_1 - \gamma_1]}$, $\gamma_0 - d_0\omega_0 = d_0\omega_0'(J/J_{c1} - 1)$, $\omega_0 = \omega_0' + \omega_e J$ linear TH frequency.

$\gamma_0 = \frac{1}{2}\beta J$.

NL-spin torque может дать вклад в steady orbit radius $u_0^2(J)$. Какой γ_1?

// $G(S)$ и $W(S)$ — инвариантны отн. $S \to S' = Se^{i\varphi_S}$, поэтому $G(|S|)$, $W(|S|)$.

$d_{xx} = d_{yy}$ также обл. $f(u)$, $d_{xy} \sim S_x S_y$ — проверить. Аккуратно симметрично $\vec{F}_{ST}(S)$ — можно ли $\vec{F}_{ST}(\vec{S}) = a(u)(\hat{z}\times\vec{S})$? проверить также $d_{xy} \neq 0$?

Escaneado con CamScanner

Summary Nonlin. ST vortex oscillator – Torgeman? – см. Sept. 18, 2012.

$F_{ST}^{-}(s) \sim \left(\vec{m}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial s}\right)_z = \frac{2i}{(1+w\bar{w})^2}\left(w\frac{\partial\bar{w}}{\partial s} - \bar{w}\frac{\partial w}{\partial s}\right)$ сом. 8/V 2012г. $\hat{e}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} \mp i\hat{y})$

$\vec{F} = F^{-}\hat{e}_{-} + F^{+}\hat{e}_{+} + F_z\hat{z}$.

Или $\left(\vec{m}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial s}\right)_z = \sin^2\theta\frac{\partial\varphi}{\partial s}$, $s = |s|e^{i\varphi}$ и $w = \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}e^{i\varphi}$, $\vec{m}(\theta,\varphi)$.

$\sin^2\theta = \frac{4|w|^2}{(1+|w|^2)^2}$. $f(z) = i\frac{\alpha}{c}\left[z - \frac{(s+\bar{s}z^2)}{1+s\bar{s}}\right]$ или $f(z) = -i\frac{\alpha}{c}\frac{1}{1+s\bar{s}}(z-s)(\bar{s}z-1)$

+TA +VA

$s \to se^{i\varphi_s}$, $f(z) \to f(se^{i\varphi_s}) = -i\frac{\alpha}{c}\frac{1}{1+s\bar{s}}(z - se^{i\varphi_s})(\bar{s}e^{-i\varphi_s}z - 1) = -i\frac{\alpha}{c}\frac{e^{i\varphi_s}}{1+s\bar{s}}(ze^{-i\varphi_s} - s)(\bar{s}e^{-i\varphi_s}z - 1) =$

$= e^{i\varphi_s}f(z')$, $z' = ze^{i\varphi_s}$, т.е. $f(z) \to e^{i\varphi_s}f(z')$. $\int_{dot} d^2\vec{s}\, F(|s|) = \int ds\, s \int d\varphi\, F(|s(ze^{i\varphi_s})|) =$

$= \int_{dot} ds\, s \int_0^{2\pi} d\varphi\, F(ze^{-i\varphi_s}) = \int_{dot} ds\, s \int_{-\varphi_s}^{2\pi-\varphi_s} d\varphi'\, F(z) = \int_{dot} ds\, s \int_0^{2\pi} d\varphi'\, F(z)$, $z = |z|e^{i\varphi'}$, $s = s(z)$,

т.е. если $F = F(|s|)$ и $\int d^2\vec{s}$ берется по кругу (s-имеет круг. симметрию), то

$\int_S d^2\vec{s}\, F(z) = \int_S d^2\vec{s}\, F(z')$, где $z' = ze^{-i\varphi_s}$. Например $\int_S d^2\vec{s}\sin^2\theta$ зависит от $|s|$ только.

March 2012: $\left(\vec{m}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial s_x}\right)_z = \frac{2i}{(1+w\bar{w})^2}\left[w\frac{\partial\bar{w}}{\partial s_x} - \bar{w}\frac{\partial w}{\partial s_x}\right]$, $s_x = s_x, s_y$ или $s_{\pm} = s, \bar{s}$.

+TA $\frac{\partial\varphi}{\partial s} = -\frac{i}{2}\frac{(1-s^2)}{(z-s)(s\bar{z}-1)} = \frac{i}{2}\left[\frac{1}{(z-s)} + \frac{\bar{z}}{(s\bar{z}-1)}\right]$, $\varphi = \operatorname{Im}(\ln f)$

$\varphi_s'(z)$. $s \to se^{i\varphi_s}$, new $\varphi_s'(z) = -\frac{i}{2}\frac{(1-s^2)}{(z-se^{i\varphi_s})(se^{i\varphi_s}\bar{z}-1)} = -\frac{i}{2}\frac{(1-s^2)e^{-i\varphi_s}}{(ze^{-i\varphi_s}-s)(se^{i\varphi_s}\bar{z}-1)} =$

$= e^{-i\varphi_s}\varphi_s'(z')$, $z' = ze^{-i\varphi_s}$. $\varphi_s'(z) \to e^{-i\varphi_s}\varphi_s'(z')$ при $s \to se^{i\varphi_s}$.

$F_{ST}^{-}(s) = \int_{dot} d^2\vec{s}\sin^2\theta\frac{\partial\varphi}{\partial s} \xrightarrow{s\to se^{i\varphi_s}} \int_{dot} d^2\vec{s}\sin^2\theta(z')e^{-i\varphi_s}\varphi_s'(z') = e^{-i\varphi_s}\int_{dot} d^2\vec{s}\sin^2\theta(z)\varphi_s'(z) = e^{-i\varphi_s}F_{ST}^{-}(s)$

При $s \to se^{i\varphi_s}$, $F_{ST}^{-}(s) \to e^{-i\varphi_s}F_{ST}^{-}(s)$, т.е. $F_{ST}^{-}(s) = \bar{s}\psi(|s|)$. $F_{ST}^{-}(se^{i\varphi_s}) = \bar{s}e^{-i\varphi_s}\psi \Rightarrow$
$\Leftarrow e^{-i\varphi_s}F_{ST}^{-}(s)$

также $F_{ST}^{-}(s)$ соотв. $\vec{F}_{ST}(\vec{s}) \sim (\hat{z}\times\vec{s})\psi(|s|)$, $F_{ST}^{-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(F_x - iF_y)$.

$F_x^{ST} \sim \operatorname{Re}F_{ST}^{-} \sim \operatorname{Re}(\bar{s}) = s_x$, $F_y^{ST} = -\operatorname{Im}F_{ST}^{-} = -\operatorname{Im}\bar{s} = s_y$ — нет, надо $\times i$.

$F_{ST}^{-} \sim i\bar{s}\psi(|s|)$ и $F_{ST}^{x} = \operatorname{Re}F_{ST}^{-} \sim \operatorname{Re}i\bar{s} = \operatorname{Re}(is_x + s_y) = s_y$, $F_{ST}^{y} = \operatorname{Im}F_{ST}^{-} \sim -\operatorname{Im}i\bar{s} = -s_x$

$\hat{z}\times\vec{s} = \begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ 0 & 0 & 1\\ s_x & s_y & 0\end{vmatrix} = \hat{y}s_x - \hat{x}s_y$ и $\vec{F}_{ST} \sim (\hat{z}\times\vec{s})$.

→ Вывод: $\vec{F}_{ST} \sim (\vec{s}\times\hat{z})\psi(|s|)$ соотв. нашему предположению. Также $\vec{F}_{ST}(\vec{s})$ допускает независимые eq. Thiele для s и $\bar{s}$, и позволяет переход к NL-oscillator equation.

(27/XII) Работа над paper. Nonlin. vortex STO с Берлов и Окс. Прислали недавно, ungrounded report Referee на $\chi(\omega)$ – APL. Шупра – разг. с Мелковым и Блебой.

(28/XII) Закончил draft Nonlin. Vortex STO paper и послал его Окс., Дима.

Главный предполагаю быстро получить $\chi(\omega)$ – APL. Также AESWS – all electric. Spin wave spectroscopy papers by Neusser, Duerr, Grundler, Back. По vortex – STO: 1) найти $\vec{X}(0)$ – thermal по $\chi(\omega)$ – vortex APL'06; 2) сравнить $\nu_0(J)$, $\omega_G(J)$ с exp. Grimaldi, ArXiv'13; 3) Найти численно $G_z(s)$ и $F_{ST}(s)$.

Сом. 1/VI при $\mu \sim (J/J_{c1} - 1) < 0$, $s^2(t) = \frac{s_0^2}{\left[N_-^{-2}e^{2|\mu|t} - 1\right]}$, $s_0^2 = |\mu|/\nu > 0$.

$N_-^2 = \frac{s^2(0)}{s_0^2 + s^2(0)}$, $N_-^{-2} = \frac{s_0^2}{s^2(0)} + 1$. $\mu = -|\mu| < 0$.

$s^2(t) = \frac{s_0^2}{\left[\frac{s_0^2}{s^2(0)} + 1\right]e^{2|\mu|t} - 1}$ $J < J_{c1}$, $\mu < 0$

при $t >> \tau$, $\tau = \frac{1}{2|\mu|}$, $s^2(t) = s_0^2\frac{1}{\left[\frac{s_0^2}{s^2(0)} + 1\right]}\exp(-2|\mu|t)$ или $s(t) = \frac{s_0}{\sqrt{\frac{s_0^2}{s^2(0)} + 1}}e^{-|\mu|t}$, $t >> \tau$

Ищу (μ,ν) $\frac{s^2}{\mu - \nu s^2} = \frac{s^2(0)}{\mu - \nu s^2(0)}e^{2\mu t} = f$. $\frac{\mu}{s^2} - \nu = f^{-1}$,

$s^2 = \frac{\mu}{f^{-1} + \nu} = \frac{\mu}{\nu}\frac{1}{\nu f^{-1} + 1} = \frac{\mu}{\nu}\frac{1}{\frac{1}{\nu}(\mu - \nu s^2(0))\frac{1}{s^2(0)}e^{-2\mu t} + 1}$,

$s(t) = \frac{s(0)}{\sqrt{1 + \frac{s^2(0)}{s_0^2}}}e^{-|\mu|t}$

$s^2(t) = \frac{\mu}{\nu}\frac{1}{\left[\frac{\mu}{\nu}\frac{1}{s^2(0)} - 1\right]e^{-2\mu t} + 1}$ – общее реш., ищу (μ,ν). По физ. смыслу $\nu > 0$.

a) $\nu > 0$, $\mu < 0$, $s_0^2 = |\mu|/\nu$, $s^2(t) = -\frac{s_0^2}{\left[-\frac{s_0^2}{s^2(0)} - 1\right]e^{+2|\mu|t} + 1} = \frac{s_0^2}{\left[\frac{s_0^2}{s^2(0)} + 1\right]e^{+2|\mu|t} - 1}$

b) $\nu > 0$, $\mu > 0$, $s^2(t) = \frac{s_0^2}{\left[\frac{s_0^2}{s^2(0)} - 1\right]e^{-2\mu t} + 1}$; c) $\nu > 0$, $\nu < 0$, $\mu = 0 \Rightarrow s^2(t) = \frac{s^2(0)}{1 + 2\nu t\, s^2(0)} \sim \frac{1}{t}$, $t \to \infty$, $\nu > 0$

d) $\nu < 0$, $\mu > 0$, $s_0^2 = \mu/|\nu|$ сводится к a) $s^2(t) = \frac{s_0^2}{\left[\frac{s_0^2}{s^2(0)} + 1\right]e^{2\mu t} + 1}$, $s(t) \to 0$, $t \to \infty$

e) $\nu < 0$, $\mu < 0$, $s_0^2 = |\mu|/|\nu| > 0$ сводится к b) но с $\mu = -|\mu|$ и $s(t) \sim e^{-|\mu|t} \to 0$, $t \to \infty$. $s(t) \sim e^{-\mu t}$.

Escaneado con CamScanner

$\left(\frac{\partial|s|}{\partial s}\right)' = \frac{1}{2}|s|\left[-\frac{2se^{-i\varphi_s}}{1+ss} + \frac{|z|^2-2\bar{s}e^{i\varphi_s}z+1}{(z-se^{i\varphi_s})(se^{i\varphi_s}\bar{z}-1)}\right] = e^{-i\varphi_s}\frac{\partial|f(z)|}{\partial z}$, $z' = ze^{-i\varphi_s}$

$D_{xy}(\vec{s}) \sim \int_{dot} d^2\vec{s}\left[i\left\{\left(\frac{\partial w}{\partial s}\right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial \bar{s}}\right)^2\right\} + |w|^2 i\left\{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial s}\right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{s}}\right)^2\right\}\right]\frac{1}{(1+m\bar{v})^2}$

Then в $D_{xy} \sim \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s}\right)^2$ при интегр. по кружку даст $= F(|s|)\sin 2\varphi_s$ вместо, вместо

Расчи. $J(s) = \int_{dot} d^2\vec{s}\left(\frac{\partial|w|}{\partial s}\right)^2$, $\frac{\partial w}{\partial s} = \begin{cases} \frac{\partial|s|}{\partial s}, \text{ core} \\ 0 \quad \text{fine core} \end{cases}$. При $s \to se^{i\varphi_s}$,

$\frac{\partial|s|}{\partial s} \to e^{i\varphi_s}\frac{\partial|f(z)|}{\partial z}$ и $\left(\frac{\partial|s|}{\partial s}\right)^2 \to e^{-i2\varphi_s}\left[\frac{\partial|s(z)|}{\partial z}\right]^2$. Если $D_{xy} \sim |s|^2$,

то v. core $s_c(\varphi) = c + O(s)$ border можно считать кругом.

$J(s) = \int_{dot} d^2\vec{s}\left[\frac{\partial|w|}{\partial s}\right]^2 = \int_{core\approx кружок} d^2\vec{s}\left[\frac{\partial|s|}{\partial s}\right]^2$, $J(se^{i\varphi_s}) = e^{-2i\varphi_s}\int_{core} d^2\vec{s}\left[\frac{\partial|s(z)|}{\partial z}\right]^2 =$

$= |\text{если v. core} - кружок| = e^{-2i\varphi_s}J(s)$, $J(s) = \bar{s}^2 F_c(|s|)$ и $D_{xy}^{(core)} \sim \mathrm{Im}\, J(s) \sim \sin 2\varphi_s$

С точн. до $|s|^2$: $D_{xy}(\vec{s}) \sim |s|^2 \sin 2\varphi_s$ с усреднением all dot (core и fine core).

Вид $D_{xy} = k|s|^2\sin 2\varphi_s$, т.е. value of k - неважно, т.к. $D_{xy} \sim |s|^2$ приемлемо.

Приемлемо, т.к. D_{xy} сильно портит eq. Thiele, не давая сходимость к NL-oscillator.

Note: В Заповеди NL-STO слабина Japan exp. сделан на square dot, а для square dot NL-oscillator model слабина неприменима, т.к. $W(\vec{s}) \neq W(|\vec{s}|)$, нет axial symmetry ym. oz.

Возможно ли $D_{xy}(\vec{s}) \sim \frac{s_x s_y}{|\vec{s}|}$? Симметрия $D_{xy}(\vec{s}) \sim \sin 2\varphi_s$ выполняется

Возможна ли $\vec{F}_{ST} \sim (\hat{z}\times\vec{s})\psi(|\vec{s}|)$ с $\psi(|\vec{s}|) = \psi_0 + \psi_1|\vec{s}| + \psi_2|\vec{s}|^2$, с $\psi_1 \neq 0$

$\psi_1 \neq 0$ сильно и неприемлемо для Thiele и NL-oscillator.

$D_{xy}(\vec{s}) \sim \frac{s_x s_y}{|\vec{s}|}$ и $F_{ST}^{\vec{}} \sim \vec{s}[\psi_0 + \psi_1|s| + \ldots]$ - означает неаналитичность $D(\psi)$, $F_{ST}(s)$

Сом. 27/IV 2022 г. $D_{xy}(\vec{s}) \sim \sin 2\varphi_s \int_{core} ds\,s\,d\varphi\left[\frac{s^2\cos 2\varphi - 2|s|s(1+s^2)\cos\varphi}{[s^2 - 2s(1+s^2)|s|\cos\varphi]^2}\right] =$ (с точн. до s)

$= \sin 2\varphi_s \int_0^1 ds\,s \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{s^2}\left[\cos 2\varphi - 2\frac{|s|}{s}(1+s^2)\cos\varphi\right]\left[1 + \frac{4}{s}(1+s^2)|s|\cos\varphi\right] = |\text{core} = кружок| =$

$= \sin 2\varphi_s \int \frac{ds}{s}\int d\varphi\left[\cos 2\varphi + \frac{4}{s}(1+s^2)|s|\cos\varphi\cos 2\varphi - 2\frac{|s|}{s}(1+s^2)\cos\varphi\right] = 0$ из-за $\int_0^{2\pi} d\varphi(\ldots)$.

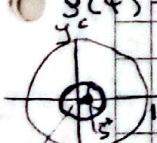
Но v. core не кружок $s_c(\varphi) = c + |s|c^2\cos\varphi'$ в сист. коорд. с центром $\vec{s} = \vec{s}'$.

В нов. системе коорд. (с центром $\vec{s}' = 0$): $c^2 = s^2 - 2(1+s^2)s|s|\cos\varphi$ $(\varphi - \varphi_s \to \varphi)$.

$s_c(\varphi) = c + (1+c^2)|s|\cos\varphi$, $|s| \le c$. $D_{xy}(\vec{s}) \sim \sin 2\varphi_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{s_c(\varphi)}^{1} ds\,s\,\frac{1}{s^2}\left[\cos 2\varphi - 2\frac{|s|}{s}(1+s^2)\cos\varphi + \right.$

$\left. + \frac{4}{s}(1+s^2)|s|\cos\varphi\cos 2\varphi\right] = \sin 2\varphi_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{s_c(\varphi)}^{1}\frac{ds}{s}\cos 2\varphi = \sin 2\varphi_s \int_0^{2\pi} d\varphi\cos 2\varphi \ln s_c(\varphi) =$

$= \sin 2\varphi_s \int_0^{2\pi} d\varphi\cos 2\varphi \ln[c + |s|\cos\varphi] = \sin 2\varphi_s \int_0^{2\pi} d\varphi\cos 2\varphi\left[\ln c + \frac{|s|}{c}\cos\varphi\right] = 0$, но



радиус $\frac{|s|}{\text{радиус}} \ll 1$. Аппроксимация разложение $|s| \ge c$.

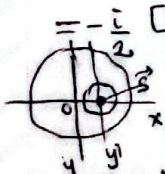
$D_{xy}(\vec{s}) \sim \sin 2\varphi_s \int_0^{2\pi} d\varphi\cos 2\varphi \ln\left[1 + \frac{|s|}{c}\cos\varphi\right] = \frac{|s|^2}{c^2}\sin 2\varphi_s \cdot k$ - грубо качественно расчет.

Если $|s| > c$ переходим в сист. коорд. с центром $\vec{s}' = \vec{s}$, но $|s|/c < 1$.

v. core в $x'0'y'$ $s_c(\varphi') = c + |s|c^2\cos\varphi'$, $\frac{\partial\varphi}{\partial s} = -\frac{i}{2}\frac{(1-|z|^2)}{(z-s)(\bar{s}z-1)} \approx -\frac{i}{2}\frac{[1-|z|^2+|s|^2]}{z'(\bar{s}z'-1)} =$

$z' = z - s$

$= -\frac{i}{2}\frac{[1-s'^2 - 2s'|s|\cos(\varphi-\varphi_s)]}{z'(\bar{s}z'-1)}$, $\frac{s\to 0}{s\to s_x}$. $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial s}\right)^2 = -\frac{1}{4}\frac{[1-s'^2 - 2s'|s|\cos\varphi]^2}{z'^2(\bar{s}z'-1)^2}$, $z' \to z$.



$\frac{1}{(1-\bar{s}z)^2} \approx 1 + 2\bar{s}z + O(s^2)$, $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial s}\right)^2 \approx -\frac{1}{4}\frac{[(1-s^2)^2 - 4(1-s^2)s|s|\cos(\varphi-\varphi_s)]}{z^2(\bar{s}z-1)^2} =$

$= -\frac{1}{4}\frac{e^{-2i\varphi}}{s^2}[(1-s^2)^2 - 2(1-s^2)(s\bar{z}+\bar{s}z)][1+2\bar{s}z]$

$J(s) = \int (d^2\vec{s})\left(\frac{\partial\varphi}{\partial s}\right)^2 = -\frac{1}{4}\int\frac{(1+s^2)}{s^2}e^{-2i\varphi}[1 - s^2 - 2(s\bar{z}+\bar{s}z)][1+2\bar{s}z]\,d^2\vec{s} =$

$= -\frac{1}{4}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{s_c(\varphi)}^{s_d(\varphi)} ds\,s\,\frac{(1-s^2)}{s^2}e^{-2i\varphi}[1 - s^2 + (1-s^2)2\bar{s}z - 2(s\bar{z}+\bar{s}z)] = |s_d(\varphi) - \text{уравн. dot}| =$ (окаем.) $= J_m(\varphi)$

$= -\frac{1}{4}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{s_c}^{s_d} ds\,s\,\frac{(1-s^2)}{s^2}[1 - s^2 - 4s|s|\cos(\varphi-\varphi_s) + (1-s^2)2|s|se^{i(\varphi-\varphi_s)}]e^{-2i\varphi} = |\bar{J}_m(\varphi)| =$

Escaneado con CamScanner

$= -\frac{1}{4}\int d\varphi \int_{S_0}^{S_1} dS\,S \frac{(1-S^2)}{S^2}\left[-\left\{1-S^2-4|s|S\cos(\varphi-\varphi_s)\right\}\sin 2\varphi + (1-S^2)2|s|S(-1)\sin(\varphi+\varphi_s)\right]$

$S_1 + |z|^2 = |z'+s|^2 = 1$, $S'^2 + 2\vec{S}\vec{s}' = S'^2 + 2|s|S'\cos(\varphi'-\varphi_s) = 1$, $S^2 + 2|s|S\cos(\varphi-\varphi_s) = 1$

$S_0(\varphi) = 1 + S_1$, $1 + 2S_1 + 2|s|\cos(\varphi-\varphi_s) = 1$, $S_1 = -2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)$

$c^2|s|^2 = |z'|^2|\vec{s}'-1|^2 = c^2$, $S^2(1-\vec{s}')(1-\vec{s}') = c^2$, $S^2(1-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)) = c^2$

Сам. $S(1-|s|\cos\varphi') = c$, $S = c + S_2$, $c + S_2 - c^2|s|\cos\varphi' = c$, $S_2 = c^2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)$

Зад. $S_2(\varphi) = 1 - 2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)$, $S_c(\varphi) = c + c^2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)$. В сил. коорд. с центром в $S=S_c$.

$\mathrm{Im}\,J(s) = \frac{1}{4}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{S_1(\varphi)}^{S_0(\varphi)} dS\,S \frac{(1-S^2)}{S^2}\left[\left\{1+S^2+4|s|S\cos(\varphi-\varphi_s)\right\}\sin 2\varphi + (1-S^2)2|s|S\sin(\varphi+\varphi_s)\right] =$

$= \left|\text{теорема Фубини можно } \int_0^{2\pi}(\dots)\right| = \frac{1}{4}\int d\varphi \int dS\,S\,\frac{(1-S^2)^2}{S^2}\sin 2\varphi = \frac{1}{4}\int d\varphi \sin 2\varphi \times$

$\times \int_{S_1}^{S_0} \frac{dS}{S}(1-2S^2+S^4) = \frac{1}{4}\int d\varphi \sin 2\varphi\left[\ln S - S^2 + \frac{1}{4}S^4\right]_{S_1}^{S_0} = \frac{1}{4}\int_0^{2\pi} d\varphi \sin 2\varphi\left[\ln S_0 - \ln S_1 - S_0^2 + S_1^2 + \frac{1}{4}S_0^4 - \frac{1}{4}S_1^4\right] = \frac{1}{4}\int_0^{2\pi} d\varphi \sin 2\varphi\left[-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s) - \ln c\left(1+c|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right) - \left(1-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right)^2 + c^2\left(1+c|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right)^2 + \frac{1}{4}\left(1-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right)^4 - \frac{1}{4}c^4\left(1+c|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right)^4\right] =$

$= \frac{1}{4}\int_0^{2\pi} d\varphi \sin 2\varphi\left[k|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right] = 0$ (!), т.е. вне слоя D_{xy} не линейно зависимо $\sim|s|$.

$D_{xy}(S) \sim \mathrm{Im}\,J(s)$ вне слоя.

(2-4/I) Обсуждение со Слабым $\chi(\omega)$-APL – переделочная Figs. 1,2 и присоединить точки. Запрос Klein-delaubens о несогласии Subh. PRL-2013 на INTERMAG. Подготовка NL Vortex digest Intermag с Окс. и Раса. Переделка $\chi(\omega)$-APL. Hotel в Benasque. 2/I ан. кв. на 1эт. в new build. (октябрь. Aug. 2014) в Eraterra – далеко от моря и от UPV. 4/I – новостройка сан. дом 240 m² (370 kE con 2-garaje + 4% IVA) в Irura – (290 kE) – 3-этажный, просторный дом с 4-мя спальнями, 80 кв.м кухней, 2 ванными

(5/I) переделка Figs. к $\chi(\omega)$-APL. Посчитать $N(\rho,R)$ – coefficient для Moulin. Vortex Intermag digest. Послан NL-Vortex digest to Окс и Раса.

(7/I) Сообщ. текста NL-vortex digest. Klein прислал draft MRFM – NL digest INTERMAG, нособен. дополнить текст. Командировка не offer Farkhada и отмена семин в UAM 24-25 feb. Вопросы с Arantxa: переименовать работу Ярмолинского Заочный FMR-stripe paper после 16/I, подписать MEC-proposal. Отослан подпись PhD, Late Confirmation Singapore, Letter no. Ayuda to Vicerrectorato de Investigación, e-mail to Marta Ortiz, € л. в ubrop, номер 356.

(8/I) переделка $\chi(\omega)$-APL. Submitted NL-Vortex digest INTERMAG + Окс и Раса. Martin (Vitoria) в Эсан с нами. NL Spin-torque

(9/I) Observ Referee APL $\chi(\omega)$-Melkov и letter to Editor – Послан файлы Мелков Слабый, Проф.

Slonczewski ST-force $\vec{F}_{ST} = a\int d^2\vec{s}\,\sin^2\Theta\frac{\partial\Phi}{\partial s}$ или $F_{ST}^{-} = a\int d^2s\,\sin^2\Theta\frac{\partial\Phi}{\partial s}$.

Насколько $\vec{F}_{ST}$ зависит от способа вида $f(z)$? $F_{ST}^{-} = a(2i)\int d^2s \frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\left[w\frac{\partial\bar{w}}{\partial s} - \bar{w}\frac{\partial w}{\partial s}\right]$

$\Phi = \arg(w) = \arg(f(z)) = \mathrm{Im}(\ln f(z))$, $\frac{\partial\Phi}{\partial s} = \frac{i}{2}\frac{1}{|f|^2}\left[f\frac{\partial\bar{f}}{\partial s} - \bar{f}\frac{\partial f}{\partial s}\right]$

$\sin^2\Theta = \frac{4|w|^2}{(1+w\bar{w})^2}$ – вещ. и зависит от $|f(z)|$.

Сам $\vec{j}_s = \sin^2\Theta\frac{\partial\Phi}{\partial\vec{s}}$ $\mathrm{rot}(?)$, $\mathrm{div}\,\vec{j} - ?$ $\mathrm{div}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\vec{s}}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial\Phi}{\partial s_x} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial\Phi}{\partial s_y}$

$\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{i}{2}\frac{1}{|f|^2}\left[f\frac{\partial\bar{f}}{\partial z} - \bar{f}\frac{\partial f}{\partial z}\right]$, $\Phi = \mathrm{Im}(\ln f) = \frac{1}{2i}\left[\ln f - \ln\bar{f}\right]$, $\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{1}{2i}\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial z} -$

аналогично другие. $\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 2^0\left[\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{z}}\right]$, $\frac{\partial\Phi}{\partial y} = i\left[-\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{\partial\Phi}{\partial\bar{z}}\right]$

$\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{z}} = \frac{i}{2}\frac{1}{|f|^2}f\frac{\partial\bar{f}}{\partial\bar{z}} = \frac{i}{2}\frac{1}{\bar{f}}\frac{\partial\bar{f}}{\partial\bar{z}}$. $S(z)\to f(z') = f(ze^{i\varphi})$. $f(z) = (z-s)f_1(z)$, $f_1(s)\neq 0$

(10/I) Прочли и printed info об ERC Horizon-2020 grants. New FET-grants и M. Curie travel grants. Reminder Benasque school to register и define dates. Окс. уточнил на Strange Simul ST(H) – vc oscillations are stable после vc reversal $p=+1\to p=-1$, e-mail ei. E-mails to Berkan и Kokarei об FET joint grant.

Сам $f(z,s) = (z-s)f_1(z,s)$, это верно, но $f\frac{\partial\bar{f}}{\partial s} - \bar{f}\frac{\partial f}{\partial s} = \bar{f}_1(z-s)\left[(\bar{z}-\bar{s})\frac{\partial\bar{f}_1}{\partial s}\right] - \bar{f}_1(\bar{z}-\bar{s})\left[-f_1 + (z-s)\frac{\partial f_1}{\partial s}\right] =$

$\bar{f}(z) = (\bar{z}-\bar{s})\bar{f}_1(z)$. $\Leftarrow |z-s|^2\left[f_1\frac{\partial\bar{f}_1}{\partial s} - \bar{f}_1\frac{\partial f_1}{\partial s}\right] + |f_1|^2(\bar{z}-\bar{s})$

$|f|^2 = |z-s|^2\cdot|f_1|^2$

$\frac{\partial\Phi}{\partial s} = \frac{i}{2}\frac{1}{|f|^2}\left[f\frac{\partial\bar{f}}{\partial s} - \bar{f}\frac{\partial f}{\partial s}\right] = \frac{i}{2}\frac{1}{|f_1|^2}\left[f_1\frac{\partial\bar{f}_1}{\partial s} - \bar{f}_1\frac{\partial f_1}{\partial s}\right] + \frac{i}{2}\frac{1}{(z-s)} = (f_1\text{-бумаг}) + (z.v.\text{ бумаг})$

Escaneado con CamScanner

$\int_{dot} d^2\vec{s}\, F = \int_{core} d^2\vec{s}\, F_c + \int_{the\ wire} d^2\vec{s}\, F_0 = \int_{dot} d^2\vec{s}\, F_0 + \int_{core} d^2\vec{s}\, [F_c - F_0]$, $F_0 = \frac{\partial P}{\partial s}$, $F_c = \sin^2\theta \frac{\partial P}{\partial s}$

$\int_{dot} d^2\vec{s}\, F_0 = \int_{dot} d^2\vec{s} \frac{\partial P}{\partial s} = \frac{i}{2} \int_{dot} d^2\vec{s} \left[\frac{1}{(z-s)} + \frac{1}{|f_1|^2} \left(f_1 \frac{\partial \bar{f}_1}{\partial s} - \bar{f}_1 \frac{\partial f_1}{\partial s} \right) \right]$, $f_1(z) \neq 0$ при $z = s$, поэтому

Но $\int_{dot} d^2\vec{s} \frac{1}{(z-s)} = -\pi \bar{s}$ (см. 8/III 2022) и где ТВА $\frac{1}{|f_1|^2}(\dots) = \frac{\bar{z}}{(s\bar{z}-1)}$, где RVM $\frac{1}{|f_1|^2}(\dots) = 0$.

ТВА $\frac{\bar{z}}{(1-s\bar{z})}$ можно разложить по $|s\bar{z}| < 1$, что эквивалентно $|s| < 1$, т.к. $|z| \leq 1$.

$\int_{dot} d^2\vec{s}\, F_0 = -\frac{i}{2}\pi\bar{s} + \frac{i}{2} \int_{dot} d^2\vec{s} \frac{1}{|f_1|^2} \left(f_1 \frac{\partial \bar{f}_1}{\partial s} - \bar{f}_1 \frac{\partial f_1}{\partial s} \right)$. Для ТВА $\frac{\bar{z}}{(s\bar{z}-1)} = \frac{-\bar{z}}{(1-s\bar{z})} =$

$= -\bar{z}\left(1 + s\bar{z} + s^2\bar{z}^2 + s^3\bar{z}^3 + \dots\right)$; $\int_{dot} d^2\vec{s}\, F_0 = -\frac{i}{2}\pi\bar{s} + \frac{i}{2} \int_{dot} d^2\vec{s} (-\bar{z}) \left[1 + s\bar{z} + s^2\bar{z}^2 + s^3\bar{z}^3 + \dots\right]$

$\int_{dot} d^2\vec{s}\, \bar{z}^n \sim \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{-in\varphi} = 2\pi\delta_{n0}$, но $n \geq 0$ и все $\int(\dots) = 0$ $\Rightarrow$ $\int_{dot} d^2\vec{s}\, F_0 = -\frac{i}{2}\pi\bar{s}$ — точно в ТВА.

$\int_{core} d^2\vec{s} \left[F_c - F_0\right] = -\int_{core} d^2\vec{s} \cos^2\theta \frac{\partial P}{\partial s} = -\int_{core} d^2\vec{s} \cos^2\theta \frac{i}{2} \left[\frac{1}{(z-s)} + \frac{1}{|f_1|^2} \left(f_1 \frac{\partial \bar{f}_1}{\partial s} - \bar{f}_1 \frac{\partial f_1}{\partial s} \right) \right]$

Расчи. $\int_{core} d^2\vec{s} \frac{\cos^2\theta}{(z-s)}$, $\cos^2\theta = m_z^2 = \left(\frac{1-|f|^2}{1+|f|^2}\right)^2$, надо $m_z^2(z=s) = 1$. Но v. core не кругл.

ТВА $f(z) = -i\frac{c}{c} \frac{(z-s)(\bar{s}z-1)}{(1+s\bar{s})}$, $\psi(z) = |f(z)|^2 = \frac{1}{c^2(1+s\bar{s})^2} |z-s|^2 |\bar{s}z-1| = |z-s|^2 |f_1(z)|^2$

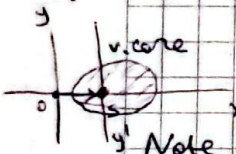
$m_z^2 = \left(\frac{1-\psi}{1+\psi}\right)^2 = |\psi \ll 1| = (1-\psi)(1-\psi+\psi^2+\dots) = 1 - 2\psi + 2\psi^2 + \dots$

перейдем в $x'0y'$ с $z' = z - s$, $z' = 0$ в core center. $I(s) = \int_{core} d^2\vec{s}' \frac{1}{z} \frac{1-\psi}{1+\psi}$, $\psi(z) = |z|^2 |f_1|^2_{(z)}$

$I(s) = \int_{core} d^2\vec{s}' \frac{1}{z} \left[1 - 2\psi + \dots\right] = \int_{core} d^2\vec{s}' \frac{1}{z} \left[1 - 2|z|^2 |f_1(z)|^2 + \dots\right]$, ТВА $f_1(z) = -\frac{ic}{c} \frac{(\bar{s}z-1)}{(1+s\bar{s})}$,

$z \to (z-s) = z'$, $(\bar{s}z - 1) = \bar{s}(z'+s) - 1 = \bar{s}z' + s\bar{s} - 1$ и ТВА $f_1(z) = -i\frac{c}{c} \frac{(\bar{s}z' + s\bar{s} - 1)}{(1+s\bar{s})}$, $z' \to z$.

Берем $f_1(z=0)$, $I(s) = \int_{core} d^2\vec{s}' \frac{1}{z} \left[1 - 2|z|^2 \frac{1}{c^2} \frac{(1-s\bar{s})^2}{(1+s\bar{s})^2} + \dots\right]$ $f(z) = (z-s) f_1(z)$



Ур-е v. core в $x'0y'$ при $\varphi_s = 0$ ($s = s_x$): $\rho_c(\varphi) = c + c^2|s|\cos\varphi +$

$+ \frac{1}{2} c|s|^2 \left[1 - c^2(1 - s\cos^2\varphi)\right] + c^2|s|^3 \left[s + c^2(3\cos\varphi + 2\cos 3\varphi)\right] + O(cs^4)$.

Note $I(s) = \int_{core} d^2\vec{s}' \frac{1}{z} \left(\frac{1-\psi}{1+\psi}\right)^2 = 0$, если $\psi(z) = |z|^2$ — RVM, т.к. $\rho_c(\varphi) = c$ — круг.

В RVM и $f_1 = \text{const} \Rightarrow \int_{core} d^2\vec{s} \left[F_c - F_0\right] = 0$ точно, $\int_{dot} d^2\vec{s}\, F = \int_{dot} d^2\vec{s}\, F_0 = -\frac{i}{2}\pi\bar{s}$ и нет NL terms.

В ТВА $\psi = |z|^2 \frac{1}{c^2} \frac{|\bar{s}z + s\bar{s} - 1|^2}{(1+s\bar{s})^2} \sim \frac{|z|^2}{c^2}$ и расчи. по $\psi \ll 1$ — много, т.к. $|z|$ достаточно $\sim c$.

$I(s) = \int_{core} d^2\vec{s}' \frac{1}{z} \left(\frac{1 - |z|^2|f_1|^2}{1+|z|^2|f_1|^2}\right)^2 = \int_{core} d^2\vec{s} \frac{e^{-i\varphi}}{s} \left(\frac{1 - s^2|f_1|^2}{1+s^2|f_1|^2}\right)^2$, т.к. core симметр. по φ

при $s = s_x$, $\varphi_s = 0$, то совпадается только членом по φ — часть подынтегр. функции

$|\bar{s}z + s\bar{s} - 1|^2 = |sz + s^2 - 1|^2 = (sz + s^2 - 1)(s\bar{z} + s^2 - 1) = s^2 s^2 + s^3(z+\bar{z}) - s(z+\bar{z}) + s^4 -$

$-2s^2 + 1 = (1-s^2)^2 - 2s\cos\varphi\,(1-s^2) + s^2 s^2 = \left|\text{пренебр. } s^3 c \ll 1\right| = 1 - 2s^2 - 2s\cos\varphi$

$|f_1|^2 \approx \frac{1}{c^2(1+s^2)} \left[1 - 2s^2 - 2s\cos\varphi\right]$, $I(s) = \int_{core} d^2\vec{s} \frac{\cos\varphi}{s} \left(\frac{1 - s^2|f_1|^2}{1+s^2|f_1|^2}\right)$

Граница v. core: $\rho_c(\varphi) = c + c^2 s\cos\varphi + 1cs^2$ при пренебр. $s^2c^2 \ll 1$, $s^3c \ll 1$. $s \geq c$ по смыслу

$I(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_c(\varphi)} ds \cos\varphi \left[\frac{c^2(1+s^2) - s^2(1 - 2s^2 - 2s\cos\varphi)}{c^2(1+s^2) + s^2(1 - 2s^2 - 2s\cos\varphi)}\right]$ — можно вычислить аналит.

$I(-s) = \left|\begin{matrix} s \to -s \\ \varphi \to \pi - \varphi \end{matrix}\right| = -I(s)$, $I(s) = a_1 s + a_2 s^3$ если s — вещ., $s = s_x$.

Для $s = s_x + is_y$, $I(se^{i\varphi_s})$ — повор. $z \to ze^{-i\varphi_s}$, $I(se^{i\varphi_s}) = e^{-i\varphi_s} I(s)$, если

v. core симметричен $s \to s' = se^{i\varphi_s}$ повор. $z \to z' = ze^{-i\varphi_s}$ отн. линии $\varphi = \varphi_s$, что выполняется.

$I(s) = \bar{s} F(|s|)$ удовл. этой симметрии. $\frac{1}{|f_1|^2}(\dots) = \frac{\bar{z}}{(s\bar{z}-1)}$ при $s \to s' = se^{i\varphi_s}$

перехода в ... точно $\frac{\bar{z} + \bar{s}}{(s\bar{s} + s\bar{z} - 1)} \to \frac{\bar{z} + \bar{s}e^{-i\varphi_s}}{(|s|^2 - 1 + e^{i\varphi_s}\bar{z}s)} = e^{-i\varphi_s} \frac{\bar{z}e^{i\varphi_s} + \bar{s}}{[|s|^2 - 1 + e^{i\varphi_s}\bar{z}s]} = e^{-i\varphi_s} F(s')$

имеет сим. как $\frac{1}{z}$. $\frac{1}{z} \to \frac{e^{-i\varphi_s}}{2e^{-i\varphi_s}} = \frac{e^{i\varphi_s}}{z'}$, поэтому не нарушает $I(s) = \bar{s} F(|s|)$.

$I(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi \int_0^{\rho_c(\varphi)} ds \frac{1 - F(s,\varphi)}{1 + F(s,\varphi)}$, $F(s,\varphi) = \frac{s^2\left[1 - 2s^2 - 2s\cos\varphi\right]}{\rho_c^2\left[1 - 2s^2 - 2s\rho_c\cos\varphi\right]}$, граница v. core $\psi = s^2|f_1|^2 = 1$

$\frac{s^2}{c^2} \frac{1}{(1+s\bar{s})^2} \left|\bar{s}z + s\bar{s} - 1\right|^2 = 1$ или $\rho_c^2\left[1 - 2s^2 - 2s\rho_c\cos\varphi\right] = c^2(1 + 2s^2)$ с точн. до $\sim s^2c^2 \ll 1$, $s^2c \ll 1$.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Т.е. разложение $Q(u)$ по $u=|s|\alpha|$ есть разложение по $(cu)\alpha|$ $c=R/r$ – VC radius.

Проверить $G(s)$ и $D(s)$ разложимы. Верно ли $G(u)$ – разлож. есть разл. по (cu)?

$G(s) \sim Q(s)$, см. NL-draft. $Q(s) = \frac{c^2}{\pi} \int_{core} d^2\xi \frac{(1-|s|^4)(1-|z|^4)}{[c^2(1+|\xi|^2)^2 + |z-s|^2|\bar{z}\bar{s}-1|^2]^2}$ NL – Gyrokeeper TVA

перейдем в $x'O'y'$, $z' = z - s$.

$$Q(s) = \frac{1}{\pi c^2}\frac{(1-|s|^4)}{(1+|s|^2)^4}\int_{core} d^2\xi' \frac{[1-|z+s|^4]}{[1+|z|^2|\xi|^2]^2} = \frac{1}{\pi c^2}\frac{(1-s^4)}{(1+s^2)^4}\int_{core} d^2\xi \frac{[1-|z+s|^4]}{[1+F(\xi,\varphi)]^2}$$

Т.к. $|z| \approx c$, то $|z+s|^4$ – это можно пренебречь. $\lambda = \frac{1}{\pi c^2}\frac{(\cdot)}{c\cdot}$, $F(\xi,\varphi) = |\xi(z)|^2$

$$Q(s) \cong \lambda \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\xi_c(\varphi)} d\xi\,\xi \frac{1}{[1+F(\xi\varphi)]^2} = \lambda \int_0^{2\pi} d\varphi\, \xi_c^2(\varphi) \int_0^1 dx\, x \frac{1}{[1+F(x,\varphi)]^2}$$

$\xi_c^2 = \frac{c^2(1+2s^2)}{[1-2s^2-2s\xi_c\cos\varphi]}$ надо точнее $\xi_c^2|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2 = c^2(1+s\bar{s})^2$ – гр. у core border.

$|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2 = (1-\xi^2)^2 - 2s(1-s^2)\xi\cos\varphi + s^2\xi^2$. Интегр. в системе коорд. $\varphi_c=0$, $s=s_x$.

$$Q(s) = \lambda c^2(1+s\bar{s})^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{[(1-s^2)^2 - 2s(1-s^2)\xi_c\cos\varphi + s^2\xi_c^2]} \int_0^1 dx\, x \frac{1}{[1+F(x,\varphi)]^2},$$

$$F(x,\varphi) = \xi^2|\xi_1|^2 = \xi^2 \frac{1}{c^2(1+s\bar{s})}|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2 = \frac{\xi^2}{\xi_c^2}\frac{|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2}{|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2_{\xi=\xi_c,x=1}}, \quad \xi/\xi_c = x,\ z = \xi e^{i\varphi} = x\xi_c e^{i\varphi}$$

$x=1$ в знам. $F(x,\varphi)$.

$$F(x,\varphi) = x^2\frac{[(1-s^2)^2 - 2s(1-s^2)x\xi_c\cos\varphi + s^2x^2\xi_c^2]}{[(1-s^2)^2 - 2s(1-s^2)\xi_c\cos\varphi + s^2\xi_c^2]}$$ – без интегрирований.

$Q(0) = \frac{1}{\pi}\int d\varphi \int dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{\pi}2\pi\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$; $Q(1) = 0$, т.к. $\lambda(s) = \frac{1}{\pi c^2}\frac{(1-s^4)}{(1+s^2)^4} = 0$.

Хотим $Q(s)$ разложить с точн. до s^2 и s^2c^2 – членов.

Для $\bar{F}_{ST}$, $J(s)$ метод $x = \xi/\xi_c$ пропал из-за $\xi_c^2(\varphi) = c^2$ дало. нельзя $J(s)$.

Сейчас $\lambda \sim \frac{1}{\pi}2$ и дол. инож. c^2 из ξ_c^2 нельзя не дает.

$$\frac{1}{[(1-s^2)^2+\dots]} \underset{\epsilon\neq 1}{=} \frac{\lambda}{(1-s^2)^2}\frac{1}{[1-2\epsilon\xi_c\cos\varphi+\epsilon^2\xi_c^2]} = \frac{\lambda}{(1-s^2)^2}[1+2\epsilon\xi_c\cos\varphi - \epsilon^2\xi_c^2 + 4\epsilon^2\xi_c^2\cos^2\varphi + \dots] =$$

$$= \frac{1}{(1-s^2)^2}[1+2\epsilon\xi_c\cos\varphi - \epsilon^2c^2 + 4\epsilon^2c^2\cos^2\varphi] = \frac{1}{(1-s^2)^2}[1+2\epsilon\cos\varphi\{c+sc^2\cos\varphi\} - \epsilon^2c^2 + 4\epsilon^2c^2\cos^2\varphi] =$$

$$= \frac{1}{(1-s^2)^2}[1+2sc\cos\varphi(1+sc\cos\varphi) - s^2c^2 + 4s^2c^2\cos^2\varphi] = \frac{1}{(1-s^2)^2}[1+2sc\cos\varphi - s^2c^2 + 6s^2c^2\cos^2\varphi]$$

$$Q(s) = \lambda c^2\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}\int_0^{2\pi} d\varphi\,[1+2sc\cos\varphi - s^2c^2 + 6s^2c^2\cos^2\varphi]\int_0^1 dx\, x\frac{1}{[1+F(x\varphi)]^2}$$

$$F(x,\varphi) = x^2[1 - 2\epsilon x\xi_c\cos\varphi + s^2x^2\xi_c^2][\cdot\cdot] = x^2[1 - 2sxc\cos\varphi(1+cs\cos\varphi) + s^2c^2x^2] \times$$

$$\times[1+2sc\cos\varphi - s^2c^2 + 6s^2c^2\cos^2\varphi] = x^2[1+2sc\cos\varphi - s^2c^2 + 6s^2c^2\cos^2\varphi - 2scx\cos\varphi +$$

$$+ 4xs^2c^2\cos^2\varphi - 2xc^2s^2\cos^2\varphi + c^2s^2x^2] = x^2[1+2sc\cos\varphi(1-x) - s^2c^2 + 6s^2c^2\cos^2\varphi -$$

$$- 6xs^2c^2\cos^2\varphi + c^2s^2x^2] = x^2[1+2sc\cos\varphi(1-x) + 6s^2c^2\cos^2\varphi(1-x) + c^2s^2(x^2-1)]$$

$$[1+F(x\varphi)]^2 = [1+x^2 + x^2[2sc\cos\varphi(1-x) + 6s^2c^2\cos^2\varphi(1-x) + c^2s^2(x^2-1)]]^2 =$$

$$= (1+x^2)^2 + 2x^2(1+x^2)[2sc\cos\varphi(1-x) + 6s^2c^2\cos^2\varphi(1-x) + c^2s^2(x^2-1)] +$$

$$+ x^4[4s^2c^2\cos^2\varphi(1-x)^2 + 4sc\cos\varphi(1-x) + 12s^2c^2\cos^2\varphi(1-x) + 2c^2s^2(x^2-1)] =$$

$$= (1+x^2)^2 + 2x^2(1+x^2)[2sc\cos\varphi(1-x) + 6s^2c^2\cos^2\varphi(1-x) + c^2s^2(x^2-1)] + x^4(1-x)^2 4s^2c^2\cos^2\varphi =$$

$$= (1+x^2)^2 + 2x^2(1+x^2)(x^2-1)c^2s^2 + 4x^2(1+x^2)(1-x)sc\cos\varphi + \cos^2\varphi\, 4s^2c^2[3(1+x^2)(1-x) + x^2(1-x)^2] =$$

$$= (1+x^2)^2 - 2x^2(1-x^4)c^2s^2 + 4x^2(1+x^2)(1-x)sc\cos\varphi + 4x^2s^2c^2\cos^2\varphi(1-x)[3(1+x^2) + x^2(1+x)]$$

12/I

$$Q(s) = \lambda c^2\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}\left[\int d\varphi \int dx\, x\frac{1}{[1+F(x\varphi)]^2} + 2sc\int d\varphi\cos\varphi\int_{J_2} dx\, x\frac{1}{(1+x^2)^2+4x^2(1+x^2)(1-x)\cos\varphi sc} + \right.$$

$$\left. + s^2c^2\int(6\cos^2\varphi - 1)\,d\varphi\int_{J_3} dx\, x\frac{1}{(1+x^2)^2}\right], \quad J_1 = \int d\varphi\int dx\, x\frac{1}{[F(x\varphi)+1]^2}; \quad J_2 = \int d\varphi\cos\varphi\int dx\, x\ (*)$$

$$(*)\ \frac{1}{(1+x^2)^2}\left[1 - \frac{4x^2(1-x)}{(1+x^2)}sc\cos\varphi\right] = -4sc\int d\varphi\cos^2\varphi\int dx\, x\frac{x^2(1-x)}{(1+x^2)^3} = -4\pi sc\int_0^1 dx\frac{x^3(1-x)}{(1+x^2)^3} =$$

$$= -4\pi sc\,\frac{1}{32}(10-3\pi); \quad J_3 = \int_0^{2\pi} d\varphi\,(6\cos^2\varphi - 1)\int_0^1 dx\frac{x}{(1+x^2)^2} = 4\pi\cdot\frac{1}{4} = \pi$$

Escaneado con CamScanner

$$J_1 = \int d\varphi \int dx\, x \frac{1}{\left[1+F(x,\varphi)\right]^2} = \int d\varphi \int dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^2} \frac{1}{1+a(sc)+b(sc)^2} =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int dx \frac{x}{(1+x^2)^2}\left[1 - a(sc) - b(sc)^2 + a^2(sc)^2\right] = 2\pi \int dx \frac{x}{(1+x^2)^2} +$$

$$+ (sc)^2 \int d\varphi \int dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^2}\left[a^2 - b\right] = 2\pi \cdot \frac{1}{4} + s^2c^2 \int d\varphi \cos^2\varphi \int dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^2} \quad (*)$$

$$(*)\left[\left\{\frac{4x^2(1-x)}{(1+x^2)^2}\right\}^2 \cos^2\varphi + \frac{2x^2(1-x^4)}{(1+x^2)^2} - \frac{4x^2(1-x)}{(1+x^2)^2}\left[3(1+x^2)+x^2(1-x)\right]\cos^2\varphi\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} + \pi s^2c^2 \int_0^1 dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^4}\left[16x^4(1-x)^2 + 4x^2(1-x^4) - 4x^2(1-x)\left\{3(1+x^2)+x^2(1-x)\right\}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} + \pi s^2c^2 \int dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^4}\left[12x^4(1-x)^2 + 4x^2(1-x^4) - 12x^2(1-x)(1+x^2)\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} + 4\pi s^2c^2 \int dx\, x \frac{1}{(1+x^2)^4} x^2(1-x)\left[3x^2(1-x) + (1+x^2)(1+x) - 3(1+x^2)\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2} + 4\pi s^2c^2 \int dx \frac{x^3(1-x)}{(1+x^2)^4}\left[-3x^3 - 3 + (1+x)(1+x^2)\right], \text{ см. Дваит, стр. 31.}$$

$$J_1 = \int dx \frac{x^3(1-x)}{(1+x^2)^4}\left[-3(1+x^3) + (1+x)(1+x^2)\right] = \int \frac{dx}{(\cdot)^4} x^3\left[-3(1-x)(1+x^3) + 1 - x^4\right] =$$

$$= \int dx \frac{x^3}{(1+x^2)^4}\left[-2 + 3x - 3x^3 + 2x^4\right] = \int dx \frac{x^3(x^2-1)}{(1+x^2)^4}\left[2(x^2+1) - 3\right] = 2\int dx \frac{x^3(x^2-1)}{(1+x^2)^3} -$$

$$- 3\int dx \frac{x^3(x^2-1)}{(1+x^2)^4} = 2\int dx \frac{x^5 - x^3}{(1+x^2)^3} - 3\int dx \frac{x^5-x^3}{(1+x^2)^4} = 2\left[\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{4}\frac{1}{(1+x^2)^2} + \frac{1}{2}\ln(1+x^2) +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{4}\frac{1}{(1+x^2)^2}\right]_0^1 - 3\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+x^2)^2} - \frac{1}{6}\frac{1}{(1+x^2)^3} + \frac{1}{4}\frac{1}{(1+x^2)^2} - \frac{1}{6}\frac{1}{(1+x^2)^3}\right]_0^1 =$$

$$= 2\left[\frac{3}{2}\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{(1+x^2)^2} + \frac{1}{2}\ln(1+x^2)\right]_0^1 - 3\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{(1+x^2)} + \frac{3}{4}\frac{1}{(1+x^2)^2} - \frac{1}{3}\frac{1}{(1+x^2)^3}\right]_0^1 =$$

$$= \ln 2 + \left[\frac{9}{2}\frac{1}{(1+x^2)} - \frac{13}{4}\frac{1}{(1+x^2)^2} + \frac{1}{(1+x^2)^3}\right]_0^1 = \ln 2 + \frac{9}{2}\left[\frac{1}{2} - 1\right] - \frac{13}{4}\left(\frac{1}{4} - 1\right) + \left(\frac{1}{8} - 1\right) =$$

$$= \ln 2 - \frac{9}{4} - \frac{13}{4}\left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{7}{8} = \ln 2 + \frac{1}{16}\left[-18\cdot 2 + 39 - 14\right] = \ln 2 - \frac{11}{16}. \quad J_1 = \frac{\pi}{2} + 4\pi s^2c^2\left(\ln 2 - \frac{11}{16}\right)$$

$$Q(s) = \lambda c^2 \frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}\left[J_1 + 2sc\, J_2 + s^2c^2 J_3\right] = (\cdot)\left[\frac{\pi}{2} + 4\pi s^2c^2\left(\ln 2 - \frac{11}{16}\right)\right] +$$

$$+ 2sc(-4\pi)sc\frac{1}{32}(10 - 3\pi) + s^2c^2\pi\Big] = (\cdot)\pi\left[\frac{1}{2} + 4s^2c^2\left(\ln 2 - \frac{11}{16}\right) - \frac{1}{4}s^2c^2(10-3\pi) + s^2c^2\right] =$$

$$= \pi(\cdot)\left[\frac{1}{2} + \left(4\ln 2 + \frac{3\pi}{4} - \frac{17}{4}\right)s^2c^2\right], \quad (\cdot) = \lambda c^2\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2} = \frac{1}{\pi}\frac{(1-s^4)}{(1+s^2)^4}\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2} =$$

$$= \frac{1}{\pi}\frac{(1-s^2)(1+s^2)^{2+3}}{(1+s^2)^4(1-s^2)^2} = \frac{1}{\pi}\frac{1}{(1+s^2)^2(1-s^2)} = \frac{1}{\pi}\frac{1}{(1+s^2)^2}\frac{1}{(1-s^4)} \approx \frac{1}{\pi}\frac{1}{(1+s^2)^2} + O(s^4)$$

$Q(s) = \frac{1}{(1+s^2)^2}\left[\frac{1}{2} + \left(4\ln 2 + \frac{3\pi}{4} - \frac{17}{4}\right)s^2c^2\right]$ – ? Умеренность s^2 – множителей в всех интегралах $Q(s)$.

Нашел ошибку в знаке. $(1+ss)^2$ при вычисл. $Q(s)$, неверно брал $g_0^2(\varphi)$.

$Q(s) = \frac{1}{2} + \left(4\ln 2 + \frac{3\pi}{4} - \frac{17}{4}\right)s^2c^2$ – корр. при $s^2 > 0$, это вычисление неверно, т.к. $Q(s)$ – $\in C^3$ нулевая с пробоем s. Подробно: showed that $Q(s) = f(c^2s^2)$. s^2c^2 может быть меньше s^4, а s^4 – пренебрегая, не можно.

Note: $Q(s)$ не содержит s^2 – тем нашел выше 4/IV 2010г.

$$Q(s) = \frac{1}{\pi c^2}\frac{(1-s^4)}{(1+s^2)^4}\int_0^{2\pi} d\varphi\, g_c^2(\varphi)\int_0^1 dx\, x \frac{1}{\left[1+F(x,\varphi)\right]^2}, \quad \frac{F(x,\varphi)}{\varepsilon = \frac{s}{(1-s^2)}} = x^2\frac{\left[1 - 2\varepsilon x g_c\cos\varphi + g_c^2x^2\varepsilon^2\right]}{\left[1 - 2\varepsilon g_c\cos\varphi + g_c^2\varepsilon^2\right]}.$$

$g_c^2(\varphi)(1-s^2)^2\left[1 - 2\varepsilon g_c\cos\varphi + \varepsilon^2 g_c^2\right] = c^2(1+s^2)^2$ – уравнение в системе, где $\varepsilon = 0$ $(x'0'y')$, центр сечения.

$$Q(s) = \frac{1}{\pi}\frac{(1-s^4)}{(1+s^2)^4}\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{\left[1 - 2\varepsilon g_c\cos\varphi + \varepsilon^2 g_c^2\right]}\int_0^1 dx\, x\frac{1}{\left[1+F(x,\varphi)\right]^2} = \frac{1}{(1-s^4)}\Gamma(\varepsilon g_c)$$

$Q(s) = \frac{1}{(1-s^4)}\Gamma(\varepsilon g_c)$, $\varepsilon = \frac{s}{(1-s^2)}$ – очевидно, $Q(s) \sim \Gamma(\varepsilon g_c) = \Gamma(0) + \Gamma_1(\varepsilon g_c)^2$ из-за сим. $s \to -s$.

Т.к. $(\varepsilon g_c)^2 = (sc)^2$ с точн. до $s^2 \Rightarrow Q(s) = Q(0) + Q_1(s^2c^2)$ – зависит от $(sc)^2$ только.

Escaneado con CamScanner

Подобный ответ получен и для $\int d\vec{s}\,[\vec{F}_c - \vec{F}_0]$ дает $\vec{F}_{ST}$, что дало $a(u) = a(0) + d_1 c^2 u^2$ в $\vec{F}_{ST}(\vec{s}) = a(u)(\hat{s}\times\vec{s})$. Т.е. поэтому $u = |\vec{s}|$. Т.е. поэтому для любого инт. пов. сопр. $I(s) = I(0) + I_1 c^2 s^2$. в ТЧА

Для $Q(s) = \frac{1}{(1-s^4)}\Gamma(\varepsilon g_c)$ - удобно, т.к. $g_c = g(\varphi)$ и есть $\int d\varphi(\dots)$. NL Gyrovector

Итак $Q(s) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{(1-s^4)}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 dx\, x\, \Psi(x,\varphi,\varepsilon g_c)$, $\Psi(x,\varphi,\varepsilon g_c) = \frac{1-|z+s|^4}{(1-2\varepsilon g_c\cos\varphi+\varepsilon^2 g_c^2)[1+F(x,\varphi)]^2}$

$\varepsilon g_c = t$, $\Psi(x,\varphi,t) = \frac{1}{(1-2t\cos\varphi+t^2)}\frac{1}{[1+F(x,\varphi,t)]^2}$, $F(x,\varphi,t) = x^2\frac{[1-2xt\cos\varphi+t^2x^2]}{[1-2t\cos\varphi+t^2]}$

В знаменателе $Q(s)$ есть еще инвар. $1-|z+s|^4 \approx 1 + O(s^4, s^2c^2, c^4)$ - содержащее s^2c^2. $|z+s|^4 = (z+s)^2(\bar{z}+\bar{s})^2 = [s^2 + 2s\cos\varphi + s^2]^2 = [s_c^2x^2 + 2s_c s x\cos\varphi + s^2]^2$, которые нарушают зависимость $Q(s)$ от (εg_c). Если пренебрегать c^4-, s^4-terms, то член $1-|z+s|^4$ исчезает интеграл J_1 расчет $Q(s)$. $J_1 = \int d\varphi\int dx\, x\{1-|z+s|^4\}$.

$J_1 = J_1(\text{old}) - \int d\varphi\int dx\, x\frac{|z+s|^4}{[1+F]^2_{s=0}} = (\text{old}) - \int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^1 dx\frac{x}{(1+x^2)^2}\,4s_c^2s^2x^2\cos^2\varphi\,[F(x\varphi)+1]^2 =$

$= (\text{old}) - 4c^2s^2\int_0^{2\pi}d\varphi\cos^2\varphi\int_0^1 dx\frac{x^3}{(1+x^2)^2} = (\text{old}) - 4\pi c^2s^2\cdot\left[\frac{1}{2}\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{2}\ln(1+x^2)\right]_0^1 =$

$= (\text{old}) - 2\pi c^2s^2\left[\frac{1}{2} - 1 + \ln 2\right] = J_1(\text{old}) - 2\pi c^2s^2\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)$

$Q(s) \sim \left[\frac{1}{2} + \left(4\ln 2 + \frac{3\pi}{4} - \frac{17}{4}\right)s^2c^2 - 2\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)s^2c^2\right] = \left[\frac{1}{2} + \left(2\ln 2 + \frac{3\pi}{4} - \frac{13}{4}\right)s^2c^2\right]$ -

- поправка $|z+s|^4$ уменьшает positive коэф. при s^2c^2, но не делает его <0.

Проведем расчет J_1, J_2, J_3, особенно J_1.

$\Psi(x,\varphi,t) = \frac{(1-2t\cos\varphi+t^2)}{\left[1-2t\cos\varphi+t^2+x^2(1-2xt\cos\varphi+t^2x^2)\right]^2} = \frac{(\cdot)}{\left[1+x^2-2t\cos\varphi(1+x^3)+t^2(1+x^4)\right]^2}$

$t = \varepsilon g_c = t(\varphi)$. Инвар. надо по x^n, или раскладывать по $s^2 \ll 1$.

$F(x,\varphi) = \frac{x^2}{3(\varphi)}\left[1-2tx\cos\varphi+t^2x^2\right]$, $J_F = \int_0^1 dx\, x\frac{1}{\left[1+\frac{x^2}{3}(1-2tx\cos\varphi+t^2x^2)\right]^2}$

? Или $J_\varphi = \int d\varphi\frac{(1-2t\cos\varphi+t^2)}{[\dots]^2}$, т.к. $t = t(\varphi)$ через $g_c(\varphi)$, легко найти $\cos\varphi = f(g_c)$ [много]

$J_F(t)$ просто не взять. Разложим $\Psi(x,\varphi,t)$ по $t = \varepsilon g_c \sim g(c) \ll 1$.

$\frac{1}{\left[1-2t\cos\varphi\frac{(1+x^3)}{(1+x^2)}+t^2\frac{(1+x^4)}{(1+x^2)}\right]^2} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^2} \simeq 1 - 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 = 1 + 2\cdot 2t\cos\varphi\left(\frac{1+x^3}{1+x^2}\right) -$

$- 2t^2\frac{(1+x^4)}{(1+x^2)} + 3\cdot 4t^2\cos^2\varphi\frac{(1+x^3)^2}{(1+x^2)^2}$. $\left(\Psi = \frac{1}{(1+x^2)^2}(1-2t\cos\varphi+t^2)\right)\left[1 + 4t\cos\varphi\left(\frac{1+x^3}{1+x^2}\right) -\right.$

$\left. - 2t^2\frac{(1+x^4)}{(1+x^2)} + 12t^2\cos^2\varphi\frac{(1+x^3)^2}{(1+x^2)^2}\right] = \frac{1}{(1+x^2)^2}\left[1 + 4t\cos\varphi\cdot\frac{1+x^3}{1+x^2} - 2t^2\frac{1+x^4}{1+x^2} + 12t^2\cos^2\varphi\frac{(1+x^3)^2}{(1+x^2)^2} -\right.$

$\left. - 2t\cos\varphi - 8t^2\cos^2\varphi\frac{1+x^3}{1+x^2} + t^2\right]$, $g_c\varepsilon = t = \frac{sc}{(1-st)}\left[1 + sc\cos\varphi + O(s^2)\right]$

$t^2 = g_c^2\varepsilon^2 = \frac{s^2c^2}{(1-s^2)^2} + O(s^3c^3) \approx s^2c^2$

$Q(s) = \frac{1}{2\pi}\int d\varphi\int dx\, x\,\Psi(x,\varphi,\varepsilon g_c)\left[1-|z+s|^4\right] = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int dx\, x\,\Psi(x,\varphi,t) - \frac{1}{2\pi}\int d\varphi\int dx\, x\,\otimes$

$\otimes\, 4c^2s^2x^2\cos^2\varphi\frac{1}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^1 dx\, x\frac{1}{(1+x^2)^2}\left[1 + 2t\cos\varphi\left\{2\frac{1+x^3}{1+x^2} - 1\right\} - 8s^2c^2\cos^2\varphi\frac{1+x^3}{1+x^2} + s^2c^2\right]$

$t\cos\varphi = sc\cos\varphi(1 + sc\cos\varphi)$.

$Q(s) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi\int dx\, x\frac{1}{(1+x^2)^2}\left[1 + 2s^2c^2\cos^2\varphi\left\{2\frac{1+x^3}{1+x^2} - 1\right\} - 8s^2c^2\cos^2\varphi\frac{1+x^3}{1+x^2} + s^2c^2\right] - 2c^2s^2\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)$

$= \int_0^1 dx\, x\frac{1}{(1+x^2)^2}\left[2 + \frac{2}{\pi}s^2c^2\left\{2\frac{1+x^3}{1+x^2} - 1\right\} - 8s^2c^2\frac{1+x^3}{1+x^2} + 2s^2c^2\right] - (\dots) =$

$= 2\int_0^1 dx\, x\frac{1}{(1+x^2)^2}\left[1 - 2\frac{1+x^3}{1+x^2}s^2c^2\right] - (\dots) = 2\int_0^1 dx\frac{x}{(1+x^2)^2} - 4s^2c^2\int_0^1 dx\frac{x+x^4}{(1+x^3)^3} - (\dots) =$

$= 2\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{1+x^2}\Big|_0^1 - 4s^2c^2\left[-\frac{1}{4}\frac{1}{(1+x^2)^2} + \frac{1}{4}\frac{x}{(1+x^2)^2} - \frac{5}{8}\frac{x}{(1+x^2)} + \frac{3}{8}\operatorname{arctg} x\right]_0^1 - (\dots) =$

$= (-1)\left[\frac{1}{2} - 1\right] - 4s^2c^2\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4} - 1\right) + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} - \frac{5}{8}\cdot\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\frac{\pi}{4}\right] - (\dots) = \frac{1}{2} - 4s^2c^2\left[-\frac{1}{16} + \frac{3}{32}\pi\right] -$

$- 2s^2c^2\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}s^2c^2(16\ln 2 + 3\pi - 6)$. $\left(Q(s) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8}(16\ln 2 + 3\pi - 6)s^2c^2\right)$

Escaneado con CamScanner

- поправка хоть $\sim s^2c^2$, но не малая. При $c=0.1$, $s=\frac{1}{2}$, $\frac{\Delta G}{G}\sim 1\%$
- Вторые вклад s^4-члены больше вклада s^2c^2-член, хоть и выходит за схему разложения $G(s)$ до s^2 членов. Если не s^4 вклад? Или s^4c^4?

(13I) Нашел инфо о Aachen - Workshop in Paris (Apr. 9+11, 2014).

Note: при $c\neq 0$, $s_c\neq 0$ $Q(s)=\frac{1}{\pi}\frac{1}{(1-s^4)}\int_0^{2\pi}d\varphi\left(\int_0^{\infty}+\int_0^{1}\right)\frac{(1-s^4)}{(1+x^4)^2}=\frac{1}{\pi}2\pi\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ и от s не зависит. $Q(s)=\frac{1}{2}+a_1s^1+a_2s^4+b_1c^2s^2+b_2c^4s^4$, $a_1=0$, $a_2=0$

$Q(s)=f(cs)$, что не очевидно. Если c-finite, то $s\to 0$ $Q(0)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{(1-c^4x^4)}{(1+x^4)^2}$

$s_c^2\left[1-2\varepsilon s_c\cos\varphi+\varepsilon^2s_c^2\right]=c^2\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}$, $|s|^2=s^2|s_1|^2=s^2\frac{1}{c^2(1+s^2)^2}|s_2+s^2|^2$

$|s|^2=\frac{s^2}{c^2}\frac{1}{(1+s^2)^2}(1+s^2)^2\left[1-2\varepsilon s\cos\varphi+\varepsilon^2s^2\right]=\frac{s^2}{s_c^2}\frac{\left[1-2\varepsilon s\cos\varphi+\varepsilon^2s^2\right]}{\left[1-2\varepsilon s_c\cos\varphi+\varepsilon^2s_c^2\right]}$, $\varepsilon=\frac{s}{(1-s^2)}$, $|s|^2=F$

$Q(s)=\frac{1}{\pi^2}\frac{(1+s^4)}{(1+s^2)^4}\int_{\text{conv}}ds\frac{1+|z+s|^4}{\left[1+|s|^2\right]^2}$ В сист. координат $z=0$ совпад. VC position center.

Если ввести не $x=s/s_c$, а $\xi=s/c$, то $Q(s)=\frac{1}{\pi}\frac{(1+s^4)}{(1+s^2)^4}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{s_c(\varphi)}d\xi\,\xi\,\frac{1-\left(\xi^2\xi_c^2+2\xi s\cos\varphi+s^2\right)^2}{\left[1+\xi^2\frac{(1-s^2)^2}{(1+s^2)^2}\left(1-2\varepsilon\xi\cos\varphi+\varepsilon^2\xi^2\right)\right]^2}$

Опс. $\frac{1}{c}s_c(\varphi)=\xi_c(\varphi)=1+sc\cos\varphi+2s^2+2s^4+\dots+O(c^2)+O(cs^3)$.

$\xi_c^2(\varphi)\left[1-2\varepsilon\xi_c\underset{\cos\varphi}{\underbrace{\frac{2s}{1+s^2}}}+\varepsilon^2\xi_c^2c^2\right]=\frac{(1+s^2)^2}{(1+s^2)^2}$, $\xi_c^2(\varphi)=\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}=\frac{1+2s^2}{1-2s^2}=1+4s^2+$ не обязат. $+O(s^4)$

От опс. разложение $s_c(\varphi)$ из paper draft.

Вспом. задача сейч. $1=|s|^2=\xi_c^2\frac{(1-s^2)^2}{(1+s^2)^2}\left[1-2\varepsilon c\xi_c\cos\varphi+c^2\varepsilon^2\xi_c^2\right]=1$, $\left(\varepsilon=\frac{s}{(1-s^2)}\right)$

$\xi_c^2\left[1-2\varepsilon c\xi_c\cos\varphi+c^2\varepsilon^2\xi_c^2\right]=\mu_{(s)}=\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}$, Ищем $\xi_c=f(\varepsilon c)$. $(\varepsilon c=\alpha)$

Пусть $\xi_c=\xi_0+b_1\alpha+b_2\alpha^2$, $\left[\xi_0^2+2b_1\alpha\xi_0+b_1^2\alpha^2+2b_2\alpha^2\xi_0\right]\left[1-2\alpha\cos\varphi(\xi_0+b_1\alpha)+\alpha^2\xi_0^2\right]=\mu$. $\xi_0^2-2\alpha\cos\varphi\xi_0(\xi_0+b_1\alpha)+\xi_0^4\alpha^2+2b_1\xi_0\alpha-4b_1\xi_0^2\cos\varphi\alpha^2+b_1^2\alpha^2+2b_2\xi_0\alpha^2=\mu$; $\mu=\xi_0^2$; $-2\cos\varphi\xi_0^2+2b_1\xi_0=0$, $b_1=\xi_0\cos\varphi$

$-2\cos\varphi\xi_0b_1+\xi_0^4-4b_1\xi_0^2\cos\varphi+b_1^2+2b_2\xi_0=0$

$2b_2\xi_0=2\cos\varphi\xi_0b_1+4b_1\xi_0^2\cos\varphi-\xi_0^4-b_1^2$; $b_2=b_1\cos\varphi+2b_1\xi_0\cos\varphi-\frac{1}{2}\xi_0^3-\frac{b_1^2}{2\xi_0}$

$b_2=(1+2\xi_0)\xi_0\cos^2\varphi-\frac{1}{2}\xi_0^3-\frac{1}{2}\frac{1}{\xi_0}\xi_0^2\cos^2\varphi=\left(2\xi_0+\frac{1}{2}\right)\xi_0\cos^2\varphi-\frac{1}{2}\xi_0^3$

$\xi_c=\xi_0+\xi_c\cos\varphi\cdot\alpha+\alpha^2\xi_0\left[\left(2\xi_0+\frac{1}{2}\right)\cos^2\varphi-\frac{1}{2}\xi_0^2\right]$, $\left(\xi_0^2=\frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}\right)$.

$\frac{\xi_c}{\xi_0}=1+\alpha\cos\varphi+\frac{\alpha^2}{2}\left[(4\xi_0+1)\cos^2\varphi-\xi_0^2\right]$, $\xi_c=\frac{s_c(\varphi)}{c}$, $\alpha=\frac{cs}{(1-s^2)}$.

$s_c(\varphi)=c\xi_0\left[1+\frac{cs}{(1-s^2)}\cos\varphi+\frac{1}{2}\frac{c^2s^2}{(1-s^2)^2}\left\{(4\xi_0+1)\cos^2\varphi-\xi_0^2\right\}\right]+O(\alpha^3)$, $s=s_\alpha$.

Если s^2, то $s_c(\varphi)=\xi_0+cs\cos\varphi+\frac{1}{2}c^2s^2(5\cos^2\varphi-1)$, $\xi_0=1+2s^2+\dots$,

$t=\varepsilon s_c=\frac{sc}{(1-s^2)}\left[1+2s^2+cs\cos\varphi\right]+\dots$, $t^2\approx s^2c^2+O(s^2c^2s^2,cs)s^2c^2$ - см. 12/I.

$t^2=s^2c^2(1+2s^2)\left[1+4s^4+4cs^3\cos\varphi+c^2s^2\cos^2\varphi+4s^2+2cs\cos\varphi\right]$

$t\cos\varphi=sc(1+2s^2+cs\cos\varphi)(1+s^2)\cos\varphi=sc(1+s^2)\left[(1+2s^2)\cos\varphi+cs\cos^2\varphi\right]$

$\int_0^{2\pi}d\varphi\,t\cos\varphi=c^2s^2(1+s^2)\int_0^{2\pi}d\varphi\cos^2\varphi=\pi c^2s^2(1+s^2)\approx\pi c^2s^2$ и уточнение $s_c(\varphi)$ на подсчете $Q(s)$ t°-методом 12/I не сказалось - с точн. до c^2s^2.

$Q(s)=\frac{1}{\pi}\frac{(1-s^4)}{(1+s^2)^4}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\xi_c(\varphi)}d\xi\,\xi\,\frac{1-\left(\xi^2c^2+2\xi cs\cos\varphi+s^2\right)^2}{\left[1+\frac{\xi^2}{\xi_0^2}\left(1-2\varepsilon c\xi\cos\varphi+\varepsilon^2c^2\xi^2\right)\right]^2}$, $z=\frac{\xi}{\xi_0}$

$Q(s)=\frac{1}{\pi}\frac{1}{(1-s^4)}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{z_c(\varphi)}dz\,\frac{\left[1-\left(z^2\xi_0^2c^2+2z\xi_0cs\cos\varphi+s^2\right)^2\right]}{\left[1+z^2\left(1-2\varepsilon c\xi_0z\cos\varphi+\varepsilon^2c^2\xi_0^2z^2\right)\right]^2}$ - не лучше $Q(s)$ ч-з метода от 12/I. //Принципы для $Q(s)$ 11-12/I дают контролируемую схему разложения $Q(s)$ по s и (cs), понимаю когда $Q(s)$ сводится к $f(cs)$.

V. core Ученица TVA

В своем коорд. с центром $z=s$ - это совп. с опс. разложением из paper - draft.

Escaneado con CamScanner

1 октября послал Нат. Арсланову (грант её мужа) 200 € by Western Union.

(14/1) Обсуждение с Глов ERC-grants: подать в FET-grant по Skyrmions в службе (Bus(Spain), Kabazi (Portugal) – exp., Berlevy (Germany) – simul. ing.: строго определить Skyrmion dynamics exp. F/M/F dot gme Глов, Обсуж.: подумать о другой теме грант.

Окс. приближ. вычисление $\langle \hat{X}^2 \rangle$ из FDT по коду $\chi(\omega)$ – APL'06.

Надо вычислить $\langle M_\mu^2 \rangle_T = \langle M_\mu \rangle_T^2 = \frac{kT}{V} \chi_{\mu\mu}(0)$, где M_μ – компоненты magnetization, $\chi_{\mu\mu}(\omega) = \chi_{\mu\mu}(0)$ – static susceptibility.

Сом. APL 2006 $\chi(0) = \gamma M_s \beta^2 / (2\omega_0)$, $\langle \vec{M} \rangle_v = -\beta \mathcal{E} M_s \hat{z} \times \vec{S}$, $\beta = 2/3 + \nu A$, $\vec{S} = \frac{\vec{X}}{R}$.

$\mu = x, y$: $\langle M^2 \rangle = \langle M_x^2 \rangle + \langle M_y^2 \rangle + \langle M_z^2 \rangle + 2\frac{kT}{V}\chi(0)$, т.к. $\langle M_\mu \rangle_T \sim \langle S_\mu \rangle_T = 0$.

$\langle \vec{M}^2 \rangle_v = M_s^2 (\vec{S}^2 = 0)$, $\langle M \rangle_v^2 = \beta^2 M_s^2 S^2 V$, $\langle (M)_v^2 \rangle_T = \frac{2kT}{V}\chi(0)$, $\beta^2 M_s^2 \langle S^2 \rangle_T = \frac{2kT}{V}\frac{\gamma M_s \beta^2}{2\omega_0}$

$\langle S^2 \rangle_T = \frac{k_B T}{M_s^2 V}\left(\frac{\gamma M_s}{\omega_0}\right)$ – типовая формула Uc orbit radius, $\omega_0 \approx \frac{20}{9}\gamma M_s \beta$.

$\langle |\vec{X}|^2 \rangle_T = \frac{k_B T}{M_s^2 V}\frac{\gamma M_s}{20\beta} R^2 = \frac{kT}{M_s^2 V}\frac{9}{20}\frac{R^3}{L} = \frac{9}{20\pi}\frac{kT}{M_s^2}\frac{R}{L^2}$

$k_B T = 1{,}38\cdot 10^{-16}\frac{erg}{K}\cdot 300\,K = 4{,}14\cdot 10^{-14}\,erg$, $M_s^2 = (800)^2 G^2 = 64\cdot 10^4 \frac{erg}{cm^3}$.

$\langle \hat{X}^2 \rangle \approx \frac{1}{2\pi}\frac{4{,}14\cdot 10^{-14}\,erg\cdot cm^3}{6{,}4\cdot 10^5\,erg}\frac{(100\,nm)^2}{(7\,nm)^2} = \frac{1}{2\pi}\frac{4{,}14\cdot 10^{-19}}{6{,}4}cm^3\frac{100}{49\,nm} = \frac{1}{6}\frac{4{,}14\cdot 10^{-19}}{6{,}4}\frac{100}{49}10^{21}\,nm^2 =$

$= \frac{4{,}14\cdot 10^2}{6\cdot 6{,}4}\frac{10^2}{49}nm^2$ для dot с $M_s = 800$ G, $R = 100$ нм, $L = 7$ нм, $T = 300$ K.

$\sqrt{\langle \hat{X}^2 \rangle_T} \approx |\vec{X}|_T = \sqrt{\frac{1{,}14}{6\cdot 6{,}4}}\frac{10^2}{7}nm = 0{,}33\cdot\frac{10^2}{7}nm = 4{,}7\,nm$ (!), или $S_T \approx \frac{5nm}{100nm} = 0{,}05$.

Ранее я оценивал $|\vec{X}|_T$ из $\frac{1}{2}\gamma\vec{X}^2 \sim k_B T$, $\langle \vec{X}^2 \rangle_T \approx \frac{2k_B T}{\omega_0 G}$ или $\langle S^2 \rangle_T = \frac{2kT}{\omega_0 G R^2} =$

$= \frac{2kT\gamma}{\omega_0 2\pi M_s L R^2} = \frac{k_B T}{M_s^2 V}\cdot\left(\frac{\gamma M_s}{\omega_0}\right)$ – тот же результат ($\frac{1}{2}k_B T$ на степень свободы осциллятора).

NL Gyrovector: 12/1 показано, что $Q(s)$ выраж. через $\Psi(\varepsilon_{sc})$, $\varepsilon_{sc} \ll 1$.

найдем $Q(s)$ с точн. до s^4 (или $c^4 s^4$?). $t = \varepsilon_{sc}(\varphi) \approx \varepsilon c\beta_0\left[1 + c\varepsilon\cos\varphi\right] + O(c^3\varepsilon^3)$

$\Psi(x,\varphi,t) = \frac{(1 - 2t\cos\varphi + t^2)}{\left[1 + x^2 - 2t\cos\varphi(1+x^3) + t^2(1+x^4)\right]^2} = \frac{\left[1 - 2\varepsilon_0(1 + c\varepsilon\cos\varphi)\cos\varphi + \varepsilon_0^2\right]}{\left[1 + x^2 - 2\varepsilon_0(1 + c\varepsilon\cos\varphi)\cos\varphi(1+x^3) + \varepsilon_0^2(1+x^4)\right]^2}$

Оценим $t = \varepsilon_0$, т.е. пренебрежем членами $\sim (c\varepsilon)^2 \sim c^2 s^2$ в разложении $Q(s)$.

$\Psi(x,\varphi,t) \approx \frac{\left[1 - 2\varepsilon_0\cos\varphi + \varepsilon_0^2\right]}{\left[1 + x^2 - 2\varepsilon_0\cos\varphi(1+x^3) + \varepsilon_0^2(1+x^4)\right]^2} \approx \frac{\left[1 - 2\varepsilon_0\cos\varphi\right]}{\left[1 - 2\varepsilon_0\cos\varphi\left(\frac{1+x^3}{1+x^2}\right)\right]^2}\frac{1}{(1+x^2)^2}$

$\int_0^{2\pi}\frac{\left[1 - 2\varepsilon_0\cos\varphi\right]}{\left[1 - 2\varepsilon_0\nu\cos\varphi\right]^2} = \int\frac{d\varphi}{[\cdot]}\left[1 - \frac{2\varepsilon_0}{\nu}(\nu\cos\varphi)\right] = \int\frac{d\varphi}{[\cdot]}\left[1 - \frac{2}{\nu}\left\{\varepsilon_0\nu\cos\varphi - 1 + 1\right\}\right] =$

$= \int\frac{d\varphi}{[\cdot]}\left[1 - \frac{2}{\nu} + \frac{2}{\nu}\left(1 - \varepsilon_0\nu\cos\varphi\right)\right] = \int_0^{2\pi}d\varphi\frac{(1 - 2/\nu)}{\left[1 - 2\varepsilon_0\nu\cos\varphi\right]^2} + \frac{2}{\nu}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{1 - 2\varepsilon_0\nu\cos\varphi} =$

$= \frac{2\pi(1-2/\nu)}{(1 - 4\varepsilon_0^2\nu^2)}P_1\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 4\varepsilon_0^2\nu^2}}\right) + \frac{2}{\nu}\frac{2\pi}{\sqrt{1 - 4\varepsilon_0^2\nu^2}}P_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 4\varepsilon_0^2\nu^2}}\right) \approx 2\pi\left(1 - \frac{2}{\nu}\right)P_1(1) + \frac{4\pi}{\nu}P_0(1) =$

$= 2\pi\left(1 - \frac{2}{\nu}\right) + \frac{4\pi}{\nu} = 2\pi + O(c^2 s^2)$.

$Q(s) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{(1-s^4)}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{1\,\infty}dx\,x\,\frac{1 - \left[s_c^2 x^2 + 2s_c s x\cos\varphi + s^2\right]^2}{(1+x^2)^2}\frac{(1 - 2\varepsilon_0\cos\varphi)}{(1 - 2\varepsilon_0\nu\cos\varphi)^2} =$

$= \frac{1}{\pi}\frac{1}{(1-s^4)}\int_0^1\frac{dx\,x}{(1+x^2)^2}\left[\int_0^{2\pi}d\varphi\frac{(1 - 2\varepsilon_0\cos\varphi)}{(1 - 2\varepsilon_0\nu\cos\varphi)^2} - \int d\varphi\left[s_c^2 x^2 + 2s_c s x\cos\varphi + s^2\right]^2\right] =$

$= \frac{1}{\pi}\frac{1}{(1-s^4)}\int_0^1 dx\frac{x}{(1+x^2)^2}\left[2\pi - 2\pi s^4\right] = \frac{1}{\pi}\frac{1}{(1-s^4)}\frac{1}{4}2\pi(1+s^4) + O(c^2 s^2) = \frac{1}{2} + O(c^2 s^2)$,

т.о. $Q(s)$ не содержит члена $\sim s^4$ и является разложением по $(cs)^2$.

$Q(s) = \frac{1}{2} + b_1(cs)^2 + b_2(cs)^4 + O(c^4)$, $Q(0) = \frac{1}{2}(1 - c^4)$, $\underset{c\to 0}{Q(s)} = \frac{1}{2}$,

$\left[s_c^2 x^2 + 2s_c s x\cos\varphi + s^2\right]^2 = 4s_c^2 s^2 x^2\cos^2\varphi + 2s_c^2 c^2 x^2 + 64 + \left(s_c^4 x^4 + 4s_c c^3 x\cos\varphi + 4s_c^3 x^3\cos\varphi\right)$

$= \left[\text{члены в } (\cdots) \text{ не дают вкл. при } \int d\varphi(\cdots) \text{ и нечетны по } s\right] = \underset{(\text{член 12/1})}{4s_c^2 s^2 x^2\cos^2\varphi} + \underset{(\text{нулевой})}{s^4} + \underset{(\text{дающий})}{2s_c^2 s^2 x^2}$

Член $2s_c^2 s^2 x^2$ включает $J_1(12/1) \to J_1(\text{old})$ – для $\int dx\,x\frac{1}{(1+x^2)^2}\left[4s_c^2 s^2 x^2\cos^2\varphi + 2s_c^2 s^2 x^2\right]$ 12/1

(и $|x+s|^4$-члена)

Escaneado con CamScanner

$J_1(12/I) = J_1(old) - 2s_c^2 s^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left[2\cos^2\varphi + 1\right] \int_0^\infty dx \frac{x^3}{(1+x^2)^2} = J_1(old) - 8\pi c^2 s^2 \int_0^\infty dx \frac{x^3}{(1+x^2)^2} =$

$= J_1(old) - 4\pi c^2 s^2 (\ln^2 - \tfrac{1}{2})$ и new $Q(s) = \frac{1}{2} - 4s^2c^2\left(+\frac{1}{16} + \frac{3}{32}\pi\right) - 4s^2c^2(\ln 2 - \tfrac{1}{2}) =$

$= Q) \frac{1}{2} + 4c^2s^2\left[\frac{3}{32}\pi + \ln 2 - \frac{9}{16}\right] = \frac{1}{2} - \left[4\ln 2 + \frac{3}{8}\pi - \frac{9}{4}\right]c^2s^2$

$G(s)$ $Q(s) = \frac{1}{2} - \left[4\ln 2 + \frac{3}{8}\pi - \frac{9}{4}\right]c^2s^2 + O(c^4s^4)$ — +опис. Запрос. $G(s) \sim Q(s)$ +VA

$\left[4\ln 2 + \frac{3}{8}\pi - \frac{9}{4}\right] = 1{,}701$. $Q(0{,}7) = 0.5 - 1.701 \cdot 10^{-2}(0.7)^2 = 0{,}4916$ ими $c=0.1$

но коэф. при $(cs)^4$ может быть большим (?). на 1.7% меньше $Q(0) = \frac{1}{2}$.

$(cs)^4$ - term в $Q(s)$ дает погрешность $\le 2\%$ для typical c и s_{max}.

NL damping - TVA

(15/I) Проблема NL-damping D - diagonal (см. $D(s)$ - 8/IV 2012, 12/IX 12г., 25-27/IX 12г.)

Интеграл при расчете $D(s)$ близок к инт. расчета $Q(s)$.

$D_{\alpha\beta} \sim \int d^2\vec{s}\left(\frac{\partial \vec{w}}{\partial s_\alpha} \cdot \frac{\partial \vec{w}}{\partial s_\beta}\right)$, $Tr(\hat{D}) = (D_{xx} + D_{yy}) \sim \left(\frac{\partial \vec{w}}{\partial s} \cdot \frac{\partial \vec{w}}{\partial s^*}\right) = \frac{2}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial s}\frac{\partial \bar{w}}{\partial s^*} + \frac{\partial w}{\partial s^*}\frac{\partial \bar{w}}{\partial s}\right]$

$Q(s) = \frac{1}{\pi}\int_{core} d^2\vec{s}\, \frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial s}\frac{\partial \bar{w}}{\partial s^*} - \frac{\partial w}{\partial s^*}\frac{\partial \bar{w}}{\partial s}\right] \cdot \left(\frac{\partial \vec{w}}{\partial s_\alpha} \cdot \frac{\partial \vec{w}}{\partial s_\beta}\right) = \frac{\partial\theta}{\partial s_\alpha}\frac{\partial\theta}{\partial s_\beta} + \sin^2\theta \frac{\partial\varphi}{\partial s_\alpha}\frac{\partial\varphi}{\partial s_\beta}$

$w = \operatorname{tg}\frac{\theta}{2} \cdot e^{i\varphi}$. Вне core $Tr\hat{D} \sim \int d^2\vec{s} \frac{\partial\varphi}{\partial s}\frac{\partial\varphi}{\partial s^*} = \int d^2\vec{s} \left|\frac{\partial\varphi}{\partial s}\right|^2$.

Вернется ли $\int d^2\vec{s} \left|\frac{\partial\varphi}{\partial s}\right|^2$? Близко 12/III 12г. $\frac{1}{\pi}\int_D \frac{d^2\vec{s}}{(z-s)} = -\bar{s}$, D - eg. к/кр $|z| \le 1$.

$\frac{1}{\pi}\int_D ds\, dy \frac{\zeta^n}{(\zeta - z)} = z^{n-1}(1 - z\bar{z})$, $\zeta = s + iy$, $n = 1, 2, \dots$, $z \in D$.

Близко core $w = \delta$ и $\left[\frac{\partial s}{\partial s}\frac{\partial \bar{s}}{\partial s^*} + \frac{\partial s}{\partial s^*}\frac{\partial \bar{s}}{\partial s}\right] = \frac{1}{c^2}\frac{1}{(1+ss^*)^2}\left[(1+s^4)(1+|s|^4) - 2s^3s^2e^{i2\varphi} - s^2s^2e^{-i2\varphi}\right]$ (+VA)

$I_{c1}(s) = \int_{core} d^2\vec{s}\, \frac{(1+s^4)}{[1+ss^*]^2} = \int_{core} d^2\vec{s}\, \frac{1+|z+s|^2}{[1+ss^*]^2}$, $|z+s|^2 = O(c^2s^2) +$ (члены $\sim sc^3, s^3c$, близ. инт $\int d\varphi$)

С точн. до s^2 (ограничение s^4 c^2s^2) $I_{c1}(s) = \int_{core} d^2\vec{s}\, \frac{1}{[1+ss^*]^2}$, где $|s|^2 = s^2|f_1|^2$

$Q(s) = \frac{1}{\pi c^2}\frac{(1-s^4)}{(1+s^2)^4}\int_{core} d^2\vec{s}\, \frac{[1-|z+s|^4]}{[1+ss^*]} \approx \frac{1}{\pi c^2}\frac{1}{(1+s^2)^4}\int_{core} d^2\vec{s}\, \frac{1}{[1+ss^*]^2} = \frac{1}{\pi c^2}\frac{1}{(1+s^2)^4} I_{c1}(s)$

и $Q(s) = \frac{1}{2} - O(c^2s^2)$, $I_{c1}(s) = \frac{1}{2}\pi c^2(1+s^2)^4$, $Tr(\hat{D}) \sim \frac{2}{c^2}\frac{1}{(1+s^2)^2}\left[I_{c1}(s) - 2I_{c2} - 2\bar{I}_{c2}\right] =$

$= \frac{2}{c^2}\frac{1}{(1+s^2)^2} I_{c1} = \frac{2}{c^2}\frac{1}{(1+s^2)^2}\frac{1}{2}\pi c^2(1+s^2)^4 = \pi(1+s^2)^2 = \pi(1+2s^2)$

$Tr(\hat{D})_{core} \sim 8\int_{core} d^2\vec{s}\, \frac{1}{[1+ss^*]^2}\left[\frac{\partial s}{\partial s}\frac{\partial \bar{s}}{\partial s^*} + \frac{\partial s}{\partial s^*}\frac{\partial \bar{s}}{\partial s}\right] = 4\pi(1+2s^2) + O(s^3c^2, s^4)$ совп. с 8/IV 12г.

Core $D_{xx} = D_{yy} = \frac{1}{2}Tr(\hat{D}) = 2\pi(1+2s^2)$ — VC being within TVA $f(s)$.

Численно близко core $Tr(\hat{D}) \sim J_c(s) = 4\pi(1+2s^2)$ работает хорошо, $c/s = 0.5$ ошибка сл. MathCad $< 5\%$.

Вне core $Tr(\hat{D})$ и $4\int_{вне\ VC} d^2\vec{s} \left|\frac{\partial\varphi}{\partial s}\right|^2 = \frac{1}{c^2}\frac{1}{(1+ss^*)^2}\int_{|s|\ge 1} d^2\vec{s}\, \frac{(1-s^2)^2}{|f(s)|^2} = J_p(s)$ Численно MathCad

нашел $J_p(s) = J_p(0) - \frac{9}{2}\pi s^2$, $J_p(0) = -2\pi\left[\frac{3}{4} + \ln c\right]$, что дало $\frac{d_0}{d} = \frac{5}{8} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c}$ и

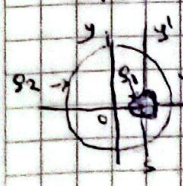
$\frac{d_1}{d} = 7/8$ в разложении $d(s) = -\frac{D_{xx}(s)}{|G|} = d_0 + d_1 s^2$, считая $G(s) = const$.

Вид $J_p(s)$ с коэф. $\left(-\frac{9}{2}\pi\right)$ взят из числ. подгонки analytic интеграла $J_p(s)$.

Посчитал аналитически 8/IV 12г. $J_p(s) = J_p(0) - \frac{5}{2}\pi s^2$, но расчет не дошел.

$J_p(s) = \int_{|s|\ge 1} d^2\vec{s}\, \frac{(1-|z|^2)^2}{|z-s|^2\,|s\bar{z}-1|^2}$ — вне core $\bar{s}z \ll 1$ хороший малый параметр.

т.к. $|z| \le 1$, $|s| < 1$ и не надо разлаг. по $\frac{1}{s}$ или $\frac{c}{s}$.



$\bar{s}z + 1 = \bar{s}(z' + s) + 1 = \bar{s}z' + s\bar{s} + 1$; $|\bar{s}z + s\bar{s} - 1|^2 = (1-s^2)^2\left[1 - 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2\right]$

нахождение в x'0'y', с центром $z' = 0$, $z = s$ и $\varphi_s = 0$, $s = s_z$.

$J_p(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{s_1(\varphi)}^{s_2(\varphi)} ds\, s \frac{\left[1 - |z+s|^2\right]^2}{s^2\left[1 - 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2\right](1-s^2)^2}$, $\varepsilon = \frac{s}{(1-s^2)}$.

$s_1(\varphi) = s_c(\varphi)$ — граница V. core, $s_2(\varphi)$ — граница dot в x'0'y' системе координат.

$|z+s|^2 = s^2 + 2sz\cos\varphi + s^2$. $|z+s|^2 = s_2^2 + 2s_2 s\cos\varphi + s^2 = 1$ дает $s_2(\varphi)$.

$s_c(\varphi) = c30\left[1 + c_5\cos\varphi\right]$, $s_2(\varphi) = -s\cos\varphi + \sqrt{1 - s^2\sin^2\varphi}$

Escaneado con CamScanner

$$J_p(s)=\frac{1}{(1-\varepsilon^2)^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_{\rho_1(\varphi)}^{\rho_2(\varphi)}\frac{d\rho}{\rho}\,\frac{[1-\rho^2-2s\rho-s^2]}{[1-2\varepsilon\rho\cos\varphi+\varepsilon^2\rho^2]}=\frac{1}{(1-s^2)^2}\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}\,\frac{(1-\rho^2)}{[1-2\varepsilon\rho\cos\varphi+\varepsilon^2\rho^2]}+$$

$$+\frac{1}{(1-s^2)^2}(-2s)\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}\,\frac{\rho\cos\varphi}{[1-2\varepsilon\rho\cos\varphi]}-\frac{s^2}{(1-\varepsilon^2)^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_\varepsilon^1\frac{d\rho}{\rho}.\quad\text{Итого, надо }[1-|z+s|^2]^2$$

$$[1+|z+s|^2]^2=1-2(|z+s|^2+|z+s|^4=1-2[\rho^2+2s\rho\cos\varphi+s^2]+\rho^4+4s^2\rho^2\cos^2\varphi+2\rho^2s^2+$$

$$[\dots]^2=(1-\rho^2)^2+4s\rho(\rho^2-1)\cos\varphi-2s^2+2\rho^2s^2+4\rho^2s^2\cos^2\varphi+4s\rho^3\cos\varphi+O(s^3)$$

$$J_p(s)(1-s^2)^2=\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}\,\frac{[(1-\rho^2)^2+4s\rho(\rho^2-1)\cos\varphi+2s^2(\rho^2-1+2\rho^2\cos^2\varphi)]}{[1-2\varepsilon\rho\cos\varphi+\varepsilon^2\rho^2]}$$

$$\frac{1}{[1-2\varepsilon\rho\cos\varphi+\varepsilon^2\rho^2]}[a_0+a_1s+a_2s^2]=[1+2\varepsilon\rho\cos\varphi-\varepsilon^2\rho^2+4\varepsilon^2\rho^2\cos^2\varphi][a_0+a_1s+a_2s^2]$$

$$=a_0+a_1s+a_2s^2+2\varepsilon\rho\cos\varphi\,a_0+2\varepsilon\rho\cos\varphi\,a_1s+\varepsilon^2\rho^2(4\cos^2\varphi-1)a_0$$

$$J_p(s)(1-s^2)^2=\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}\Big[a_0+a_1s(1+2\varepsilon\rho\cos\varphi)+2\varepsilon\rho a_0\cos\varphi+s^2\{a_2+2a_1\rho\cos\varphi+a_0\rho^2(4\cos^2\varphi-1)\}\Big]=$$

$$=\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}(1-\rho^2)^2+s\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}\Big[4\rho(\rho^2-1)\cos\varphi+2\rho\cos\varphi(1-\rho^2)^2\Big]+\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}s^2\{2\rho^2-2+$$

$$+4\rho^2\cos^2\varphi+2\rho\cos\varphi+4\rho(\rho^2-1)\cos\varphi+(1-\rho^2)^2\rho^2(4\cos^2\varphi-1)\}=i_0+i_1s+i_2s^2$$

$$i_2=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_\varepsilon^1\frac{d\rho}{\rho}\Big[2\rho^2-2+4\rho^2\cos^2\varphi+8\rho^2(\rho^2-1)\cos^2\varphi+\rho^2(1-\rho^2)^2(4\cos^2\varphi-1)\Big]=$$

$$=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_\varepsilon^1\frac{d\rho}{\rho}\Big[2(\rho^2-1)-\rho^2(1-\rho^2)^2+4\rho^2\cos^2\varphi[1+\rho^2]^2\Big]=2\pi\int\frac{d\rho}{\rho}\Big[2\rho^2-1-\rho^2(1-\rho^2)^2+$$

$$+2\rho^2-\rho^4\Big]=2\pi\int\frac{d\rho}{\rho}\Big[2\rho^2-2-\rho^2+2\rho^4-\rho^6+2\rho^6\Big]=2\pi\int d\rho\Big[2\rho-\frac{2}{\rho}-\rho+2\rho^3+\rho^5\Big]=$$

$$=2\pi\Big[\frac{1}{2}\rho^2-2\ln\rho+2\frac{\rho^4}{4}+\frac{\rho^6}{6}\Big]_\varepsilon^1=2\pi\Big[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+2\ln\varepsilon\Big]=2\pi\Big[\frac{7}{6}+2\ln\varepsilon\Big]$$

$$i_1=\int d\varphi\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{d\rho}{\rho}\,2\rho\cos\varphi(\rho^2-1)[2+\rho^2-1]=2\int d\varphi\cos\varphi\int d\rho(\rho^4-1)=2\int d\varphi\cos\varphi\Big[\frac{1}{5}\rho^5-\rho\Big]_{\rho_c}^{\rho_2}=$$

$$=2\int_0^{2\pi}d\varphi\cos\varphi\Big[\frac{1}{5}\rho_2^5-\rho_2-\frac{1}{5}\rho_c^5+\rho_c\Big]=\Big|\rho_2=1-s\cos\varphi+O(s^2)\Big|=2\int_0^{2\pi}d\varphi\cos\varphi\times$$

$$\Big[\frac{1}{5}(1-5s\cos\varphi)-(1-s\cos\varphi)+c\,3_0(1+cs\cos\varphi)\Big]=0+O(c^2s)-\text{верно.}$$

$$i_0=\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}(1-\rho^2)^2=\int d\varphi\int\frac{d\rho}{\rho}[1-2\rho^2+\rho^4]=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_{\rho_1(\varphi)}^{\rho_2(\varphi)}d\rho\Big[\frac{1}{\rho}-2\rho+\rho^3\Big]=$$

$$=\int d\varphi\Big[\ln\rho-\rho^2+\frac{1}{4}\rho^4\Big]_{\rho_c}^{\rho_2}=\int d\varphi\Big[\ln\rho_2-\rho_2^2+\frac{1}{4}\rho_2^4-\ln\rho_c+\rho_c^2-\frac{1}{4}\rho_c^4\Big]=$$

$$=\int_0^{2\pi}d\varphi\Big[\ln\rho_2-\rho_2^2+\frac{1}{4}\rho_2^4-\ln\rho_c\Big];\ \ln\rho_2=\ln\Big[\sqrt{1-s^2\sin^2\varphi}-s\cos\varphi\Big]=\ln\Big[1-\frac{1}{2}s^2\sin^2\varphi-$$

$$-s\cos\varphi\Big]=\Big|\ln(1-x)=-x-\frac{1}{2}x^2\Big|=-\frac{1}{2}s^2\sin^2\varphi-s\cos\varphi-\frac{1}{2}s^2\cos^2\varphi=-s\cos\varphi-\frac{1}{2}s^2.$$

$$\rho_2^2=1-s^2-2\rho_2s\cos\varphi=1-s^2-2s\cos\varphi(1-s\cos\varphi)=1-2s\cos\varphi+s^2(2\cos^2\varphi-1)=$$

$$\rho_2^4=(\rho_2^2)^2=1+4s^2\cos^2\varphi-4s\cos\varphi+2s^2\cos2\varphi+O(s^3)\Leftarrow 1-2s\cos\varphi+s^2\cos2\varphi$$

$$\ln\rho_c=\ln c\,3_0[1+cs\cos\varphi]=\ln c\,3_0+\ln(1+cs\cos\varphi)=\ln c\,3_0+cs\cos\varphi-\frac{1}{2}c^2s^2\cos^2\varphi.$$

$$i_0(s)=\int_0^{2\pi}d\varphi\Big[-s\cos\varphi-\frac{1}{2}s^2-1+2s\cos\varphi-s^2\cos2\varphi+\frac{1}{4}(1+4s^2\cos^2\varphi-\dots)-\ln c\,3_0\Big]=$$

$$=2\pi\Big[-\frac{1}{2}s^2-1+s^2\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\ln c\,3_0\Big]=2\pi\Big[-\frac{3}{4}+\ln\frac{1}{c}-\ln 3_0\Big]$$

$$\ln 3_0=\ln\Big(\frac{1+s^2}{1-s^2}\Big)=\ln(1+2s^2)\approx 2s^2.\ \ J_p(s)(1-s^2)^2=2\pi\Big[\ln\frac{1}{c}-\frac{3}{4}-2s^2\Big]+$$

$$+s\,i_1(s)+s^2\,2\pi\Big[\frac{7}{6}+2\ln c\Big]=2\pi\Big[\ln\frac{1}{c}-\frac{3}{4}-2s^2+s^2\Big(\frac{7}{6}+2\ln c\Big)\Big]=2\pi\Big[\ln\frac{1}{c}-\frac{3}{4}\Big]+$$

$$+2\pi s^2\Big[-\frac{5}{6}+2\ln c\Big].\quad J_p(s)=\frac{1}{(1-s^2)^2}[\dots]=[b_0+b_2s^2](1+2s^2)=b_0+(b_2+2b_0)s^2$$

$$\frac{(b_2+2b_0)}{2\pi}=-\frac{5}{6}+2\ln c+2\ln\frac{1}{c}-\frac{3}{2}=-\frac{5}{6}-\frac{3}{2}=-\frac{14}{6}=-\frac{7}{3}$$

$$\to J_p(s)=2\pi\Big[\ln\frac{1}{c}-\frac{3}{4}\Big]-2\pi\frac{7}{3}s^2=2\pi\Big[\ln\frac{1}{c}-\frac{3}{4}-\frac{7}{3}s^2\Big]\ (!).\qquad J_p(s)=J_p(0)-\frac{14}{3}\pi s^2$$

Ранее было $J_p(s)=J_p(0)-\frac{5}{3}\pi s^2$ (8/IV 127.) и $J_p(s)=J_p(0)-\frac{9}{2}\pi s^2$ (24/IX 127.)

Проведем вывод нов. $J_p(s)$. $J_p(s)$-24/IX был взят из подгонки числ., не из аналит. расч.

Escaneado con CamScanner

$\mathcal{D}_{xx} = \mathcal{D}_{yy} = \frac{1}{2}\left[\underset{\text{core}}{\mathrm{Tr}\,\hat{\mathcal{D}}} + \underset{\text{env core}}{\mathrm{Tr}\,\hat{\mathcal{D}}}\right] = (\cdot)\frac{1}{2}\left[J_c(s) + J_p(s)\right]$, $(\cdot) = -\frac{\alpha M_s L}{\gamma}$. NL damping

$d = \frac{-\mathcal{D}_{xx}}{|G|} = \frac{1}{\alpha}\frac{\alpha M_s L}{\gamma M_s L}\frac{1}{2}\left[J_c(s) + J_p(s)\right] = \frac{\alpha}{4\pi}\left[4\pi(1+2s^2) + 2\pi\left\{\ln\frac{1}{c} - \frac{3}{4} - \frac{7}{3}s^2\right\}\right] =$

$= \alpha\left[1 + 2s^2 + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c} - \frac{3}{8} - \frac{7}{6}s^2\right] = \alpha\left[\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c} + \frac{5}{6}s^2\right]$; $\frac{d_0}{\alpha} = \frac{5}{8} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c}$, $d_1 = \frac{5}{6}\alpha$,

Note 14/IV 11: было $d_1 = \frac{7}{8}\alpha$, new d_1 немного меньше. RVM

Тысяч. 14/IV 12 г. Было $J_p(s) = J_p(0) + 4.82\pi s^2$, теперь $J_p(s) = J_p(0) = \frac{14}{3}\pi s^2$.

$\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3} = 4.67$ раз меньше к тысяч. расчету. $\frac{9}{2}\pi = 4.5\pi$ - было 24/IV 12 г.

$5/8\ /\ (9/8) = \frac{5\cdot 8}{8\cdot 9} = \frac{40}{42} = \frac{20}{21} = 0.952$, т.е. new d_1 меньше old d_1 на $<5\%$.

В RVM $d_0/\alpha = 1 + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c}$, $d_1 = -\frac{1}{4}\alpha$, что принципиально отлич. от $d_1 = \frac{5}{6}\alpha$ - TVA.

d_0^{RVM} и d_0^{TVA} - близки. $\frac{1}{2}d_0^{TVA}(0.1) = 1.78$ и $d_2^{RVM}(0.1) = 2.15$.

В Gus' APL 06 в начальных. $d_0 = \frac{\alpha}{2.13}\alpha$ - RVM, значение α при $t_0 = \text{const}$ по сравн. с TVA - расчетное, т.на 17%.

$\lambda^2 = \frac{d_0\omega_c^2}{[d_1\omega_c^2 + d_0\omega_1^2]}$ → уменьшит d_1 ($d_1 = 5/6\,\alpha$). Зависимость λ за счет анализ. - зависимость ω_0.

NL damping TVA $5/6 = 0.833$ лучше соотв. с $d_1/d = 0.73$ - тысяч. Dussaux' ARB'12.

(16/I) Получил e-mail от Слебина: он submitted NL-Vortex-STO paper to PRL (много NL коэффициентов там, видно не proof purposes). Написал e-mail to EDP-gas. Это не напечатано bill 92,98 €, а по счетному тоже - у меня должно быть. Гибридная Nagoya - Skyrmions - Review - Dec. 2013 и M(H)-Fig. к ARR X(a). Julian вернулся в Barcelona (у нас с Dec. 29, 2013). Я получил 2 квитанции на имя. 100 € (29/XI, кр.свеч.) и 45 € (3/XII) - замена, новая вода City Hall. Edited J(ω)-APL и послал ее to Mansob, Slebin. Skyrmions papers.

(17/I) Ikerbasque meeting (Carlos Castro) по написанию ERC proposal на Starting, Consol, Advanced grants. FET-Open гранты. Написал письмо Л. Уилан; оба марафа (100 € + 45 €) в Bankia. Ревизия of STNO-paper с Berkov и Occ. Переписка с Occ. по STNO. Тысяч. Metlov: ARB'13 и JAP'13. У метлов $G(s)$ растет с $|s|^2$ ↑, что неверно, но учтено finite $R_c/R = c$ в расчете $W_m(s)$. Finite c^n может увеличить $W_G(s)$, в частности W_0 может возрасти. Это может исправить W_0 из STNO paper с Berkov.

Учет V.core: W_m и $W_{face}(s)$

(18/I) $\mathrm{div}\vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}$; $\frac{\partial m_+}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)(m_x + i m_y) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}\right) +$

$+ \frac{i}{2}\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{div}\vec{m} + \frac{i}{2}(\mathrm{rot}\vec{m})_z$; $\mathrm{div}\vec{m} = 2\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial m_+}{\partial \bar{z}}\right)$.

$\frac{\partial m_+}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\frac{2w}{1+w\bar{w}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\sin\theta e^{i\varphi}$, $w = \mathrm{tg}\frac{\theta}{2}e^{i\varphi}$, $\frac{\partial m_+}{\partial \bar{z}} = 2\frac{\partial}{\partial \bar{z}}\frac{w}{1+w\bar{w}} = 2\frac{\dots}{(1+w\bar{w})^2}$ ⊗

⊗ $\left[\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}(1+w\bar{w}) - w\frac{\partial}{\partial \bar{z}}(1+w\bar{w})\right] = \frac{2}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}(1+w\bar{w}) - w\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}\bar{w} - w^2\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}\right] =$

$= \frac{2}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} - w^2\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}\right]$. В core $w = f(z)$ и $\frac{\partial m_+}{\partial \bar{z}} = \frac{2}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}$ // Вне core $w = \frac{s}{|s|}$ и

$\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} - w^2\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} = (\dots)$, $\frac{\partial m_+}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial w}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\sqrt{\frac{s}{\bar{s}}} = \frac{1}{\sqrt{s\bar{s}}}\frac{1}{2\sqrt{\frac{s}{\bar{s}}}}\frac{\partial s}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2|s|^2}\frac{\partial s}{\partial \bar{z}}$ - вне core.

$\frac{\partial s}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}i\frac{c}{e}\left[z - s'\cdot - \bar{s}'z^2\right] = i\frac{c}{e}\left[1 - 2z\bar{s}'\right]$, $z\bar{s}' = (x+iy)(s_x - is_y) = i(ys_x - xs_y) + \mathrm{Re}(\dots)$

$\mathrm{Re}\frac{\partial s}{\partial \bar{z}} = \frac{c}{e}(-1)\mathrm{Re}[iz\bar{s}'] = 2\frac{c}{e}(s_y x - s_x y) = 2\frac{c}{e}(\vec{s}\times\vec{s})_z = 2\frac{c}{e}|s|s\sin(\varphi - \varphi_s)$

$\mathrm{div}\,\vec{m} = 2\mathrm{Re}\left(\frac{\partial m_+}{\partial \bar{z}}\right) = 2|F(z)|\,\mathrm{Re}\frac{\partial s}{\partial \bar{z}} = 4|F(z)|\frac{c}{e}|s|s\sin(\varphi - \varphi_s)$; $|F(z)| = \begin{cases}\frac{2}{(1+s\bar{s})^2}, & \text{core}\\ \frac{1}{2|s|^2}, & \text{вне core}\end{cases}$

$\mathrm{div}\vec{m} = 4\frac{c}{e}|F(z)||s|s\sin(\varphi - \varphi_s)$. $W_m = \frac{1}{2}\int dV\,dV'\,\frac{\mathrm{div}\vec{m}(\vec{s})\,\mathrm{div}\vec{m}(\vec{s}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}M_s^2$.

$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{\sqrt{(z-z')^2 + \Delta s^2}} = \int_0^\infty dk\,e^{-k|z-z'|}J_0(k\Delta s) = \int dk\,e^{-k|z-z'|}\sum_\mu J_\mu(ks)J_\mu(ks')e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$

$\frac{W_m}{M_s^2} = \frac{1}{2}\int dz\int dz'\int d^2\vec{s}\int d^2\vec{s}'\int dk\,e^{-k|z-z'|}\sum_\mu J_\mu(ks)J_\mu(ks')e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\,\mathrm{div}\vec{m}(\vec{s})\,\mathrm{div}\vec{m}(\vec{s}') =$

Escaneado con CamScanner

$= L\int\frac{dk}{k}\,s(kL)\sum_\mu |I_\mu|^2$, $I_\mu(k) = \int r^2 s^3 J_\mu(ks)\,e^{i\mu\varphi}\,\mathrm{Im}\,\tilde m(s^3)$

$I_\mu(k) = 4\frac{\mathcal{C}}{c}|s|\int dr^2 s^3 J_\mu(ks)e^{i\mu\varphi}\,s|F(s)|\sin(\varphi-\varphi_s)$. Сам $W_m(s)$ хочет до $|s|^2$, но

$|F(s)|$ берется при $s=0$, $|F(s)| = \left\{\frac{2}{(1+s^2/c^2)^2},\ \text{core};\ \frac{1}{2s^2/c^2},\ \text{вне core}\right\}$, т.к. $|s|^2_{s=0} = s^2/c^2$.

В $|s|^2$ - учитываем $|F(s)| = F(qs)$, $I_\mu(k) = \frac{4}{c}\mathcal{C}|s|\int dr^2 s^3 J_\mu(ks)e^{i\mu\varphi}\,sF(s)\sin(\varphi-\varphi_s)$

$\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\sin(\varphi-\varphi_s) = \frac{1}{2i}\int d\varphi e^{i\mu\varphi}\left[e^{i(\varphi-\varphi_s)} - e^{-i(\varphi-\varphi_s)}\right] = \frac{1}{2i}2\pi\left[e^{-i\varphi_s}\delta_{\mu,1} - e^{i\varphi_s}\delta_{\mu,-1}\right]$

$\sum_\mu |I_\mu|^2 = |I_1|^2 + |I_{-1}|^2 = 2|I_1|^2$, $\left|\int d\varphi e^{i\mu\varphi}\sin(\varphi-\varphi_s)\right|^2 = \pi^2\left[\delta_{\mu,-1} + \delta_{\mu,1}\right]$

$I_\mu(k) = 4\frac{\mathcal{C}}{c}|s|\frac{\pi}{i}\left(e^{-i\varphi_s}\delta_{\mu,-1} - \delta_{\mu,1}e^{i\varphi_s}\right)\int ds s^3 J_\mu(ks)\,sF(s)$. Расчет $y_s = \int ds s^2 F(s) J_1(ks)$

$y_s = \int_{\text{вне core}} ds\,\psi'(s) = \int_{\text{вне core}} ds\,\psi_0'(s) + \int_{\text{core}} ds\,\psi_c'(s) = \int_{\text{вне core}} ds\,\psi_0(s) + \int_{\text{core}} ds\left[\psi_0(s) - \psi_0^{\text{вне}}(s)\right]$, $\psi(s) = \left\{\psi_c, \text{core};\ \psi_0, \text{вне}\right\}$

$\psi_c = s^2 F_c(s) J_1(ks) = s^2\frac{2}{(1+s^2/c^2)^2}J_1(ks)$, $\psi_0(s) = s^2 F_0(s) J_1(ks) = s^2\frac{1}{2s^2/c^2}J_1 = \frac{c^2}{2}J_1(ks)$ вне core

$\psi_c(s) - \psi_c(s) = J_1(ks)\left[\frac{2s^2}{(1+s^2/c^2)^2} - \frac{1}{2c^2}\right] = \frac{c^2}{2}J_1(ks)\left[\frac{4s^2/c^2}{(1+s^2/c^2)^2} - 1\right]$

$y_s^{\text{core}} = \int_0^c ds\left[\psi_c - \psi_0\right] = \frac{c^2}{2}\int_0^c ds\,J_1(ks)\left[\frac{4s^2/c^2}{(1+s^2/c^2)^2} - 1\right] = \left|s/c = x\right| = \frac{c^2}{2}\int_0^1 dx\,J_1(kcx)\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2$

$J_s(k) = \int_0^1 ds\,\frac{c^2}{2}J_1(ks) - \frac{c^2}{2}\int_0^1 dx\,J_1(kcx)\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2 = \frac{c^2}{2}\left[\int_0^1 ds\,J_1(ks) - \int_0^1 dx\,J_1(kcx)\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2\right]$

$I_1(k) = 4\frac{\mathcal{C}}{c}|s|e^{i\varphi_s}\pi i\int ds s^2 J_1(ks)F(s)$. Нечетное в $F(s)$ - вне core. $\lim_{s\to 0}F(s) = \frac{2}{|s|}$

$|F(s)| = \left\{\frac{2}{(1+s^2/c^2)^2}\ \text{core};\ \frac{1}{2|s|}\ \text{вне core}\right\}$, $F(s) = |F(s)| = \frac{1}{2}\frac{1}{s/c} = \frac{1}{2}\frac{c}{s}$ вне core. $\psi_0(s) = \frac{1}{2}cs\,J_1(ks)$.

$\psi_c(s) - \psi_0(s) = J_1(ks)\left[\frac{2s^2}{(1+s^2/c^2)^2} - \frac{1}{2}cs\right] = \frac{1}{2}cs\,J_1(ks)\left[\frac{4}{c}\frac{s}{(1+s^2/c^2)^2} - 1\right]$

$J_s^{\text{core}} = \int_0^c ds\left[\psi_c - \psi_0\right] = \int_0^c \frac{1}{2}cs\,J_1(ks)\left[\frac{4}{c}\frac{s}{(1+s^2/c^2)^2} - 1\right]ds$

$I_1(k) = 4\pi i\frac{\mathcal{C}}{c}|s|e^{i\varphi_s}\int ds\psi(s) = 4\pi i\frac{\mathcal{C}}{c}s\left[\int_0^1 ds\psi_0 + \int_0^c ds(\psi_c - \psi_0)\right] = 4\pi i\frac{\mathcal{C}}{c}s\Big[\int_0^1 ds\frac{1}{2}cs\,J_1(ks) +$

$+\frac{1}{2}c\int_0^c ds\,s\,J_1(ks)\left\{\frac{4}{c}\frac{s}{(1+s^2/c^2)^2} - 1\right\}\Big] = 2\pi i\mathcal{C}\left[\int_0^1 ds s J_1(ks) + \int_0^c ds\,s\,J_1(ks)\left\{\frac{4}{c}\frac{s}{(1+s^2/c^2)^2} - 1\right\}\right]s$

$[\ldots]$ совп. с Jdo(2u,k) Метлов JAP'13. $I_1(k) = 2\pi i\mathcal{C}F_1(k)s$.

$\frac{W_m}{M_s^2} = R^2L\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\sum_\mu|I_\mu(k)|^2 = 2R^2L\int\frac{dk}{k}f|I_1|^2 = 8\pi^2R^2L\int\frac{dk}{k}f(\beta k)F_1^2(k)|s|^2$

Side

$\frac{1}{M_s^2V}W_m(s) = w_m(0) + 8\pi|s|^2\int\frac{dk}{k}f(\beta k)F_1^2(k)$, $F_1(k) = \int_0^1 ds s J_1(ks) + \int_0^c ds s J_1(ks)\left[\frac{4sc^3}{(c^2+s^2)^2} - 1\right]$

surf. energy

$\frac{\varkappa}{M_s^2V} = 16\pi\int\frac{dk}{k}fF_1^2$, $\omega_0 = \frac{16\pi\int dk k^{-1}fF_1^2M_s^2\pi L}{2\pi M_s L\frac{1}{\gamma}} = 8\pi\gamma M_s\int\frac{dk}{k}fF_1^2(k) = 2\omega_M\int\frac{dk}{k}fF_1^2$ с вершиной

т.е. с ростом до $|s|^2$, магн. вклад в линейный $\omega_G = \omega_0$ стремится но

тем не получение как Gus'JAP'02 но $F_1^{old}(k) = \int_0^1 ds s J_1(ks) \to F_1^{new}(k)$, учет VC ведет к конечному

$F_1^{new}(k) = F_1^{old}(k) + \delta F_1(k)$, $\delta F_1(k) = \int_0^c ds s J_1(ks)\left[\frac{4sc^3}{(c^2+s^2)^2} - 1\right]$

$[\cdot] = \left[\frac{c}{s}\frac{4c^2s^2}{(c^2+s^2)^2} - 1\right] = \frac{c}{s}\frac{(c^2+s^2)^2 - (c^2-s^2)^2}{(c^2+s^2)^2} - 1 = \frac{c}{s}(1-m_\varepsilon^2) - 1 =$

$= \left(\frac{c}{s}-1\right) - m_\varepsilon^2\frac{c}{s} = \left(\frac{c}{s}-1\right)\left[1 - \frac{c}{s}\frac{(c+s)^2(c-s)}{(c^2+s^2)^2}\right]$, $\delta F_1(k) = c^2\int dx\,x\,J_1(kcx)\left[\frac{4x}{(1+x^2)^2} - 1\right]$

Math Cad - расчет показал, что $c=0.1$ уменьш. ω_0 на 0,1% всего, β=const

т.е. $\omega_0(\beta,c) = \omega_0(\beta) + \mathcal{O}(c^3)$.

Face mag. charges $W_f(s)$

Проверим м. energy of face charges $w_f = \frac{W_f}{M_s^2V\cdot 4\pi} = w_f(0) + \frac{c^3}{\beta}|s|^2V_{20}(\beta/c)$ - Met JAP 2013

$V_{20}(x) = U_{20}(0) - U_{20}(x)$, $U_{20}(x) = 16\int_0^\infty dk\,e^{-kx}\,i_0(k)i_1(k)$, $i_0(k) = \int_0^1 ds s\frac{1-s^2}{1+s^2}J_0(ks)$

$i_1(k) = \int_0^1 ds\frac{s^3}{(1+s^2)^2}J_0(ks)$, $\varkappa_f = M_s^2\pi L\cdot 8\pi\frac{c^3}{\beta}V_{20}(\beta/c)$, $\Delta w_f = 4\pi\gamma M_s\cdot\frac{c^3}{\beta}V_{20}(\beta/c)$.

$\omega_0 = 2\omega_M\int dk k^{-1}f(\beta k)F_1^2(k)$, $\omega_f = \omega_M\frac{c^3}{\beta}V_{20}(\beta/c)$, $\omega_f/\omega_0 \approx 30\%$ (!), $c=0.1$, $\beta=0.07$

Escaneado con CamScanner

(19/I) $W_{geom}^{m} = W_1$ даст вклад 20–30% в a_0 при темп. $c = 0.1$, $\beta = 0.05 - 0.10$ для STNO.

Ранее $W_3(s)$ в приближении, что было оправдано для $c \approx 0.01$, $R \sim 1\,\mu m$.

$$\frac{1}{M_s^2} W_3 = \frac{1}{2}\int dS\,dS' \frac{m_z(S)\,m_z(S')}{|S-S'|} = \frac{1}{2}\int d^2s\,d^2s' \int_0^\infty dk\, e^{-k|z|} \sum_\mu J_\mu(ks) J_\mu(ks') e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$$

$$m_z(S)\,m_z(S') = \begin{vmatrix} \Delta z = 0, & m_z m_z(i) = +1 \\ \Delta z = L, & m_z m_z(i) = -1 \end{vmatrix} = \int_0^\infty dk \left[1 - e^{-kL}\right] \sum_\mu |K_\mu(k)|^2$$

$K_\mu(k) = \int_{core} d^2s\, J_\mu(ks) e^{i\mu\varphi}$ $m_z(S)$ и нет гарантии, что $K_\mu \sim S_\mu$, $s>0$, как для $\vec{m}$ (W_m).

$m_z(S', \bar{S}) = (1 - w\bar{w})/(1 + w\bar{w})$, $w = w(z', s, \bar{s})$. $\int d^2s = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{s_c(\varphi)} ds\, s$ при $|s| > c$.

$|w|^2 = |s|^2 = s^2 |f_s|^2$ в сист. коорд. с центром $z' = s$. Face mag. charges

При $\varphi_s = 0$, $|f|^2 = F(t, \varphi, \bar{s}) = x^2 \dfrac{[1 - 2xt\cos\varphi + t^2 x^2]}{[1 - 2t\cos\varphi + t^2]}$, $x = \dfrac{s}{s_c}$, $t = \varepsilon s_c$, $\varepsilon = \dfrac{\bar{s}}{(1-\bar{s}^2)}$.

$|f|^2 = |z|^2 |f_s|^2 = \dfrac{1}{(1+s\bar{s})^2} |\bar{s}z + s - \bar{s}|^2 \dfrac{s^2}{c^2} = \dfrac{(1-s\bar{s})^2}{(1+s\bar{s})^2} \dfrac{s^2}{c^2} |1 + \bar{\varepsilon} z|^2 = \dfrac{(1-\bar{s}^2)^2}{(1+\bar{s}^2)^2} \dfrac{s^2}{c^2} [1 + 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2]$

$s_c \sim c$.

$|f|^2 = 1$ дает $s_c(\varphi)$: $s_c^2 [1 + 2\varepsilon s_c \cos\varphi + \varepsilon^2 s_c^2] = c^2 \dfrac{(1+\bar{s}^2)^2}{(1-\bar{s}^2)^2}$. Надо $\int d\varphi$ - first.

$K_\mu = \int d^2s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} \dfrac{1 - F(x\varphi)}{1 + F(x\varphi)}$. При $s = x s_c$, $J_\mu(ks) = J_\mu(k x s_c)$, $x s_c = x\, s_c(\varphi)$ и интегр. по x и φ анализируются, не факторизуется.

$F = |s|^2 = \dfrac{1}{\bar{s}_0^2} \dfrac{s^2}{c^2} [1 - 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2]$. $\dfrac{1 - F}{1 + F} = \dfrac{2}{1+F} - 1$, F разлагаем по ε.

$$\frac{1}{1+F} = \frac{1}{1 + \dfrac{s^2}{\bar{s}_0^2 c^2}(1 - 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2)} \quad \text{и} \quad \frac{1}{1 + d(1 - 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2)} = \frac{1}{1+d} \frac{1}{1 - \dfrac{2\varepsilon s}{1+d}\cos\varphi + \dfrac{\varepsilon^2 s^2}{1+d} d}$$

$\alpha = \dfrac{s^2}{\bar{s}_0^2 c^2}$. Разлагаем по $\varepsilon \ll 1$, $\alpha \le \alpha_c = \dfrac{s_c^2}{\bar{s}_0^2 c^2} \approx 1$. $\varepsilon s \le \varepsilon s_c \approx \varepsilon c \approx cs$. $\varepsilon s = \varepsilon \dfrac{s}{s_c} s_c = t \dfrac{s}{s_c}$

по параметрам ряд сход. $\varepsilon s_c \approx cs \ll 1$ и нет смысла считать точнее, чем $(sc)^2 \sim \varepsilon^2$

$\dfrac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$ //

$$\frac{1}{1+F} = \frac{1}{1+d} \frac{1}{1 - \dfrac{2\varepsilon s\alpha}{1+d}\cos\varphi + \dfrac{\alpha}{1+d}\varepsilon^2 s^2} = \frac{1}{1+d}\left[1 + \frac{2\varepsilon s d}{1+d}\cos\varphi - \frac{\alpha}{1+d}\varepsilon^2 s^2 + \frac{4\varepsilon^2 s^2 d^2}{(1+d)^2}\cos^2\varphi\right]$$

$s_c(\varphi) = c\bar{s}_0 \left[1 + c\varepsilon\cos\varphi + \dfrac{1}{2}c^2\varepsilon^2 \{(4\bar{s}_0^2 + 1)\cos^2\varphi - \bar{s}_0^2\}\right] + cO(c^3)$

$K_\mu = \int d^2s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} \left[\dfrac{2}{1+F} - 1\right] = -\int d^2s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} + 2\int d^2s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} \dfrac{1}{1+F} = \tilde{K}_0 + 2\tilde{K}_1$

$\tilde{K}_0 = -\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{s_c(\varphi)} ds\, s\, J_\mu(ks) e^{i\mu\varphi}$, какое здесь s, $\bar{s}$ $x'0'y'$?

$\dfrac{1}{|\vec{s} - \vec{s}'|} = \dfrac{1}{\sqrt{\Delta z^2 + (\vec{s} - \vec{s}')^2}} = \int dk\, e^{-k|\Delta z|} J_0(k|\vec{s} - \vec{s}'|) = \int dk\, e^{-k|\Delta z|} \sum_\mu J_\mu(ks) J_\mu(ks') e^{i(\dots)}$

$\vec{s} - \vec{s}' = (\vec{s} + \vec{s}) - (\vec{s}' + \vec{s})$, $z' = z - s$, $z = z' + s$, z' - $x'0'y'$ система коорд.

(xOy) $(x'0'y')$

Можно считать $J_\mu(ks) e^{i\mu\varphi}$ в xOy, $x'0'y'$ система координ.

$K_0 = -\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi} \int_0^{s_c(\varphi)} ds\, s\, J_\mu(ks)$. $I(x) = \int_0^x dg\, P(g)$, $I'(x) = P(x)$, $I''(x) = P'(x)$.

$I(x) = I(0) + I'(0)x + \dfrac{I''}{2}(0)x^2 + \dots$, $x = s_c \propto c^2$ и $c^3 \sim x^3$ пренебрегаем. $P(s) = s J_\mu(ks)$

$\tilde{K}_0 = -\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi} \left[I'(0) s_c(\varphi) + \dfrac{1}{2} I''(0) s_c^2(\varphi) + \dots\right]$, $P'(s) = J_\mu(ks) + s \dfrac{dJ_\mu(ks)}{ds}$

$\tilde{K}_0 = -\dfrac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi\, s_c^2(\varphi) = -\dfrac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi\, c^2 \bar{s}_0^2 \left[1 + c^2\varepsilon^2\cos^2\varphi + c^2\varepsilon^2 \{(4\bar{s}_0^2 + 1)\cos^2\varphi - \bar{s}_0^2\} + \dots\right] \approx$ $P'(0) = I''(0) = \delta_{\mu 0}$.

$\approx -\pi c^2 \bar{s}_0^2$ - ?

$K_0(s=0) = -2\pi \int_0^c ds\, s\, J_0(ks) = -\dfrac{2\pi}{k^2}\int_0^{kc} dx\, x J_0(x) = -\dfrac{2\pi}{k^2} x J_1(x)\Big|_0^{kc} =$

$J_1(kc)_{c\to 0} = \dfrac{1}{2}(kc)$, $K_0(s=0) \approx -\dfrac{2\pi}{k^2}\dfrac{1}{2}(kc)^2$ и отнош. от $K_0 = -\pi c^2$. $\Gamma = -\dfrac{2\pi}{k^2} J_1(kc)$

Разлагаем по (kc) немного.

$\tilde{K}_1 = \int d^2s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} \dfrac{1}{1+F} = \int d^2s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} \dfrac{1}{(1+d)}\left[1 + \dfrac{2\varepsilon s\alpha}{(1+d)}\cos\varphi - \dfrac{\alpha}{1+d}\varepsilon^2 s^2 + \dfrac{4\varepsilon^2 s^2 \alpha^2}{(1+d)^2}\cos^2\varphi\right] =$

$= \int d^2s \dfrac{J_\mu e^{i\mu\varphi}}{(1+d)} + 2\varepsilon \int d^2s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} \dfrac{s\alpha\cos\varphi}{(1+\alpha)^2} + \varepsilon^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{c\bar{s}_0} ds\, s\, J_\mu e^{i\mu\varphi} \dfrac{s^2}{(1+\alpha)^2}\left[-1 + \dots\right.$

$\left. + \dfrac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}\cos^2\varphi\right]$; $\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\cos^2\varphi = \int d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\dfrac{1}{2}[1 + \cos 2\varphi] = \pi\delta_{\mu 0} + \dfrac{1}{2}\int d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\left[e^{i2\varphi} + e^{-i2\varphi}\right]$

$= \pi\delta_{\mu 0} + \dfrac{1}{4} 2\pi(\delta_{\mu,2} + \delta_{\mu,-2})$; $\varepsilon^2 \int_0^{c\bar{s}_0} ds\, s\, J_\mu \dfrac{s^2}{(1+\alpha)^2}\pi\left[-\delta_{\mu 0} + \dfrac{4\alpha}{(1+\alpha)}\delta_{\mu 0} + \dfrac{2\alpha}{(1+\alpha)}(\delta_{\mu 2} + \delta_{\mu,-2})\right] =$

$= \pi\varepsilon^2 c^4 \bar{s}_0^4 \int_0^1 dx \dfrac{x^5}{(1+x^2)^2} J_\mu(kx c\bar{s}_0)\left[-\delta_{\mu 0} + \dots\right] \sim s^2 c^4 \ll 1$, если $\int dx\, J_\mu(kx\bar{s}_0)$ - нормальн.

$x = s/c\bar{s}_0$

Face W.r. $\frac{1}{M_s^2R^3}W_s = R^3\int_0^\infty dk\,[1-e^{-k\beta}]\sum_\mu |K_\mu(k)|^2$ $K_\mu(k) = \int d^2\vec{s}\; J_\mu(ks)\, e^{i\mu\varphi} m_z(\vec{s})$, s в ед. R

$W_s = M_s^2R^3 I_k(s)$, $\omega_s = \frac{1}{\beta^2 s|G|}\frac{\partial W_s}{\partial s} = \frac{M_s^2R^3}{R^2 2\pi M_s L}\frac{1}{s}\frac{\partial I_k(s)}{\partial s} = \frac{\gamma M_s}{2\pi\beta}\frac{1}{s}\frac{\partial I_k}{\partial s}$.

$I_k(s) = \int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}]\sum_\mu |K_\mu(k,s)|^2$, $\omega_s = \frac{1}{8\pi^2\beta}\omega_M\frac{1}{s}\frac{\partial I_k}{\partial s}$ - face m. energy. Вклад в ω_0.

$\frac{1}{M_s^2R^3}W_s = \int dk\,[1-e^{-\beta k}]\sum_\mu \int d\vec{s}\int d\vec{s}'\, J_\mu(ks)J_\mu(ks')\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')} m_z(\vec{s})m_z(\vec{s}') \approx$

$\approx |\beta\to 0| = \beta\int_0^\infty dk\,k\sum_\mu \int d^2\vec{s}\,d^2\vec{s}'\, J_\mu(ks)J_\mu(ks')\, e^{\dots} m_z(\vec{s})m_z(\vec{s}') = \left|\int_0^\infty dk\,k\,J_\mu(ks)J_\mu(ks') = \frac{1}{s}\delta(s-s')\right| =$

$= \beta\sum_\mu \int ds\,s\int ds'\,s'\int d\varphi\,d\varphi'\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')} m_z(\vec{s})m_z(\vec{s}')\frac{1}{s}\delta(s-s') =$

$= \beta\sum_\mu \int ds\,s\int d\varphi\int d\varphi'\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')} m_z(s,\varphi)m_z(s,\varphi') = \beta\int ds\,s\sum_\mu |\Phi_\mu(s)|^2$.

$\Phi_\mu(s) = \int d\varphi\, e^{i\mu\varphi} m_z(s,\varphi)$. $\Phi_\mu(s) = \int d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\left[\frac{2}{1+d(1-2\varepsilon s\cos\varphi+\varepsilon^2s^2)}-1\right]$

Не надо $\int d\vec{s}\,(\dots) = \int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{s_c(\varphi)} ds\,s\,(\dots)$.

$\int d\varphi\int d\varphi'\int_0^{s_c(\varphi)} ds\,s\int_0^{s_c(\varphi')} ds\,s'\,\frac{1}{s'}\delta(s-s')\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')} m_z(s,\varphi)m_z(s,\varphi') =$

$= \int d\varphi\int d\varphi'\int_0^{s_c(\varphi)} ds\,s\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')} m_z(s,\varphi)m_z(s,\varphi') = \int d\varphi\int d\varphi'\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int_0^{s_c(\varphi)} ds\,s\, m_z(s,\varphi)m_z(s,\varphi')$

Ибо $\int dk\,[1-e^{-\beta k}]\,J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|) \underset{\beta\to 0}{\approx} \beta\int_0^\infty dk\,k\,J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|) = \beta|\vec{s}-\vec{s}'|^2\int_0^\infty dx\,x\,J_0(x) =$

$= \frac{\beta}{|\vec{s}-\vec{s}'|^2}\cdot x\,J_1(x)\Big|_0^\infty$ - расходится как $\frac{x}{\sqrt{x}}\sim\sqrt{x}$, $x\to\infty$. Решаем по $\beta\ll 1$ плохо.

В системе коорд. $x'0'y'$, $\varphi_s = 0$ $e^{i\mu\varphi}\to\cos\mu\varphi$, т.к. $\int d\varphi(\dots)\neq 0$, только для соотв. $(\dots)$

$K_\mu = \int d^2\vec{s}\; J_\mu(ks)\cos\mu\varphi\, m_z(\vec{s})$, $\sum_\mu |K_\mu|^2 = K_0^2 + 2\sum_{\mu>0} K_\mu^2$, т.к. $|K_\mu| = |K_{-\mu}|$.

$|\mathcal{S}|^2 = \frac{1}{(1+s^2)^2}\frac{s^2}{c^2}\left[(1-s^2)^2 - 2s\cos\varphi\, s(1-s^2) + s^2s^2\right]$

$\to W_s = M_s^2R^3 I_k(s) = M_s^2R^3\left[I_0 + \frac{I_1}{2}s^2 + \frac{I_2}{4}s^4\right] \to \boxed{\omega_s = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta}\left[I_1 + I_2 s^2\right]}$

Linear $\omega_0 = 2\omega_M\int\frac{dk}{k}f(\beta k)F_1^2(k)$. $I_k(s) = I_0 + \frac{1}{2}I_1 s^2 + \frac{1}{4}I_2 s^4$

Linear $\frac{\omega_s}{\omega_0} = \frac{I_1}{8\pi^2\beta}\frac{1}{2\int dk\,k^{-1}f F_1^2} = \frac{I_1}{2\pi\beta}\frac{1}{8\pi\int dk\,k^{-1}f F_1^2}$. MathCad дал $\frac{\omega_s}{\omega_0} = 0.328$ при $\beta = 0.01$, $\frac{\omega_M}{\omega_0} = 0.1$

MathCad показал $W_s(s)$ имеет большой s^4-term и резко падает с $\varepsilon^2\downarrow$, $W_s\sim c^2$ или $\sim c^3$.

$\boxed{F = |\mathcal{S}(z)|^2 = d\left[1-2\varepsilon s\cos\varphi+s^2\varepsilon^2\right]}$, $d = \frac{s^2}{s_0^2c^2}$, $\varepsilon = \frac{s}{(1-s^2)}$, $s_0^2 = \frac{(1+s^2)^2}{(1-s^2)^2}$. $d\sim 1$, $\varepsilon\ll 1$

$K_\mu(k) = \int d^2\vec{s}\; J_\mu(ks)\, e^{i\mu\varphi}\left[\frac{2}{1+F}-1\right]$, K_μ разлагаем по ε, тогда $\varepsilon s_c\sim(cs)\ll 1$.

Чтобы $c\to 0$, тогда $s_c(\varphi)\to cs_0$, $K_\mu = \int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}e^{i\mu\varphi}\int_0^{s_c} ds\,s\,J_\mu(ks)\left[\frac{2}{1+d}\left(1+\frac{2\varepsilon s d}{1+d}\cos\varphi - \right.\right.$

$\left.\left. - \frac{d}{1+d}\varepsilon^2s^2 + \frac{4\varepsilon^2s^2d^2}{(1+d)^2}\cos^2\varphi\right) - 1\right] \approx \int_0^{2\pi}d\varphi\cos\mu\varphi\int_0^{s_c} ds\,s\,J_\mu(ks)\left(\frac{1-d}{1+d}\right) = 2\pi\delta_{\mu0}\int_0^{s_c} ds\,s\,J_0(ks)\left(\frac{1-s^2/s_c^2}{1+s^2/s_c^2}\right)$

$I_k(s) = \frac{1}{M_s^2R^3}W_s(s) \underset{c\to0}{=} \int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}](2\pi)^2\left[\int_0^{s_c} ds\,s\,J_0(ks)\frac{1-s^2/s_c^2}{1+s^2/s_c^2}\right]^2 = \left|s/s_c = x,\ ks_c x = px,\ \beta k = \beta p/s_c\right| =$

$= (2\pi)^2\int_0^\infty\frac{dp}{s_0}\left[1-e^{-\beta p/s_c}\right]\left[s_c^2\int_0^1 dx\,x\,J_0(px)\frac{1-x^2}{1+x^2}\right]^2 = (2\pi)^2 s_0^3\int_0^\infty dk\left[1-e^{-\beta k/s_c}\right]\left[\int_0^1 dx\,x\,J_0(kx)\frac{1-x^2}{1+x^2}\right]^2$

Если $\beta\to 0$ $\frac{1}{M_s^2R^3}W_s(s) \underset{c\to0}{\approx} (2\pi)^2\beta s_c^2\int_0^\infty dk\,k\left[\int_0^1 dx\,x\,J_0(kx)\frac{1-x^2}{1+x^2}\right]^2 = (2\pi)^2\beta s_c^2\int_0^1 dx\,x\frac{(1-x^2)^2}{(1+x^2)^2}$

$I_k(s) \underset{c\to0,\,\beta\to0,\,\beta c\ll1}{\approx} (2\pi)^2\beta s_c^2\frac{1}{2}(3-4\ln 2)$, $s_c = cs_0 = c\left(\frac{1+s^2}{1-s^2}\right)$, где $c = 0{,}01$, $\beta = 0{,}01$ это $\approx$ на 15% меньше точн. результата.

$I_k(s)\sim s_c^2 = c^2s_0^2 \approx c^2(1+2s^2)$ Зависит от $(cs)^2$.

20/I San Seb. day. С П. В "Erodii Urbis". Visit to Miramon, P. Donamendi 76 — 3-х комн. кв. в неоссвоенном доме - 450 k€ + 27k€ garaje + 10% IVA, 103 m² — 1-этажн., отделка - porcellane. С А. до деканата дне Supercomp. и „Sony". EDP "отвечать"

21/I Пришла общая рецензия на „High-TM-Whis modes" из Nature Commun. Обсудить со с глав., что — to revise theory part.

Резервация вид на Hotel Benasque, полная Benasque info to Klein и M. Krawczyk

Print и анализ Nat-PRB review. Чтение/анализ других Referees Nat. Commun. TM ра

Vortex – TM $\vec{X}(z,t)$

Для high-order TM рабочих частот TM_n-modes (интенсивность) $I_n(L,R)$.

Добавим damping $\delta(x)$ в расчёт Aug. 15-18, 2013 и Sept 13-15, 2013 года $I_n \sim \frac{1}{d_n}$.

Ур. движ. 26/IV 13 г. $G_{\alpha\beta}\dot{X}_\beta = \frac{\partial W}{\partial X_\alpha} + D_{\alpha\beta}\dot{X}_\beta$, $W = \int d^2s\, \mathcal{H}$, $G_{\alpha\beta} = \int d^2s(\dots)$

$D_{\alpha\beta} + d_G \int ds^2 \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\alpha}\cdot\frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\beta}$ с (s's'...) членами, было обсуждено 16/VIII 13 г. на сингулярн. $\vec{X}(z)$.

$G_{\alpha\beta}\dot{X}_\beta = \frac{\delta E}{\delta X_\alpha}$, $E = W = \int d^2s\, \mathcal{H} = \int dz^3 \bar{w}$, $\bar{w}$ – energy density erg/cm^3.

$\frac{\delta E}{\delta X} = \frac{\partial E}{\partial \vec{X}(z)} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E}{\partial(\partial X_\alpha/\partial z)}\right)$, $\vec{X} = \vec{X}(z,t)$. Def. $g_{\alpha\beta} = \int d^2s\, \vec{m}\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\alpha}, \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\beta}\right)$

$G_{\alpha\beta} = \int dz\, g_{\alpha\beta}(z)$; $\vec{g} = g\vec{s}$, $g = 2\pi M_s$. $\vec{g}\times\vec{\omega}\times\vec{X} = -\vec{X}(\vec{g}\cdot\vec{\omega}) = -\vec{X}|\vec{g}|\omega$, $\dot{\vec{X}} = \vec{\omega}\times\vec{X}$.

$g_{\alpha\beta}\dot{X}_\beta = \frac{\delta E}{\delta X_\alpha} + D_{\alpha\beta}\dot{X}_\beta$, $\vec{g}\to -\vec{g}$ здесь $\vec{g}\times\vec{s} = -\vec{s}|\vec{g}|\omega = -\frac{\delta W}{\delta \vec{s}} = -\left[\frac{\partial w}{\partial \vec{s}} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial(\partial\vec{s}/\partial z)}\right]$ $\vec{g}\parallel\vec{s}$

$\lambda = |\vec{g}|\omega$; $\lambda\vec{s} = \frac{\partial w}{\partial \vec{s}} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial(\partial\vec{s}/\partial z)}$. Ур-е Тиле можно записать иначе.

$\vec{X}(z)$, с $g_{\alpha\beta}$, $D_{\alpha\beta} \sim \int d^2s(\dots)$ и далее $\frac{\partial W}{\partial \vec{X}} \to \frac{\delta E}{\delta \vec{X}} = \frac{\partial E}{\partial \vec{X}} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial E}{\partial(\partial\vec{X}/\partial z)}$.

$D_{\alpha\beta}(z) = \alpha_G \int d^2s \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\alpha}\cdot\frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\beta}$, $\vec{X} = \vec{X}(z)$. $d_{xx} = d_{yy} = \frac{D_{xx,yy}}{|\vec{g}|} = \alpha_G\left[\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c}\right]$ – linear.

$d_{\alpha\beta}^{(1)} = \frac{1}{|\vec{g}|}D_{\alpha\beta}(z)$ в лин. приближ. от z не зависит.

Сначала Gus' APL'06: $\chi''_{xx}(\omega=\omega_0) = \chi(0)/2d$ для лин. неоднор. маг. поля.

$I_n(\omega=\omega'_n) \sim \frac{1}{2}\omega'_n\chi''(\omega'_n)\bar{h}_n^2 \sim \omega_n\chi''(\omega_n) \sim \frac{\omega_n}{d}$, т.е. $I_n \sim \omega_n$,

Для Vortex TM с $n=1$ (non-uniform по толщине пл.) I_n растет с $L\uparrow$, а $\omega_1(L)\sim\frac{1}{L^2}$ падает.

– в неоднородном. Это нормальное поведение. $I_n \sim \omega_n$.

$W_H = -M_s\int dV\, \vec{m}\cdot\vec{H} \to W'_H(z) = -M_s\int d^2s\, \vec{m}\cdot\vec{H}$, $\vec{m}(z)$.

$m_+ = \frac{2w'}{1+w\bar{w}} = w(\xi\bar{\xi}, s, s)$ вне core. $\langle m_+\rangle_s = \frac{1}{\pi}\int d^2\vec{s}\, w = \frac{1}{\pi}\int d^2s\frac{s}{1+s^2} =$

$= \frac{1}{\pi}\int d^2\vec{s}\, e^{i\varphi}$, $\frac{\partial\langle m_+\rangle}{\partial s} = \frac{i}{\pi}\int d^2\vec{s}\, e^{i\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial s}\Big|_{\substack{0\\ s=0}} = \frac{i}{\pi}\int d^2\vec{s}\, e^{i\left[\alpha\frac{\pi}{2}+\varphi\right]}\frac{1}{2}(1-s^2)\frac{1}{s} =$

$= \frac{i}{\pi}e^{i\alpha\frac{\pi}{2}}\frac{i}{2}\int d^2\vec{s}\, e^{i\varphi}(1-s^2)\frac{1}{s}e^{-i\varphi} = -i\sin\left(\alpha\frac{\pi}{2}\right)\frac{1}{2\pi}\int d^2\vec{s}\,\frac{1}{s}(1-s^2) = -i\alpha\int ds(1-s^2) =$

$= -i\alpha\left(s - \frac{s^3}{3}\right)\Big|_0^1 = -i\alpha\left(\frac{2}{3}\right)$. $\langle m_x + im_y\rangle_s = -i\frac{2}{3}\alpha(s_x + is_y)$, $\left.\begin{matrix}\langle m_x\rangle = \frac{2}{3}\alpha s_y\\ \langle m_y\rangle = -\frac{2}{3}\alpha s_x\end{matrix}\right\}$

$\langle\vec{m}\rangle = -\frac{2}{3}\alpha\,\vec{z}\times\vec{s} = -\frac{2}{3}\alpha\left[-\hat{x}s_y + \hat{y}s_x\right] = \frac{1}{\pi}\int d^2\vec{s}\,\vec{m}$

$E_H(z) = W'_H(z) = -M_s\vec{H}\cdot\int d^2\vec{s}\,\vec{m}(z) = -M_s\vec{H}\pi\langle\vec{m}\rangle = -\pi M_s\vec{H}\cdot\left(-\frac{2}{3}\alpha\right)\hat{z}\times\vec{s} = \frac{2}{3}\pi M_s\alpha(\vec{H}\times\hat{z})\cdot\vec{s}(z)$

$\frac{\delta E_H}{\delta\vec{s}} = \frac{2}{3}\pi M_s\alpha(\vec{H}\times\hat{z})$ – и Зеемана вклад от z не зависит, если $\vec{H}$ – uniform.

Теперь вычислим $I_n(L,R)$ – exp.? Сначала Гур.-Мелков, для намагничен. маг. дин. – magnetization $\vec{m}(\vec{r},\omega) = \sum_\nu C_\nu(\omega)m_\nu(\vec{r})$, $m_\nu(\vec{r})$ – profiles of eigenmodes.

$C_\nu(\omega) = C\frac{\omega^2\int dV\,\vec{h}(\vec{r})\vec{m}^*_\nu(\vec{r})}{\omega-\omega'^2_\nu + 2i\omega''_\nu\omega'_\nu}$, $\omega_\nu = \omega'_\nu + i\omega''_\nu$ – eigenfrequencies.

Для температ. damping $\omega_0 \to \omega_c + i\,d\omega$, $\vec{g}\times\dot{\vec{s}} = -\frac{\delta W}{\delta\vec{s}} + D\dot{\vec{s}}$, $i(1-id)\dot{s} + \omega_G s = 0$

$\omega_G = \frac{\varkappa}{|\vec{g}|}$, $s\sim e^{i\omega t}$ дает $-\omega(1-id) + \omega_G = 0$, $\omega = \frac{\omega_G}{1-id} = \omega_G\frac{(1+id)}{1+d^2} \approx \omega_G(1+id)$,

т.е. $\omega_{res} = \omega_G + id\omega_G$, $\omega'' = d\omega'$, $\omega' = \omega_G$.

Мы получили, $C_\nu(\omega'_\nu) = \frac{C}{2i}\frac{\omega'_\nu}{\omega''_\nu}\int dV\,\vec{h}(\vec{r})\vec{m}^*_\nu(\vec{r}) = \frac{C}{2i}\frac{1}{d}\int dV\,\vec{h}\cdot\vec{m}^*_\nu(\vec{r})$

на частоте ν-mode

Рез. амплитуда ν-mode $|C_\nu|^2 \sim \frac{1}{d^2}\left|\int dV\,\vec{h}\cdot\vec{m}^*_\nu(\vec{r})\right|^2$, но если $\vec{h}(\vec{r}) = \text{const}(\vec{r})$

$|C_n|^2 \sim \frac{1}{d^2}h^2\left|\int dV\,\vec{m}^*_n(\vec{r})\right|^2$, $\langle\vec{m}_n(\vec{r})\rangle_s = -\frac{2}{3}\alpha\,\hat{z}\times\vec{s}_n(z)$, $\langle\vec{m}_n\rangle_V \sim \hat{z}\times\left\langle\vec{s}_n(z)\right\rangle_z$

Вычислим $|C_n|^2 \sim \frac{h^2}{d^2}\left|\left\langle\vec{s}_n(z)\right\rangle_z\right|^2$, $\vec{s}_n(z) \sim (\hat{x}+i\hat{y})\cos q_n z$, $\left\langle\vec{s}_n(z)\right\rangle_z \sim \int dz\cos\left(\frac{\pi}{L}z\right)$ –

– не равно 0 только для $n = 0, ?, \dots$ нет. Но exp. наблюдается $n = 1$ mode.

$\vec{h}(z)$ is not uniform? $\vec{h}(z)$ is not uniform?

$\vec{g}\times\dot{\vec{s}} + \frac{\partial w}{\partial\vec{s}} = -\frac{\partial w}{\partial\vec{s}}_H = \frac{2}{3}\pi M_s\alpha(\hat{s}\times\vec{H})$; $\left(\vec{g}\times\dot{\vec{s}} + \frac{\delta w}{\delta\vec{s}} = \mu(\hat{s}\times\vec{H})\right)$ – расчет. как индуктор. ур-е с индуц. $\sim\vec{H}$.

$\vec{s}(z,\omega) = \sum_n a_n(\omega)\vec{s}_n(z)$ и приведет к $a_n(\omega) = a\frac{\omega^2}{\omega_r^2 - \omega_n^2 + 2i\omega''_n\omega'_n}\int dz\,\vec{h}(z)\cdot\vec{s}_n(z)$

$a_n(\omega'_n) \sim \frac{a}{2id}\int dz\,\vec{h}(z)\cdot\vec{s}_n(z)$, $|a_n(\omega'_n)|^2 = I_n \sim \frac{1}{d^2}\left|\int dz\,\vec{h}(z)\cdot\vec{s}_n(z)\right|^2$

Escaneado con CamScanner

$\frac{\delta W}{\delta \vec{S}} = +\gamma \frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial z^2} - \hat{U}\vec{S} = -\Lambda \vec{S}$ $\quad \vec{g}\times\vec{S} = \omega|g|\vec{S}$, $\quad [\omega|g| - \Lambda|g|]\vec{S} = \mu(\vec{S}\times\vec{H})$ →

$[\omega - \hat{\Lambda}]\vec{S} = \frac{\mu}{|g|}\hat{z}\times\vec{H}$, $\hat{\Lambda} = \frac{1}{|g|}\left[\hat{U} - \gamma\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]$, $\hat{U}\vec{S}(z) = \int dz' \chi(zz')\vec{S}(z') \cdot \frac{\mu}{|g|}(\vec{S}\times\vec{H}) = \vec{h}$

$(\omega - \Lambda)$, $(\hat{\Lambda} - \omega)\vec{S} = \vec{h}$ – неоднородное ур. на eigenvectors $\vec{S}_n(z)$, eigenfn. ω_n,

Uniform $\hat{\Lambda}\vec{S} = \omega\vec{S}$ имеет смысл ω_n и СФ $\vec{S}_n(z)$.

$d=\gamma$, $(\hat{\Lambda} - \omega)\vec{S} = \vec{h}$, $\vec{S}_n \to \vec{S} = \sum_n a_n(\omega)\vec{S}_n(z)$, $\hat{\Lambda}\sum_n a_n\vec{S}_n - \omega\sum_n a_n\vec{S}_n = \vec{h}$, $\Lambda\vec{S}_n = \omega_n\vec{S}_n$

$\sum_n (\omega_n - \omega)a_n\vec{S}_n = \vec{h}$, $\cdot\vec{S}_{n'}(z)$ и $\int dz(\dots)$, $\sum_n (\omega_n - \omega)a_n\int dz\,\vec{S}_n\vec{S}_{n'} = \int \vec{h}\vec{S}_{n'}\,dz = h_{n'}$

$(\omega_n - \omega)a_n = h_n$, $a_n = \frac{1}{(\omega_n - \omega)}h_n \to \vec{S}(z) = \sum_n \frac{h_n}{(\omega_n - \omega)}\vec{S}_n(z)$, $\delta_{nn'}$, $h_n = \int dz\, h\,\vec{S}_n(z)$

если $\int dz\,\vec{S}_n\vec{S}_{n'} = \delta_{nn'}$ – ортонорм. система СФ.

$\vec{S}_n(z)$ норм. на 1. $\vec{S}(z) = \sum_n \frac{\vec{S}_n(z)}{\omega_n - \omega}\int dz\, h(z)\vec{S}_n(z)$ – общее реш. неоднород. ур-ния

$a_n = \frac{h_n}{\omega_n - \omega} = \left|\omega_n = \omega_n + i d\omega\right| = \frac{1}{(\omega_n - \omega) + i d\omega}h_n = \frac{(\omega_n - \omega) - i d\omega}{(\omega_n - \omega)^2 + d^2\omega^2}h_n$.

$a_n(\omega_n) = -\frac{i d\omega_n}{d^2\omega_n^2}h_n = -\frac{i}{d\omega_n}h_n$, $\left(a_n(\omega_n) = -\frac{i}{d}\frac{1}{\omega_n}\int dz\, h(z)\vec{S}_n(z)\right)$

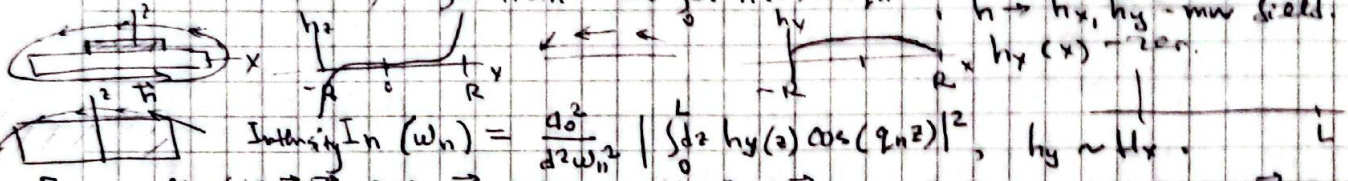
$\vec{S}(z) = \int dz' G(zz')\vec{h}(z')$, $G(zz') = \sum_n \frac{\vec{S}_n(z)\vec{S}_n(z')}{\omega_n - \omega}$ – функция Грина.

Точнее $G(zz',\omega) = \sum_n \frac{\vec{S}_n(z)\vec{S}_n(z')}{\omega_n - \omega + i d\omega}$ и $\chi(zz',\omega) \sim G(zz',\omega)$. Vertex – TM system $\chi(z,t)$

$I_n = |a_n(\omega_n)|^2 = \frac{1}{d^2\omega_n^2}\left|\int dz\, h(z)\vec{S}_n(z)\right|^2$, если $h(z) = \text{const}$ $I_n \sim \left|\int dz \cos q_n z\right|^2 \neq 0$ только при $q_n = 0, \frac{\pi}{L}, \dots$

это противоречит эксп., где $I_n \neq 0$.

$a_n(z) = a_0 \cos q_n z$; $\int dz\, h a_n = a_0\int_0^L dz\, h(z)\cos q_n z$, $h \to h_x, h_y$ – mw field;



Поэтому $I_n(\omega_n) = \frac{a_0^2}{d^2\omega_n^2}\left|\int_0^L dz\, h_y(z)\cos(q_n z)\right|^2$, $h_y \sim H_x$.

$E_H = -M_S\int dz\, g\,\vec{H}(\vec{g},z)\cdot\vec{m}(\vec{g},z) = -M_S\int dz\,\vec{H}(z)\int dz\, g\,\vec{m}(\vec{g},z) = +\pi M_S\int dz\,\vec{H}(z)\cdot$

$\cdot 3\alpha\hat{z}\times\vec{S}(z)$, $E_H = +\pi M_S\alpha\beta\int\vec{H}\cdot(\hat{z}\times\vec{S}(z)) = \pi M_S\alpha\beta\int(\vec{H}\times\hat{z})\cdot\vec{S}(z)$ – надо $\vec{H}\neq 0$ (0°),

иначе $E_H \sim \vec{S}(z)$ не нарушает и $I_n(\omega_n)$ будет другая. $\vec{H}(z)$ – должно меняться.

$I_n(\omega_n) \sim \frac{1}{\omega_n^2}\left|\int dz\, H_x(z)\cos q_n z\right|^2$, $H_x(z)$ не должна быть $\text{const}(z)$.

Видно также $I_n(\omega_n) \sim 1/\omega_n^2$ (!) и если $\omega_n \sim \frac{1}{L^2}$, $I_n \sim L^2$, это надо, чтоб ($n=1$) TM mode.

$\int_0^L dz\cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) = \frac{L}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{L}z\right)\Big|_0^L = \frac{L}{\pi}\frac{\sin(n\pi)}{n} = L\delta_{n0}$ и будет only uniform mode в системе.

Иначе $\chi''(zz',\omega_n) = \text{Im}\,G(zz',\omega_n) = -\frac{i}{d}\sum_n \frac{1}{\omega_n}\vec{S}_n(z)\vec{S}_n(z')$, χ'' интегр. на $\int dz'$ даст ($n=0$) вклад.

Ур. $(\hat{\Lambda} - \omega)\vec{S} = \vec{h}$ значит $\vec{S}(\omega)$ и $\vec{h}(\omega)$: $\vec{S}(t) = \vec{S}(\omega)e^{i\omega t}$ и $\vec{h}(t) = \vec{h}_0 e^{i\omega t}$ и

$a_n = \frac{1}{\omega_n - \omega}\int dz\, h(z)\vec{S}_n(z)$ напишем что circulat. field $\vec{h}(t) \sim \hat{z}\times\vec{H}(t)$.

Пусть $h_{x,y}(t)$ linearly polarized $a_n(\omega)$ будут сильные, а $I_n(\omega_n)$ – иначе.

Anyway $I_n(\omega_n) \sim \left|\int dz\, H_x(z)\cos q_n z\right|^2$ или $\sim \left|\int dz\cos q_n z\right|^2 \sim \delta_{n0}$, $q_n = \frac{\pi n}{L}$,

$I_n(\omega_n) \sim \delta_{n0}$ противоречит эксперименту (H можно быть non-uniform) и simulations (H задавали uniform), где $n=1$ мода имеет бо́льшую интенсивность $\vec{S}_n(z) \sim \cos q_n z$ – плохое приближение, в theory intensity pinning at $z=0, L$ или $z=0$.

(22/I) Обсуждение интеграции под High-TM paper $I_n(\omega_n)$ с Yves.

Вопрос на Lugaritz, Dr. M, M7 — leb. 3A, Repr. frame, Zeppelin ~50 m², interior ок. ≈70 m², нас. кухня ~6 m², Canon ~19 m², Incase, Cherry, 355 k€ дешёвый 25 m² у Krasnoe ~15 m² included. Retinbm. $\chi(\omega)$ – APL и обсужд. ее со Arbun.

→ Krawczyk (Poznan) и Lobbian. приглашение у Zeeve в M. Curie – RISE Travel grant – Lecturer.

(23/I) Обсужд. переделки high-TM paper с Yves и Prüfung. Mod. Ph. 2007. переделан и resubmitted $\chi(\omega)$ – APL. E-mail to Gas Co. EDP и рем. Kata – PRB. Skyrmions paper.

(24/I) E-mail от delaubens о ponig. соли. Вернулся к вопросу о магн. face energy $\to W_m^{face} = W_S(S)$ и соотв. вклад в TM-frequency ω_S от 19/I.

При $c \to 0$ $I_k(S) = \frac{1}{M_S^2 R^3}W_S(S) = (2\pi)^2 g_c^3\int dk\left[1 - e^{-|k|S/c}\right]F_u^2(k)$ разумеется Якобиан с функцией $c \to g_c = \frac{c}{g_0}$.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

$\lim_{s\to 0} \frac{1}{s}\frac{\partial I_k}{\partial s}$ даст линейную ф. $\lim_{s\to 0} m_s(\vec{q},s) = \frac{1-q^2/c^2}{1+q^2/c^2}$, т.к. $|A|^2 = q^2/c^2$, $g(0)=c$,

$K_{\mu\mu}(s=0) = 2\pi\delta\mu_0 \int_0^c dqq\, J_0(kq)\, m_s(q,0) \sim \delta\mu_0$. // $\frac{1}{s}\frac{\partial K_0}{\partial s} = \int dqq \frac{1}{s}J_0(kq)\frac{(-2)}{(1+q^2)^2} \to \frac{1}{2}\delta(k)$

(*) $\left[-\frac{2s\cos\varphi}{s(1+s^2)} + 2s^2 - 4\right]\frac{s^2}{c^2} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^c dqq\, J_0(kq)\frac{(-1)}{(1+q^2/c^2)^2}\frac{2q^2}{c^2}\left[-\frac{q}{s}\cos\varphi + q^2 - 4\right]$

$\lim_{s\to 0}\frac{1}{s}\frac{\partial K_0}{\partial s} = -8\pi\int_0^c dqq\, J_0(kq)\frac{1}{(1+q^2/c^2)^2}\frac{q^2}{c^2}(q^2-4) \approx 32\pi\int_0^c dqq\, J_0(kq)\frac{1}{(1+q^2/c^2)^2}\frac{q^2}{c^2} =$

$= 32\pi c^4\int_0^1 dr r^3 J_0(krc)\frac{1}{(1+r^2)^2}$; // $\lim_{s\to 0} K_{\mu\mu} = 2\pi\delta\mu_0\int dqq\, J_0(kq)\frac{1-q^2/c^2}{1+q^2/c^2} =$

$= 2\pi\delta\mu_0 c^2\int_0^1 dr r J_0(krc)\left(\frac{1-r^2}{1+r^2}\right)$. // $\lim_{s\to 0}\frac{1}{s}\frac{\partial I_k}{\partial s} = 2\int dk\,[1-e^{-\beta k}]\,K_0\frac{1}{2}\frac{\partial k_0}{\partial s} =$

$= 2\cdot 2\pi\cdot 32\pi c^4\int dk\,[1-e^{-\beta k}]\int_0^1 dr r J_0(krc)\left(\frac{1-r^2}{1+r^2}\right)\cdot\int_0^1 dr\frac{r^3}{(1+r^2)^2}J_0(krc)$

$\omega_s = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta}\frac{1}{s}\frac{\partial I_k}{\partial s} = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta}\cdot 4\cdot 32\pi^2 c^4\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}]\,i_0(kc)\,i_1(kc)$, $kc = x$

$\omega_s(s\to 0) = \frac{\omega_M}{\beta}16c^3\int_0^\infty dx\,[1-e^{-\frac{\beta}{c}x}]\,i_0(x)\,i_1(x)$. $\omega_s(s\to 0)$ совп. с Metlov 'JAP'13,

если $W_s = 4\pi M_s^2 V e_s$, $\omega_s^{Met} = \frac{1}{|G|}\frac{1}{s}\frac{\partial W_s}{\partial s} = \omega_M\frac{c^3}{\beta}[u_{20}(0) - u_{20}(\beta/c)]$,

$u_{20}(h) = 16\int dk\, e^{-kh}\, i_0(k)\,i_1(k)$, $e_s = \frac{c^3}{\beta}s^2[u_{20}(0) - u_{20}(\beta/c)]$. $|A|^2 \approx s^2 + O(s^4)$,

$I_\omega(x) = \int dx\, e^{-\omega x} J_0(\omega x) J_0(x\tau)$ можно взять через элементарные функции.

$i_0(k) = \int_0^1 dr r\frac{(1-r^2)}{(1+r^2)}\cdot J_0(kr)$, $i_1(k) = \int_0^1 dr\frac{r^3}{(1+r^2)^2}J_0(kr)$.

или

$i_0(k) = 2\int_0^k dx\frac{x}{(k^2+x^2)}J_0(x) + \frac{1}{k}J_1(k)$; $i_1(k) = \int_0^k dx\frac{x^3}{(k^2+x^2)^2}J_0(x)$.

Visit to Lasarte-Oreo: 1) кв. ~100 m², 340 k€, гараж 40 k€, нет IVA, отремонт. хорошо, но без балконов – общего дисконта Donostia; 2) кв. ~120 m², 4 спальни, duplex, с видом море > 30 лет, 276 k€ + IVA, без гаража, 2 спал. ~ 1 m² балкона, ~2 m² террасы, 3 спальни на низ. этаже очень удобно для игры с детьми.

(25/I) Note: $\omega_s'(s\to 0)$ не нулевая в соп. с Metlov 'JAP'13 (A6) e_s без члена $c^2 W_{22}$, хотя я не делал approx. $c\to\infty$, а лишь $s\to 0$ в $\omega_s = \omega_0^s + \omega_1^s s^2$ // не, делал прибл. $c^2 s^2 \ll 1$, откуда $s^2 - 4 \approx -4$, т.е. $c^2 \sim s_c^2 \ll 4$, что очень точно, будь $c = 0.1 - 0.12$.

(A6) $e_s(s) = e_s(0) + \frac{c^3}{\beta}\left[W_{20}|A|^2 + W_{40}|A|^4\right]$ в пределе $c^2 \ll 1$ и. члена

у меня $A = s' = \frac{s}{1+|s|^2}$. $|A|^2 = \frac{|s|^2}{(1+|s|^2)^2} = \frac{s^2}{(1+s^2)^2} = s^2(1-2s^2)$, $|A|^4 = s^4$ с точностью до s^4

$e_s(s) = e_s(0) + \frac{c^3}{\beta}\left[W_{20}s^2 + (W_{40} - 2W_{20})s^4\right]$, $W_s = 4\pi M_s^2 V e_s(s)$ – abs. units, erg.

$\omega_s(s) = \frac{1}{|G|}\frac{1}{s}\frac{\partial W_s}{\partial s} = \frac{4\pi M_s^2\pi L}{2\pi M_s L/\beta}\frac{1}{2}\left[2W_{20}s + 4(W_{40}-2W_{20})s^3\right]\frac{c^3}{\beta} =$

$= \omega_M\frac{c^3}{\beta}\left[W_{20} + 2(W_{40} - 2W_{20})s^2\right] = \omega_0^s + \omega_1^s s^2$. Вклад даст energy to (e) и

$\omega_c = \omega_c^V + \omega_s = \omega_0 + \omega_1 s^2 + \omega_0^s + \omega_1^s s^2 = \omega_0 + \omega_0^s + [\omega_1 + \omega_1^s]q^2$

Т.е. в >T – NL vortex MS надо $\omega_c \to \omega_0 + \omega_0^s$, $\omega_1 \to \omega_1 + \omega_1^s$.

$\omega_0^s = \omega_M\frac{c^3}{\beta}W_{20}$ и $\omega_1^s = 2\omega_M\frac{c^3}{\beta}(W_{40} - 2W_{20})$. Где W_{20}, W_{40} – расчет численно Met. JAP'13.

Alternative: можно численно $\omega_s(s) = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta}\frac{1}{2}\frac{\partial I_k(s)}{\partial s}$, и найти $\omega_0^s = \omega_s(s\to 0)$ и

$\omega_1^s = \lim_{s\to 0}\frac{\omega_s(s) - \omega_0^s}{s^2}$, например при $s = 0.1$.

$W_{40} = u_{40}(0) - u_{40}(\beta/c)$, $u_{40}(x) = \int_0^\infty dk\, e^{-kx}\left[6i_1(k))^2 + 4i_0(k)i_4(k)\right]$

$i_4(k) = J_0(k) + 16\int_0^1 dr r J_0(kr)\frac{r^5}{(1+r^2)^3}$. Моя MathCad $F_s = \frac{1}{M_s^2 R^3}W_s = 4\pi^2\beta e_s(s)$.

MathCad $F_s = I_k(s)$. $\omega_s = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta}\frac{1}{2}\frac{\partial I_k(\omega)}{\partial s} = \frac{1}{2}\omega_M\frac{1}{s}\frac{\partial e_s}{\partial s}$.

MathCad numerics: $e_s(s)$ линейно и почти одинаково с аналитической $W_s(s)$, при $s \le 0.2$ при росте s, $4\pi^2\beta e_s(s)$ становится почти $F_s(s)$. При $s \ge 0.5$ ошибка уже > 50%

Для NL-STO расчет надо в диапазоне до $s_m = 0.50 \pm 0.55$.

Escaneado con CamScanner

$\omega_1(s) = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta} \frac{1}{a} \frac{\partial F_1(y)}{\partial y}$ — при дифференц. MathCad сразу очень медленно.

Вариант 4 $I_b(s) = F_1(s) = I_0 + \frac{1}{2} I_1 s^2 + \frac{1}{4} I_2 s^4 + \ldots$ $\omega_1(s) = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta} \left[I_1 + I_2 s^2 \right]$.

$\frac{I_b(s) - I_0}{s^2} = \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{4} I_2 s^2$, $\lim_{s\to 0} \frac{I_b(s) - I_0}{s^2} = \frac{1}{2} I_1$, $\lim_{s\to 0} \left[I_b - \frac{I_0}{s^2} - \frac{1}{2} I_1 \right] \frac{1}{s^2} = \frac{1}{4} I_2$.

$I_b(s)$ – численно нельзя, т.к. неопределённость. по-другому $\omega_1(s)$ посчитать сразу точно $\omega_1(s) \sim (I_1 + I_0 s^2)$ даст 120–250 MHz, а фир. $\omega_1(s) \sim 100$–180 MHz при $s = 0.1 - 0.5$. Это большая часть погрешности $\omega_1(s)$ сам. собственный сигнал. Определение по Mallow's $\omega_1(s) = \frac{1}{2} \omega_M \frac{1}{\beta} \frac{\partial C}{\partial s^2}$ с $\delta\lambda(\ldots)$, $C_1(s)$.

Пример FeNi: dob с $L = 7$ nm, $R = 100$ nm, $L_e = \sqrt{2 \cdot 1.0 \cdot 10^{-6} / 800 \cdot 6} = 17.7$ nm ≈ 18 nm.

$\lambda^2 = \frac{d_0 \omega_0'}{d_1 \omega_0(1) + d_0 \omega_1(1)} = \frac{\omega_0'}{\omega_0(1)} \frac{d_0}{\frac{d_1}{d_0} + N}$; $N = \frac{\omega_1(s)}{\omega_0(1)}$, $\frac{d_1}{d_0} = \frac{\pi}{6} \frac{2}{(5 + 4 L_n \frac{1}{c})}$

$\frac{R_c}{L_e} = 0.59 + 0.21 \left(\frac{7\text{nm}}{18\text{nm}} \right)^{0.85} = 0.684$, $c = \frac{R_c}{R} = 0.684 \frac{L_e}{R} = 0.684 \cdot \frac{17.1}{100} = 0.121$, $c = 0.12$.

$\frac{d_1}{d_0} = \frac{20}{3} \frac{1}{(5 + 4 L_n \frac{1}{c})} = 0.496$ (ранее $\frac{d_1}{d_0} = 0.525$)

$\frac{1}{M_s^2 V} W(s) = \frac{(5 + 4 L_n \frac{1}{c})}{2} s^2 + \frac{3}{4} s^4$; $\omega_c = \frac{1}{|G|} \frac{1}{s} \frac{\partial W}{\partial s} = \frac{M_s^2 \pi L}{2\pi M_s L} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial W}{\partial s} = \frac{1}{2} \gamma M_s \left[\varkappa + \varkappa' s^2 \right]$

Now $\omega_c(s) = \frac{1}{2} \gamma M_s \left[\varkappa + \varkappa' s^2 \right] + \omega_1(s)$, $\omega_0 = \frac{1}{2} \gamma M_s \varkappa + \omega_M \frac{c^3}{\beta} W_{20}(\beta/c)$

$\omega_1 = \frac{1}{2} \gamma M_s \varkappa' + 2\omega_M \frac{c^3}{\beta} (W_{40} - 2W_{20})$; $\omega_0 = \gamma M_s \left[\frac{\varkappa}{2} + 4\pi \frac{c^3}{\beta} W_{20} \right]$

$\omega_1 = 2\gamma M_s \left[\frac{\varkappa'}{4} + 4\pi \frac{c^3}{\beta} (W_{40} - 2W_{20}) \right]$. $\frac{\varkappa}{2} = a$, $\frac{\varkappa'}{4} = b$, $\omega(s) = a s^2 + b s^4$.

Для $c = 0.10 - 0.12$ $\omega_s(c)$ очень чувств. к вычислению c. Определим c из энергии условия ($\omega_{min} = 0$) $e_u(c) = \frac{1}{8\pi^2} \left(2 - \ln c \right) + \frac{c^3}{\beta} W_0(\beta/c)$. $s = \frac{R}{L_e}$, $L_e^2 = \frac{C}{4\pi M_s^2} = \frac{L_e^2}{4\pi}$

$e_u(c) = \frac{1}{4\pi} \frac{L_e^2}{R^2} (2 - \ln c) + \frac{c^3}{\beta} W_0(\beta/c)$; $W_0(x) = \int_0^\infty dk \left[1 - e^{-kx} \right] \left[i_{c0}(k) \right]^2$

Min $e_u(c)$ даёт $c = 0.124$ при $L = 7$ nm, $R = 100$ nm, $L_e = 18$ nm. Или $c = 0.122$, $L_e = 17.7$ nm.

Eq. $R_c/L_e = 0.59 + 0.21 (L/L_e)^{0.85}$ – довольно точное (при $s = 0$).

Чтобы уменьшить ω_c возьмем $\gamma/2\pi = 2.80$ MHz/Oe вместо 2.95 MHz/Oe FeNi (free el.)

v. core W_m Возьмем $N = \frac{\varkappa'}{\varkappa} = 1.70$ (!) и $\lambda = 0.66$ при $s = 0.83$, $L = 7$, $R = 100$ nm.

(26/1) Надо учесть, что $c = R_c/R$ зав. вариац. параметров и (c_m) решение $\min W(c, s)$ зав. функционал s, $c_m = c_m(s)$. Ог с зависит W_e и W_s. W_s, W_m не зависят от c и вычислены не зависят. Find mag. charges energy и $c = c_0(s)$

$\frac{1}{M_s^2 V} W_c(c, s) = \left(\frac{L_e}{R} \right)^2 \left[2 - \ln c \right] + 4\pi \frac{c^3}{\beta} \left[W_{00} + W_{20} s^2 + (W_{40} - 2W_{20}) s^4 \right]$

$W_c = W_{ex} + W_s$. $\frac{\partial W_c}{\partial c}(c, s) = 0$ даёт $c_m(s)$.

$W_c(c, s) = W_u + a_1 s^2 + a_2 s^4$; $\frac{\partial W_c}{\partial c} = \frac{\partial W_u}{\partial c} + \frac{\partial a_1}{\partial c} s^2 + \frac{\partial a_2}{\partial c} s^4 = 0$

$c_m(s) = c_0 + c_1 s^2$; $W_u'(c_m) + a_1'(c_m) s^2 = W_u'(c_0 + \delta c) + a_1'(c_0) s^2 = 0$

$W_u'(c_0 + \delta c) = W_u'(c_0) + W_u''(c_0) c_1 s^2$; $W_u''(c_0) c_1 s^2 + a_1'(c_0) s^2 = 0$

$\to c_1 = -\frac{a_1'(c_0)}{W_u''(c_0)}$ $a_1 = 4\pi \frac{c^3}{\beta} W_{20}(\beta/c)$, $a_1' = \frac{\partial a_1}{\partial c} > 0$, $W_u'' = \frac{\partial^2 W_u}{\partial c^2}\Big|_{c_0} > 0$

c_0 – реш. при $s = 0$. $c_m(s) = c_0 - \frac{a_1'}{W_u''} s^2$ падает с $s \uparrow$.

$W(c_m) = W_u(c_m) + a_1(c_m) s^2 + a_2(c_m) s^4 + W_{v,z} = W_c(c_m) + W_{v,z}$

↳ полная ур. энергии, W_v, W_z – volume magn. и Zeeman energies.

$W(c_m) = W_u(c_0) + W_u'(c_0) \delta c + \frac{1}{2} W_u''(c_0) \delta c^2 + \left[a_1(c_0) + a_1'(c_0) \delta c + \frac{1}{2} a_1'' \delta c^2 \right] s^2 +$

$+ a_2(c_0) s^4 + W_{v,z}$, $\delta c = c_1 s^2$. // $W(c_m) = W_u(c_0) + \frac{1}{2} W_u'' c_1^2 s^4 + a_1 s^2 +$

$+ a_1' c_1 s^4 + a_2 s^4 + W_{v,z} = W(c_0) + \left[\frac{1}{2} W_u'' c_1 + a_1' \right] c_1 s^4$, $c_1 = -\frac{a_1'}{W_u''}\Big|_{c_0}$.

Escaneado con CamScanner

Учет зависим. от radius от s gaco $W(c_m) = W(c_0) - \frac{1}{2}\frac{(a_1)^2}{W_u''}\Big|_{c_0} \cdot s^4$ если $c_m(s) = c_0 + c_1 s^2$. ($c_m(s)$) (energy)

$a_1(c)$ и $W_u(c)$ из $W_c(c,s) = W_u(c) + a_1(c)s^2 + a_2(c)s^4$ - часть энергии зависящей от c radius. $W_c = W_{01} + W_{int}^{(wave)}$.

В пределе малого $a_1(c) = 4\pi c^3 W_{20}(\beta/c)$, $W_u(c)$ - энергия centered vortex (wave)

$$\frac{\partial a_1}{\partial c} = \frac{4\pi}{\beta}\left[3c^2 W_{10}(\beta/c) + c^3 \beta \frac{\partial W_{20}(x)}{\partial x}\left(\frac{-\beta}{c^2}\right)\right] = \frac{3}{c}a_1 - 4\pi c \frac{\partial W_{20}(x)}{\partial x}, \quad c \to c_0.$$

$$\frac{\partial W_u}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\left[\left(\frac{L_e}{R}\right)^2(2-\ln c) + 4\pi\frac{c^3}{\beta}W_{00}\right] = -\frac{1}{c}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 + \frac{4\pi}{\beta}\left[3c^2 W_{00} + c^3\frac{\partial W_{00}(x)}{\partial x}\left(\frac{-\beta}{c^2}\right)\right] =$$

$$= -\frac{1}{c}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 + \frac{12\pi}{\beta}c^2 W_{10} - 4\pi c^2 \frac{\partial W_{00}(x)}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 W_u}{\partial c^2} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 + \frac{12\pi}{\beta}\left[2cW_{00} + c^2\frac{\partial W_{00}(x)}{\partial x}\left(\frac{-\beta}{c^2}\right)\right] -$$

$$- 4\pi\frac{\partial}{\partial c}(W_{00}' c) = \frac{1}{c^2}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 + \frac{24\pi}{\beta}cW_{00} - 12\pi\frac{\partial W_{00}(x)}{\partial x} - 4\pi c\frac{\partial^2 W_{00}(x)}{\partial x^2}\frac{(-\beta)}{c^2} - \text{взять при } c \to c_0.$$

$-4\pi\frac{\partial W_{00}(x)}{\partial x}$

Со уровня: $\frac{12\pi}{\beta}c^3 W_{00} - 4\pi\frac{\partial W_{00}(x)}{\partial x}c^2 - (L_e/R)^2$, $x = \beta/c$.

$W(c_m) = W(c_0) - |A|s^4$ отвечает уменьшению N, w_1, в $\omega_k^2 = \omega_0^2 + \omega_1^2 s^2$.

c radius $c_m(s)$ изменит $G(s)$ и NL-damping d_1, $d(s) = d_0 + d_1 s^2$, где интегр. по всем Волнам. $F_{st} \sim (1+s^2)[1+c^2 s^2]$, $G(s) = G(0)[1+O(c^2 s^2)]$ и замена $c \to c_m(s)$ не сказывается при $(cs)^2 \ll 1$. $c \to c_m(s)$ повышает на d_1.

$$d(s) = \frac{5}{6} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c} + \frac{5}{6}s^2, \quad \ln c \to \ln c_m(s) = \ln c_0 + \ln(1 + \frac{c_1}{c_0}s^2) \approx$$

$$\approx \ln c_0 + \frac{c_1}{c_0}s^2; \quad \frac{1}{2}d(s) = \frac{5}{8} - \frac{1}{2}\left[\ln c_0 + \frac{c_1}{c_0}s^2\right] + \frac{5}{6}s^2 = \frac{5}{8} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c_0} + \left[\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\frac{c_1}{c_0}\right]s^2.$$

$\frac{1}{2}d_0 = \frac{5}{8} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c_0}$; $\left(\frac{d_1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{1}{2}\frac{c_1}{c_0}\right)$ — new NL damping. $c_1 < 0$, d_1 возрастает при уменьшении $c_m(s)$. Числ. расчет ($L=7$ нм, $R=100$ нм) дает $c_1/c_0 \approx -0.13 \cdot 10 = -1.3$.

$$\frac{\partial^2 W_u}{\partial c^2} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 + \frac{24\pi}{\beta}cW_{00}(\beta/c) - 16\pi\frac{\partial W_{00}(x)}{\partial x} + 4\pi\beta\frac{\partial^2 W_{00}(x)}{\partial x^2}, \quad x = \beta/c, \; c \to c_0.$$

MathCad (Nonlinear_Vortex.mcd) числ. расчет ($L=7$ нм, $R=100$ нм) дает

$W_s \sim I_k(s) = \frac{1}{2}I_1 s^2 + \frac{1}{4}I_2 s^4$, $I_1 = 0.012$; $I_2 = -0.011$ (!) с $c_m(s) = 0.12(1 - 1.3 \cdot s^2)$

$c_0 = 0.122$. $I_k(s)$ значительно меньше $I_k(s)$-метлов с $c = c_0 = \text{const}(s)$!

$W_s = \frac{1}{M_s^2 V}W_s = 4\pi e_s(0) + 4\pi\frac{c^3}{\beta}\left[W_{20}s^2 + (W_{40} - 2W_{20})s^4\right]$ - Metlov 'JAP'13

$W_s = M_s^2 R^3\left[I_0 + \frac{1}{2}I_1 s^2 + \frac{1}{4}I_2 s^4\right]$; $W_s = \frac{1}{M_s^2 V}W_s = \frac{1}{2\pi\beta}\left[I_0 + \frac{1}{2}I_1 s^2 + \frac{1}{4}I_2 s^4\right]$

$4\pi\frac{c^3}{\beta}W_{20} = \frac{1}{2\pi\beta}I_1$, $4\pi\frac{c^3}{\beta}(W_{40} - 2W_{20}) = \frac{1}{4\pi\beta}I_2$.

С уровня $c_m(s)$, выходит $I_2 < 0$, $w_s = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta}\left[I_1 + I_2 s^2\right]$, $w_s(s)$ падает с ростом s (!)

$c_1/c_0 \approx -1.30$, $\frac{1}{2}d_1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{2}\cdot 1.30$. $\frac{d_1}{d_0} = \left(\frac{5}{6} + 0.65\right)\frac{8}{\left[5 + 4\ln\frac{1}{c_0}\right]} = 0.885$.

Надо в W_s вкл. W_{ex}, т.к. $c = c_m(s)$, и W_{00}.

$$W_s = M_s^2 R^3 I_k(s) + M_s^2 V\left[\left(\frac{L_e}{R}\right)^2(2-\ln c) + 4\pi\frac{c^3}{\beta}W_{00}\right], \quad [\dots] = W_u(c), \; c = c_m(s).$$

$$\frac{1}{M_s^2 R^3}W_s = I_k(s) + \pi\beta\left[\left(\frac{L_e}{R}\right)^2(2-\ln c) + 4\pi\frac{c^3}{\beta}W_{00}(\beta/c)\right] \quad I_k(s) \to I_k(s) + \pi\beta W_u(c).$$

(27/2) $W_{00}(x) = u_s(x) = \int_0^\infty dk\left[1 - e^{-kx}\right]\left[i_0(k)\right]^2$, $W_u(c_0+\delta c) = W_u(c_0) + W_u'(c_0)\delta c + \frac{1}{2}W_u''(c_0)\delta c^2 =$

$W_u(c) = 4\pi e_u(c)$, $e_u(c) = e_s(0)$. $= W_u(c_0) + \frac{1}{2}W_u''(c_0)c_1^2 s^4$.

Можно писать $c_m(s)$ не из пределов. Мелкова $W_c(c,s)$ как выше, а из формул $W(c,s)$ или ее s^2-s^4 приближение $W_0(s)$ через I_0, I_1, I_2.

Надо $\frac{1}{M_s^2 R^3}W_c = I_k(s) + \pi\beta\left(\frac{L_e}{R}\right)^2(2-\ln c)$ Магн. терм W_{00} добавлять не нужно, т.к. он уже в $I_k(s) = \int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\sum|K_{pn}|^2$ как член с $p=n=0$. $I_k(s) \to I_k(s) + (\text{exch.})$

$W_c(c_1,s) = M_s^2 R^3 I_k(s) + W_{ex} = W_s + W_{ex}$, $W_c(c_1,s) = \frac{1}{M_s^2 V}W_c = \frac{1}{\pi\beta}W_s + \left(\frac{L_e}{R}\right)^2[2-\ln c]$,

$W_s = I_k(s)$ здесь $W_s = M_s^2 R^3 I_k(s)$ - для magn. energy.

V. Gore-dependent energy $W_c(c,s)$. Total m. energy $W = W_c + W_m^v + W_z$, $W_c = W_s + W_{ex}$.

$W_c(c,s) = \frac{1}{M_s^2 V} W_c(c,s) = \frac{1}{\pi\beta} I_k(s) + \left(\frac{Le}{R}\right)^2 (2 - \ln c)$, если сюда $W'_{ex} \sim s^2, s^4$, не зависящ. от "c".

$W = \underbrace{W_s + W_{ex}}_{W_c} + W'_{ex} + W_m^v + W_z$, слабо зависящ от "c". W_c - сильно зависящ от "c".

$\frac{\partial W_c(c,s)}{\partial c} = \frac{1}{\pi\beta}\frac{\partial I_k}{\partial c} - \frac{1}{c}\left(\frac{Le}{R}\right)^2 = 0$ даст $c_m = c_m(s)$, мин $W_c(c,s)$.

Затем $W(s) = \underset{(s)}{W_c}[c_m(s), s] + \underset{(s)}{W'_{ex}} + \underset{(s)}{W_m^v} + \underset{(s)}{W_z}$, $W = W(s)$ только и $\frac{1}{s}\frac{\partial W}{\partial s}$ даст $W_c(s)$.

При $s \to 0$ $\frac{1}{\pi\beta}\frac{\partial I_k}{\partial c} = \frac{2}{c}\, 4\pi \frac{c^3}{\beta} W_{cc}(\beta/c)$ и $\frac{\partial W_c}{\partial c} = 0$ сводится к ур-нию Кулона для "c".

MathCad-15 на "Dell" считает $\frac{\partial W_c}{\partial c} = 0$ корень очень долго.

Ввели задачу "root($\frac{\partial W_c}{\partial c} = 0$) в "MathCad Prime" на Supercomp. — тоже долго.

Другие события. COST - European Travel grants (deadline March 28, 2014) с Гнып и M. Curié - travel grant RISE с U. Krakowianin (M. Krawczyk готовит proposal с участием Spain (Gus), U.K. (Kingl), Poland, Ukraine (2 Dom. группы) и Russia (Шитов и Калинин).

(28/I) Найдем $\partial W_c/\partial c$ аналитически. $\frac{\partial I_k}{\partial c} = 2\int dk\,[1 - e^{-\beta k^2}]\left[K_0 \frac{\partial K_0}{\partial c} + 2\sum_{m>0} K_m \frac{\partial K_m}{\partial c}\right]$

$\frac{\partial K_m}{\partial c} = \int_0^{2\pi} g^m J_m e^{im\varphi} \frac{\partial m_2}{\partial c}$ $\frac{\partial m_2}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\frac{1 - |s|^2}{1 + |s|^2} = \frac{(-2)}{(1+|s|^2)^2}\frac{\partial |s|^2}{\partial c}$; VC граница тоже зависит от "c"

$\frac{\partial |s|^2}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\frac{s^2}{c^2}\frac{1}{\beta_0^2}\left[1 - 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2\right] = \frac{s^2}{\beta_0^2}[\ldots]\frac{(-2)}{c^3} = -\frac{2}{c}|s|^2$, $\frac{\partial m_2}{\partial c} = \frac{4}{c}\frac{|s|^2}{(1+|s|^2)^2}$

$\frac{\partial m_2}{\partial c} = \frac{1}{c}\sin 2\theta$. $\frac{\partial K_m}{\partial c} = \frac{4}{c}\int_0^{2\pi} g^m J_m \cos m\varphi \frac{|s|^2}{(1+|s|^2)^2}$, $|s|^2 = \frac{s^2}{c^2\beta_0^2}\left[1 - 2\varepsilon s\cos\varphi + \varepsilon^2 s^2\right]$

$\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c = I_k(s,c) + \pi\beta\left(\frac{Le}{R}\right)^2(2 - \ln c)$; $\frac{1}{M_s^2 R^3}\frac{\partial W_c}{\partial c} = \frac{\partial I_k}{\partial c} - \pi\beta\left(\frac{Le}{R}\right)^2\frac{1}{c} = 0$ даст $c_m(s)$.

$c_m(s) = \text{root}\left[\frac{\partial W_c(c,s)}{\partial c}, c\right]$. MathCad считает очень медленно.

Используем анализ ТВ 26/I: $\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c = I_0(c) + \frac{1}{2} I_1 s^2 + \frac{1}{4} I_4 s^4 + \pi\beta\left(\frac{Le}{R}\right)^2(2 - \ln c)$

$\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c = \pi\beta W_u(c) + \frac{1}{2} I_1(c) s^2 + \frac{1}{4} I_2(c) s^4$, $W_u(c) = \pi\beta\left(\frac{Le}{R}\right)^2(2 - \ln c) + 4\pi\frac{c^3}{\beta} U_s(\beta/c)$

$w_c = \frac{1}{M_s^2 V} W_c = w_u(c) + \frac{1}{\pi\beta}\left[\frac{1}{2} I_1 s^2 + \frac{1}{4} I_2 s^4\right] = w_u(c) + a_1 s^2 + a_2 s^4$.

$a_1 = I_1/(2\pi\beta)$; $a_2 = I_2/(4\pi\beta)$. $c_m(s) = c_0 + c_1 s^2$; $c_1 = -\frac{a_1'}{w_u''} = -\frac{1}{2\pi\beta}\frac{\partial I_1/\partial c}{\partial^2 w_u/\partial c^2}\Big|_{c_0}$.

$W_c(c_m) = W_c(c_0) - \frac{1}{2}\frac{(a_1')^2}{w_u''} s^4 = W_c(c_0) - \frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi\beta)^2}\frac{(I_1')^2}{w_u''} s^4 = W_c(c_0) - \nu s^4$.

Total en. → $W(s) = W(c_0, s) - \nu s^4 = W(0) + As^2 + Bs^4 - \nu s^4 = W(0) + As^2 + (B - \nu)s^4$.

Расчет $w_c(s)$ можно проводить по eqs. с $c = c_0 = \text{const}(s)$, но уточнить коэфф. $B \to B - \nu$. $\nu = \frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi\beta)^2}\frac{(\partial I_1/\partial c)^2}{(\partial^2 w_u/\partial c^2)}\Big|_{c_0}$. $\nu = |\lambda|$.

$I_k(s) = I_0 + \frac{1}{2} I_1 s^2 + \frac{1}{4} I_2 s^4$. Face mag. energy $\frac{1}{M_s^2 R^3} W_s = I_k(s)$.

I_1, I_2 берутся из подгонки $W_s(s)$ s^2-s^4 полиномом. $W_u''(c=0{,}122) = 4{,}823$, $\frac{\partial I_1}{\partial c}$ численно не берется

$W_c(c_m) = w_c(c_0) - \nu s^4$; $\tilde{w}_c = \frac{1}{M_s^2 R^3} W_c = \pi\beta w_c$, $w_c = \frac{1}{M_s^2 V} W_c$.

$\tilde{W}_c = \pi\beta\left[w_u(c) + \frac{1}{2\pi\beta} I_1 s^2 + \frac{1}{4\pi\beta} I_2 s^4 - \nu s^4\right] = \pi\beta w_u(c) + \frac{1}{2} I_1 s^2 + \left[\frac{1}{4} I_2 - \pi\beta\nu\right] s^4$

$\tilde{w}_s(s \to 0) = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta} I_1 = \left|\text{Com. 24/I}\right| = \frac{\omega_M}{\beta} 16 c^3 \int_0^\infty dk\left[1 - e^{-\frac{\beta}{c}k}\right] i_0(k) i_1(k)$.

$I_1(\beta, c) = 128\pi^4 c^3 \int_0^\infty dk\left[1 - e^{-\frac{\beta}{c}k}\right] i_0(k) i_1(k)$, преобразуем $c^2 s^2$ по анал. с s^2 в eq. Маслова.

Посадили расчет $c_m(s)$ - equilibrium to MathCad Calc. на отдел Dell "laptops".

(29/I) Jon (CAU) установил Internet и подкл. к printers Supercomp. в Arantxa's office.

В банке "La Caixa" (не дают кредитов не гражданам Spain) и "Santander" (3% 1st year и Euribor + 2% normal 20 или 25 лет).

Ученик вылет в Lleida (Velasque), получил Reject decision по Verba et al. NB Sci. Reports. С.Л. в ресепш. "Work". Л. установил MAPLE и начал расчет eq. $c_m(s)$. Звонил Фархад: имел утверждение ИПМ - модель принята 24-25/02 (3 года).

(30/I) Seminar в Мюнстере, доклад "Skyrmions" by K. Bergmann (Hamburg, Wiesbaden, 1st group). Добавила, что АЕ for transitions Skyrmion ⇄ FM State они не считали, они вычисляли не только Charge и topol. charge stability, energy тоже не знает, считает, что topol. charge в continuum model сохраняется, а в discr. lattices — нет. F/N/F Skyrmions / vortex

Встреча на новогоднем Erasmus - postdoc candidate D. Policteicu (mw - measurm.) Обсужд. Erasmus - Policteicu appl. с Julian - он сам. вычислил на FMR-VNA.

Решение и проверка MS by H. Kata' PRB в double vortex ellipt. dots

(31/I) Subscribe приглашение Emb. Session Chairman на Intermag'14. E-mail Mcmurtrey - Сильное отклонение от paper Stebliy et al. Sc. Reports по spin Hall of vortex dot clusters. Gas-EZAP отменено из-за ураг. 93 € x 2. Тест проекта Eqdrive Emig Inst. Lotter (Julian) дата назначена в Spain-Portugal на Feb. 14 - March 2, 2014. Обсужд. exp. на FeNi/Cu(d)/FeNi dot - ω_n-TM modes: по мере роста d, $\omega_n(d)$ "скачки" должны смещаться / исчезать. Для exch. $\omega_n(d)$ под даже малых d ≈ 1 nm должно сильно отличаться на ω_n-TM.

(1-2/II) С. Л. в Frosti "Garbera. Чтение F/N/F - Skyrmions papers для Глеба - дождь exp. FMR на excitation Skyrmion-TM modes in F/N/F dots. E-mail Dolocreeby

(1) Phatak et al. PRL 2012: exp. на $Py_{(20\,nm)}/Cr_{(2\,nm)}/Py_{(20\,nm)}$ dots с R = 1 μm. AFM-слабый exch. coupling $H_{ex} \approx 16$ Oe. Skyrmions F/N/F dots

Meron как metastable state по пути от d-vortex ($GC_2 = +1$) к d-Vortex ($GC_2 = -1$) ($m_S = 1$, $m_\varphi = 0$) v. cores движение под углом 45° к H in-plane (1.). Мф на граф.

(2) Wintz' PRL' 2013: Co/Ru/FeNi dot, R = 1 μm, $L_{Co} = L_{Py} = 50$ nm, $d_{Ru} = 0.8$ nm. X-ray exp. — Py — in-plane cores, $\vec{m}(r)$, Skyrmion pair с $m_{S1} m_{S2} = -1$. toroid $\vec{m}$ - distribution. Сильный AFM-J_{12} и J_Q - biquadr. Считает J_Q - причина стабилизации Skyrmion pair. $H_{an}^{\perp}$ - нет, H_z - нет.

(3) Dai-Zhang' PRB' 2013: simulation Co/Ru/Co dot, $d_{Co} = 20$ nm, $d_{Ru} = 2$ nm, R = 100 nm. $H_{an}^{\perp} = 7.3$ kOe высокий делает d-Sk state (ultra) стабильным. AFM-H_{ex}^{Coupl} есть, но слишком его увеличением. $C_1 C_2 = -1$, мф на краях dot только. $H_x(t)$ - pulse of 500 Oe, спрашивает $\vec{X}_{1,2}(t)$ dynamics с $\vec{X}(t) \| \vec{H}(t)$, transient, t = 0-22 ns

(4) Kiselev' J. Ph. D: Appl. Ph. '2011: стабильность single Sk-meron в ФП как function H_z и DMI. Условия магнитостатики — проверить. $\vec{m}(\rho)$ - radial Sym.

$$W_m = \frac{2\pi A L}{Q} \int_0^\infty d\rho\, \rho\, W_d(\rho, \ell), \quad \rho = r/x_0, \ \ell = L/x_0, \ x_0 = \sqrt{\frac{A}{K}}, \ Q = \frac{K}{2\pi M_S^2}, \ H_a^{\perp} = \frac{K}{M_S}$$

DMI $\varkappa = \frac{\pi D}{4\sqrt{AK}}$. $W_d(\rho, \ell) = \cos\theta\left[1 - \Omega(\rho, \ell)\right] - 1$, $\Omega(\rho, \ell) = \frac{1}{\ell} \int_0^\infty d\rho\, \rho' \left[1 - \cos\theta'\right] \zeta(\rho, \rho', \ell)$

$$\zeta(\rho, \rho', \ell) = \int_0^\infty dk \left[1 - e^{-k\ell}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$ - с теор. до множит. мод $g_{zz}(\rho, \rho')$,

$$g_{zz}(\rho, \rho') = \langle G_{zz}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \rangle_{\varphi} = -\frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx \left[1 - e^{-\beta x}\right] J_0(x\rho) J_0(x\rho')$$

Сом. Gus' JAP'04: $w_m = \frac{1}{M_S^2 V} W_m = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx \left[1 - e^{-\beta x}\right] I^2(x)$, $I(x) = \int_0^1 d\rho\, \rho \cos\theta(\rho) J_0(\rho x)$

(3/II) $W_m = -\int d\rho\, \rho\, m_z(\rho) \int d\rho'\, \rho'\, m_z(\rho')\, g_{zz}(\rho, \rho')$. Inv. letter to Gleb.

Принять NL-vortex STO as Oral на Intermag. Напис. ответов to Referees со high-order-Vortex TM, Subm. to Nat. Commun. Revision of the text. Исправ. все в Сентябрь.

(4/II) Вылет в Tolosa на дому в Испания. Предложение цены 320 k€ у здания Cimos дочерняя Inmob. у Asier из Inmobiliaria "Lizardi".

Отклонен $\chi(\omega)$-paper из APL. E-mail о. авторам. Послано $\chi(\omega)$-Melkov paper to PRB, PR Applied, JAP или PSS Rap. Res. Letters. Обсужд. с Глеб $W_n(L)$-paper. Послан новый для Adelante to Gleb. Проверка W_m Kiselev' J. Ph. D' 2011

Введен переключение Kiselev' JPh. D' 2011 в мою W_m, где ρ например на R.

В абс. единицах $I(x) = \frac{1}{R^2} \int_0^R d\rho\, \rho \cos\theta(\rho) J_0\left(\frac{\rho}{R} x\right)$ и $W_m = \frac{4\pi}{\beta} R \int_0^\infty dx \left[1 - e^{-\frac{1}{R} x}\right] I^2(x)$

$$I(x) = \frac{1}{R^2} \int_0^R dr\, r\, m_z(r) J_0\left(\frac{r}{R} x\right) = \left| \rho = \frac{r}{x_0} \right| = \frac{x_0^2}{R^2} \int_0^{R/x_0} d\rho\, \rho\, m_z(\rho x_0) J_0\left(\frac{\rho}{R} x_0 x\right)$$

Kiselev

$W_m = 4\pi \int_0^{\infty} dk \left[1 - e^{-\frac{L}{k}x}\right] \left| \frac{x_0^2}{R^2} \int_0^{R/x_0} ds\, s\, m_2(s) J_0\left(s x \frac{x_0}{R}\right) \right|^2$, $x \frac{x_0}{R} = k$, $\frac{L}{R} x = \frac{L}{x_0} k$

$W_m = 4\pi \frac{R}{L} \int_0^{\infty} dk \frac{R}{x_0} \left[1 - e^{-kl}\right] \frac{x_0^2}{R^2} \left[\int_0^{R/x_0} ds\, s\, m_2(s) J_0(ks) \right]^2 = 4\pi \frac{x_0^3}{R^2 L}$ (*)

(*) $\left[\int_0^{R/x_0} ds\, s\, m_2(s) J_0(ks) \right]^2 \int_0^{\infty} dk \left(1 - e^{-kl}\right) = 4\pi \frac{x_0^3}{R^2 L} \int_0^{\infty} dk \left(1 - e^{-kl}\right) [\dots]^0 = \frac{W_m}{M_s^2 V}$

$W_m^{kis} = \frac{a_m A L}{Q} \int_0^{\infty} ds\, s\, w_d$, $\frac{a_m A L}{Q} = \frac{2\pi A L \cdot 2\pi M_s^2}{Q} = 4\pi^2 x_0^2 L M_s^2$.

$W_m^{Gus} = M_s^2 V \cdot 4\pi \frac{x_0^2}{R^2 L} \int_0^{\infty} dk \left(1 - e^{-kl}\right) \left[\int_0^{R/x_0} ds\, s\, m_2(s) J_0(ks) \right]^2 = \left| \begin{array}{l} V = \pi R^2 L \\ R/x_0 \to \infty \text{ бесконечная пластина} \end{array} \right| =$

$= 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^{\infty} dk \left(1 - e^{-kl}\right) \left[\int_0^{\infty} ds\, s\, m_2(s) J_0(ks) \right]^2$ Структура ф-ла

$W_m^{kis} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \int_0^{\infty} ds\, s\, w_d$; $\int ds\, s\, w_d = \int ds\, s \left[\cos\theta (1 - \Omega) - 1 \right]$, $\Omega(s,l) = \frac{1}{l} \int ds' s' \left[1 - \cos\theta'\right] \times \xi(s,s')$

$W_m^{Gus} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^{\infty} ds\, s\, m_2(s) \int_0^{\infty} ds' s' m_2(s') \int_0^{\infty} dk \left(1 - e^{-kl}\right) J_0(ks) J_0(ks') =$

$= 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^{\infty} ds\, s \int_0^{\infty} ds' s' m_2(s) m_2(s') \xi(s,s')$, $g(ss') = -4\pi \frac{R^2}{L x_0} \xi(s,s')$ – гео кернел R.

$W_m^{kis} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \int ds\, s \left[\cos\Theta_{(4)} - 1 - \cos\theta(s) \frac{1}{l} \int ds' s' \left\{ 1 - \cos\theta(s') \right\} \xi(ss') \right]$

Чтобы избежать $\int_0^{\infty} ds\, s \int_0^{\infty} ds' \left[1 - e^{-ss'}\right] J_0(qs) J_0(s'z) = \frac{1}{z}$ при $s' \to k$

$1(\delta) = \int_0^{\infty} ds\, s \int_0^{\infty} dk \left[1 - e^{-k}\right] J_0(ks) J_0(kz) = 1$; $\int_0^{\infty} ds' s' \xi(s,s') = \int ds' s' \int dk \left[1 - e^{-kl}\right] \times$

$\times J_0(ks) J_0(ks') = \left| kl = x, \; s/l = z, \; s'/l = z' \right| = l^2 \int dz' z' \frac{1}{l} \int dx \left[1 - e^{-x}\right] J_0(xz) J_0(xz') = l$

если это верно, то $W_m^{kis} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \left[-1 + \frac{1}{l} \cos\theta(s) \int ds' s' \cos\theta(s') \xi(s,s') \right] s\, ds$

$W_m^{kis} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int ds\, s \int ds' s' m_2(s) m_2(s') \xi(ss') - 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \int_0^{\infty} ds\, s$, т.е. с точностью до перенормировки ($x_0 \to \infty$, $m_2(s) \to 1$) получил W_m^{Gus} Совп. с W_m^{kis}.

Выполнено ли условие $\int_0^{\infty} ds\, s \int_0^{\infty} dk \left[1 - e^{-k}\right] J_0(ks) J_0(kz) = 1$?

$= \int dk \left[\cdot\right] J_0(kz) \frac{1}{k^2} \int_0^{\infty} dy\, y\, J_0(y) = \int dk \left[\cdot\right] J_0(kz) \frac{1}{k^2} \times J_1(x) \Big|_0^{\infty}$ – расходится.

$W_m^{kis} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int ds\, s \int ds' s' m_2(s) m_2(s') \xi(ss') + 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \left[\cos\theta(s) - 1 - \frac{1}{l} \cos\theta(s) \int ds' s' \xi(ss') \right] ds$

$W_m^{kis} = W_m^{Gus} - 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \int ds\, s \left[1 + \cos\theta(s) \left\{ \frac{1}{l} \int ds' s' \xi(ss') - 1 \right\} \right]$, если $\int \frac{ds'}{l} s' \xi(ss') \neq 1$

то W_m^{kis} отлич. от W_m^{Gus} зависит. от $m_2(s)$, т.е. больше дальнодействующее взаимодействие.

$\int_0^{\infty} ds' s' \xi(ss') = -\frac{1}{4\pi} \frac{Lx_0}{R^2} \int_0^{\infty} ds' s' g_{22}(s,s') = \left| \text{при } \beta \to 0 \right| = -\frac{1}{4\pi} \frac{Lx_0}{R^2} \int_0^{\infty} ds' s' \frac{1}{s} (4\pi) \delta(s - s') =$

$= \frac{Lx_0}{R^2}$ и не равен 1, если $\beta \to 0$, т.к. $\beta \frac{x_0}{R} = l (x_0/R)^2$, тогда

Чтобы $m_2(s) = \pm 1$, $\theta = 0, \pi$. $W_m^{kis} = 4\pi M_s^2 x_0^3 \int ds\, s \int ds' s' \xi(ss') - 4\pi M_s^2 x_0^3 l \left[1 \mp 1 \pm \frac{1}{l} \int ds' s' \xi \right]$

Чтобы $\cos\theta(s) = 1$ не вносило W_m^{kis} (плоская пластина) $= 0$, т.е. W_m^{kis} отлич. от $W_m (\cos\theta = 1)$

перенорм. исключ. ∞ числа, приводило, кажд. для $\int ds' s' \xi(s,s')$.

$h_2(s) = \int ds' s' g_{22}(ss') m_2(s')$, если $R \to \infty$, $\beta \to 0$, то $h_2(s) = \int_0^{\infty} ds' s' \frac{1}{s} \delta(s - s') m_2(s') \times (-4\pi)$

$h_2(s) = \int_0^{\infty} ds' \delta(s - s') (-4\pi) m_2(s) = \left| -4\pi m_2(s), \text{ если } s \neq 0, \text{ иначе } = -2\pi m_2(s). \right.$

$W_m^{kis} = W_m^{Gus} - 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \int ds\, s \left[1 - \cos\theta(s) \right]$ при $l/R \to 0$, это выполн. для ∞ пластины.

Итого $\Delta W_m^{Gus}(\theta) = W_m^{Gus}(\theta) - W_m^{Gus}(\theta = 0) = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^{\infty} ds\, s \int_0^{\infty} ds' s' \xi(s,s') \left[m_2(s) m_2(s') - 1 \right]$

$\Delta W_m^{kis} = W_m^{kis}(\theta) - W_m^{kis}(\theta = 0) = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 l \int ds\, s \left[m_2(s) - 1 - \frac{1}{l} \cos\theta(s) \int ds' s' \xi(ss') (1 - m_2(s')) \right]$

если $\int_0^{\infty} ds' s' \xi(ss') = l$, то $\Delta W_m^{kis}(\theta) = \Delta W_m^{Gus}(\theta) = 4\pi M_s^2 x_0^3 \int ds\, s \int ds' s' \xi(ss') \left[m_2(s) m_2(s') - 1 \right]$

Расч. $J(s) = \frac{1}{l} \int_0^{\infty} ds' s' \xi(s,s') = \frac{1}{l} \int_0^{\infty} ds' s' \int_0^{\infty} dk \left[1 - e^{-kl}\right] J_0(ks) J_0(ks') = \left| \begin{array}{l} l = L/x_0 \\ s = z/x_0 \end{array} \right| =$

$= \frac{1}{l} \int_0^{\infty} \frac{dz'}{x_0} \frac{z'}{x_0} \int_0^{\infty} \left[1 - e^{-\alpha k \beta}\right] J_0(xz) J_0(xz') x_0 dx = \frac{1}{l x_0} \int_0^{\infty} dx\, x \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} \left[1 - e^{-\beta k}\right] J_0(k \frac{z}{\beta}) J_0(k \frac{z'}{\beta}) =$

$= \left| z/R = s \right| = \frac{1}{LR} \int_0^{\infty} ds' s' R^2 \int_0^{\infty} dk \left[1 - e^{-\beta k}\right] J_0(ks) J_0(ks') = \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} ds' s' \int_0^{\infty} dk \left[1 - e^{-\beta k}\right] J_0(ks) J_0(ks')$

Escaneado con CamScanner

$R\to\infty$ $J(s)=\frac{1}{\ell}\int_0^{R/\chi_0} ds's'\,\zeta(s,s') = \frac{1}{\beta}\int_0^1 ds's'\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}]\,J_0(ks)\,J_0(ks') = -\frac{1}{4\pi}\int_0^1 ds's'\,g_{zz}(s,s')$

$\beta=L/R\to 0$ $h_z(s)=\int_0^1 ds's'\,g_{zz}(ss')\,m_z(s')$ при $m_z(s)=m_0 \Rightarrow h_z(s)=\int_0^1 ds's'\,g_{zz}(ss')\,m_0 =$

$=\int_0^1 ds's'\,(-4\pi)\frac{1}{s}\delta(s-s')\,m_0 = -4\pi m_0$, $h_z(s)=-4\pi m_0$ дает ось – намаг., $\beta\to 0$.

$\beta\to\infty$ $J(s)=\frac{1}{\ell}\int_0^{R/\chi_0} ds's'\,\zeta(s,s') = -\frac{1}{4\pi}\int_0^1 ds's'\,\frac{1}{s}\,\delta(s-s')\,(-4\pi) = \int_0^1 ds'\,\delta(s-s') = \begin{cases}1, & s\neq 0,1\\ 1/2, & s=0,1\end{cases}$

$s=1$ скоб $\to z=R\to\infty$, т.е. $s=0$ неинтересно, т.к. $\int_0^1 ds\,s\,J(s)$ дает

можно считать $J(s)=\frac{1}{\ell}\int_0^{R/\chi_0} ds's'\,\zeta(s,s')=1$ и $W_m^{Ta}=W_m^{Kis}$ совп. с ΔW_m^{Gus}

→ Недостаток метода Та-Кисёлев: из $W_m(\theta)$ вычисляется по углу, не забыть, от θ

Это результат нормировки W_m не на V (коммент $\frac{1}{V}W_m^{Kis}(\theta)$), а на $\chi_0^3\sim L_z^3$.

Но $\Delta W_m^{Kis}(\theta)=W_m^{Kis}(\theta)$ из Kiselev – J. Phys. D – разумнее вернуть при $R\to\infty$.

(5/II) С.л. в "Bankia": уменьшение и сроки кредита (4.25% год. Euribor+3% новым, но $\geq 3.5\%$)

Bank Inter.° предлагает Euribor + 2%. Extranjería: нашли appl. на 5 лет без Larjetas еще не рассм., рассм. подан. 4/XII 12г. С.л. в San Martín, ипотека и "Lidl".

Беседа с Julian: Innl. letter for Gleb, конф. Antalya – Dresden, Exc. 4. progress meeting

Письмо Шнай из Rectorat о продлен. конференц (?) с 31/12/2013, подготовить (Gleb+Vlad) и послать Work plan-Erasmus для Помелаев (Крым). Обсужд. с Exc. ST-dynamics, NL-vortex dyn. и new works on Skyrmions F/N/F dots.

Обсужд. с Gleb High-order TM paper, правка текста + Replies to Referees.

Обзор Intermag'2014 докладов и related papers.

(6/II) Gleb: "численно видно, что (n=1)-TM mode с ростом L, имеет разность фаз $\bar{X}(z=L,t)$ и $\bar{X}(z=0,t)$ на top/bottom surface не 180°, а 90°(!).

→ если так, то это важно для intensity (n=1) mode vs. L и теории вих. нагрев.

С.л. и Ю. в Interbank: уменьшение иностр. кредита. С.л. и Ю. в "La perla".

(7/II) Второй видит в "Santander". Ростех сдал % credit на 15 и 20 лет. Видит в Ижевске, беседа с двумя представителями Inmobiliaria и смотр 230 m² дома.

Asier дал Nota Simple на дом в Ижевске. Убедился K., Л., A. appl. на tarjetas Largo duración". Обсужд. NL-расчет $F_{ST}(s)$ и $G(s)$ с Exc., ей нравится

(8/II) недоволен темами "DW и M-dyn." для Magn. School в Benasque

(9-15/II) Поездка с Л. в Benasque, Aragon. Планы Feb. 11. Беседа с Sergio Vélez-Ellz из Barcelona и Luis López Díaz из Salamanca. Подписка с Fernando Bartolomé, CEMAG secr. и David Cabrera Carrasco (rob. на русском, IMDEA, Madrid, 1st year M/PhD Studen, biomag-particles) Karol Gdasinski (PhD student, IMDEA, non-RE permanent magnets).

Обсуждение papers Bogdanov 'JETP'89 и Makhfudz-Thernystyon 'PRL'12 по Skyrmions

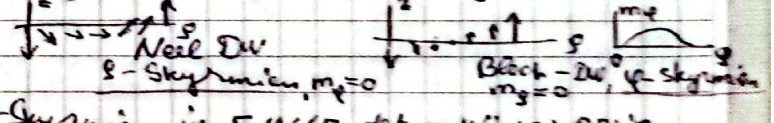
→ Bogdanov '89: доказали DMI и рассм. сосуществование Bubble domain (skyrmion) – расчет φ-skyrmion ($m_\varphi\neq 0, m_\rho=0$ Neel DW) stability, небольшой χ_{ea} намагничен. тонких эллипсоид, это оси-film (обменная энер H_{dem}) ⇒ небольшие не исследуем. H_n^{skyrm} и H_n^{spiral} – states. „Flower" reverse mode ($m_\varphi\neq 0$) и Neel DW – перемаг. дает H_z-reverse

Kiselev 'J. Ph. D '11 исправляет W_m, но дает φ-Skyrmion (curling reverse mode) и Bloch DW для bubble domain.

Видно, φ-Skyrmion нестабилен по энергии

φ-Skyrmion ($H_n^\varphi > H_n^\rho$ H_z нагрев $<+\infty$)

ρ-Skyrmion may be stable as double-Skyrmion in F/N/F dot – Wintz' PRL'13.



→ Makhfudz' PRL'12: возбуждение Winter-SW на границе φ-Skyrmion (bubble) т.к. Winter-magnons of Bloch DW. Две ветви $\omega_\pm(k)$ of SW, $k=m/r\to\omega_\pm(m)$ of CCW и CW Eigenmode SW. $\omega_\pm(m)$ анизотропно splitted azim. SW $\omega_{\pm m}$ vortex dyn. $\omega_+(m)=-\omega_-(-m)$. $\omega_+>0$, $\omega_-<0$. Eq. Thiele, Skyrmion mass M_V из simulations. Нет ссылки на Gus' PRL'08 $\Delta W_{\pm 1}$-split., Gus' PRB'10-M_V, Alex' PRB'11-Winter SW, Neel-Dist. экспонента W_m и видно небольшой расчет deformed DW energy.

→ Можно (Neel DW) мой расчет SW in Neel DW сделать для Bloch-DW $\odot^\otimes$ φ-Skyrmion с видом W_m и найти M_V analytically. NL spin-torque

(16/II) План: 1) доделать расчет 18-28/I face mag. energy W_m^{face} с учетом $C=C(s)$, $d_s(s)$ – дает correct $s_0(J)$ и $\omega_0(s)$ of NL-vortex STO; 2) Небольшой расчет $F_{ST}(s)$ – сравн. с Exc. Рассм. NL-$\vec{F}_{ST}(s)$ – см. 10/I. $J_c(s)=\int_{core} dz\hat{\rho}\,[F_c-F_0] = -\int_{core} d\theta\,\cos^2\theta\,\frac{\partial\Phi}{\partial s}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial s}=-\frac{i}{2}\frac{(1-|z|^2)}{(z-s)(\bar{s}z-1)}$.

$\cos^2\theta=\left[\frac{1-|s|^2}{1+|s|^2}\right]^2$, в $J(s)$, $J(s)$ 10-11/I была ошибка, т.к. $[\dots]^2$ не учитывали.

$f(z)=(z-s)f_1(z)=-i\left(\frac{C}{c}\right)\frac{1}{1+|s|^2}(z-s)(\bar{s}z-1)$.

$|\delta|^2 = \frac{1}{c^2}\frac{1}{(1+s\bar{s})^2}|z-s|^2|\bar{s}z-1|^2$, в сист. координат $z' = z - s$, $|\delta|^2 = \frac{1}{c^2(1+s\bar{s})^2}\rho'^2|\bar{s}z'+s\bar{s}-1|^2$

$z' \to z$ $|\delta|^2 = \frac{1}{c^2(1+s\bar{s})^2}\rho^2|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2 = F(\rho,\varphi)$, γ-V. core $|\delta|^2 = \frac{\rho_c^2}{c^2(1+s\bar{s})^2}|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2_{\rho_c} = 1$

$F(\rho,\varphi) = \frac{\rho^2}{\rho_c^2}\frac{|\bar{s}z+s\bar{s}-1|^2}{|\bar{s}z+s\bar{s}+1|^2_{\rho_c}}$, $x = \frac{\rho}{\rho_c}$, $F(x,\varphi) = x^2\frac{[1-2\varepsilon x\rho_c\cos\varphi+\rho_c^2x^2\varepsilon^2]}{[1+2\varepsilon\rho_c\cos\varphi+\rho_c^2\varepsilon^2]}$ если $Ox' \parallel \vec{s}$, $\varphi_s' = 0$.

$\gamma_c(s) = -\int_{\text{core}} d^2\vec{\rho}\cos^2\theta\frac{\partial\Phi}{\partial s} = -\int_{\text{core}} d\vec{s}'\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2\left(-\frac{i}{2}\right)\frac{[1-|z+s|^2]}{z(\bar{s}z+s\bar{s}-1)}$

$F_{ST}(s) = a\int_{\text{dot}} d^2\vec{s}'\sin^2\theta\frac{\partial\Phi}{\partial s} = a\int_{\text{dot}} d^2\vec{s}' F_0 + a\int_{\text{core}} d^2\vec{s}'[F_c - F_0] = -\frac{i}{2}\pi\bar{s}a + a\gamma_c(s)$. $\varepsilon = \frac{s}{(1-s\bar{s})}$, $\varepsilon = |\varepsilon|e^{i\varphi_s}$

$\gamma_c(s) = \frac{i}{2}\int_{\text{core}} d^2\vec{s}'\left(\frac{1+F}{1+F}\right)^2\frac{1}{z}\frac{[1-|z+s|^2]}{[\bar{s}z+s\bar{s}-1]}$, $z' = z - s$

$|\bar{s}z+\lambda|^2 = (\bar{s}z+\lambda)(s\bar{z}+\lambda) = |s|^2|z|^2 + \lambda(s\bar{z}+\bar{s}z) + \lambda^2 = |s|^2\rho^2 + (s\bar{s}-1)2|s|\rho\cos(\varphi-\varphi_s) +$
$+(s\bar{s}-1)^2 = (s\bar{s}-1)^2\left[\frac{|s|^2}{(s\bar{s}-1)^2}\rho^2 + 2\frac{|s|}{(s\bar{s}-1)}\rho\cos(\varphi-\varphi_s)+1\right] = (s\bar{s}-1)^2[1-2|\varepsilon|\rho\cos(\varphi-\varphi_s)+|\varepsilon|^2\rho^2]$

В системе нов. $x'0y'$, $\vec{s}' = (s_x, s_y) = (s_x', 0)$, $\varphi_s' = 0$ и $\int_{\text{core}} d^2\vec{s}'(\ldots)$ $\varphi_s' = 0$.

$z = \rho e^{i\varphi}$, $z' = e^{i\varphi'}\rho' = e^{i(\varphi-\varphi_s)}\rho = e^{-i\varphi_s}z$.

$F(x,\varphi') = x^2\frac{[1-2|\varepsilon|\rho\cos\varphi'+|\varepsilon|^2\rho^2]}{[1-2|\varepsilon|\rho_c\cos\varphi'+|\varepsilon|^2\rho_c^2]}$, $\rho_c = \rho_c(\varphi')$ – граница обл. φ', $x = \frac{\rho}{\rho_c}$.

$|\delta|^2 = \frac{1}{c^2}\frac{1}{(1+s\bar{s})^2}\rho^2[1-2|\varepsilon|\rho\cos(\varphi-\varphi_s)+|\varepsilon|^2\rho^2](1-s\bar{s})^2$ сист. обл. миним $\varphi = \varphi_s$ или $\varphi' = 0$

$|z+s|^2 = \rho^2+|s|^2+2\rho|s|\cos(\varphi-\varphi_s)$ – граница обл. миним $\varphi = \varphi_s$.

$z[\bar{s}z+s\bar{s}-1] = (1-s\bar{s})z\left[-1+\frac{\bar{s}}{(1-s\bar{s})}z\right] = (1-s\bar{s})z[\bar{\varepsilon}z-1] = (1-s\bar{s})\times$
$\times[\bar{\varepsilon}z^2-z] = (1-s\bar{s})[\bar{\varepsilon}\rho^2e^{i2\varphi} - e^{i\varphi}\rho] = (1-s\bar{s})\rho e^{i\varphi}[\rho|\varepsilon|e^{i(\varphi-\varphi_s)}-1]$

$\gamma_c(s) = \frac{i}{2}\int_{\text{core}} d^2\vec{\rho}\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-|z+s|^2]\frac{1}{(1+s\bar{s})}\frac{e^{-i\varphi}}{\rho}\frac{1}{[\rho|\varepsilon|e^{i(\varphi-\varphi_s)}-1]}$, $\varphi' = \varphi - \varphi_s$, $\rho_c = \rho_c(\cos\varphi')$.

$\gamma_c(s) = e^{-i\varphi_s}\frac{i}{2}\int_{\text{core}} d^2\vec{\rho}\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-|z+s|^2]\frac{e^{-i\varphi'}}{\rho}\frac{1}{[\rho|\varepsilon|e^{i\varphi'}-1]}\frac{1}{(1-s\bar{s})}$

$\int_{\text{core}} d^2\vec{s}_{(1)} = \int_0^{2\pi} d\varphi'\int_0^{\rho_c(\varphi')} d\rho\,\rho\,(\cdot)$ – V. core – граница по φ' – обл. после преобр. $x'0y'$.

В $\gamma_c(s)$ сист. функ. только граница по φ' часть $\frac{e^{-i\varphi'}}{[\rho|\varepsilon|e^{i\varphi'}-1]}$.

$\frac{\partial\Phi}{\partial s} = -\frac{i}{2}\frac{[1-|z|^2]}{(z-s)(\bar{s}z+1)} = \frac{i}{2}\left[\frac{1}{(z-s)}+\frac{\bar{z}}{(s\bar{z}-1)}\right] \to \frac{\partial\Phi}{\partial s} = \frac{i}{2}\left[\frac{1}{z}+\frac{\bar{z}+\bar{s}}{(\bar{s}z+s\bar{s}-1)}\right]$

$\to \frac{\partial\Phi}{\partial s} = -\frac{i}{2}\frac{[1-|z+s|^2]}{z(\bar{s}z+s\bar{s}-1)}$ В $x'0y'$ центр. при $z = s$. $\frac{e^{-i\varphi}}{1-\rho|\varepsilon|e^{i\varphi}} = e^{-i\varphi}\sum_{n=0}^{\infty}\rho^n|\varepsilon|^n e^{in\varphi}$ – сходится. $(\cos)^n$ рег.

$\gamma_c(s) = e^{-i\varphi_s}\frac{i}{2}\frac{1}{(1-s\bar{s})}\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^{\rho_c(\varphi)} d\rho\,\rho\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-|z+s|^2]\frac{1}{\rho}\frac{e^{-i\varphi}}{[\rho|\varepsilon|e^{i\varphi}-1]}$

$\gamma_c(s) = -e^{-i\varphi_s}\frac{i}{2}\frac{1}{(1-s\bar{s})}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\rho_c(\varphi)\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-|z+s|^2]\frac{e^{-i\varphi}}{[1-x\rho_c|\varepsilon|e^{i\varphi}]}$

$\gamma_c(s) = -\frac{i}{2}\frac{e^{-i\varphi_s}}{(1-s\bar{s})}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\rho_c(\varphi)\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-\rho_c'^2x^2-|s|^2-2\rho_c x|s|\cos\varphi]\frac{e^{-i\varphi}}{[1-x\rho_c|\varepsilon|e^{i\varphi}]}$

$\gamma_c(s) = -\frac{i}{2}\frac{e^{-i\varphi_s}}{(1-s\bar{s})}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\rho_c(\varphi)\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-\rho_c^2x^2-|s|^2-2\rho_c x|s|\cos\varphi]\times$
$\times\left[\sum_{n=0}^{\infty}x^n\rho_c^n|\varepsilon|^n\cdot\cos(n-1)\varphi\right]$

$\rho_c(\varphi) = c\mathfrak{z}_0\left[1+c\varepsilon\cos\varphi+\frac{1}{2}c^2\varepsilon^2\{(4\mathfrak{z}_0+1)\cos^2\varphi-\mathfrak{z}_0^2\}\right]+\ldots+O(c^3\varepsilon^3)$, $\mathfrak{z}_0 = \frac{1+s^2}{1-s^2}$.

Если $c\varepsilon \approx \rho_c s \to 0$ – центр близко, то $\gamma_c(s)\to 0$.

$\gamma_c(s) = -\frac{i}{2}\frac{e^{-i\varphi_s}}{(1-s\bar{s})}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\rho_c(\varphi)\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-s\bar{s}-2\rho_c|s|x\cos\varphi]\left[\cos\varphi+\sum_{n=1}x^n\rho_c^n|\varepsilon|^n\cos(n-1)\varphi\right]$

$\gamma_c(s) = -\frac{i}{2}e^{-i\varphi_s}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\rho_c(\varphi)\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[1-2\rho_c|\varepsilon|x\cos\varphi]\left[\cos\varphi+\sum_{n=1}x^n\rho_c^n|\varepsilon|^n\cos(n-1)\varphi\right]$

Разл. по $\rho_c|\varepsilon|$: $\gamma_c(s) = -\frac{i}{2}e^{-i\varphi_s}\int_0^{2\pi} d\varphi\,c\mathfrak{z}_0(1+c\varepsilon\cos\varphi)\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[\cos\varphi-x\rho_c|\varepsilon|\cos2\varphi+\ldots] =$

$= -\frac{i}{2}e^{-i\varphi_s}c\mathfrak{z}_0\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2[\cos\varphi+c|\varepsilon|\cos^2\varphi-x\rho_c|\varepsilon|\cos2\varphi+\ldots] =$

$= -\frac{i}{2}e^{-i\varphi_s}c\mathfrak{z}_0\left[\int_0^{2\pi} d\varphi\cos\varphi\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2+c|\varepsilon|\pi\int_0^1 dx\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2_{\varepsilon=0}\right]$, $\left(\frac{1-F}{1+F}\right)^2 = \left(\frac{1-F_0}{1+F_0}\right)^2 - 4\frac{(1-F_0)}{(1+F_0)^3}\delta F$

$F = F_0 + \delta F$, $F_0 = x^2$, $\delta F = 2x^2(1-x)|s|c\cos\varphi = 2x^2(1-x)|\varepsilon|\vartheta_c\cos\varphi$ NL ST-force

$$\gamma_c(s) = -\frac{i}{2}e^{-i\varphi_s}c\xi_0\left[\int_0^{2\pi}d\varphi\cos\varphi\int_0^1 dx\left\{(\cdot)_{s=0} - \frac{4(1-F_0)}{(1+F_0)^3}2x^2(1-x)|\varepsilon|\vartheta_c\cos\varphi\right\} + \pi c|\varepsilon|\int_0^1 dx(\cdot)_{s=0}\right]$$

$$= -\frac{i}{2}e^{i\varphi_s}c\xi_0\left[-8|s|c\pi\int_0^1 dx\frac{(1-x^2)}{(1+x^2)^3}x^2(1-x) + \pi c|s|\int_0^1 dx\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2\right] \sim \bar{s}c.$$

$$\gamma_c(s) = -\frac{i}{2}\bar{s}c^2\xi_0\pi\left[\int_0^1 dx\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2 - 8\int_0^1 dx\frac{(1-x^2)}{(1+x^2)^3}x^2(1-x)\right] = -\frac{i}{2}\bar{s}\pi c^2\xi_0\lambda$$

$$\frac{1}{a}F_{ST}(s) = -\frac{i}{2}\pi\bar{s} + \gamma_c(s) = -\frac{i}{2}\pi\bar{s}\left[1 + c^2\xi_0\lambda\right], \quad \xi_0 = \frac{1+s^2}{1-s^2} \approx 1, \ \lambda \text{ порядка } 1.$$

$$\left(F_{ST}(s) = -\frac{i}{2}\pi a\bar{s}\left[1 + \lambda\xi_0 c^2 + O(|s|c^3)\right]\right), \quad \xi_0 c^2 \hat{=} c2(1+2|s|^2+\dots)$$

NL-Spin-torque force corrected.

(17/II) С Л. и Ю. в „Santander": подали appl. на кредит – 250 k€ на 20 лет. Собран docs для ME-tarjetas applications – К., Л., А. Старец. Научные papers и NL-ST $s(x)$ – vortex/SD trajectories с Окс. Занятия Math. с Антоном.

(18/II) Работа над Мелков-$\chi(\omega)$ paper для New J. Phys (уже revisions by Славин). Послан $\chi(\omega)$-paper draft с new Figs. by Глеб to Мелков, Славин, Сапожко, К., Л., А. подали на tarjetas Largo-duration. Анализ Отелов aqua/basura – Susana. Занятия с приглашен. Factores. Это приводит к 15% интерес. / lett. to Arantxa.

→ Сделано до поездки в Madrid 23 Feb.: 1) подготовить Engl. version MEC-grants отелов + NSF-MEC (deadline Feb. 28) и MEC-Portugal (deadline March 1) и послать to Arantxa на перевод; 2) сдать Венедикт отчет to Patxi; ~~3) Abs. to Vienna~~ 4) приведение за PRL-SD Славин и Sci. Rep. – Adekunle; 5) проверить NL-STO coefficients; 6) изучить docs по покупке дома in Spain (ипотека, налоги, кредит etc.) 7) фото expense-report (до 20 Feb.) Portugal-grant и Запад Art.grant – Informe final form

Звонил Глеб: доложил, что он имеет draft vortex-high TM paper to PRL/APL по интенсивности TM modes $n=0,1,2$. Измерил signal. фаз $\vec{X}(t)$ на top/bottom surface of the разность фаз $\vec{X}(0,t)$ и $\vec{X}(L,t)$ не равна 0° 90° или 180°, а сильно зависит от L. Составили с Славой. Abstract на EMSA-2014, Vienna, $\chi(\omega)$-Мелков measurements. См. с Л. события в Киеве. Границ. Болина. / Подали appl. tarjetas Largo-duration.

(19/II) А. дома болел с 13/II, помог в школу 19/II. Director ник. (John) не звонил о встрече/возврате с ним и Carmen. Звонил отдел Trip-Benasque. Phm. отчет по Portugal grant за 2013. Л. заплатила **160** € credit card за газ.

(20/II) Отдал Венедикт отчет Patxi на email. С Л. и Ю. в Lintorium „Carrefour" и тех. осмотр, смену масла/фильтров машины в „Carso Cars" (120 €). Принтов. фин. отчета гранта NSF-MEC PLB2010US. послал отчет в резерв

(21/II) Заполнил и отослал фин. отчет PIB-project. Принтов. techn. final report PIB-project. Банк „Santander" уточ. кредит, но кредитн. (через Ю.) кредит или на 25 лет или 230 k€. Позвонить Asier (Tobosa Immob.) и сообщ. 1) кредит дадут, но фин. рем. в теч. 27/II; 2) meeting с ним в 2-х; 3) подг. draft of Compra-Venta contract; 4) способ оплаты deposit 25 k€?; 5) что хозяин банка? обещал. NL-$F_{ST}(s)$ с Окс. (у нее есть S^2-тип в F_{ST}), проверить тип. / аналитически. Замена химии с Ант.

(22/II) Закончил draft PIB techn. report и послал to Arantxa'e на перевод. Сов. в Киеве. отставка Ющенко, освобожд. Тимошенко.

(23-26/II) поездка с Л. на машине в Мадрид. Звонили в ИАМ Сундукову Фархаду. общение с Фархадом Sav и triangular dots (edge) как vortex вне Δ-dot. $M_0(\vec{s})$ изв., можно найти $H_d(\vec{s})$ и ~~...~~ potent. wells вдоль краев dot, где распространяется SW. 24-26/II дома, к Окс и. не заходил. Послал в ИАМ реферат – Гали и отчет. напр. в Madrid.

(27/II) Отчет сдал за Dec.13 – Jan.14 – 200.10 €. Meeting с Asier „Santander": сказал, что credit 250 k€/25 лет и 230 k€/20 л. менее не дост. хочу 240 k€/20 лет. Вопрос в Inmobiliaria (Asier) в Tolosa. Asier дал draft контракта Compra/Venta удостов. продавца – директора „Olisga cursos S.L." и дом в Вердехос/центре – еще надо отчет. Отдал отчет. Звонил отчет. по фин. отчета MEC-NSF Project. – deposit. Подпис. науч. и фин. отчета MEC-NSF Project.

(28/II) Total MEC-NSF Project use и Miguel-UPV/EHU не сходится ~ на 500 €. Выбрал вариант Miguel и submitted отчет on-line to MEC-site. Заполнил (Окс и Arantxa перевод) techn. report по PRL-Portugal grant и submitted online.

1-2/III Тысл. расчет $Q(s) \sim G(s)$ в Method: при численных. $\Theta(1-|S(\omega)|)$ Отметил $Q(s)$ много. При $s=0$ $Q(0) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\left(\frac{3}{2} - 2\ln 2\right) < \frac{1}{2}$. $\left(\frac{3}{2} - 2\ln 2\right) = 0{,}1137$.
Edited Mellow $f(\omega)$ - paper и послал со автограф, improve Figs.

2/III Расчет $Q(s)$. Фин. в Leo Madrid give Patxi + letter to Elsa, UAM (Town).
E-mails to Krawczyk (RISE friend from work), Fernando Bartolome (Benasque обсужд. $\chi(\omega)$ - paper на skype с Хакеден (Google. Figs) и Мелков (write-up = gen. notes)
Проверка вывода $Q(s)$. Inquiry $W_{11}(L)$ - phases $\chi(2)$ paper от Гюста.

3/III Вышел в „Santander": собрал на 230 k€ / 20 лет hipoteca и ноябрь имам одним. напомнить, что банк не дало. Послать tasador to Izura (300-600 €)
Ошибка в N° - fijo в конфликте „Compra-Venta", нужно было менять дарственную
Шлёзга courses S.L.". Крайним срок имеет RISE + M. Gothic grant.

4/III Послал мейл (ответил to Elsa (UAM). Сделал Patxi Expenses report - Madrid.
Нужно оповещ в с.г. MEC-grant. Вис disponible (Patxi звонил to Ana Martinez)
Вышел в bank Inter": hipoteca 230 k€/20 лет total interest 63,6 € + 1,5% 230 k€ ≈
200 € in total % „Santander" = 64 k€ (+ Santander дает hogar-insur 170 free) ≈ 87 k€,
Сформировал от нескольких резерв: 1) Inter". 2300 € на 5 лет, и остаток 1.400 + 6 мес или
4.200 € вложил сначала 1.400 € + 12 мес., 2) в „Santander" - 5.000/year платить
и в сред. случае банк за года платит вторую hipoteca.
„Santander" Ainhoa: gestor - draft hipoteca присылает в среду вечером,
исправил tasador в Izura (вчера вечер). В случае неудачи hipoteca 1,3 мес.
Забрал дом, высчитывает что нужно и по платить регистр (Oct. hipoteca) - new house plus
Julian вернул 200 € долга (из 1000 €) на имя сост. „Santander".

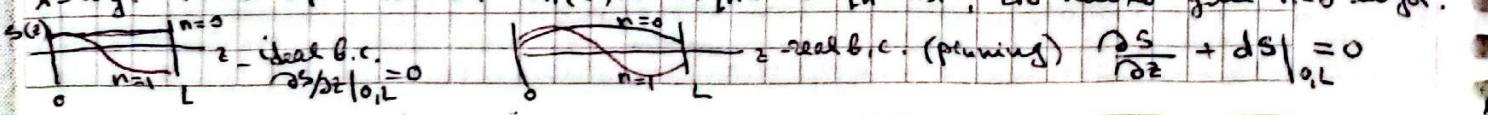
5/III Вышел в Bankia": взял с Л. тех на 25.000 € (отобрано на сумма со скоса)
Запросил „Juan Marco дал hipoteca в „Bankia". Bank „Inter": отдали
Copies tarjetas de resid. Tax 2012, 3/пл. Сообщил - Maria обещала прислать
усилие hipoteca 230 k€/20 лет. // Глеб прислал Figs. $\chi(\omega)$ - Мелков paper:
Замечан. New J. Phys. form не subm. Беседа с Julian о Гюсте Окл., ее
tarjeta res. (сделал PhD matriculacion) и J m. - post-doc UAM/EHU. New rules
6/III Написал Cover Lett / Вопросы / interest $\chi(\omega)$ - Мелков и subm. it to New J. Phys. Замечен.
Глеб прислал Simul. $\vec{X}(z,t)$ - phases TM give thick defs, $\Delta\varphi(0,L) \neq 0, \frac{\pi}{2}, \pi$,
Asier (Obra Inmob.) посоветовал что говорит ему платит продавец дома.
Наши расходы: 4% ITP + 1,0 + 1,5% Notary + reg. fee (подать).
Нужно дог-ть по предмету недвижимости in Spain и прислать Contrato
Compraventa (прил. DNI Jose Miguel, р.о предст. сроки - 30 May, Notary).
Взял receipt на тех и оставил себе копию тех.

7/III Поездка в Toledo: подписали Contrato Compraventa + deadline
May 31 2014, уплатил остаток 6.000 € непосредственно to Inmobiliaria
от vendor - Jose Miguel. DNI Jose (род 16.05.65?) оказалось просрочено,
Expired in 2010 — нужно и показан Passport. Отдал тех 25 k€ to Jose -
-vendor de Casa en Izura.
С Л. и Ю. в „La Perla". обед. Обсуждение с Глеб $\vec{X}(z,t)$ - High-order TM
разложил pay eigenmodes при $z=0,L$. $\Delta\varphi_n \neq 0, \pi$ и сильно зависит
от L, R. $\Delta\varphi_0 = 0$ для $L/R \to 0$, $\Delta\varphi_1 \approx 90°$ (а не 180°). $h_x(1) = h_0$ const
driving field с $\omega = \omega_n$, $n = 0, 1, 2 \ldots$ - номер TM моды.

8/III С Л. в downtown, Casa, Lidl. Отдал долг. Финансовый с А.

9/III Расчет $n=0$ TM mode thick def для Глеба. Priming $\frac{\partial S}{\partial z} + dS = 0 \Big|_{z=0,L}$
финансовый с А.

10/III Переписка с Elsa (UAM) и Fernando (Benasque, CENIM) по финансовым travels.
Обсужд. с Глеб new paper по $\Delta\varphi_n|_{z=0,L}$ thick defs - TM. Написал to APX, что нормировка $n=1$
Вышел рано в condition $\frac{\partial \vec{S}}{\partial z} + d\vec{S}\Big|_{z=0,L} = 0$, $\vec{S} = \vec{X}(z,t)/R$. High-order TM
$S_d(z)$, $d=x,z$ удобн. $\lambda S(z) = -\gamma \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + (\cdot)\int_0^L dz' \alpha(zz') S(z')$ - интегро-диф. ур.
$\alpha(zz') = (\cdot)\beta \int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} I^2(k)$ имеет имя при $z=z'$, оно острое, тем больше β.
$\lambda = \omega g$. Ранее был exch. СФ $S_n(z) \sim \cos q_n z$ с $q_n = n\pi$, что плохо для $n=0$ моды.



Escaneado con CamScanner

Расчет ($n=0$) TM. Уравнение $s_0(z) = \cos p(z - 1/2)$, когда решение $\Delta = -p \operatorname{tg} p/2 = \Delta(p)$

$\Delta(0) = 0$ - но решение у uniform TM, это нулевая $\omega/k \to 0$.

$\Delta\varphi_0 = \varphi(z=1) - \varphi(z=0)$. Trial φ $s_0(z) = \cos p(z - \frac{1}{2})$ дает $z=0$, $\cos(-\frac{p}{2})$; $z=L$, $\cos\frac{p}{2}$.

Тогда $\Delta\varphi_0 = p/2 - (-p/2) = p$. p - имеет смысл фаз. Вектора Π 02.

Ищем p, такие, что $\cos p(z - \frac{1}{2})$ близка к the best eigenfunction of equation

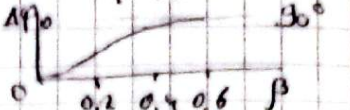
$\lambda s_0(z) = \int dz' x(zz') s_0(z')$. См. Mathcad file. $s_1(z) = \int dz' x(zz') s(z)$, $\psi = \frac{s_1(z)}{s(z)}$

$\psi = \psi(z, p)$. Условие $\psi(0, p) = \psi(\frac{1}{2}, p)$ - нахождение $\psi(z)$ как функции p - optimal value of p.

Пусть $\beta = 60\text{нм}/150\text{нм} = 0.4$ $p_m = 0.1236 \cdot 10 \approx 1.236$

Change β - change p_m, т.е. $p_m(p) \leftrightarrow \Delta\varphi_0(\beta) = p_m(\beta)$

$\Delta\varphi_0(p)$ растет от 0 до $\approx 90°$ при росте β.



Это после магнитостатики p_m у нас оказывается уменьшенным $p_m(\beta)$.

Ур-е на $s(z)$: $\lambda s(z) = -\gamma \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} + \nu \int dz' x(zz') s(z')$ - ур-е Эйлера-Лагранжа.

Можно ли его получить как условие экстремальности функционала $F(s, \partial s/\partial z)$?

$F[y(x)] = \int_a^b dx \left[P(y')^2 - qy^2 \right]$, $\delta F = 0$ при условии $\int_a^b dx\, g(x) y^2 = 1$ нормировка

(2й вариант)

или $\min F[y] = \frac{\int_a^b dx [P(y')^2 - qy^2]}{\int_a^b dx\, g y^2}$ даст ур-е Штурма-Лиувилля. $\frac{d}{dx}(py') + qy + \lambda g y = 0$

с гр. усл. $py y' \big|_a^b = 0$

$F[y] = \int dx\, f(y, y') \to \min F[y]$ ур $\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial y'} - \frac{\partial f}{\partial y} = 0$. Если есть доп. условие

Лагранжиан $F_\lambda[y] = F[y] + \lambda \int dx\, g y^2$, $\frac{\delta F}{\delta y} + 2\lambda g y = 0$, $\frac{\partial}{\partial x}(py') + qy + \lambda g y = 0$. $\int dx\, g y^2 = 1$, то

$F[s, s'] = \int dz \left[\frac{\gamma}{2}(s')^2 + \frac{\nu}{2} s(z) \int dz' x(zz') s(z') \right]$, то $\delta F = 0$ при условии $\int dz\, s^2(z) = 1$

$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial f}{\partial s'}\right) - \frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\delta F}{\delta s}$, $F_\lambda = F + \frac{\lambda}{2}\int dz\, s^2(z)$, $\frac{\delta F_\lambda}{\delta s} = \frac{\delta F}{\delta s} + \lambda s = 0$

$\frac{\partial}{\partial z}(\gamma s') - \frac{\nu}{2} 2 \int dz' x(zz') s(z') + \lambda s(z) = 0$, $\lambda s(z) = -\gamma \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} + \nu \int dz' x(zz') s(z')$

$\lambda = \omega^2 g$ ~ ω (eigenfrequency). $F[s, s'] = \frac{1}{\int dz\, s^2(z)} \int dz \left[\frac{\gamma}{2}(s')^2 + \frac{\nu}{2} \int dz' x(zz') s(z) s(z') \right]$

$W_m[\vec{s}] = \frac{1}{2} R^2 L \int dz\, dz' x(zz') s^2(z) s^2(z')$, $W_{ex}[\vec{s}] = \frac{1}{2} R^2 L \int dz \left[\gamma \left(\frac{\partial \vec{s}}{\partial z}\right)^2 - \mu \vec{s}^2 \right]$

$W = W_m + W_{ex} = R^2 L \int dz\, w$ и γD $\dot{g}\dot{\vec{s}} = -\frac{\partial w}{\partial \vec{s}} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial w}{\partial(\partial \vec{s}/\partial z)}\right)$, $\nu = 1$ тогда.

$W = \frac{1}{2} R^2 L \int dz \left[\gamma \left(\frac{\partial \vec{s}}{\partial z}\right)^2 - \mu \vec{s}^2 + \int dz' x(zz') \vec{s}(z) \vec{s}(z') \right]$, $w = \frac{1}{2}\gamma\left(\frac{\partial \vec{s}}{\partial z}\right)^2 - \frac{\mu}{2}\vec{s}^2 + \frac{1}{2}\int dz' x(zz') \vec{s}(z) \vec{s}(z')$

$\lambda \vec{s}(z) = -\gamma \frac{\partial^2 \vec{s}}{\partial z^2} - \mu \vec{s} + \int dz' x(zz') \vec{s}(z')$, $x(zz') = 8\pi^2 M_s^2 b \int dk\, e^{-bk|z-z'|} I^2(k) > 0$

$I(k) = \int_0^1 d\varrho\, \varrho J_1(k\varrho)$.

$F[\vec{s}, \vec{s}'] = \frac{1}{\int dz\, \vec{s}^2(z)} \int dz \left[\frac{\gamma}{2}\left(\frac{\partial \vec{s}}{\partial z}\right)^2 - \frac{\mu}{2}\vec{s}^2 + \frac{1}{2}\int dz' x(zz') \vec{s}(z) \vec{s}(z') \right]$, $\delta F = 0$ и

Такой же фун $F[s_x, s_x'] = F[s, s']$ для каждой компоненты $\vec{s}$: s_α, $\alpha = x, y$.

$F[\vec{s}, \vec{s}'] = \frac{1}{R^2 L} \frac{W}{\int dz\, \vec{s}^2(z)} \sim W$. Если trial φ $s_0(z) = \cos p(z - 1/2)$,

то $F[s_0, s_0'] = F(p)$ и можно искать min $F(p)$ по p. Это даст $p_m(\beta, R, L)$,

т.к. extr. energy включена (через γ, μ). И в min F не участвует $F = F' - \frac{\mu}{2}$.

$\frac{\partial s_0}{\partial z} = -p \sin p(z - 1/2)$, $\int dz (s_0')^2 = p^2 \int dz \sin^2 p(z - \frac{1}{2}) = p^2 \int dz \frac{1}{2}\left[1 - \cos p 2(z - 1/2)\right] =$

$= \frac{p^2}{2}\left[1 - \frac{1}{2p} \sin 2p(z - 1/2)\Big|_0^1\right] = \frac{1}{2} p^2 \left[1 - \frac{1}{p}\sin p\right]$, $\int dz (s_0)^2 = \int_0^1 dz \cos^2 p(z - \frac{1}{2}) =$

$= \frac{1}{2}\int dz \left[1 + \cos 2p(z - 1/2)\right] = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{p}\sin p\right]$

$F[s, s'] = \frac{1}{\int dz\, s^2(z)} \int dz \left[\frac{\gamma}{2}(s')^2 + \frac{1}{2}\int dz' x(zz') s(z) s(z') \right]$ $\int_0^1 dz\, dz' x(zz') \cos p(z - \frac{1}{2}) \cos p(z' - \frac{1}{2})$

min $F(p)$ даст $p_m(\beta, \gamma)$, $\gamma = \pi M_s^2 (l_e/L)^2 \left[\ln(R/R_c) + 5/4\right]$. Вернемся опять.

$F[s, s'] = F_{ex} + F_m = \frac{\gamma}{2} p^2 \frac{(1 - \sin p/p)}{(1 + \sin p/p)} + \frac{1}{2}\frac{1}{\int dz\, s_0^2(z)} \int dz\, dz' x(zz') s_0(z) s_0(z')$

Т.к. $F_{ex}(p) > 0$ и растет с p, то учет magnetostatic p_m уменьшает ω-ду уровн $s_0(z)$ сильно, min λ, min ω и вар. усложняет ω_0 - с точн. ε^2, если $s_0(z)$ с точн. $\sim \varepsilon$.

Escaneado con CamScanner

Для d = - [illegible] вып. по [illegible] даст $h=0$ ТМ-моды. Линей СФ $S_0(t) = \cos P(t-\frac{1}{2})$.

Для h_n ТМ-моды $S_n(t) = \cos(q_n t)$, с $q_n = n\pi$.

СФ $S_1(t)$ не может быть четной, т.к. $\int_0^1 S_1(t) = 0$ и $I_1 = 0$.

Т.к. $\cos\pi t = \cos\pi(1-t)$ и $\sin\pi t = -\sin\pi(1-t)$ для всех времен.

Ищем $S_n(t) = a\cos qt + b\sin qt$, $\frac{dS}{dz} + ds\big|_{z=L} = 0$

$t=0$: $bq + da = 0$, $t=1$: $q = n\pi$ или $d=0$, т.е. надо $q_n = n\pi$.

$S_n(0) = a_n$, $S_n(t) = a_n\cos q_n + b_n \sin q_n = \sqrt{a_n^2+b_n^2}\cos(q_n - \varphi_n)$

$\cos\varphi_n = \frac{a_n}{\sqrt{}}$, $\varphi_n = \operatorname{arctg}\frac{b_n}{a_n} = \operatorname{arctg}(-d/q_n)$, $\Delta\varphi_n = \varphi[S_n(0)] - \varphi[S_n(1)] =$

$= 0 - (q_n - \varphi_n) \to = q_n - \varphi_n$, $\Delta\varphi_n = n\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{d}{n\pi}\right)$. В пределе

для $t=1$ надо $\Delta\varphi_1 = \pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{d}{\pi}\right)$. Поскольку $\Delta\varphi_1 < 3\pi/2$, т.е. надо $|d| \gg \pi$ и $d<0$.

(III) Ищу СФ $S_0(t) = \cos P(t-1/2)$ и меру расчета ρ из $\min F[S, S_0] = F(\rho)$ правдоподобия. Но $\Delta\varphi_0 = \rho$ — расчет. раз $S(t=0,t)$ и $S(t=1,t)$. — совпало.

(II) $\operatorname{Arg}[\cos P(t-1/2)] = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$, $\cos P(t) > 0$, $\cos P(t) < 0$ и $\Delta\varphi_0 = \Phi(1) - \Phi(0) = 0$ или такой расчет.

$\tilde{S}(t,t) \to S = S_x + iS_y$, $S(t,t) = S_0(t)e^{i\omega t} + |S_0|e^{i\varphi(t)}e^{i\omega t}$

Можно $\Delta\Phi_n(L,R) = \Phi_n(L) - \Phi_n(0)$ и найдено в [illegible] (I). симуляциях даже n-моды. Можно было. Или $h_{xx}(t) = h_0\cos\omega t$ и damping и посмотреть $\Phi_n(t)$ и $\varphi_n(t) = \operatorname{arctg}\left[\frac{S_y(t,t)}{S_x(t,t)}\right]$? $S = S_x + iS_y$.

→ Теор. линейн. отклик, между каким аналогом $\vec{m} = \vec{m}e^{i\omega t}$, $\vec{h} = \vec{h}e^{i\omega t}$ $\vec{m}_\omega = \operatorname{Re}(\vec{m})$

т.е. $\vec{m} = \vec{m}(\omega)$ — комплекс. $\vec{h} = \vec{h}(\omega)$ — комплексное. $\vec{m}(\omega) = \hat{\chi}(\omega)\vec{h}(\omega)$. $\vec{h}_\omega = \operatorname{Re}(\vec{h})$

Профили ф-ий моды $\vec{m}_\nu(\vec{r})$. $\vec{m}(\vec{r}) = \sum_\nu C_\nu \vec{m}_\nu(\vec{r})$, $\vec{m}(\vec{r},t) = \sum_\nu C_\nu(t)\vec{m}_\nu(\vec{r})$ —

$\vec{m}(\vec{r},\omega) = \sum_\nu C_\nu(\omega)\vec{m}_\nu(\vec{r})$, где $C_\nu(\omega) = C\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_\nu'^2 + 2i\omega_\nu''\omega_\nu}\int d^3\vec{r}\,\vec{h}(\vec{r})\cdot\vec{m}_\nu^*(\vec{r})$ — разл. по СФ

— т.к. сис-ма была однор. в равн. состоянии $\vec{M}_0 = \text{const}$.

С — задается ортонормировкой СФ $\vec{m}_\nu(\vec{r})$, $\omega_\nu = \omega_\nu' + i\omega_\nu''$ — собственные.

при резонансе ν-моды $\omega = \omega_\nu'$, $C_\nu(\omega_\nu') = C\frac{1}{2i}\frac{\omega_\nu'}{\omega_\nu''}\int dV\,\vec{h}(\vec{r})\cdot\vec{m}_\nu^*(\vec{r})$

Измеряемая при резонансе ν-резонанса $I_\nu \sim |C_\nu(\omega_\nu')|^2 \sim \left(\frac{\omega_\nu'}{\omega_\nu''}\right)^2\left|\int dV\,\vec{h}(\vec{r})\cdot\vec{m}_\nu^*(\vec{r})\right|^2$

Если $\vec{M}_0$ — неоднородна, то коэф. пропорциональности коэф. моды $\vec{m}_\nu(\vec{r})$ различны.

Гилс PRL'08: $\frac{\partial\vec{M}}{M_s}(\vec{r},t) = \vec{\mu}(\vec{r}) + \vec{m}(\vec{r},t)e^{i\omega t}$, $\vec{m}(\vec{r}) = \sum_\nu C_\nu\vec{m}_\nu(\vec{r})$

$\vec{\mu} = \vec{M}_0/M_s$

LLG: $-i\omega\vec{m} = \vec{\mu}\times\hat{L}\times\vec{m}$, $\times$ - скалярное. $\hat{L}\times\vec{m} = \gamma\left(\vec{H}_{eff}[\vec{\mu}]\cdot\vec{\mu}\right)\vec{m} - \gamma\vec{H}_{eff}(\vec{m})$

$\vec{H}_{eff}(\vec{m}) = \vec{H} + d\nabla^2\vec{m}\cdot M_s + \vec{H}_d[\vec{m}]$. $\vec{m}_\nu(\vec{r})$ — СФ of LLG, $\in \mathbb{R} - \omega_\nu$.

$-i\omega_\nu\vec{m}_\nu = \vec{\mu}\times\hat{L}\times\vec{m}_\nu$. $\hat{L} \equiv (\text{def}) \equiv \hat{\Omega}$, т.к. $\hat{L} = \hat{\Omega}$ имеет размерность частоты.

$-i\omega_\nu\vec{m}_\nu = \vec{\mu}\times\hat{\Omega}\times\vec{m}_\nu$. $\hat{\Omega}\times\vec{m} = \gamma\vec{m}\left[\vec{H}_0 - 4\pi M_s\hat{G}\times\vec{\mu}\right]\cdot\vec{\mu} + 4\pi\gamma M_s\hat{G}\times\vec{m}$

Nature PRB 2011: $\vec{H}_{eff} = \vec{H}_0 - 4\pi M_s\hat{G}\times\vec{\mu}$.

$\hat{L}\times\vec{m} = \gamma\vec{m}\left[\vec{H} + \underbrace{4\pi M_s}_{[\vec{\mu}]}\nabla^2\vec{\mu} + \vec{H}_d[\vec{\mu}]\right]\cdot\vec{\mu} - \gamma\left[\vec{H}\times\vec{m} + dM_s\nabla^2\vec{m} + \vec{H}_d[\vec{m}]\right]$

Т.о. $4\pi\gamma M_s\hat{G}\times\vec{m} = -\gamma\left[dM_s\nabla^2\vec{m} + \vec{H}_d[\vec{m}]\right]$, только Гилс PRL'08 и Nature PRB'11 совпадают, с уравнением $\vec{H}_0 = 0$ (было в Гилс PRL'08).

$\frac{1}{V}\int d^3\vec{r}\,\vec{m}_\nu^*\cdot(\vec{\mu}\times\vec{m}_{\nu'}) = \langle\vec{m}_\nu^*\cdot(\vec{\mu}\times\vec{m}_{\nu'})\rangle = -iN_\nu\delta_{\nu\nu'}$, N_ν — реальное норм. множитель

$\frac{1}{V}\int d^3\vec{r}\,\vec{\mu}\cdot(\vec{m}_\nu\times\vec{m}_{\nu'}^*) = -iN_\nu\delta_{\nu\nu'}$. Гилс. Метцов (G,108) $\int dV\,\vec{m}_\nu\times\vec{m}_{\nu'}^* = i\hat{z}D_\nu\delta_{\nu\nu'}$

Если $\vec{\mu}(\vec{r}) = \hat{z}$, для вертикальной сонаправленности с уравнением $D_\nu = VN_\nu$ (строго по знаку)

Итого $\frac{1}{V}\int d^3\vec{r}\,\vec{m}_\nu\cdot\vec{m}_{\nu'}^* = N_\nu\delta_{\nu\nu'}$ или $\frac{1}{V}\int d^3\vec{r}\,|\vec{m}_\nu|^2 = N_\nu$. $N_\nu = \langle\vec{m}_\nu\cdot\vec{m}_\nu^*\rangle$

Если СФ известны, то собственные частоты $\omega_\nu = \frac{1}{N_\nu}\langle\vec{m}_\nu^*\cdot\hat{\Omega}\times\vec{m}_\nu\rangle$. $\omega_\nu = \gamma H_0$ для ферромагнетика.

Дис

Escaneado con CamScanner

Теория ФРВ'12 dyn. susceptibility of dot array $\hat{\chi}(\omega) = \gamma M_s \sum_\nu \frac{\hat{\chi}_\nu}{\omega - \omega_\nu - i\Gamma_\nu}$ $(N_s = 1)$

$\hat{\chi}_\nu = \frac{1}{N_\nu} \vec{m}_\nu^* \otimes \vec{m}_\nu$ $a \otimes b$ – внешнее или тензорное произведение. $(a \otimes b)_{ij} = (a \otimes b)_{ji} = a_i b_j$

$\chi_\nu^{\alpha\beta} = \frac{1}{N_\nu} (\vec{m}_\nu^*)_\alpha (\vec{m}_\nu)_\beta \to \chi_\nu^{\alpha\beta} = \frac{1}{N_\nu} \langle m_\nu^{*\alpha} m_\nu^\beta \rangle$, $\langle \dots \rangle = \frac{1}{V} \int d^3\vec{r} (\dots)$.

$\chi_{\alpha\beta}(\omega) = \gamma M_0 \sum_\nu \frac{1}{\omega - \omega_\nu - i\Gamma_\nu} \frac{1}{N_\nu} \langle m_\nu^{*\alpha} m_\nu^\beta \rangle$. $\vec{m}_\nu(\vec{r})$ – СФ. $\Gamma_\nu = \alpha_G \omega_\nu \frac{\langle \vec{m}_\nu^* \cdot \vec{m}_\nu \rangle}{N_\nu}$

$\vec{m}_\nu(\vec{r}) = \vec{m}_\nu(\vec{\rho}, z) = \vec{m}_0(\vec{\rho}) e^{i\varphi} \zeta_\nu(z)$ – для вихрей гироскопические моды в тонких дотах $\nu = n = 0, 1, 2, \dots$

Что делать: сохранение ... high-order vortex ... ? Что хорошего?

$\vec{m}_0(\vec{\rho}) = 2 \frac{\partial}{\partial \bar{s}} \vec{m}_\nu(\vec{\rho}, s)$, $\frac{\partial}{\partial \bar{s}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)$. $\vec{m}_0(\vec{\rho}) = i\mathcal{C}\frac{\hat{\rho}}{\rho}(1-\rho^2)e^{i\varphi}$ – TVA

$\vec{m}_0 \parallel \hat{\rho}$, но есть еще φ-компонент. $\vec{m}_\nu = m_x + i m_y = \frac{s}{|s|} = w$ Вне ядра Вне ядра

$\frac{\partial w}{\partial \bar{s}} \to \frac{\partial w}{\partial \bar{s}} = \frac{\partial e^{i\Phi}}{\partial \bar{s}} = \frac{\partial}{\partial \Phi} e^{i\Phi} = e^{i\Phi} i \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{s}} = i e^{i\Phi} \left(-\frac{i}{2}\right) \frac{(1-\rho^2)}{(z-s)(s\bar{z}-1)} = \frac{1}{2} e^{i\Phi(s=0)} \frac{(1-\rho^2)}{z(-1)} =$

$= \frac{1}{2} e^{i\Phi_0} \frac{(-1)}{z} (1-\rho^2) = -\frac{1}{2}\frac{1}{\rho}(1-\rho^2) e^{-i\varphi} e^{i\varphi_0}$, $\Phi_0 = \varphi + \mathcal{C}\pi/2$.

$e^{i\varphi_0} = e^{i\varphi} e^{i\mathcal{C}\pi/2} = e^{i\varphi} i\mathcal{C}$; $\frac{\partial w}{\partial \bar{s}} = -\frac{1}{2}(1-\rho^2)\frac{1}{\rho} e^{-i\varphi} e^{i\varphi} i\mathcal{C} = -\frac{1}{2}\mathcal{C} i \frac{1}{\rho}(1-\rho^2)$

$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} e^{i\Phi} = i e^{i\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial s}\Big|_{s=0} = i e^{i\Phi(0)} \left(-\frac{i}{2}\right) \frac{(\rho^2-1)}{(\bar{z}-s)(s\bar{z}-1)} = \frac{1}{2} e^{i\Phi(0)} \frac{(\rho^2-1)}{\bar{z}(-1)} = \frac{1}{2} e^{i\Phi(0)} \times$

$\times \frac{1}{\rho} e^{i\varphi}(1-\rho^2) = \frac{1}{2}(\text{чего})$. $\vec{m} = \vec{m}_0 + \frac{\partial \vec{m}_0}{\partial \bar{s}} \cdot \vec{s}$, $\vec{m}_\alpha(\vec{\rho}, \vec{s}) = \vec{m}_\alpha(\vec{\rho}, 0) + \frac{\partial m_\alpha}{\partial \vec{s}} \cdot \vec{s} =$

$= (s=0) + \frac{\partial m_\alpha}{\partial s_x} s_x + \frac{\partial m_\alpha}{\partial s_y} s_y$, $\frac{\partial m_\alpha}{\partial \vec{s}} \cdot \vec{s} = 2\mathrm{Re}\left[\frac{\partial m_\alpha}{\partial s} \bar{s}\right] = 2\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial m_\alpha}{\partial s_x} - i\frac{\partial m_\alpha}{\partial s_y}\right)(s_x + i s_y)\right]$

$m_\alpha(\vec{\rho}, \vec{s}) = (0) + 2\mathrm{Re}\left(\frac{\partial m_\alpha}{\partial \bar{s}} s\right)$, $m_+ = m_x + i m_y$, $\frac{\partial m_+}{\partial \bar{s}} = \frac{\partial w}{\partial \bar{s}} = -\frac{1}{2} i \mathcal{C} \frac{1}{\rho}(1-\rho^2)$.

$\vec{m}_\alpha(\vec{\rho}, s) = (0) + C_0 m_0^\alpha(\vec{\rho})$, $C_0 = s$, $m_0^\alpha(\vec{\rho}) = 2\frac{\partial m_\alpha}{\partial \bar{s}} = \frac{\partial m_\alpha}{\partial s_x} - i\frac{\partial m_\alpha}{\partial s_y}\Big|_{\vec{s}=}$

$\vec{m}_0(\vec{\rho}) = \frac{\partial \vec{m}(\vec{\rho}, \vec{s})}{\partial s_x} - i\frac{\partial \vec{m}(\vec{\rho}, \vec{s})}{\partial s_y}\Big|_{\vec{s}=0} = -i\mathcal{C}\frac{1}{\rho}(1-\rho^2)e^{i\varphi}\hat{\rho}$.

$\vec{m}(\vec{\rho}, s) = (0) + s(z,t)\vec{m}_0(\vec{\rho})$, $s(z,t) = s_0(z)e^{-i\omega t}$

Можно $\vec{m}(\vec{\rho}, s) = (0) + C_0 \vec{m}_0'(\vec{\rho}, z)e^{-i\omega t}$, $\vec{m}_0'(\vec{\rho}, z) = \vec{m}_0(\vec{\rho}) s_0(z)$

разл. по сов. модам. $\vec{m}(\vec{\rho}, s) = (0) + \sum C_\nu \vec{m}_\nu(\vec{\rho}, z)e^{-i\omega t}$, $\vec{m}_\nu(\vec{\rho}, z) = \vec{m}_0(\vec{\rho})$

(СФ: $\vec{m}_\nu(\vec{r}) = \vec{m}_\nu(\vec{\rho}, z) = \vec{m}_0(\vec{\rho}) s_\nu(z)$, $\nu = 0, 1, 2, \dots$

УрО $\hat{\chi} \vec{s} = -\frac{\partial w}{\partial \bar{s}} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial \vec{s}_z}$ дает $\omega_0 s + \gamma s'' - \int dz' \varkappa(zz') s(z') = -i h_0$,

$h(t) = h_0 e^{i\omega t}$, $s = s_x + i s_y$, $\hat{L} s + \lambda s = f$. $\lambda = \omega_0$. Здесь $s = s(z, \omega)$.

$s(z) = \sum_{n=0} \frac{\varphi_n(z)}{\lambda_n - \lambda} \int_a^b dz' f(z') \varphi_n(z')$, $G(z,z') = \sum_{n=0} \frac{\varphi_n(z)\varphi_n(z')}{\lambda_n - \lambda}$ – СФ. Γ

Рем. теорем. ур-ия $s(z) = \int_a^b dz' G(zz') f(z')$, $\varphi_n(z)$ – СФ Л.О.Д.У. $\hat{L}\varphi_n(z) + \lambda_n \varphi_n =$

$\lambda \to \omega$, $\lambda_n \to \omega_n$, $f \to h$. $s(z) = \int dz' G(zz') h(z')$, $G(zz') = \sum_n \frac{\varphi_n(z)\varphi_n(z')}{\omega_n - \omega}$

Если φ_n – комплекс., то $G(zz') = \sum_n \frac{\varphi_n^*(z)\varphi_n(z')}{\omega_n - \omega}$. Если $\varphi_n = \begin{pmatrix} \varphi_n^x \\ \varphi_n^y \end{pmatrix}$, то

$G_{\alpha\beta}(zz') = \sum_n \frac{\varphi_n^{*\alpha}(z)\varphi_n^\beta(z')}{\omega_n - \omega}$ и $s_\alpha(z) = \int dz' G_{\alpha\beta}(zz') h_\beta(z')$, $\alpha = x, y$.

$\hat{L}\varphi(z) = \gamma\varphi'' - \int dz' \varkappa(zz')\varphi(z')$, $\lambda_n s_n + \gamma s_n'' - \int dz' \varkappa(zz') s_n(z') = 0$

$G_{\alpha\beta}(zz') = \sum_n \frac{s_n^{*\alpha}(z) s_n^\beta(z')}{\omega_n - \omega}$. Если ядро $\vec{h}$-однородно, то $\int dz' G_{\alpha\beta}(zz') = g_{\alpha\beta}(z)$

$s_\alpha(z) = g_{\alpha\beta}(z) h_\beta$, $g_{\alpha\beta}(z) = \sum_n \frac{s_n^{*\alpha}(z)}{\omega_n - \omega} \int dz' s_n^\beta(z')$, $I_n^\beta = \int dz' s_n^\beta(z')$.

Общее решение $s_\alpha(z) = \varphi_n^\alpha(z) + g_{\alpha\beta}(z) h_\beta$, $\hat{L}\varphi_n + \lambda_n \varphi_n(z) = 0$.

Как найти $\vec{s}_n(z)$ из $\lambda_n \vec{s}_n + \gamma \vec{s}_n''(z) - \int dz' \varkappa(zz') \vec{s}_n(z') = 0$?

Для $n=0$ хорошее приближ. $\vec{s}_0 = \vec{a}\cos p(z - z_0)$, $\vec{s}_0(z) = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cos p(z - z_0)$, но для $G_{\alpha\beta}(zz')$, $g_{\alpha\beta}(z)$ требуется знание полного спектра λ_n и всех $\vec{s}_n(z)$. СФ.

Escaneado con CamScanner

$\parallel ox$, $h_p = h\delta_{px}$ $S_x(\theta) = \chi_{xp}(\theta) h \delta_{px} = \chi_{xx}(\theta) h$, $S_x(\theta) = \chi_{xx}(\theta) h$, $S_y(\theta) = \chi_{yx}(\theta) h$

$tg\varphi(\theta) = \frac{S_y(\theta)}{S_x(\theta)} = \frac{\chi_{yx}(\theta)}{\chi_{xx}(\theta)}$, $h = h(\omega)$. [Симметрия ω, χ_{xy}, χ_{yx} из-за ω_n по θ]

$\left(\chi_{xp}(\theta) = \sum_n \frac{S_n^x(\theta)}{\omega_n - \omega - i\Gamma_n} I_n^p = |\omega \times \omega_n| = \frac{i}{\Gamma_n} S_n^x(\theta) I_n^p\right)$

$\omega \times \omega_n$: $\chi_{xx}(\theta) = \frac{i}{\Gamma_n} S_n^x(\theta) I_n^x h$, $\chi_{yx}(\theta) = \frac{i}{\Gamma_n} S_n^y(\theta) I_n^x h$, $\frac{S_y(\theta)}{S_x(\theta)} = \frac{S_n^y(\theta)}{S_n^x(\theta)}$ –

– тоже очевидно. Вместо $\omega - \omega_n$ $S(\theta)$ остаётся из одной ω_n для $S_n(\theta)$.

$tg\varphi_n(\theta) = \frac{S_n^y(\theta)}{S_n^x(\theta)}$, $\Delta\varphi_n = \varphi_n(L) - \varphi_n(0)$. Что нужно сделать для $S_n(\theta)$?

(решение дал на прошлых лек.)

Ясно, что если не знать собственные функции $S_n(\theta)$, они можно было $\to \infty$ угадать, зная лишь φ_n.

(12/III) $\lambda S = -\gamma \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \int dz' \chi(zz') S(z')$, тогда $\Delta\Phi = \Phi(L) - \Phi(0) \neq 0$, $S = |S| e^{i\Phi}$,

надо рассматривать S_x и S_y. ⓐ Решение ищем в виде ТМ

Нас волны вида $\begin{cases} S_x(\theta) = S_0(\theta)\cos(\varphi + \varphi) \\ S_y(\theta) = S_0(\theta)\sin(\varphi + \varphi) \end{cases}$ и ближ. $\begin{cases} S_x(\theta) = S_0(\theta)\frac{1}{ch(\theta - \theta_2)\beta} \\ S_y(\theta) = S_0(\theta) th\beta(\theta - \theta_2) \end{cases}$

$S = S(\theta, \omega)$ дают: $\frac{W[S]}{m} = \frac{1}{2}\int d\theta \left[\gamma\left(\frac{\partial S}{\partial \theta}\right)^2 - \mu S^2 + \int d\theta' \chi(\theta\theta') S(\theta) S(\theta')\right]$. Надо сравнить

$\chi_{x,y}(\theta)$ дают $W(\theta)$. Mathcad чист – помогал, что

$W(\theta)$ имеет min только при $q = 0$, т.е. за доминир. exchange $\sim q^2$.

т.е. это такие функции, что дают $tg\Phi(\theta) = \frac{S_y(\theta)}{S_x(\theta)}$.

Если $S = S_x + iS_y$, то ур. для $S(\omega) = u(\omega) e^{i\Phi(\omega)}$ сохраняет свой вид

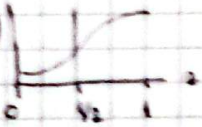
$\lambda = \omega\gamma$; $\lambda S = -\gamma S'' - \mu S + \int d\theta' \chi(\theta\theta') S(\theta')$. $S = ue^{i\Phi}$ и вс, ур. ур

$S = ue^{i\Phi}$ $\begin{cases} \lambda u = -\gamma u'' + \gamma u(\Phi')^2 - \mu u + \int d\theta' \chi u(\theta') \cos[\Phi(\theta') - \Phi(\theta)] \\ 0 = -\gamma[2u'\Phi' + u\Phi''] + \int d\theta' \chi u(\theta') \sin[\Phi(\theta') - \Phi(\theta)] \end{cases}$ (ф) (ам)

Теперь очев., сделаем интегродиф. уравнения для $u(\theta), \Phi(\theta)$ не решая

для общего случая. Будем $u(\theta) = const$, ($h = 0$) ТМ мода с углом π.

$u' = 0$, $u'' = 0$ $\begin{cases} \lambda u = \gamma u(\Phi')^2 - \mu u + u\int d\theta' \chi \cos[\Phi(\theta') - \Phi(\theta)] \\ \gamma\Phi'' u = u\int d\theta' \chi \sin[\Phi(\theta') - \Phi(\theta)] \end{cases}$



Ищем (численно симул.) $\Phi(\theta)$ непрерывно от. отрезка от $\theta = \frac{1}{2}$.

линеаризуем ур. по $\Phi(\theta)$, что нарушено при $\beta \geq 1$,

когда $\Phi(\theta') - \Phi(\theta) \approx 0$ из-за $\chi(\theta\theta') \approx \delta(\theta - \theta')$.

$\chi_0(\theta) = \int d\theta' \chi(\theta\theta') = (\cdot)\int d\theta' \int dk\, e^{-ik|\theta - \theta'|} I^2(k) = (\cdot)\int dk\, I^2(k) \frac{2}{ik}\left[1 - e^{-\frac{1}{2}ik} ch ik(\theta - \frac{1}{2})\right]$

$\omega\gamma = \gamma(\Phi')^2 - \mu + \int d\theta' \chi(\theta\theta')$, $\Phi'(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \sqrt{\omega\gamma + \mu - \int d\theta' \chi(\theta\theta')}$

$\gamma\Phi'' + \Phi(\theta)\int d\theta' \chi(\theta\theta') = \int d\theta' \chi(\theta\theta')\Phi(\theta')$

Будем $\chi_0(\theta) = \int d\theta' \chi(\theta\theta') \approx const \Rightarrow \gamma\Phi'' + \chi_0\Phi(\theta) = \bar{\Phi}\chi_0$

$\Phi(\theta) = \Phi_0 \sin\sqrt{\frac{\chi_0}{\gamma}}(\theta - \theta_2) + \bar{\Phi}$, $\bar{\Phi} = \Phi(\theta_2)$. $\Phi(1) = \Phi_0 \sin\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\chi_0}{\gamma}}$, $\Phi(0) = -\Phi(1)$

$\Delta\Phi = \Phi(1) - \Phi(0) = 2\Phi_0 \sin\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\chi_0}{\gamma}}$. Ниж. ограничение на Φ_0 дает

$q_0 = \sqrt{\frac{\chi_0}{\gamma}} \approx \sqrt{J}\frac{1}{L_e}$, $J = \int_0^\infty dk\, I^2(k) \approx 0{,}17 \to q_0 \approx \sqrt{0{,}17}\frac{1}{L_e} = 0{,}4 \cdot \frac{50\,nm}{10\,nm} \approx 1$ (!)

Φ_0 оценим из $\Phi'(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\sqrt{\omega\gamma + \mu - \chi_0} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\sqrt{\gamma q_0^2} \approx q_0$, $\Phi' = \Phi_0 q_0 \cos q_0(\theta - \theta_2) \approx q_0\Phi_0$

$q_0\Phi_0 \simeq q_0$, $\Phi_0 \approx 1$. Видимо $q_0 \propto p$, $u(\theta) = \cos p(\theta - \theta_2)$ – аппроксим.

(13/III) С Н.Ю. в IKEA, Domodedovo. С АА. Обед. Купили Н. напольн. вешалку.

(14/III) Начинаем отдых на аборигенском р. Вероне (Ос.). Общаемся с Ос. фамилия NL-STO. Ос. едет 17-18/III на интервью в Дрезден к А. Дорн.

Е. надо до Мюнхена (Inter) и Аликанте (Santander). Общаемся с Гиб. Не работаю по $\Delta H(\theta)$

Итог: РЕР дает. Анализ новых Refs: Web of Science – начали больше в Перми.

Escaneado con CamScanner

(а) Для зрелой $\Phi(z) = qz + \varphi$, $\Phi' = q$, $\Phi'' = 0$ и $\lambda u = -\gamma u'' + \gamma u q^2 - \mu u + \int_0^1 \varkappa(z') u(z') \cos q(z'-z)$. Тогда $u = \text{const}$ и $\omega_0^2 = \gamma q^2 - \mu + \int \varkappa(z') \cos q(z'-z)$ имеет при $q=0$, т.к. $\int \varkappa(z') \sin q(z'-z) \to 0$. // Далее $\lambda_0 q u'(1/2) = \int dz' \varkappa(z') u(z') \sin q(z'-1/2)$ $\varkappa(1/2, z') \sim e^{-b|z'-1/2|}$ имеет осн. т. $z' = \frac{1}{2}$ $u(\frac{1}{2}) - \max$, $u'(\frac{1}{2}) - \max$ сим. и $u'(1/2) = 0$, тогда вблизи $z = 1/2$ $u(z - 1/2)$ четно, $u'(z - 1/2)$ нечет и $u'(1/2) = 0$ т.е. УД допускает как четное так и нечетное $u(z - 1/2)$ для реш. $u(z) = \text{const}$ Замечание.

(б) Для Blaschke $\Phi(z) = \arctg \frac{\sin q(z)}{\cos q(z)} = \arctg [\operatorname{th} q(z - 1/2)]$ и $\Phi'(z)$, $\Phi''(z) \neq 0$, что [illegible]

$\Phi'(z) = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 q(z-1/2)} q$, $\Phi''(z) = q \frac{-2 \operatorname{th} q(z-1/2)}{\operatorname{ch}^2 q(z-1/2)}$

Общий случай. Зачем граничные $\varphi(z_0)$, если φ_0 для $\Phi(z)$, $u(z)$ и $\int_0^1 u^2 dz = 1$?

→ В сильном приближ. $\varkappa = 0$ уравнение $2u' = -\Phi''$

$2 \ln u = -\ln \Phi'$, $u^2 = \Phi'$, $\lambda u = -\gamma u'' - \mu u + \gamma u (\Phi')^2$, $-\gamma u'' = \lambda u + \mu u - \gamma u^3$, $\frac{d}{dz} \ln u = -\frac{d}{dz} \ln \Phi'$,

$(\lambda + \mu) u = -\gamma u'' + \gamma \frac{1}{u^3}$, $\gamma u'' = \frac{\gamma}{u^3} - (\lambda + \mu) u$, $\gamma (u')^2 = -\frac{\gamma}{2} \frac{1}{u^2} + \frac{1}{2}(\lambda + \mu) u^2$.

Надо $2 \ln u = -\ln \Phi' + \ln C$, $u^2 = \frac{C}{\Phi'}$, $\Phi' = \frac{C}{u^2}$ и $\frac{\gamma}{2} (u')^2 = -\frac{\gamma}{2} \frac{C^2}{u^2} - \frac{1}{2}(\lambda + \mu) u^2 \Big|_0^1$.

Если $u(1) = u(0)$, то $(u')^2 \big|_0^1 = 0$, $u'(1) = u'(0)$

при $\Phi' = 0$ $\lambda u = -\gamma u'' - \mu u$, что удовлетв. $u = \cos(qz + \varphi)$ с $\omega_0^2 = \gamma q^2 - \mu$. $\lambda = \omega_0^2$.

$u'' = \frac{C^2}{u^3} - \frac{\lambda}{\gamma} u$, μ включили в λ $(u')^2 = -\frac{C^2}{u^2} - \frac{\lambda}{\gamma} u^2$, что возможно при $\lambda < 0$, $\omega_0^2 < 0$

тогда $u'' u' = \frac{C^2}{u^3} u' - \frac{\lambda}{\gamma} u u'$, $\int dz$ $(u')^2 = -\frac{C^2}{u^2} - \frac{\lambda}{\gamma} u^2 + C_1$, $C_1 \geq 0$.

Например при $C \to 0$, $(u')^2 = -\frac{\lambda}{\gamma} u^2 + C_1$. Видим при $u = \cos(qz + \varphi)$, $\lambda = \gamma q^2$, $C_1 = q^2$.

$(u')^2 = f^2(u)$, $\frac{du}{dz} = \pm f(u)$, $z - z_0 = (\pm 1) \int_{z_0}^{z} \frac{du}{f(u)}$, $\int \frac{du}{f(u)} = \int \frac{dx}{\sqrt{C_1 - \frac{C^2}{u^2} + \frac{\lambda}{\gamma} u^2}}$

$f^2(u) = C_1 - \frac{C^2}{u^2} - \frac{\lambda}{\gamma} u^2$. $J = \int \frac{du}{f(u)} = \int \frac{u\,du}{\sqrt{-\frac{\lambda}{\gamma} u^4 + C_1 u^2 - C^2}} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{-\frac{\lambda}{\gamma} x^2 + C_1 x - C^2}}$, $x = u^2$

$\tilde{f}(x) = \frac{C_1^2}{4\lambda} - C^2 - \lambda \left(x - \frac{C_1}{2\lambda}\right)^2$, $\lambda/\gamma \to \lambda$. $\frac{C_1^2}{4\lambda^2} - C^2 = B^2$ если $u'(0) = u'(1) = 0$, то тогда $B^2 \geq 0$

$\sqrt{-\lambda x^2 + C_1 x - C^2} = \sqrt{\lambda} \sqrt{B^2 - \left(x - \frac{C_1}{2\lambda}\right)^2}$, $J = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \int \frac{dx}{\sqrt{B^2 - \left(x - \frac{C_1}{2\lambda}\right)^2}} =$

$= \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \arcsin \frac{\left(x - C_1/2\lambda\right)}{B} \Big|_{x(z_0)}^{x(z)}$, $(z - z_0) = (\pm 1) \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \arcsin \frac{\left(u^2 - C_1/2\lambda\right)}{B} \Big|_{u(z_0)}^{u(z)}$

$B^2 = \frac{1}{\lambda} \left(C_1^2/4\lambda - C^2\right)$.

(б) $u^2(z) = \frac{C_1}{2\lambda} \pm B \sin(2\sqrt{\lambda}\, z)$, $\sin(2\sqrt{\lambda} z) \to \cos(2\sqrt{\lambda} z)$, т.к.

$\arcsin x + \arccos x = \pi/2$ и $J = -\frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \arccos \frac{\left(u^2 + C_1/2\lambda\right)}{B} \Big|_{u(z_0)}^{u(z)}$

(а) $u^2(z) = \frac{C_1}{2\lambda} + B \cos(2\sqrt{\lambda}\, z)$, $q_{\text{eff}} = 2\sqrt{\lambda} = 2\sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}}$, $\lambda = \omega_0^2$. Определ. q_{eff} дает ω_n спектр

$\Phi'(z) = C / u^2(z)$, $\Phi(z) = C \int_{z_0}^{z} \frac{dz}{u^2(z)} + \Phi(z_0) = C \int \frac{dz}{\frac{C_1}{2\lambda} + B \cos(2\sqrt{\lambda} z)} + \Phi(z_0)$.

Константы интегр. C и C_1. C_2 добав. при интегр Φ', и C_3 при интегр. $(u')^2 = f^2(u)$

Надо $\left[u(z) - C_3\right]^2 = C_1/2\lambda + B \cos(2\sqrt{\lambda} z)$ и $\Phi(z_0) = C_2$. Надо $u' = \pm f(u) \Rightarrow u(t) = (\cdot) + C_3$

C_3 можно выразить через $u(z_0)$. $\frac{dz}{du} = \pm f^{-1}(u)$, $\int dz = \pm \int \frac{du}{f(u)} + C(u) = z$

Видно C_3 можно учесть $z \to (z - z_0)$ в аргументе $\sin z$, $\cos z$.

Пусть в нулев. приближении ($\varkappa = 0$) Все же $u'(0) = \pm u'(1) = 0$, $\Rightarrow C_1 = \frac{C^2}{u^4(0)} + \lambda u^2(0)$

Два типа решения $u(z) = \sqrt{C_1/2\lambda + B \cos 2\sqrt{\lambda} z}$ (а) и $u(z) = \sqrt{C_1/2\lambda + B \sin 2\sqrt{\lambda} z}$ (б).

$\frac{du}{dz} = \frac{1}{2\sqrt{(\cdot)}} B 2\sqrt{\lambda} \sin 2\sqrt{\lambda} z$ (а) и $\frac{du}{dz} = \frac{1}{2\sqrt{(\cdot)}} 2B\sqrt{\lambda} \cos 2\sqrt{\lambda} z$ (б) (а) $= 0$ при $z = 1 \to 2\sqrt{\lambda} = n\pi$

(б) $= 0$ при $z = 1 \to 2\sqrt{\lambda} = n\pi + \frac{\pi}{2}$

Ранее было $\sqrt{\lambda} = q = n\pi$ из $u'(0) = u'(1) = 0$. Теперь $q_{\text{eff}} = 2\sqrt{\lambda}$ (?)

Может (а) $\neq u^2(z) = \frac{C_1}{2\lambda} + B \cos 2\sqrt{\lambda} (z - z_0)$, (б) $u^2(z) = \frac{C_1}{2\lambda} + B \sin 2\sqrt{\lambda} (z - z_0)$

тогда (б) $\cos 2\sqrt{\lambda} = 0$, $2\sqrt{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ и (а) $u'(1) = 0$ дает $\sin 2\sqrt{\lambda} = 0$, $\sqrt{\lambda} = q_{\text{eff}} = n\pi$

Решение (а) $\omega_n = (\gamma/g)(n\pi)^2$ дает спектр возм. approximation, совп. с ранее расс. вопросом

Обменное приближение ($x=0$) хоть и грубое для ($n=0$) моды, $u(z), \Phi(z)$ для $\forall n$. Из расч. (12/III) ($n=0$) моды при $x=0$, получим $\Phi'=0$, Φ ... $u(z)=const$ и $\Phi'=c/u^2(z)$ и при $u(z)\approx const$, получаем $\Phi'(z)=const$. Согласно ССФ exch. approximation (a) $u^2(z)=\frac{c_1}{2\lambda}+b\cos 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)$ и (b) $u^2(z)=\frac{c_1}{2\lambda}\pm b\sin 2\sqrt{\lambda}(z-\frac{1}{2})$

$c_1>0$

(a) $u^2(1/2)=\frac{c_1}{2\lambda}+b=\frac{1}{2\lambda}\left[\frac{c^2}{u^2(0)}+\lambda u^2(0)\right]+\frac{1}{2\lambda}\sqrt{c_1^2-4\lambda c^2}=\frac{1}{2\lambda}[\cdot]+\frac{1}{2\lambda}\frac{1}{u^2(0)}|c^2-\lambda u^4(0)|$

$u^2(1/2)=\frac{c^2}{\lambda u^2(0)}$ при $c^2>\lambda u^4(0)$ (1) и $u^2(1/2)=u^2(0)$ при $c^2<\lambda u^4(0)$ (2), $b>0$

(a1) $c^2=\frac{1}{\lambda}\cdot u^2(0)u^2(1/2)$, $c_1=\lambda[u^2(0)+u^2(1/2)]$, $b=\frac{1}{2}|u^2(1/2)-u^2(0)|=\frac{1}{2}[u^2(\frac{1}{2})-u^2(0)]$, $u(1/2)>u(0)$

(a2) $\cos(n\pi)=(-1)^n$, $u^2(1/2)=\frac{c_1}{2\lambda}+b$, $u^2(0)=\frac{c_1}{2\lambda}+b(-1)^n$, (a2) возможно для чет. „n".

(a1) $u^2(z)=\frac{1}{2}[u^2(0)+u^2(1/2)]+\frac{1}{2}[u^2(1/2)-u^2(0)]\cos\{2\pi n(z-1/2)\}$, $u^2(0)=\frac{1}{2}[+]+\frac{1}{2}[-](-1)^n$ — годится для „n" нечет., для n = чет. снова $u^2(0)=u^2(1/2)$.

c и $c_2=\Phi(z_0)$ берутся из ур. 2-го порядка для $\Phi(z)$. $u(z)$ опр. $u'(0)$ и $u(0)$.

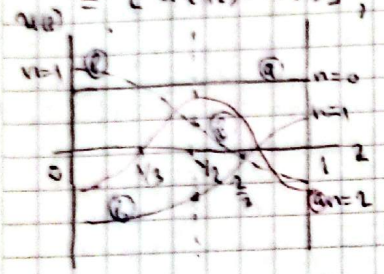
$\Phi'(z)=c/u^2(z)$, $\Phi'(1/2)=c/u^2(1/2)$ или $\Phi'(0)=c/u^2(0)$.

(a1) решение соотв. $c^2>\lambda u^4(0)$, т.е. $c^2>0$, решение (a2) допускают $c\to 0$ и могут переходить в $\Phi'(z)=0$, $u(z)=\cos(q_n z+\varphi)$ (решение симметричное) Sci. Reports.

Найти $\Phi(z)$ (b) $u^2(1/2)=c_1/2\lambda$, $c_1=\frac{c^2}{u^2(0)}+\lambda u^2(0)$, $c^2=u^2(0)[c_1-\lambda u^2(0)]=\lambda u^2(0)[u^2(1/2)2-u^2(0)]$

$b^2=\frac{1}{4\lambda^2}[c_1^2-4\lambda c^2]=\frac{1}{4\lambda^2}\frac{1}{u^4(0)}[c^2-\lambda u^4(0)]^2=\frac{1}{4\lambda^2u^4(0)}[2\lambda u^2(0)\{u^2(1/2)-u^2(0)\}]^2=$

$=[u^2(1/2)-u^2(0)]^2$, $b=|u^2(1/2)-u^2(0)|$. $u^2(z)=u^2(1/2)\pm b\sin 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)$.



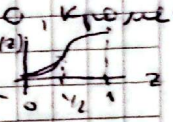
(b) $u(z)=|u(1/2)|\sqrt{1+\varepsilon\sin(2n+1)\pi(z-1/2)}$, $\varepsilon=\frac{b}{|u(1/2)|}$

$n=1$, $u(0)=|\cdot|\sqrt{1+\varepsilon}$, $u(1)=|\cdot|\sqrt{1-\varepsilon}$, $u(1/2)$

$u(0)=\pm|\cdot|\sqrt{1+\varepsilon}$, $u(1)=\pm|\cdot|\sqrt{1-\varepsilon}$

Но $b\le u^2(1/2)$ и нельзя $u^2(z)=0$, кроме сл. $u^2(0)=0$

$u^2(z)=u^2(1/2)[1\pm\sin 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)]$



Но такая $u(z)$ имеет 0 только при $z=0$ — это неразрешимо для моды $n=1$.

(a) $\cos 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)$, $n=1$, ф-ия четная отн. $z=1/2$ $\Rightarrow$ либо два нуля $u(z)$, либо их нет.

Какая же мода ($n=1$)? Если ни (a), ни (b) не подходят?

(a) $\Phi(z)=c\int dz\frac{1}{\left[\frac{c_1}{2\lambda}+b\cos 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)\right]}=\left|\frac{c_1^2}{4\lambda^2}\ge b^2=\frac{1}{4\lambda^2}[c_1^2-4\lambda c^2]\right|=$

$=c\frac{2}{\sqrt{c^2/\lambda}}\operatorname{arctg}\left[\frac{(c_1/2\lambda-b)}{\sqrt{c^2/\lambda}}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-\frac{1}{2})\right]\cdot\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}=\operatorname{arctg}\left[\frac{(\frac{c_1}{2\lambda}-b)}{c}\sqrt{\lambda}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-1/2)\right]$

$\Phi_a(z)=\operatorname{arctg}\left[\frac{(c_1-2\lambda b)}{2c\sqrt{\lambda}}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-1/2)\right]+\Phi(1/2)$, $\frac{c_1}{2\lambda}-b=\frac{1}{2\lambda}[c_1-\sqrt{c_1^2-4\lambda c^2}]$

$b^2=\frac{1}{4\lambda^2}[c_1^2-4\lambda c^2]=|u'(0,1)=0|=\frac{1}{4\lambda^2}\frac{1}{u^4(0)}(c^2-\lambda u^4(0))^2$

$(c_1-b\cdot 2\lambda)=\frac{c^2}{u^2(0)}+\lambda u^2(0)-\frac{1}{2\lambda}\cdot 2\lambda\frac{1}{u^2(0)}|c^2-\lambda u^4(0)|=\begin{cases}2\lambda u^2(0), & c>\sqrt{\lambda}u^2(0)\\ 2\frac{c^2}{u^2(0)}, & c^2<\lambda u^4(0)\end{cases}$

$\Phi(z)\to\Phi(1/2)=const$ при $c\to 0$.

При $c\ll 1$, $\Phi'\ll 1$ и $\Phi(z)=\operatorname{arctg}\left[\frac{2c^2}{u^2(0)}\frac{1}{2c\sqrt{\lambda}}\operatorname{tg}(\cdot)\right]=\frac{c}{\sqrt{\lambda}u^2(0)}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-1/2)$

Если еще и $\sqrt{\lambda}\ll 1$, $\Phi_0(z)=\frac{c}{\sqrt{\lambda}u^2(0)}\sin\sqrt{\lambda}(z-1/2)+\Phi(1/2)$ — сводится к 12/III ($n=0$).

$\lambda\Rightarrow\frac{\lambda+\mu}{\eta}\approx\frac{\varkappa_0}{\eta}$. $\Delta\Phi(1)=\Phi(1)-\Phi(0)=2\operatorname{arctg}\left[\frac{(c_1-2\lambda b)}{2c\sqrt{\lambda}}\operatorname{tg}\frac{\sqrt{\lambda}}{2}\right]$

$\lambda\cong\eta q^2-\mu+\varkappa_0$, $\lambda_n=\omega_n g\approx\eta q_n^2-\mu+\varkappa_0$. $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Delta\Phi\sim\frac{1}{\sqrt{\lambda_n}}\operatorname{tg}\frac{1}{2}\sqrt{\lambda_n}\sim\frac{1}{q_n}\operatorname{tg}\frac{q_n}{2}$, $n\ge 1$

Лучше $n=1$ $\Delta\Phi_1=2\operatorname{arctg}\left[\frac{(\cdot)}{2cq_1}\operatorname{tg}\frac{1}{2}q_1\right]_{q_1\approx\pi}=2\operatorname{arctg}(\infty)=2\cdot\frac{\pi}{2}\approx\pi$

Но simulations дают $\Delta\Phi_1\approx\pi/2$.

$n=2$ $\Delta\Phi_2=2\operatorname{arctg}\left[\frac{(\cdot)}{2cq_2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}q_2\right]_{q_2\approx 2\pi}=0$ (!), если $u'(0)=u'(1)=0$, то $\Delta\Phi\approx 0$ для ($n=2$) mode.

$n=0$ $\Delta\Phi_0$ опред. $\sqrt{\lambda_0}\Rightarrow\sqrt{\frac{\lambda_0+\mu}{\eta}}=\sqrt{q_0^2+\frac{\varkappa_0}{\eta}}$, $q_0\ll 1$, $\varkappa_0$ — важно.

$\varkappa_0(z)=\int dz'\varkappa(zz')\approx const$. q_0 и $\varkappa_0$ (СЗ magn. operator) можно точнее для ($n=0$) моды.

См. 21/VII.

Обычное приближение ($x=0$) хотя и в кубе для ($n=0$) модели, но позволяет рассмотреть $u(z)$, $\Phi(z)$ для $\forall n$. Тех рассм. (12.III) $n=0$ модели при $x=0$, поэтому и $\Phi'=0$, $\Phi'=\text{const}$ $\Phi' = C/u^2(z)$ и при $u(z)\approx\text{const}$, мы будем $\Phi'(z)=\text{const}$. Сопоставим

Сер. асимпт. approximation (б) $u^2(z) = \frac{C_1}{2\lambda} + b\cos 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)$ и (в) $u^2(z) = \frac{C_1}{2\lambda} + b\sin 2\sqrt{\lambda}(z-\frac{1}{2})$ $C_1>0$

(а) $u^2(1/2) = \frac{C_1}{2\lambda} + b = \frac{1}{2\lambda}\left[\frac{c^2}{u^2(0)} + \lambda u^2(0)\right] + \frac{1}{2\lambda}\sqrt{C_1^2 - 4\lambda c^2} = \frac{1}{2\lambda}[\cdot] + \frac{1}{2\lambda}\frac{1}{u^2(0)}|c^2 - \lambda u^4(0)|$

$u^2(1/2) = \frac{c^2}{\lambda u^2(0)}$ при $c^2 > \lambda u^4(0)$ и $u^2(1/2) = u^2(0)$ при $c^2 < \lambda u^4(0)$, $b>0$

(а1) $c^2 = \frac{1}{\lambda^{-1}} u^2(0)u^2(1/2)$, $C_1 = \lambda[u^2(0)+u^2(1/2)]$, $b = \frac{1}{2}|u^2(1/2) - u^2(0)| = \frac{1}{2}[u^2(1/2) - u^2(0)]$ (1) (2) $u(1/2) > u(0)$

(а2) $\cos(n\pi) = (-1)^n$, $u^2(1/2) = \frac{C_1}{2\lambda} + b$, $u^2(0) = \frac{C_1}{2\lambda} + b(-1)^n$, (а2) возможно для чет. n.

(а1) $u^2(z) = \frac{1}{2}[u^2(0)+u^2(1/2)] + \frac{1}{2}[u^2(1/2) - u^2(0)]\cos\{2\pi n(z-1/2)\}$, $u^2(0) = \frac{1}{2}[1] + \frac{1}{2}(-)(-1)^n$ — нормир. для n = нечет., для n = чет. снова $u^2(0) = u^2(1/2)$

C и $C_2 = \Phi(z_0)$ берутся из усл. 2го порядка для $\Phi(z)$, $u(z)$ сир. $u'(0)$ и $u(0)$.

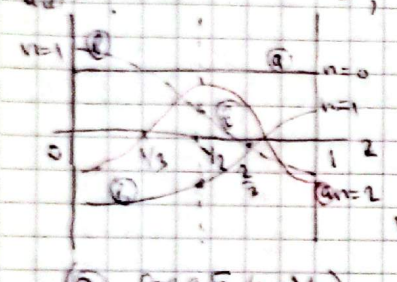
$\Phi'(z) = C/u^2(z)$, $\Phi'(1/2) = C/u^2(1/2)$ или $\Phi'(0) = C/u^2(0)$

(а1) решение своб. $c^2 > \lambda u^4(0)$, т.е. $c^2 > 0$, решение (а2) допускает $C\to 0$. (Самый простой) решение $\Phi(z)$ может переходить в $\Phi(z)=0$, $u(z) = \cos(q_n z + \varphi)$ решение Ш.Л. разрезать.

(в) $u^2(1/2) = C_1/2\lambda$, $C_1 = \frac{c^2}{u^2(0)} + \lambda u^2(0)$, $c^2 = u^2(0)[C_1 - \lambda u^2(0)] = \lambda u^2(0)[u^2(1/2) - u^2(0)]$

$b^2 = \frac{1}{4\lambda^2}[C_1^2 - 4\lambda c^2] = \frac{1}{4\lambda^2}\frac{1}{u^4(0)}[c^2 - \lambda u^4(0)]^2 = \frac{1}{4\lambda^2 u^4(0)}[2\lambda u^2(0)\{u^2(1/2) - u^2(0)\}]^2 =$

$= [u^2(1/2) - u^2(0)]^2$, $b = |u^2(1/2) - u^2(0)|$. $u^2(z) = u^2(1/2) \pm b\sin 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)$.



(г) $u(z) = |u(1/2)|\sqrt{1 + \varepsilon\sin(2n+1)\pi(z-1/2)}$, $\varepsilon = \frac{b}{|u(1/2)|}$

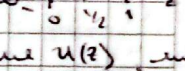
$n=1$, $u(0) = |\cdot|\sqrt{1+\varepsilon}$, $u(1) = |\cdot|\sqrt{1-\varepsilon}$, $u(1/2)$

$u(0) = \pm|\cdot|\sqrt{1+\varepsilon}$, $u(1) = \pm|\cdot|\sqrt{1-\varepsilon}$

Но $b \le u^2(1/2)$ и нельзя $u^2(z) = 0$, кроме сл. $u^2(0)=0$

$u^2(z) = u^2(1/2)[1 \pm \sin^2\sqrt{\lambda}(z-1/2)]$

Но также $u(z)$ имеет 0 только при $z=0$ — это нормально для модели $n=1$.



(а) $\cos 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)$, $n=1$ ср. на полном отр. $z=1/2$ ⇒ либо два нуля $u(z)$, либо их нет. Каковы же модели ($n=1$)? Если нет (г), нет (б) не подходит?

(а) $\Phi(z) = C\int dz \frac{1}{\left[\frac{C_1}{2\lambda} + b\cos 2\sqrt{\lambda}(z-1/2)\right]} = \left|\frac{C_1^2}{4\lambda^2} > b^2 = \frac{1}{4\lambda^2}[C_1^2 - 4\lambda c^2]\right| =$

$= C\frac{2}{\sqrt{C^2/\lambda}}\operatorname{arctg}\left[\frac{(C_1/2\lambda - b)}{\sqrt{c^2/\lambda}}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-\tfrac{1}{2})\right]\cdot\frac{1}{2\sqrt{\lambda}} = \operatorname{arctg}\left[\frac{(\frac{C_1}{2\lambda} - b)}{C}\sqrt{\lambda}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-1/2)\right]$

$\Phi_a(z) = \operatorname{arctg}\left[\frac{(C_1 - 2\lambda b)}{2C\sqrt{\lambda}}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-1/2)\right] + \Phi(1/2)$, $\frac{C_1}{2\lambda} - b = \frac{1}{2\lambda}[C_1 - \sqrt{C_1^2 - 4\lambda c^2}]$

$b^2 = \frac{1}{4\lambda^2}[C_1^2 - 4\lambda C^2] = |u'(0,1)=0| = \frac{1}{4\lambda^2}\frac{1}{u^4(0)}(c^2 - \lambda u^4(0))^2$

$(C_1 - b\cdot 2\lambda) = \frac{c^2}{u^2(0)} + \lambda u^2(0) - \frac{1}{2\lambda}\cdot 2\lambda\frac{1}{u^2(0)}|c^2 - \lambda u^4(0)| = \begin{cases} 2\lambda u^2(0), & b \to \sqrt{\lambda}u^2(0) \\ 2\frac{c^2}{u^2(0)}, & c^2 < \lambda u^4(0) \end{cases}$

$\Phi(z) \to \Phi(1/2) = \text{const}$ при $c\to 0$.

При $c \ll 1$, $\Phi' \ll 1$ и $\Phi(z) = \operatorname{arctg}\left[\frac{2c^2}{u^2(0)}\frac{1}{2c\sqrt{\lambda}}\operatorname{tg}(\cdot)\right] = \frac{c}{\sqrt{\lambda}u^2(0)}\operatorname{tg}\sqrt{\lambda}(z-1/2)$

Если еще и $\sqrt{\lambda} \ll 1$, $\Phi_0(z) = \frac{c}{\sqrt{\lambda}u^2(0)}\sin\sqrt{\lambda}(z-1/2) + \Phi(1/2)$ — сходится к 12/III ($n=0$),

$\lambda \to \frac{\lambda+\mu}{g} \simeq \frac{x_0}{g}$, $\Delta\Phi(1) = \Phi(1) - \Phi(0) = 2\operatorname{arctg}\left[\frac{(C_1 - 2\lambda b)}{2c\sqrt{\lambda}}\operatorname{tg}\frac{\sqrt{\lambda}}{2}\right]$

$\lambda \simeq gq^2 - \mu + x_0$, $\lambda_n = \omega_n g \approx gq_n^2 - \mu + x_0$, $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Delta\Phi \sim \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}}\operatorname{tg}\frac{1}{2}\sqrt{\lambda_n} \sim \frac{1}{q_n}\operatorname{tg}\frac{q_n}{2}$, $n \ge 1$

Нулю $n=1$ $\Delta\Phi_1 = 2\operatorname{arctg}\left[\frac{(\cdot)}{2c\,q_1}\operatorname{tg}\frac{1}{2}q_1\right]_{q_1\approx\pi} = 2\operatorname{arctg}(\infty) = 2\cdot\frac{\pi}{2} = \pi$

Но численно дает $\Delta\Phi_1 \approx \pi/2$.

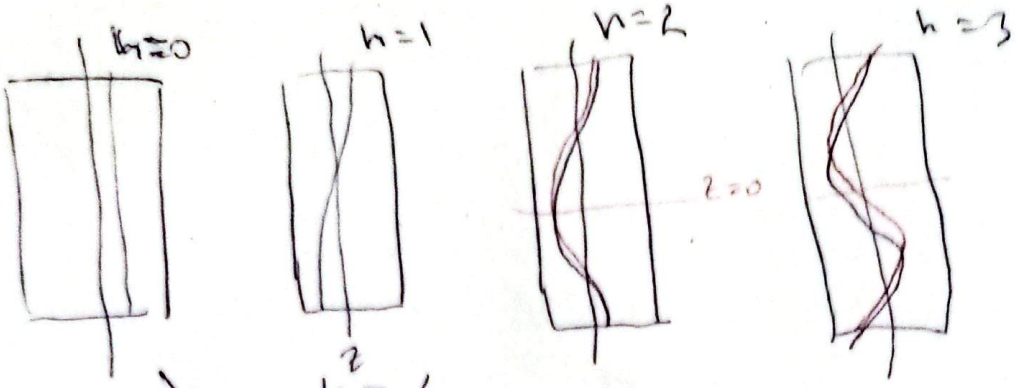
$n=2$ $\Delta\Phi_2 = 2\operatorname{arctg}\left[\frac{(\cdot)}{2cq_2}\operatorname{tg}\frac{1}{2}q_2\right]_{q_2\approx 2\pi} = 0$ (!), если $u'(0) = u'(1) = 0$, то $\Delta\Phi \approx 0$ для ($n=2$) моде.

$n=0$ $\Delta\Phi_0$ опред. $\sqrt{\lambda_0} \Rightarrow \sqrt{\frac{\lambda_0+\mu}{g}} = \sqrt{q_0^2 + \frac{x_0}{g}}$, $q_0 \ll 1$, x_0 — важно.

$x_0(z) \simeq \int dz' x(z,z') \approx \text{const}$ — q_0 и x_0 (с 3 магн. операторов) можно только для ($n=0$) моды.

См. 21/III.

Escaneado con CamScanner



$k_z = n\pi/L$

$$\frac{\omega_{ex}^n}{\gamma} = \frac{2A}{M_s} k_z^2 = \frac{A}{M_s}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \cdot \frac{2A}{4\pi M_s^2} 4\pi M_s k_z^2$$

$$\frac{\omega_{ex}^n}{\gamma} = 4\pi M_s k_z^2 l_{ex}^2, \quad \omega_{ex}^n = \omega_M k_z^2 l_{ex}^2 =$$

$$= \omega_M \frac{n^2\pi^2}{L^2} l_{ex}^2, \quad n = \text{even}$$

$$\omega_{ex}^n = \alpha n^2, \quad \omega_{ex}^{n+2} - \omega_{ex}^n = -\alpha\left[n^2 - (n+2)^2\right] =$$

$$= -\alpha\left[4n - 4\right] = 4\alpha(n+1), \quad \alpha = \omega_M \pi^2 \left(\frac{l_{ex}}{L}\right)^2,$$

$$\alpha = 30\ GHz \left(\frac{5{,}5\ nm}{10^3\ nm}\right)^2 \pi^2 = 30\ Gz\ (5.5)^2 \cdot 10^{-6} = 9{,}08 \cdot 10^{-5}\ GHz = 9{,}1 \cdot 10^{-3}\ GHz$$

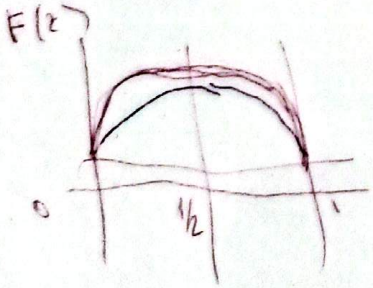
$$\Delta\omega_{ex} = \omega_{ex}^{n+2} - \omega_{ex}^n = 4 \cdot \alpha(n+1) = 3{,}6 \cdot 10^{-2}(n+1)\ GHz \sim$$

$$\sim 0{,}04\, n\ GHz \sim 40\ MHz \cdot n$$ — очень мало

Тонкая $\frac{\omega_n}{\omega_M} = \frac{1}{2}\left(\frac{20}{10^3}\right)^2 n^2$, $\alpha = \omega_M\, 0{,}5 \cdot 4 \cdot 10^{-4}$

$\alpha = 30\ GHz \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-3}\ GHz$

$$\frac{\omega_n}{\omega_M} = 2b \int dk\, \sin(bk)\, I^2(k) \approx 2\int_0^\infty dk\, \frac{k}{k^2 + q_n^2} I^2(k)$$



$G(z) = a + b\cos(qz)$

$q = \frac{\pi}{2}$ $\quad (z - 1/2)\pi$

$G(z) = a + b\cos\pi(z - \frac{1}{2})$

$G(0) = G(1) = a = F(0) = F(1)$

$G(1/2) = a + b = F(1/2)$, $\quad G'(z) = -b\pi \sin\pi(z - 1/2)$

$G'(1) = -b\pi = F'(1)$,

Escaneado con CamScanner

16/III С А на Рейнеке Анализ фон мира вне зад (1) 28/I. Конец. Надо также определить ИС задачи $C_m(s)$ и фазу S^m из $\frac{\partial W_m}{\partial c} = 0$. $W_m(c,s)$ здесь энергия, забыл. ст c, фаз. W_{0m} и W_m^{free}

Face mask Energy M-STD

(17/III) Фаз. энергия (1927) $W_m(c,s) = \frac{1}{2} R^3 \int_0^\infty [1 - e^{-pk}] \sum_{m=0}^{\infty} |K_m(k)|^2$, где

$K_m(k) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) e^{im\varphi} m_2(S,\varphi,c)$ $m_2(S,\varphi,c)$ зависит от φ

Интегр. по dS от 0 до $S_c(\varphi)$ — границы зависят от φ и c через $S_c(\varphi)$.

$S_c(\varphi) = c\,\xi_0 \left[1 + \varepsilon \beta \cos\varphi + \frac{1}{2}\varepsilon^2 \beta^2 (\beta \cos^2\varphi - 1) + O(\varepsilon^3 \beta^3) \right]$

$|S(\varphi)|^2 = \frac{1}{\xi_0^2} \frac{S^2}{c^2} \left[1 - 2\varepsilon\beta\cos\varphi + \varepsilon^2\beta^2 \right]$ В скобке φ и y, с которым идет $\varphi = \varphi_0 = 0$.

Обр. $I_k(c,s) = \int dk [1 - e^{-pk}] \sum_m |K_m(k)|^2$, $\frac{W_c(c,s)}{R^3 S^3} = I_k(c,s) + \pi p \left(\frac{c_0}{R}\right)^2 (2 - \beta_{vac})$ — вакуум энергия, забыл, где c. Забавно, что W_m^{vac}, W_{2com} — где можно ограничиться $m=0$ или $m \le 0.1$.

$\frac{\partial K_m}{\partial c} = \int dS^2 J_m(kS) e^{im\varphi} m_2 = 2 \int_{(\pi c)}^{\pi} d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m e^{im\varphi} m_2(S,\varphi,c) = \int d\varphi \frac{\partial}{\partial c} \int_0^{S_c} dS\, S J_m(kS) e^{im\varphi} m_2(S,\varphi,c) =$

$= \int d\varphi \left[\frac{\partial S_c}{\partial c} S_c J_m(kS) m_2(S,\varphi,c) + \int_0^{S_c} dS\, S J_m \frac{\partial m_2}{\partial c} \right] e^{im\varphi} = \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{S(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) e^{im\varphi} \frac{\partial m_2}{\partial c}$

Сам. 28/I $\frac{\partial m_2}{\partial c} = \frac{4}{c} \frac{|S(\varphi)|^2}{(1+|S|^2)^3}$. $I_k(c,s) = \int dk [1 - e^{-pk}] \left[K_0^2 + \sum_{m \neq 0} |K_m|^2 \right]$

$\sum |K_m|^2 = \sum \left| \int dS^2 J_m e^{im\varphi} m_2 \right|^2 = \sum_{m \neq 0} \left| a_m e^{im\varphi} \right|^2 = \sum_m (\cdot)$. $|K_m|^2 = K_m K_m^*$.

$K_m(k) = \int d^2S\, J_m e^{im\varphi} m_2(S^2) = \int d\varphi \int dS\, S\, J_m(kS) m_2(S,\varphi) [\cos m\varphi + i \sin m\varphi]$

$\int d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) m_2(S,\varphi) \sin m\varphi = 0$ в силу y, т.к. $S_c(\varphi)$ и $m_2(S,\varphi)$ — четные по φ.

$K_m(k) = \sum \int d\varphi \int dS\, S\, J_m(kS) m_2(S,\varphi) \cos m\varphi$ — бывает $K_m = K_{-m} (-1)^m$, $|K_m|^2 = (K_{-m})^2$

$I_k(c,s) = \int dk [1 - e^{-pk}] \left[K_0^2(k) + 2 \sum_{m>0} K_m^2(k) \right]$, $\frac{\partial K_m}{\partial c} = \int d^2S\, J_m(kS) \cos m\varphi \frac{\partial m_2}{\partial c}$.

$\frac{\partial I_k(c,s)}{\partial c} = 2 \int dk [1 - e^{-pk}] \left[K_0 \frac{\partial K_0}{\partial c} + 2 \sum_{m>0} K_m \frac{\partial K_m}{\partial c} \right]$. $\frac{1}{R^3 S^2} \frac{\partial W_c(c,s)}{\partial c} = \frac{\partial I_k(c,s)}{\partial c} + \pi p \left(\frac{c_0}{R}\right)^2 \frac{EV}{c} = 0$

— даст ур-е $c_m(s)$.

$m_2 = \frac{1-F}{1+F} = \frac{2}{1+F} - 1$, $F = |S(z)|^2 = \alpha \left[1 - 2\varepsilon\beta\cos\varphi + \varepsilon^2\beta^2 \right]$, $\alpha = \beta^2/c^2\xi_0^2$.

$\frac{1}{1+F} = \frac{1}{1+\alpha(1 - 2\varepsilon\beta\cos\varphi + \varepsilon^2\beta^2)} = \frac{1}{1+\alpha+\alpha(\cdot)} = \frac{1}{(1+\alpha)} \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{1+\alpha}\left(-2\varepsilon\beta\cos\varphi + \varepsilon^2\beta^2\right)} = |\omega_1(\varphi_1)| =$

$= \frac{1}{1+\alpha} \left[1 + \frac{2\varepsilon\beta\alpha}{1+\alpha}\cos\varphi - \frac{\alpha}{1+\alpha}\varepsilon^2\beta^2 + \frac{4\varepsilon^2\beta^2\alpha^2}{(1+\alpha)^2}\cos^2\varphi + O(\varepsilon^3) \right]$.

$K_m(k) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) \cos m\varphi \frac{2}{1+\alpha} \left[1 + \frac{2\varepsilon\beta\alpha}{1+\alpha}\cos\varphi - \frac{\alpha}{1+\alpha}\varepsilon^2\beta^2 + \frac{4\varepsilon^2\beta^2\alpha^2}{(1+\alpha)^2}\cos^2\varphi \right] -$

$- \int d\varphi \int_0^{S(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) \cos m\varphi \cdot (1) = 2 \int d\varphi \int_0^{S_c} dS\, S\, J_m \cos m\varphi \frac{1}{1+\alpha} \left[1 + \frac{2\varepsilon\beta\alpha}{1+\alpha}\cos\varphi \right] +$

$+ 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{c\xi_0}^{c\xi_0} dS\, S\, J_m \cos m\varphi \frac{\alpha \varepsilon^2 \beta^2}{(1+\alpha)^2} \left[-1 + \frac{4\alpha}{1+\alpha}\cos^2\varphi \right] - \int d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) \cos m\varphi = J_1 + J_2 - J_3$

$J_2 = 2\varepsilon^2 \int d\varphi \int_{c\xi_0}^{c\xi_0} dS\, S\, J_m \cos m\varphi \frac{\alpha\beta^2}{(1+\alpha)^2} \left[-1 + \frac{4\alpha}{1+\alpha}\frac{1}{2}(1 + \cos 2\varphi) \right] = 2\varepsilon^2 \int_{c\xi_0}^{c\xi_0} dS\, S\, J_m \frac{\alpha\beta^2}{(1+\alpha)^2} \left[\left(\frac{2\alpha}{1+\alpha} - 1\right) 2\pi\delta_{m0} + \right.$

$\left. + \frac{2\alpha}{1+\alpha}\pi\delta_{m2} \right] = 2\varepsilon\pi\varepsilon^2 \int_{c\xi_0}^{c\xi_0} dS\, S\, J_m \frac{\alpha\beta^2}{(1+\alpha)^3} \left[(\alpha - 1)\delta_{m0} + \alpha\delta_{m2} \right]$, $\alpha = \beta^2/\varepsilon^2\xi_0^2$.

$J_1 = 2 \int d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m \cos m\varphi \left[1 + \frac{2\varepsilon\beta\alpha}{1+\alpha}\cos\varphi \right] \frac{1}{(1+\alpha)} = 2J_3 + 4\varepsilon \int d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m \cos m\varphi \frac{\beta\alpha}{(1+\alpha)^2}\cos\varphi$.

$J_3 = + \int d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) \cos m\varphi$. $J_1' = 4\varepsilon \int d\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m \cos m\varphi \frac{\beta\alpha}{(1+\alpha)^2}\cos\varphi$

J_2 — менее существенно, J_3 и J_1' — немного похожи.

$J_3(\pi) = (\cdot)$. $\Psi(z) = \int_0^z dS\, S\, J_m(kS)$, $z = z_0 + \delta z$, $\delta z = c\xi_0 \left[\varepsilon\beta\cos\varphi + \frac{1}{2}\varepsilon^2\beta^2(\beta\cos^2\varphi - 1) \right]$, $z_0 = c\xi_0$.

$\Psi(z) = \Psi(z_0 + \delta z) = \Psi(z_0) + \Psi'(z_0)\delta z + \frac{1}{2}\Psi''(z_0)\delta z^2$, $\Psi'(z) = z J_m(kz)$, $\Psi''(z) = J_m(kz) + kz J_m'(kz)$,

$J_3 = \int d\varphi \cos m\varphi\, \Psi[S_c(\varphi)] = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos m\varphi \left[\int_0^{c\xi_0} dS\, S\, J_m(kS) + z_0 J_m(kz_0) z_0 \left(\varepsilon\beta\cos\varphi + \frac{1}{2}\varepsilon^2\beta^2(\beta\cos^2\varphi - 1) \right) + \right.$

$\left. + \frac{1}{2} \left(J_m(kz_0) + kz_0 J_m'(kz_0) \right) z_0^2 c^2 \varepsilon^2 \cos^2\varphi \right] = \Psi(z_0) \cdot 2\pi\delta_{m0} + z_0^2 J_m(kz_0) c\varepsilon\pi\delta_{m1} +$

$+ \frac{1}{2}\varepsilon^2 c^2 z_0^2 J_m(kz_0) \left[\frac{3}{2}\delta_{m0} \cdot 2\pi + \frac{5}{2}\pi\delta_{m2} \right] + \frac{1}{2}\Psi''(z_0) z_0^2 c^2 \varepsilon^2 \frac{1}{2} \left[2\pi\delta_{m0} + \pi\delta_{m2} \right]$

$\lim_{m=0} \Psi(z_0) = \int_0^{z_0} dS\, S J_0(kS) = \frac{z_0}{k} J_1(kz_0)$; $J_1' = 4\varepsilon \int_0^{2\pi} d\varphi \cos m\varphi \cos\varphi \int_0^{S_c(\varphi)} dS\, S\, J_m(kS) \frac{\beta\alpha}{(1+\alpha)^2}$

$J(z) = \int_0^{z_0} dS\, S f(S)$, $J^*(z) = J(z_0) + J'(z_0)\delta z = J(z_0) + f(z_0) z_0 c\varepsilon\cos\varphi$,

Escaneado con CamScanner

$f(\psi) = \psi^1 \frac{d}{(1+d)^3} J_\mu(k\rho)$, $J_\mu' = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi \cos\mu\varphi \left[f(r_0) + f'(r_0) r_0 \varepsilon \cos\varphi + O(\varepsilon^2) \right] =$

$= \pi \delta_{\mu 0} f(r_0) + \pi \delta_{\mu 2} f(r_0) r_0 \varepsilon \int_0^{2\pi} d\varphi \cos^2\varphi \cos\mu\varphi = \pi \delta_{\mu 0} f(r_0) + \frac{\pi}{2} \varepsilon^2 r_0 f(r_0) (2\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2})$

$K_\mu(\psi) = J_1 + J_2 - J_3 = J_1' + 2J_3' + J_2 - J_3 \quad / \; J_1' = J_2 + J_3$

$K_\mu = 4\pi\varepsilon f(r_0) \delta_{\mu 1} + 2\pi\varepsilon^2 r_0 f(r_0) (2\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2}) + 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho J_\mu(k\rho) \frac{d\rho^2}{(1+d)^3} [(d-1)\delta_{\mu 0} + d\delta_{\mu 2}] +$

$+ 2\pi \psi'(r_0) \delta_{\mu 0} + \pi c \varepsilon r_0^2 J_\mu(kr_0) \delta_{\mu 1} + \frac{\pi}{4} \varepsilon^2 c^2 r_0^2 J_\mu(kr_0) [6\delta_{\mu 0} + 5\delta_{\mu 2}] +$

$+ \frac{\pi}{4} c^2 \varepsilon^2 r_0^2 \psi''(r_0) [2\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2}] = K_0 \delta_{\mu 0} + K_1 \delta_{\mu 1} + K_2 \delta_{\mu 2}$

$\sum_\mu |K_\mu|^2 = \sum_\mu K_\mu^2 = K_0^2 + 2\sum_{\mu>0} K_\mu^2$, $K_0 = 2\pi\psi(r_0) + 4\pi c \varepsilon^2 r_0 f(r_0) + 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho J_0(k\rho) \frac{d\rho^2 (d-1)}{(1+d)^3} +$

$+ \frac{3}{2}\pi\varepsilon^2 c^2 r_0^2 J_0(kr_0)$, $K_1 = 4\pi\varepsilon f(r_0) + \pi c \varepsilon r_0^2 J_1(kr_0)$; $K_2 = 2\pi c \varepsilon^2 r_0 f(r_0) +$

$+ 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho J_2(k\rho) \frac{d\rho^2}{(1+d)^3} + \frac{5}{4}\pi\varepsilon^2 c^2 r_0^2 J_2(kr_0) +$, $\psi(r) = \int_0^r d\rho\rho f(\rho)$, $f(\rho) = \frac{d\rho^2}{(1+d)^2} J_\mu(k\rho)$

$+ \frac{\pi}{4} c^2 \varepsilon^2 r_0^2 \psi''(r_0)$ $\psi(r) = \int_0^r d\rho\rho J_\mu(k\rho)$.

$K_0 = 2\pi \frac{r_0}{k} J_1(kr_0) + 4\pi c \varepsilon^2 r_0 \left(\frac{d\rho^2}{1+d}\right)_{\rho=r_0} J_0(kr_0) + \frac{3}{2}\pi\varepsilon^2 c^2 r_0^2 J_0(kr_0) + \frac{\pi}{2} c^2 \varepsilon^2 r_0^2 [J_0(kr_0) + kr_0 J_0'(kr_0)]$

$+ 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho J_0(k\rho) \frac{d(d-1)\rho^2}{(1+d)^3}$, $d = \rho^2/\varepsilon^2 z_0^2$, $r_0 = \varepsilon z_0$. $d(r_0) = r_0^2/\varepsilon^2 z_0^2 = 1$

$K_2 = 2\pi c \varepsilon^2 r_0 \left(\frac{\rho^2 d}{1+d}\right)_{\rho=r_0} J_2(kr_0) + \frac{5}{4}\pi\varepsilon^2 c^2 r_0^2 J_2(kr_0) + \frac{\pi}{4} c^2 \varepsilon^2 r_0^2 [J_2(kr_0) + kr_0 J_2'(kr_0)] + 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho \frac{d^2\rho^2}{(1+d)^3} J_2(k\rho)$

$K_0 = 2\pi \frac{r_0}{k} J_1(kr_0) + 2\pi c \varepsilon^2 r_0^2 J_0(kr_0) + \frac{3}{2}\pi\varepsilon^2 c^2 r_0^2 J_0(kr_0) + \frac{\pi}{2} c^2 \varepsilon^2 r_0^2 [J_0 + kr_0 J_0'] +$

$+ 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho J_0(k\rho) \frac{d(d-1)}{(1+d)^3} \rho^2$; $K_1 = 4\pi\varepsilon \int_0^{r_0} d\rho\rho \frac{d\rho^2}{(1+d)^2} J_1(k\rho) + \pi c \varepsilon r_0^2 J_1(kr_0)$

$K_2 = \pi c \varepsilon^2 r_0^2 J_2(kr_0) + \frac{5}{4}\pi\varepsilon^2 c^2 r_0^2 J_2(kr_0) + \frac{\pi}{4} c^2 \varepsilon^2 r_0^2 [J_2 + kr_0 J_2'] + 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho \frac{d^2\rho^2}{(1+d)^3} J_2(k\rho)$

$\varepsilon^2 c^2 r_0^2 \sim \varepsilon^2 c^4$, $c\varepsilon^2 r_0^3 \sim \varepsilon^2 c^4$, $c\varepsilon \cdot r_0^2 \sim c^3 \varepsilon$. Главный член $\sim \varepsilon^2 c^4 \approx \rho^2 c^4$ при $\rho \ll r_0$, $\delta m \sim \rho^2 c^4$ преобразование.

$K_0 = 2\pi \frac{r_0}{k} J_1(kr_0) + 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho^3 \frac{d(d-1)}{(1+d)^3} J_0(k\rho)$, $K_1 = 4\pi\varepsilon \int_0^{r_0} d\rho\rho^3 \frac{d}{(1+d)^2} J_1(k\rho)$

$K_2 = 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho \frac{d^2\rho^2}{(1+d)^3} J_2(k\rho)$

$\sum_\mu |K_\mu|^2 = K_0^2 + 2\sum_\mu K_\mu^2 = \left[2\pi \frac{r_0}{k} J_1(kr_0) + 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\rho\rho^3 \frac{(d-1)d}{(1+d)^3} J_0(k\rho) \right]^2 +$

$+ (4\pi)^2 \varepsilon^2 \left[\int_0^{r_0} d\rho\rho^3 \frac{d}{(1+d)^2} J_1(k\rho) \right]^2 + (4\pi)^2 \varepsilon^4 \left[\int_0^{r_0} d\rho\rho \frac{d^2\rho^2}{(1+d)^3} J_2(k\rho) \right]^2$

Проверка. Оставляем k J_1, умножаем на $\frac{1}{(d+1)}$ интегрируем. Это изменит $f(\rho)$, $\psi(r)$ в J_1' и сделает $J_3' \neq J_3$. $J_1' = 4\pi\varepsilon f(r_0) \delta_{\mu 1} + O(c\varepsilon^2 z_0^2) (2\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2})$

$J_1' = 4\pi\varepsilon \delta_{\mu 1} \int_0^{r_0} d\rho\rho \frac{d\rho^2}{(1+d)^2} J_\mu(k\rho)$, $K_\mu = J_1' + J_2 + 2J_3' - J_3$. J_3 - сохраняется

$J_3' = \int d\varphi \int_0^{\rho_c(\varphi)} d\rho\rho J_\mu(k\rho) \cos\mu\varphi \frac{1}{(1+d)}$. Вычисл. J_3' такие же как и J_3, но надо $J_\mu \to \frac{J_\mu}{(1+d)}$.

В числ. для всех ψ K_μ надо $J_3 \to 2J_3' - J_3 = \int d\varphi \int_0^{\rho_c} d\rho\rho J_\mu(k\rho) \cos\mu\varphi \left[\frac{2}{1+d} - 1 \right] =$

$= \int d\varphi \int_0^{\rho_c(\varphi)} d\rho\rho J_\mu(k\rho) \cos\mu\varphi \left(\frac{1-d}{1+d} \right)$. $J_3 = \int d\varphi \int_0^{\rho_c} d\rho\rho J_\mu \cos\mu\varphi$. Связь $\psi(r) = \int_0^{\rho_c} d\rho\rho J_\mu \cdot \left(\frac{1-d}{1+d} \right)$

$\psi'(r) = r J_\mu(kr) \left(\frac{1-d}{1+d} \right)_{\rho=r} = r J_\mu(kr) m_2^0(r)$, $m_2^0 = \frac{1 - \rho^2/c^2 z_0^2}{1 + \rho^2/c^2 z_0^2}$. Надо $\psi(r) \to (\psi, \psi'(r))$.

$\psi''(r) = J_\mu(kr) m_2^0(r) + r m_2^0(r) J_\mu'(kr) + r J_\mu(kr) \frac{\partial m_2^0}{\partial r}$.

$\text{Corr}[J_3] = \int d\varphi \cos\mu\varphi \left[\psi(r_0) + \psi'(r_0) r_0 \left(\varepsilon\cos\varphi + \frac{1}{2}\varepsilon^2 c^2 (3\cos^2\varphi - 1) \right) + \frac{1}{2}\psi''(r_0) r_0^2 c^2 \varepsilon^2 \cos^2\varphi \right] =$

$= 2\pi\psi(r_0)\delta_{\mu 0} + r_0 \psi'(r_0) c\varepsilon\pi\delta_{\mu 1} + \frac{1}{2}\varepsilon^2 c^2 r_0 \psi'(r_0) \left[\frac{3}{2} 2\pi\delta_{\mu 0} + \frac{\pi}{2}\pi\delta_{\mu 2} \right] + \frac{\pi}{4}\psi''(r_0) r_0^2 c^2 \varepsilon^2 [2\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2}]$

$\psi'(r_0) = 0$ при $r = r_0$ т.к. $(1-d)_{r_0} = 0$. $\psi''(r_0) = r_0 J_\mu(kr_0) \left(\frac{\partial m_2^0}{\partial r} \right)_{r=r_0}$

$\frac{\partial m_2^0}{\partial r} \cdot \frac{\partial m_2^0}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1-d}{1+d} \right) = \frac{1}{(1+d)^2} [-d'(1+d) - (1-d)d'] = -\frac{2d'}{(1+d)^2} = -\frac{2}{(1+d)^2} \frac{\partial \rho^2}{\partial \rho} \frac{1}{c^2 z_0^2} =$

$= -4 \frac{\rho}{c^2 z_0^2} \frac{1}{(1+d)^2} \Big|_{\rho=r_0} = |d(r_0) = 1| = -\frac{r_0}{c^2 z_0^2} = -\frac{1}{c z_0}$. $\psi''(r_0) = r_0 J_\mu(kr_0) \frac{(-1)}{c z_0} = -J_\mu(kr_0)$

Corr. $J_3 = 2\pi\psi(r_0)\delta_{\mu 0} + \frac{\pi}{4}(-1) J_\mu(kr_0) r_0^2 c^2 \varepsilon^2 [2\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2}] \approx 2\pi\psi(r_0)\delta_{\mu 0} + O(\varepsilon^2 c^4)$

Escaneado con CamScanner

$$\begin{cases} K_0 = 2\pi\psi(r_0) + 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\xi\, \xi^3 \frac{(\alpha-1)\alpha}{(1+\alpha)^3} J_0(k\xi), \quad K_1 = 4\pi\varepsilon \int_0^{r_0} d\xi\, \xi^3 \frac{\alpha}{(1+\alpha)^2} J_1(k\xi) \\ K_2 = 4\pi\varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\xi\, \xi^3 \frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^3} J_2(k\xi), \quad \alpha = s^2/c^2\xi_0^2. \end{cases}$$ С точн. до $\varepsilon^2 c^4 \approx s^6$, если $s < 1$.

$\psi(r_0) = \int_0^{r_0} d\xi\, \xi J_0(k\xi)\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)$ здесь функционально условна $W_m^s(c, s=0)$. Но $c \to c\xi_0$. $\xi_0 = \left(\frac{1+s^2}{1-s^2}\right)$

$r_0 = c\xi_0$.

$\sum_\mu |K_\mu|^2 = K_0^2 + 2\sum_{\mu\neq 0} |K_\mu^2| = K_0^2 + K_1^2 + O(s^6)$. $K_2^2 \sim \varepsilon^4 \left[\int_0^{r_0} d\xi F(\xi)\right]^2 \sim \varepsilon^4 r_0^4 \sim \varepsilon^4 c^4 \to 0$

$$\sum_\mu |K_\mu|^2 = (2\pi)^2 \psi^2(r_0) + (4\pi)^2 \psi(r_0) \varepsilon^2 \int_0^{r_0} d\xi\, \xi^3 \frac{\alpha(\alpha-1)}{(1+\alpha)^3} J_0(k\xi) + (4\pi)^2 \varepsilon^2 \left[\int_0^{r_0} d\xi\, \xi^3 \frac{\alpha}{(1+\alpha)^2} J_1(k\xi)\right]^2$$

$f(r_0) = \int_0^{r_0} d\xi F(\xi) = f(0) + f'(0) r_0 + \frac{1}{2} f''(r_0) r_0^2 + \ldots = 0 + r_0 F(0) + \frac{1}{2} F'(r_0) r_0^2 + \ldots$

$r_0 = c\xi_0 \ll 1$. Если так можно разложить, инт. $\int_0^\infty dk [1 - e^{-\beta k}](\cdot)$ сходится, то сказ. только $\psi(r_0)$ - член в $K_0(k)$ с точн. до s^4 (~s^6 приближение).

$$W_c(c,s) \frac{1}{M_s^2 R^3} = \int dk [1 - e^{-\beta k}] \sum_\mu |K_\mu(k)|^2 \approx \pi\beta (L_e/R)^2 (2 - \ln c).$$

$$\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c(c,s) \approx \int dk [1 - e^{-\beta k}] \psi^2(r_0) (2\pi)^2 + \pi\beta (L_e/R)^2 (2 - \ln c) = (2\pi)^2 r_0^3 U_s(\beta/r_0) + \pi\beta \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 (2 - \ln c)$$

$$\psi(r_0) = \int_0^{c\xi_0} d\xi\, \xi J_0(k\xi) \left(\frac{1 - s^2/c^2\xi_0^2}{1 + s^2/c^2\xi_0^2}\right), \quad U_s(x) = \int_0^\infty dk [1 - e^{-kx}] \left[\int_0^1 d\xi\, \xi \left(\frac{1-s^2}{1+s^2}\right) J_0(k\xi)\right]^2 -$$ - функция усова.

Т.е. с точностью до s^4-членов задача имеет $c_m(s)$ сведена к $c \to r_0 = c\xi_0$ в форме усова. $\ln c = \ln r_0/\xi_0 = \ln r_0 - \ln \xi_0$

$$\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c(\xi, s) = (2\pi)^2 r_0^3 U_s(\beta/r_0) + \pi\beta \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 [2 - \ln r_0] + \pi\beta \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \ln \xi_0$$

$\frac{\partial W_c(r_0, s)}{\partial r_0} = 0$ дает $r_c = r_u(L)$, или $c_m(s) = r_u/\xi_0(s) = r_u(L)\left(\frac{1-s^2}{1+s^2}\right)$

$c_m(s)$ падает с $s\uparrow$ $c_m(s) \approx c_m(0)[1 - 2s^2 + O(s^4)]$. $r_u(L)$ изв. численная функция от L и L_e. $c_m(0) = r_u(L)$.

$$\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c[c_m(s), s] = \frac{1}{M_s^2 R^3} \min W_c(s) = (2\pi)^2 r_u^3 U_s(\beta/r_u) + \pi\beta \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 [2 - \ln r_u] +$$

$$+ \pi\beta \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \ln \xi_0(s), \text{ т.е. } \min W_c(s) \sim \ln \xi_0(s) = \ln\left(\frac{1+s^2}{1-s^2}\right) \approx 2s^2$$

$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\operatorname{arctanh}(x) = 2\left[x + \frac{1}{3}x^3 + O(x^5)\right]$, $\ln\left(\frac{1+s^2}{1-s^2}\right) = 2s^2 + O(s^6)$

Если $\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c = I_0 + \frac{1}{2} I_1 s^2 + \frac{1}{4} I_2 s^4$, то вклад в ч-м - frequency of W_c

$$\omega_c = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta} [I_1 + I_2 s^2] = \frac{\omega_M}{8\pi^2\beta} \pi\beta \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{\partial \ln \xi_0(s)}{\partial s^2} \frac{1}{s} = \frac{\omega_M}{8\pi} \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{\partial \ln \xi_0(s)}{\partial s} \frac{1}{s}$$

VC-W face TVA

$$\omega_c = \frac{\omega_M}{2\pi} \left(\frac{L_e}{R}\right)^2.$$ Для $R = 100$ nm, $L_e \approx 18$ nm $\frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{\omega_M}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \left(\frac{18}{100}\right)^2 = 0{,}005 \cdot 30\,\text{GHz} = 0{,}155\,\text{GHz}$.

$\frac{\omega_c}{2\pi} \approx 150$ MHz — большой по сравнению с TM

W. для face magnetostatics (linear shift) и grows $c_m(s)$ - equil. VC-radius.

$\frac{1}{M_s^2 V} W_c(s) = \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \ln \xi_0(s) = 2\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 s^2$, $\frac{x_c}{2} = 2\left(\frac{L_e}{R}\right)^2$, $\frac{1}{2} x_{ex} = \left(\frac{L_e}{R}\right)^2$ в TVA

увелич. $\omega_0(\beta)$ на ~50% увеличивает J_{c1}^{calc}, и $J_{c1}^{calc} \approx J_{c1}^{sim}$, см. 19/III 13,

но с расстр. $N = \omega_1/\omega_0$ падает, λ растет и $s_0(J) = \lambda\sqrt{J/J_{c1}} - 1$ растет.

$\frac{1}{2G} d(s) = \underset{c \to c_m(s)}{d_0 + d_1 s^2} = \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{c} + \frac{5}{6} s^2 = \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \ln \frac{\xi_0(s)}{r_u} + \frac{5}{6} s^2 = d_0 + \frac{1}{2} \ln \xi_0 + \frac{5}{6} s^2 =$

$= d_0 + \frac{1}{2} 2 s^2 + \frac{5}{6} s^2 = d_0 + \frac{11}{6} s^2$, $\boxed{d_1 = \frac{11}{6} d_c}$ - new NL damping.

$d_1 = (5/6) d_c$ or $15/I$ improvement. For any d_1, you $c \to c_m(s) = r_u \cdot \left(\frac{1-s^2}{1+s^2}\right)$ приводит к расх. d_1 из-за $\ln \xi_0(s)$ - NL член. Проверить d_1.

Note: $F_{ST} \sim -\frac{1}{2}\pi a \bar{s} \left[1 + \lambda \xi_0 c^2 + \ldots\right]$ и $c \to c_m(s) = r_u\left(\frac{1-s^2}{1+s^2}\right) \approx r_u[1 - 2s^2]$

приводит к $\bar{s} c^2(0) s^2$ - члену в $F_{ST}(s)$ - ST force or $16/11$. Нелин. отклик вихря $r_u = c_m(0)$.

(12/III) Числ. расчет Mathcad $W_c(c,s)$, считая $\xi_c(\varphi) = c\xi_0[1 + \ldots]$ вместо $\Theta[1 - |s|^2)$. Krasnyuk приемник M. Curie grant

Mathcad легко считает $W_c(c)$ for any s. Видно $c_m(s)$ падает с ростом s

$$\frac{\partial K_\mu}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c} \int d\varphi \int_c^{\xi_c(\varphi)} d\xi\, \xi J_\mu(k\xi) \cos m\varphi\, m_z(\vec{\rho}, c, s) = \int d\varphi \left[\xi \frac{\partial \xi_c}{\partial c} J_\mu \cos m\varphi \frac{m_z}{\xi_c(\varphi)} + \int_0^{\xi_c(\varphi)} d\xi\, \xi J_\mu \cos m\varphi \frac{\partial m_z}{\partial c}\right] =$$

$$= \int d\varphi \int_0^{\xi_c(\varphi)} d\xi\, \xi J_\mu \cos m\varphi \frac{\partial m_z}{\partial c}, \quad \frac{\partial m_z}{\partial c} = \frac{4}{c} \frac{|s|^2}{[1 + |s|^2]} \to$$ можно было сразу записать $\frac{\partial W_c(c,s)}{\partial c} = 0$ аналит.

Dom Invita tasador Bilbao 344 kE

Escaneado con CamScanner

MathCad (Non_linear_Vortex.mcd) подбираем численно, зависит $\tau_c(\omega)$ - ТИА, τ_{c0}
$c_m(s) = c_m(0)/s_0(s) = c_m(0)\frac{(1-s^2)}{(1+s^2)}$ на интервале $s \in [0, 0.6]$ с точностью ~1%.
W/m $\beta = 0.01$, $R = 100$ nm, $L_e = 17.7$ nm. $c_m(0) = 0.122$.
Точно linear $\omega_c \to \omega_0 + \omega_c$, $\omega_c = \omega_M \frac{1}{2\pi}(l_0/R)^2$ из-за $c_m(s)$
$d_1 = \frac{11}{6} d_0$ - new M damping. $N = \omega_1/\omega_c$ и d_1/d_0 надо перечислить.
New $s_0(J)$, $s(t)$ - transient и $\omega_G(J)$.
$\frac{1}{M_s^2 R^3} W_c(s) = I_0 + \frac{1}{2} I_1 s^2 + O(s^4)$, $\frac{1}{2} I_1 = \pi\beta\left(\frac{l_e}{R}\right)^2 \cdot 2s^2$, $\frac{1}{M_s^2 V} W_c(s) = \frac{I_0}{\pi\beta} + \left(\frac{l_e}{R}\right)^2 2s^2$
$\frac{1}{M_s V} W = w = w(0) + \frac{x}{2} s^2 + \frac{x'}{4} s^4 = w(0) + A s^2 + B s^4$. $A \to A + \chi\left(\frac{l_e}{R}\right)^2$.
$G(s)$ с grossen $c_m(s)$ и s_0 можно считать as constant (s).

New $\frac{d_1}{d_0} = \frac{11}{6} \frac{1}{\frac{1}{8}\left(5 + 4\ln\frac{1}{c}\right)} = \frac{44}{3} \frac{1}{\left[5 + 4\ln\frac{1}{c}\right]}\Big|_{c=0.122} = 1.093$, $c_m(0) = 0.122$, $\beta = 0.01$, $R = 100$ nm
с grossen $c_m(s)$

Calc. $\omega_G(J)$ ~ на 30% > simulated. Возьмем $\gamma/2\pi = 2.80$ MHz/Oe (а не 2.95). Fem.
Change $\gamma \to$ change ω_c in $\omega_G = \omega_0[1 + N s^2]$ и change τ in transient $s(t)$.
Сделаем $s_0(J)$ - vc steady Radius, $\omega_G(J) = \omega_c(J)[1 + M(J) s^2(J)]$ и $s(t, J)$,
для $L = 7$ nm, $R = 100$ nm, $l_e = 17.7$ ($A = 10^6$ erg/cm, $M_s = 800$ G, $d_c = 0.01$) и $\gamma/2\pi = 2.80$ MHz/Oe.

(14/III) Подготовление Figs. для NL-Vortex STO paper.
Elsa-UAM Запросила new tarjeta residencia. $S(0.31\pi, 1040\ ns) = 0.257$
Тест звонки: Ольга приглашение; (Transient (1)) $S(0.40\pi, 1400\ ns) = 0.331$
2) Phase-TM paper - дать нормальную теор. theory и начать Eng.
Срочно до 28/III: 1) NEC-Oxc. grant отчет за 2003; 2) написать M-Vortex STO-paper; 3) Oxc. thesis; 4) paper с Rolf; 5) US - Stanf. Стива.
→ написать до 21/III Krzysztof (Poznan) Email в M. Curie grant - RISE.

Подготовление Figs. и revision также NL-Vortex STO с Берковым. Обсуждение с Oxc. ее поездки в Dresden (A. Deac, J. Fassbender) с NL-STO данными/criterion переписка нового postdoc, Coor. thesis и paper с Берковым по NL-STO.

(20/III) Составил file theory Phase (1) для High-order-Vortex-TM и послал по Email
Revision of NL-STO paper с Берков. Обсуждение Figs. NL-STO с Oxc. - добавить $s_0(J)$ и $\omega_c(J)$ для $L = 5, 10$ nm, посчитать $N(\beta, R, J)$ vs. L хотя для $J = 0$ и J_{c1}.
(24/III) переписка с Barceló, Santander, Cyrkor (Interbank для postdoc-applicant), Julian. Correction RISE-Krawczyk grant и написание cover letter - новый file to Krawczyk.
(27/III) подготовление new Figs для NL-STO с Берков (см. 19/XII 03.). $\gamma/2\pi = 2.80$ MHz/Oe.

NL STO

V. ions Radius ($s=0$)	$c(5\text{ nm}) = 0.118$	$c(7\text{ nm}) = 0.122$	$c(10\text{ nm}) = 0.129$
$\alpha = 0.01$. Damping	d_0/d (5nm) $= 1.69$	d_0/d (7nm) $= 1.67$	d_0/d (10nm) $= 1.65$
Корр. ξ в ω_c:	ξ(5nm) $= 1.043$	ξ(7nm) $= 1.045$	ξ(10nm) $= 1.047$
Simulated	$J_{c1}(5\text{nm}) = 1.94$ MA/cm^2, $I_{c1} = 0.6095$ mA	$J_{c1}(7\text{nm}) = 3.36$ MA/cm^2, $I_{c1} = 0.936\pi = 1.056$	$J_{c1}(10\text{nm}) = 6.64$ MA/cm^2, $I_{c1} = 2.086$ mA
$\frac{d_1}{d_0} = \frac{11}{6}\frac{1}{\left(\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{c}\right)}$	1.083 (5 nm)	1.093 (7nm)	1.112 (10 nm
Lim. $\frac{\omega_0}{2\pi}(J_{c1})$, MHz	316.9 (5nm)	413.0 (7nm)	557.1 (10 nm)
$\omega_c' = \omega_0^{lim}(J=0)$ [MHz]/2π	307.4 (5nm)	396.6 (7nm)	524.7 (10 nm)
$2\alpha d_0 \omega_c' \cdot 2\pi = \frac{1}{\tau_0}$	65.3 MHz (5nm) $\tau_0 = 15.3$ ns	83.2 MHz (7nm) $\tau_0 \simeq 12.0$ ns	108.8 MHz (10 nm) 9.2 ns
$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0}\left(\frac{J}{J_{c1}} - 1\right)$, 1/s			
$N(J_{c1}) = \omega_1(J_{c1})/\omega_0(J_{c1})$	0.412	0.369 (7nm)	0.334 (10 nm)
$\lambda(J_{c1})$	0.8055 (5nm)	0.8105 (7nm)	0.8154 (10nm) 0.8042

Escaneado con CamScanner

Para distintos de tambores $L_0 = 18,1$ mm, $L = 21$ mm, $R = 200$ mm $\Rightarrow N = 0,766$

$A(1,01, 100, 1,016) = 0,184$; para $s(1,1)$ para $L = 1$ mm ¿ especies propias

$\chi(0) = 0,1 \Rightarrow s(0) = 0,5$ (gráficos $s(t)$ bonitos, no se ajustan mejor)

$\chi_0(4,0 \text{ mA/m}) = 0,64$ Hz para $A(1,1,1)$ Hz para $A(3,0)$

$\chi_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi\nu_0$

Simulated $J_{01} \times 1,5 J_{c1}$, i.e. $I(J)_{min}$ ($\chi/\chi_0 = 1$) para $\chi_0 = 0,5$ (sucesivo para $\chi_0 = 0,1$)

No como ajustar la dependencia $\chi(I)$ para 100 nm, para $\chi/\chi_0 = 1,5$ sucesivo para $\chi_0 = 0,1$.

Hysteresis $N(\chi, \chi_0)$ para diferentes PRL'12: $L = 4,8$ nm, $R = 215$ nm, $M_s = 640$ G, $A = 1,5 \cdot 10^{-6}$ erg/cm

Rhodenizer PRL'12: $L = 4$ nm, $R = 250$ nm, $M_s = 650$ G

Grimaldi Arxiv: $L = 5$ nm, $R = 250$ nm, $M_s = 650$ G = Ikon estándar

Sukhov PRL'13: $L = 28$ nm, R sphere, for $\chi/\chi_0 = 0,5$ to $0,15$.

(24/VIII) Wiesendanger new Rigi + NL 510 paper.

(24/VIII) Meeting + Julian + Eberhard. Thornhagen appl. possible Sukhov, RIP

PM Grimaldi appl., for χ signed new Coll Kalla, in relevant Jan Jamet de Ons

Again + Julian to Quang Trieste informed, no right Bombinelli + Jan Ikon Zamora

Vigan + Rigi + Barcelo + Sevilla + Bilbao + Antalya + Granada + BCN. Meeting Ikon Sukhov no.

Hotel & Parks, Zaragoza Conf. reservation Hotel & Antalya (Oct 2014)

Sarmento letter Carbide/Gd gave Rosa (UAM in Madrid) Nichols - Sandvik Schwarz PO, + Mag (Copper) received from Hyperion contact (Sandvik comp.)

for March 31. Patricia mag received NL-510 APL paper

(31/VIII) Thornton acceptance letter. Jan Thornhagen provides appl. by A. Sukhov

Hysteresis open unsaved χ_{dc} as a function of N. $\chi(J)$ as obtained by Mathcad?

Ps NL-510 draft $\chi_{dc} = N \cdot \left(\frac{M}{4\pi}\right) 3\theta/M_s$, & Mathcad $\chi_{dc} = -N(\cdot)\, 3\theta/M_s$

Min Grimaldi gave $(d\chi/dJ) = 2,0$ mA fitting, $(d\chi/dJ)_{calc} = 0,6$ range van Jamet value

$(d\chi/dJ) = 1,03$ when $\theta = 0,122$. Le (Grimaldi) $= 24,8$ nm, too large $c = R_c(5\text{nm})/(250\text{ nm}) < 0,1$,

acceptance $(d\chi/dJ)$. NL-510

Grimaldi Arxiv gave $\chi/\chi_0 \approx 1,3$(?) Exchange negative s^{-1} - Energy of $W_{DW}(s)$

Grimaldi Arxiv gave $I = 3,3$ mA. $J = I/\pi R^2 = 3,3 \cdot 10^{-3} A \cdot \frac{1}{\pi (2,5)^2 \cdot 10^{-10} cm^2} = 1,68 \frac{MA}{cm^2}$

$c = 1,68 \cdot 10^{10} \frac{A}{m^2}$

Calc. $\chi = \chi_{ms} + \chi_{oe} J = [4,1 \cdot 10^{-5} + 1,2 \cdot 10^{-16} \cdot 1,68 \cdot 10^{10}]\ kg/s^2 =$

$= [4,1 \cdot 10^{-5} + 12,1 \cdot 10^{-6}]\ kg/s^2 = 5,3 \cdot 10^{-5}\ kg/s^2$.

Calc. $\chi' = \chi'_{ms} + \chi'_{oe} J = [0,1 \cdot 10^{-4} - 3,6 \cdot 10^{-16} \cdot 1,68 \cdot 10^{10}]\ kg/s^2 = [1,0 \cdot 10^{-5} - 0,60 \cdot 10^{-5}]\ kg/s^2 = 0,4 \cdot 10^{-5}\ kg/s^2$

Calc. $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)_{Grimaldi} = \left(\frac{5,3 \cdot 10^{-5}}{0,4 \cdot 10^{-5}}\right)^{-1} = (13,3)^{-1}$ (!) $\approx 0,075$

Sim/Fitted $\chi = [4,4 \cdot 10^{-5} + 15 \cdot 10^{-16} \cdot 1,68 \cdot 10^{10}]\ kg/s^2 = [4,4 + 2,52] \cdot 10^{-5}\ kg/s^2 = 6,92 \cdot 10^{-5}\ kg/s^2$

Sim. $\chi' = [2,2 \cdot 10^{-4} - 1,1 \cdot 10^{-14} \cdot 1,68 \cdot 10^{10}]\ kg/s^2 = [2,20 - 1,85] \cdot 10^{-4}\ kg/s^2 = 0,35 \cdot 10^{-4}\ kg/s^2$

Fitted (χ/χ_0) Grimaldi $= \frac{3,5 \cdot 10^{-5}}{6,95 \cdot 10^{-5}} = 0,506$ (!), Dominic $\sigma_T (\chi'/\chi)_{calc}$ & 6 Fig (!)

Burgos $N_{sim} = (\chi/\chi_0)_{sim} = 0,50$ - para caso que $L = 5$ nm, $R = 250$ nm, $M_s = 650$ G - PRL

Ikon $N(5/250, 250, 0) = 0,36$; ($L_0 = 11,7$ nm ($A = 1 \cdot 10^{-6}$ erg/cm, M_s Rec) $A = 1,3 \cdot 10^{-6}$ erg/cm $L_0 = 24,8$ nm

Para mas sim. $\rightarrow$ Gilles Jagla, ver. Grimaldi Arxiv (2013) para reproducir N y fitting exp. de

Calc. $(\chi'/\chi)_{Grim}$ luego reproducir χ_{sim} para $I = I_{c1} = 2,6$ mA - Calc. I_{c1} - exp. Hongbeomo $J_{c1} = 1,27 \cdot 10^{10}$ A/m²

Calc. $\chi = [4,1 + 0,92] \cdot 10^{-5}\ kg/s^2 = 5,02 \cdot 10^{-5}\ kg/s^2$; Calc. $\chi' = [1,0 \cdot 10^{-5} - 4,6 \cdot 10^{-6}]\ kg = 0,54 \cdot 10^{-5}\ kg$

Calc. $N = \left(\frac{\chi'}{\chi}\right)_{Grim} = \frac{0,54 \cdot 10^{-5}}{5,02 \cdot 10^{-5}} = 0,108$, Julio mg - 3a Zamora χ_{Ms}

Exp. Fitted N(Grimaldi) $N = 0,506$ reproducido para $I = 3,3$ mA con $I/I_{c1} = 1,27$. Bonus I_{c1}

y nueva explanation de Grimaldi $I_{min} = 2,3$ mA Grimaldi referencia N (1) para exp. fitted $N = 0,506$. Xor de $N(3)$ cambia

Que negativa Acceptance letter A. Sukhov (Dec. Angel Alegría), nuevo en Ikonbosque.

Escaneado con CamScanner

Subm. NL-S10 paper to APL + reply cyclic vortex. Also one to Editor re applications, i.v. re applications + strong comment of new applied physics.

28/III C A. B Fraile - Urbil Cuevas. Greek. Toroidal techn. Report FIS project. Acc. Hyst.

27/III Trip Cartagena: Antalya, APL - probes + Ondas meeting in IAM. Reservation + Skype + Acc. Negotiations. Barcelona techn. report FIS project + notice etc via MINECO website. E-mails to Ana Martinez UAM/EHU Red Quantum 210 € Conf. fee "SKYMAG" workshop, Paris (Bob's credit card.

Hotel Abba via Cond. Mad Conf. Aug Rose - Paris 3 March 31.
Reserv Patri via Conf. fee ICSM Antalya + Intermag - Dresden
(Cristina quiere venir) no FIS2010 - project + notices to Ana Mart.

Intermag fee 570 € go Apr. 2, noches 685 €. ICSM - 450 € go Apr. 14.

28/III C A. + A. B Avila: money from new Tarjetas de Largo Duracion (incl. Trabajo). Sun. other FIS2010 - project "Viajes y dietas" - notices file to Ana Martinez.
Bloomington: Phases TM-APL draft done via Gloria, + proofs corr. Reprints + notices buy (forno Invit. Letter → notices 31/III.

29/III C A. + M. Ontarreta, La Roela downtown, Lidl. E-mails Slavich, ICSM '2014.

30/III E-mail to Susana: owner. alquiler Bervio 33, 3B - May 31, 2014.

	Airtickets	Conf. fee	Hotel
- Antalya, ICSM	+		Booked - 690 €
- Dresden, Intermag	+	orga go 14/IV - Zamora invoice Patri go 2/IV - money from invoice Ondas	— ? Booked - 420 €

31/III Improvements manuscr. corrections Referees re. High-order TM paper - Sci. Reports. Obligacion. + Julian Herring Dec. has graduado en Master within my MEC project. Acc. nuevo + pecunias. Gor-ibe que Zamora thesis. Cover letters to MEC + Ana Martinez + Julian + Dec. gone corp. position. Obligacion - Sci. Reports + APL High Order TM papers + Prof. Invited + Patri Conf. fee Intermag - 570 € + obligacion. Barcelo agency (negremo P.) Owner + Patri Conf. fee Intermag - 570 € + obligacion. Barcelo agency new letter Tax Office.

1/IV C + B. Mapfre" - nomina + orden of home insurance // Cuenta 500 € + gen Dec 450 € 450 € recomm B. "Santander" + manuscr. tasador 447 €. No. compañía del tasador de Casa Jaime - es crea Santander".
Meeting + Aiping. Revised and sent to her new "paper no TM in nanotubes for JAP. Sent e-mail Zamora to Ana Martinez, UAM/EHU, + Bozzo. hiring graduate - + panama project FIS2010 go Dec. 2014.

2/IV Tax office + Mapfre return - 2013 Sol + Dec. cancel renew 1000 € no alquiler de vivienda (Law B 2012). No contracts, contact them > 7 April. Contratación de seguro de hogar "Mapfre" no Apr 2014 - Apr 2015.

$\omega_n(L)$ - TM High-order Vortex TM ; movepka $\omega_n(A)$ - simulations by Ding. A = 5, 1.05, 2.0 × 10⁻⁶ erg/cm

sim. $\omega_1(A) = kA + \omega_M$, $k = \frac{3.1 - 1.8}{2.0 - 1.5} \frac{GHz}{10^{-6} erg/cm} = 0.87 \cdot 10^6 \frac{GHz}{G^2 \cdot cm^2}$ que $L = 80\ nm$.

Calc. $\omega_1(A) = \frac{\pi}{8} \frac{2A}{M_s^2 L^2} \left[\ln \frac{1}{c} + \frac{5}{4}\right] \omega_M + \omega_M$, $k = \frac{\pi^2 \delta}{M_s^2 L} \left[\ln \frac{1}{c} + \frac{5}{4}\right]$

Vamos a que $L = 80$ + $100\ nm$. $\frac{R_c}{L_e} = 0.59 + 0.21 (L/L_e)^{0.85}$ - Suhl JAP '12.

$L_e = \sqrt{2A}/M_s$. $c = \frac{R_c}{R} = \frac{L_e}{R} \left[0.59 + 0.21 (L/L_e)^{0.85}\right]$, $R = 150\ nm$

$\delta/2\pi = 2.93\ GHz/kOe$, $M_s = 810\ G$ by exp. katazei - Ding. $c(L_e) = c(A)$ pocos + AT.

Bozzo nos $A = 1.05 \cdot 10^{-6}\ erg/cm$. $L_e = \sqrt{1.05 \cdot 10^6\ G^2 cm^2} \frac{1}{M_s} = \sqrt{1.05} \frac{10^{-3}\ G \cdot cm}{810 \cdot G} =$

$= \frac{\sqrt{1.05}}{0.81} 10^{-6} cm = \frac{\sqrt{1.05}}{0.81} \cdot 10\ nm = 12.65\ nm \approx 12.7\ nm$, ~~$c = L_e/R = 0.084$~~

$R_c = 12.7\ nm \left[0.59 + 0.21 (80/12.7)^{0.85}\right] = 12.7\ nm \cdot 1.59 = 20.2\ nm$ + nm $c = \frac{R_c}{150 nm} = 0.135$

$\ln \frac{1}{c} + \frac{5}{4} = 3.25$. $k(A) \sim \ln \frac{1}{c(A)}$ cuadro nagaer + pocos A.

Calc. $k = \frac{\pi^2 \delta}{M_s L^2} \left[\ln \frac{1}{c} + \frac{5}{4}\right] = \frac{\pi^2 2.93 \cdot GHz/kOe \cdot 3.25}{0.81\ kOe\ (80 \cdot 10^{-7} cm)^2} = \frac{\pi^2 2.93\ GHz \cdot 3.25}{0.81 \cdot G^2 / 10^6 (0.8)^2 10^{-10} cm^2} =$

$= \frac{\pi^2 \cdot 2.93 \cdot 3.25\ GHz \cdot 10^4}{0.81 \cdot (0.8)^2\ G^2 cm^2} = 181.3 \cdot 10^4 \frac{GHz}{G^2 cm^2} = 1.81 \cdot 10^6 \frac{GHz}{G^2 cm^2}$ ≈ B paga Sanbune $k_{sim} = 0.87 \cdot 10^6$ (

Escaneado con CamScanner

Sim $\omega_m(n=1) = \omega_1(0.5) = k \cdot 0.5 \cdot 10^6 \frac{erg}{cm} = 1.8\ GHz - 0.87 \cdot 10^6 \frac{GHz}{G^2 cm^2} \cdot 0.5 \cdot 10^6 \frac{erg}{cm} \approx 1.36\ GHz$

Очевидно Sim $\omega_m(n=1) \gg$ Calc. $\omega_m(n=1) = 2\beta\omega_H \int dk \{(\beta k)\}^2(k)$

Расчет γ (166 стр. 213) within TVA дал $\gamma = \pi M_s^2 \left(\frac{kr}{L}\right)^2 \left[\ln\frac{1}{kr} - \frac{1}{4}\right]$ One core.

● А 13/IV 13 г. по изложена расчета, а дал $\gamma = \pi M_s^2 \left(\frac{kr}{L}\right)^2 \left[\ln\frac{1}{kr} + \frac{5}{4}\right]$ с уточнением v. exc.

Тое nago изобразить. $W_{ex} = A \int dV (\vec{m}')^2 = A \int dV \left[(\theta_k')^2 + \sin^2\theta (\varphi_k')^2\right]$, где $\frac{\partial}{\partial z}$

- Calculation Exchange energy - $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \varphi}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial z}$ $\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial z}$ · $\frac{\partial \varphi}{\partial s}, \frac{\partial \theta}{\partial s}$ при $s=0$.

- Localized Gaussian s^2 - approximation.

Если берется current term $\gamma \sim \left[\ln\frac{1}{kr} + 5/4\right]$, то near precise ω_1 забываем exch. energy и занимаем ω_m - наименьшее boundary в $\omega_{n=1}$ vortex TM mode. $\omega_n(k)$ - TM

Simulated Gaussian $L = 100$ nm $k = \frac{2.4 \cdot 1.7}{2.0 \cdot 0.5} \frac{GHz}{G^2 cm^2} \cdot 10^6 = \frac{0.7}{1.5}(.) \approx 0.5 \cdot 10^6 \frac{GHz}{G^2 cm^2}$ (0.47)

Comp. theory $k(100\ nm) = \left(\frac{80\ nm}{100\ nm}\right)^2 k(80\ nm) = 0.64 \cdot k(80nm)$, т.е. omega из theory

$k^{sim}(100\ nm) = 0.64 \cdot 0.87(.) = 0.56 \cdot 10^6\ GHz/G^2 cm^2$ и нужно из simul $k \approx 0.5(.)$

т.е. Зависимость $\omega_n \sim A/L^2$ неудовлетворительно changing A для ω_1 - near

Одно $n=2$, $L=100$ nm $k_2 = \frac{4.3 \div 2.7}{1.95 \div 0.5} = \frac{1.6}{0.55}(.) \approx 2.9$ из simulations,

whereas $k_1(100\ nm) \approx 0.5(.)$. Theory predicts $k_n = k_1 n^2$ или $k_2 = 4k_1$.

Сим. $(k_2/k_1) = \frac{2.9}{0.5} = 5.8$ разумно сода. а theor. $(k_2/k_1) = 4$.

(3/IV) Семинар Kortright - Center How to prepare Horizon 2020 proposals"? Bitmuna Гл. 1-3 Окс. thesis. Отдых. Гл. 6 и paper Gumbel Gumbel, SPIE-2011 по vortex $\omega(k)$ in chains, 2D arrays - Бедрино теоретические simul. (одна группа ИОЯ) дало $L=100$ nm, $R=94$ nm dots, $v_g(k=0) = 1.2$ km/s - ??? $v_g(0)$ расчет с периодом Rayleigh Response Lab. Sci. Rep. - Ang и MS text. Новая вер. в Singapore. Выгнала Гл. 6 - SW of Окс. thesis и дала ей HW // Hipoteca Bankia - email?

(4/IV) Выгнала Гл. - 6 SW Окс. thesis - общий подход дамп, incl. Green func., вопрос сим. Тестовых SW обеспечить. Sidera с группой (10 чел.) в Astigarraga.

(5/IV - 6/IV) Сидят La-Porta, Ondarreta и П.Ю. приготовили и распечатали slides на poster "Skyrmion" Workshop" in Paris

E-mails to Nano Res Editor, Cuneyt. RISE - M. Curie proposal с Krawczyk.

(7/IV) Отдых с Ратой: 1) Saldo MEC-grant бременно отдых., на на 3/IV ~ 36 kE

2) Conf. fee ICSM Antalya или отм. Cancel/credit card (тип. пер CIF - Conf.) а от или сразу возмещают. E-mails to Slamm (Sci. Rep. paper) и Ana Martinez 1 Ikerbasque sent tax form T-10: нова 3/IV. за 2013 г. = 66.300 € (3/IV → graduado) а на 67.000 € нам было обещано в Dec. 2012 при promotion (old. salary + 3.000 €).

Нагрев. RISE - travel grant с Krawczyk (Poland). - Registration на Horizon2020" - website (ngusikos / Kostya Gus25).

(8-12/IV) Неделя на SKYMAG-2014, Paris. Zvezdin, Bogdanov, Wissenberger, Vedmedenko, Thiaville, de Loubens, Fischer, S.K. Kim, Awad, Beg (Stamps), Krüger, Moutafis, Meshcheriakova (postdoc-FMR?), Gräs, Rosch, Garcia-Sanchez, Rocio, D.S. Han.

(13/IV) Cita Tax office на Apr. 23, Подготовка Travel-report Paris. Отдых. с Гл. 6.

(14/IV) Travel report - Paris. Будет в Simtrader (Ainhoa на Kemikyan, Bernador hipoteca Contract для новому). Л. уплатила за год 168.11 €. Сработал - пропуск → tax office.

E-mail to Meshcheriakova - postdoc appl.?

Сделано: 1) написать Abstract на Neel Colloque 14/IV. 2) отм. Conf. fee Antalya - 14/IV.

3) написать Krawczyk по поводу RISE - proposal. 4) написать Окс. thesis to reference

5) разобраться с отм. Arantxa на 2014 и Bo2m. сдать new graduate position до конца 14г.

6) решить с Bankom hipoteca и Bzeos Bernador contrato-hipoteca,

7) выяснить план действий (hipoteca, escritura, notaries, registrado etc.) у Ainhoa, Asier. отм. нам-то.

8) E-mails to Arantxa (postdoc) и Ikerbasque (Salary 2013), Oana (postdoc).

Отдых. с Окс. PhD thesis и исправить Ch. 6 и Summary (сказать насчет current version Окс. thesis (PDF) to GBB. Preprint - Beg/Stamps - Skyrmion dyn. Proofs of High order TM - Sci. Reports - Бедрино текст и насчет corrections to Adekunle.

(15/IV) Дома - приходили насчет 'Numero Corp. Num.'. Решили с Sandra не делать Ra на нее. Звонил Arantxa - еще вопрос, когда звонить Mayte, т.к. она не знает когда будет на работе

Escaneado con CamScanner

16/IV С Л. и Нав.-Б. «Самедан». Ледник Гома. Iraki (Ikerbasque) обещ. изучить мну работу 2013. E-mail to Asier (Tolosa)

17/IV Обсужд. с Пред Phase-TM-paper APL. Работа над текстом MS.
Booked Hotel in Dresden. 3-9 May. 420€ с интернет без завтрака.
Dual high-order Vortex TM $\Phi_n(z)$ - APL paper (пред). Vortex $\omega_0(L)$ phase χ_n

$$x_0 = \int dz dz' x(zz') = 8\pi M_S^2 b \int_0^1 dz \int_0^{z'} dz' \int_0^\infty dk\, e^{-bk|z-z'|} I^2(k) = (\cdot) \int_0^\infty dk\, I^2(k).$$

$$\int_0^1 dz \int_0^{z'} dz' \, e^{-bk|z-z'|} = \left| \frac{1-z}{bk} \right| = (\cdot) \int_0^\infty \frac{dk}{k} I^2(k) \frac{2}{bk} \delta(bk) = 16\pi M_S^2 \left(\frac{M_S}{b}\right)^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} \delta(bk) I^2(k)$$

$$x_0 = 16\pi M_S^2 \frac{\omega_0(b)}{8\pi\gamma M_S} = \frac{1}{\gamma} 2M_S \omega_0(b), \quad \lambda = \frac{\omega_0 \gamma}{\pi}, \quad \lambda S = +\gamma S''_{zz} - \mu S + \int dz' x(zz') S(z')$$

В магнонах. приближении. $\gamma = 0$, $\mu = 0$, $\lambda_0 S = \frac{\gamma}{\pi} \omega_0 S = x_0 S$, $S(z) = \text{const}$, получено.

$$\omega_0 = \frac{\pi}{\gamma} x_0 = \frac{\pi}{\gamma} \frac{2M_S}{\gamma} \omega_0, \quad \gamma = 2\pi \frac{M_S}{\gamma}, \text{ что верно. } G = \gamma L. \text{ и } x_0 = \frac{\gamma}{\pi} \omega_0.$$

$$q_0^2 = \frac{x_0}{\gamma} = \frac{\gamma}{\pi} \omega_0 \frac{L^2}{M_S^2 L_e^2} \frac{1}{\left[\ln \frac{L}{e} + \frac{5}{4}\right]} = \frac{\gamma}{\pi} \omega_0 \frac{L^2}{2A} \frac{1}{[\cdot]} \text{ или } q_0^2 = \frac{2M_S}{\gamma} \omega_0 \frac{L^2}{L_e^2 M_S^2} \frac{1}{[\cdot]} =$$

$$= \frac{2\omega_0}{\delta M_S} \frac{L^2}{L_e^2} \frac{1}{\left[\ln \frac{R}{R_e} + \frac{5}{4}\right]}, \quad \omega_0 = \gamma M_S \cdot 8\pi \int \frac{dt}{t} g(6t) I^2(t) - \text{задача ТМ для 2D-вн. dot}$$

in exch. approxim. $(R/L_e)^2 \gg 1$.

$$q_0 = \sqrt{\frac{2\omega_0(b)}{\gamma M_S} \frac{1}{\left[\ln \frac{R}{R_e} + \frac{5}{4}\right]}} \cdot \left(\frac{L}{L_e}\right) \sim \left(\frac{L}{L_e}\right)$$ в магнон приближении.

$$\Delta\Phi(n=0) = \Phi(1) - \Phi(0) = \Phi_a \sin\left(\frac{q_0}{2}\right) - \Phi_a \sin\left(-\frac{q_0}{2}\right) = 2\Phi_a \sin\frac{q_0}{2}.$$

$$q_0 \sim \sqrt{\frac{2 \cdot 0.8\,GHz}{2.4\,GHz}} \frac{1}{3} \frac{L}{L_e} \approx \frac{1}{3}\sqrt{2} \frac{L}{L_e} \simeq 0.5 \left(\frac{L}{L_e}\right), \quad q_0 \approx 1.2 \sim 2.5 \text{ для } L = 50 - 100\,nm, \; L_e = 20\,nm.$$

$\sin\frac{1}{2}q_0 \approx \frac{1}{2}q_0 - \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}q_0\right)^3 \approx \frac{1}{2}q_0$ и $\Delta\Phi_0 \approx \Phi_a q_0 \sim q_0$.

Расчет. $\Delta\Phi_0(L,R) \sim \sqrt{\omega_0(b)} \left[\ln \frac{R}{R_e} + \frac{5}{4}\right]^{1/2} \left(\frac{L}{L_e}\right)$. $\Delta\Phi_0(R) \sim \frac{1}{(R^6 \ln R)^{1/2}}$ и $\Delta\Phi_0(L) \sim L$ для

$L \gg L_e$, и $\omega_0(L/R)$ насыщается при $L/R \sim 1$. $\Delta\Phi_0(L,R)$ растет с $L\uparrow$ и падает с $R\uparrow$.

Если $L/R \ll 1$, то $\Delta\Phi_0(L) \sim L^2$. Если $L/R \gg 1$, то $\Delta\Phi_0(L) \sim L$.

18/IV Рев. paper для INTERMAG-14. Переписка с Julian Обсужд. с Пред Vortex-Phase APL paper. Update CV и search papers по SWR (Kittel предсказ. в 1958 - дано и открыто в Aug. 1958 by Seavey and Tannenwald). Знание Vortex-DW paper Zvezdin.

19/IV Revising RISE-proposal M. Ciria (file by Krawczyk) com. курсу «Horizon 2020» в Costa Cower и RISE-публикации.

Do отъезда 27/IV: 1) Abs. Neel Colloqium; 2) RISE-proposal revising; 3) З/па Arantxa/Окс. на 2014 г.; 4) открыть счет Santander; 5) Взять Borrador hipoteca „Santander"; 6) finish gläubiger Hipoteca escritura, notary; 6) доплаты в Antalya и Dresden; 7) Phase-paper APL submit; 8) Ост. сбер. 9) назад через Paris to Pau; 10) Paper в Tax office - Apr. 23; 11) Arrangements to ICSM'14 (Jeju); 12) Print tickets, reservations, maps Antalya-Dresden.

Revising, editing MagIC-RISE project. PRL, PRB - new papers review (Elias - PRB'14)

20/IV В переезде на Пасх. Сумму с Л. и Ю.

Rev./editing Magic-RISE project with Krawczyk. обсужд. APL-Phase paper с Пред.

21/IV Revision of High-TM-Phases-APL. Начал rev. dext to Singapore - Neel Colloq. vs M Skins

22/IV Начал revised RISE-proposal to Krawczyk с comments/questions.
Встреча с Л., Ю. в „Santander": 1) Взяли copy текста очень „гома"; 2) Borrador hipoteca Contract сделано за 3 дня до подписи escritura; 3) seguro de vida - optional

План покупки дома:
1) Notary in Tolosa (San Fremisco 17) Изучение borrador и hipoteca contract (до 9/V)
2) Meeting in Tolosa Notary (May 16, 2014)
   a) подписание hipoteca — A, Papa, Notary, Ainhoa-Santander
   b) подписание escritura — A, Papa, Notary, Jose-хозяин дома
3) открыть счет в „Santander" и внести там ≥ 77 k€ (65 k€ за дом, 12 k€ налоги, нотариус, registro) 77,82 k€

Доп. info: дан „Close" по 2-м hipotecas за дом Irura 245 k€ + 36 k€ = 281 k€ на 24/IV-14 подписи: Papa и в отделении Сбера „Santander" в переводе туда всех 3/па.

23/IV Перевод Потсдам 20 дней отсутствия) Взяли на работу Обсужд. с

24/IV Дополнительно обсужд. не взяли

25/IV - 26/IV

27/IV - 9/V

ICSM'14 - I
в аннигилят
M. Mostov
+. Gorel PR
INTERMA
см. Progr
Yu. Ivanov
- Возбужд
K. - S.

Изучение Сравнит. (Fähnl

12/V Visit gom. Credi → 79,800 Santander" и ≈ 17,000 hipoteca

13/V Euse

15/V to

16/V Mee 230 V Oferta) в Euge Jose - и 1 re Publica Co

17 - 26/V

27/V C

28 - 31/V Возвр и

1/VI Now Изучение

Переехал 2-3/VI

4/VI 3

5/VI Me переехал Arantxa

(23/IV) Открыли дебит аккаунты „Santander". В нашем имеющимся банке 19х
Returned 2013 - 1 A., 10 - будущие на счет Barclays 3360 € (acquired 5 нее. точке
gaec сингулу) В нашем „1 A" и „la Perla" (`07) / Nano Research Editors не
взяли на рассм. Research paper Vortex SIO с Вектор
обсуждение с Julian: planning financials MINECO project; 2) Spr. Ostium ? Dyf July 2014
(Pres - corp, R Schumann)
(24/IV) Дорабатывал High-order-TM-theory APL MD с коллегами.
обсуждение с Окс. стат. ген по предварительному PhD Thesis и appl. Atom Martinez
не взяли Vortex M SIO paper to Nano Research - отказали результ. to other journal
(25/IV - 26/IV) подготовка документов на ICSM'2014 - Antalya и Intermag'14, Dresden.
(27/IV - 9/V) travel to Antalya, Turkey и Dresden, Germany.
ICSM'14 - Iftekhar - Leaders Energy Barriers - новые модели Vortex nucleation
и annihilation - C.M. Program book, p. 18 (joint work?). (6/V Notary sent draft escritura
M. Medovoy - Обзор Skyrmions (p. 3м Program book); M. Mochizuki, Nat. Mat. 2014
+. Gorel PRB26, 325 (1982) - bubble array, X. Yu - PNAS'12 - Gradations of Skyrmi
INTERMAG'14: P. Fischer - Nakaron „Skyrmions" in FeNi/Pd/(CoPd)5 dots с К
см. Program Browse: Skyrmions 5ф DMI at T=300 K.
Yu. Ivanov: приглашен в Saud. Arabia в Oct.-Nov. 2014, vortex in long nanowires
- Возбуждение n-TM Thickness modes by FMR.
K.-S. Lee: Предложил сотрудничество и прислал мне статьи. Чтение.
Skyrmions in ML - dots типа FeNi/Pt/Co, FeNi/Pd/CoPd без DMI, at room T.
Славин: (Fähnle) теоретическая n-TM и azimuthal SW in thick dots.
(12/V) Visit в банк Santander - не приняли Seguro и потерян договор в буге-
gon. Credit на 30 k€. Visit to Bankia". Juan Marco конвертировал 110 k$
→ 79,800 € (курс Bloomberg 1.376, по нему нуж. 1,379). Передали 80,000 € в
Santander" для обеспеч. покупки дома (65.000 € домовая, т.е. 320 = 25+29+65)
и ≈17,000 на налоги (ITP 4%), гонорары нотару за договора, dep. credit
hipoteca с Santander" и escritura publica, ontary registration property.
(13/V) Ewse 2.000 transfer to „Santander". Чтение и перевод contracts hipoteca"
- (15/V) и „escritura publica". Нотари заключение/вопросы к Escritura contract
to Notary Tolosa (Joseba Gabarain, Maria Valentina и Asier из Lizarti inmobil.
→ (16/V) Meeting в Notary Tolosa. Подписали hipoteca contract „Santander" -
230 k€ на 20 лет, 2,95% 1st year, than Euribor +1.99% (Hipoteca 2014 -
оферта). Аптека „Santander" — 295 k€ ипотека за дом оформили
в буге 4-х членов наших клиентов: 2 пака заключ. hipoteca с Juan
Jose - собств. дома (Gus → Santander), 1 пак гонорар to Notary (Gus → Notary)
и 1 пак остаток to Jose - Olisga Cursos S.L. подписали с Лорой Escritura
Publica Contract. Получили ключи от дома в Irura (Nekazari 30).
(17-26/V) Покраска стен и потолка в new house Irura (л., ю., J., K.)
(27/V) С Julian в Tolosa - Aqua. С л. ю. J в „Leroy Merlin" и „Carrefour".
перевели Movistar такси (TV, инт., тел.) to Irura
(28-31/V) поездка в IKEA (ю. кровать и кресло, Ант. письм. стол). перевоз
вещей и мебели в новый дом.
(1/VI) Комплект ключей сдали to Susana/Miguel кв. Bero 33, 3B. Договор, что расчет
произведем когда приедет свет Aqua - Feb-May'14 и сдал Apr. May 2014.
Переехали в новый дом и заказали камин.
(2-3/VI) подготовка с А. к экзаменам UPV/EHU Selectividad. Поиск билетов в Vienna.
(4/VI) Экзамены А. Взяли билеты в Berg: AirFrance из Biarritz.
(анг., исп., физ.)
(5/VI) Мебель и камин у Ант. Julian Gonzalez: Занятия Окс. - July 17, процесс
подготовка у Admin. на О-экзамен; Оплата Гибли в Grogoire; переведен. appl. на Окс.
Arantxa: убедили ее сдать на M'SNow - Nov. 2014. Domag - FMR stripes.
Написал Solid paper FMR - stripes.

Escaneado con CamScanner

(3-4/VII) Подготовка EMSA 2014 доклада J(H) - Melbourne Meeting - ROMSA в Ordizia с Julian, Wiss, Usp etc. Arantza rozsabwitted PMR-stripes paper to JAP.

(5-10/VII) Поездка в Bonn, EMSA-2014 Conf. Biarritz-Paris-Vienna. Donostia. о взаимодействии M(H) series, lots by Pedro Aranburu - Arribas. Встреча в Bilbao w/ Julian, Wiss, Usp etc.

12/VII 13/VII Изучение Ruhr. Отдых дома. Обсуждение Oksana-зам. и W-TM paper.

14/VII Подготовка oral PhD defence talk by Oksana, правка ее slides.

15/VII Отправила с Ruhr, La Perla с N., 10, Гиф (24 €).

16/VII Тренировка Oks. презентации. В Carrefour с N.10, Gi. Встреча с Grazina, Tina и Julian в La Perla и ресторан возле Santa Maria церковь (Julian).

17/VII Защита PhD thesis by Oksana, с отличием. Обед в ресторане Lugaritz.

18/VII E-mails to Oksana, Arantza и Ono (review). Acc. poster application. Material. Andrea UPV/EHU.

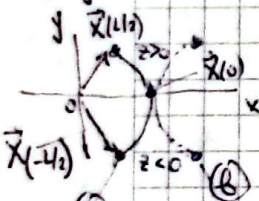
Срочно: а) перепроверить параметры, 2) ремагничивание properties (Airbag, Sedan)
3) Билеты hotel Paris, Aug. 24-30 и билеты, hotel, conf.-fee, posters-Nancy, Sept. 7-12
conf.-fee
4) книга Talent Nanoscience - Oksana 4!, 5) Pers. PRB, Nanolett, 6) RT NSA.

• Papers: W-TM с Ruhr, V. review с Ono, nanotubes с Ai-Ping, Skype с Orazio, MRL-SAP,
• Заполнить на TNT - Barcelona и Barcelona factura of the conf. fee
• Отчет: Trip EMSA - Vienna, trip 4/VIII car - Ordizia - PATXI
Aranburu M(H), Booking UPV/EHU

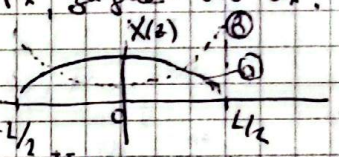
19/VII Написание/editing TW-nanotubes paper с Ai-Ping. Vortex-TM.

20/VII Расчет the lowest frequency TM in thick cylindrical dot - Kakazei Adeyeye

Пусть $z=0$ в центре dot, $\vec{X}(z=0) = |\vec{X}(0)|\hat{x}$, задан. ось O_x. $\vec{X}(0) \neq 0$ for $n=0$ TM.



- Вид $\vec{X}(z)$ профиля сверху dot, $X(z)$ - чет., $Y(z)$ - нечет., $y(z)$ - нечет., вплоть до $y(z)=0$



$X(z) \sim \cos qz$ (a)
$X(z) \sim \mathrm{ch}(qz)$ (b)
$(\Delta\Phi = \Phi(L/2) - \Phi(-L/2) = 0)$

При $L \to 0$, $X(z) \to X(0) = \text{const}$, $\Delta\Phi(L) \to 0$.

Расчет φ и $\Phi(z)$ проводился 10-14/III для $n=0,1,2$ и $\Delta\Phi_0(z) \sim \sin\sqrt{\lambda}(z-1/2)$ помощь в APL'14. $S(z) = u(z)e^{i\Phi(z)}$. $u(z)$ и $\Phi(z)$ получены при $\chi=0$, т.е. в exch. approximation, это можно для $n=0$ mode. 12/III использ. $\Phi(z') - \Phi(z) \ll 1$, $\chi(zz') \sim \delta(z-z')$ приближение для расчета $\Phi(z)$, это работает при $\beta > 1$.

УД $\lambda S_x(z) = -y\frac{\partial^2 S_x}{\partial z^2} + \int dz' \chi(zz') S_x(z')$ одинаково для S_x, $S_y(z)$, но тогда $\Delta\Phi(L) = \Phi(L) - \Phi(0) \neq 0$ частные решения для $S_x(z) \sim X(z)$ и $S_y(z) \sim y(z)$ должны быть разные. Система для $u(z)$, $\Phi(z)$ содержит все рем., но системная сложна при учете $\chi(zz')$ - magnetostatics.

Note: Spiral $\Phi(z) = qz + \varphi$ и Bloch-DW ansatzes дают разные $S_x, S_y(z)$, в т.е. чет. $S_x(z)$, нечет. $S_y(z)$. Но форма ansatzes - эвристическая.

$\chi(z,z') = \chi(|z-z'|)$, z отн. середины dot, $\lambda S(-z) = -y S''(-z) + \int_{-1/2}^{1/2} dz' \chi(zz') S(z')$

$z' \to -z$ $\int_{-1/2}^{1/2} dz' \chi(|-z+z'|) S(z') \to -\int_{1/2}^{-1/2} dz' \chi(|z-z'|) S(-z') = \int_{-1/2}^{1/2} dz' \chi(zz') S(-z')$ $(z \to -z)$

$\lambda S(-z) = -y\frac{\partial^2 S(-z)}{\partial z^2} + \int_{-1/2}^{1/2} dz' \chi(zz') S(-z')$, т.е. $S_x(z) = S_x(-z)$ и $S_y(z) = -S_y(-z)$ чет. и нечет. Φ удовлет. УД. Можно выбрать $S_x(z)$ - чет., $S_y(z)$ - нечет. Обе чет. $S_x, S_y(z)$ Φ дают $\Delta\Phi(L) = 0$, а обе нечет. $S_x(z), S_y(z)$ Φ дают $I_n = 0$, т.е. неприемлемы. Имеем только решение $S_x(z) = S(z)$ из УД

$\lambda S(z) = -y\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \int dz' \chi(zz') S(z')$. Два типа $S(z)$ - (a) и $S(z) \sim \mathrm{ch}qz$ (b) (Buckl) (edge mode)

Можно взять trial $S_0(z) = \cos pz$ (10/III) и найти p из $\min W(p)$.

Можно general $S_0(z) = \sum a_q \cos(q_q z)$, но с какими q_q? q_q дает $\frac{\partial S}{\partial z}\big|_{faces} = 0$, $z = \pm\frac{1}{2}$.

При малых L, exch, term $\to 0$ и УД: $\lambda S(z) = \int dz' \chi(zz') S(z')$ - magn. appr

$S_x + iS_y = ue^{i\Phi}$, $S_x(z) = u(z)\cos\Phi(z)$, $S_y(z) = u(z)\sin\Phi(z) \to \Phi(z)$ - нечет. $u(z)$ - чет.

Escaneado con CamScanner

Trial $S_x(t) \sim \cos\varphi$, $S_y(t) \sim \sin\varphi$ for $\operatorname{tg}\varphi(t) = \frac{S_y(t)}{S_x(t)} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \operatorname{tg}\varphi$, $\varphi_0 = \pi/2$ – spiral solution, no $S_x(t) = S(t)\cos\varphi$, $S_y(t) = S(t)\sin\varphi$, $\varphi(t) = p t$ – разумное приближение, не самосогласованное $G(z) \sim \delta(z)$?

Уравнения для $S_x(t)$, $S_y(t)$ учтены для $G(z)$, k_0, которые определены в любом приближении

Надо начать ряд $\lambda S(z) = \int_{-1/2}^{1/2} dz' \chi(zz') S(z')$, $\chi = B + \frac{\omega_p^2}{c^2}\int_0^\infty dk \frac{\dots}{\dots} I^2(k)$

$I(k) = \int_0^1 ds\, J_0(ks)$ $\lambda = \frac{\omega\beta}{\pi} = \frac{\omega}{\pi}\frac{\omega+\omega_s}{\omega_s} = \frac{2\omega_s}{\pi}\omega = \frac{2\omega_s}{\pi}\omega$, $\beta = \frac{\omega}{c_0} = k + k_s^2\frac{\omega}{\omega_s}$

$\left(\frac{\omega}{\omega_{pl}}\right) S(z) = \frac{\pi\rho}{2}\int dk\, e^{-k\rho|z-z'|} I^2(k) S(z') dz' = \int dz' G(zz') S(z')$, $G = \pi\beta/\omega_{pl}$

Интегральное уравнение $\left(\frac{\omega}{\omega_{pl}}\right) S(z) = \int dz' G(zz') S(z')$ – квадратное

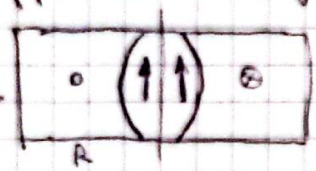
Точнее $\left(\frac{\omega}{\beta c^2 / \omega_{pl}}\right) S(z) = \int dz' G(zz') S(z')$, $G(zz') = \int_0^\infty k\, I^2(k) e^{-\beta|z-z'|} = G(z-z')$

Здесь $\beta = \omega/(\beta c)$ Инт. ур-е на интер $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ – мода: $\lambda S(z) = \int_{-1/2}^{1/2} dz' G(zz') S(z')$

Двойная нанопроволока Al-Ring Nanotubes-TM paper. TM.1 – thick dot

21/VII Обзоры. Nanotube-paper с Al-Ring. Fig. 2, 3 – надо определить

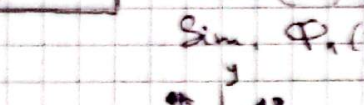
Для расч. TM in thick dot для lowest-ω mode ($n=0$) можно использовать приближение. А для $n \gg 1$, наоборот, надо использовать приближение для наночастицы TD. Для $L \gg 3/k$, где k – волновое число



В пределе Exch. approximation $S_x(z) = \cos kz$, $S_y(z) = 0$ – синфазное движение всех точек диска (n=0) mode. Надо $\vec{X}(z=0) = 0$ – выполнено, так как $S_x(z) = \cos kz$

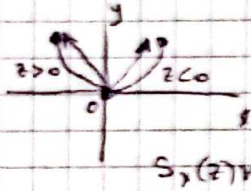
Для (n=1)-mode $\vec{X}(z=0) = 0$ – выполнено, так как $S_x(z) = \cos kz$

Sim. $\Phi_n(z)$



$\Delta\Phi_n(L) \approx \pi/2$

$S_x(z)$ – чет
$S_y(z)$ – нечет



$S_x(z)$ – чет, $S_y(z)$ – нечет

$S_x(z)$, $S_y(z)$ – обе чет $\Rightarrow \Delta\Phi_n = 0$

$S_x(z)$, $S_y(z)$ – обе нечет $\Rightarrow \Delta\Phi_n = \pi$

$I_n \sim \left|\int dz\, Y_n(z) + i\int dz\, Y_n(z)\right|^2$ и $I_n = 0$

Можно убедиться $S_x(z) = A\cos kz$, $S_y(z)$ – нечет и $\Phi = qz$, $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right) > 0$.

Идея: Ч-Ф подход 14/VIII в общем приближении – это перебор, когда решение $\psi(z)$ ищется в S_x-S_y приближении, т.е. $\psi(z) = \text{const}$, $\Phi(z) = qz$ – хорошее решение при $\psi' = 0$, $\Phi'' = 0$

Сам. file «Vortex_TM_thick-dot.mcd», реш. $\lambda S = \int dz' G S(z')$ дает $\omega_0/2\pi \approx 1.81$ GHz и рез. $S_0(z)$ –

Ранее $\omega_0/2\pi \approx 1.81$ GHz и рез. $S_0(z)$ –

$\lambda S = -\gamma S'' - \mu S + \int_0^z S(z')dz'$, $\lambda = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$

Зависимость ω_0 на μ $\omega_c \to \omega_0 - \frac{\pi}{2}\mu$. $\Delta\omega_\mu = \frac{\pi}{2}\mu = \frac{\pi}{2\pi M_s}\frac{1}{\ln\frac{R}{r_0}}\left(\frac{r_0}{R}\right)^2 = 2M_s\left(\frac{r_0}{R}\right)^2$

Для $R = 150$ nm, $L_e = 18$ nm $\Delta\omega_\mu = 2.95\cdot\frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}\cdot 0.8\text{ kOe}\left(\frac{18}{150}\right)^2 = 0.034$ GHz

$\frac{\Delta\omega_\mu}{2\pi} \approx 0.03$ GHz и слабо изменяет $\frac{\omega_0}{2\pi} \to \omega_0/2\pi - 0.03$ GHz $= 1.78$ kOe $\left(\frac{150}{18}\right)^2 \approx 1.78$ kOe $\left(\frac{R}{L_e}\right)^2$

Calc. ω_0 значительно больше exp. $\omega_0 \approx 1.0$ GHz, $\exp\omega_0(\beta) \approx$ const $= 1.5$ GHz

22/VII Работа над Nanotubes-paper Al-Ring. E-mail's Dmi, Ye. Ivanov, Aramova

23/VII В Тобольск «ВМ» Erofeki. План Vortex Review для Dmi – мой обзор своих ранних papers 2006 – 2014.

Vortex-TM thick dot. Magnetostatics $\propto S(z)\cdot\vec{S}(z') = \propto |S||S(z)|\cos(\Phi(z)-\Phi(z'))$ сохранение уменьшение $\Phi(z) - \Phi(z')$ а exchange – $\Phi(z) - \Phi(z')$ (ферромагнетик) Их баланс – finite $\Delta\Phi(L)$ (скручено $\vec{X}(z)$-string)

Расчет CΦ/CS в χ-приближении дает рез. $S_x(z)$ ($n=0$) – надо, т.к. Нелинейная, как Найти нечет. $S_y(z)$ для ω_0 – надо, надо нечет. χ – инт. оператор Собств. функции, имеющие Пассивный ω_0. $\frac{\partial\Phi}{\partial z}$ – max

Вернемся к ч.-Ф подходу 12-14/VIII. $S = S_x + iS_y = S(z,\omega)$. $\frac{\partial\Phi}{\partial z}$ – max

Можно еще ψ-приближ., где $\psi(z)$ нужно добавить. ψ отличается от λ, $\lambda = \omega^2/\omega_0^2$

Main eq. $\lambda S = -\gamma S'' + \int dz' \chi(zz') S(z')$, $S = S_x + iS_y = \eta e^{i\Phi(z)}$.

Escaneado con CamScanner

$s' = u'e^{i\Phi} + u\cdot i\Phi' e^{i\Phi}$ $s'' = u''e^{i\Phi} + u'i\Phi'e^{i\Phi} + u'i\Phi'e^{i\Phi} + ui\left(\Phi''e^{i\Phi} + \Phi' i\Phi' e^{i\Phi}\right)$

$= e^{i\Phi}\left[u'' + 2iu'\Phi' + \frac{1}{2}u\Phi'' - u(\Phi')^2\right]$, $u, \Phi(z)$ - Re, real

$\lambda u e^{i\Phi} = -\gamma e^{i\Phi}\left[u'' - u(\Phi')^2 + 2iu'\Phi' + i u\Phi''\right] + \int dz' \varkappa(zz') u(z') e^{i\Phi(z)}$

Re: $\lambda u = -\gamma\left[u'' - u(\Phi')^2\right] + \int dz' \varkappa(zz') \cos\left(\Phi(z') - \Phi(z)\right] u(z')$ (1)

Im: $0 = -\gamma\left[2u'\Phi' + u\Phi''\right] + \int dz' \varkappa(zz') \sin\left[\Phi(z') - \Phi(z)\right] u(z')$ (2)

Для (n=0) модуля $s_x(z) = u(z)\cos\Phi(z)$ - чет., домножение чет. ф-ции на ф-ию Маthcad

Синяя $u(z)$ - чет., а $\Phi(z)$ - нечет. фун. $z \neq 0$ $-L/2$ 0 $L/2$

$\cos[\Phi' - \Phi] = \cos\Phi'\cos\Phi - \sin\Phi'\sin\Phi$

$\sin[\Phi' - \Phi] = \sin\Phi'\cos\Phi + \cos\Phi'\sin\Phi$ (1) - чет., (2) - нечет. функционал = 0

1) $\Phi(z') - \Phi(z) \ll 1$ при малых L. Тогда малые $L \simeq L_0$.

$2u'\Phi' + u\Phi'' = 0 \to \Phi' = \frac{C}{u^2}$ $\lambda u = -\gamma(u'' - u(\Phi')^2] + \int dz' \varkappa u(z')$

$\lambda u = -\gamma u'' + \gamma C^2 \frac{1}{u^3} + \int dz' \varkappa(zz') u(z')$, решается лишь при $\gamma \to 0$. Ответ:

$\lambda_0 = \omega_0$ и $u(z)$ weak function of z. $u(z) = a\cos pz$. $\Phi' = \frac{C}{a^2}\frac{1}{\cos^2 pz}$

$\Phi(z) = \frac{C}{a^2 p}\operatorname{tg}(pz) + C_1 = \frac{C}{a^2 p}\operatorname{tg} pz$ - расчитано.

$1 = \int u_0^2 dz = a^2 \int dz \cos^2 pz = \frac{a^2}{2}\left[1 + \frac{1}{p}\sin p\right]$, $a^2(p) = \frac{2}{\left[1 + \frac{1}{p}\sin p\right]}$, $\Phi(z) = C\frac{\left(1 + \frac{\sin p}{p}\right)}{2p}\cdot \operatorname{tg}(pz)$

2) $\varkappa \to 0$, подходит для мод $n \geq 1$, см. 14/III

$\Phi' = C/u^2$ и $\lambda u = -\gamma u'' + \gamma C^2 \frac{1}{u^3}$ - можно явно найти $u(z)$ и $\Phi(z)$,

но для нахождения спектра $\lambda_n = \frac{q}{\pi}\omega_n$ надо доп. условия $u(\pm\frac{1}{2})$, $u'(\pm 1/2)$, которые неоткуда взять. Разве что $\frac{\partial s}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0$, т.е. $\left[u' + i\Phi' u\right]_{z=\pm 1/2} = 0$

$u'(\pm 1/2) = 0$, $\Phi'(\pm 1/2) = 0$

3) $\Phi(z') - \Phi(z) \ll 1$ и $u(z) = \text{const}$ одновременно. $\Phi' = \text{const} = q_0$. $\lambda u = \gamma u q_0^2 + u\int dz' \varkappa(zz')$,

если $\int dz' \varkappa(zz') \to \varkappa_0$, то спектр $\lambda = \gamma q_0^2 + \varkappa_0$ - видно подходит для оценки

частоты ω_0 (n=0) моды при малых L. $\Phi(z) = q_0 z \to \Delta\Phi(L) = \Phi(L/2) - \Phi(-L/2) = q_0 L$.

Откуда взять q_0-?

Alternative appr. $\lambda s = -\gamma s'' + \int dz' \varkappa(zz') s(z')$, $s(z) = \sum_q a_q e^{iqz}$ - другое

$-\frac{L}{2}$ $\frac{L}{2}$ z период L. $q_e = 2\pi\frac{l}{L}$? $s(z+L) = s(z)$. $e^{iqL} = 1$, $q_e L = 2\pi l$

$\lambda\sum_q a_q e^{iqz} = \gamma\sum_q q^2 a_q e^{iqz} + \int dz' \varkappa \sum_q a_q e^{iqz'}$. $s_x(z) \sim \cos qz$ - чет.

$s_y(z) \sim \sin qz$ - нечет.

$\sum_q (\lambda - \gamma q^2) a_q e^{iqz} = \sum_q a_q e^{iqz}\int dz' \varkappa(zz') e^{iq(z'-z)}$, $f(z) = \int dz' \varkappa(zz') e^{iqz'}$

$f(z) = \sum_{q'} f_{q'} e^{iq'z}$, $\sum_q (\lambda - \gamma q^2) a_q e^{iqz} = \sum_{qq'} a_q f_{q'} e^{-iq_1 z}$

Метод Фурье

(Л III/VII) $f(z)$ - периодич с периодом L? $f(z) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos\left(2\pi n\frac{z}{L}\right) + b_n\sin\left(2\pi n\frac{z}{L}\right)\right]$

$a_n = \frac{2}{L}\int_{-L/2}^{L/2} f(z)\cos\left(2\pi n\frac{z}{L}\right)dz$, $b_n = \frac{2}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\, f(z)\sin\left(2\pi n\frac{z}{L}\right)$, $z \in [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$

$a_n\cos\varphi_n + b_n\sin\varphi_n = \frac{1}{2}a_n\left(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}\right) + \frac{1}{2i}b_n\left(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}\right) = \frac{1}{2}(a_n - ib_n)e^{i\varphi_n} +$

$+ \frac{1}{2}(a_n + ib_n)e^{-i\varphi_n}$, $f(z) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}\left[\frac{1}{2}(a_n - ib_n)e^{i\varphi_n} + \frac{1}{2}(a_n + ib_n)e^{-i\varphi_n}\right]$

$c_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n)$, $n > 0$, $c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + ib_n)$, $c_0 = \frac{1}{2}a_0 \Rightarrow f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i2\pi n\frac{z}{L}}$

$c_n = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\, f(z) e^{-i2\pi n\frac{z}{L}}$. $c_n = \frac{1}{L}\int dz\, e^{-i2\pi n\frac{z}{L}}\sum_{n'} c_{n'} e^{i2\pi n'\frac{z}{L}} = \sum_{n'} c_{n'}\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\, e^{i2\pi\frac{z}{L}(n-n')} =$

$= \left| z = \frac{L}{2\pi}x \right| = \sum_{n'} c_{n'}\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} dx\, e^{ix(n-n')} = \sum_{n'} c_{n'}\delta_{nn'} = c_n$, $\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\, e^{i2\pi(n-n')\frac{z}{L}} = \delta_{nn'}$

$S(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{iq_n z}$, $q_n = \frac{2\pi n}{L}$. $c_n = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\, S(z) e^{-iq_n z}$. $\frac{1}{L}\int dz\, e^{i(q_n - q_{n'})z} = \delta_{nn'}$

Замеч. условия $s_x(z)$, $s_y(z)$ не независимые. Достаточно периода L, $z \in [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$.

$S(z) = s_x(z) + is_y(z)$. Если c_n - real, то $s_x(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\cos q_n z$, $s_y(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\sin q_n z$

Escaneado con CamScanner

$c_n = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\, S(z) e^{-iq_n z} = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\,(S_x + iS_y)(\cos q_n z - i\sin q_n z) = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\,[S_x \cos q_n z + S_y \sin q_n z]$

Real c_n (real C_n) коэффиц. разложения $S_x(z)$ и мнимая $S_y(z)$. $\quad c_n + c_{-n}$.

$\lambda S(z) = -\gamma S'' + \int dz'\, x(zz') S(z')$, $\quad \lambda \sum_n c_n e^{iq_n z} = +\gamma \sum_n q_n^2 c_n e^{iq_n z} + \int dz' x(zz') \sum_n c_n e^{iq_n z'}$

Умн. на $\frac{1}{L} e^{-iq_{n'} z}$ и $\int_{-L/2}^{L/2} dz(\dots)$: $\quad \lambda \sum_n c_n \int_L \frac{dz}{L} e^{i(q_n - q_{n'})z} = \gamma \sum_n q_n^2 c_n \int \frac{dz}{L} e^{i(q_n - q_{n'})z} +$

$+ \frac{1}{L}\int dz \int dz' x(zz') \sum_n c_n e^{iq_n z'} e^{-iq_{n'} z}$, $\quad \int_L \frac{dz}{L} e^{i(q_n - q_{n'})z} = \delta_{nn'}$

$\lambda c_{n'} = \gamma q_{n'}^2 c_{n'} + \sum_n c_n \left[\frac{1}{L}\int dz dz' x(zz') e^{-iq_{n'} z} e^{iq_n z'}\right]$, $\quad K_{nn'} = \int_L \frac{dz dz'}{L} x(zz') e^{-iq_{n'} z} e^{iq_n z'}$

$\lambda c_{n'} = \gamma q_{n'}^2 c_{n'} + \sum_n K_{n'n} c_n$, $\quad \lambda c_n = \gamma q_n^2 c_n + \sum_{n'} K_{nn'} c_{n'}$ — мат. ур. сз/сф

$K_{nn'} = \frac{1}{L}\int dz \int dz' x(zz') e^{iq_n z} e^{iq_{n'} z'}$, $\quad x(zz') = x(|z - z'|)$, $\quad K_{nn'} = \frac{1}{L}\int_L dz' dz\, \psi_n^*(z) x(zz') \psi_{n'}(z')$

$K^*_{nn'} = \frac{1}{L}\int dz dz' x\, e^{iq_n z} e^{-iq_{n'} z'} = \left|\begin{matrix} z \to -z \\ z' \to -z' \end{matrix}\right| = \frac{1}{L}\int dz dz' x(|z - z'|) e^{-iq_n z} e^{iq_{n'} z'} = K_{nn'}$ —

матрица $K_{nn'}$ – real, а не просто $K^*_{nn'} = K_{n'n}$ – эрмитова.

Def. $\Lambda_{nn'} = K_{nn'} + \gamma q_n^2 \delta_{nn'}$, $\quad \Delta C_n = \sum_{n'} \Lambda_{nn'} C_{n'}$, $\quad \hat{\Lambda}\vec{C} = \lambda \vec{C}$, $\quad n, n' = -\infty, \dots, +\infty$

$\lambda = \frac{\omega q}{\pi} = \frac{\omega}{\omega_M} \frac{4\pi M_s}{\pi} \frac{1}{\gamma} \frac{2\pi M_s}{\gamma} = \frac{\omega}{\omega_M} \cdot 8\pi M_s^2$; $\quad \frac{\gamma c}{8\pi M_s^2} = \beta \int dk\, e^{-\beta k |z - z'|} I^2(k)$

$\frac{\gamma}{8\pi M_s^2} = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{l_e}{L}\right)^2 \left[\ln \frac{R}{R_c} + \frac{5}{4}\right]$, $\quad q_n = 2\pi n$, $\quad \beta$ eg. L^{-1}, $\quad z$ в eg. L. $\quad R_c(l) = 0{,}68 l_e \cdot (L/l_e)^{1/3}$

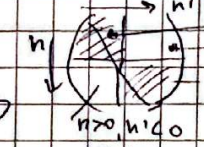
$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right) c_n = \sum_{n'} \Lambda_{nn'} c_{n'}$, $\quad \Lambda_{nn'} = K_{nn'} + \frac{\gamma}{8\pi M_s^2} q_n^2 \delta_{nn'}$, $\quad K_{nn'} = \int_{(\beta)}^{1/2} dz\, dz' \frac{x(zz')}{8\pi M_s^2} e^{-iq_n z} e^{iq_{n'} z'}$

$e^{-iqz} e^{iq'z'} = (\cos qz - i\sin qz)(\cos q'z' + i\sin q'z') = \cos(qz - q'z') + i\sin(q'z' - qz)$

Если $K_{nn'}$ – real, остаётся только $\cos(q_n z - q_{n'} z')$.

$K_{nn'} = \frac{1}{L}\int dz dz' x(zz') \cos(q_n z - q_{n'} z')$, – real и симметрич. матрица $K_{nn'} = K_{n'n}$

MCad не считает $n, n' < 0$ индексы матриц.



Пусть $n, n' \geq 0$, $\quad K_{-n,n'} = \int_{-1/2}^{1/2} dz dz' x \cos(-q_n z - q_{n'} z') =$

$= K_{n,-n'} = -\int_{1/2}^{-1/2} dz \int dz' x(|z + z'|) \cos(q_n z - q_{n'} z') = \int_{-1/2}^{1/2} dz \int dz' x(|z + z'|) \cos(q_n z - q_{n'} z')$

$K_{-n,-n'} = K_{nn'}$ и $K_{-n,n'} = K_{n,-n'}$ считаются по одинак. формулам, но с $x(|z - z'|)$ и $x(|z + z'|)$, соответственно.

Было n, n', $\quad n, n' = -N, \dots, +N$. Введем $\quad m = n + N = 0, \dots, 2N$, $\quad m' = n' + N = 0, \dots 2N$ $\quad n, n' \leq N$

тогда $\Lambda_{n,n'}$ с $nn' \geq 0$, $\quad m \leq N$, $\quad m' \leq N$, то есть с $m < N$ одноврем. $m' < N$ или $nn' < 0$

с $m \geq N$ одновременно с $m' \geq N$ считаются через $x(|z - z'|)$, а иначе через $x(|z + z'|)$

$\Lambda_{m,m'} = \Lambda_{mm'}(x_-)\,\theta[(m - N)(m' - N)] + \Lambda_{mm'}(x_+)\left\{1 - \theta[(m - N)(m' - N)]\right\}$

$\Lambda_{N,m'}$, $\Lambda_{m,N}$ и $\Lambda_{N,N}$ считаются по $x_- = x(|z - z'|)$. $\quad x_\pm = x(|z \pm z'|)$.

$\theta(x)$: $\quad nz - n'z' = (m - N)z - (m' - N)z' = mz - m'z' + N(z - z')$

Можно ещё команда ORIGIN := −N указывает отрицат. индекс матрицы больше чем −N. MathCad теперь считает, но медленно.

$K_{nn'} = \int dz dz' x(zz') \left[\cos q_n z \cdot \cos q_{n'} z' + \sin q_n z \cdot \sin q_{n'} z'\right] = I_n^c + I_n^s$

$K_{nn'} = \int dz\, dz' x(zz') e^{-iq_n z} e^{iq_{n'} z'} = \beta \int dz \int dz' e^{-iq_n z} e^{iq_{n'} z'} \int dk\, e^{-\beta k |z - z'|} I^2(k) =$

$= \beta \int dz \int dk\, I^2 e^{-iq_n z}\left[\int_{-1/2}^{z} dz' e^{-\beta k(z - z')} e^{iq_{n'} z'} + \int_{z}^{1/2} dz' e^{+\beta k(z' - z)} e^{iq_{n'} z'}\right] =$

$= (\cdot)\left[e^{-\beta k z} \int_{-1/2}^{z} dz' \exp\left[(iq_{n'} + \beta k) z'\right] + e^{\beta k z} \int_{z}^{1/2} dz' e^{(-\beta k + iq_{n'}) z'}\right] =$

$= (\cdot)\left[e^{-\beta k z} \frac{1}{(iq_{n'} + \beta k)}\left\{e^{(iq_{n'} + \beta k) z} - e^{-(iq_{n'} + \beta k)\frac{1}{2}}\right\} + e^{\beta k z} \frac{1}{(-\beta k + iq_{n'})}\left\{e^{(-\beta k + iq_{n'})\frac{1}{2}} - e^{(-\beta k + iq_{n'}) z}\right\}\right] =$

Escaneado con CamScanner

$$= (\cdot)\left[\frac{1}{(iq_{n'}+\beta k)}\left\{e^{iq_{n'}z} - e^{-(iq_{n'}+\beta k)\frac{1}{2}}e^{-\beta kz}\right\} + \frac{1}{(+iq_{n'}-\beta k)}\left\{e^{-\beta k+iq_{n'})\frac{1}{2}}e^{\beta kz} - e^{iq_{n'}z}\right\}\right] =$$

$$= (\cdot)\left[e^{iq_{n'}z}\left(\frac{1}{iq_{n'}+\beta k} - \frac{1}{iq_{n'}-\beta k}\right) + \frac{1}{(iq_{n'}-\beta k)}e^{(iq_{n'}-\beta k)\frac{1}{2}}e^{\beta kz} - \frac{1}{(iq_{n'}+\beta k)}e^{-(iq_{n'}+\beta k)\frac{1}{2}}e^{-\beta kz}\right] =$$

$$= \beta\int dk\, I^2 \int_{-1/2}^{1/2} e^{-iq_n z}\left[\dots\right] = \beta\int dk\, I^2\left[\frac{2\beta k}{q_{n'}^2+(\beta k)^2}\left\{e^{i\Delta q\frac{1}{2}} - e^{-i\Delta q\frac{1}{2}}\right\} + \frac{1}{i(q_{n'}-q_n)}\left\{e^{-(\beta k+iq_{n'})\frac{1}{2}}(-1) - e^{-(\beta k+iq_{n'})\frac{1}{2}}\right\}\right] =$$

$$= \beta\int dk\, I^2\left[\frac{2\beta k}{q_{n'}^2+\beta^2k^2}\left\{e^{(\beta k-iq_n)\frac{1}{2}} - e^{(\beta k-iq_n)\frac{1}{2}}\right\} - e^{-(\beta k+iq_{n'})\frac{1}{2}}\left\{e^{-(\beta k+iq_n)\frac{1}{2}} - e^{(\beta k+iq_n)\frac{1}{2}}\right\}\right] =$$

$$= \beta\int dk\, I^2\left[\frac{2\beta k}{q_{n'}^2+\beta^2k^2}\sin\frac{1}{2}(q_{n'}-q_n) + \frac{(\beta k+iq_{n'})(\beta k+iq_n)}{(\beta k-iq_n)(\beta k+iq_{n'})}e^{-\beta k/2}\times\right.$$

$$\times\left\{-e^{iq_{n'}\frac{1}{2}}\left(e^{\beta k}e^{-iq_n\frac{1}{2}} - e^{\beta k/2}e^{iq_n/2}\right)\right\} + \frac{(q_{n'}-q_n)}{(\beta k+iq_n)(\beta k+iq_{n'})}e^{-\beta k/2}e^{-iq_{n'}/2}\times$$

$$\left.\times\left(e^{\beta k}e^{-iq_n/2} - e^{\beta k/2}e^{iq_n/2}\right)\right] = \beta\int dk\, I^2\left[(1) - \frac{1}{(\beta k-iq_n)(\beta k+iq_{n'})}e^{iq_{n'}/2}\left(e^{-iq_n/2} - e^{-\beta k}e^{iq_n/2}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{e^{-iq_n/2}}{(\beta k+iq_n)(\beta k+iq_{n'})}\left(e^{-\beta k}e^{iq_n/2} - e^{iq_n/2}\right)\right] = \beta\int dk\, I^2\left[(1) - \frac{e^{i(q_{n'}-q_n)/2}}{(\beta k-iq_n)(\beta k-iq_{n'})} -\right.$$

$$- e^{i(q_n-q_{n'})/2}\frac{}{(\beta k+iq_n)(\beta k+iq_{n'})} + e^{-\beta k}\frac{e^{i(q_n+q_{n'})/2}}{(\beta k-iq_n)(\beta k-iq_{n'})} + e^{-\beta k}\frac{e^{-i(q_n+q_{n'})/2}}{(\beta k+iq_n)(\beta k+iq_{n'})}\left.\right]$$

$$\mathrm{Re}\,\frac{e^{i\Delta q/2}}{(x-iq_n)(x-iq_{n'})} = \mathrm{Re}\,e^{i\Delta q/2}\frac{(x+iq_n)(x+iq_{n'})}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)} = \frac{1}{(\cdot)(\cdot)}\,\mathrm{Re}\left[\cos\frac{\Delta q}{2} + i\sin\frac{\Delta q}{2}\right]\times$$

$$\times\beta k\left(x^2 - q_nq_{n'} + ix(q_n+q_{n'})\right) = \frac{1}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)}\left[\cos\tfrac{1}{2}(q_{n'}-q_n)\cdot(x^2-q_nq_{n'}) - \sin\tfrac{1}{2}(q_{n'}-q_n)\times\right.$$

$$\left.\times x(q_n+q_{n'})\right], \quad \mathrm{Re}\,\frac{e^{i(q_n+q_{n'})/2}}{(x-iq_n)(x-iq_{n'})} = \frac{1}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)}\left[\cos\tfrac{1}{2}(q_n+q_{n'})(x^2-q_nq_{n'}) -\right.$$

$$\left.- \sin\tfrac{1}{2}(q_n+q_{n'})\,x\,(q_n+q_{n'})\right]$$

для $q = 2\pi n$: $\cos\frac{1}{2}(q_n-q_{n'}) = \cos\pi(n-n') = (-1)^{n-n'} = (-1)^{n+n'}$, $\cos\frac{1}{2}(q_n+q_{n'}) = (-1)^{n+n'}$

$\sin\frac{1}{2}(q_{n'}-q_n) = \sin\pi(n'-n) = 0$, $\sin\frac{1}{2}(q_n+q_{n'}) = 0$.

$$K_{nn'} = \beta\int dk\, I^2\left[(1) - 2\cdot\frac{1}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)}(-1)^{n+n'}(x^2-q_nq_{n'}) + e^{-\beta k}\cdot 2\,\frac{1\cdot(-1)^{n+n'}}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)}(x^2-q_nq_{n'})\right]$$

$$(1) = \frac{4x}{q_n^2+x^2}\frac{1}{2}\delta_{nn'}; \quad K_{nn'} = \beta\int dk\, I^2\left[\frac{2x}{q_n^2+x^2}\delta_{nn'} + \frac{2(-1)^{n+n'}(x^2-q_nq_{n'})}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)}(e^{-\beta k}-1)\right], \quad x = \beta k.$$

$$K_{00}\ (\text{uniform TM}) = 2\beta\int dk\, I^2\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}(e^{-\beta k}-1)\right] = 2\int\frac{dk}{k}I^2(k)\left[1 - \frac{1}{\beta k}(1-e^{-\beta k})\right] = 2\int\frac{dk}{k}f(\beta k)I^2$$

Uniform yD $S(z) = \mathrm{const}$: $\lambda S(z) = S(z)\int dz'\,\alpha(zz')$, $\lambda = \int dz\,dz'\,\alpha(zz') = K_{00}$, $\omega_0 = \frac{\pi}{g}K_{00} = \frac{\pi}{2\pi M_s\frac{1}{g}}\cdot 8\pi M_s^2$.

$\cdot 2\int\frac{dk}{k}f(\beta k)I^2 = 8\pi M_s g\int\frac{dk}{k}f(\beta k)I^2(k)$ – верно для uniform TM-mode.

$$K_{nn'} = 2\beta\int dk\, I^2(k)\left[\frac{\beta k}{q_n^2+\beta^2k^2}\delta_{nn'} + (-1)^{n+n'}\frac{(x^2-q_nq_{n'})}{(\beta^2k^2+q_n^2)(\beta^2k^2+q_{n'}^2)}(e^{-\beta k}-1)\right]$$ – вещест. и $K_{nn'} = K_{n'n}$

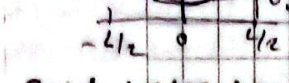
или $K_{nn'} = \int dz\,dz'\,\alpha(zz')\,e^{-iq_nz}e^{iq_{n'}z'}$, $q_n = 2\pi n$. $S(z) = S_x + iS_y = \sum_{n=-\infty}^{\infty}c_ne^{iq_nz}$.

$\Lambda_{nn'} = K_{nn'} + \gamma q_n^2\delta_{nn'}$ – real и symmetric. $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)c_n = \sum_{n'}\Lambda_{nn'}c_{n'}$.

→ С таким $K_{nn'}$ MCad решает $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)\vec{c} = \hat{\Lambda}\vec{c}$ быстро, по точку мало.

Верно $\frac{\omega_0}{2\pi} = 2{,}14$ GHz ($L = 100$ nm) близка по ср. с exp. 1.0–1.1 GHz, а $c_n = -c_{-n}$, $n = -N,\dots N$,

т.е. $S_0(z)$ eigenfunction is real $S_0(z) = S_x(z)$ и $S_y(z)$ и $\Phi(z)$ не нашли.



– $S_0(z)$ сильно зависимо от z и имеет min в центре dot $z = 0$.

Note: приемное решение инт. ур. $2I/\sqrt{\pi}$ дало $\frac{\omega_0}{2\pi} = 2{,}17$ GHz для $L = 100$ nm. После correction $\omega_0' = \omega_0\left(1 - 3\omega_0/\omega_M\right)$, $\omega_0'/2\pi = 1{,}70$ GHz.

Но close to $S_0(z)$ – max при $z = 0$; New $\omega_0^{corr}(\cos 2\pi nz) = 1{,}68$ GHz.

Escaneado con CamScanner

В Sci.Rep., APL'14 уравнение $\dot{\vec{S}} \times \vec{S}$ и $\dot{S}$ ($S = S_x + iS_y$) вернули, а вернули $\dot{\vec{S}} \times \vec{S}$ и $\dot{S}$ — надо разобраться.

(25 VIII) Согласно и нет на разных letter в Munchen – perhaps quantum magnetism – Oxford. + mail to it. Anyone write energy barriers.

Ур Ландау-Лифшица $\dot{\vec{S}} \times \vec{S} = -\gamma \frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial z^2} + \int dz' \alpha(zz') \vec{S}(z')$, μ – пренебрегаем, $\omega = \omega\beta/\pi$.

(*) $\begin{cases} +\dot{S}_y \cdot S_x = +\gamma S_x'' S_x + \int dz' \alpha S_x(z') \\ -\dot{S}_x \cdot S_y = -\gamma S_y'' S_y + \int dz' \alpha S_y(z') \end{cases}$ $\Big\}$ $-\dot{S}_y S_x + \dot{S}_x S_y = \dot{S}_x(S_x + iS_y) = \dot{S}\cdot S$, $S = S_x(z) + iS_y(z)$

$-i\dot{S}S(z) = -\gamma S''(z) + \int dz' \alpha(zz') S(z')$

Фурье-транс. $S(z,t) = S(z\omega)e^{i\omega t}$ дает $g\omega' S(z\omega) = -\gamma S'' + \int dz' \alpha(zz') S(z'\omega)$ и $\lambda = \frac{\omega\beta}{\pi}$

$\lambda S(z\omega) = -\gamma S'' + \int dz' \alpha(zz') S(z'\omega)$ – ур-е для $S(z\omega)$, см. решение 24/VIII.

Будем искать $S(z\omega) = S(z) = u(z)e^{i\Phi(z)}$ что дает нам (z-Ф) см. 12/III

$S_x(z\omega)$, $S_y(z\omega)$ и $S(zt) = S(z\omega)e^{i\omega t} = u(z)e^{i\Phi(z)}e^{i\omega t} = S_x(zt) + iS_y(zt)$

$S_x(zt) = \mathrm{Re}\, S(zt) = u(z)\cos(\omega t + \Phi(z))$ $\quad S_y(zt) = \mathrm{Im}\, S(zt) = u(z)\sin(\omega t + \Phi(z))$

$S_{x,y}(z\omega)$ неизвестны как определены, но есть фазы $\Phi(z,\omega)$ для каждой моды $\omega = \omega_n$.

Систему (*) можно упростить/избавиться, используя $\begin{cases} S_x(zt) = u(z)\cos[\omega t + \Phi(z)] \\ S_y(zt) = u(z)\sin[\omega t + \Phi(z)] \end{cases}$ (***)

(**) $\begin{cases} \omega' g\, S_x(zt) = -\gamma S_x'' + \int dz' \alpha(zz') S_x(z't) \\ \omega' g\, S_y(zt) = -\gamma S_y'' + \int dz' \alpha(zz') S_y(z't) \end{cases}$ – совпадает формально с YD – Sci.Rep.14, но S_x здесь не $S_x(\omega)$, а $S_x(t)$, $d = x, y$, given by (***).

$\hookrightarrow \lambda \vec{S}(zt) = -\gamma \vec{S}''(zt) + \int dz' \alpha(zz') \vec{S}(z't)$ $\quad d = \omega t + \Phi$.

$S_x(t) \to$ (1) $\lambda u \cos[\omega t + \Phi] = -\gamma\left[u''\cos\alpha - 2u'\sin\alpha\cdot\Phi' - u\cos\alpha(\Phi')^2 - u\sin\alpha\,\Phi''\right] + \int dz' \alpha\, u(z')\cos\alpha(z')$

$\cos\alpha = \cos\omega t\cos\Phi - \sin\omega t\sin\Phi$, $\sin\alpha = \sin\omega t\cos\Phi + \sin\Phi\cos\omega t$.

$\cos\omega t$: $\lambda u\cos\Phi = -\gamma\left[u''\cos\Phi - 2u'\Phi'\sin\Phi - u(\Phi')^2\cos\Phi - u\Phi''\sin\Phi\right] +$

$+ \int dz' \alpha\, u(z')\cos\Phi(z')$

$\sin\omega t$: $-\lambda u\sin\Phi = -\gamma\left[-u''\sin\Phi - 2u'\Phi'\cos\Phi + u(\Phi')^2\sin\Phi - u\Phi''\cos\Phi\right] + \int dz' \alpha\, u(z')\sin\Phi(z')\,(-1)$

$S_y(t) \to$ (2) $\lambda u\sin[\omega t + \Phi] = -\gamma\left[u''\sin\alpha + 2u'\Phi'\cos\alpha - u(\Phi')^2\sin\alpha + u\cos\alpha\,\Phi''\right] + \int dz' \alpha\, u(z')\sin\alpha(z')$

$S_x(t)\cos\omega t + S_y(t)\sin\omega t = u\left[\cos(\omega t+\Phi)\cos\omega t + \sin(\omega t+\Phi)\sin\omega t\right] = u\cos\Phi(z)$

YD $S_x(t)\cdot\cos\alpha + S_y(t)\sin\alpha = \lambda u = -\gamma\left[u'' - u(\Phi')^2\right] + \int dz' \alpha\, u(z')\left[\cos\alpha'\cos\alpha + \sin\alpha'\sin\alpha\right]$

$\lambda u \overset{(1)}{=} -\gamma\left[u'' \overset{(2)}{-} u(\Phi')^2\right] + \int dz' \alpha\, u(z')\cos\left[\Phi(z') - \Phi(z)\right]$ – первое 1st YD u-Φ интеграл.

(1)·$\sin\alpha$ − (2)$\cos\alpha$ $= -\gamma\left[-2u'\Phi' - u\Phi''\right] + \int dz' \alpha\, u(z')\left[\cos\alpha'\sin\alpha - \sin\alpha'\cos\alpha\right] = 0$

$0 = \gamma\left[2u'\Phi' + u\Phi''\right] + \int dz \alpha(zz') u(z')\sin\left[\Phi(z) - \Phi(z')\right]$ – второе 2nd YD u-Φ интеграл.

• Назад. Система (*) Thiele eq. дает $S_x(t)$ не будем как решать не будем $S(t) = S_x(t) + iS_y(t)$ и задали $S(z\omega) = u(z)e^{i\Phi(z)}$, u-Φ system. Как можно воспользоваться для комп. YD для $S(z\omega)$

$S(z\omega) = S(z) \to \lambda S = -\gamma S'' + \int dz' \alpha(zz') S(z')$ или $(u\cdot\Phi)$ система $S(z\omega) = u(z)e^{i\Phi(z)}$.

Ур-е для $S(z\omega)$ решали 24/VIII через $S(z\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{iq_n z}$ – разложение.

Если бы матрица $K_{nn'} = \int dz\, dz' \alpha(zz') e^{-iq_n z} e^{iq_{n'} z'}$ $\overset{n=-\infty}{\underset{\infty}{}}$ была б эрмитова $K^*_{nn'} = K_{n'n}$, то мы нашли что $K_{nn'}$ – real и symmetric $\Rightarrow C_n$ – real. C_n – complex, Тогда real even $S_x(z)$ и не real odd $S_y(z)$, необходимый для нахождения $\Phi(z)$. А для ground State ещё и $C_n = C_{-n}$,

Для $\gamma \to 0$ $\underset{n=\text{almode}}{(1)}$: $\lambda u\cos\Phi = \int dz' \alpha(zz') u(z')\cos\Phi(z')$ и $\lambda u\sin\Phi = \int dz' \alpha\, u(z')\sin\Phi(z')$ (1a) (1б)

YD $\lambda f(z) = \int dz' \alpha(zz') f(z')$ решено 24/VIII. $f_0(z)$ – even, ω_0. ω_1 – Ф, $f_1(z)$ odd.

Т.е. even $f_0(z) = u(z)\cos\Phi_0(z)$ и odd $f_1(z) = u(z)\sin\Phi(z)$ и/или наоборот разность ω_n (λ_n).

$u_n(z) = |S(z\omega)|$ может быть нуль, но $u_n(z) \geq 0$ и, будучи – гладкая, $\Phi(z)$ – непрер.

$\mathrm{Re}\, S(z\omega) = u(z)\cos\Phi(z)$. $\mathrm{Im}\, S(z\omega) = u(z)\sin\Phi(z)$. Если $u(z)$ – гладкая, а $\Phi(z)$ непрер., то

$\underset{(z)}{J_m} = \int_{-1/2}^{1/2} dz' \alpha(zz') u(z') \sin\left[\Phi(z') - \Phi(z)\right]$, $\underset{(-z)}{J_m}\left|_{\substack{z\to -z \\ z'\to -z'}}\right. = -\int_{-1/2}^{1/2} dz' \alpha\, u(z')\sin\left[\Phi(z') - \Phi(z)\right] = -J_m(z)$

Escaneado con CamScanner

$\chi_m(-z) = -\chi_m(z)$ – нечет. по z. $\Phi(z') - \Phi(z) \approx \Phi'(z)(z'-z) + \frac{1}{2}\Phi''(z)(z'-z)^2 + \dots$

$u(z') = u(z) + u'(z)(z'-z) + \frac{1}{2}u''(z)(z'-z)^2 + \dots$

$u(z')\sin[\Phi(z') - \Phi(z)] = \left[u(z) + u'(z)(z'-z) + \frac{1}{2}u''(z)(z'-z)^2 + \dots\right]\left[\Phi'(z)(z'-z) + \frac{1}{2}\Phi''(z)(z'-z)^2 + \dots\right] + O((z'-z)^3)$

$= \{$отрезок нечет. часть по $(z'-z)\} = u\Phi'(z'-z) + O((z-z')^3)$

2nd eq.-u·Φ: $-\gamma[2u'\Phi' + u\Phi''] + u\Phi'\int dz' \varkappa(z-z')(z'-z) = 0$. $\nu(z) = \int dz' \varkappa(zz')(z'-z)$

$-\gamma[2(\ln u)'\Phi' + \Phi''] + \Phi'\nu(z) = 0$, $-\gamma[2(\ln u)' + (\ln\Phi')'] + \nu(z) = 0$.

$-\gamma[\ln(u^2\Phi')]' = -\nu(z)$; $\ln(u^2\Phi') = \frac{1}{\gamma}\int_0^z dz\,\nu(z) + C$; $u^2\Phi' = Ce^{W(z)}$, $W(z) = \frac{1}{\gamma}\int_0^z dz\,\nu(z)$

$\lambda u = -\gamma u'' + \gamma u(\Phi')^2 + \int dz' \varkappa u(z')\cos[\Phi(z') - \Phi(z)] \approx -\gamma u'' + \gamma\frac{1}{u^3}C^2e^{2W(z)} + \int dz' \varkappa u(z')$

– нелинейно решать. $\|/\!/\|$ при $\varkappa = 0$ ищем решение $u^2(z) = C_1 + C_2\cos\left(2\sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}}z\right)$

→ Вывод: нет никаких отдельных ур-й для $S_x(\omega)$ и $S_y(\omega)$. Есть только УД для $S(z\omega)$, $S(z) = S_x + iS_y$, и эквивал. ему система УД u-Φ. Ур-е для $S(z\omega)$ дает рез. $S_0(z)$. $\Phi(z)$ и $u(z)$ сводятся как $S_0(z) = u(z)\cos\Phi(z)$. Аналог. для $u(z), \Phi(z)$ системы сводятся и для числ., и для аналитич. решения.

$\lambda S(z\omega) = -\gamma S'' + \int dz' \varkappa(zz') S(z'\omega)$. Пусть $S(z\omega) = \varphi(z) + i\psi(z)$ → уравнения для $\varphi(z), \psi(z)$ совпадают.

$\varphi(z)$ – четная дает $\omega_0, \varphi_0(z)$ $\psi(z)$ нечетная, дает $\omega_1, \psi_1(z)$ – Ф.

$S(z) = u(z)e^{i\Phi(z)}$, $\frac{\partial S}{\partial z} = u'e^{i\Phi} + i\Phi' u e^{i\Phi} = \left[\frac{u'}{u} + i\Phi'\right]S$. $\left.\frac{\partial S}{\partial z}\right|_{z=\pm 1/2} = 0 \to \begin{cases} u'(\pm\frac{1}{2}) = 0 \\ \Phi'(\pm\frac{1}{2}) = 0 \end{cases}$ u

Local magnetostatics $\varkappa(zz') \sim \delta(z-z') \to \lambda S = -\gamma S'' + \varkappa_0 S$ дает Ф $\cos qz$, $\sin qz$ с

$q^2 = \frac{\lambda - \varkappa_0}{\gamma}$, или $\lambda_n = \varkappa_0 + \gamma q_n^2$. $W_n = \gamma\left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 + \varkappa_0 S^2 = \gamma q_n^2\begin{pmatrix}\sin^2 q_n z \\ \cos^2 q_n z\end{pmatrix} + \varkappa_0\begin{pmatrix}\cos^2 q_n z \\ \sin^2 q_n z\end{pmatrix} =$

$= (\lambda_n - \varkappa_0)\begin{pmatrix}\sin^2 q_n z \\ \cos^2 q_n z\end{pmatrix} + \varkappa_0\begin{pmatrix}\cos^2 q_n z \\ \sin^2 q_n z\end{pmatrix} = \lambda_n\begin{pmatrix}\cos^2 q_n z \\ \sin^2 q_n z\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\cos 2q_n z \\ -\cos 2q_n z\end{pmatrix}\varkappa_0$

$\varepsilon_n = \int W_n dz = \frac{1}{2}\lambda_n\begin{pmatrix}1 \\ 1\end{pmatrix} + \frac{1}{2q_n}\begin{pmatrix}2\sin q_n \\ -2\sin q_n\end{pmatrix}\varkappa_0 = \lambda_n \pm \varkappa_0\frac{\sin q_n}{q_n}$, если $q_n = n\pi$ все моды вырожд. кроме ($\nu = 0$) моды.

Основная мода $k=0$, $\cos q_n z = 1$, $\sin q_n z = 0$, $S_0(z) = 1$ – четная. $\nu/2$

→ $\mathcal{J}(z) = \int dz' \varkappa(zz') = \beta\int dz' \int dk\, e^{-k\beta|z-z'|} I^2(k) = \beta\int dk I^2(k)\left[\int_z^{z} dz' e^{-\beta k(z-z')} + \int_{z}^{1/2} dz' e^{-\beta k(z'-z)}\right] =$

$= (\cdot)\left[e^{-\beta kz}\frac{1}{\beta k}e^{\beta kz'}\Big|_{-1/2}^{z} + e^{\beta kz}\frac{(-1)}{\beta k}e^{-\beta kz'}\Big|_{z}^{1/2}\right] = \frac{(\cdot)}{\beta k}\left[e^{-\beta kz}\left(e^{\frac{1}{2}\beta k} - e^{-\frac{1}{2}\beta k}\right) - e^{\beta kz}\left(e^{-\beta k/2} - e^{\beta kz}\right)\right] =$

$= \frac{(\cdot)}{\beta k}\left[2 - e^{\beta k(z+1/2)} - e^{\beta k(z-1/2)}\right] = \frac{2}{\beta k}(\cdot)\left[1 - e^{-\beta k/2}\operatorname{ch}\beta kz\right] = 2\int\frac{dk}{k}I^2(k)\left[1 - e^{-\frac{\beta k}{2}}\operatorname{ch}\beta kz\right]$

→ $\lambda S = -\gamma S'' + \mathcal{J}(z)S$ – уже для частицы в 1D – potential well

$\mathcal{J}(0) = 2\int\frac{dk}{k}I^2\left[1 - e^{-\beta k/2}\right]$, $\mathcal{J}(\pm 1/2) = 2\int\frac{dk}{k}I^2\left[1 - e^{-\beta k/2}\operatorname{ch}\beta k/2\right]$ $\left[\int dz' \varkappa(z) z \approx S(z)\int dz' \varkappa\right]$

$\mathcal{J}(0) - \mathcal{J}(\pm 1/2) = 2\int\frac{dk}{k}I^2 e^{-\beta k/2}\left[\operatorname{ch}\beta k/2 - 1\right] > 0$ и растет с $\beta\uparrow$.

Ищем такое $\mathcal{J}(z)$ – potential $S_n(z)$ будут сильно локализоваться на краях dot $z = \pm 1/2$. (!)

Решение $S(z) = \sum_n C_n e^{iq_n z}$ – метода с S_0 – более правдоподобно, чем плоско magnetostatic solution или др. $S_0(z)$ от z $1/\sqrt{n}$. C_n – метод учитывает exchange вблизи краев

Anyway это $S_0(z) = u(z)\cos\Phi(z)$, и нельзя как вводить $\Phi(z)$. $u_0(z)$ для dot

т.к. $\cos\Phi(z)$ Важно, что сначала $u_0(z)$ – localization radius с $\beta\uparrow$.

$\mathcal{J}(z) = 2\int_0^\infty\frac{dk}{k}I^2(k)\left[1 - e^{-\beta k/2}\operatorname{ch}\beta kz\right]$ и $\lambda S(z) = -\gamma S''(z) + \mathcal{J}(z)S(z)$ – ур-е.

Если $\mathcal{J}(z) = \mathcal{J}(0) - az^2$, $a > 0$, то решения полиномы Эрмита $H_n(z)$?

Если $\mathcal{J}(z) = \mathcal{J}(0)\cos qz$, то решения – функции Матье?

(26-27/VII) С о. ю. в. „Alcampo". Передача и посылка STM-paper в NanoRes Lett. E-mails Atilhoa (Santander) и Talant H.

(28/VII) Снимки Matriculation address комиссии. Вопрос в Talant House.

(29/VII) Travel over EMSA'14 Vienna. Беседа с Максим: Взять ли как poster на E-FMR?

(30/VII) Vortex TM – thick dot: при $\varkappa = 0$ $\lambda S(z) = -\gamma S''(z)$, $S(z) = S_0 e^{iqz}$

Exch. approximation можно для $n \geq 1$. $\lambda_n = \gamma q_n^2$. q_n откуда? $\frac{\partial S}{\partial z} = iqS_0 e^{iqz} \neq 0$

Escaneado con CamScanner

при $z = \pm 1/2$. Для $S(z) = S_x + iS_y = S_0 e^{iqz}$, $S_x = S_0 \cos qz$, $S_y = S_0 \sin qz$ и $\Phi(z) = \arctg \frac{S_y(z)}{S_x(z)} = qz$. Или $y = S_0 = \text{const}$, $\Phi(z) = qz$. $S(z) = u(z) e^{i\Phi(z)}$ – уравн. u-Φ уравнение при $x = 0$. (!) $\frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = iS_0 q e^{\pm iq1/2} \neq 0$. Видно что q_n из магнитостатики.

Тогда $S(z) = ae^{iqz} + be^{-iqz}$, $\frac{\partial S}{\partial z} = iqae^{iqz} - iqbe^{-iqz}$ а значит $\frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0$

$z = \frac{1}{2}$, $ae^{iq1/2} = be^{-iq/2}$, $e^{iq} = b/a$ $z = -1/2$ $ae^{-iq1/2} = be^{iq/2}$, $e^{iq} = a/b$,

Тогда совместимо при $a = b$, $e^{iq_n} = 1$, $q_n = 2\pi n$. $z \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

Если $z \in [0,1]$, то $\frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{0,1} = 0$ дает $a = b$, $e^{2iq_n} = 1$, $q_n = n\pi$ – большие подходящие при $n \geq 1$. $\lambda_n = \gamma q_n^2$. // Т.е. чтобы $\frac{\partial S}{\partial z} = 0$ на обе грани надо $S(z) \sim \cos qz$ – real.

Mathieu Численно Mathcad бинго $J(z) = J_0 \cos pz \to \gamma S'' + [\lambda - J(z)] S(z) = 0$

$\to S'' + [a - 2q\cos pz] S = 0$, $a = \frac{\lambda}{\gamma}$; $2q = \frac{1}{\gamma} J(0)$. $pz = 2\xi$, $z = \left(\frac{p}{2}\right)^{-1}\xi$, $S''_{zz} = \left(\frac{2}{p}\right)^2 S''_{\xi\xi}$

(ур-е Матье каноническая форма ур-ния Матье) $\frac{d^2S}{d\xi^2} + [a - 2q\cos 2\xi] S = 0$, $a = \left(\frac{p}{2}\right)^2 \frac{\lambda}{\gamma}$, $2q = \left(\frac{p}{2}\right)^2 \frac{J_0}{\gamma}$

Если решение $S(z)$ с периодом 2π по ξ, или с периодом $p\pi$ по z.

Поведение СФ/СЗ зависит от величины $q = \frac{1}{8} p^2 \frac{J(0)}{\gamma} = p^2 \cdot 2{,}41 \approx 2{,}4$ при $L = 100$ нм

$\gamma(L = 100\text{ нм}, R = 150\text{ нм}) = 4{,}105 \cdot 10^{-3}$ $q(L = 50\text{ нм}) = 0{,}56$ при $p \frac{\gamma}{\gamma} \approx 1$.

L = (magnetostatics) / (Exchange), $q(L)$ растет с L. $\begin{cases} a = a_z \\ a = b_z \end{cases}$ – точное решение – неточ. решение, имеющие z-нулей в интервале $z \in [0, \pi]$

$a_z = a_z(q)$, $b_z = b_z(q)$ и их вид зависит от величины q.

$q \sim \frac{J(0)}{\gamma} \sim \frac{x}{\gamma}$. $x \sim L$, $\gamma \sim 1/L^2$. т.е. $q \sim L^3$ (Отношение по q) (Итого: $q = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{p}\right)^2 \frac{J(0)}{\gamma}$)

1) Предел $q \ll 1$; $L \leq 3$ Le. $a_0(q) \approx -\frac{1}{2}q^2$, $\lambda_0 = \left(\frac{2}{p}\right)^2 \gamma a_0 = \gamma \left(\frac{p}{2}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}q^2\right)$ $a = \left(\frac{2}{p}\right)^2 \frac{\lambda}{\gamma}$ < 0?

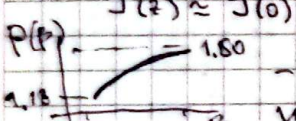
$\lambda_0 \sim \omega_0 < 0$? Неверно определение a и q

При $L = 50$ нм $q = \frac{2}{p^2} \frac{J(0)}{\gamma} = 5{,}40$ если $p = 1$. $q(100\text{ нм}) = 8{,}97$ при $p = 1$.

2) Предел $q \gg 1$. $a_z \approx b_{z+1} = -2q + 2(2z+1)\sqrt{q}$, $\lambda_z = \frac{1}{4} p^2 \gamma a_z$

$a_0 = -2q + 2\sqrt{q} < 0$. $a_1 = -2q + 2 \cdot 3\sqrt{q}$. $\omega_z = \lambda_z \omega_M$ или $\lambda_n = \frac{\omega_n}{\omega_M}$ если λ, x и γ делятся на $8\pi M_s^2$ как 24/VII.

$J(z) \approx J(0)\cos(pz)$, для каждого β, подберем $p(\beta)$, так как точно цилиндрическая $J(z)$ через $\cos(pz)$.



– когда $L = 50$ нм $q = \frac{2J(0)}{\gamma p^2} = 1{,}336$; $L = 100$ нм $\Rightarrow q = \frac{2J_0}{\gamma p^2} = 3{,}985$

Неточно. Надо учесть $\gamma(L) \sim 1/L^2$. $R = 150$ нм.

$L = 50$ нм $\to q(50\text{нм}) = 3{,}875$. $L = 100$ нм $\to q = 17{,}096$ Верно

Для $L = 50$ нм $a_0 < 0$, $a_1 = 2{,}811$, $\lambda_1 = \frac{1}{4} p^2 \gamma a_1 = 0{,}017$, $\omega_1 = 30 \cdot 0{,}017 = 0{,}514$ ГГц

$z_{max} = 5\pi/2$ особ. $z_{max} = \frac{2}{p}\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{1{,}18} = 2{,}66$. Надо $z_{max} = 1/2$.

$a_1 = b_2$, B_2 особ. СФ $Se_2(z,q)$. $a_2 = 8{,}685 \to \omega_2 = 1{,}538$ ГГц

$ce_2(z)$, $se_2(z)$ с периодом π имеют ещё нули кроме больших $z \to$ больших z

(Кроме $z = 0$ корня). Большие $|z| > 1/2$ физически неадекватны.

(31/VII) **Итого**: Зачем приближенно (Local magnetostatics, etc.) решать УД в виде $y(z) = S_x + iS_y(z) \to S(\omega)$ вида $\lambda S(z\omega) = -\gamma S'' + \int dz' \varkappa(zz') S(z'\omega)$, если точное (без) решение 24/VII дано real СФ где ω_0 – lowest frequency. $S_0(z,\omega)$?

$S_0(z) = y_0(z)\cos\Phi_0(z)$ и невозможно найти $y_0(z)$ и $\Phi_0(z)$. Хотим же найти $\Phi_0(z)$.

$\Phi_n(z)$ можно найти только из u-Φ уравнения (!), которое нелинейное.

Из u-Φ системы 25/VII $u^2\Phi' = Ce^{w(z)} \simeq C$. Если $S_0(z) = u(z)\cos\Phi(z)$ найдется из $\varkappa$-ции рассеяния, то $S_0^2 \frac{\Phi'}{\cos^2\Phi(z)} = C$, $\operatorname{tg}\Phi(z) = C\int_0^z \frac{dz'}{S_0^2(z')}$

$w(z) = \frac{1}{\gamma}\int_0^z dz' \int_0^{z'} \varkappa(z'z'')\,dz''$. $\operatorname{tg}\Phi_0(z) = C\int_0^z dz' \frac{e^{w(z')}}{S_0^2(z')}$, $w(z) = w(-z)$ поэтому $\Phi(z)$ нечет.

Если $S_1(z) = y_1(z)\sin\Phi_1(z)$ нечетное ($n = 1$), то $S_1^2 \frac{\Phi'}{\sin^2\Phi} = Ce^{w(z)}$, $-\operatorname{tg}\Phi_1(z) = C\int_0^z dz' \frac{e^{w(z')}}{S_1^2(z')}$ –

Φ_1-интеграл синусперен, т.к. $S_1(z \to 0) \to 0$. $w(0) = 0$, $w(\pm 1/2) = +1.5$ для $L = 100$ нм.

Escaneado con CamScanner

Найден C $u^2(z)\Phi'(z) = Ce^{w(z)}$. При $z=0$ $S_0(0) = u(0)\cos\Phi(0)$, $\Phi(0)=0$, $w(0)=0$

$S_0^2(0)\Phi'(0) = C \to$ $\operatorname{tg}\Phi_0(z) = \Phi'(0) S_0^2(0) \int_0^z dz' \frac{e^{w(z')}}{S_0^2(z')}$, $C = \Phi'(0)$. если известно например: ср $\frac{S_0(z)}{S_0(0)}$,

Для $n=0$ $\lambda_0 S_0(z) = -\gamma S_0''(z) + \int dz' \varkappa(zz') S_0(z')$

$\frac{\partial S_0}{\partial z} = \partial_z[u\cos\Phi] = u'\cos\Phi - u\sin\Phi\Phi'$. $\frac{\partial S_0}{\partial z}\Big|_{z=\pm l/2} = 0$, $\frac{u'(l/2)}{u(l/2)} = \operatorname{tg}\Phi(\tfrac{l}{2})\cdot\Phi'(l/2)$,

$\Phi_0(z) = \operatorname{arctg} F(z)$, $\Phi_0'(z) = \frac{1}{1+F^2(z)} \frac{Ce^{w(z)}}{S_0^2(z)}$, $z=0$ дает $S_0^2(0)=1$, зависимость для например $S_0(z)$.

Local approx. (25/VIII) $u(z')\cos[\Phi(z')+\Phi(z)] = \left[u(z) + u'(z)(z'-z) + \frac{1}{2}u''(z)(z'-z)^2 + \dots\right] \cdot$

$\cdot\left[1 - \frac{1}{2}(\Phi'(z))^2 (z'-z)^2 + \dots\right] = u(z)\left[1 - \frac{1}{2}\Phi'^2 (z'-z)^2\right] + u'(z)(z'-z) + \dots$

$\lambda u = -\gamma u'' + \gamma u(\Phi')^2 + u(z)\int dz' \varkappa\left[1 + \frac{1}{2}\Phi'(z)^2 (z'-z)^2\right] + u'(z)\int dz' \varkappa(zz')(z'-z)$

$\begin{cases} \lambda u = -\gamma u'' + \gamma u(\Phi')^2 + J(z)u(z) + v'(z)v(z) - \frac{1}{2}u(\Phi')^2 \int dz' \varkappa(zz')(z'-z)^2 \\ u^2\Phi' = Ce^{w(z)} \end{cases}$ — система для $u-\Phi$, в предположении $\max \varkappa(zz')$ при $z'=z$ $\Big\}$, $v(z) = \int dz' \varkappa(z'-z)$, $J(z) = \int dz' \varkappa$.

Если считать $u_0(z) = \text{Const}$, то $\lambda u = \gamma u(\Phi')^2 + J(z)u - \frac{1}{2}u(\Phi')^2 \int dz' \varkappa(zz')(z'-z)^2$, много т.к. $\Phi'(z)$ и $\int dz' \varkappa (z'-z)^2$ сильные функции "z".

$\lambda u = -\gamma u'' + \gamma C^2 \frac{e^{2w(z)}}{u^3} + J(z)u + u'v(z) - \frac{1}{2}C^2 \frac{e^{2w(z)}}{u^3}\int dz' \varkappa (z'-z)^2 = 0$ — нелин. диф. ур для $u(z)$

(1/VIII) Числ. расчеты СФ/СЗ — TM thick lot в MathCad. $w(z)$ считается неделимо, $\operatorname{tg}\Phi_0(z) = C\int_0^z dz' \frac{e^{w(z')}}{S_0^2(z')}$ за разумное время не считается. Интеграл

Сисс., Rafa с семьей в пути, но дорога в Casa de Talanto, San Seb. Subir. Уточнить

С Л.ив. в телеф. "Movistar" — сдали 2 старых фильтра, изменили passport → tarjeta NIE

(2/VIII) Ответ для "Poltx Vienna, EMSA-20M и Ordizia. Принят на NanoRL paper

STNO с Берлин. Отправили запрос на invoice 1000€ fee probe. + 20% IVA.

Ревем. к публикации "Strychnin flower dyn." и "VC reversal in H_2-feldover" Sa. Rep

и data "Vienna el. dots" - PEB.

При $\gamma=0$, 2nd УД и Φ метода: $0 = \int dz' \varkappa \sin[\Phi(z') - \Phi(z)] = \cos\Phi(z)\int dz' \varkappa \sin\Phi(z') u - \sin\Phi(z)\int dz' \varkappa \cos\Phi(z') u$

(1) $\lambda u = \int dz' \varkappa u(z')\cos[\Phi(z') - \Phi(z)] = \int dz' \varkappa u(z')\cos\Phi(z)\cdot\cos\Phi(z) + \sin\Phi(z)\int dz' u(z')\varkappa\sin\Phi(z')$

с другой стор. $\lambda u\cos\Phi(z) = \int dz' \varkappa u(z')\cos\Phi(z')$ и $\lambda u\sin\Phi(z') = \int dz' u(z')\varkappa\sin\Phi(z')$

(1)-УД $\lambda u = \lambda u[\cos^2\Phi + \sin^2\Phi] = \lambda u$ и (2)-УД $\cos\Phi\sin\Phi - \sin\Phi\cos\Phi = 0$ превратим в тождество

Все СФ вырождены. Нет. СФ имеют вид $S_c(z) = u(z)\cos\Phi(z)$, через СФ $S_s(z) = u(z)\sin\Phi(z)$

удобн. $\lambda S(z) = \int dz' \varkappa S(z')$.

Итак $\gamma \neq 0$ исправляет УД на $\lambda S = -\gamma S'' + \int dz' \varkappa(zz') S(z')$, но осталось СФ вырожденными,

либо нечетные, либо четные. $z=0$ сразу задание высоты dot.

$\lambda S(z\omega) = -\gamma S'' + \int dz' \varkappa(zz') S(z'\omega)$. $S(z\omega) = u(z)e^{i\Phi(z)}$, $\lambda u e^{i\Phi} = -\gamma\frac{\partial^2}{\partial z^2} u e^{i\Phi} + \int dz' \varkappa(zz') u(z') e^{i\Phi(z')}$

Re: $\lambda u\cos\Phi = -\gamma\frac{\partial^2}{\partial z^2} u\cos\Phi + \int dz' \varkappa(zz') u(z')\cos\Phi(z')$; Im: $\lambda u\sin\Phi = -\gamma\frac{\partial^2}{\partial z^2} u\sin\Phi + \int dz' \varkappa u(z')\sin\Phi$

— одинаковые УД для Re. $u\cos\Phi$ и Im $u\sin\Phi$ частей $S(z\omega)$.

нулев решение СФ ($n=0$) $S_c(z) \overset{(Re)}{=} 1 + \delta(z)$, $\delta \ll 1$. $\lambda[1+\delta(z)] = -\gamma\delta''(z) + \int dz' \varkappa(zz')[1+\delta(z')]$

δ: $\lambda = \int dz' \varkappa(zz')$. δ: $\lambda\delta(z) = -\gamma\delta'' + \int dz' \varkappa\,\delta(z')$. Оценка $\lambda = \int dz\,dz' \varkappa(zz')$ сооб. $S_0(z) = \text{const}$ —

$\lambda_n S_n(z) = -\gamma S_n'' + \int dz' \varkappa S_n(z')$. умн. на $S_n^*(z)$ и $\int dz$. $\int |S_n|^2 dz = 1$ — задача на ω_0

$\lambda_n = -\gamma\int dz S_n^*(z) S_n''(z) + \int dz \int dz' S_n^*(z)\varkappa(zz') S_n(z') = F[S_n(z)]$. Имеем $S_0(z) = [1+\delta(z)]C$ — ко

$\Leftarrow \int dz S_0^2 = C^2\int dz[1+2\delta] = C^2[1 + 2\int dz\delta(z)] + O(\delta^2) = 1$. $C^2 = \frac{1}{1+2\int dz\delta}$.

$\lambda_0/C^2 = -\gamma\int dz\,[1+\delta]\delta'' + \int dz\int dz' \varkappa(zz')[1 + \delta(z) + \delta(z')]$

и $\lambda_0[1+\delta(z)] = -\gamma\delta'' + \int dz' \varkappa[1+\delta(z')]$. $\lambda_0/C^2 = \int dz\left[-\gamma\delta'' + \int dz' \varkappa[1+\delta(z)+\delta(z')]\right] =$

$= \int dz\left[\lambda_0[1+\delta(z)] + \int dz' \varkappa\,\delta(z)\right] = \lambda_0[1 + \int dz\,\delta] + \int dz\,dz'\delta(z)\varkappa(zz')$, $\lambda_0\int dz\,\delta(z) = \int dz\,dz'\,\delta(z)\varkappa(zz')$.

Зачем нужно λ_0? Известно $\lambda_0 = \lambda_0(S_0=1) + O(\delta^2)$, если $S_0(z) \neq 1+\delta(z)$. Для λ_0 находится

Тюбинг i.e. $\omega_0/2\pi = 2.44$ GHz for $L = 100$ mm. // Проблема найти $\Phi_0(z)$ из $S_0(z) = u_0(z)\cos\Phi_0(z)$. Дем

Local appr. $\varkappa(zz') = J(z)\delta(z-z')$ дает $\lambda u = -\gamma u'' + \gamma u(\Phi')^2 + J(z)u(z)$. в духе WKB. λ

$u'' \to 0$ и $(\Phi')^2 = \frac{1}{\gamma}[\lambda - J(z)]$. $\Phi(z) = \frac{1}{\gamma}\int_0^z dz\sqrt{\lambda - J(z)}$ и $\frac{1}{\gamma}\int_0^{2\pi} dz\sqrt{\lambda - J(z)} = \pi(n+\gamma_2)$ для полуцел

Escaneado con CamScanner

(4/VIII) Открыла онлайн "Chase" (g-ka, Serafims123). Общее сальдо 66 €

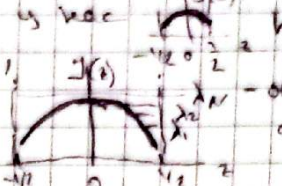
Приз Betsson Racing стаков на Aug.4 – 5,094.67 $ Info: "Chase" Credit Card ... 5577 (действ. до 2014) 2014 account is closed, 0$ – cc balance.

Cr. cards ... Chase" (Just-02/Mail + Gus23 + gus 66/Fm + Gus Fb 23) – не могу войти – не принимает имя пользователя. На почту было N + debit и от credit (0321) Cr. Card, Cr. card + SSN – как только я их спрашиваю, Cr. account / gus 02 / Serafims (пробка 1) по дате рождения и спросили, чей это DB card N PIN и Account number. Выдали пустые new debit и credit card numbers, с нарочно неверным и сменили.

1 Cr. debit card удалён. до May 2015 / Λ и к Cr. Cards, подать до Jan 2015. Судя Paul Elyn отказ в NJP

WKB $k(z) = \frac{1}{\gamma}\sqrt{\lambda - J(z)}$ и $\Phi(z) = \int_0^z dz\, k(z)$, $\Phi(z_2) - \Phi(z_1) = \int_0^{z_2} - \int_0^{z_1} = \int_{z_1}^{z_2} dz\, k(z)$ – набег фазы между z_1 и z_2.

Уравнение работает в WKB с local energy levels $E_n \sim \lambda_n$ – у нас потенциал имеет min, а max, т.е. нелинейно $J(z)$ вогнутая дуга. Задача нахождения и идентификация нулей вторая час.



Если $\gamma \ll 1$, то local approxim $[\lambda - J(z)]u = \gamma c^2 \frac{e^{w(z)}}{u^3}$.

$u''(z) = \gamma c^2 \frac{e^{w(z)}}{\lambda - J(z)}$, $u(z) \to \infty$, $\Phi'(z) \to 0$ в точках поворота $\lambda = J(z)$.

С другой стороны для ($h=0$) можно $tg\Phi_0(z) = C\int_0^z dz' \frac{e^{w(z')}}{S_0^2(z')}$, $S_0(z) = u(z)\cos\Phi(z)$

$w(z) = \frac{1}{\gamma}\int_0^z dz' \int_0^{z'} dz'' \varkappa(z'') (z'-z)$ – уравнение local approxim. от 31/VIII + WKB $u'' \ll 1$, $u' \ll 1$

даёт $\lambda = J(z) + \left[\gamma - \frac{1}{2}\int dz' \varkappa(z') (z'-z)^2\right](\Phi')^2$, $\Phi(z) = \int_0^z dz' \sqrt{\frac{\lambda - J(z')}{\gamma - \frac{1}{2}\int dz'' \varkappa(z'z'')(z'-z'')^2}}$

$\frac{\lambda}{8\pi\varkappa_s^2} = \frac{\omega^2}{\omega_M^2}$, $\frac{\varkappa}{8\pi M_s^2} = \beta\int dk\, I^2(k) e^{-\beta k|z-z'|}$. $\gamma/(8\pi\varkappa_s^2) = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{l_0}{L}\right)^2\left[\ln\frac{R}{R_c} + \frac{5}{4}\right]$.

$u^2\Phi'(z) = Ce^{w(z)}$, поэтому сразу $\Phi'(\pm 1/2) = 0$ только если $u^2(\pm 1/2) \to \infty$.

Конечное $S_0(z) = u_0(z)\cos\Phi(z)$, если $u_0(z = \pm 1/2) \to \infty$, $\cos\Phi(\pm 1/2) \to 0$, т.е. $\Phi(\pm 1/2) = \pm\frac{\pi}{2}n$;

Это заведомо не так $\Delta\Phi \neq 0$, $\Delta\Phi \neq \pi$, т.е. $\Phi'(\pm\frac{1}{2}) \neq 0$. $\Phi(+1/2) - \Phi(-1/2) = \pi n$, а)

Если $\Phi'(\pm 1/2) \neq 0$, то $\frac{\partial S}{\partial z} = \left[\frac{u'}{u} + i\Phi'\right] S(z)\Big|_{z=\pm 1/2} \neq 0$, $S(\pm 1/2) \neq 0 \to \frac{\partial S}{\partial z} + dS = 0\Big|_{\pm\frac{1}{2}}$

– граничное условие неоднородное.

(5/VIII) Вчерашн proof NRL Vonex-NL STO и отослан в Atmo Res Lett. Звонил в "Мачеха"

(6/VIII) Поездка с Λ. 10. в IKEA "Barakaldo". Купили к. мебели спал, кресло, 10. кресло, A. кресло и шкаф. у/л. ковёр.

(7/VIII) C.n.-W. в "Марбле". "Scales Seguros" ... Axa" – Ланск подход. Insurance автомобиль, и чтоб Langsa была tomador и ей имя Spanish справочн Сеат. "La Perla" и Eroski-Bilbao. Чтение Ольвер и М-Уокер WKB – approximation и применяем TM thick dot.

(8/VIII) Vonex TM in thick dot. Local approx. $\lambda S(z) = -\gamma S'' + J(z)S(z)$, $J(z) = \int dz' \varkappa(zz')$

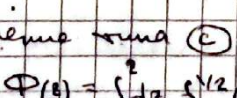
$J(z)$ имеет смысл potential energy – в ур-ии $S'' = \frac{1}{\gamma}[J(z) - \lambda]S(z) = -f(z)S(z)$, $f(z) = \frac{1}{\gamma}[\lambda - J(z)]$

(a) $f(z) > 0\ \forall z$, $\lambda > J(0)$ – oscil. решение $S(z) \sim \exp\left[i\int_0^z f^{1/2}\right]$, нет т. поворота

(b) $J(1/2) < \lambda < J(0)$, т. поворота $S(z^*) = 0$, $\lambda = J(z^*)$, oscil. реш. при $|z| > |z^*|$

(c) $\lambda < J(1/2)$ – exp-решение $\forall z$. exp – реш. при $|z| < |z^*|$

Гипотеза: ($\gamma = 0$) надо 2 exp-localized решения типа (c).



пробуем $S_0(z) = u(z)ch\Phi(z)$, $u(z) \sim \frac{1}{f^{1/4}(z)}$, $\Phi(z) = \int_0^z dz\, f^{1/2}(z)$, $f(z) = \frac{1}{\gamma}[J(z) - \lambda] > 0$

требуем $\frac{\partial S_0}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0$, $\frac{\partial S_0}{\partial z} = u'ch\Phi + ush\Phi\Phi' = 0$, $th\Phi(z) = -\frac{u'}{u\Phi'}\Big|_{z=\pm 1/2}$.

$th\Phi(1/2) = -\frac{u'}{u\Phi'}\Big|_{z=1/2}$ – уравнение на λ_0 – Cs. $\frac{u'}{u\Phi'} = |WKB| = -\frac{1}{4}\frac{f^{-5/4}f'}{f^{-1/4}f^{-1/2}} = -\frac{1}{4}\frac{f'}{f^{3/2}}\Big|_{z=1/2}$

$th\int_0^{1/2} dz\, f^{1/2}(z) = -\frac{1}{4}\frac{f'(1/2)}{f^{3/2}(1/2)}$. $f'(z) = \frac{1}{\gamma}J'(z)$, $f'(1/2) = \frac{1}{\gamma}J'(1/2) < 0$.

$J'(z) = \int dz' \frac{\partial\varkappa(zz')}{\partial z} = \beta\int dz' \frac{\partial}{\partial z}\int dk\, I^2(k) e^{-\beta k|z-z'|} = \beta\int dz' \int dk\, I^2 e^{-\beta k|z-z'|}(-\beta k)\frac{(z-z')}{|z-z'|}$

$J'(1/2) = +\beta^2\int dz' \int dk\, k\, I^2(k) e^{-\beta k/2} e^{\beta kz'} = -\beta\int dk\, I^2(k)[1 - e^{-\beta k}]$. $\lambda = (\omega/\omega_M)$.

$J(z) = 2\int_{1/2}^{\infty} I^2(k)[1 - e^{-\beta k/2}ch\beta kz]$, $J'(z) = -2\beta\int dk\, I^2(k) e^{-\beta k/2} sh\beta kz$.

Note: (c) $\lambda < J(1/2)$ соотв $\omega/2\pi \leq 1.73$ GHz для $L = 100$ nm. Coll. experiment это обн. ω_0-mode – $\omega/2\pi \approx 1$ GHz.

Escaneado con CamScanner

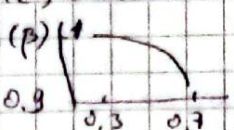
Фигура 200 (n=0) mode есть exp-localized mode at faces $z = \pm 1/2$ of the dot

1 ан. абзацы (!). Predicted gaer $\omega/2\pi = 1.296$ GHz для $L = 100$ nm в хорошем согл. с exp. FMR

$J(z)$ — Φ $s_0(z)$, $L = 100$ nm $\quad \Phi(1/2) - \Phi(-1/2) = \int_0^{1/2} + \int_{-1/2}^{0} = \int_{-1/2}^{1/2} dz\, s^{1/2}(z) = \Delta\Phi$ (rad)

$\Delta\Phi = 2\int_0^{1/2} dz\, s^{1/2} = 2\Phi(1/2)$ $\quad \Delta\Phi(\text{grad}) = \frac{180^\circ}{\pi}\Delta\Phi(\text{rad}) = \frac{360^\circ}{\pi}\Phi(1/2)$ (rad)

Calc. $\Delta\Phi = 150.4^\circ$ и $\Delta\Phi = 126^\circ$ — exp/sim. Calc $\Delta\Phi(L)$ численно точнее $\Delta\Phi(2)$ simulated.

Интенсивности моды $I_n \sim \left|\int dz\, \vec{s}_n(z)\right|^2$. $I_0 \sim \left|\int dz\, s_0(z)\right|^2$ $I_0(\beta)$ 

$I_0(\beta)$ падает с $\beta\uparrow$, но $\sim 10\%$ при $\beta = 0.3 - 0.7$

$J(z=0, 100\text{ nm}) \cdot \omega_M = 2.35$ GHz, т.е. $\omega_n(\beta)$ — bulk modes, т.к.

$s(0) = \frac{1}{J}\left[\frac{\omega}{\omega_M} - J(0)\right] > 0$ $\forall \omega_n$, $n = 1, 2\ldots$ точно $s(0) \approx 0$ для ω_1 — mode

Гипотеза: the modes с узлами $u_n(z)$ — это oscill. modes типа (2).

Для него мод $S_n(z) = \frac{A}{s^{1/4}(z)}\sin\Phi(z)$, $\Phi(z) = \int_0^z dz\, s^{1/2}(z)$.

$S_n(z) = u(z)\sin\Phi(z)$, $u(z) \sim s^{-1/4}(z)$. $\frac{\partial S}{\partial z} = u'\sin\Phi + u\cos\Phi\Phi' = 0$ — подбор.

$(n=1)$

$\operatorname{tg}\Phi = -\frac{u\Phi'}{u'}\Big|_{z=\pm 1/2}$; $\frac{u\Phi'}{u'} = \frac{s^{-1/4}s^{1/2}}{(-\frac{1}{4})s^{-5/4}s'} = -4\frac{s^{3/2}}{s'}$; $\operatorname{tg}\int_0^{1/2} dz\, s^{1/2}(z) = 4\frac{s^{3/2}(z)}{s'(z)}\Big|_{z=\pm\frac{1}{2}}$

— уравнение на λ_n — спектр. Здесь $s(z) = \frac{1}{J}[\lambda - J(z)] > 0$.

$\operatorname{tg}\Phi(1/2) = 4\frac{s^{3/2}(1/2)}{s'(1/2)}$; $s'(z) = -\frac{1}{J}J'(z)$; $s'(1/2) = -\frac{1}{J}J'(1/2) > 0$.

Для $L = 100$ nm $S_1(z) = u(z)\sin\Phi(z)$ даст $\omega/2\pi = (1.93 + 0.23i)$ GHz, что хорошо

результат близок к λ_1 к $J(0)$. Если $\omega_1/2\pi < 2.3$ GHz надо (6) — подпрог.

$z = \frac{1}{2}$, $\operatorname{tg}\Phi$ сравнивается с $(4s^{3/2})/s'(1/2)$ при $\Phi(1/2) = \pi/2$. $\int_0^{1/2} dz \sqrt{\lambda_1 - J(z)}\frac{1}{\sqrt{J}} \approx \pi/2$.

Если $J(z) = 0$, то $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda_1}{J}} = \pi/2$, $\lambda_1 = J\pi^2$ или $\lambda_n = J(\pi n)^2$ — exch. approximation, Sci. Rep.

Анализ. $J(z) = J(0)\cos(pz)$, но $\int dz\sqrt{a + b\cos pz}$ берется через эл. функции.

Ищем $J(z) = J(0)[1 - p^2z^2]$, $\Phi(1/2) = \int_0^{1/2}\frac{dz}{\sqrt{J}}\sqrt{\lambda - J(0)[1-p^2z^2]} = \frac{1}{\sqrt{J}}\int dz\sqrt{\lambda - J(0) + J(0)p^2z^2} =$

$= \frac{1}{\sqrt{J}}\frac{1}{a^2}\sqrt{J(0)}\,p\int dz\sqrt{\frac{\lambda - J(0)}{J(0)p^2} + z^2} = \frac{\sqrt{J(0)}}{\sqrt{J}}p\left[\frac{1}{2}z\sqrt{a^2+z^2} + \frac{a^2}{2}\ln\left[z + \sqrt{a^2+z^2}\right]\right]_0^{1/2} = \left| a^2 = \frac{\lambda - J(0)}{J(0)p^2} > 0 \right| =$

$= \sqrt{\frac{J(0)}{J}}\frac{p}{2}\left[\frac{1}{2}\sqrt{a^2+1/4} + \frac{a^2}{2}\ln\left[\frac{1}{2} + \sqrt{a^2+1/4}\right] - a^2\ln|a|\right] = \frac{1}{2}p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}F(a)$. $\Phi(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}F(a)$

$p = p(\beta)$ можно подогнать. Eq $\frac{1}{2}p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}F(a) = \frac{\pi}{2}n$, n-odd дает λ_n — спектр нелин. мод.

$p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}F(a) = \pi n$. Если $a \gg 1$, $F(a) = \frac{1}{2}a^2$, $p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda - J(0)}{J(0)p^2}} = \pi n$, $\lambda_n = J(0) + J(\pi n)^2$ нел.

Нел. $F(a) = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+1/4} + a^2\ln\left[\frac{1}{2a} + \sqrt{1 + \frac{1}{4a^2}}\right]$, $F(a) = a$, $a \gg L$.

$a \gg 1$, $\frac{1}{2}p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}a = \frac{1}{2}p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}\frac{\sqrt{\lambda - J(0)}}{\sqrt{J(0)}p} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda - J(0)}{J}} = \frac{\pi n}{2}$, $\lambda_n = J(0) + J(\pi n)^2$, n — odd.

При $a \ll 1$, $F(a) = \frac{1}{4} + O(a^2)$. $F(a) = \frac{1}{4}\sqrt{1+4a^2} + a^2\ln\left[\frac{1}{2a} + \frac{1}{2a}\sqrt{1+4a^2}\right] = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}a^2 - a^2\ln a$

$\frac{1}{2}p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}\left[\frac{1}{4} + a^2\left(\frac{1}{2} - \ln a\right)\right] = \frac{\pi}{2}n$. $p\sqrt{\frac{J(0)}{J}}F(a) = \pi n$, $a^2 = \frac{\lambda - J(0)}{J(0)p^2}$.

$\left[\frac{1}{4} + a^2\left(\frac{1}{2} - \ln a\right)\right]^2 = \frac{J}{J(0)}(\pi n)^2$. $\frac{1}{4}a^2(1 - 2\ln a) = \frac{J}{J(0)}(\pi n)^2 - \frac{1}{16}$ — нелинейно, что за модуль λ_n?

$J(z) = J(0) + \frac{1}{2}J''(0)z^2 = J(0)[1 - p^2z^2]$, $\frac{1}{2}J'' = -J(0)p^2$, $p^2 = -\frac{1}{2}\frac{J''(0)}{J(0)}$

$J''(z) = -2p^2\int dk\, k\, I^2(k)e^{-\beta k/2}\cos pkz$, $J''(0) = -2p^2\int dk\, k\, I^2(k)e^{-\beta k/2} < 0$.

Метод exp.? $\Phi(z = \frac{1}{2}, \lambda) = \pi/2$ max, т.к. $\Delta\Phi = \Phi(1/2) - \Phi(-1/2) = \frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = \pi$ $\forall z, \beta$, что неверно.

Надо чтоб λ_1 решало $\operatorname{tg}\Phi(1/2) = 4\frac{s^{3/2}(1/2)}{s'(1/2)}$, $s(z) = \frac{1}{J}[\lambda - J(z)] > 0$.

(3/VIII) $(n=1)$ mode. Можно предполагать вклад $S_1(z) = \frac{A}{s^{1/4}(z)}\sin\Phi(z)$, ведь когда

$I_n \sim \left|\int dz\, s_1(z)\right|^2 = 0$ $S_1(z) = \frac{A}{s^{1/4}(z)}\sin\left[\Phi(z) + \delta\right]$, $\frac{\partial S_1}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0$ дает $\operatorname{tg}[\Phi + \delta] = -\frac{u\Phi'}{u'}\Big|_{z=\pm 1/2}$

$S_x(t) + iS_y(t) = S(\tau t) = S(\tau\omega)e^{i\omega t} = \frac{u(z)}{s^{1/4}(z)}e^{i\Phi(z)}e^{i\omega t}$, $S_x(zt) = \operatorname{Re}S(zt) = u(z)\cos[\Phi(z) + \omega t]$

$S_y(zt) = u(z)\sin[\Phi(z) + \omega t]$. Ими FD-ром занимался дает $S(z\omega)$.

Верно ли что simulated $I_n \sim |\vec{m}(\tau, \omega_n)|^2$ или $\sim \left|m_x(\vec{\tau}, \omega_n)\right|^2$? А эксп. FMR mode

intensities $I_n^e \sim |\langle \vec{m}_n(t)\rangle_{(h_{rf}\perp 10x)}|^2 \sim \left|\int dz\, \vec{s}_n\right|^2$, $\vec{m}_n = \vec{m}_n(\tau, \omega_n)$ $\vec{s}_n = \vec{s}_n(z, \omega_n)$

Escaneado con CamScanner

Simulated $I_n^s(\vec{r}) \sim |\vec{m}_n(\vec{r},\omega_n)|^2$, $\vec{m}_n(\vec{r})$ - profile of n-th eigenmode. $I_n^e \sim \left|\int dz \vec{S}_n(z\omega_n)\right|^2$

$\vec{S}_n(\vec{r},\omega_n) \sim \left\langle \vec{z} \times \vec{m}_n(\vec{r},\omega_n) \right\rangle_{x,y}$. How to relate to Simulated I_n^s? (Fig. 2 Sci. Rep.) $I_n^s \sim \int dV\, I_n(\vec{r})$?

Если $g_n = \text{const}$, то $I_n^s \sim \int dV |\vec{m}_n(\vec{r},\omega_n)|^2$, $I_n^{calc} \sim I_n^e \sim \left|\int dV \vec{m}_n(z\omega_n)\right|^2 \sim \left|\int dz\, \vec{S}_n(z\omega_n)\right|^2$.

Simulated phases from $\langle M_x(\vec{r},t)\rangle_s \sim \int dx dy\, M_x(\vec{r},t) \sim Y(z,t)$ vs $F(t)$ for different z.

Simulated (up to const) from Sim. $\int dz\, M_x(z,t)$ $\Phi(z)$ + $\Delta\Phi = \Phi(L) - \Phi(0)$

$I_n^{calc} \sim \left|\int dz\, \vec{S}_n(z)\right|^2 = \left|\int dz\, S_x^n(z)\right|^2_{k_{in}} + \left|\int dz\, S_y^n(z)\right|^2_{\omega_n}$, $I_n^{calc} \neq 0$ если хотя одна $S_{x,y}^n(z,\omega_n)$ на всей плоскости. $S_x^n(z,\omega_n) \neq$ Ampl. $S_x^n(zt) =$ Ampl. $u(z)\cos(\omega t + \Phi(z)) =$ u Ampl $[\cos\Phi\cos\omega t - \sin\omega t \sin\Phi]$ = $u(z)\cos\Phi(z)$ или $u(z)\sin\Phi(z)$. Ampl. - max значение.

$S_y^n(z\omega_n) =$ Ampl. $S_y^n(zt) =$ Ampl $u \sin(\omega t + \Phi) = u(z)\sin\Phi(z)$ или $u(z)\cos\Phi(z)$.

$S(z\omega) = u(z)e^{i\Phi(z)} = u(z)\cos\Phi(z) + i\,u(z)\sin\Phi(z)$, $S(zt) = S(z\omega)e^{i\omega t} = S_x(zt) + iS_y(zt)$.

$I_n^{calc} \sim \left|\int dz\, u_n(z)\cos\Phi_n(z)\right|^2 + \left|\int dz\, u_n(z)\sin\Phi_n(z)\right|^2$, $S_0(z\omega)$ - zero mode, т.е. $S_0(z) = u_0(z)\cos\Phi_0(z)$.

из def. $\Phi(z) = \int^z dz\, \xi^{1/2}(z)$ следует $\Phi_0(z)$ - нечет., $\Rightarrow u_0(z)$ - чет. $\Rightarrow$ решение $\omega_0, S_0(z), I_0$ - даже ($n=0$) lowest optical mode.

ИКВ $S_1(z) \approx \frac{1}{\xi^{1/4}(z)}\left[C_+ e^{i\int dz\, \xi^{1/2}(z)} + C_- e^{-i\int dz\, \xi^{1/2}(z)}\right] = \left|\varphi(z) = \int dz\, \xi^{1/2}(z)\right| = \frac{1}{\xi^{1/4}}\left[C_+ e^{i\varphi} + C_- e^{-i\varphi}\right]$

$S_1(z) = \frac{1}{\xi^{1/4}}\left[C_1\cos\varphi + C_2\sin\varphi\right]$, $\frac{\partial S_1(z)}{\partial z} = -\frac{1}{4}\xi^{-5/4}\left[C_1\cos\varphi + C_2\sin\varphi\right]\xi' + \xi^{-1/4}\left[-C_1\sin\varphi + C_2\cos\varphi\right]\varphi'$

Дифференцируем $\frac{\partial S_1}{\partial z} = 0$, $z = \pm 1/2$. $\xi(z)$ - чет., $\varphi'(z) = \xi^{1/2}(z)$. Def. $\varphi(z) = \int_{-1/2}^{z} dz\, \xi^{1/2}(z)$ (+ δ)

$z = -\frac{1}{2}$ $\quad -\frac{1}{4}\frac{\xi'}{\xi}\left[C_1\right] + \varphi'(-1/2)\left[C_2\right] = 0$; $\varphi_0 = \int_{-1/2}^{1/2} dz\, \xi^{1/2}(z)$, $\varphi'(z) = \xi^{1/2}(z)$ - чет.

$z = +1/2$ $\quad -\frac{1}{4}\frac{\xi'}{\xi}\left[C_1\cos\varphi_0 + C_2\sin\varphi_0\right] + \varphi'(1/2)\left[-C_1\sin\varphi_0 + C_2\cos\varphi_0\right] = 0$

$C_2 = (\cdot)C_1 = \frac{1}{4}\frac{\xi'}{\xi}\frac{C_1}{\xi^{1/2}} = \frac{1}{4}\frac{\xi'}{\xi^{3/2}}C_1$, $-\frac{1}{4}\frac{\xi'}{\xi^{3/2}}\left[C_1\cos\varphi_0 + \varepsilon C_1\sin\varphi_0\right] - C_1\sin\varphi_0 + \varepsilon C_1\cos\varphi_0 = 0$.

$C_2 = \varepsilon C_1$.

Нетривиальное решение если $-\frac{1}{4}\frac{\xi'}{\xi^{3/2}}\left[\cos\varphi_0 + \varepsilon\sin\varphi_0\right] - \sin\varphi_0 + \varepsilon\cos\varphi_0 = 0$, $-(\varepsilon^2+1)\sin\varphi_0 = 0$.

$\sin\varphi_0 = 0$ или $\int_{-1/2}^{1/2} dz\, \xi^{1/2}(z) = n\pi$, $\xi(z) = \frac{1}{y}[\lambda - J(z)] > 0$. Это условие $\Phi(1/2,\lambda) = \frac{\pi}{2}$ было нами получено в/пп.

Если $S_1(z) = \frac{A}{\xi^{1/4}}\sin\left[\varphi(z) + \delta\right]$, $\varphi(z) = \int_{-1/2}^{z} dz\, \xi^{1/2}(z)$, то учтем $S_1'(z = \pm\frac{1}{2}) = 0$ дает

$z = 1/2$ $\quad tg(\varphi_0 + \delta) = 4\frac{\xi^{3/2}(1/2)}{\xi'(1/2)}$, $z = -1/2$ $\quad tg\delta = 4\frac{\xi^{3/2}(-1/2)}{\xi'(-1/2)} = -4\frac{\xi^{3/2}(1/2)}{\xi'(1/2)} = -tg(\varphi_0 + \delta)$.

$tg(\varphi_0 + \delta) = -tg\delta$ имеет два реш. относит. δ: $tg\delta_1 = ctg\frac{\varphi_0}{2}$ и $tg\delta_2 = -tg\frac{\varphi_0}{2}$.

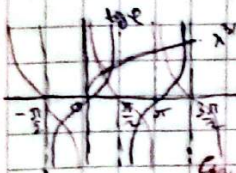
$\varphi_0 = \int_{-1/2}^{1/2} dz\, \xi^{1/2}(z)$. $\frac{\partial S_1}{\partial z}(1/2) = 0$ и $S_1'(-1/2) = 0$ - аналогично будут две ф-ии на φ_0 и δ.

Два реш. $tg\delta = ctg\frac{\varphi_0}{2} = -4\frac{\xi^{3/2}(1/2)}{\xi'(1/2)}$ и $tg\delta = -tg\frac{\varphi_0}{2} = -4\frac{\xi^{3/2}(1/2)}{\xi'(1/2)}$ $\rightarrow$ задают λ_n - спектр.

$\varphi_0 = \int_{-1/2}^{1/2} dz\, \xi^{1/2} = 2\Phi(1/2)$, равен ровно $tg\frac{\varphi_0}{2} = tg\Phi(1/2) = \frac{4\xi^{3/2}(1/2)}{\xi'(1/2)}$.

$\lambda_n \rightarrow \varphi_0^n \rightarrow \delta_1^n, \delta_2^n$ и СФ-λ_n $S_n(z) = \frac{A}{\xi^{1/4}(z)}\sin\left[\varphi(z,\lambda_n) + \delta_n\right]$ - real, не отвечающие

тем сферам $S_n(z)$ если нечетные.



$\xi'(1/2) = -\frac{1}{y}J'(1/2) > 0$ и от λ не зависит $\xi^{3/2}(1/2) = \frac{1}{y^{3/2}}\left[\lambda - J(1/2)\right]^{3/2} > 0$ и растет с λ!

Нужен реш. $tg\frac{\varphi_0}{2} = \frac{4\xi^{3/2}}{\xi'}$ если $\varphi_0 = \pi n$, n-нечет. + Φ $ctg\frac{\varphi_0}{2} = -\frac{4\xi^{3/2}}{\xi'}$ даст $\varphi_0 = \pi n$, n-чет. СФ-нечет.

$\varphi_0 = \int_{-1/2}^{1/2} dz\, \xi^{1/2}(z) \approx \pi n$, $n = 1,2,3,\ldots$ Надо $\delta \neq \frac{\pi}{2}, \pi$, чтоб $\int dz S_n \neq 0$.

Для ($n=1$) мода надо $\delta \neq \frac{\pi}{2}(2k+1)$.

$S_n(z) = \frac{A}{\xi^{1/4}}\sin\left[\varphi(z) + \delta\right] = \frac{A}{\xi^{1/4}}\sin\left[\Phi(z) + \frac{1}{2}\varphi_0 + \delta\right]$, $\Phi(z) = \int^z dz\, \xi^{1/2}(z)$ - нечет., и $\frac{1}{2}\varphi_0 + \delta = \pi k$, $k = 0,1,2,\ldots$ даст нечет. $S_n(z)$, $\frac{1}{2}\varphi_0 + \delta = \frac{\pi}{2}(2k+1)$ даст чет. $S_n(z)$.

Аналитическое решение ур-я $\varphi_0 \approx \pi n$ из-за малости $\xi'(z) \sim J'(z)$ - численно находим. и мое.

ТВ Sci. Rep. Solutions

ТВ 1-го порядка (Sci. Rep. 14) дает поправку $S_n(z)$, $n \geq 1$.

$S_n^0(z) = u_n^0(z) = \sqrt{\frac{2}{1+\delta_{n0}}}\cos q_n z$, $q_n = n\pi$, $\lambda_n^0 = D q_n^2$, $\lambda_n = \lambda_n^0 + \langle n|\hat{V}|n\rangle$

$S_n(z) = u_n(z) + \sum_{n' \neq n}\frac{V_{n'n}}{\left[\lambda_n^0 - \lambda_{n'}^0\right]}u_{n'}(z)$. $\int dz\, S_n(z) = \int dz\, u_n(z) + \sum_{n'}\frac{V_{n'n}}{\left[\lambda_n^0 - \lambda_{n'}^0\right]}\int dz\, u_{n'}(z)$

Пусть $z \in [0,1]$, $n=1$ $u_n(z) \sim \cos(\pi z)$; $\int dz\, u_{n'} = \sqrt{\frac{2}{1+\delta_{n'0}}}\int_0^1 dz\cos(\pi n' z) = \frac{1}{\sqrt{\ldots}}\frac{1}{\pi n'(-1)}\sin\pi n' z\Big|_0^1 =$

Escaneado con CamScanner

(10/VIII) Programa visita (c. 10/VIII) 1) planetario e cúpula (Aitken, Sanders, Notary), 2) [illegible], 3) [illegible], Conf. Gen., Nancy - Sept. 7-12 4) [illegible], 5) [illegible], 6) Vortex review - Ono, 7) [illegible], 8) Shapiro-Chwolson, 9) Boren-Barran MCH] 10) [illegible], 11) [illegible], 12) US - Civ Bank rec. 13) [illegible], 14) [illegible], 15) [illegible], 16) [illegible]

(11/VIII) Eq. de parabólicos cilíndricos, $D_\nu(x)$ = special functions that ω_n-TM pairs a thick dot. Inglés

Local approx $y'' + [\lambda - J(0)]y = 0$, $J(r) = J(0)(1 - p^2 r^2)$, $p^2 = -\frac{1}{2}\frac{J''(0)}{J(0)} > 0$, $J(0) = J_0$.

Vortex, TM - thick dot

$y'' + [\lambda - J_0 + J_0 p^2 r^2]y = 0$, change $r \to x$: $y'' + \left(\frac{1}{4}x^2 - a\right)y(x) = 0$

$y'' + \left[1 + \frac{J_0 p^2}{(\lambda - J_0)} r^2\right]y = 0$, $\frac{J_0 p^2}{(\lambda - J_0)} r^2 = \frac{1}{4}x^2$, $z = \sqrt{\frac{\lambda - J_0}{J_0}}\frac{1}{p}x$, $\frac{d^2}{dx^2} = \frac{J_0 p^2}{(\lambda - J_0)}\frac{d^2}{dz^2}$.

$\frac{4 J_0 p^2}{(\lambda - J_0)^2}\frac{d^2 y}{dz^2} + \left[1 + \frac{1}{4}x^2\right]y = 0$, mas $\frac{4 J_0 p^2}{(\lambda - J_0)^2} = 1$, $\frac{d^2 y}{dz^2} + \left[\frac{\lambda - J_0}{J_0 p^2} + \frac{1}{4}z^2\right]y(z) = 0$.

$y''(x) + [ax^2 + bx + c]y(x) = 0$, $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$, $\frac{1}{4}\xi^2 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$,

$\xi = 2\sqrt{a}\left(x + \frac{b}{2a}\right)$, $d\xi = 2\sqrt{a}\,dx$, $\frac{d^2}{dx^2} = 4a\frac{d^2}{d\xi^2}$, $4a\,y''(\xi) + \left[\frac{1}{4}\xi^2 - a'\right]y = 0$, $-a' = c - b^2/4a$.

$\frac{d^2 y}{dz^2} + \left[\frac{\lambda - J_0}{J_0} + \frac{1}{J_0}J_0 p^2 z^2\right]y(z) = 0$, $\frac{1}{4}\xi^2 = \frac{1}{J_0}J_0 p^2 z^2$, resulta $S'' + \left(\frac{1}{4}\xi^2 - a\right)S = 0$

$a = \frac{1}{J_0}(J_0 - \lambda)$ standard form $y'' - \left(\frac{1}{4}x^2 + a\right)y = 0$, $x = \xi e^{i\pi/4}$, $x^2 = \xi^2 e^{i\pi/2} = i\xi^2$

$y'' + \frac{d^2 y}{dx^2}$, $\frac{d^2 y}{d\xi^2}\frac{d\xi^2}{dx^2}$, $-i\,y''_{\xi\xi}$, $-i\,y''_{\xi\xi} - \left(\frac{1}{4}i\xi^2 + a\right)y = 0 \to y''_{\xi\xi} + \left(\frac{1}{4}\xi^2 + ia\right)y = 0$, $a = +ia'$

Parabolic eq. $y'' + \left(\frac{1}{4}x^2 + a\right)y = 0$ sol. $y(a,x) = D_{-a-\frac{1}{2}}(x)$ y $V(a,x) = \frac{1}{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{2}+a\right)\left\{\sin(\pi a)D_{a-\frac{1}{2}}(x) + D_{-a-\frac{1}{2}}(-x)\right\}$

Parabolic eq. $y'' + \left(\frac{1}{4}x^2 - a\right)y = 0$ sol. $W(a, \pm x)$, Buchanan Zeros $W(a, x e^{\mp i\pi/4})$.

y menos $S'' + \left(\frac{1}{4}\xi^2 - q\right)S = 0$, $a = \frac{1}{y}(J_0 - \lambda)$ real $\to \xi = 2p\sqrt{\frac{J_0}{y}}z = \sqrt{2}\sqrt{\frac{-J''(0)}{y}}z$, $\xi_{max} = 2p\sqrt{\frac{J_0}{y}}$

$J(z) = \int_{-\infty}^{\infty} dr\, J(r) = 2\int_0^\infty dk\, I^2(k)\left[1 - e^{-pk/2}\cos pkz\right]$, $J(0) = 2\int_0^\infty \frac{dk}{k} I^2(k)\left(1 - e^{-pk/2}\right)$, β eq. $(\beta\pi M_s^2)$

$y''(0) = -2p^2\int_0^\infty dk\, k\, I^2(k)\, e^{-pk/2}$.

$W(a,\xi)$ - oscilatória se $a > 0$ e $|\xi| > 2\sqrt{a}$. Se $a < 0$, $W(a,\xi)$ oscila $\forall \xi$.

Dos TM modes c $n \gg 1$, $a = \frac{1}{y}[J(0) - \lambda] < 0$, que relaciona λ com L e k [illegible] $\lambda_n \propto \frac{1}{L^2}$

$\xi_{max} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{-J''(0)}{y}}$ - novo zero ou $\xi(L)$ que ≈ 150 nm.

$a < 0$ caso $|a| = \frac{\lambda - J_0}{y}$ e $\xi^2 = \frac{y}{J_0}J_0 p^2 z^2$. $\therefore |a| \gg \xi^2$, $(\lambda - J_0) \gg y J_0 p^2 z^2 \approx J_0 p^2 z^2 \approx |J_0|$

Com $-a \gg \xi^2$, $W(a,\xi) + iW(a,x) \simeq \sqrt{2}W(a,0)\exp\left[\nu_2 + i\left(\sqrt{-a}\,\xi + \frac{\pi}{4} + \nu_1\right)\right]$

$W(a,\xi) = \sqrt{2}\,W(a,0)\,e^{\nu_2}\cos\left(\sqrt{-a}\,\xi + \frac{\pi}{4} + \nu_1\right)$, $\nu_2(\xi) \sim -\frac{1}{4}\frac{\xi^2}{4(-a)} + O\left(\xi^4/a^2\right) \approx \frac{1}{16}\frac{\xi^2}{a}$.

$\nu_1(\xi) \sim \frac{3}{8}\frac{\xi^3}{2\sqrt{-a}} - \frac{1}{2}\frac{\xi}{8(-a)^{3/2}} + O\left(\xi^3/(\sqrt{-a})^2, \xi^3/(\sqrt{-a})^3\right)$, $\Phi(\xi) \approx \frac{1}{16}\frac{\xi}{\sqrt{-a}}\left[\frac{1}{a} + \frac{2}{3}\xi^2\right] + \sqrt{-a}\,\xi + \frac{\pi}{4}$

$W(a,\xi) = \mathcal{W}(\xi)\cos\Phi(\xi)$, $\mathcal{W}(\xi) = \sqrt{2}\,W(a,0)\exp\left(\frac{1}{16}\frac{\xi^2}{a}\right)$

$W(a,\xi) = \sqrt{2}\,W(a,0)\left[1 - \frac{1}{16}\frac{\xi^2}{|a|}\right]\cos\left(\frac{1}{16}\frac{\xi}{|a|^{3/2}}\right)$ - forma $W(a,\xi)$ [illegible] ysubaer $\subset \xi$ (?) [illegible] edge modes

Das soluciones $y_1(\xi)$ e $y_2(\xi)$ de $S''_{\xi\xi} + \left(\frac{1}{4}\xi^2 - a\right)S(\xi) = 0$ [illegible] $|\xi| < 1$.

Con. $y_1(\xi) = 1 + \frac{a}{2}\xi^2 + \left(a^2 - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{24}\xi^4 + O(\xi^6)$, $y_2(\xi) = \xi + a\frac{1}{6}\xi^3 + O(\xi^5)$ [illegible] $y_1(\xi)$ $\approx 1 - \frac{|a|}{4}\xi^2$

$\cos\Phi(\xi) = \cos\left[\frac{\pi}{4} + \sqrt{-a}\,\xi + \frac{1}{16}\frac{\xi}{|a|^{3/2}}\right] \approx \cos(|a|^{1/2}\xi) - \sin(|a|^{1/2}\xi) = 1 - |a|^{1/2}\xi - \frac{1}{2}|a|\xi^2 + O(\xi^3)$.

$\pi/4$ eqtion - expansão. Usando $S'' + \left(\frac{1}{4}\xi^2 - a\right)S = 0$, $S(\xi) = S_0 + S_1\xi + S_2\xi^2 + \cdots$

$2S_2 + \left(\frac{1}{4}\xi^2 - a\right)(S_0 + S_1\xi + S_2\xi^2) = 0$. ξ^0: $2S_2 - aS_0 = 0$; ξ^1: $-aS_1 = 0$; ξ^2: $\frac{1}{4}S_0 - aS_2 = 0$

$S_2 = \frac{a}{2}S_0$ e $S_2 = \frac{1}{4a}S_0$ - ? vai colidir? $y_1(\xi) = 1 + \frac{a}{2}\xi^2$, $y_1'' = \frac{1}{2}a = a$

$a + \left[\frac{1}{4}\xi^2 - a\right]\left[1 + \frac{a}{2}\xi^2\right] = 0 \to y_1(\xi)$ não acerta pomeira $y'' + \left(\frac{1}{4}\xi^2 - a\right)y = 0$, $-\frac{a^2}{2} + \frac{1}{4} \neq 0$

Com $y'' - \left(\frac{1}{4}\xi^2 + a\right)y = 0$, $y_1 = 1 + \frac{a}{2}\xi^2$, $a - \left(\frac{1}{4}\xi^2 + a\right)\left(1 + \frac{a}{2}\xi^2\right) = 0$, $\frac{a}{2} = a$? $\xi^2 : \frac{a^2}{2} + \frac{1}{4} = 0$?

Pag com $y_{1,2}(x)$ e Eq. (19.2.6, 19.2.8) e Eq. (19.6.1, 19.6.2) do Abramowitz-Stegun, Ch. 19, [illegible].

pag com $x \ll 1$. Buscamos pomeiros $y_{1,2}(x)$ tq $y'' - \left(\frac{1}{4}x^2 + a\right)y = 0$ e $y'' + \left(\frac{1}{4}x^2 - a\right)y = 0$ [illegible] $x = 0$ e pag [illegible] não [illegible].

$y_{1,2}$ que $S(\xi)$: $S''_{\xi\xi} + \left[a + \frac{\xi^2}{4}\right]S = 0$, $\frac{\xi^2}{4} = \frac{1}{2}J_0 p^2 z^2$, $\frac{1}{dz^2} = \left(\frac{J_0}{2}p^2\right)\frac{1}{d\xi^2} \to$ novo ξ e

Escaneado con CamScanner

$\frac{J_0\rho^2}{\eta}\frac{d^2S}{d\xi^2}+[\xi^2-a]S=0$, $\frac{J_0\rho^2}{\eta a}\frac{d^2S}{d\chi^2}+[\frac{\xi^2}{a}-1]S=0$, $\xi^2=\frac{1}{a}t^2$, $\xi=\sqrt{a}\,t$, $\frac{d^2}{d\xi^2}=\frac{1}{(\sqrt{a})^2}\frac{d^2}{dt^2}$

$\frac{J_0\rho^2}{\eta a}\frac{1}{(\sqrt{a})^2}\frac{d^2S}{dt^2}+(t^2-1)S=0$, $\frac{d^2S}{dt^2}=\frac{\eta a^2}{J_0\rho^2}(1-t^2)S$; $\mu^4=\frac{\eta a^2}{J_0\rho}\rightarrow$ $\boxed{\frac{d^2S}{dt^2}=\mu^4(1-t^2)S}$ линейное уравнение

$t^2=\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\xi\right)^2$ $\frac{1}{(\sqrt{a})^2}\frac{x^2}{\eta}J_0\rho^2=\frac{J_0\rho^2}{\eta a}\xi^2$, см. задачу, мисс. дан в 12,14 - файл

и. ответ: $\xi=\frac{1}{\sqrt{a}}x$, то если $a<0$, то $t=\frac{1}{\sqrt{a}}\xi=-\frac{i}{\sqrt{|a|}}\xi$ - мнимое $W(\frac{1}{2}\mu^2,\pm\mu t\sqrt{2})$

у мнимое $\mu^4=\frac{\eta a^2}{J_0\rho^2}$, то в NIST это будет не так, если $a=\pm\frac{1}{2}\mu^2\rightarrow\frac{d^2S}{dt^2}=\mu^4(\frac{1}{2}\pm t^2)S$

Тогда $\mu^2=\sqrt{\frac{\eta}{J_0\rho^2}}a$ значение собственное $a_{(NIST)}=\frac{1}{2}\mu^2$

Имя. $\frac{d^2S}{dx^2}+\left[\frac{\lambda-J_0}{\eta}+\frac{1}{\eta}J_0\rho^2x^2\right]S=0$; Пусть $\sqrt{\frac{J_0\rho^2}{\eta}}x^2=\rho^2$, $\frac{d^2}{dx^2}=\sqrt{\frac{J_0\rho^2}{\eta}}\frac{d^2}{d\rho^2}$

$\sqrt{\frac{J_0\rho^2}{\eta}}\frac{d^2S}{d\rho^2}+\left[\frac{\lambda-J_0}{\eta}+\sqrt{\frac{J_0\rho^2}{\eta}}\rho^2\right]S=0$, $\frac{d^2S}{d\rho^2}+\left[\sqrt{\frac{\eta}{J_0\rho^2}}\frac{(\lambda-J_0)}{\eta}+\rho^2\right]S(\rho^2)=0$

$\rho^2\rightarrow\xi$, $-a=\frac{(\lambda-J_0)}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}$, $\left(\frac{J_0\rho^2}{\eta}\right)^{1/2}\rho=\xi$ и $\frac{d^2S}{d\xi^2}+[\xi^2-a]S(\xi)=0$, $a_1=\frac{(J_0-\lambda)}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}$

можно $\left(\frac{J_0\rho^2}{\eta}\right)^{1/2}x^2=\frac{1}{2}x^2$, $\frac{d^2}{dx^2}=2\left(\frac{J_0\rho^2}{\eta}\right)^{1/2}\frac{d^2}{dx^2}=2(\cdot)^{1/2}\frac{d^2S}{dx^2}+\left[\frac{\lambda-J_0}{\eta}+\dots\right]=0$

Можно $\xi^2=\frac{1}{2}x^2$, $\frac{d^2}{d\xi^2}=2\frac{d}{dx^2}$ и $2\frac{d^2S}{dx^2}+\left[\frac{1}{2}x^2-a_1\right]S=0$, $\frac{d^2S}{dx^2}+\left[\frac{1}{4}x^2-a\right]S(x)=0$,

где $a=\frac{1}{2}a_1=\frac{1}{2}\frac{(J_0-\lambda)}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}$ и $\begin{cases}S''+(\frac{1}{4}x^2-a)S=0, & x=\sqrt{2}\left(\frac{J_0\rho^2}{\eta}\right)^{1/4}\rho,\ a=\frac{1}{2}\frac{(J_0-\lambda)}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}\\ S''_{\xi\xi}+(\xi^2-a)S=0, & \xi=\left(\frac{J_0\rho^2}{\eta}\right)^{1/4}\rho,\ a_1=\frac{(J_0-\lambda)}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}\end{cases}$

$S''_{xx}+(\frac{1}{4}x^2-a)S=0$, $x^2=4at^2$, $a=\pm\frac{1}{2}\mu^2$, $\frac{d^2}{dx^2}=\frac{1}{4a}\frac{d^2}{dt^2}$.

$\frac{1}{4a}\frac{d^2S}{dt^2}+(at^2-a)S=0$, $\frac{d^2S}{dt^2}=-4a^2(t^2-1)S=\mu^4(1-t^2)S(t)$, $a=-\frac{1}{2}\mu^2<0$, $\mu^2=\frac{|J_0-\lambda|}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}$

Если $a>0$, то $a=\frac{1}{2}\mu^2$ $\frac{d^2S}{dt^2}=\mu^4(t^2+1)S(t)$. Уменьшение $a<0$, (тип) модуль

Все уравнения $S''=\mu^4(1-t^2)S(t)$ можно интегрировать численно. решу по $\frac{1}{\mu^4}$, $\mu^4\gg1$

$\frac{x^2}{|a|}=2\left(\frac{J_0\rho^2}{\eta}\right)^{1/2}\frac{1}{2}z^2=2\frac{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}{|J_0-\lambda|}=4\frac{J_0\rho^2}{|J_0-\lambda|}z^2$ $|a|=\frac{1}{2}$ $\frac{M_{ax}}{R=\frac{1}{2}}\frac{x^2}{|a|}=\frac{J_0\rho^2}{|\lambda-J_0|}=\frac{J_0}{|J_0-\lambda|}\approx0,3$ для

С уменьш. L $M_{ax}\left(\frac{x^2}{|a|}\right)$ растет и $\approx1,95$ для $L=100$ нм, тогда нужно. ТВ по $\frac{x^2}{|a|}$ и η для $\beta=1$ модуль

$\mu^2=\frac{|\lambda-J_0|}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}\approx\frac{\eta\pi^2}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}=\pi^2\sqrt{\frac{\eta}{J_0}}=\pi^2\frac{1}{4,5}\approx2$, не так уж и мало для $n=2$ нужно

Сом. NIST-grez: $W(a,x)$ как решение $S''+(\frac{1}{4}x^2-a)S=0$ имеет $W(a,x)=W(a,0)v_1(a,x)+W'(a,0)v_2(a,x)$

где $v_1(a,x)$ и $v_2(a,x)$ - тоже, и через решение.

$v_1(a,x)=\sum_{n=0}^{\infty}d_n(a)\frac{x^{2n}}{(2n)!}=1+a\frac{x^2}{2}+\dots$, $v_2(a,x)=\sum_{n=0}^{\infty}\beta_n(a)\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}=x+a\frac{x^3}{3!}+\dots$

$W(a,x)=W_0(1+\frac{a}{2}x^2)+W_0'x$, $W_0a+(\frac{1}{4}x^2-a)[W_0'+W_0\frac{a}{2}x^2+W_0'x]=0$

x^0: $W_0a=W_0a$, x^1: $-aW_0'$; x^2: $\frac{1}{4}W_0-\frac{a^2}{2}W_0=0$, $-\frac{a^2}{2}=\frac{1}{4}$? $\rightarrow$ Видно уже что x^2 член $\neq0$

$M_{ax}(x)=M_{ax}v_2\left(\frac{J_0\rho^2}{\eta}\right)^{1/4}z=\frac{\pi z}{2}M_{ax}\sqrt{\frac{J_0}{\eta}}\approx0,7\cdot1,5\approx3$ для $L=100$ нм

Точно. $|a_{n=1}|\approx\frac{1}{2}\frac{|\lambda-J_0|}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}=\frac{1}{2}\frac{\eta\pi^2}{\sqrt{\eta J_0\rho^2}}\approx\frac{\pi^2}{2}\sqrt{\frac{\eta}{J_0}}\approx1-3$ для $L=100-50$ нм.

$S''+(\frac{1}{4}x^2-a)S=0$ имеет решения $y_1(x)=e^{-\frac{1}{4}x^2}M(\frac{1}{2}+\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{2}x^2)$, $y_2(x)=xe^{-\frac{1}{4}x^2}M(\frac{3}{2}+\frac{3}{4},\frac{3}{2},\frac{1}{2}x^2)$

с заменой $a\rightarrow-ia$ и $x\rightarrow xe^{i\pi/4}$, $M(a,b,x)$ - функция (вырожд.) гипергеометрическая

т.е. $x^2\rightarrow x^2e^{i\pi/2}=ix^2$, $y_1(x)=e^{-\frac{1}{4}x^2}M(-\frac{ia}{2}+\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{2}x^2)$; $y_2(x)=e^{i\frac{\pi}{4}}xe^{\frac{1}{2}x^2}M(-\frac{ia}{2}+\frac{3}{4},\frac{3}{2},\frac{i}{2}x^2)$

$M(a,c,x)=F_1(a,c,x)$ - вырожденная функция Куммера. Ряд по $(x<1)$, $\frac{x^2}{|a|}\ll1$ не работает.

Mathcad считает $M(a,b,x)$ точно с теми a,b,x

$\frac{dM(a,b,z)}{dz}=\frac{a}{b}M(a+1,b+1,z)$, $\frac{\partial S}{\partial x}=0$ совпадает с $M(a,b,a)=0$, $a=\pm\frac{1}{2}$, $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

Корр $\frac{b}{|a|}=\frac{1}{\frac{1}{2}}\frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{4})^2+(\frac{1}{2})^2}}=\frac{1}{\sqrt{a^2+\frac{1}{4}}}\approx\frac{1}{|a|}\ll1$. Корни $\frac{\partial S}{\partial x}|_{x=\frac{1}{2}}=0$ дают $f_1(a)=f_2(a)=0$ для $M(a,b,x)$ разложение по b/a

Проверим с Rafa: решения $y_0(x),y_1(x)$ - разложим по $x\ll1$ для $y''+(\frac{1}{4}x^2-a)y=0$ - правильно, надо найти разлож. решения вида $y(x)=\sum_0^\infty c_nx^n$.

Для нечет. сор $(n=1)$ TM надо попробовать $y_2(x)=e^{i\frac{\pi}{4}}xe^{-\frac{1}{2}x^2}M(-\frac{1}{2}+\frac{3}{4},\frac{3}{2},\frac{1}{2}x^2)$

Escaneado con CamScanner

12/VIII Посчитаем численно $y_1(x,a)$, $y_2(x,a)$ – решения $y''+(\frac{x^2}{4}-a)y=0$ по алг. Ойвер-1978, p. 183, file "Tohiko" Vortex TM thick-dot 11. mcd". $y_{1,2}(x,a)$ в виде разлож.

$x=\sqrt{2}\left(\frac{J_0\rho^2}{g}\right)^{1/4}z$, $a=\frac{1}{2}\frac{(J_0-\lambda)}{\sqrt{gJ_0\rho^2}}$. $J_0\rho^2=-\frac{1}{2}J''(0)=\beta^2\int dk\,k\,I^2(k)e^{-\beta k/2}$.

$x=2F(\beta)z$, $F(\beta)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\frac{1}{J(\beta)}\beta^2\int dk\,kI^2e^{-\beta k/2}\right]^{1/4}$, $J(\beta)=J(\beta\cdot R)$, $R=150$ nm. $y=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{L_z}{L}\right)^2\left[\ln\frac{R}{R_c(L)}+\frac{5}{4}\right]=y(L)$, $R=\text{const}$

$z=\frac{1}{2}$ coord. $x=F(\beta)$ Решаем $\frac{\partial S}{\partial z}(a,z=\frac{1}{2})\underset{x=F(\beta)}{\sim}\frac{\partial S}{\partial x}(a,F(\beta))=0$ → дает спектр $a_n(\beta)$, $\lambda_n(\beta)$.

$F(\frac{1}{3})=(0.212)^{1/4}$, $F(\frac{2}{3})=(13.445)^{1/4}$. $\lambda_n=J(0)-2a_n\sqrt{gJ_0\rho^2}=J(0)-2a_n\sqrt{-\frac{1}{2}gJ''(0)}$.

$\lambda_n=\omega_n/\omega_M$. Точнее $F(1/3)=0.816$, $F(2/3)=1.477$ – соотв. $L=50$ nm и 100 nm.

Решаем численно $\frac{\partial S_1}{\partial x}(a,F(\beta))=0$ и дает $\lambda_1(\beta)\to\frac{\omega_1}{2\pi}(50\text{nm})=6.47$ GHz, $\omega_1/2\pi(100\text{nm})=3.25$ GHz. Что заметно выше $\frac{\omega_1 exp}{2\pi}(\beta)$, особенно при $\beta=\frac{100}{150}$, $\frac{\omega_1^{exp}}{2\pi}\simeq 2.4$ GHz.

$a_1=-0.837$, корень ($n=3$) моды $a_3=-9.99$, соотв. $\omega_3/2\pi=13.0$ GHz $<L=100$ nm.

Для четн. СФ, все $a_n<0$. Для нечет. СФ есть один корень $a_0=0.187>0$ – соотв. edge mode ($n=0$), $a_2,a_4<0$ – соотв. bulk-like exponent. ($L=100$ nm)

Calc. $\frac{\omega_0}{2\pi}(50\text{nm})=1.34$ GHz, $\frac{\omega_0}{2\pi}(100\text{nm})=2.15$ GHz, что выше exp, где $\frac{\omega_0}{2\pi}\simeq 1.0$ GHz.

Calc $\omega_2/2\pi$ ($L=100$ nm) $\simeq 6.97$ GHz. Old calc. gave $\omega_{2/2\pi}\simeq 5.0$ GHz.

Для $n=0$ моды $a_0(50\text{nm})=0.056$, $a_0(100\text{nm})=0.187$ при $x_{max}(50\text{nm})=0.816$, $x_{max}(100\text{nm})=1.477$.

Прим. Приближение $x^2\gg|a|$ при x достаточно далеко от $x=0$, $z=0$ – bot center.

Для ($n=1$) моды $a_1(50\text{nm})=\frac{-0.837}{-3.613}$, ($x^2_{max}=0.667$), $a_1(100\text{nm})=-0.837$, ($x^2_{max}=2.18$), $a_1(60\text{nm})=-2.533$, ($x^2_{max}=0.922$),

т.е. приближение $|a|\gg x^2$ применимо для малых $L=50-60$ nm.

При $a<0$, $|a|\gg x^2$, мин. хорошее решение $y''+(\frac{x^2}{4}-a)y=0$, $W(a,x)$ и $W(a,-x)$ можно брать (Abramowitz-Stegun) $W(a,x)+iW(a,-x)=\sqrt{2}W(a,0)e^{\vartheta_2(x)}e^{i\frac{\pi}{4}}e^{i[px+\vartheta_1(x)]}$, $p=\sqrt{-a}$.

Фаза $\Phi(x)=px+\vartheta_1(x)=px+\frac{2}{3}\frac{1}{16}\frac{x^3}{p}-\dots=px\left[1+\frac{2}{3}\frac{x^2}{(4p)^2}-\frac{(\frac{2}{5}x^4+16)}{(4p)^4}+\frac{(\frac{4}{7}x^6+\frac{256}{3}x^2)}{(4p)^6}-\dots\right]$

$x=2F(\beta)z$. $z=1/2$, $x=F(\beta)$. $\Delta\Phi(z=1/2)=\Phi(1/2)-\Phi(-1/2)\simeq 2\Phi(z=1/2)=2pF(\beta)\left[1+\frac{2}{3}\frac{F^2(\beta)}{16p^2}-\dots\right]$

$\Delta\Phi(\beta)\simeq 2pF(\beta)\left[1+\frac{1}{24}\frac{F^2(\beta)}{|a|}-\dots\right]\simeq 2pF(\beta)$ для $L=50-80$ nm.

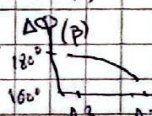
$\Delta\Phi(\beta)=2\sqrt{-a}F(\beta)=\frac{2}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{\lambda_1-J_0}}{(gJ_0\rho^2)^{1/4}}\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\frac{1}{g}\beta^2\int dk\,kI^2e^{-\beta k/2}\right]^{1/4}=\frac{1}{\sqrt{g}}\sqrt{\lambda_1-J_0}=q_1$, если

$\lambda_1=J(0)+gq_1^2$. $\Delta\Phi(50\text{nm})\simeq 178°$, $\Delta\Phi(100\text{nm})=155°$ $\Delta\Phi(L)$ падает медленно $<L$!

$W(a,x)$ – рег. решение, $W(a,-x)$ нерег. реш $y''+(\frac{x^2}{4}-a)y=0$, $W(a,x)+iW(a,-x)=u(x)e^{i\Phi(x)}$

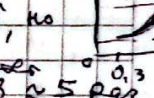
где $u(x)=\sqrt{W(x)^2+W(-x)^2}$ – рег. реш. x, $\Phi(x)=\operatorname{arctg}\frac{W(a,-x)}{W(a,x)}$, $W(a,\pm x)$ вещественны.

Такой расчет дает $\Delta\Phi(50\text{nm})=177°$, $\Delta\Phi(100\text{nm})=162°$ близко к прибл. расчету.



Интенсивность TM мод сог. 9/VIII $I_n\sim\frac{1}{\int dz|u_n(z)|^2}\left|\int dz\,u(z)\cos\Phi(z)\right|^2$ $\forall n$, т.к. $\int dz\,u\sin\Phi=0$.

Обе интенсивности ($n=0$) и ($n=1$) TM мод $I_0(\beta)$, $I_1(\beta)$ падают с $\beta\uparrow$, но



рост $I_1(\beta)/I_0(\beta)$ незначительный, $\sim 2\%$, тогда как $(I_1/I_0)(\beta)$ exp. растет в ≈ 5 раз.

Hypothesis definition of mode intensities I_n, как они соотн. с exp. и simul. definitions.

13/VIII Взял EasyJet билеты Nice Biarritz – Paris (175€), заказал билеты BIQ-Paris сего на 23–29 Aug. to Barcelo. Забронир. hotel C. Amsterdam (24–30 Aug.) – Paris.

Подготовить Oral 30 min talk Aug. 25, 14:15 – Vortex Barriers – FMR.

① Paris Conf. fee – 320 € – online cred. card payment

② Nancy Conf.: запросил invoice на Conf. fee, Ph. Lambert ответил, что не может invoice, 500 € – сначала сумма — нужен invoice (!?). Если сможем credit card payment. Nancy: posters $\omega_n(L)$ и FMR TM stripes MSNews: Nancy 500 € fee includes 4 lunches (25–28 Aug.) Dinner MSNews (25 Aug), dinner Transnano (27 Aug) 400 € (50 €) – fee payment goingon. Только on-line Cred. Card.

Escaneado con CamScanner

(14/VIII) Центральная ω_n – TM modes thick dots. Еще 21/I. Замечу, что если $\vec{S}(z,\omega) = \sum a_n(\omega) \vec{S}_n(z,\omega)$ – разложение по СФ, то $I_n = |a(\omega_n)|^2 = \frac{h^2}{d^2\omega_n^2} \left| \int dz S_n(z,\omega_n) \right|^2$,

$\hat{T}_{(t)}^n = -\frac{\mu}{|\gamma|} \left(\hat{z} + \vec{H}(t)\right)^n$, $h(\omega) = h \cdot \frac{\mu}{|\gamma|} = \frac{2}{3} \frac{\pi M_s d}{2\pi M_s \frac{1}{\gamma}} = \frac{1}{3}\gamma d$. Предполагаем $S(t) \to \vec{S}(\omega)$, $\vec{h}(t) \to h(\omega)$ –

$S(t) = S(\omega) e^{i\omega t}$, $h(t) = h(\omega) e^{i\omega t}$ – circular field; $I_n \sim \frac{1}{\omega_n^2} \left| \int dz S_n(z,\omega_n) \right|^2$.

и $\omega_n = \omega_n + i d\omega$

(14/VIII) Покажем методом Ф.Г. что, при $\omega \approx \omega_n$ $S_x(z,\omega) \approx \frac{i}{\Gamma_n} S_n^x(z) J_n^x h$, $S_y(z,\omega) = \frac{i}{\Gamma_n} S_n^y(z) J_n^x h$. $S(\omega) = S_x + i S_y$

т.е. $I_n \sim \left| S(z,\omega_n) \right|^2 = \left| \int dz\, S(z,\omega_n) \right|^2 = \left| \frac{J_n^x}{\Gamma_n} h \int dz \left(S_n^x(z) + i S_n^y(z) \right) \right|^2 = \left(\frac{J_n^x h}{\Gamma_n} \right)^2 \left| \int dz\, S_n(z) \right|^2$

$J_n^\alpha = \int dz' S_n^\alpha(z')$. Надо вычислить $S_\alpha(z,\omega) = g_{\alpha\beta}(z,\omega) h_\beta$, $g_{\alpha\beta}(z,\omega) = \sum_n \frac{S_n^\alpha(z) J_n^\beta}{\omega_n - \omega - i\Gamma_n}$

$g_{\alpha\beta}(z\omega)$ – dyn. susceptibility. $\int dz\, S_\alpha(z,\omega) = \bar{S}_\alpha(\omega) = \bar{g}_{\alpha\beta}(\omega) h_\beta$.

$\bar{g}_{\alpha\beta}(\omega) = \sum_n \frac{J_n^\alpha J_n^\beta}{\omega_n - \omega - i\Gamma_n}$. I_n (resonance, $\omega \approx \omega_n$) $\sim \bar{g}_{\alpha\beta}(\omega_n) = \frac{i}{\Gamma_n} J_n^\alpha J_n^\beta$, $h \| \alpha$, $\beta = x$.

$I_n^x \sim \bar{g}_{xx}(\omega_n) \sim \frac{1}{\Gamma_n} |J_n^x|^2 = \frac{1}{d^2 \omega_n} \left| \int dz\, S_n^x(z) \right|^2$, $I_n^y \sim \bar{g}_{yx}(\omega_n) \sim \frac{1}{\Gamma_n} J_n^y J_n^x = 0$, т.к.

$J_n^y = \int dz\, S_n^y(z) = \int dz\, u_n(z) \sin \varphi_n(z) = 0$ в силу полож. $\varphi_n(z)$, полн. $u_n(z)$.

Поэтому $I_n = I_n^x \sim \frac{1}{d^2 \omega_n} \left| \int dz\, S_n^x(z) \right|^2$. Численно $I_0(\beta)$ падает, $I_1(\beta)$ – растет и ratio $I_1(\beta)/I_0(\beta)$ – резко растет с $L \uparrow$.

(15/VIII) Updated Ikerbasque web site – new papers. Написание Highlights – Ikerbasque.

Начал писать Центр-TM ($n=0$) mode paper с Гришей (для APEX-?). Published NRL-STO (с Berkeley)

(16/VIII) Написал Highlights – Ikerbasque по papers Ding Sci. Rep. APL-2014 и Gus-NRL'14.

Начал текст review с Т. Ono. В посл. к Окс. Разв. в Casa de Talento, Эксп., Симо

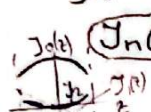
// Видимо, в APEXс тоже можно только theory of ω_0-TM-WKB (как и ожидал), а полный расчет $S_n(z,\omega)$, ω_n, $\varphi_n(z)$ и I_n – опубликовать отдельно.

WKB (parabol. cylinder eq.) дает $n=1$ mode не находит, т.к. WKB $k^2(z) = \frac{1}{\gamma}[\lambda - J(z)]$ может $k^2(z_0) = 0$ (точка поворота) дать некоторую L.

(17/VIII) Насколько точно local approximation $\int dz' x(zz') S(z') \approx S(z) \int dz' x(zz') = J(z) S(z)$, лежащее в основе WKB и parabol. cylinder метода? Только local approxim. $x(zz')$

$\int dz' x(zz') S(z') = \int dz' x(zz') \left[S(z) + S'(z)(z'-z) + \frac{1}{2} S''(z)(z'-z)^2 + \dots \right] = \sum_{n=0} J_n(z) S^{(n)}(z) \left[(z'-z)^n \right]$

$J_n(z) = \frac{1}{n!} \int dz' x(zz')(z'-z)^n$, $J_0(z) = J(z)$. $J_0(z), J_2(z)$ – пол., $J_1(z)$ – полож.



$J_1(z), J_2(z) \ll J_0(z)$ $\forall \beta = 0.3 - 0.7$ и $\forall z$, кроме $z \approx \pm 1/2$, где $|J_1|, J_2(z)$ максимальны

$|J_1|/J_0(\pm 1/2) \approx 0.45$, $J_2/J_0(\pm 1/2) \approx 1/4$. Ур-е для $S(z,\omega)$: $\lambda S(z) = -\gamma S'' + \int dz' x(zz') S(z)$

(18/VIII) $\lambda S = -\gamma S'' + J(z) S + J_1(z) S'(z) + J_2(z) S''$. $J_1(z) = \nu(z)$.

(u-Φ)-уравнение 31/VII в WKB приближ. $u'' = 0$ дает $\lambda = J(z) + [\gamma - J_2(z)](\Phi')^2$

$\Phi(z) = \int_0^z dz' \sqrt{\frac{\lambda - J(z)}{\gamma - J_2(z')}}$, $u^2 \Phi' = C e^{W(z)}$, $u(z) = \frac{C e^{\frac{1}{2}W(z)}}{\sqrt{\Phi'(z)}}$. Ур-е WKB $S'' + f(z) S = 0$

теперь $f(z) = \frac{\lambda - J(z)}{\gamma - J_2(z)}$, $\Phi(z) = \int_0^z dz \sqrt{f_2(z)}$, $\eta(z) = \frac{1}{\sqrt[4]{f_2(z)}} C e^{\frac{1}{2}W(z)}$, $W(z) = \frac{1}{\gamma} \int_0^z dz' J_1(z')$

$W(z) = \frac{1}{\gamma} \int_0^z dz\, J_1(z) = \int_0^z dz \int_{-1/2}^{z'} dz' x(zz')(z'-z)$. Ур-ие $W(z)$ и $u(z)$ – за пределами WKB и, видимо, превышение точности. $W(z) \sim (-z^2)$, т.к. $J_1(z) \sim (-z)$ почти линейная ф.

$[\gamma - J_2(z)] S'' - J_1(z) S' + [\lambda - J(z)] S(z) = 0$ – можно ли решить? Видно $J_1(z)$ – линейно z $J(z)$, $J_2(z)$ – квадратич.

Видно к пред. ур-ию $S'' + \frac{-J_1(z)}{[\gamma - J_2(z)]} S' + \frac{[\lambda - J(z)]}{[\gamma - J_2(z)]} S(z) = 0$ можно $S'' + g(z) S' + f(z) S = 0$ преобразовать в $\beta'' + f_1(z)\beta = 0$, если $S(z) = \beta(z) p(z)$, $p(z) = e^{-\frac{1}{2}\int dz\, g(z)}$

Проблема в том, что $J(z) - J_2(\frac{1}{2}, z)$ может < 0 при $z \geq 0.5$ ($z = \pm\frac{1}{2}$).

т.е. $f(z) = (\Phi')^2 = \frac{\lambda - J(z)}{\gamma - J_2(z)}$ может $\to \infty$, и поведет знак ур-я $\frac{1}{[\gamma - J_2(z)]}$ неопределенность.

Видно, что $J_3, J_4(z) \ll J(z)$, а для $J_1, J_2(z)$ [illegible] $J_1(z)$ сравнимо с $J(z)$ при $z \approx \pm 1/2$. $|J_1(z)|$, $J_2(z)$ достигают max при $|z| = 1/2$, а $J(z)$ – min при $|z| = 1/2$. $\frac{|J_1|}{J(1/2)} \approx 0.4$, $\frac{J_2}{J(1/2)} = 0.1$

В полуфазе к local approximation $x(zz')$ важно учесть $J_1(z)$, а не $J_2(z)$.

Учтем $J_1(z)$: $S'' - \frac{1}{\gamma} J_1(z) S' + \frac{1}{\gamma}[\lambda - J(z)] S(z) = 0$, $S(z) = P(z)\beta(z)$, $P(z) = \exp\left[\pm \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma} \int dz\, J_1(z) \right]$, $q = \frac{J_1}{\gamma}$

$P(z) = e^{\pm \frac{1}{2} W(z)}$, $\beta'' + f_1(z)\beta = 0$, $f_1(z) = f(z) + (P''/P) + g(z)(P'/P)$.

Escaneado con CamScanner

$p' = p\cdot\frac{1}{2}w'(z) = p\cdot\frac{1}{2}\frac{1}{\gamma}J_1(z)$, $p'' = p'\frac{1}{2\gamma}J_1 + p\frac{1}{2\gamma}J_1'(z)$, $f_1(z) = f(z) + \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{1}{2\gamma}J_1^2 + J_1'\right) + \left(-\frac{J_1}{\gamma}\right)\frac{1}{4\gamma}J_1$

$p''/p = \frac{1}{2\gamma}\left[\frac{p'}{p}J_1 + J_1'\right] = \frac{1}{2\gamma}\left[\frac{1}{2\gamma}J_1^2 + J_1'\right]$, $f(z) = \frac{1}{\gamma}[J(z)-\lambda]$. $= f(z) + \frac{1}{2\gamma}J_1' - \frac{1}{4\gamma^2}J_1^2 + f(z) + \frac{1}{2\gamma}\left[J_1' - \frac{1}{2\gamma}J_1^2\right]$

$S(z) = e^{\frac{1}{2}w(z)}\,\beta(z)$, $\beta(z)$ из $\beta'' + f_1(z)\beta = 0$. т.к. $J_1'(z) < 0$, то $f_1(z) = f(z) - |\dots| < f(z)$, т.е

Так, $w(\pm\frac{1}{2}, \frac{100}{150}) \approx -1.5$

, $w(\pm\frac{1}{2}, \frac{50}{150}) \approx -0.25$. Тогда $J_1(z)$ слишком быстро убывает

Тогда $f_1(z) = -f_2(z)$, $f_2(z) > 0$ $f_2(z) = \frac{1}{\gamma}[J(z)-\lambda] + \frac{1}{2\gamma}\left[\frac{1}{2\gamma}J_1^2 - J_1'(z)\right]$ $\Phi(z) = \int_0^z dz\sqrt{f_2(z)}$

$S'' - \frac{1}{\gamma}J_1(z)S' + \frac{1}{\gamma}[\lambda - J(z)]S = 0$, $S'' + g(z)S' + f(z)S = 0$, $g(z) = p(z)\beta(z)$, $g(z) = -\frac{1}{\gamma}J_1(z)$

$p(z) = \exp\left[-\frac{1}{2}\int g(z)dz\right] = \exp\left[\frac{1}{2\gamma}\int_0^z dz\, J_1(z)\right] = e^{\frac{1}{2}w(z)}$ $f(z) = \frac{1}{\gamma}[\lambda - J(z)]$ $\to \beta'' + f_1(z)\beta(z) = 0$,

$f_1(z) = f(z) + \frac{p''}{p} + g\frac{p'}{p}$, $g = -2\frac{p'}{p}$; $p' = -\frac{1}{2}gp$, $p'' = -\frac{1}{2}g'p - \frac{1}{2}gp'$; $f_1(z) = f(z) + \frac{1}{2}g' - \frac{1}{2}gp' +$

$+ g\frac{p'}{p} = f(z) - \frac{1}{2}g' + \frac{1}{2}g\frac{p'}{p} = f(z) - \frac{1}{2}g' + \frac{1}{2}g\left(-\frac{1}{2}g\right) = f(z) + \frac{1}{2}g' + \frac{1}{4}g^2 = f(z) + \frac{1}{2\gamma}J_1' + \frac{1}{4}\frac{1}{\gamma^2}J_1^2 = f_1(z)$

Ранее в WKB-расчете [Vortex_TM_thick-dot_2.mcd] а нашу $\frac{\omega_0}{2\pi}(100\text{ nm}) = 1.296\text{ GHz}$

Теперь $f(z) = \frac{1}{\gamma}[J-\lambda] \to f_2(z) = f(z) + \frac{1}{2\gamma}\left[\frac{1}{2\gamma}J_1^2 - J_1'(z)\right]$. $\beta_0(z) = u(z)\,ch\Phi(z)$,

$\Phi(z) = \int_0^z dz\sqrt{f_2(z)}$, $u(z) \sim 1/f_2^{1/4}(z)$. $\frac{\partial S_0}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}p(z)\beta_0(z) = p'\beta_0(z) + p\beta_0'(z) = 0$ $[z = \pm 1/2$ - упругие

$p'/p = -\frac{1}{2}g = \frac{1}{2\gamma}J_1$. $\frac{\beta'}{\beta} = -\frac{p'}{p}\Big|_{z=\pm 1/2}$. $\beta(z) = \frac{1}{f^{1/4}(z)}ch\Phi(z)$, $\beta' = -\frac{1}{4}f_\beta^{-5/4}f_\beta' ch\Phi + f_\beta^{-1/4}\Phi' sh\Phi$

$\frac{\beta'}{\beta} = \frac{f_\beta^{1/4}}{ch\Phi}\left[-\frac{1}{4}f_\beta^{-5/4}f_\beta' ch\Phi + f_\beta^{-1/4}sh\Phi\cdot\Phi'\right] = -\frac{1}{4}f_\beta^{-1}f_\beta' + th\Phi\cdot\Phi'$, $\Phi' = f_\beta^{1/2}$

$-\frac{1}{4}\frac{f_\beta'}{f_\beta} + f_\beta^{1/2}\cdot th\Phi = -\frac{p'}{p}\Big|_{z=\pm 1/2}$ При $J_1 = 0$, $f_\beta = f$ и $th\Phi = \frac{1}{4}\frac{f'}{f^{3/2}}\Big|_{z=\pm\frac{1}{2}}$ - отсюда значения $\sim 1/\sqrt{\omega}$ (!?)

Проверим WKB-расчет ω_0 от $\beta/\sqrt{\omega}$. Видимо, он неверен.

$f_\beta'(z) = \frac{1}{\gamma}J'(z) - \frac{1}{2\gamma}J_1''(z) + \frac{2}{4\gamma^2}J_1(z)J_1'(z)$. $J_1(z) = \int_{z-1/2}^{z+1/2}dz'\varkappa(zz')(z'-z) = \left|z-z'=\xi\right| = -\int_{z-1/2}^{z+1/2}d\xi\,\varkappa(\xi)(-\xi)$

$J_1(z) = -\int_{z-1/2}^{z+1/2}d\xi\,\xi\,\varkappa(|\xi|)$ - четная. и $J_1(-1/2) > 0$, $J_1(+1/2) < 0$, $J_1'(z) < 0\ \forall z$. $J_1'(z) = -(z+\frac{1}{2})\varkappa(z+\frac{1}{2}) + (z-\frac{1}{2})\varkappa(z-\frac{1}{2})$

$z = 1/2$, $J_1'(1/2) < 0$, знаем $J_1''(z)$? $J_1(1/2)J_1'(1/2) > 0$, $\frac{p'}{p} \sim J_1(\frac{1}{2}) < 0$. $J_1'(0) = -\varkappa(1/2) < 0$

$th\Phi(1/2) > 0$. $J_1'(1/2) = -\varkappa(1) < 0$.

$th\Phi(z) = \frac{1}{f_\beta^{1/2}}\left[\frac{1}{4}\frac{f_\beta'}{f_\beta} - \frac{p'}{p}\right]_{z=\pm 1/2}$. $[\dots] > 0$ должно быть при $z = 1/2$

$[\dots] < 0$ — " — при $z = -1/2$, что будет влиять на λ_n.

$th\Phi(z) = \frac{1}{f_\beta^{1/2}}\left[\frac{1}{4}\frac{f_\beta'}{f_\beta} - \frac{1}{2\gamma}J_1(z)\right]$. $J_1'(z) = -(z+\frac{1}{2})\varkappa(|z+\frac{1}{2}|) + (z-\frac{1}{2})\varkappa(|z-\frac{1}{2}|)$

$J_1''(z) = -\varkappa(|z+1/2|) - (z+\frac{1}{2})\frac{\partial\varkappa}{\partial\xi}\frac{\partial|z+\frac{1}{2}|}{\partial z} + \varkappa(|z-\frac{1}{2}|) + (z-\frac{1}{2})\frac{\partial\varkappa}{\partial\xi}\frac{\partial|z-\frac{1}{2}|}{\partial z} = \left|\frac{\partial|x|}{\partial x} = \frac{x}{|x|}\right| =$

$= \varkappa(|z-\frac{1}{2}|) - \varkappa(|z+1/2|) + |z+\frac{1}{2}|\cdot\frac{\partial\varkappa}{\partial\xi}\Big|_{\xi=|z+\frac{1}{2}|} - |z+1/2|\cdot\frac{\partial\varkappa}{\partial\xi}\Big|_{\xi=|z+\frac{1}{2}|}$. $\varkappa(|\xi|) = \beta\int dk\, I^2(k)e^{-\beta k|\xi|}$

$\frac{\partial\varkappa}{\partial\xi} = \frac{\partial}{\partial\xi}\beta\int dk I^2(k)e^{-\beta k\xi} = -\beta^2\int dk k I^2(k)e^{-\beta k\xi}$. $J_1''(\frac{1}{2}) = \varkappa(0) + \varkappa(1) - \varkappa'(1)$.

$J_1''(1/2) = \beta\int dk I^2[1 - e^{\beta k}] + \beta^2\int dk\, k I^2 e^{-\beta k} = \beta\int dk I^2\left[1 - e^{-\beta k} + \beta k e^{-\beta k}\right] = \beta\int dk I^2(k)\left[1 + e^{-\beta k}(\beta k - 1)\right]$

Хотя и $\left[\frac{1}{4}\frac{f_\beta'}{f_\beta} - \frac{1}{2\gamma}J_1(z)\right]_{z=1/2} > 0$, рез. λ_n все-таки ω_0-моды, но в расчете $f_\beta(z)$

$f_\beta(z, \beta, \lambda) > 0$ для $\beta = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$ и наших λ. Это подтверждает edge-характер ω_0-моды. Ошибка, либо $\frac{\partial S_0}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0$ нельзя требовать для ω_0-моды.

$J_1(z)$ почти линейна. Приближенно $J_1(z) = +\overline{J_1'}\cdot z$, $\overline{J_1'} = \int dz\, J_1'(z\theta)$ $(\theta < 1)$

Тогда $f_\beta'(z) \approx \frac{1}{\gamma}J'(z) + \frac{1}{2\gamma^2}(\overline{J_1'})^2 z$. $f_\beta(z) \approx \frac{1}{\gamma}[J(z)-\lambda]^{(0)} + \frac{1}{2\gamma}\left[\frac{1}{2\gamma}(\overline{J_1'})^2 z^2 - \overline{J_1'}\right]$, если

$J(z) = J(0) + \frac{1}{2}J''(0)z^2$, что переходит к 1D модели параболич. cylinder".

$f_\beta(z) = \frac{1}{\gamma}\left[J_0 + \frac{1}{2}J''z^2 - \lambda\right] + \frac{1}{4\gamma^2}(J_1')^2 z^2 - \frac{1}{2\gamma}J_1' = \frac{1}{\gamma}\left[J_0 - \lambda - \frac{1}{2}J_1'\right] - \frac{1}{2\gamma}\left[J_0\rho^2 - \frac{1}{4\gamma}(J_1')^2\right]z^2$

$\beta''(x) + \left(\frac{1}{4}x^2 - a\right)\beta(x) = 0$, $x = \sqrt{2}\left[\frac{J_0\rho^2}{\gamma} - \frac{1}{4\gamma^2}(J_1')^2\right]^{1/4}z$, $a = \frac{1}{2}\left[\frac{J_0}{\gamma} - \lambda - \frac{1}{2}J_1'\right]$

Если a_n - fixed, то $\lambda_n = J_0 - \frac{1}{2}J_1' - 2a_n\sqrt{\gamma J_0\rho^2 - \frac{\gamma}{4}(J_1')^2}$ - нельзя учесть J_1', увелич. λ_n? Если $J_1' < 0$, то увеличивает? В сам. минимуме, см. $f_3(\theta)$.

→ проверим WKB-ω_0 расчет, проверим a-расчет (parabol. cylinder) с учетом $J_1(z)$.

19/VIII Edited and sent Ikerbasque - Res. highlights (no Sci. Rep. APL, ARL-2014) to Ikerbasque.

Вариац. расчет λ_n. $-\gamma S'' + \int dz'\varkappa(zz')S(z') = \lambda S$ - расч. как уже с $\hat{\mathcal{L}} = -\gamma\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \int dz'\varkappa(zz')$.

$\hat{\mathcal{L}}S = \lambda S$, $S = S_x + iS_y = S(z,\omega)$, $\hat{\mathcal{L}}S_n = \lambda_n S_n$, умн. на $S_n^*(z)$ и $\int dz$: $\int dz S_n^*\hat{\mathcal{L}}S_n = \lambda_n\int dz|S_n|^2$

Для нормир. СФ $\int dz|S_n|^2 = 1 \Rightarrow \lambda_n = \int dz\, S_n^*(z)\hat{\mathcal{L}}S_n(z)$ → Вариац. метод Rayleigh-Ritz.

Escaneado con CamScanner

20/VIII $\lambda_n = \frac{\int dz\, S_n^* \hat{H} S_n}{\int dz |S_n|^2} \to F[S(z)] = \frac{\int dz\, S^* \hat{H} S(z)}{\int dz |S|^2}$, ищем min функционала $S_n(z,p)$ и ищем $F[S_n(z,p)] = f(p)$, применяем minimization по параметру p.

На точных СФ $\hat{H} S_n = \lambda_n S_n$, $F[S_n(z)] = \lambda_n$. На проб $\bar{S}_n(z,p)$, $F[\bar{S}_n] = \lambda_n(p) \geq \lambda_n$.

$\langle S|\hat{H}|S\rangle = \int dz\, S^*(z) \hat{H} S(z) = \int dz\, S^*(z) \left[-\gamma \frac{\partial^2}{\partial z^2} S(z) + \int dz' \chi(zz') S(z') \right]$.

$\int dz\, S^* \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = S^* \frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{-1/2}^{1/2} - \int dz \frac{\partial S^*}{\partial z} \frac{\partial S}{\partial z} = \left| \frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0 \right| = -\int dz \left| \frac{\partial S}{\partial z} \right|^2$, $S = S_1 + iS_2$.

$\langle S|\hat{H}|S\rangle = \int dz \left[\gamma \left| \frac{\partial S}{\partial z} \right|^2 + S^*(z) \int dz' \chi(zz') S(z') \right]$, $\left| \frac{\partial S}{\partial z} \right|^2 = \left(\frac{\partial S_1}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial z} \right)^2$.

$\int dz \int dz' \chi(zz') S^*(z) S(z') = \frac{1}{2} \int dz \int dz' \left(S^*(z) S(z') + S^*(z') S(z) \right) = \int dz \int dz' \chi(zz') \vec{S}(z) \cdot \vec{S}(z')$.

$\langle S|\hat{H}|S\rangle = \gamma \int dz \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial z} \right)^2 \right] + \int dz \int dz' \chi(zz') \vec{S}(z) \cdot \vec{S}(z') = \frac{2}{V} [W_{el} + W_{int}] = \frac{2W}{V}$ [см. W_{el} в 2 лекции]

$\frac{1}{V} W[S(z)] = \frac{1}{2} \gamma \int dz \left(\frac{\partial \vec{S}}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \int dz \int dz' \chi(zz') \vec{S}(z) \cdot \vec{S}(z')$. $W = R^2 L \int dz\, w[\vec{S}(z)] = \frac{V}{2} \langle \hat{H} \rangle$

Min $\langle S|\hat{H}|S\rangle = \int dz\, S^*(z) \left[-\gamma \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \int dz' \chi(zz') S(z') \right]$ при условии $\int dz\, S^* S = 1$

даст ур-ие: $-\gamma S'' + \int dz' \chi(zz') S(z') = \lambda S(z)$, где λ имеет смысл энергии для $\hat{H}$

$\lambda = g\mu/\pi$. $\langle S|\hat{H}|S\rangle = 2 \cdot \frac{1}{\pi} \int dz\, w[\vec{S}(z)]$ ($1/\pi$) привнесли в λ. $\hat{H} S = \lambda S$

Для СФ пер-ванных $\langle S_n|\hat{H}|S_n\rangle = \lambda_n = 2 \frac{1}{\pi} \int dz\, w[\vec{S}_n(z)] = F[S_n(z)]$, $S_n(z)$ дает $\min_{S(z)} F[S(z)]$ и $\min \int dz\, w[\vec{S}(z)] \sim \min W$. $\hat{H}$ имеет смысл $\frac{1}{2}$ (энергия).

В разложении $S(z) = \sum_n C_n \varphi_n(z)$ или проб $\bar{S}(z)$ надо использовать элементарную СФ φ_n и $\bar{S}(z)$ удовл. $\frac{\partial S}{\partial z} = 0$, т.е. $\frac{\partial \varphi_n}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0$ и $\frac{\partial \bar{S}}{\partial z}\Big|_{z=\pm 1/2} = 0$.

Ф-ции перед разложением по $\cos(2\pi n z)$, $\sin(2\pi n z)$, $L=1$ от 24/VII имеют, т.к. $\varphi_n(z) \sim \sin(2\pi n z)$, $\varphi_n'(z) \sim \cos(2\pi n z)$, $\varphi_n'(\pm 1/2) \sim \cos(\pi n) = (-1)^n \neq 0$, не удовл. гран. усл.

Если есть $\gamma \partial^2/\partial z^2$, то есть и $\partial S/\partial z|_{z=\pm 1/2} = 0$ и решаем не $\lambda S(z) = \int dz' \chi(zz') S(z')$ нелинейное уравнение, которое гр. условиям не требует, а интегро-дифф. equation с гран. условиями.

На инт. $z[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ $S(z) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1} [a_n \cos q_n z + \sin q_n z \cdot b_n]$, $\frac{\partial S}{\partial z} = \sum_{n=1} [-a_n \sin q_n z + b_n \cos q_n z] q_n$, $q_n = 2\pi n$

Требуем $S'(z=\pm 1/2) = 0$, $\sin q_n \frac{1}{2} = \sin \pi n = 0$, $\cos q_n \frac{1}{2} = (-1)^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} n b_n (-1)^n = 0$, кроме $b_n = 0$ могут быть другие решения b_n.

Если $S(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i q_n z}$, $\frac{\partial S}{\partial z} = i \sum_n q_n C_n e^{i q_n z}$, $S'(\pm \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow \sum_n (-1)^n C_n \cdot n = 0$, $e^{\pm i q_n / 2} = (-1)^n$, $q_n = 2\pi n$,

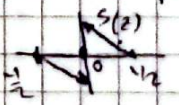
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n n C_n = 0$ при $C_n = C_{|n|} = C_{-n}$ $\forall n \neq 0$ удовлетворяется.

$\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n = a_0 + \sum_{n<0} a_n + \sum_{n>0} a_n = a_0 + \sum_{n=1} [a_n + a_{-n}]$, $\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n n C_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n [C_n - C_{-n}]$

$C_{n>0} = \frac{1}{2}(a_n - i b_n)$, $C_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + i b_n)$, $C_n - C_{-n} = -i b_n \Rightarrow \sum_{n=1} (-1)^n n b_n = 0$; $a_n = a_{-n}$.

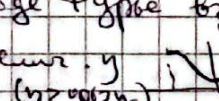
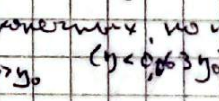
СФ либо чет., либо нечет. Нечет. $S(z) = \sum_{n=1} b_n \sin(q_n z)$, $b_n = \frac{c}{n}$ — частное реш. $\frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{\pm 1/2} = 0$

$S(z) = c \sum_{n=1} \frac{1}{n} \sin q_n z = c \sum_n \frac{\sin(2\pi n z)}{n} = \frac{c}{2} \pi \begin{cases} (1-2z), & 0 < z \leq 1/2 \\ -(1+2z), & -\frac{1}{2} \leq z < 0 \end{cases}$



аномальная нечет. ф-я

$\gamma \sim \frac{1}{L^2}$. Разложение Фурье $S(z) = \sum_n C_n e^{i q_n z}$ от 24/VII не находим, т.к. нельзя как реш. $\sum_{n=1} (-1)^n n b_n = 0$

Если в методе Фурье взять $\gamma = 0$  при γ конечных, но $\gamma \ll 1$ 

Брали $y_0 = y(L = 50\,\text{нм})$, и следили за $\min \omega_0$ частотой в спектре (для $\chi = 0$, ω_0 — max в спектре)

Т.е. при $\gamma = 0$ — неустойчивость $\omega_0(\gamma)$ и только при $\gamma > 0{,}063 y_0$ $S_0(z)$ принимает нормальный вид (по нулям), качественно подобный $S_0(z)$ при $\gamma = \gamma_0$.

Т.е. если взять материал с A — больше, то ω_0 будет меньше (и может I_0 будет)

Итог: $\omega_0, S_0(z)$ — метода Фурье совпадают с $\omega_0, S_0(z)$ Вариац. метода P_{3n}. Лучше с $S_0(z,p) = f(p)[1 + pz^2(1-2z^2)]$ удовл. $\frac{\partial S_0}{\partial z} = 2\mu p z (1 - 4z^2) = 0$ $\forall z = \pm 1/2$, $f(p)$ из $\int dz\, S_0^2 = 1$

Но $\omega_0(50\,\text{нм}) = 1.34\,\text{ГГц}$, $\omega_0(100\,\text{нм}) = 2.14\,\text{ГГц}$, что велико по сравн. с $\omega_0^{\text{эксп}}(L) = 1\,\text{ГГц}$.

Методу Фурье можно верить для тех $S_n(z)$, когда $\frac{\partial S_n}{\partial z} \sim \sin(2\pi n z) = 0$ $\forall z = \pm 1/2$

Вариац. метод для $S_0(z)$ — надежен, но сейч. $\omega_0 \gg \omega_0^{\text{эксп}}$. УД — некорректно? Учет НС

План: 1) проверить ВКБ-метод b_n; 2) добавить $J_1(z)$, $J_2(z)$ в метод наименьших квадратов

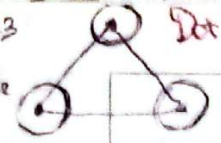
3) разложить СФ по другим полиномам $P_n(z)$, такие что $P_n'(\pm 1/2) = 0$

Escaneado con CamScanner

21/VIII Вечер в Citi bank USA. но N. Debit Card и N° debit card, PIN - 7126.
Citi B. с нов 2012 снимал кампания нес -10$ за сумму на счетах с critical
Намс. Vortex review - Ono. Подготовка к Paris - initial talk „FMR-vort. barriers"
22/VIII Meeting с Julian. В ресторан с Ore., Rafa, Julian, его жена и дочка. Домой
в поезд и Julian. подготовка и поездка в Paris.
23/VIII - 29/VIII trip to Paris: СП на Conf. CMD25 - JMC14. СП. в МБФ, Тонкофи
на кафе по Cote, Conf. dinner с Japan. rector. Докл. F. Garcia-Sanchez и S. Rohart по
скирмионам с DMI, подгот. posters MSNOWS - Vortex-TM и „FMR stripes". Принесли
JAP Aranda.
30/VIII Принес на раз. JAP по F/N/F vort. dyn. Papers Sci. Reports: от рецензента 2-ий отказ
(даже по 2-м принципиальным решениям о ген. результатам (Ha1-MgO и current-Skyrm.)
31/VIII Написание Vortex-review с Ono. Послан recom. letter для Орг. to A. Rosch (Cologne).
1/IX Подготовка JAP-FMR stripes Proof Corrections с Аранхи. Отпр Paris-CMD25 для Patxi.
2/IX В „Bankia"; снят 3 000€ из Santander, convert 3000$ → € нормал. долги по credit Cards и снял
1200€ cash для линеек UPV/EHU - уплата Аранхе. Отдых отпр Patxi. Заказал 2 posters - MSNOWS.
3/IX До отъезда в Nancy, MSNOWS: 1) print tickets, hotels, info - Nancy; 2) vortex review Ono;
3) оплата отпр UPV - Ancona; 4) рез. JMMM, Phil. Mag., JAP; 5) Забрал posters в „Delta"; 6) Julian -
„sexenios"
Написание Vortex-review Ono. Разница JAP-Luo vortex dyn. F/N/F.
Отправил по запросу Б. Иванов написал a paper для ФНТ „Ф. НТ" - 30 стр. Deadline -
APRIL 1, 2015.
4/IX СП. в „Кипка-Tolosa-Ono. A. University fee - 1.186€ за 2014/2015 уч. год.
Закончил my part Vort-review и послал его Т. Ono.
5/IX Подготовка MSNOWS - дока. 3 posters FM-thick dot и FMR-stripes posters. Отп. Хемпли
A. Duc не подала ее postdoc proposal в Helmholtz found, Dresden.
6-12/IX поездка на MSNOWS-2014 Conf. Nancy, Франция. P. Crowell докл., что дела экон.
TR-vort vortex dyn. на thick L = 50-300 nm, R = 500 nm FN dots и новый результат.
as in Ding-Sci Rep., APL-2014, т.е. n=0 и n=1 modes
Lat. - crossing (n=0) и (n=1) modes и
- intensity inversion (n=0) и (n=1) modes.
P. Crowell прислал reprint dated 2012.
V. Cros: new exp. double vortex dyn. in F/N/F pillar - ST возбуждает только
G. de Loubens: прецессия M.-dyn в YIG/Pt excited by ogwy eigenmode из 2-х.
Spin pumping в YIG dot из Pt. Inv. Spin Hall effect voltage V(t) → V(ω) дает
several eigenmodes in YIG (20nm thick) dot в Hz, including vortex (с gyrat) modes -
13/IX СП. + vo. Заказ, A. крайват в „Matica" „de Campo". E-mails, рекоменд. letter for M. Ilyn
14/IX to CFM, offered to A. Leonov to apply postdoc to CFM.
15/IX Установка new вход. дверн. Заказал Math с Ант. Отпр Nancy → Patxi.
Vortex TM - thick dot: Вычисл. подпространства (n=0) и (n=1) TM modes
существенно. Надо сделать как в Cros PRL'08 Azim. Sw Splitting
расчет СФ $\vec{m}_0(\vec{r})$ и $\vec{m}_1(\vec{r})$ и их пересечение (сделать СФ орто-
нормированные)
TM-thick dot $\det\begin{pmatrix} \omega-\omega_0 & \nu \\ \nu^* & \omega+\omega_1 \end{pmatrix}=0$, $\nu = \int\!\!\int dV\, m_0^*(\vec{r})\, m_1(\vec{r})$ - normalized freq
$2\omega_{0,1} = \omega_0+\omega_1 \pm \sqrt{(\omega_0-\omega_1)^2+4\nu^2}$, $\omega_n(L)$ могут дать ω при $\nu \to ?$
Но в отличие от Cros PRL'08 $S_0(z)$ и $S_1(z)$ дают ортогональные, т.к.
полученные как СФ одного и того же linear operator. Т.е. $\nu = 0$ (?), если в пол.
16/IX Оформление on-line documents для RISE-travel grants (Испания).
Написал paper Buchanan APL'14, где exp. Vortex dynamics in cluster 3-dot
Написал свою letters. paper по обзору. Exp. на основе Suzuki - PRB'2013 - похожа ситуа.
17/IX Сделано сделать: 1) US - Citi Bank отпр. 2) Figs к Vort-review Ono; 3) RISE-travel grant,
4) Vortex TM-thick dot-Tues; 5) appl. stipend Aranha; 6) parking UPV/EHU; 7) paper TM 3-dot
cluster
28) A. appl. на возврат зачет money.
Сделано: 1) Baran diaran M(H); 2) Skyrmions-Ono(b); 3) simul.-Aranha; 4) DW-paper Ai-Ping
5) отказ trip-Saudi Arabia; 6) V. barriers-Ramon; 7) paper LLG-FHT; 8) new
papers Rohart Kim-2014 Skyrmion dyn. и Cros, Vortex dyn.
Cros, Wiesenbanger
Написание Vortex review Ono (подгот. unpublished Figs). Также ФТТ-2014 Ким-
Рудченко, где Mr и D(HR), $\omega_G(H_R)$ - очень хорошо. 3-dot cluster TM vortex dyn. - new exp
Wang14
18/IX Vortex dyn. in 3-dot cluster для обзора exp. Wang-Buchanan APL'2014.
См. 31/VIII поиск. Wint($\vec{X}_n$). Если Figs $\omega_n(D/R)$ для cluster N=3 и N=4 dot. Запрос
PRB'13
$D = 2R + d$ - dot center-to-center distance. Multiple расчеты по $\varepsilon = \frac{R}{|\vec{R}_{nn'}|}$.
$\vec{R}_{nn'} = \vec{R}_n - \vec{R}_{n'}$, $\vec{R}_n$ - 2D или 1D dot lattice. $\min|\vec{R}_{nn'}| = D$, $\varepsilon = R/D$. $\varepsilon \le 1/2$.

Escaneado con CamScanner

$N=3$ dot clusters



Dot Cluster - TM

$$U_{int} = -(16\pi^2 M_s^2 R^3 p^2)\sum_{Lnn'} P_L \frac{R^{L+1}}{R_{nn'}^{L+1}} C_n C_{n'}\left[L\,\hat{S}_n\cdot\hat{S}_{n'} - \frac{(L+1)}{R_{nn'}^2}(\hat{S}_n\cdot\hat{R}_{nn'})(\hat{S}_{n'}\cdot\hat{R}_{nn'})\right]$$

[PRB 2013]

Если $S = S_x + iS_y$ — комплексный, то удобно $(\vec{S}_n\cdot\vec{R})(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}) = \frac{1}{4}(S_n\bar{R}+\bar{S}_nR)\times$ $\times(S_{n'}\bar{R}+\bar{S}_{n'}R)$, $R = R_x + iR_y$ если $\vec{R}_{nn'} = \vec{R}_{nn'}/|\vec{R}_{nn'}|$ (напр. для кагоме, см. 11/XII 2012 г.)

Можно $U_{int}(\vec{\mu}) = \frac{1}{2}(\cdot)\sum_{Lnn'}\frac{R^{L+1}}{R_{nn'}^{L+1}}P_L\left[\vec{\mu}_n\cdot\vec{\mu}_{n'} - \frac{(L+1)}{R_{nn'}^2}(\vec{\mu}_n\cdot\vec{R}_{nn'})(\vec{\mu}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'})\right]$

$C_n\vec{S}_n = \frac{1}{3}\hat{z}\times\vec{\mu}_n$, $\vec{\mu}_n = \langle\vec{m}_n\rangle_U$. $\dot{\vec{\mu}} = a\hat{z}\times\frac{\partial W}{\partial\vec{\mu}}$ $\rightarrow$ $\left(\dot{\vec{\mu}}_n = a_n\hat{z}\times\frac{\partial W}{\partial\vec{\mu}_n}\right)$ см. 11/XII 2012

$W = \sum_n W_n + U_{int}$. Два подхода: 1) суммирование по интегралам J_{12}, J_{13}, J_{23} в k 3-dot cluster

2) как обычно предполагаем, что $U_{int}(\vec{S}_n)$ или $U_{int}(\vec{\mu}_n)$

(2)

$R_1 = -\frac{D}{2} - ih$, $R_3 = |R_1|i$ или

как в кагоме, см. 15/XII 2012 г.

$\times$ $R_2 = \frac{D}{2} - ih$

$\vec{a} = D\hat{x}$, $\vec{b} = \frac{D}{2}\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}D\hat{y}$.

$\vec{R}_{nn'} = \vec{R}_{n'} - \vec{R}_n$, $\vec{R}_{12} = \vec{R}_2 - \vec{R}_1 = \vec{a}$, $\vec{R}_{13} = \vec{R}_3 - \vec{R}_1 = \vec{b}$, $\vec{R}_i = 0$ — def.

$\vec{R}_{23} = \vec{R}_3 - \vec{R}_2 = \vec{b} - \vec{a}$. $|\vec{R}_{12}| = |\vec{R}_{13}| = |\vec{R}_{23}| = D$.

$$\mathcal{E} = \sum_{nn'} C_n C_{n'} F(R_{nn'})\frac{1}{R_{nn'}^2}(\vec{S}_n\cdot\vec{R}_{nn'})(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) = \left|\text{учёт } C_nC_{n'} = +1\right| = \frac{F(D)}{D^2}\times$$

$$\times\left[(\vec{S}_1\cdot\vec{R}_{12})(\vec{S}_2\cdot\vec{R}_{12}) + (\vec{S}_1\cdot\vec{R}_{13})(\vec{S}_3\cdot\vec{R}_{13}) + (\vec{S}_2\cdot\vec{R}_{23})(\vec{S}_3\cdot\vec{R}_{23})\right] =$$

$$= \frac{F(D)}{D^2}\left[(\vec{S}_1\cdot\vec{a})(\vec{S}_2\cdot\vec{a}) + (\vec{S}_1\cdot\vec{b})(\vec{S}_3\cdot\vec{b}) + \{\vec{S}_2\cdot(\vec{b}-\vec{a})\}\{\vec{S}_3\cdot(\vec{b}-\vec{a})\}\right], \quad \vec{b}-\vec{a} = D\left(-\frac{1}{2}\hat{x}+\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{y}\right)$$

$$\mathcal{E} = F(D)\left[S_{1x}S_{2x} + \left(\frac{1}{2}S_{1x}+\frac{\sqrt{3}}{2}S_{1y}\right)\left(\frac{1}{2}S_{3x}+\frac{\sqrt{3}}{2}S_{3y}\right) + \left(-\frac{1}{2}S_{2x}+\frac{\sqrt{3}}{2}S_{2y}\right)\left(-\frac{1}{2}S_{3x}+\frac{\sqrt{3}}{2}S_{3y}\right)\right]$$

$$= F(D)\left[S_{1x}S_{2x} + \frac{1}{4}S_{1x}S_{3x} + \frac{\sqrt{3}}{4}S_{1y}S_{3x} + \frac{\sqrt{3}}{4}S_{1x}S_{3y} + \frac{3}{4}S_{1y}S_{3y} + \frac{1}{4}S_{2x}S_{3x} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sqrt{3}}{4}S_{2x}S_{3y} - \frac{\sqrt{3}}{4}S_{2y}S_{3x} + \frac{3}{4}S_{2y}S_{3y}\right]$$ — 6 сумм, квадратичных с $\vec{R}_i = 0$ (т.е. $a^2 = \Delta$)

В системе кооб.

$\vec{R}_1 = -\frac{D}{2}\hat{x} - \hat{y}\frac{\sqrt{3}}{6}D$, $\vec{R}_2 = \frac{D}{2}\hat{x} - \hat{y}\frac{\sqrt{3}}{6}D$, $\vec{R}_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{y}$.

$\frac{1}{D}R_1 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\frac{1}{D}R_2 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\frac{R_3}{D} = \frac{\sqrt{3}}{3}i$. $R_{1,2} = -\frac{D}{2}e^{\mp i\pi/6}$. ~~тогда~~

$R_{1,2} = \frac{\sqrt{3}}{3}De^{\mp i\pi/6}$ $\rightarrow$ тогда $R_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{i(\pi+\pi/6)}$, $R_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{-i\pi/6}$

$R_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{i\pi/2}$

$$\begin{cases} R_{12} = R_2 - R_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}\left[e^{-i\pi/6} - e^{i(\pi+\pi/6)}\right] = \frac{\sqrt{3}}{3}\left[e^{-i\pi/6} + e^{i\pi/6}\right] = \frac{2}{3}\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \\ R_{13} = R_3 - R_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}\left[e^{i\pi/2} + e^{i\pi/6}\right] = \frac{\sqrt{3}}{3}\left[i + \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right] = \frac{\sqrt{3}}{3}\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right] = \frac{1}{2}\left[1+\sqrt{3}i\right] \\ R_{23} = R_3 - R_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}\left[e^{i\pi/2} - e^{-i\pi/6}\right] = \frac{\sqrt{3}}{3}\left[i - \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2}\left[-1+\sqrt{3}i\right] \end{cases}$$

$(\vec{S}_n\vec{R}_{nn'})(\vec{S}_{n'}\vec{R}_{nn'}) = \frac{1}{4}(S_n\bar{R}+\bar{S}_nR)(S_{n'}\bar{R}+\bar{S}_{n'}R) = |R\bar{R}=|R|^2=1$, т.к. $R = R_{nn'}$ — см. 11/XII 2012 г.

$$= \frac{1}{4}\left[S_nS_{n'}\bar{R}_{nn'}^2 + \bar{S}_n\bar{S}_{n'}R_{nn'}^2 + S_n\bar{S}_{n'} + \bar{S}_nS_{n'}\right]$$

$$U_{int} \sim \sum_{nn'}\frac{1}{R_{nn'}^{L+1}}C_nC_{n'}\left[\frac{L}{2}(S_n\bar{S}_{n'} + \bar{S}_nS_{n'}) - (L+1)\frac{1}{4}\left\{S_n\bar{S}_{n'} + \bar{S}_nS_{n'} + S_nS_{n'}\bar{R}_{nn'}^2 + \bar{S}_n\bar{S}_{n'}R_{nn'}^2\right\}\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\sum_{nn'}\frac{C_nC_{n'}}{R_{nn'}^{L+1}}\left[(L-1)(S_n\bar{S}_{n'} + \bar{S}_nS_{n'}) - (L+1)\left(S_nS_{n'}\bar{R}_{nn'}^2 + \bar{S}_n\bar{S}_{n'}R_{nn'}^2\right)\right]$$, см. 11/XII 2012 г.

$R_{nn'} = R_{nn'}/|R_{nn'}|$. $\sum_{nn'}\frac{1}{R_{nn'}^{L+1}}\left(S_nS_{n'}\bar{R}_{nn'}^2 + \bar{S}_n\bar{S}_{n'}R_{nn'}^2\right) =$ | 3-dot cluster |

$C_nC_{n'} = +1$.

$$= \frac{1}{D^{L+1}}\left[\bar{S}_1\bar{S}_2\bar{R}_{12}^2 + \bar{S}_2\bar{S}_3R_{23}^2 + \bar{S}_1\bar{S}_3R_{13}^2 + c.c.\right] = \frac{1}{D^{L+1}}\left[\bar{S}_1\bar{S}_2\cdot 1^2 + \bar{S}_2\bar{S}_3\frac{1}{4}(-1+\sqrt{3}i)^2 + \right.$$

$$\left. + \bar{S}_1\bar{S}_3\frac{1}{4}(1+\sqrt{3}i)^2 + c.c.\right] = \frac{1}{D^{L+1}}\left[\bar{S}_1\bar{S}_2 + \bar{S}_2\bar{S}_3\frac{1}{4}(1-3-2\sqrt{3}i) + \bar{S}_1\bar{S}_3\frac{1}{4}(1-3+2\sqrt{3}i) + c.c.\right] =$$

$$= \frac{1}{D^{L+1}}\left[\bar{S}_1\bar{S}_2 - \left(\frac{1}{2}\right)\bar{S}_2\bar{S}_3 - \frac{1}{2}\bar{S}_1\bar{S}_3 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\bar{S}_2\bar{S}_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}i\bar{S}_1\bar{S}_3 + c.c.\right]$$

$R_{12} = 1$, $R_{13} = \frac{1}{2}\left[1+\sqrt{3}i\right] = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = e^{i\pi/3}$, $R_{23} = -\frac{1}{2}\left[1-\sqrt{3}i\right] = -e^{-i\pi/3}$

$$U_{int}(\text{anisotr. term}) \sim \frac{1}{D^{L+1}}\sum_{nn'}\left[\bar{S}_n\bar{S}_{n'}R_{nn'}^2 + S_nS_{n'}\bar{R}_{nn'}^2\right] = \frac{1}{D^{L+1}}\left[S_1S_2 + \bar{S}_2\bar{S}_3e^{-i\frac{2\pi}{3}} + \right.$$

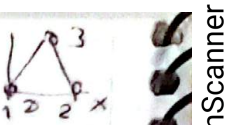
$\left. + \bar{S}_1\bar{S}_3e^{i\frac{2\pi}{3}} + c.c.\right]$, см. 11/XII 2012 ур-е $iG_{2n}\dot{S}_n = 2\frac{\partial W}{\partial\bar{S}_n}$, $W = \frac{1}{2}\sum_n\mathcal{E}_n(\cdot) + U_{int}(\cdot)$

$$-ip_n|G|\dot{S}_n = \alpha_nS_n - \frac{1}{2}(\cdot)\sum_{Ln'}\frac{P_L}{d_{nn'}^{L+1}}\left[(L-1)S_{n'} - (L+1)R_{nn'}^2\bar{S}_{n'}\right], \quad d_{nn'} = R_{nn'}/a = \frac{D}{R}$$

Тогда будет два разных coupl. integrals $J_1 \sim (L-1)$ и $J_2 \sim (L+1)$

Escaneado con CamScanner

① Способ $\mathcal{H}_{int} = \sum'_{\alpha\beta nn'} \gamma_{\alpha\beta}^{nn'} S_{\alpha n} S_{\beta n'}$, $\gamma_{\alpha\beta}^{nn'} = C_n C_{n'} M_S^2 R^3 I_{\alpha\beta}^{nn'}$



$I_{\alpha\beta}^{nn'} = \int dv \int dv' \frac{f(s) f(s')}{\sqrt{(z-z')^2 + (\vec{s}-\vec{s}'-\vec{R}_{nn'})^2}} \hat{\varphi}_\alpha \hat{\varphi}'_\beta$, $\int dv = \int_0^1 ds\, s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\beta dz$ – интегрир. по всему в собств. координатах, далее, сместив xoy в центре dot.

$\hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$. $f(s) = 2$ для TVA.

$\varphi_\alpha \varphi'_\beta = (-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi)(-\hat{x}\sin\varphi' + \hat{y}\cos\varphi') = \hat{x}\hat{x}\sin\varphi\sin\varphi' + \hat{y}\hat{y}\cos\varphi\cos\varphi' - \hat{y}\hat{x}\cos\varphi\sin\varphi' - \hat{x}\hat{y}\sin\varphi\cos\varphi'$.

$\varphi_\alpha \varphi'_\beta = \begin{pmatrix} \sin\varphi\sin\varphi' & -\sin\varphi\cos\varphi' \\ -\cos\varphi\sin\varphi' & \cos\varphi\cos\varphi' \end{pmatrix}$

$\vec{R}_{12} = \vec{a}$, $\vec{R}_{13} = \vec{b}$, $\vec{R}_{23} = \vec{b} - \vec{a}$.

$(\vec{s}-\vec{s}'-\vec{R}_{nn'})^2 = (\Delta\vec{s} - \vec{R}_{nn'})^2 = (\Delta\vec{s})^2 + (\vec{R}_{nn'})^2 - 2\Delta\vec{s}\cdot\vec{R}_{nn'}$, $(\vec{R}_{nn'}^2) = 2^2$ 3-dot cluster

$\Delta\vec{s}\cdot\vec{R}_{12} = \Delta\vec{s}\cdot\vec{a} = \Delta\vec{s}\cdot\hat{x} = (\Delta\vec{s})_x = (\vec{s}-\vec{s}')_x = s\cos\varphi - s'\cos\varphi'$

$\Delta\vec{s}\cdot\vec{R}_{13} = \Delta\vec{s}\cdot\vec{b} = \Delta\vec{s}\cdot\frac{1}{2}(\hat{x} + \sqrt{3}\hat{y}) = \frac{1}{2}(s\cos\varphi - s'\cos\varphi') + \frac{\sqrt{3}}{2}(s\sin\varphi - s'\sin\varphi')$

$\Delta\vec{s}\cdot\vec{R}_{23} = \Delta\vec{s}\cdot(\vec{b}-\vec{a}) = -\frac{1}{2}(s\cos\varphi - s'\cos\varphi') + \frac{\sqrt{3}}{2}(s\sin\varphi - s'\sin\varphi')$

$(\Delta\vec{s})^2 = s^2 + s'^2 - 2ss'\cos(\varphi-\varphi')$. В отличие от dot pair $\vec{R}_{12} \parallel \hat{x}$, $(\Delta\vec{s}\cdot\vec{R}_{13})$ и $(\Delta\vec{s}\cdot\vec{R}_{23})$ зав. не тол., а тоже зав. существенно от φ, φ' $\Rightarrow$ number of coupling integrals > 1 (для, по крайней мере).

$\frac{1}{R^2(\cdot)}\frac{1}{|G|} = 2\omega_M\beta$. $-i\rho_n \dot{S}_n = \omega_0 S_n - \beta\omega_M \sum_{n'} \frac{P_L}{d_{nn'}^{L+1}} \left[(L-1) S_{n'} - (L+1) \bar{S}_{n'} R_{nn'}^2 \right]$

$\to J_1(\vec{d}_{nn'}) = \sum_L \frac{P_L (L-1)}{d_{nn'}^{L+1}}$, $J_2(\vec{d}_{nn'}) = \sum_L \frac{P_L (L+1)}{d_{nn'}^{L+1}} R_{nn'}^2$, $R_{12}^2 = 1$, $R_{13}^2 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$, $R_{23}^2 = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$.

$-i\rho_n \dot{S}_n = \omega_0 S_n - \beta\omega_M \sum_{n'} \left[J_1(\vec{d}_{nn'}) S_{n'} - J_2(\vec{d}_{nn'}) \bar{S}_{n'} \right]$, J_2 – комплексный.

$\vec{d}_{nn'} = \vec{R}_{nn'}/R$, $d = |\vec{d}_{nn'}| = |\vec{R}_{nn'}|/R = 2/R$ – не зависит от n, n' для 3-dot cluster.

$-i\rho_n \dot{S}_n = \omega_0 S_n - \beta\omega_M J_1 \sum_{n' \neq n} S_{n'} + \beta\omega_M \sum_{n'} J_2^{nn'} \bar{S}_{n'}$, $J_2^{12} = \sum_L \frac{(L+1)P_L}{d^{L+1}}$, $J_2^{13} = e^{i\frac{2\pi}{3}} J_2^{12}$, $J_2^{23} = e^{i\frac{2\pi}{3}} J_2^{12}$

Def. $J_2 = J_2^{12}$, $J_2^{13} = e^{i\frac{2\pi}{3}} J_2$, $J_2^{23} = e^{-i2\pi/3} J_2$, J_2 – real.

$-i\rho_n \dot{S}_n$ $(n=1)$ $= \omega_0 S_1 - \beta\omega_M (S_2 + S_3) + \beta\omega_M \left[J_2^{12} \bar{S}_2 + J_2^{13} \bar{S}_3 \right] = (\dots) + \beta\omega_M J_2 \left[\bar{S}_2 + e^{i\frac{2\pi}{3}} \bar{S}_3 \right]$

и $-i\rho_2 \dot{S}_2 = \omega_0 S_2 - \beta\omega_M J_1 (S_1 + S_3) + \beta\omega_M J_2 (\bar{S}_1 + e^{-i2\pi/3} \bar{S}_3)$

$-i\rho_3 \dot{S}_3 = \omega_0 S_3 - \beta\omega_M J_1 (S_1 + S_2) + \beta\omega_M J_2 (e^{-i2\pi/3} \bar{S}_2 + e^{i2\pi/3} \bar{S}_1)$

$S_n(t) = S_n(\omega) e^{i\omega t}$, $\beta\omega_M J_1 = \nu_1$, $\beta\omega_M J_2 = \nu_2$. $\bar{S}_n(t) = \bar{S}_n(\omega) e^{-i\omega t}$.

$\omega\rho_1 S_1 = \omega_0 S_1 - \nu_1 (S_2 + S_3) + \nu_2 (\bar{S}_2 + e^{i2\pi/3} \bar{S}_3)$ – нет. до.

$$\begin{cases} -i\rho_1 \dot{S}_1 = \omega_0 S_1 - \nu_1 (S_2 + S_3) + \nu_2 (\bar{S}_2 + e^{i2\pi/3} \bar{S}_3) & (1) \\ +i\rho_1 \dot{\bar{S}}_1 = \omega_0 \bar{S}_1 - \nu_1 (\bar{S}_2 + \bar{S}_3) + \nu_2 (S_2 + e^{-i2\pi/3} S_3) & (1') \\ -i\rho_2 \dot{S}_2 = \omega_0 S_2 - \nu_1 (S_1 + S_3) + \nu_2 (\bar{S}_1 + e^{-i2\pi/3} \bar{S}_3) & (2) \\ i\rho_2 \dot{\bar{S}}_2 = \omega_0 \bar{S}_2 - \nu_1 (\bar{S}_1 + \bar{S}_3) + \nu_2 (S_1 + e^{i2\pi/3} S_3) & (2') \\ -i\rho_3 \dot{S}_3 = \omega_0 S_3 - \nu_1 (S_1 + S_2) + \nu_2 (\bar{S}_2 e^{-i2\pi/3} + \bar{S}_1 e^{i2\pi/3}) & (3) \\ i\rho_3 \dot{\bar{S}}_3 = \omega_0 \bar{S}_3 - \nu_1 (\bar{S}_1 + \bar{S}_2) + \nu_2 (S_2 e^{+i2\pi/3} + S_1 e^{-2\pi i}) & (3') \end{cases} \quad \begin{pmatrix} S_1 \\ \bar{S}_1 \\ S_2 \\ \bar{S}_2 \\ S_3 \\ \bar{S}_3 \end{pmatrix}$$

$S_n + \bar{S}_n = 2S_{nx}$, $\bar{S}_n - S_n = -2iS_{ny}$. $S_n(t)$, $\bar{S}_n(t)$ – независимые перем.

$\omega\rho_1 S_1 = \omega_0 S_1 - \nu_1 (S_2 + S_3) + \nu_2 (\bar{S}_2 + e^{i2\pi/3} \bar{S}_3)$ $S_n(t) = S_n e^{i\omega t}$, $\bar{S}_n(t) = \bar{S}_n e^{i\omega t}$

$$\begin{pmatrix} \omega_0 - \omega\rho_1 & 0 & -\nu_1 & \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{i2\pi/3} \\ 0 & \omega_0 + \omega\rho_1 & \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 & \omega_0 - \omega\rho_2 & 0 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ \nu_2 & -\nu_1 & 0 & \omega_0 + \omega\rho_2 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0 - \omega\rho_3 & 0 \\ \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & 0 & \omega_0 + \omega\rho_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ \bar{S}_1 \\ S_2 \\ \bar{S}_2 \\ S_3 \\ \bar{S}_3 \end{pmatrix} = 0, \quad \det R(\omega) = 0$$

$\varphi = 2\pi/3$

$(\vec{R}_{nn'} = \frac{\vec{R}_{nn'}}{|\vec{R}_{nn'}|})$

Escaneado con CamScanner

(2)-(1)
(2')-(1')
(3)-(1)
(3')-(1')

$$\begin{pmatrix} \omega_0-\omega p_1 & 0 & -\nu_1 & \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} \\ 0 & \omega_0+\omega p_1 & \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 \\ -\nu_1-\omega_0+\omega p_1 & \nu_2 & \omega_0-\omega p_2+\nu_1 & -\nu_2 & 0 & \nu_2(e^{-i\varphi}-e^{i\varphi}) \\ \nu_2 & -\nu_1-\omega_0-\omega p_1 & -\nu_2 & \omega_0+\omega p_2+\nu_1 & \nu_2(e^{i\varphi}-e^{-i\varphi}) & 0 \\ -\nu_1-\omega_0+\omega p_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & 0 & \nu_2(e^{-i\varphi}-1) & \omega_0+\omega p_3+\nu_1 & -\nu_2 e^{i\varphi} \\ \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1-\omega_0-\omega p_1 & \nu_2(e^{i\varphi}-1) & 0 & -\nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0+\omega p_3+\nu_1 \end{pmatrix}$$

$R(\omega) = a\omega^6 + b\omega^4 + c\omega^2 + d = 0$ — cubic eq. ω^2.

$$R(\omega) = (\omega_0-\omega p_1)\begin{vmatrix} \omega_0+\omega p_1 & \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 \\ \nu_2 & \omega_0-\omega p_2 & 0 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega p_2 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0-\omega p_3 & 0 \\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega p_3 \end{vmatrix} - \nu_1 \begin{vmatrix} 0 & \omega_0+\omega p_1 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 & 0 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ \nu_2 & -\nu_1 & \omega_0+\omega p_2 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0-\omega p_3 & 0 \\ \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega p_3 \end{vmatrix} -$$

$$- \nu_2 \begin{vmatrix} 0 & \omega_0+\omega p_1 & \nu_2 & \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 & \omega_0-\omega p_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ \nu_2 & -\nu_1 & 0 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \omega_0-\omega p_3 & 0 \\ \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & 0 & \omega_0+\omega p_3 \end{vmatrix} - \nu_1 \begin{vmatrix} 0 & \omega_0+\omega p_1 & \nu_2 & -\nu_1 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 & \omega_0-\omega p_2 & 0 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ \nu_2 & -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega p_3 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & 0 \\ \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \omega_0+\omega p_3 \end{vmatrix} -$$

$$- \nu_2 e^{i\varphi} \begin{vmatrix} 0 & \omega_0+\omega p_1 & \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ -\nu_1 & \nu_2 & \omega_0-\omega p_2 & 0 & -\nu_1 \\ \nu_2 & -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega p_2 & \nu_2 e^{i\varphi} \\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0-\omega p_3 \\ \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & 0 \end{vmatrix} = (\omega_0-\omega p_1)A_1 - \nu_1 A_3 - \nu_2 A_4 - \nu_1 A_5 - \nu_2 e^{i\varphi} A_6 .$$

$$-i\rho_1 \dot{\bar{S}}_1 = \omega_0 \dot{\bar{S}}_1 - \nu_1(\dot{\bar{S}}_2 + \dot{\bar{S}}_3) + \nu_2(\dot{\bar{S}}_2 + e^{i\varphi}\dot{\bar{S}}_3) = \omega_0 i\rho_1[\omega_0 S_1 - \nu_1(S_2+S_3) + \nu_2(\bar{S}_2 + e^{i\varphi}\bar{S}_3)] - \nu_1 i\rho_2[\omega_0 S_2 - \nu_1(S_1+S_3) + \nu_2(\bar{S}_1 + e^{-i\varphi}\bar{S}_3)] -$$
$$- \nu_1 i\rho_3[\omega_0 S_3 - \nu_1(S_1+S_2) + \nu_2(\bar{S}_2 e^{-i\varphi} + \bar{S}_1 e^{i\varphi})] + \nu_2(-i)\rho_2[\omega_0 \bar{S}_2 - \nu_1(\bar{S}_1+\bar{S}_3) + \nu_2(S_1 + e^{i\varphi}S_3)] + \nu_2 e^{i\varphi}(-i\rho_3)[\omega_0 \bar{S}_3 - \nu_1(\bar{S}_1+\bar{S}_2) + \nu_2(S_2 e^{i\varphi} + S_1 e^{-i\varphi})]$$

$$-i\rho_1\ddot{S}_1 = S_1[i\rho_1\omega_0^2 + i\rho_2\nu_1^2 + i\rho_3\nu_1^2 - i\rho_2\nu_2^2 - i\rho_3\nu_2^2] + \bar{S}_1[-i\rho_2\nu_1\nu_2 - i\rho_3\nu_1\nu_2 e^{i\varphi} + i\rho_2\nu_1\nu_2 + i\rho_3\nu_1\nu_2 e^{i\varphi}] + S_2[-i\rho_1\omega_0\nu_1 - i\rho_2\omega_0\nu_1 + i\rho_2\nu_1^2 - i\rho_3\nu_2^2 e^{2i\varphi}] +$$
$$+ \bar{S}_2[i\rho_1\omega_0\nu_2 - i\rho_3\nu_1\nu_2 e^{-i\varphi} - i\rho_2\nu_2\omega_0 + i\rho_3\nu_2 e^{i\varphi}\nu_1] + S_3[-i\rho_1\omega_0\nu_1 + i\rho_2\nu_1^2 - i\rho_3\omega_0\nu_1 - i\rho_2\nu_2^2 e^{i\varphi}] + \bar{S}_3[i\rho_1\omega_0\nu_2 e^{i\varphi} - i\rho_2\nu_1\nu_2 e^{-i\varphi} + i\rho_2\nu_1\nu_2 - i\rho_3\omega_0\nu_2 e^{i\varphi}]$$

$$-\rho_1\ddot{S}_1 = S_1[\rho_1\omega_0^2 + (\rho_2+\rho_3)(\nu_1^2-\nu_2^2)] + S_2[-(\rho_1+\rho_2)\omega_0\nu_1 + \rho_3(\nu_1^2 - \nu_2^2 e^{2i\varphi})] + \bar{S}_2[(\rho_1-\rho_2)\omega_0\nu_2 + \rho_3\nu_1\nu_2(e^{-i\varphi}-e^{i\varphi})] + S_3[-(\rho_1+\rho_3)\omega_0\nu_1 + \rho_2(\nu_1^2 - \nu_2^2 e^{i\varphi})] +$$
$$+ \bar{S}_3[(\rho_1-\rho_3)\omega_0\nu_2 e^{i\varphi} + \rho_2\nu_1\nu_2(1-e^{-i\varphi})]$$, где $\omega^2 S_1$ содержит $\bar{S}_2$ и $\bar{S}_3$, т.е. ω^2 – $\bar{S}_n$ не дает замкнутой.

(19/IX) $U_{int} = -(\cdot)\sum_{L nn'} P_L \frac{c_n c_{n'}}{d_{nn'}^{L+1}}\left[L\vec{S}_n\cdot\vec{S}_{n'} - (L+1)(\vec{S}_n\cdot\vec{R}_{nn'})(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'})\right]$, $\vec{R}_{nn'} = \frac{\vec{R}_{nn'}}{|\vec{R}_{nn'}|}$

Дано $B = \sum_{nn'} c_n c_{n'} F(d_{nn'})(\vec{S}_n\cdot\vec{R}_{nn'})(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'})$ если одной вершине дано 3-ий cluster при $c_n c_{n'} = +1$.

$W = \frac{1}{2}\sum_n \varkappa_n \vec{S}_n^2 + U_{int}(\vec{S}_n)$, $\vec{G}_n \times \dot{\vec{S}}_n = \frac{\partial W}{\partial \vec{S}_n}$, $\vec{G}_n = \xi \rho_n |G|$.

$$\frac{\partial W}{\partial \vec{S}_n} = \varkappa_n \vec{S}_n - (\cdot)\frac{\partial}{\partial \vec{S}_n}\sum_L \frac{P_L}{d_{nn'}^{L+1}}\left[L\vec{S}_n\cdot\vec{S}_{n'} - (L+1)(\vec{S}_n\cdot\vec{R}_{nn'})(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'})\right] =$$
$$= \varkappa_n \vec{S}_n - (\cdot)\sum_{Ln'}\frac{P_L}{d_{nn'}^{L+1}}\left[L\vec{S}_{n'} - (L+1)\vec{R}_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'})\right]$$ – видимо в уравнение $S_n, \dot{S}_n$ подставлять

$$\vec{G}_n \times \dot{\vec{S}}_n = \varkappa_n \vec{S}_n - (\cdot)\sum_{Ln'}\frac{P_L}{d_{nn'}^{L+1}}\left[L\vec{S}_{n'} - (L+1)\vec{R}_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'})\right]$$

Escaneado con CamScanner

$$\rho_n \hat{z} \times \dot{\vec{S}}_n = \omega_0 \vec{S}_n - 2\beta\omega_M \sum_{L n'} \left[L\vec{S}_{n'} - (L+1)\vec{R}_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) \right] \frac{P_L}{d_{nn'}^{L+1}}$$

$$\vec{R}\cdot(\dot{\vec{S}}_n \times \vec{R}) = (R_x\hat{x} + R_y\hat{y})(S_x R_y + S_y R_y), \quad (\hat{z}\times\dot{\vec{S}}) = \hat{y}\dot{S}_x - \hat{x}\dot{S}_y$$

$$\begin{cases} -\rho_n \dot{S}_{xn} = \omega_0 S_{xn} - 2\beta\omega_M \sum_{Ln'} \left[LS_{xn'} - (L+1)X_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) \right] \frac{P_L}{d^{L+1}} \\ \rho_n \dot{S}_{xn} = \omega_0 S_{yn} - 2\beta\omega_M \sum_{Ln'} \left[LS_{yn'} - (L+1)Y_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) \right] \frac{P_L}{d^{L+1}} \\ i\rho_n \dot{S}_n = \omega_0 S_n - 2\beta\omega_M \sum_{Ln'} \left[LS_{n'} - (L+1)R_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) \right] \frac{P_L}{d^{L+1}}, \quad S_n = S_{nx} + iS_{ny} \end{cases}$$

$$LS_{n'} - (L+1)R_{nn'}\frac{1}{2}\left(S_{n'}\bar{R}_{nn'} + \bar{S}_{n'}R_{nn'}\right) = \|R\|^2 = 1\| = LS_{n'} - \frac{1}{2}(L+1)S_{n'} - \frac{1}{2}(L+1)\bar{S}_{n'}R_{nn'}^2 = \frac{1}{2}\left[(L-1)S_{n'} - (L+1)R_{nn'}^2\bar{S}_{n'}\right]$$

(с точн. до знака) уравнение для S_n.

$$\begin{cases} \rho_n \dot{S}_{yn} = \omega_0 S_{xn} - 2\beta\omega_M \sum_{Ln'} \frac{P_L}{d^{L+1}_{nn'}} \left[LS_{xn'} - (L+1)X_{nn'}\left\{S_{xn'}X_{nn'} + S_{yn'}Y_{nn'}\right\} \right] \\ -\rho_n \dot{S}_{xn} = \omega_0 S_{yn} - 2\beta\omega_M \sum_{Ln'} \frac{P_L}{d^{L+1}_{nn'}} \left[LS_{yn'} - (L+1)Y_{nn'}\left\{S_{xn'}X_{nn'} + S_{yn'}Y_{nn'}\right\} \right] \end{cases}$$

S_{x1} исключается за $S_{y2}, S_{y3}, S_{x2}, S_{x3}$ и S_{y1}) – нулей в определителе

S_{y1} исключ. за $S_{x2}, S_{x3}, S_{y2}, S_{y3}$ и S_{x1}) $R(\omega)$ не будет вообще, или будет один "0" в строке, при очев. выборе оси координат (как $\vec{a}\cdot\vec{b}$)

$$S_x + X(S_x X + S_y Y) = S_x y^2 - XY S_y = Y(S_x Y - S_y X) = Y(\vec{S}\times\vec{R})_z$$

$$S_y - Y(S_x X + S_y Y) = S_y X^2 - XY S_x = X(S_y X - Y S_x) = -X(\vec{S}\times\vec{R})_z$$

$$\vec{S} - \vec{R}(\vec{S}\cdot\vec{R}) = (Y\hat{x} - X\hat{y})(\vec{S}\times\vec{R})_z = -(\hat{z}\times\vec{R})\cdot(\vec{S}\times\vec{R})_z$$

Отсюда $\vec{S}_{n'} - \vec{R}_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) = \vec{R}_{nn'}\times(\vec{S}_{n'}\times\vec{R}_{nn'})$, $\vec{R}^2_{nn'} = 1$.

$$-\rho_n \hat{z}\times\dot{\vec{S}}_n = \omega_0\vec{S}_n - 2\beta\omega_M \sum_{Ln'} \frac{P_L}{d^{L+1}_{nn'}} \left[(L+1)\vec{R}_{nn'}\times(\vec{S}_{n'}\times\vec{R}_{nn'}) - \vec{S}_{n'} \right]$$

$$\vec{S}\times\vec{R} = (S_x Y - S_y X)\hat{z}, \quad \vec{R}\times(\vec{S}\times\vec{R}) = (\vec{R}\times\hat{z})(\vec{S}\times\vec{R})_z$$

$$-\rho_n \hat{z}\times\dot{\vec{S}}_n = \omega_0\vec{S}_n - 2\beta\omega_M \sum_{Ln'} \frac{P_L}{d^{L+1}_{nn'}} \left[-(L+1)\hat{z}\times\vec{R}_{nn'}(\vec{S}_{n'}\times\vec{R}_{nn'})_z - \vec{S}_{n'} \right]$$

Расчет $R(\omega)$ в MathCad.

$$(\omega_0+\omega\rho_1)A_1 = (\omega_0-\omega\rho_1)\left[-\nu_1 \begin{vmatrix} \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 \\ \omega_0-\omega\rho_2 & 0 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ -\nu_1 & \omega_0+\omega\rho_2 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ \nu_2 e^{i\varphi} & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0-\omega\rho_3 & 0 \end{vmatrix} - \nu_2 e^{i\varphi} \begin{vmatrix} \omega_0+\omega\rho_1 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 \\ \nu_2 & 0 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ -\nu_1 & \omega_0+\omega\rho_2 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ \nu_2 e^{i\varphi} & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0-\omega\rho_3 & 0 \end{vmatrix} - \right.$$

$$\left. -\nu_1 \begin{vmatrix} \omega_0+\omega\rho_1 & \nu_2 & \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 \\ \nu_2 & \omega_0-\omega\rho_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ -\nu_1 & 0 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 \\ \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \omega_0-\omega\rho_3 & 0 \end{vmatrix} + (\omega_0+\omega\rho_3) \begin{vmatrix} \omega_0+\omega\rho_1 & \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} \\ \nu_2 & \omega_0-\omega\rho_2 & 0 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega\rho_2 & \nu_2 e^{i\varphi} \\ \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0-\omega\rho_3 \end{vmatrix} \right]$$

Трансцендентное уравнение. Попробуем задачу поиска eigenvalues of the matrix в MathCad.

$$\begin{cases} -i\rho_n \dot{S}_n = \omega_0 S_n - \beta\omega_M J_1 \sum_{n'\neq n} S_{n'} + \beta\omega_M \sum_{n'\neq n} J_2^{nn'} \bar{S}_{n'} \\ i\rho_n \dot{\bar{S}}_n = \omega_0 \bar{S}_n - \beta\omega_M J_1 \sum_{n'\neq n} \bar{S}_{n'} + \beta\omega_M \sum_{n'\neq n} J_2^{nn'} S_{n'} \end{cases}$$

$J_2^{12} = J_2$, $J_2^{13} = e^{i\varphi}J_2$, $\varphi = 2\pi/3$, $J_2^{23} = e^{-i\varphi}J_2$, $J_2^{nn'} = J_2^{n'n}$

$S_n(t) = S_n(\omega)e^{i\omega t}$, $\bar{S}_n(t) = \bar{S}_n(\omega)e^{i\omega t}$. $J_2^{nn'} = J_2 z_{nn'}$.

$z_{12} = 1$, $z_{13} = e^{i\varphi}$, $z_{23} = e^{-i\varphi}$

$$\begin{cases} \omega S_n = \rho_n\omega_0 S_n - \beta\omega_M J_1 \rho_n \sum_{n'\neq n} S_{n'} + \rho_n\beta\omega_M J_2 \sum_{n'\neq n} z_{nn'}\bar{S}_{n'} \\ \omega\bar{S}_n = -\rho_n\omega_0\bar{S}_n + \beta\omega_M J_1\rho_n \sum_{n'\neq n}\bar{S}_{n'} - \rho_n\beta\omega_M J_2 \sum_{n'\neq n} z^*_{nn'}S_{n'} \end{cases}$$

$\omega/\omega_0 \to \omega$. $\frac{\beta\omega_M J_1}{\omega_0} = \nu_1$, $\frac{\beta\omega_M J_2}{\omega_0} = \nu_2$,

$$\begin{cases} \omega S_n = \rho_n S_n - \nu_1\rho_n \sum_{n'\neq n} S_{n'} + \nu_2\rho_n \sum_{n'\neq n} z_{nn'}\bar{S}_{n'} \\ \omega\bar{S}_n = -\rho_n\bar{S}_n + \nu_1\rho_n \sum_{n'\neq n}\bar{S}_{n'} - \nu_2\rho_n \sum_{n'\neq n} z^*_{nn'}S_{n'} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & -\nu_1\rho_1 & \nu_2\rho_1 & -\nu_1\rho_1 & \nu_2\rho_1 e^{i\varphi} \\ 0 & -\rho_1 & -\nu_2\rho_1 & \nu_1\rho_1 & -\nu_2\rho_1 e^{-i\varphi} & \nu_1\rho_1 \\ -\nu_1\rho_2 & \rho_2\nu_2 & \rho_2 & 0 & -\nu_1\rho_2 & \rho_2\nu_2 e^{i\varphi} \\ -\nu_2\rho_2 & \nu_1\rho_2 & 0 & -\rho_2 & -\nu_2\rho_2 e^{i\varphi} & \nu_1\rho_2 \\ -\nu_1\rho_3 & \nu_2\rho_3 e^{i\varphi} & -\nu_1\rho_3 & \nu_2\rho_3 e^{-i\varphi} & \rho_3 & 0 \\ -\nu_2\rho_3 e^{i\varphi} & -\nu_1\rho_3 & -\nu_2\rho_3 e^{i\varphi} & \nu_1\rho_3 & 0 & -\rho_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ \bar{S}_1 \\ S_2 \\ \bar{S}_2 \\ S_3 \\ \bar{S}_3 \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} S_1 \\ \bar{S}_1 \\ S_2 \\ \bar{S}_2 \\ S_3 \\ \bar{S}_3 \end{pmatrix}, \quad \hat{A}\vec{S} = \omega\vec{S}, \ \omega \to \frac{\omega}{\omega_0}$$

Эрмитова ли $\hat{A}$?

Escaneado con CamScanner

ТВ по ν_1, ν_2. Достаточно найти ω_n с точн. до ν_1, ν_2.

$$(\omega_0-\omega)A_1 \simeq (\omega_0-\omega p_1)\left[-\nu_1\cdot 0 - \nu_2\cdot 0 - \nu_1\cdot 0 + (\omega_0+\omega p_3)B_1\right]$$

$$B_1 = \nu_2(-1)\begin{vmatrix} \nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} + (\omega_0-\omega p_2)\begin{vmatrix} \omega_0+\omega p_1 & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} \\ -\nu_1 & \omega_0+\omega p_2 & \nu_2 e^{i\varphi} \\ \nu_2 e^{-i\varphi} & \nu_2 e^{-i\varphi} & \omega_0-\omega p_3 \end{vmatrix} - \nu_1\begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi} \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}$$

$$= (\omega_0-\omega p_2)\left[(\omega_0+\omega p_1)(\omega_0+\omega p_2)(\omega_0-\omega p_3) + O(\nu^2)\right]$$

$$A_1 = (\omega_0-\omega p_1)(\omega_0+\omega p_3)B_1 = (\omega_0^2-\omega^2)^3 + O(\nu^2).$$

$A_3(\text{при } \nu_1\nu_2=0)=0$, $A_4(\text{при } \nu_1\nu_2=0)=0$, $A_5(\nu_1\nu_2=0)=0$, $A_6(\nu_1\nu_2=0)=0$.

$R(\omega) = -(\omega^2-\omega_0^2)^3 + O(\nu^2)$, т.е. eigenfrequencies $\omega_n = \omega_0 + O(p^2)$. $\nu_1, \nu_2 \ll 1$ – сдвиги частот ω_0 – isolated dot очень малы, видимо ν 1% диаметра. парам. пор.

$$J_1 = \sum_L \frac{(L-1)p_L}{d^{L+1}} \sim \frac{p_2}{d^3}, \quad \nu_1 \simeq \beta\frac{\omega_M}{\omega_0}\frac{p_2}{d^3}, \quad d = \frac{|\bar{R}|}{R} = \frac{2R+\delta}{R} = 2+\delta/R \geq 2.$$

$(L_0+Q)u = \lambda u$

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\nu_1 p_1 & +\nu_2 p_1 & -\nu_1 p_1 & \nu_2 p_1 e^{i\varphi} \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad u_1^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_2^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_n = \begin{pmatrix} 1 \text{ на} \\ n\text{-м месте} \end{pmatrix}$$

$\lambda_1^0 = p_1$, $\lambda_2^0 = -p_1$, $\bar{u}_n^0 Q u_n^0 = 0$

$u_1^0 Q u_2^0 = 0$ $u_n^0 Q u_{n'}^0 = 0$ если n, n' – одному и тому же dot.

$$Q_{13} = \bar{u}_1^0 Q u_3^0 = (1\,0\,0\,0\,0\,0)\begin{pmatrix} -\nu_1 p_1 \\ -\nu_2 p_2 \\ 0 \\ 0 \\ -\nu_1 p_3 \\ -\nu_2 p_3 e^{i\varphi} \end{pmatrix} = -\nu_1 p_1, \quad Q_{14} = \nu_2 p_1. \quad Q_{\alpha\beta} = \bar{u}_\alpha^0 Q u_\beta^0 -$$

– соотв. элементы матрицы Q.

$$\lambda_n = \lambda_n^0 + Q_{nn} + \sum_{n'} \frac{Q_{nn'}Q_{n'n}}{\lambda_n - \lambda_{n'}^0}$$

$$\lambda_1 = p_1 + \left[\frac{-\nu_1 p_1(-\nu_1 p_2)}{\lambda_1 - p_2} + \frac{\nu_2 p_1(-\nu_2 p_2)}{\lambda_1 + p_2} + \frac{(-\nu_1 p_1)(-\nu_1 p_3)}{\lambda_1 - p_3} + \frac{\nu_2 p_1 e^{i\varphi}(-\nu_2 p_3 e^{-i\varphi})}{\lambda_1 + p_3}\right]$$

$n'=3$, $n'=4$, $n'=5$, $n'=6$

$$p_1\lambda_1 = 1 + \frac{\nu_1^2 p_2}{\lambda_1 - p_2} - \frac{\nu_2^2 p_2}{\lambda_1 + p_2} + \frac{\nu_1^2 p_3}{\lambda_1 - p_3} - \frac{\nu_2^2 p_3}{\lambda_1 + p_3}. \quad \text{Пусть } p_n = +1.$$

$$\lambda_1 = 1 + \frac{2\nu_1^2}{\lambda_1 - 1} - \frac{2\nu_2^2}{\lambda_1 + 1}, \quad \lambda_1(\lambda_1^2-1) = (\lambda_1^2-1) + 2\nu_1^2(\lambda_1+1) - 2\nu_2^2(\lambda_1-1)$$

$$\lambda_1 \approx 1 + d\nu_1^2 + \beta\nu_2^2, \quad \left[1 + d\nu_1^2 + \beta\nu_2^2\right]2\left[d\nu_1^2 + \beta\nu_2^2\right] = 2d\nu_1^2 + 2\beta\nu_1^2 + 2\nu_1^2 \cdot 2$$

Any β и $d = d+2$ – весовой ур. для d. Видимо, $\lambda_n = \omega_n$ имеет смысл мин. по $\nu_{1,2}$

Если $p_1 = p_3 = +1$, $p_2 = -1$, $\lambda_1 = 1 - \frac{\nu_1^2}{\lambda_1+1} + \frac{\nu_2^2}{\lambda_1-1} + \frac{\nu_1^2}{\lambda_1-1} - \frac{\nu_2^2}{\lambda_1+1} = 1 + (\nu_1^2 - \nu_2^2)\left[\frac{1}{\lambda_1-1} - \frac{1}{\lambda_1+1}\right]$

Надо реш. $\hat{Q}u = \lambda u$, (3 $\lambda_n = \lambda_n^{(1)}$ будут – поправки 1-го порядка. Но ур-е (на λ) $\det[\hat{Q} - \lambda\hat{I}] = 0$ не имеет ур. $R(\omega) = 0$, и $\lambda_n^{(1)} \sim \nu_1, \nu_2$ – преобразовать и элементарно нельзя.

20/IX С 1. и 10. в "Leroy Merlin" и "Carrefour". TM 3-dot cluster

21/IX Окс. написала аналит. формулы для ω_n – TM 3-dot cluster, по которым Считала $\omega_n(\beta)$ в Mathematica. Убедились, разлож. по A/ω_0, B/ω_0.

При $A=B=0$ $\omega_n = \omega_0 \simeq \frac{20}{9}\gamma M_s \beta$. $A = -\frac{\gamma}{2\pi} M_s \pi^2 \beta\left[\frac{2}{9}\frac{1}{d^3} + \frac{3}{10}\frac{1}{d^5} + \dots\right]$; $B = -\frac{\gamma}{2\pi} M_s \pi^2 \beta\left[\frac{2}{3}\frac{1}{d^3} + \frac{11}{2}\frac{1}{d^5} \dots\right]$

$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}(d\to\infty) = f_0 = \frac{20}{9}\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)M_s\beta$, $\frac{|A|}{\omega_0} \simeq \frac{1}{2}\frac{\gamma M_s \pi \beta}{\frac{20}{9}\gamma M_s \beta}\frac{2}{9}\frac{1}{d^3} = \frac{\pi}{20}\frac{1}{d^3} < \frac{\pi}{20\cdot 8} \ll 1$, $\frac{|B|}{\omega_0} \approx \frac{3\pi}{20 d^3} < \frac{3\pi}{160} \ll 1$.

$d = \frac{D}{R} = \frac{1}{R}(2R+\delta) = 2 + \frac{\delta}{R} \geq 2$, δ – edge-to-edge interdot distance.

Окс. eigenfrequencies ($p_1 p_2 p_3 = +1$) $x \to \omega_0$ $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{(A-\omega_0)^2 + B^2}$; $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - 2A\omega_0 + A^2 + B^2} \approx \omega_0\sqrt{1 - \frac{2A}{\omega_0}} \simeq \omega_0 - A$.

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 + A\omega_0 - B^2 + \frac{5}{2}A^2 - \frac{3}{2}\sqrt{A^2\left[(A+2\omega_0)^2 - 4B^2\right]}} \simeq \sqrt{\omega_0^2 + A\omega_0 - \frac{3}{2}|A|\cdot 2\omega_0} \approx \omega_0 + 2A, \quad A = -|A|$$

$$\omega_3 = \sqrt{\omega_0^2 + A\omega_0 - B^2 + \frac{5}{2}A^2 + \frac{3}{2}\sqrt{A^2\left[(A+2\omega_0)^2 - 4B^2\right]}} \simeq \sqrt{\omega_0^2 + A\omega_0 + \frac{3}{2}|A|2\omega_0} = \omega_0 - A.$$

При $d\to\infty$, следуя Окс. $\omega_1 \approx \omega_3 = \omega_0 + |A|$, $\omega_2 = \omega_0 - 2|A|$, что соот. с Fig. для $\beta = 0.1$

Note: values (ω_n/ω_0) при $\beta \ll 1$ есть function only d, т.к. $A, B \sim \beta$ и $\omega_0 \sim \beta$

Escaneado con CamScanner

Случай $P_1P_2P_3 = -1$. $\omega_4 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{2}{3}\cos\alpha\sqrt{12(A^2+2B^2)\omega_0^2 - 6A\omega_0(7A^2+B^2)}} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{2}{3}\cos\alpha\, 2\sqrt{3}\omega_0\sqrt{A^2+2B^2}}$

$= \omega_0\sqrt{1 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\cos\alpha\sqrt{A^2+2B^2}} = \omega_0\left[1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\cos\alpha\sqrt{A^2+2B^2}\right]$; $\omega_5 = \omega_0\left[1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})\sqrt{A^2+2B^2}\right]$

$\omega_6 = \omega_0\left[1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})\frac{\sqrt{A^2+2B^2}}{\omega_0}\right]$. $\alpha = \frac{1}{3}\arccos\left[\frac{1}{2}\frac{216AB^2\omega_0^3 - 36(A^2+2B^2)(4A^2+5B^2)}{\sqrt{[12(A^2+2B^2)\omega_0^2 - 6A(2A^2+B^2)\omega_0]^3}}\right]$

$\cos 3\alpha = \frac{108AB^2 - 18\frac{1}{\omega_0^2}(A^2+2B^2)(4A^2+5B^2)}{\left[12(A^2+2B^2) - 6\frac{A}{\omega_0}(2A^2+B^2)\right]^{3/2}} \approx \frac{108AB^2}{[12(A^2+2B^2)]^{3/2}} = \frac{\sqrt{27}}{2}\frac{AB^2}{(A^2+2B^2)^{3/2}}$

$\omega_{5,6} = \omega_0 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{A^2+2B^2}\cos(\alpha \mp \frac{\pi}{3})$, $\omega_4 = \omega_0 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{A^2+2B^2}\cos\alpha$. $(A/B \approx \frac{1}{3}$ (dip-dip))

$\cos 3\alpha = \frac{\sqrt{27}}{2}\frac{A}{B}\frac{1}{\left[2+\left(\frac{A}{B}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{\sqrt{27}}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{\left[2+\frac{1}{9}\right]^{3/2}} = \frac{\sqrt{27}}{2\cdot 3}\frac{9^{3/2}}{19^{3/2}} = \frac{\sqrt{27}}{2}\frac{27}{19\sqrt{19}} = \frac{9}{2}\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{19^3}} \approx 0.282$

$\alpha = \frac{1}{3}\arccos(0.282)$, $\alpha \approx 0.428$ (rad) $\approx \frac{\pi}{3} - 1.047$ (rad), $\frac{\pi}{2} = 1.571$ (rad)

$\alpha + \frac{\pi}{2} = 0.428 + 1.047 = 1.475 \approx 3\pi/4$, отсюда $\omega_6 \approx \omega_0$ почти всегда, $\cos(\alpha+\frac{\pi}{3}) \approx 0$

$\cos\alpha = \cos(0.428) > 0$ $\omega_6 \approx \omega_0$, ω_5 – max, а ω_4 – min frequency in the spectrum

$\cos(\alpha - \pi/3) > 0$

$\Delta\omega_{54} = \omega_5 - \omega_4 = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{A^2+2B^2}\cos(\alpha - \pi/3) + \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{A^2+2B^2}\cos\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{A^2+2B^2}\left[\cos(\alpha - \frac{\pi}{3}) + \cos\alpha\right] =$

$= \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{(\cdot)}\, 2\cdot\cos\left(\frac{2\alpha - \pi/3}{2}\right)\cos\frac{\pi}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{(\cdot)}\, 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha - \pi/6) = 2\sqrt{A^2+2B^2}\cos(\alpha - \pi/6)$

$\Delta\omega_{54} \approx 2\cdot 0.935\sqrt{A^2+2B^2}$ – splitting max и min собственных частот для $P_1P_2P_3 = -1$

Из этого $\alpha = \frac{1}{3}\arccos\left[\frac{\sqrt{27}}{2}\frac{AB^2}{(A^2+2B^2)^{3/2}}\right]$ – зависит от A/ω_0, B/ω_0.

Для $P_1P_2P_3 = +1$: $\omega_{1,3} = \omega_0 - A$, $\omega_2 = \omega_0 + 2A$, $A = -|A| < 0$.

Max Splitting $\Delta\omega_{13} = \omega_1 - \omega_2 = -3A = 3|A|$. $\Delta\omega_{54} \approx 2|A|\sqrt{1+2(B/A)^2} \approx \left|\frac{|A|}{|B|} = \frac{1}{3}\right| \approx$

$\approx 2|A|\sqrt{1+2\cdot 3^2} = 2\sqrt{19}|A|$, Отсюда max splitting frequency $(P_1P_2P_3 = -1)$ $= \frac{2\sqrt{19}|A|}{3|A|} = \frac{2}{3}\sqrt{19} = 2.9$

$\frac{\Delta\omega_{54}(P=+1)}{\Delta\omega_{13}(P=+1)} \approx 2.9$ в dip-dip approximation for indirect interaction. $(P_1P_2P_3 = +1)$

Simul. Accuracy $\frac{\Delta\omega_{54}}{\Delta\omega_{13}} = \frac{100\text{ MHz}}{40\text{ MHz}} \approx 2.5$ Cooch. Young rule.

Calc. wang AP2-2014 $\frac{\Delta\omega_{54}}{\Delta\omega_{13}} = \frac{1.12 - 0.87}{1.05 - 0.88} = \frac{0.25}{0.17} \approx 1.5$ Отсеч. от rule

За счет запаздывания $\Delta\omega_{13}(P=+1)$ splitting.

Сим. Оссана Max multipole Bruch. (L=4) $B\ A = \frac{3}{10}\frac{1}{d^5}\Big/\left(\frac{2}{9}\frac{1}{d^3}\right)^2 = \frac{27}{40}\frac{1}{d^2} \approx \frac{27}{20}\frac{1}{2^2} \approx 0.34$ (34%)

Max multipole Bruch. (L=4) $B\ B = \frac{1}{2}\frac{1}{d^5}\Big/\left(\frac{2}{3}\frac{1}{d^3}\right)^2 = \frac{3}{4}\frac{1}{d^2} \approx \frac{3}{4}\frac{1}{2^2} = 0.19$ (19%)

Выводы: 1) multipole contributions ($L \geq 4$) Вносят более 3-dot cluster, достигая 20-30% от total interdot coupling при $d \to 2^A$.

3 dot cluster 2) max frequency splitting для $P_1P_2P_3 = -1$ примерно в 3 раза больше 5 splitting для $P_1P_2P_3 = +1$ для тех же d и dot sizes, L, R.

Interdot Coupling: $J_1 = \sum_L \frac{(L-1)}{d^{L+1}} P_L$, $J_2 = \sum_L \frac{(L+1)}{d^{L+1}} P_L$. $L = 2, 4, 6, \ldots$

For pole-free model (22/12/2014) $P_2 = \frac{1}{36}$, $P_4 = 1/80$, $P_6 = 113/(2\cdot 4\cdot 6\cdot 70)$, $P_8 = \frac{5\cdot 197}{3\cdot 6^2\cdot 8^3}$.

$J_1(d) = \frac{1}{d^3}P_2 + \frac{3}{d^5}P_4 + \frac{5}{d^7}P_6 + \frac{7}{d^9}P_8 \approx \frac{1}{36}\frac{1}{d^3} + \frac{3}{d^5}\frac{1}{80} + \frac{5}{d^7}\frac{113}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 70} =$

$= \frac{1}{d^3}\frac{1}{2\cdot 2\cdot 3\cdot 3} + \frac{1}{d^5}\frac{3}{2\cdot 5\cdot 2\cdot 2\cdot 2} + \frac{1}{d^7}\frac{113}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 2\cdot 7} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{9}\frac{1}{d^3} + \frac{3}{20}\frac{1}{d^5} + \frac{113}{4\cdot 6\cdot 7}\frac{1}{d^7}\right] = J_1(d)$

$A(d) = -\frac{\gamma}{2\pi}M_S\pi^2 2\beta\left[\frac{1}{9}\frac{1}{d^3} + \frac{3}{20}\frac{1}{d^5} + \frac{1}{d^7}\frac{113}{448}\right]$, $J_1(d) \sim A(d)$ Осс. время d^7 очень.

$J_2(d) = \frac{3}{d^3}P_2 + \frac{5}{d^5}P_4 + \frac{7}{d^7}P_6 = \frac{3}{d^3}\frac{1}{36} + \frac{5}{d^5}\frac{1}{80} + \frac{7}{d^7}\frac{113}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 10} = \frac{1}{d^3}\frac{1}{2\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{d^5}\frac{1}{2^4} + \frac{1}{d^7}\frac{113}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 2\cdot 5}$

$J_2(d) = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{3}\frac{1}{d^3} + \frac{1}{4}\frac{1}{d^5} + \frac{1}{d^7}\frac{113}{120}\right]$, $B(d) = -\frac{\gamma}{2\pi}M_S\pi^2 2\beta\left[\frac{1}{3}\frac{1}{d^3} + \frac{1}{4}\frac{1}{d^5} + \frac{1}{d^7}\frac{113}{320}\right]$

$-B(d) = -\frac{\gamma}{2\pi}M_S 2\pi^2\beta + 4J_2(d)$, $\to A(d) = -\frac{\gamma}{2\pi}M_S 2\pi^2\beta + 4J_1(d)$ – сдвиг max и Осс. compl. интервалов.

Полюсная структура $P_1P_2P_3 = +1$ в ... не $A, B, \ldots$ ν_1, ν_2

$\omega_R(P=+1)$ Вторая точка перегиба $A \sim J_2 \sim \nu_1$. Полюсная $\nu_2 = 0$ при бесконечности. $R(\omega) \sim 18/18$ $(P_1 = P_2 = P_3 = 1)$

$A_1(\omega) = -\gamma_1\begin{vmatrix} 0 & -\nu_1 & 0 & -\nu_1 \\ \omega_0-\omega & 0 & -\nu_1 & 0 \\ 0 & \omega_0+\omega & 0 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & 0 & \omega_0-\omega & 0 \end{vmatrix} - \gamma_2\begin{vmatrix} \omega_0+\omega & 0 & 0 & -\nu_1 \\ 0 & \omega_0-\omega & -\nu_1 & 0 \\ 0 & -\nu_1 & \omega_0+\omega & 0 \\ -\nu_1 & 0 & 0 & \omega_0-\omega \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \omega_0+\omega & 0 & -\nu_1 & 0 \\ 0 & \omega_0-\omega & 0 & -\nu_1 \\ 0 & -\nu_1 & \omega_0+\omega & 0 \\ -\nu_1 & 0 & 0 & \omega_0-\omega \end{vmatrix}$ $(\omega_0+\omega) =$

Escaneado con CamScanner

$$= -\nu_1\left[\nu_1\begin{vmatrix}\omega_0-\omega & -\nu_1 & 0\\ 0 & 0 & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0-\omega & 0\end{vmatrix} + \nu_1\begin{vmatrix}\omega_0-\omega & 0 & -\nu_1\\ 0 & \omega_0+\omega & 0\\ -\nu_1 & 0 & \omega_0-\omega\end{vmatrix}\right] - \nu_1\left[(\omega_0+\omega)\begin{vmatrix}\omega_0-\omega & -\nu_1 & 0\\ 0 & 0 & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0-\omega & 0\end{vmatrix} + \right.$$

$$\left. +\nu_1\begin{vmatrix}0 & \omega_0-\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & 0\\ 0 & -\nu_1 & \omega_0-\omega\end{vmatrix}\right] + (\omega_0+\omega)\left[(\omega_0+\omega)\begin{vmatrix}\omega_0-\omega & 0 & -\nu_1\\ 0 & \omega_0+\omega & 0\\ -\nu_1 & 0 & \omega_0-\omega\end{vmatrix} - \nu_1\begin{vmatrix}0 & \omega_0-\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & 0\\ 0 & -\nu_1 & \omega_0-\omega\end{vmatrix}\right] =$$

$$= -\nu_1\left[-\nu_1^2\begin{vmatrix}\omega_0-\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} + \nu_1\left\{(\omega_0^2-\omega^2)(\omega_0-\omega)-\nu_1^2(\omega_0+\omega)\right\} - (\omega_0+\omega)\nu_1\begin{vmatrix}\omega_0-\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0-\omega\end{vmatrix} + \right.$$

$$\left. +\nu_1^2\begin{vmatrix}\omega_0-\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0-\omega\end{vmatrix}\right] + \left[(\omega_0+\omega)^2\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0-\omega\end{vmatrix} - \nu_1^2\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0-\omega\end{vmatrix}\right](\omega_0+\omega) =$$

$$= -\nu_1\left[-\nu_1^2\left\{(\omega_0-\omega)^2-\nu_1^2\right\} + \nu_1(\omega_0+\omega)\left\{(\omega_0-\omega)^2+\nu_1^2\right\} - (\omega_0+\omega)\nu_1\left\{(\omega_0-\omega)^2-\nu_1^2\right\} + \right.$$

$$\left. +\nu_1^2\left\{(\omega_0-\omega)^2-\nu_1^2\right\}\right] + (\omega_0+\omega)\left[(\omega_0+\omega)^2-\nu_1^2\right]\left[(\omega_0-\omega)^2-\nu_1^2\right] = (\omega_0+\omega)\left[(\omega_0+\omega)^2-\nu_1^2\right]\left[(\omega_0-\omega)^2-\nu_1^2\right]$$

$$A_3(\omega) = \begin{vmatrix}0 & \omega_0+\omega & -\nu_1 & 0 & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & 0 & -\nu_1 & 0\\ 0 & -\nu_1 & \omega_0+\omega & 0 & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & 0 & \omega_0-\omega & 0\\ 0 & -\nu_1 & -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} = \nu_1\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & -\nu_1 & 0 & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0+\omega & 0 & -\nu_1\\ 0 & 0 & \omega_0-\omega & 0\\ -\nu_1 & -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} - \nu_1\begin{vmatrix}0 & \omega_0+\omega & -\nu_1 & -\nu_1\\ 0 & -\nu_1 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -\nu_1 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix}$$

$$= \nu_1(\omega_0-\omega)\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & -\nu_1 & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} + \nu_1^2\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & -\nu_1 & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} = \left[\nu_1(\omega_0-\omega)+\nu_1^2\right] \cdot$$

$$\cdot\left[(\omega_0+\omega)^3 - 2\nu_1^3 - 3\nu_1^2(\omega_0+\omega)\right] = \nu_1(\omega_0-\omega+\nu_1)\left[(\omega_0+\omega)^3 - 3\nu_1^2(\omega_0+\omega) - 2\nu_1^3\right]$$

$$A_5(\omega) = \begin{vmatrix}0 & \omega_0+\omega & 0 & -\nu_1 & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & \omega_0-\omega & 0 & 0\\ 0 & -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & -\nu_1 & 0 & 0\\ 0 & -\nu_1 & 0 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} = \nu_1\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & 0 & -\nu_1 & -\nu_1\\ 0 & \omega_0-\omega & 0 & 0\\ -\nu_1 & 0 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} + \nu_1\begin{vmatrix}0 & \omega_0+\omega & -\nu_1 & -\nu_1\\ -\nu_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -\nu_1 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ 0 & -\nu_1 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix}$$

$$= \nu_1(\omega_0-\omega)\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & -\nu_1 & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} + \nu_1^2\begin{vmatrix}\omega_0+\omega & -\nu_1 & -\nu_1\\ -\nu_1 & \omega_0+\omega & -\nu_1\\ -\nu_1 & -\nu_1 & \omega_0+\omega\end{vmatrix} = \nu_1\left[\omega_0-\omega+\nu_1\right]\left\{(\omega_0+\omega)^3 - 3\nu_1^2(\omega_0+\omega) - 2\nu_1^3\right\}$$

$$R(\omega) = (\omega_0-\omega)A_1 - \nu_1 A_3 - \nu_1 A_5 = (\omega_0^2-\omega^2)\left[(\omega_0+\omega)^2-\nu_1^2\right]\left[(\omega_0-\omega)^2-\nu_1^2\right] - 2\nu_1^2(\omega_0-\omega+\nu_1) \cdot$$

$$\cdot\left[(\omega_0+\omega)^3 - 3\nu_1^2(\omega_0+\omega) - 2\nu_1^3\right], \quad (\omega_0+\omega-\nu_1)^3 = (\omega_0+\omega)^3 - 3(\omega_0+\omega)^2\nu_1 + 3(\omega_0+\omega)\nu_1^2 - \nu_1^3$$

$$R(\omega) = (\cdot)\cdot\left[(\omega_0+\omega-\nu_1)^3 + 3(\omega_0+\omega)^2\nu_1 - 3\nu_1^2(\omega_0+\omega) + \nu_1^3 - 3\nu_1^3(\omega_0+\omega) - 2\nu_1^3\right] =$$

$$= (\cdot) - 2\nu_1^2(\omega_0-\omega+\nu_1)\left[(\omega_0+\omega-\nu_1)^3 - \nu_1^3 - 6\nu_1^2(\omega_0+\omega) + 3\nu_1(\omega_0+\omega)^2\right] =$$

$$= (\cdot) - 2\nu^2(\omega_0-\omega+\nu)\left[(\omega_0+\omega-\nu)^3 - \nu^3 + 3\nu(\omega_0+\omega-\nu)^2 - 3\nu^3\right]$$ — ? Видно 6 A_3 или A_5 отличен.

При $p_1p_2p_3=+1$, $\omega_n = \omega_0 + O(\nu)$ и отнош. $\frac{\text{член}}{\text{член}} \sim \nu^2(\omega-\omega_0+\nu) \sim \nu^3$. $\omega_0 = \frac{5}{9\pi}\omega_M\beta\pi M_s$

При $\nu/\omega_0 \ll 1$ linear approx. $R(\omega) \simeq (\omega_0^2-\omega^2)\left[(\omega_0+\omega)^2-\nu_1^2\right]\left[(\omega_0-\omega)^2-\nu_1^2\right] = 0$

корни $(\omega-\omega_0)^2 = \nu_1^2$, при $\omega > \omega_0$ $\omega = \omega_0 + |\nu_1|$. при $\omega < \omega_0$, $\omega_0 - \omega = |\nu_1|$

кратный корень $\omega_{1,3} = \omega_0 + |\nu_1|$ двойной. Осс. $\omega_{1,3} = \omega_0 - A$, $A<0$. $\nu_1 = -A$!

Зн, $\nu_1 = \frac{\beta\omega_M}{(\omega_0)^0}J_1 = \beta\,4\pi M_s\,J_1 = -A$, и здесь $A(d) = -\gamma\,4\pi M_s\,\beta\,J_1(d) = -\beta\omega_M J_1(d)$

Замена $x \to \omega_0$ в осталных ω_n тоже верно. ($A = -\beta\omega_M J_1$, $B = -\beta\omega_M J_2$)

$$\begin{cases}\nu_1/\omega_0 = \dfrac{\beta\omega_M J_1}{(5/9\pi)\omega_M\beta} = \dfrac{9\pi}{5}J_1 = \dfrac{9\pi}{5}\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{9}\dfrac{1}{d^3} + \dfrac{3}{20}\dfrac{1}{d^5} + \cdots\right] \approx \dfrac{\pi}{20}\dfrac{1}{d^3} \approx \dfrac{\pi}{20}\dfrac{1}{2^3} \ll 1 \ (0.02 \text{ при } d=2)\\ \nu_2/\omega_0 = \dfrac{\beta\omega_M J_2}{\omega_0} = \dfrac{9\pi}{5}J_2 = \dfrac{9\pi}{5}\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{d^3} + \dfrac{1}{4}d^{-5} + \cdots\right] \simeq \dfrac{3\pi}{20}\dfrac{1}{d^3} \approx \dfrac{3\pi}{20}\dfrac{1}{8} \approx 0.06 \text{ при } d=2.\end{cases}$$

т.е. $\nu_1/\omega_0 = |A|/\omega_0$ и $\nu_2/\omega_0 = |B|/\omega_0 \ll 1$ очень хорошие small parameters.

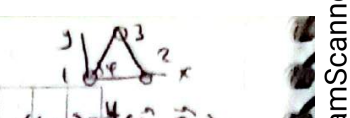
$\nu_2 = -B$, $\nu_1 = -A$; сделано в Осс. параметрами. Точные d^{-7} члены в A, B не важны.

Можно $A \to B$ — это спиральное число; J_1, J_2 ... J_1, J_2

(22/IX) Сейчас ты М. Фабрес [illegible] Seminar NanoGune [illegible]

Escaneado con CamScanner

Оис. спинам 3-дел цепочки в (x,y) плоскости — см. 19/IX.



Ур-е для S_{x1}: $-i\rho_1\omega S_{x1} - \omega_0 S_{y1} + 2\beta\omega_M \sum_L \frac{P_L}{d^{L+1}}\left[L(S_{y2}+S_{y3}) - (L+1)R^y_{12}(\hat{S}_2\cdot\hat{R}_{12}) - (L+1)y_{13}(\hat{S}_3\cdot\hat{R}_{13})\right]=0$, $\vec{R}_{12}=\hat{x}$, $y_{12}=0$, $\vec{R}_{nn+1}=\frac{\vec{R}_{nn+1}}{|\vec{R}_{nn+1}|}=\frac{1}{d}\vec{R}_{nn+1}$.

$\vec{R}_{12}=\hat{x}$; $\hat{R}_{13}=\frac{1}{2}\hat{x}+\frac{\sqrt3}{2}\hat{y}$; $\vec{R}_{23}=\vec{R}_{13}-\vec{R}_{12}=-\frac{1}{2}\hat{x}+\frac{\sqrt3}{2}\hat{y}$. $y_{13}=\frac{\sqrt3}{2}$, $y_{12}=0$

S_{x1}: $(-i\rho_1\omega S_{x1} - \omega_0 S_{y1} + 2\beta\omega_M \sum_L \frac{A_L}{d^{L+1}}\left[L(S_{y2}+S_{y3}) - (L+1)\frac{\sqrt3}{2}\left(S_{3x}\frac{1}{2}+S_{3y}\frac{\sqrt3}{2}\right)\right]=0$

Коэф. при S_{y2}: $2\beta\omega_M\sum_L \frac{LP_L}{d^{L+1}} = -A_{12} - B_{12} = -A-B$ в Оис. обозн.

Коэф. при S_{x3}: $2\beta\omega_M \sum_L \frac{LP_L}{d^{L+1}}(L+1)(-1)\frac{\sqrt3}{4} = B_{13}\sin 2\varphi = B\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt3}{2}B$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$

Коэф. при S_{y3}: $2\beta\omega_M\sum_L \frac{P_L}{d^{L+1}}\left[L-(L+1)\frac{3}{4}\right] = -A_{13} - B_{13}\cos 2\varphi_{13} = -A-B\cos(2\varphi) = -A+B\frac{1}{2}$.

$A+B = -2\beta\omega_M\sum_L \frac{LP_L}{d^{L+1}}$, $-2\beta\omega_M\sum_L \frac{P_L(L+1)}{d^{L+1}}\cdot\frac{1}{2} = B$, $-2\beta\omega_M\frac{1}{4}\sum_L\frac{(L-3)P_L}{d^{L+1}} = A+\frac{B}{2}$

Откуда $B = -\beta\omega_M\sum_L\frac{(L+1)P_L}{d^{L+1}} = -\beta\omega_M J_2$, $A = -2\beta\omega_M\sum_L\frac{LP_L}{d^{L+1}} + \beta\omega_M\sum_L\frac{(L+1)P_L}{d^{L+1}} = -\beta\omega_M\sum_L\frac{(L-1)P_L}{d^{L+1}}$

$A = -\beta\omega_M J_1$, $A-\frac{B}{2} = -\beta\omega_M\left(J_1-\frac{1}{2}J_2\right) = -\beta\omega_M\sum_L\frac{P_L}{d^{L+1}}\left[(L-1)-\frac{1}{2}(L+1)\right] = -\frac{1}{2}\beta\omega_M\sum_L\frac{(L-3)P_L}{d^{L+1}}$

Соотнош. $A=-\beta\omega_M J_1$, $B=-\beta\omega_M J_2$ подтверждено. В Оис. $J_1=\sum_L\frac{(L-1)}{d^{L+1}}P_L$, $J_2=\sum_L\frac{(L+1)P_L}{d^{L+1}}$

В Оис. $A(d)$, $B(d)$, коэф. при d^{-7} отлич. от J_1, J_2, т.к. d^{-7} дает вклад в $\omega_n \sim 1\%$ при $d\to 2^+$. — пренебрежем,

Сек. ур. $R(\omega) = (\omega^2-\omega_1^2)(\omega^2-\omega_2^2)(\omega^2-\omega_3^2) = \omega^6 + \left[-\omega_1^2-\omega_2^2-\omega_3^2\right]\omega^4 + \left[\omega_1^2\omega_2^2+\omega_2^2\omega_3^2+\omega_1^2\omega_3^2\right]\omega^2 - \omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 = 0$. Оис. $\omega^6+a_1\omega^4+a_2\omega^2+a_3=0$ Имеем $\rho_1\rho_2\rho_3=+1$.

$a_1 = -\omega_1^2-\omega_2^2-\omega_3^2 = -(A-\omega_0)^2+4B^2-2\omega_0^2-2A\omega_0+2B^2-5A^2 = -3\omega_0^2-6A^2+6B^2$.

У Оис. $a_1 = -3\omega_0^2+2A^2-2B^2$? неверно, если ее $\omega_{1,2,3}$ — верны.

Из Оис. ошибка либо в a_1, либо в $\omega_1\omega_2\omega_3$ ($\rho_1\rho_2\rho_3=+1$ case). a_2, a_3 не проверял.

Matrix yD S_n-S_n иногда нужн. 18/IX. Попробуем через block matrices.

→ $\det\begin{pmatrix}\hat{A}&\hat{B}\\ \hat{C}&\hat{D}\end{pmatrix} = \det(\hat{A})\det(\hat{D}-\hat{C}\hat{A}^{-1}\hat{B})$, если $\det(\hat{A})\neq 0$, $F=CA^{-1}B$

$\hat{A} = \begin{pmatrix}1-\omega\rho_1 & 0 & -\nu_1\\ 0 & 1+\omega\rho_1 & \nu_2\\ -\nu_1 & \nu_2 & 1-\omega\rho_2\end{pmatrix}$, $\det(\hat{A}) = (1-\omega^2)(1-\omega\rho_2)-\nu_1^2(1+\omega\rho_1)-\nu_2^2(1-\omega\rho_1)\neq 0$

$(A^{-1})_{ij} = \frac{1}{\det A}C_{ji}$, $C_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$ (M_{ij} — минор)

$C_{11} = M_{11} = \begin{vmatrix}1+\omega\rho_1 & \nu_2\\ \nu_2 & 1-\omega\rho_2\end{vmatrix} = 1-\omega^2-\nu_2^2$; $C_{12} = (-1)M_{12} = (-1)\begin{vmatrix}0 & \nu_2\\ -\nu_1 & 1-\omega\rho_2\end{vmatrix} = -\nu_1\nu_2$

$C_{13} = M_{13} = \begin{vmatrix}0 & 1+\omega\rho_1\\ -\nu_1 & \nu_2\end{vmatrix} = \nu_1(1+\omega\rho_1)$; $C_{21} = (-1)M_{21} = (-1)\begin{vmatrix}0 & -\nu_1\\ \nu_2 & 1-\omega\rho_2\end{vmatrix} = -\nu_1\nu_2$

$C_{22} = M_{22} = \begin{vmatrix}1-\omega\rho_1 & -\nu_1\\ -\nu_1 & 1-\omega\rho_2\end{vmatrix} = (1-\omega\rho_1)(1-\omega\rho_2)-\nu_1^2$.

$C_{23} = (-1)M_{23} = (-1)\begin{vmatrix}1-\omega\rho_1 & 0\\ -\nu_1 & \nu_2\end{vmatrix} = -\nu_2(1-\omega\rho_1)$; $C_{31} = M_{31} = \begin{vmatrix}0 & -\nu_1\\ 1+\omega\rho_1 & \nu_2\end{vmatrix} = \nu_1(1+\omega\rho_1)$

$C_{32} = (-1)M_{32} = (-1)\begin{vmatrix}1-\omega\rho_1 & -\nu_1\\ 0 & \nu_2\end{vmatrix} = -\nu_2(1-\omega\rho_1)$; $C_{33} = M_{33} = \begin{vmatrix}1-\omega\rho_1 & 0\\ 0 & 1+\omega\rho_1\end{vmatrix} = 1-\omega^2$

C_{ij} — алгебраич. $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}1-\omega^2-\nu_2^2 & -\nu_1\nu_2 & \nu_1(1+\omega\rho_1)\\ -\nu_1\nu_2 & (1-\omega\rho_2)(1-\omega\rho_1)-\nu_1^2 & -\nu_2(1-\omega\rho_1)\\ \nu_1(1+\omega\rho_1) & -\nu_2(1-\omega\rho_1) & 1-\omega^2\end{pmatrix}$, $\hat{C}=\hat{B}^+$

$CA^{-1}B = \begin{pmatrix}\nu_2 & -\nu_1 & 0\\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1\\ \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13}\\ C_{21} & C_{22} & C_{23}\\ C_{31} & C_{32} & C_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_2 & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi}\\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1\\ 0 & -\nu_1 & \nu_2 e^{-i\varphi}\end{pmatrix}\frac{1}{\det A} =$

$= \begin{pmatrix}\nu_2 & -\nu_1 & 0\\ -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1\\ \nu_2 e^{-i\varphi} & -\nu_1 & \nu_2 e^{i\varphi}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_2 C_{11}-\nu_1 C_{12} & -\nu_1 C_{11}+\nu_2 e^{-i\varphi}C_{12}-\nu_1 C_{13} & C_{11}\nu_2 e^{i\varphi}-\nu_1 C_{12}+\nu_2 e^{-i\varphi}C_{13}\\ C_{21}\nu_2-\nu_1 C_{22} & -\nu_1 C_{21}+\nu_2 e^{-i\varphi}C_{22}-\nu_1 C_{23} & C_{21}\nu_2 e^{i\varphi}-\nu_1 C_{22}+\nu_2 e^{-i\varphi}C_{23}\\ C_{31}\nu_2-\nu_1 C_{32} & -\nu_1 C_{31}+\nu_2 e^{-i\varphi}C_{32}-\nu_1 C_{33} & C_{31}\nu_2 e^{i\varphi}-\nu_1 C_{32}+\nu_2 e^{-i\varphi}C_{33}\end{pmatrix}$

$D = \begin{pmatrix}1+\omega\rho_2 & \nu_2 e^{i\varphi} & -\nu_1\\ \nu_2 e^{-i\varphi} & 1-\omega\rho_2 & 0\\ -\nu_1 & 0 & 1+\omega\rho_3\end{pmatrix}$, $A^{-1}B \approx \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}\nu_2 C_{11} & -\nu_1 C_{11} & C_{11}\nu_2 e^{i\varphi}\\ -\nu_1 C_{22} & \nu_2 e^{-i\varphi}C_{22} & -\nu_1 C_{22}\\ 0 & -\nu_1 C_{33} & \nu_2 e^{-i\varphi}C_{33}\end{pmatrix}+O(\nu^3)$ — $\nu_j<1$

— опис. нижн. берд $\det\hat{A}\sim\nu^2$, из-за $\omega_n = 1+\alpha\nu_1+\beta\nu_2$, и надо удерж. члены $\sim\nu^2$ в $A^{-1}B$, сами хотим поправки $\sim\nu$ в ω_n. $\hat{C}\neq\hat{D}$. Т.е. можно предположить, что $C_{12}=C_{21}=-\nu_1\nu_2$

$$\det\hat{A}\left[C\hat{A}^{-1}B\right] = \begin{pmatrix} v_2 & -v_1 & 0 \\ -v_1 & v_2 e^{i\varphi} & -v_1 \\ v_2 e^{i\varphi} & -v_1 & v_2 e^{i\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 C_{11} & -v_1(C_{11}+C_{13}) & v_2(C_{11}e^{i\varphi}+C_{13}e^{-i\varphi}) \\ -v_1 C_{22} & v_2 e^{i\varphi}C_{22} - v_1 C_{23} & -v_1 C_{22} + v_2 e^{-i\varphi} C_{23} \\ C_{31}v_2 - C_{32}v_1 & -v_1(C_{31}+C_{33}) + v_2 e^{i\varphi} C_{32} & C_{31}v_2 e^{i\varphi} - v_1 C_{32} + v_2 e^{-i\varphi} C_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} v_2^2 C_{11} + v_1^2 C_{22} & -v_1 v_2 (C_{11}+C_{13}) - v_1 v_2 e^{-i\varphi} C_{22} + v_1^2 C_{23} & v_2^2(C_{11}e^{i\varphi} + C_{13}e^{-i\varphi}) + v_1^2 C_{22} - v_1 v_2 e^{-i\varphi} C_{23} \\ -v_1 v_2 C_{11} - v_1 v_2 e^{i\varphi} C_{22} + v_1^2 C_{31} + v_1^2 C_{33} & v_1^2(C_{11}+C_{13}) + v_2^2 C_{22} - v_1 v_2 e^{i\varphi} C_{23} + v_1^2 C_{31} + v_1^2 C_{33} & -v_1 v_2 (C_{11}e^{i\varphi} + C_{13}e^{-i\varphi}) - v_1 v_2 e^{i\varphi} C_{22} + v_2^2 C_{23} - v_1 v_2 e^{2i\varphi} C_{31} + v_1^2 C_{32} - v_1 v_2 e^{-i\varphi} C_{33} \\ v_2^2 e^{-i\varphi} C_{11} + v_1^2 C_{22} + v_2^2 e^{i\varphi} C_{31} - v_1 v_2 e^{i\varphi} C_{32} & v_1 v_2 e^{-i\varphi}(C_{11}+C_{33}) - v_1 v_2 e^{i\varphi} C_{22} + v_1^2 C_{23} + v_2 e^{i\varphi}(-v_1)(C_{31}+C_{33}) + v_2^2 C_{32} & v_2^2 \cdot (C_{11} + C_{13}e^{-2i\varphi}) + v_1^2 C_{22} - v_1 v_2 e^{-i\varphi} C_{23} + v_2^2 e^{2i\varphi} C_{31} - v_1 v_2 e^{i\varphi} C_{32} + v_2^2 C_{33} \end{pmatrix}$$

$$R(\omega) = \det\begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} = \det(\hat{A}) \det\left[\hat{D} - C\left(\frac{\cdot}{\det A}\right)B\right] = 0, \quad \det\frac{\hat{A}}{\lambda} = \frac{1}{\lambda^n}\det\hat{A}, \quad \hat{A} = (\cdot)_{n\times n}$$

$$R(\omega) = \det\hat{A}\det\left[\frac{1}{\det\hat{A}}\left(\hat{D}\det\hat{A} - C\tilde{A}^{-1}B\right)\right] = \det\hat{A}\det\left[\hat{D}\det\hat{A} - C\tilde{A}^{-1}B\right] = 0$$

т.к. $\det\hat{A} \neq 0$, то бер. ур-е $\det\left[\hat{D}\det\hat{A} - C\tilde{A}^{-1}B\right] = 0$, $\tilde{A}^{-1} = (\det\hat{A})\cdot\hat{A}^{-1}$.

$$\det\hat{D} = (1-\omega^2)(1+\omega\rho_2) - v_1^2(1-\omega\rho_3) - v_2^2\cdot(1+\omega\rho_3)$$

$$\det\hat{A}\cdot\det\hat{D} = \left[(1-\omega^2)(1-\omega\rho_2) - v_1^2(1+\omega\rho_1) - v_2^2(1-\omega\rho_1)\right]\left[(1-\omega^2)(1+\omega\rho_2) - v_1^2(1-\omega\rho_3) - v_2^2(1+\omega\rho_3)\right]$$

Метод block matrices дает корень $\det\begin{pmatrix}\hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{0}\end{pmatrix} = R(\omega)$ только тогда, когда $v_{1,2} \ll 1$. Тогда $v_1 v_2 : v_1 = -A$, $v_2 = -B$ Окс. $v_{1,2} > 0$ уравнение.

(23/IX) С.П. и Ю. за информацию Ант. в Cityhall и „Lidl". E-mail to Krawczyk по поводу RISE-grant. Анализ новых документов A. application на MPI/FHI stipend. New ARB papers. Написание 3-dot cluster paper, сравн. с exp. Wang-AFM 294.

$$\det\hat{C} = \det\begin{vmatrix} v_2 & -v_1 & 0 \\ -v_1 & v_2 e^{i\varphi} & -v_1 \\ v_2 e^{-i\varphi} & -v_1 & v_2 e^{i\varphi} \end{vmatrix} = v_2^3 e^{i2\varphi} + v_1^2 v_2 e^{-i\varphi} - v_1^2 v_2 e^{i\varphi} - v_1^2 v_2 =$$

$$= v_2\left[v_2^2 e^{i2\varphi} + v_1^2(e^{-i\varphi} - e^{i\varphi} - 1)\right]$$

$$\det\begin{pmatrix}\hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D}\end{pmatrix} = \det\hat{A}\cdot\det\left[\hat{D} - \hat{C}\hat{A}^{-1}\hat{B}\right] = \det\hat{A}\cdot\det\hat{C}\cdot\det\left[\hat{C}^{-1}\hat{D} - \hat{A}^{-1}\hat{B}\right], \quad \det(AB) = \det A\cdot\det B$$

Находим $\hat{C}^{-1}$. $(\hat{C}^{-1})_{ij} = \frac{1}{\det\hat{C}}(-1)^{i+j}M_{ij}$. $M_{11} = \begin{vmatrix} v_2 e^{i\varphi} & -v_1 \\ -v_1 & v_2 e^{i\varphi} \end{vmatrix} = v_2^2 e^{2i\varphi} - v_1^2$.

$M_{12} = \begin{vmatrix} -v_1 & -v_1 \\ v_2 e^{-i\varphi} & v_2 e^{i\varphi} \end{vmatrix} = -v_1 v_2 e^{i\varphi} + v_1 v_2 e^{-i\varphi}$, $M_{21} = \begin{vmatrix} -v_1 & 0 \\ -v_1 & v_2 e^{i\varphi} \end{vmatrix} = -v_1 v_2 e^{i\varphi}$.

$(C^{-1}) \neq B$, но $C = B^+$, т.е. $B^+ \neq B^{-1}$.

$R(\omega) = \det A\cdot\det C\cdot\det(C^{-1}D - A^{-1}D) = 0$ может быть упрощено.

(24/IX) Подготовка мед personal data для MEC-grant appl. Ду Аргентуа. E-mails to Krawczyk-RISE, M. Fähnle и Jean Marie Bonnin. С.А. в Дюссельдорф для Jörg Quenda и депозит 10€. Работа над TM-dot cluster MS.

(25/IX) Снято 110€ in Santander и послано Л. Карлов WU. Перевод в Киев 100€. подгот.-подача Ант. application на MPI/FHI stipend от Basque Country.

$\hat{\Gamma}\vec{S} = 0$, $\hat{\Gamma} = \hat{A} + \varepsilon\hat{X}$, $\varepsilon \sim v_1 v_2 \ll 1$. $\det\hat{\Gamma} = \det(\hat{A} + \varepsilon\hat{X}) = \det\hat{A}\,\mathrm{tr}(\hat{A}^{-1}\hat{X})\varepsilon + O(\varepsilon^2)$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1-\omega\rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+\omega\rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\omega\rho_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\omega\rho_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\omega\rho_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\omega\rho_3 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon\hat{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v_1\rho_1 & v_2\rho_1 & -v_1\rho_1 & v_2\rho_1 e^{i\varphi} \\ 0 & 0 & -v_2\rho_1 & v_1\rho_1 & -v_2\rho_1 e^{-i\varphi} & v_1\rho_1 \\ -v_1\rho_2 & v_2\rho_2 & 0 & 0 & -v_1\rho_2 & \rho_2 v_2 e^{-i\varphi} \\ -v_2\rho_2 & v_1\rho_2 & 0 & 0 & -v_2\rho_2 e^{i\varphi} & v_1\rho_2 \\ -v_1\rho_3 & v_2\rho_3 e^{i\varphi} & -v_1\rho_3 & v_2\rho_3 e^{-i\varphi} & 0 & 0 \\ -v_2\rho_3 e^{-i\varphi} & v_1\rho_3 & -v_2\rho_3 e^{i\varphi} & v_1\rho_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} (1-\omega^2)^2(1+\omega\rho_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\cdot)(1-\omega\rho_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\cdot)(1+\omega\rho_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\cdot)(1+\omega\rho_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\cdot)(1-\omega\rho_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (\cdot)(1-\omega\rho_3) \end{pmatrix}$$

См. Le Verrier theorem.

$\mathrm{tr}\,\varepsilon A^{-1}X\cdot\det A = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 1+\omega\rho_1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1-\omega\rho_1 & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}\varepsilon\hat{X} = \mathrm{tr}\begin{pmatrix} 0 & & \\ & \ddots & \\ & & \ddots \end{pmatrix} = 0$, $\det\hat{\Gamma}$ не содержит членов $\sim v_{1,2}$

Если $\hat{\Gamma}$ содержит чл. $\sim v^2, v^3, \ldots$, то могут быть линейные по $v_{1,2}$.

Можно выделить $\det[\hat{A} + \varepsilon\hat{X}] = \det\hat{A}\left[1 + \mathrm{tr}(A^{-1}X)\varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon^2\mathrm{tr}(A^{-1}XA^{-1}X)\right] + O(\varepsilon^3)$

$A + \varepsilon X = A(1 + \varepsilon A^{-1}X)$, тогда $\det[A+\varepsilon X] = \det A\left[1 + \mathrm{tr}(A^{-1}X)\varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon^2\mathrm{tr}(A^{-1}XA^{-1}X)\right]$

Escaneado con CamScanner

ξ^2 - член в $\det[A+\varepsilon X]$ разложения будет при $\mathrm{tr}(A^{-1}X)=0$.

$$\varepsilon A^{-1}X = \frac{(1-\omega^2)^3}{\det A}\begin{pmatrix} 1+\omega\rho_1 & & & & & & \\ & 1-\omega\rho_1 & & & & & \\ & & 1+\omega\rho_2 & & & & \\ & & & 1-\omega\rho_2 & & & \\ & & & & 1+\omega\rho_3 & & \\ & & & & & 1-\omega\rho_3 & \\ & & & & & & \end{pmatrix} \varepsilon X = \left|\begin{array}{l}\delta_n = 1+\omega\rho_n \\ \bar\delta_n = 1-\omega\rho_n\end{array}\right| =$$

ρ_n лежат на диагонали A, остальные элементы

$$= \frac{(1-\omega^2)^3}{\det A}\begin{pmatrix} 0 & 0 & \nu_1\rho_1\delta_1 & \nu_1\rho_1\bar\delta_1 & \nu_2\rho_1\bar\delta_2 & \nu_2\rho_1\delta_2 & \nu_3\rho_1\bar\delta_3 & \nu_3\rho_1\delta_3 \\ 0 & 0 & \nu_1\rho_1\bar\delta_1 & \nu_1\rho_1\delta_1 & \nu_2\rho_1\delta_2 & \nu_2\rho_1\bar\delta_2 & \nu_3\rho_1\delta_3 & \nu_3\rho_1\bar\delta_3 \\ \nu_1\rho_2\delta_1 & \nu_1\rho_2\bar\delta_1 & 0 & 0 & \nu_2\rho_2\bar\delta_2 & \nu_2\rho_2\delta_2 & \nu_3\rho_2\bar\delta_3 & \nu_3\rho_2\delta_3 \\ \nu_1\rho_2\bar\delta_1 & \nu_1\rho_2\delta_1 & 0 & 0 & \nu_2\rho_2\delta_2 & \nu_2\rho_2\bar\delta_2 & \nu_3\rho_2\delta_3 & \nu_3\rho_2\bar\delta_3 \\ \nu_1\rho_3\delta_1 & \nu_1\rho_3\bar\delta_1 & \nu_2\rho_3\bar\delta_2 & \nu_2\rho_3\delta_2 & 0 & 0 & \nu_3\rho_3\bar\delta_3 & \nu_3\rho_3\delta_3 \\ \nu_1\rho_3\bar\delta_1 & \nu_1\rho_3\delta_1 & \nu_2\rho_3\delta_2 & \nu_2\rho_3\bar\delta_2 & 0 & 0 & \nu_3\rho_3\delta_3 & \nu_3\rho_3\bar\delta_3 \end{pmatrix} \varepsilon X = \left|\begin{array}{l}\delta_n = 1+\omega\rho_n \\ \bar\delta_n = 1-\omega\rho_n\end{array}\right| =$$

$$\det(A+\varepsilon X) = \det A\left[1 - \frac12\left\{\nu_1^2\left(2\rho_1\rho_2\delta_1\bar\delta_2 + 2\rho_1\rho_3\delta_1\bar\delta_3 + 2\rho_1\rho_2\bar\delta_1\delta_2 + 2\rho_1\rho_3\bar\delta_1\delta_3 + 2\rho_2\rho_3\delta_2\bar\delta_3 + 2\rho_2\rho_3\bar\delta_2\delta_3\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \nu_2^2\left(2\rho_1\rho_2\delta_1\bar\delta_2 + 2\rho_1\rho_3\delta_1\bar\delta_3 + 2\rho_1\rho_2\bar\delta_1\delta_2 + 2\rho_1\rho_3\bar\delta_1\delta_3 + 2\rho_2\rho_3\delta_2\bar\delta_3 + 2\rho_2\rho_3\bar\delta_2\delta_3\right)\right\}\right] \frac{(1-\omega^2)^4}{(\det A)^2}$$

$$= \det A\left[1 - \nu_1^2\left(\rho_1\rho_2\delta_1\bar\delta_2 + \rho_1\rho_3\delta_1\bar\delta_3 + \rho_1\rho_2\bar\delta_1\delta_2 + \rho_1\rho_3\bar\delta_1\delta_3 + \rho_2\rho_3\delta_2\bar\delta_3 + \rho_2\rho_3\bar\delta_2\delta_3\right) + \right.$$

$$\left. + \nu_2^2\left(\rho_1\rho_2\delta_1\bar\delta_2 + \rho_1\rho_3\delta_1\bar\delta_3 + \rho_1\rho_2\bar\delta_1\delta_2 + \rho_1\rho_3\bar\delta_1\delta_3 + \rho_2\rho_3\delta_2\bar\delta_3 + \rho_2\rho_3\bar\delta_2\delta_3\right)\right]$$

$\lambda = (1-\omega^2)^4/(\det A)^2 = (1-\omega^2)^4/(1+\omega^2)^{3\cdot2} = (1-\omega^2)^2$, $\det A = (1-\omega^2)^3$

$$\det(A+\varepsilon X) = (1-\omega^2)\left[(1-\omega^2)^2 - \nu_1^2(\cdot) + \nu_2^2(\cdot)\right] = 0 \qquad (1-\omega^2)^2 - \nu_1^2(\cdot) + \nu_2^2(\cdot) = 0$$

$$\delta_1\delta_2 + \bar\delta_1\bar\delta_2 = (1+\omega\rho_1)(1+\omega\rho_2) + (1-\omega\rho_1)(1-\omega\rho_2) = 2 + 2(\rho_1\rho_2)\omega^2 = 2\left[1+\rho_1\rho_2\omega^2\right]$$

$$\delta_1\bar\delta_2 + \bar\delta_1\delta_2 = (1+\omega\rho_1)(1-\omega\rho_2) + (1-\omega\rho_1)(1+\omega\rho_2) = 2\left[1-\rho_1\rho_2\omega^2\right]$$

$$\sum'_{nn'}\rho_n\rho_{n'}\left(\delta_n\bar\delta_{n'} + \bar\delta_n\delta_{n'}\right) = 2\rho_1\rho_2\left(1+\rho_1\rho_2\omega^2\right) + 2\rho_1\rho_3\left(1+\rho_1\rho_3\right)\omega^2 + 2\rho_2\rho_3\left(1+\rho_2\rho_3\omega^2\right) =$$

$$\sum'_{nn'}\rho_n\rho_{n'}\left(\delta_n\bar\delta_{n'} + \bar\delta_n\delta_{n'}\right) = 2\left\{\rho_1\rho_2 + \rho_2\rho_3 + \rho_1\rho_3\right\} + 6\omega^2 \qquad P_2' = \rho_1\rho_2 + \rho_2\rho_3 + \rho_1\rho_3$$

$$R(\omega) = \det(A+\varepsilon X) = (1-\omega^2)\left[(1-\omega^2)^2 - 2\nu_1^2\left(P^1 + 3\omega^2\right) + 2\nu_2^2\left(P^1 - 3\omega^2\right)\right] = 0$$

$$1 - 2\omega^2 + \omega^4 - 2P^1\left(\nu_1^2 - \nu_2^2\right) - 6\left(\nu_1^2 + \nu_2^2\right)\omega^2 = 0$$

$$\omega_n^2 = 1 + \alpha\nu_1 + \beta\nu_2, \qquad (\alpha\nu_1 + \beta\nu_2)^2 - 6(\nu_1^2+\nu_2^2)(1+\alpha\nu_1+\beta\nu_2) - 2P^1(\nu_1^2-\nu_2^2) = 0$$

$$\alpha^2\nu_1^2 + 2\alpha\beta\nu_1\nu_2 + \beta^2\nu_2^2 - 6(\nu_1^2+\nu_2^2) - 2P^1(\nu_1^2-\nu_2^2) = 0$$

ν_1^2: $\alpha^2 - 6 - 2P^1 = 0$; $\nu_1\nu_2$: $\alpha\beta = 0$; ν_2^2: $\beta^2 - 6 + 2P^1 = 0$

$$3 = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3, \qquad 3^2 = 3 + 2P^1, \quad P^1 = \frac12(3^2-3) = \left\{\begin{array}{l}3, & 3^2 = 9 \\ -1, & 3^2 = 1\end{array}\right\}$$

$$\alpha^2 = 2(3+P^1) = \left\{\begin{array}{l}12\\4\end{array}\right\}, \quad \beta^2 = 2(3-P^1) = \left\{\begin{array}{l}0\\8\end{array}\right\} \to \text{отсюда } \alpha^2 = 12,\ \beta^2 = 0,\ P^1 = 3.$$

$\omega_n^2 = 1 + 2\sqrt3\,\nu_1$; $\omega_n = 1 + \sqrt3\,\nu_1$ - и это это за корень при $P^1=3$ (↑↑↑)??

Вне: equations give $\omega_{2,3} = 1+\nu_1$ и $\omega_2 = 1-2\nu_1$ give $\rho=+1$, $P^1=3$, $3=3$.

И где решение give $P^1=-1$, $3=1$ (↑↑↓), $\rho=-1$?

Вернемся только к $\nu_{1,2}^2$ пересчитаем только (только ω_n с точн. до $\nu_{1,2}$.

Пусть $\hat\Gamma_{\hat S} = \omega\hat S$ ортогон. $19/IX$.

$R(\omega) = \det(\omega\hat I - \hat\Gamma) = \sum_{k=0}^{6}\omega^{6-k}(-1)^k\,\mathrm{tr}(\Lambda^k\hat\Gamma)$ - wiki - charact. polynomial

Коэф. при ω^4 ($k=2$) $a_1 = \frac{1}{2!}\begin{vmatrix}\mathrm{tr}\hat\Gamma & 1 \\ \mathrm{tr}\hat\Gamma^2 & \mathrm{tr}\hat\Gamma\end{vmatrix} = \frac12\left[(\mathrm{tr}\hat\Gamma)^2 - \mathrm{tr}(\hat\Gamma^2)\right]$

$\mathrm{tr}(\hat\Gamma^2) = 1 + \nu_1^2\rho_1\rho_2 - \nu_2^2\rho_1\rho_2 + \nu_1^2\rho_1\rho_3 - \nu_2^2\rho_1\rho_3 + \ldots = 6 + 4(\nu_1^2-\nu_2^2)P^1$

$\mathrm{tr}(\hat\Gamma) = 0$, $a_1 = -\frac12\mathrm{tr}(\hat\Gamma^2) = -3 - 2P^1(\nu_1^2-\nu_2^2)$ - верно.

$\hat\Gamma^2$ посчитай правильно.

Коэф. при ω^2 ($k=4$) $a_2 = \frac{1}{4!}\begin{vmatrix}\mathrm{tr}\hat\Gamma & 3 & 0 & 0 \\ \mathrm{tr}\hat\Gamma^2 & \mathrm{tr}\hat\Gamma & 2 & 0 \\ \mathrm{tr}\hat\Gamma^3 & \mathrm{tr}\hat\Gamma^2 & \mathrm{tr}\hat\Gamma & 1 \\ \mathrm{tr}\hat\Gamma^4 & \mathrm{tr}\hat\Gamma^3 & \mathrm{tr}\hat\Gamma^2 & \mathrm{tr}\hat\Gamma\end{vmatrix} = \left|\mathrm{tr}\hat\Gamma = 0\right| =$

$$= \frac{1}{4!}\begin{vmatrix}0 & 3 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & 2 & 0 \\ S_3 & S_2 & 0 & 1 \\ S_4 & S_3 & S_2 & 0\end{vmatrix} = \frac{1\cdot(-3)}{24}\begin{vmatrix}S_2 & 2 & 0 \\ S_3 & 0 & 1 \\ S_4 & S_2 & 0\end{vmatrix} \Rightarrow -\frac18(-1)\begin{vmatrix}S_2 & 2 \\ S_4 & S_2\end{vmatrix} = \frac18\left[S_2^2 - S_4\cdot 2\right]$$

$R(\omega) = \omega^6 + a_1\omega^4 + a_2\omega^2 + a_3$, $a_1 = -\frac12\mathrm{tr}(\hat\Gamma^2)$; $a_2 = \frac18\mathrm{tr}(\hat\Gamma^2) + \mathrm{tr}(\hat\Gamma^3)$

Escaneado con CamScanner

$a_2 = -\frac{1}{4} a_1 \operatorname{tr}(\hat{\Gamma}^2)$, если так, то ошс. a_2 должен делиться на a_1 — нет.

Надо $a_2 = \frac{1}{8}\left[\left(\operatorname{tr}(\hat{\Gamma}^2)\right)^2 - 2\operatorname{tr}(\hat{\Gamma}^4)\right]$, $\operatorname{tr}(\hat{\Gamma}^2) = 6 + 4(v_1^2 - v_2^2)P'$, $\operatorname{tr}(\hat{\Gamma}^4)$ найдем из явного вида $\hat{\Gamma}^2$. $\hat{\Gamma}^4 = \hat{\Gamma}^2 \cdot \hat{\Gamma}^2$ — легко найти $\operatorname{tr}(\hat{\Gamma}^4)$.

$\hat{\Gamma} = \begin{pmatrix} P_1 - P_1 & P_2 & 0 \\ 0 & P_2 - P_2 & P_3 - P_3 \end{pmatrix} + \varepsilon X = B + \varepsilon X$, $\Gamma^2 = B^2 + \varepsilon(BX + XB) + \varepsilon^2 X^2$

$\operatorname{tr}(\Gamma^2) = \operatorname{tr}(B^2) + 2\varepsilon \operatorname{tr}(BX) + \varepsilon^2 \operatorname{tr}(X^2)$, $B^2 = I$

$\operatorname{tr}(\Gamma^2) = 6 + \operatorname{tr}(\varepsilon^2 X^2) = 6 + 4(v_1^2 - v_2^2)P'$, $\operatorname{tr}(\varepsilon^2 X^2) = 4(v_1^2 - v_2^2)P'$.

$\Gamma^4 = \left[I + \varepsilon(BX + XB) + \varepsilon^2 X^2\right]\left[I + \varepsilon(BX + XB) + \varepsilon^2 X^2\right] = I + 2\varepsilon(BX + XB) + 2\varepsilon^2 X^2 +$

$+ \varepsilon^2 (BX + XB)^2 + \varepsilon^3 (BX + XB)X^2 + \varepsilon^3 X^2 (BX + XB) + \varepsilon^4 X^4$

$\operatorname{tr}(BX + XB)^2 = 2\operatorname{tr}(BX)^2 + 2\operatorname{tr}(X^2)$, $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$.

$\operatorname{tr}(\Gamma^4) = 6 + 2\varepsilon^2 \operatorname{tr}(X^2) + 2\operatorname{tr}(BX)^2 \varepsilon^2 + 2\operatorname{tr} X^2 \varepsilon^2 + 2\varepsilon^3 \operatorname{tr}(BX + XB)X^2 +$

$+ \varepsilon^4 \operatorname{tr}(X^4)$. Найти $\operatorname{tr}(X^2)$, $\operatorname{tr}(BX)^2$, $\operatorname{tr}(BX^3)$, $\operatorname{tr}(X^4)$.

$\operatorname{tr}(\Gamma^4) = 6 + 4\varepsilon^2 \operatorname{tr}(X^2) + 2\varepsilon^2 \operatorname{tr}[(BX)^2] + 4\varepsilon^3 \operatorname{tr}(BX^3) + \varepsilon^4 \operatorname{tr}(X^4)$.

$\operatorname{tr}(\Gamma^4) = 6 + 16(v_1^2 - v_2^2)P' + 2\varepsilon^2 \operatorname{tr}[(BX)^2] + 4\varepsilon^3 \operatorname{tr}(BX^3) + \varepsilon^4 \operatorname{tr}(X^4)$, если v^3 — знали

26/12 $R(\omega) = \omega^6 + a_1\omega^4 + a_2\omega^2 + a_3$, $\omega^2 = x$, $x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0$ — сек. ур.

a_1 — полином до v^2, a_2 — 4- до v^4, a_3 — полином до v^6.

$a_1 = -3 + R_2(v_1, v_2)$, $a_2 = 3 + R_4(v_1, v_2)$, $a_3 = -1 + R_6(v_1, v_2)$ в ед. ω_c.

$\Delta = 18 a_1 a_2 a_3 - 4a_2^3 a_3 + a_1^2 a_2^2 - 4a_2^3 - 27 a_3^2 = 18(-3 + R_2)(3 + R_4)(-1 + R_6) -$

$- 4(-3 + R_2)^3 (-1 + R_6) + (-3 + R_2)^2 (3 + R_4)^2 - 27(-1 + R_6)^2 - 4(3 + R_4)^3$

$\Delta(v_1, v_2 = 0) = 18 \cdot 9 + 4(-3)^3 (-1) + 9 \cdot 9 - 27 - 4 \cdot 3^3 = 9 \cdot 3\left[6 - 4 + 3 - 1 - 4\right] = 0 + O(v^3)$

С точн. до v^2: $\Delta = 18\left[-3R_4 + 3R_2\right][-1 + R_6] - 4\left[-27 + 3 \cdot 9 R_2\right][-1 + R_6] + (9 - 6R_2)(9 + 6R_4) -$

$- 27(1 - 2R_6) - 4(27 + 3 \cdot 9 R_4) = 18\left[-9R_6 + 3R_4 - 3R_2\right] - 4 \cdot 27\left[-R_2 - R_6\right] + 6 \cdot 9(R_4 - R_2) +$

$+ 27 \cdot 2 R_6 - 4 \cdot 3 \cdot 12 R_4 = R_2\left[-3 \cdot 18 + 4 \cdot 27 - 6 \cdot 9\right] + R_4\left[18 \cdot 3 + 6 \cdot 9 - 12 \cdot 12\right] + R_6\left[-18 \cdot 9 + 4 \cdot 27 + 27 \cdot 2\right] =$

$= R_2\left[-108 + 108\right] + R_4\left[108 - 144\right] + R_6\left[-2 \cdot 3^4 + 6 \cdot 3^3\right] = -36 R_4$.

Вот так да, $\Delta = -36 R_4 + O(v_{1,2}^4)$, R_4 взяли с точностью $v_{1,2}^2$.

$a_2 = 3 + R_4$, $R_4 = -6(v_1^2 + v_2^2) + 28(v_1^2 - v_2^2) + O(v^3)$

но можно сразу, с точн. до v^2: $a_2 = \frac{1}{8}\left[\left(\operatorname{tr}(\Gamma^2)\right)^2 - 2\operatorname{tr}(\hat{\Gamma}^4)\right] = \frac{1}{8}\left[\left\{6 + 4P'(v_1^2 - v_2^2)\right\}^2 -\right.$

$\left. - 2\left\{6 + 16P'(v_1^2 - v_2^2) + 2\varepsilon^2 \operatorname{tr}[(BX)^2]\right\}\right] = \frac{1}{8}\left[36 + 48P'(v_1^2 - v_2^2) - 12 - 32P'(v_1^2 - v_2^2) -\right.$

$\left. - 4\varepsilon^2 \operatorname{tr}[(BX)^2]\right] = 3 + 2P'(v_1^2 - v_2^2) - \frac{1}{2}\operatorname{tr}[(BX)^2]\varepsilon^2$, $\operatorname{tr}(BX)^2$ — надо посчитать.

$R_4 = 2(\beta - 3)v_1^2 + 2(\beta + 3)v_2^2$, $\beta = P_1 + P_2 + P_3$, $\beta = 3$ или $\beta = 1$.

● $\forall \beta$, $R_4 < 0$ и $\Delta = -36 R_4 > 0$ с точн. до v^2.

$\Delta_0 = a_1^2 - 3a_3 = (-3 + R_2)^2 - 3(-1 + R_6) = 9 - 6R_2 + 3 - 3R_6 = 3\left[4 - 2R_2 - R_6\right]$

Δ_0 (ошс.) $= 3\left[4 - 2\left(-2(v_1^2 - v_2^2)\beta\right) - 6(v_1^2 + v_2^2)\right] = 3\left[4 + (4\beta - 6)v_1^2 - (4\beta + 6)v_2^2\right]$

$a_3 = (v_2^2 - 1)^2 (4v_2^2 - 1) - 2v_1^2 (-3) = (1 - 2v_2^2)(4v_2^2 - 1) + 6v_1^2 = -1 + 6v_2^2 + 6v_1^2 + O(v^3)$

$R_6 = 6(v_1^2 + v_2^2) + O(v^3)$, $R_2 = -2(v_1^2 - v_2^2)P'$, $P' = P_1P_2 + P_2P_3 + P_3P_1$.

$\Delta_1 = 2a_1^3 + 9a_1a_2 + 27a_3 = 2(-3 + R_2)^3 - 9(-3 + R_2)(3 + R_4) + 27(-1 + R_6) =$

$= 2(-9 + 3 \cdot 9 R_2) - 9(-9 + 3R_2 - 3R_4) + 27(R_6 - 1) = 27 + 27R_2 + 27R_4 + 27R_6 - 27 =$

$= 27 \cdot (R_2 + R_4 + R_6) + O(v^3)$. В Δ ошибка в a_3^3 члене — нет, ошибки нет.

Надо $\Delta = 18\left[-9R_6 + 3R_4 - 3R_2\right] - 4\left[-27 + 3 \cdot 9 R_2\right][-1 + R_6] + \ldots$

$\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3 = -27\Delta < 0$, что нормально. Итак $t^3 + pt + q = 0$, $p = \frac{1}{3}(3a_2 - a_1^2)$

$x = t - \frac{1}{3}a_1$. $D = \frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{27}p^3$. $p = a_2 - \frac{1}{3}a_1^2$ $q = \frac{1}{27}\left[2a_1^3 - 9a_1a_2 + 27a_3\right]$

$p = 3 + R_4 - \frac{1}{3}(-3 + R_2)^2 = 3 + R_4 - \frac{1}{3}(9 - 6R_2) = R_4 + 2R_2 = 2(\beta - 3)v_1^2 -$

● $- 2(\beta + 3)v_2^2 - 4(v_1^2 - v_2^2)P' = -6(v_1^2 + v_2^2) + 2\beta(v_1^2 - v_2^2) - 4P'(v_1^2 - v_2^2) = -6(v_1^2 + v_2^2) +$

$+ 2(\beta - 2P')(v_1^2 - v_2^2) = \left|P' = P\beta,\ P = P_1P_2 + P_2P_3 + P_3P_1,\ \beta = P_1 + P_2 + P_3\right| = -6(v_1^2 + v_2^2) + 2\beta(1 - 2P)(v_1^2 - v_2^2)$

$D \Rightarrow q = \frac{2}{27}a_1^3 - \frac{1}{3}a_1a_2 + a_3 = \frac{2}{27}(-3 + R_2)^3 - \frac{1}{3}(-3 + R_2)(3 + R_4) - 1 + R_6 = \frac{2}{27}(-27 + 3 \cdot 9 R_2) -$

$- \frac{1}{3}(-9 - 3R_4 + 3R_2) - 1 + R_6 = -2 + 2R_2 + 3 + R_4 - R_2 - 1 + R_6 = R_2 + R_4 + R_6 + O(v^3)$

Escaneado con CamScanner

$D = \frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{27}p^3 = \frac{1}{4}(R_2+R_4+R_6)^2 + \frac{1}{27}(2R_2+R_4)^3$, $D=0$ если с точн. до ν^2:

$x = t - \frac{1}{3}a_1 = t - \frac{1}{3}(-3+R_2) = t+1-\frac{1}{3}R_2$. Если $D=0$, то $t=0$, $x=1+O(\nu^2)$.

$\omega_n^2 = 1 + O(R_n^2) \approx 1$. Т.к. $q = R_2+R_4+R_6+O(\nu^4)$, $p = 2R_2+R_4+O(\nu^3)$

Не разлагая по ν: $q = \frac{2}{27}(R_2-3)^3 - \frac{1}{3}(-9-3R_1+3R_2+R_1R_4) + R_6 - 1$

$p = 3+R_4-\frac{1}{3}(9-6R_2+R_2^2) = 3+R_4-\frac{1}{3}(R_2-3)^2$; $q = \frac{2}{27}(R_2-3)^3 - R_2 + R_4 + R_6 + R_2R_4$

Знак D и количество D определ. Вычисляем сечением ν (более ν^2) +2

Пример $D<0$, три вещ. корня $t_1, t_2, t_3 \to$ три частоты $\omega_n^2 = 1 + t_n - \frac{1}{3}R_2$.

Знак p опред. знак корней. $p = -6(\nu_1^2+\nu_2^2) + 2\beta(1-2P')(\nu_1^2-\nu_2^2)$.

$\beta=3$, $P=+1$, $p = -6(\nu_1^2+\nu_2^2) + 6(-1)(\nu_1^2-\nu_2^2) = -12\nu_1^2 < 0$.

$\beta=1$, $P=-1$ $p = -6(\nu_1^2+\nu_2^2) + 2\cdot 3(\nu_1^2-\nu_2^2) = -12\nu_2^2 < 0$.

Знак q: $R_2+R_4+R_6 = -2P'(\nu_1^2-\nu_1^2) - 6(\nu_1^2+\nu_2^2) + 2\beta(\nu_1^2-\nu_2^2) + 6(\nu_1^2+\nu_2^2) + O(\nu^3) =$

$= 2(\beta-P')(\nu_1^2-\nu_2^2)$, $q(\beta=3, P'=3) = 0$, $q(\beta=1, P'=-1) = 4(\nu_1^2-\nu_2^2) < 0$,

$P=+1$ $P=-1$ т.к. $\nu_1 < \nu_2$.

$r = \sqrt{|p|/3} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\begin{cases}\nu_1, \beta=3\\ \nu_2, \beta=1\end{cases}$, $\cos\varphi = \frac{1}{2}\frac{q}{r^3} = 0$, $\varphi = 90°$, $y_3 = 0$

(Бронштейн) $y_{1,2} = \pm\sqrt{\beta}\nu_1\cos 30° = \pm\sqrt{\beta}\nu_1\frac{\sqrt{3}}{2} = r = \pm\beta\frac{\nu_1}{2\sqrt{3}}$ (!?)

$t_3 = y_3 = 0$, $y_{1,2} = t_{1,2} = \pm 2\sqrt{3}\nu_1$, $\omega_3^2 = 1 - \frac{1}{3}R_2$, $\omega_{1,2}^2 = 1 \pm 2\sqrt{3}\nu_1 - \frac{1}{3}R_2$ для $\beta=3$, $P=+1$.

$P=+1$, $\omega_3 = 1$, $\omega_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}\nu_1$ — такого типа реш. получали 25/IV в приближ. ν^2.

А вот для $\beta=1$, $P=-1$ ν^2-приближение может хватать

Def. $\cos 3\theta = \frac{3q}{2p}\sqrt{-\frac{3}{p}}$, $t_n = 2\sqrt{-\frac{p}{3}}\cos\left(\theta - n\frac{2\pi}{3}\right)$, $n=0,1,2$.

корни

$p(\beta=1) = -12\nu_2^2$, $q(\beta=1) = 4(\nu_1^2-\nu_2^2) < 0$, $\cos 3\theta = \frac{3+4(\nu_1^2-\nu_2^2)}{2(-12)\nu_2^2}\sqrt{\frac{3}{(-12\nu_2^2)}} = \frac{1}{4}\frac{(\nu_2^2-\nu_1^2)}{\nu_2^3}$

Опис. ф-ла Орс. $\cos 3\Delta = -\frac{\sqrt{27}}{2}\frac{\nu_1\nu_2^2}{(\nu_1^2+\nu_2^2)^{3/2}}$ (?!). $\sqrt{-\frac{p}{3}} = \sqrt{-\frac{1}{3}(-12\nu_2^2)} = 2\nu_2$

$\beta=1$, $P=-1$ $\to t_n = 4\nu_2\cos\left(\theta - n\frac{2\pi}{3}\right)$, $t_0 = 4\nu_2\cos\theta$. $\omega_n^2 = 1 + t_n + \frac{1}{3}(\nu_1^2-\nu_2^2)P'$.

$D = \frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{27}p^3 = \frac{1}{4}4^2(\nu_1^2-\nu_2^2)^2 + \frac{1}{27}(-12\nu_2^2)^3 = \frac{1}{4}(\nu_1^2-\nu_2^2)^2 - 64\left(\frac{\nu_2^3}{3}\right)^2 < 0$ только для достаточно большого ν_2. $\frac{1}{4}(\nu_2^2-\nu_1^2) \le \nu_2^3$, $\nu_1/\nu_2 \ge \frac{1}{3}$ в dip-dip приближ.

$\nu_2 \ge \frac{1}{4}\left[1-\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2\right] = \frac{1}{4}\left[1-\frac{1}{9}\right] = \frac{2}{9}$, что нереалистично.

→ Метод разложения корр. a_1, a_2, a_3 по ν^2 не работает при $P=+1$, так $P=-1$.

В высших ν^4, ν^6 — тяжело.

27/IX Gastr. sociedad с группой Борис Arnoda Stadium и Бар. Amara V

28/IX Рец. APL - paper kim по V-AV измерил overlapped dots и . написание cluster paper с Орс. (см. Zarzuela TM $\omega = \omega_0 + A\frac{r_0^2}{r^2}$ AV AV

thickness TM mode, но $\omega_0(n)$ не подсчитано, A - посчитано неверно. Осталось.

29/IX Глеб прислал $M_{x,y,z}(t) = \langle M_{x,y,z}\rangle_{x,y}$ для $n=0$ mode of TM in thickdot.

n=0 TM как я и предполагал, для $|\vec{r}_0(t)|$, минуя это + разные расчеты 20/XII – 20/XIII.

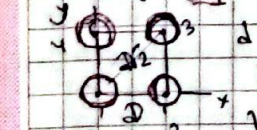
Орс. прислала analyt. eqs. для $N=4$ dot cluster, ω_n прошлое $\omega_n(N=3)$.

$N=4$ cluster Орс. $A_1 = -\frac{\gamma}{2\pi}M_s 2\pi^2\beta\left[\frac{1}{9d^3} + \frac{3}{2\cdot 9d^5} + \dots\right] = -\frac{\gamma}{2\pi}2\pi^2 M_s\beta\cdot 4J_1(d) = -\omega_M\beta J_1(d)$.

$A_2 = -\frac{\gamma}{2\pi}M_s 2\pi^2\beta\left[\frac{1}{9(d\sqrt{2})^3} + \dots\right] = -\omega_M\beta J_1(d\sqrt{2})$; $B_1 = -\omega_M\beta J_2(d)$, $B_2 = -\omega_M\beta J_2(d\sqrt{2})$.

где $J_1(\delta) = \sum_L \frac{(L-1)}{\delta^{L+1}}P_L$ и $J_2(\delta) = \sum_L \frac{(L+1)}{\delta^{L+1}}P_L$ - известные. Это и для $N=3$ cluster.

Def. $\nu_1 = \beta\omega_M J_1(d) = -A_1$; $\bar{\nu}_1 = \omega_M\beta J_1(d\sqrt{2}) = -A_2$; $\nu_2 = \beta\omega_M J_2(d) = B_1(-1)$; $\bar{\nu}_2 = \beta\omega_M J_2(d\sqrt{2}) = -B_2$.



$d = \frac{D}{R}$ $\vec{R}_{12} = \vec{R}_2 - \vec{R}_1 = D\hat{x}$, $\vec{R}_{14} = \vec{R}_4 - \vec{R}_1 = D\hat{y}$, $\vec{R}_{13} = D\sqrt{2}\left(\frac{\hat{x}+\hat{y}}{\sqrt{2}}\right)$

$\vec{R}_1 = 0$ $\vec{R}_{23} = D\hat{y}$, $\vec{R}_{34} = -D\hat{x}$, $\vec{R}_{24} = D\sqrt{2}\left(\frac{-\hat{x}+\hat{y}}{\sqrt{2}}\right)$, $\vec{R}_{nn'} = \vec{R}_{n'} - \vec{R}_n$, $d_{nn'} = \frac{\vec{R}_{nn'}}{|\vec{R}_{nn'}|}$ - ед. вектор

Ищем содержание $\hat{a} = \sum_{nn'}\frac{1}{d_{nn'}^{L+1}}(\vec{S}_n\cdot\vec{R}_{nn'})(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) = |n<n'| =$, $d_{nn'} = \frac{D}{R}$ или $\frac{D\sqrt{2}}{R}$.

$= \frac{1}{d^{L+1}}\left[(\vec{S}_1\cdot\vec{R}_{12})(\vec{S}_2\cdot\vec{R}_{12}) + (\vec{S}_2\cdot\vec{R}_{23})(\vec{S}_3\cdot\vec{R}_{23}) + (\vec{S}_3\cdot\vec{R}_{34})(\vec{S}_4\cdot\vec{R}_{34}) + (\vec{S}_1\cdot\vec{R}_{14})(\vec{S}_4\cdot\vec{R}_{14})\right] +$

$+ \frac{1}{(d\sqrt{2})^{L+1}}\left[(\vec{S}_1\cdot\vec{R}_{13})(\vec{S}_3\cdot\vec{R}_{13}) + (\vec{S}_2\cdot\vec{R}_{24})(\vec{S}_4\cdot\vec{R}_{24})\right] = \frac{1}{d^{L+1}}\left[S_1^xS_2^x + S_2^yS_3^y + S_3^xS_4^x + S_1^yS_4^y\right] +$

$+ \frac{1}{(d\sqrt{2})^{L+1}}\left[\frac{1}{2}(S_1^x+S_1^y)(S_3^x+S_3^y) + \frac{1}{2}(-S_2^x+S_2^y)(-S_4^x+S_4^y)\right]$

Escaneado con CamScanner

УД: $\rho_n \hat{z} \times \dot{\vec{S}}_n = \omega_0 \vec{S}_n - 2\beta\omega_M \sum_{L,n'} \left[L S_{n'} - (L+1)\vec{R}_{nn'}(\vec{S}_{n'}\cdot\vec{R}_{nn'}) \right]$ в операторном виде $\begin{pmatrix} s_1^x \\ s_1^y \\ \vdots \end{pmatrix}$ будет $\rho_n = \pm 1$ в каждой ячейке

Разложим Фкс. частоты ($N=4$) - Cluster из пленки A, B.

Ск. $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = +1$; $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0 - A_2$; $\omega_{3,4}^2 = \omega_0^2 + 2\omega_0 A_2 \mp 4|A_1|\omega_0$

$x \to \omega_0$. $\omega_{3,4}/\omega_0 = \sqrt{1 + 2\frac{A_2}{\omega_0} \mp 4\frac{|A_1|}{\omega_0}} = 1 + \frac{A_2}{\omega_0} \mp \frac{2|A_1|}{\omega_0}$ $N=4$ Cluster

$\frac{1}{\omega_0}\omega_{1,2} = 1 + \bar{\nu}_1$, $\omega_{3,4}/\omega_0 = 1 - \bar{\nu}_1 \mp 2\nu_1$. Note: ω_n зависят лишь от J_1.

Две $\rho_1 = \rho_3 = +1$, $\rho_2 = \rho_4 = -1$, $\omega_{5,6} = \omega_0 - A_2 \mp 2B_1$, $\omega_{7,8} = \omega_0 + A_2$.

$\omega_{5,6}/\omega_0 = 1 + \bar{\nu}_1 \pm 2\nu_2$; $\frac{\omega_{7,8}}{\omega_0} = 1 - \bar{\nu}_1$. $\bar{\nu}_1 \ll \nu_1 \ll \nu_2$, ω_n - наносим на Фкс. plot.

Так как и Wang'APL'14 и Vogel'IEEE TM'11 сами частоты марали неясно, то Vortex cluster freq. - exp.

важна общая band width $\Delta\omega = \omega_{max} - \omega_{min}$.

$N=4$, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4$ $\Delta\omega = |\omega_3 - \omega_4| = 4\nu_1$, $\frac{\Delta\omega(d)}{\omega_0} = \frac{4\beta\omega_M}{\omega_0} J_1(d)$, $d = 2.15$ и 2.4

$N=4$ $\rho_1 = \rho_3 = +1$; $\rho_2 = \rho_4 = -1$ — $\Delta\omega = |\omega_5 - \omega_6| = 4\nu_2$, $\frac{\Delta\omega(d)}{\omega_0} = \frac{4\beta\omega_M}{\omega_0} J_2(d)$.

Vogel: $\frac{\beta\omega_M}{\omega_0} = 0.1 \cdot \frac{4\pi \cdot 700\,G}{420\,MHz} \cdot 2.95\frac{MHz}{Oe} = 6.18$. $\frac{\Delta\omega_+(d)}{\omega_0} = 4 \cdot 6.18 \cdot \begin{cases} 4.40\cdot10^{-3}, & d=2.15 \\ 2.35\cdot10^{-3}, & d=2.4 \end{cases}$

$\Delta\omega_+(d=2.4) = 29.6$ MHz, $\Delta\omega_+(2.15) = 45.7$ MHz.

Две $\rho_1 = \rho_3 = +1$, $\rho_2 = \rho_4 = -1$, $\Delta\omega_-(d) = 4 \cdot 6.18 \cdot 420\,MHz \cdot J_2(d) = \begin{cases} 112.7\ MHz, & d=2.15 \\ 76.1\ MHz, & d=2.4 \end{cases}$

Exp. Vogel-2011 дает $\Delta\omega = 46$ MHz ($d=2.15$) и 26 MHz ($d=2.4$) нет

Это близко к Calc. $\Delta\omega = 45.7$ MHz (2.15) и 29.6 MHz (2.4). // Т.е. Vogel-2011 имел случай $\rho_1\rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = +1$ для $N=4$ dot cluster.

→ Итоги Vogel IEEE TM 2011: exp. $\omega_0 \simeq 378$ MHz (откуда брал $\omega_0 = 420$ MHz и $M_s = 700$G?)

У Vogel-2011 есть 2×2 cluster FMR для $d = 2.32$ - exp. frequency „spread"

$\Delta f_{exp} = (\omega_{max} - \omega_{min})/2\pi \simeq 90$ MHz. Exp. $L = 50$ nm, $R = 500$ nm, $\beta = 0.1$, FeNi с неизвестным M_s.

Никаких exp. $\Delta f(d)$ для $d = 2.15$ или $d = 2.4$ у Vogel-2011 нет, только $d = 2.32$.

Расчет $\omega_0 = 2\cdot\gamma 4\pi M_s F_v(\beta)$, чтоб получить $\omega_0 = 378$ MHz при $\beta = 0.1$ надо $M_s = 632$ G(!)

Поэтому Vogel $(\beta\omega_M/\omega_0) = 0.1 \cdot \frac{\gamma 4\pi M_s}{\omega_0} = 0.1 \frac{2.343\cdot10^4\,MHz}{378\,MHz} = 6.20$. $\gamma/2\pi = 2.95$ MHz/Oe

Иначе $\beta \to 0$ сокр. $(\beta\omega_M/\omega_0) = \beta\omega_M/(\frac{5}{9\pi}\beta\omega_M) = 9\pi/5 = 5.66$.

$J_1(d=2.32) = 3.25\cdot10^{-3}$; $J_2(d=2.32) = 8.25\cdot10^{-3}$.

Spread $(\omega_{max} - \omega_{min})/2\pi = 4\nu_1 = 4(\beta\omega_M/\omega_0) J_1(d) = 4 \cdot 6.20 \cdot 3.25\cdot10^{-3} = 0.081$ (30.4 MHz) $\rho_n = +1$

Spread $\rho_1\rho_3 = +1$; $\rho_2\rho_4 = -1$ $\Delta\omega/2\pi = 4\nu_2 = 4(\beta\omega_M/\omega_0) J_2(d) = 4 \cdot 6.20 \cdot 8.25\cdot10^{-3} = 0.205$ (77.4 MHz)

Exp. spread $\Delta f(2.32) = 90$ MHz - Vogel-2011, это близко к $\Delta\omega = 77.4$ MHz, т.е. случаю $\rho_1\rho_3 = +1$; $\rho_2\rho_4 = -1$

Но у Vogel Δf isolated dots, by FMR, велико $\Delta f_{min} \simeq 70$ MHz. Поэтому

Δf(related to coupling) $= \Delta f - \Delta f_{min} = 90\,MHz - 70\,MHz \simeq 20$ MHz, также малое Δf (spread)

Exp. $\Delta f/f_0 \simeq 20\,MHz/378\,MHz \simeq 0.053$. $d = 2.32$. Vogel'11, сокр. $\rho_n = +1$.

(30/IX) Обсудил и подписал Arantxa application - MEC grant „Spin Cabre Dreams". Обсудил с Julian Rubinat plencia. as autonoma (IAE, income tax, Soc. Sec. Tax), Julian считает factura gestoria в 1.700€, что все посчитали 3/mo. 1000€.

Встреча с Lourdes: сообщил в UPV/EHU rect. - Status MEC и Skyrmions" непонятен.

Дал ей ссылки Fert-Levy PRL'1980 - bounds. DMI exchange parameter D.

Ссылка Hänze APL-2014 $N=9$ vortex dot cluster FMR.

(1/X) Обзор papers Vogel, Meier, Hänze, Drews, Fischer etc. по dot cluster FM dyn.

Если $m(t) = \cos\omega_0 t$ или $e^{-i\omega_0 t}$, то $m(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-y}^{y} dt\, m(t) e^{\pm i\omega t} = \frac{1}{2\pi}\int_{-y}^{y} dt\, e^{i(\omega-\omega_0)t} =$

$= \frac{1}{2\pi}\int_{-y}^{y} dt \cos(\Delta\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{y} d(\Delta\omega t)\cos(\Delta\omega t) = \frac{1}{\pi}\frac{\sin(y\Delta\omega)}{\Delta\omega} = \delta_y(\omega)$, $\delta(\omega) = \frac{1}{\pi}\frac{\sin(y\omega)}{\omega}$

Linewidth $2\pi/y$, half-linewidth $= \pi/y$. Ошибка ω - measurements для finite $\Delta t = y$ $\simeq \pi/y$. Если $y \cong 2T$ (Wang'APL'11), то $\delta\omega \simeq \pi(\frac{1}{2T})$, $\delta\omega/\omega_0 = \frac{\pi}{2T}\left(\frac{T}{2\pi}\right) \simeq 1/4 \simeq 25\%$

Если время измерения $m(t)$ $\Delta t = (2 \div 2.5)T$, то ошибка определ. ω_0 - $\delta\omega/\omega_0 \simeq (\frac{1}{5} \div \frac{1}{4}) \simeq 20\%$ но никак не 1% as Wang'u stated.

Escaneado con CamScanner

(2/X) С л.и.W. в цикл. «Lidl» и ремонт. автономно. Написание Vortex - cluster paper. По-нужни изчезн. от л. инфарк 50€ (100 €) за чеб. мокроси 10/IV Bozza Andoain. Нощна Vortex-cluster MS (RRL) to Aix и Lieb.

(3/X) Subh'APIX13: $Z^{P}_{1,2} = \mathrm{col}\left(1, \mp i\varepsilon^{P}_{1,2}, \pm 1, \mp i p\varepsilon^{P}_{1,2}\right)$, $\varepsilon^{P}_{1,2} = \sqrt{\frac{1\mp a}{1\pm pB}}$, $p = p_1/p_2$
dot pair eigenvectors
(x_1, y_1, x_2, y_2)
Eigenmode $\tilde{S}_1 = \tilde{S}_{x1} + i\tilde{S}_{y1} = 1 + i\cdot i\varepsilon^{P}_1 = 1 - \varepsilon^{P}_1$; $\tilde{S}_1 = \tilde{S}_{x1} - i\tilde{S}_{y1} = 1 + \varepsilon^{P}_1$.
Optical gap in-phase (FMR) modes $\varepsilon p = +1$, $\tilde{S}_1, \tilde{S}_1 \neq 1$ из-за interlayer coupling $q, \beta \neq 0$.

(4/X) Завършена номера Cover letter и submitted tM-Cluster paper to PSS-Rap. Res. Lett.

(5/X) Оплатена 50 € parking Santa Maria (актуализиран UPV + tarjeta roso), Move contacts CAU Bar. Oficina Conf. web site. Л. Заседание new refrigerator. Обзор vortex papers, update Ikerbasque

(1/X) Вернение к TM in thick dots. Равно ($n=0$) mode. Надо получить $\omega_0(\beta)$ расчёту.

TM thick dots DBd пути: (1) уравн. finite vortex core и $R_c(z)$; (2) уравн. подпространство ($n=0$), ($n=1$) с SW-азим. – Bus' PRL'ов.

(2) Нумерация ($n=0$)-TM → GO, ($n=1$)TM → G1. $|GO\rangle = |0\rangle_{\omega_{G1}} + a|SW\rangle$
$\langle GO|SW\rangle \neq 0$, т.к. и GO(z) и SW(z) – нет. по z. $\langle 0|SW\rangle \neq 0$, но $\langle 1|SW\rangle = 0$, $\forall, \kappa$.
$|n\rangle$ - G1(z) – нечет. по z и т. инфл. а SW(z) – чет. по z (не забыть от z, сам $q_z = 0$)
$\langle GO|G1\rangle = 0$, $\langle G1|SW\rangle = 0$ и сам вдоль 4-ра модов GO, G1, SW ($m=-1, 0, +1$) - азим.
ω_{G1} в инфлекс. $R(\omega) = \begin{vmatrix} \omega_{GO}-\omega & 0 & N_{0,1} & N_{01} \\ 0 & \omega_{G1}-\omega & 0 & 0 \\ N^{*}_{0,+1} & 0 & \omega-\omega_{-1} & 0 \\ N^{*}_{0,+1} & 0 & 0 & \omega+\omega_{+1} \end{vmatrix} = (\omega_{G1}-\omega) R_1(\omega) = 0$
Оказалось, $\omega = \omega_{G1}$ и не выпущено.
Гибридизация подействие только GO, а это инфлекс к $\omega_0' < \omega_0$ – Gus' PRB 2020 получено ее расход на 20-30% → это нам для объяснения exp. $\omega_0(\beta)$. Все это верно если $SW \neq f(z)$, т.е. $q_z = 0$.
Если $SW(z) \sim \cos(q_z z)$, то разлет $\omega_{GO}(\beta)$, $\omega_{G1}(\beta)$ уравнивается.

(1) Найдем R_c Вопрос и radius core $R_c(z)$ сим. simulations Ding-Liu-Adekunle.
$\int ds(\dots) \to \int^{0} ds(1) + \int^{1}_{\epsilon} ds(2)$, (2) – вне core, как было, (1) – внутри core.
Volume W_m – перейдем в, где W_m (на $z=0, L$ faces) разделено. $W_m^{vol}[\vec{S}(z)]$
$W_m^{vol} = \frac{1}{2}\int dV dV' \frac{g(\vec{r})g(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $g(\vec{r}) = -M_S \mathrm{div}\,\vec{m}(\vec{r})$, $\mathrm{div}\,\vec{m}(\vec{r}) = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z}$
См. 15-18 Aug. 2013, где ранее ansatz $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}[\vec{s}, \vec{X}(z,t)]$ – вместо $\vec{X}(z,t) \to \vec{S}(z,t)$.
$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = 2\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}\right)$, вне core $m_+ = m_x + i m_y = \frac{2w}{1+|w|^2} = \left|w = \frac{f}{|f|}, |w|=1\right| = w(z)$.
Вне core ($m_z = 0$): $\mathrm{div}\,\vec{m}(\vec{r}) = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = 2\left(S_x \sin\varphi - S_y \cos\varphi\right)$, $\vec{S} = \vec{S}(z)$, $z = x + iy$.
Внутри (core $m_z \neq 0$): $\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = 2\,\mathrm{Re}\frac{\partial m_+}{\partial z} = 2\,\mathrm{Re}\frac{\partial}{\partial z}\frac{2w}{1+w\bar{w}}$; $w = w(z, \bar{z})$
$\frac{\partial}{\partial z}\frac{w}{1+w\bar{w}} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{f}{1+f\bar{f}} = \frac{1}{1+f\bar{f}}\frac{\partial f}{\partial z} + f\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{1+f\bar{f}} = \frac{\partial f}{\partial z}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2}$, $w = f(z)$ внутри core
$+ \left[1 + f\bar{f} - f\bar{f}\right] = \frac{1}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial z}$; $f(z) = i\frac{c}{s}\left[z - \frac{(s+\bar{s}z^2)}{1+s\bar{s}}\right]$
$\frac{\partial f}{\partial z} = i\frac{c}{s}\left[1 - \frac{1}{1+s\bar{s}}2\bar{s}z\right] \approx i\frac{c}{s}\left[1 - 2\bar{s}z\right]$. $\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = 2\,\mathrm{Re}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial z} =$
$= \frac{1}{(1+f\bar{f})^2}\,\mathrm{Re}\,i\frac{c}{s}\left[1 - 2\bar{s}z\right] = -\frac{8}{c}\frac{1}{(1+s\bar{s})^2}\,\mathrm{Re}\,(i\bar{s}z)$, $\mathrm{Re}(i\bar{s}z) = \mathrm{Re}\,|s||z|e^{i(\varphi-\varphi_s+\frac{\pi}{2})} =$
$= |s||z|\cos(\varphi - \varphi_s + \tfrac{\pi}{2}) = -|s||z|\sin(\varphi-\varphi_s) = -|z|\left[S_x\sin\varphi - S_y\cos\varphi\right]$.
Внутри core: $\left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}\right) = -\frac{8}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2}(-1)|z|\left[S_x\sin\varphi - S_y\cos\varphi\right] = \frac{8}{c}\frac{s}{(1+f\bar{f})^2}\left[S_x\sin\varphi - S_y\cos\varphi\right]$
$|f|^2_{s=0} = \frac{1}{c^2}|z|^2 = s^2/c^2$; $\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = 8\frac{s}{c}\frac{1}{\left[1+s^2/c^2\right]^2}\left[S_x\sin\varphi - S_y\cos\varphi\right] + O(s^3)$.
$\to \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial m_z}{\partial z}(S(z), \bar{S}(z)) = \frac{\partial m_z}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\partial m_z}{\partial \bar{S}}\frac{\partial \bar{S}}{\partial z}$; $\frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1-f\bar{f}}{1+f\bar{f}}\right) = \frac{1}{(1+f\bar{f})}\left[-\frac{\partial f}{\partial z}\bar{f} - f\frac{\partial \bar{f}}{\partial z}\right]$
$+ \left[1-f\bar{f}\right)\frac{(-1)}{(1+f\bar{f})^2}\left[\bar{f}\frac{\partial f}{\partial z} + f\frac{\partial \bar{f}}{\partial z}\right] = \frac{2/z^2(f\bar{f})}{(1+f\bar{f})^2}\left[-(1+f\bar{f}) - (1-f\bar{f})\right] = -2\cdot\frac{\partial/\partial z(f\bar{f})}{(1+f\bar{f})^2}$.
$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{i}{c}\left[z - \frac{(s+\bar{s}z^2)}{1+s\bar{s}}\right] \equiv \frac{i}{c}\frac{\partial}{\partial z}\left[z - s - \bar{s}z^2\right] = \frac{i}{c}(-1)\left[\frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}z^2\right] \sim s$.
$\frac{\partial \bar{f}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{(-i)}{c}\left[\bar{z} - \bar{s} - s\bar{z}^2\right] = +\frac{i}{c}\left[\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial z}\bar{z}^2\right]$; $\frac{\partial}{\partial z}(f\bar{f}) = \bar{f}\frac{\partial f}{\partial z} + f\frac{\partial \bar{f}}{\partial z} =$
$= \frac{(-i)}{c}\bar{f}\left[\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial z}\bar{z}^2\right] + \frac{i}{c}z\frac{i}{c}\left[\frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}\bar{z}^2\right] = -\frac{1}{c^2}\left(\bar{z}\frac{\partial s}{\partial z} + z\frac{\partial \bar{s}}{\partial z}\right) - \frac{1}{c^2}s^2\left[\frac{\partial s}{\partial z}\bar{z} + \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}z\right] =$
$= -\frac{1}{c^2}(1+s^2)\left[\bar{z}\frac{\partial s}{\partial z} + z\frac{\partial \bar{s}}{\partial z}\right]$, $\frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{-2}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial}{\partial z}(s\bar{s}) = \frac{2}{c^2}\frac{(1+s^2)}{(1+f\bar{f})^2}\left[\bar{s}\frac{\partial s}{\partial z} + z\frac{\partial \bar{s}}{\partial z}\right] + O(s^3)$
$\frac{\partial m_z}{\partial z} + z\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} = \frac{2}{\partial z}2\vec{s}\cdot\vec{S}$; $\left(\frac{\partial m_z}{\partial z}\right)_{\text{core}} = \frac{4}{c^2}\frac{(1+s^2)}{\left[1+s^2/c^2\right]^2}\left(\vec{s}\cdot\frac{\partial \vec{s}}{\partial z}\right)$! Здесь $c = c(z)$.

Escaneado con CamScanner

Внутри core $\operatorname{div}\vec{m} = s\frac{g}{c}\frac{(s_x\sin\varphi - s_y\cos\varphi)}{[1+g^2/c^2]^2} + \frac{4}{c^2}\frac{(1+g^2)}{[1+g^2/c^2]^2}\left(\vec{g}\cdot\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\right)$ Ultra v. core - TM $+ O(s_\perp^2)$ $\vec{s} = \vec{s}(z,t)$.

Вне core ($m_z = 0$): $\operatorname{div}\vec{m} = g(s_x\sin\varphi - s_y\cos\varphi)$ - TVA. $(\partial\vec{s}/\partial z)$ имеет $\sim g$, а $\partial m_z/\partial z$ $W_m^{vol}(\vec{s}) \sim |\vec{s}|^2$ отличен с точн. до $s_\perp^2$.
$\vec{g}\cdot\partial\vec{s}/\partial z = \cos\varphi\,\partial s_x/\partial z + \sin\varphi\,\partial s_y/\partial z$.

Вне core: $\operatorname{div}\vec{m} = 2|s|\sin(\varphi-\varphi_s)$; Внутри $\operatorname{div}\vec{m} = \frac{4}{c^2}\frac{1}{[1+g^2/c^2]^2}\left[2gc|s|\sin(\varphi-\varphi_s) + (1+g^2)\vec{g}\cdot\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\right]$ core

$W_m^{vol}\left(\vec{s},\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\right) + a|s|^2 + b\left(\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\right)^2$, $\vec{s}\cdot\frac{\partial\vec{s}}{\partial z} = \frac{1}{2}\frac{\partial s^2}{\partial z} \neq 0$. Есть ещё $(\vec{s}\cdot\frac{\partial\vec{s}}{\partial z})$ член?

$\frac{\partial\vec{s}}{\partial z} = \vec{s}'$, $\vec{g}\cdot\vec{s}' = g|s'|\cos(\varphi-\varphi_{s'})$. $\frac{\partial\vec{s}}{\partial t}$ в данном случае не $\parallel\vec{s}$ с точн. до c^2 слагаемых v. core border $g = c$, не забывать от $s_\perp$.

→ Вне core $W_m^{vol} = \frac{1}{2}V\int dz\,dz'\,\kappa(zz')\,\vec{s}(z)\cdot\vec{s}(z')$, где $\kappa(zz') = 8\pi M_s^2\beta\int dk\,e^{-\beta k|z-z'|}I(k,z)I(k,z')$

$I(k,z) = \int_{c(z)}^{1} dg\,g\,J_1(kg)$, $c(z) = R_c(z)/R$. Внутри core $\operatorname{div}\vec{m} = \frac{4}{c^2}\frac{[2gc|s|\sin(\varphi-\varphi_s)+(1+g^2)g|s'|\cos(\varphi-\varphi_{s'})]}{[1+g^2/c^2]^2}$

$\operatorname{div}\vec{m} = \frac{4g}{c^2}\frac{1}{[1+g^2/c^2]^2}\left[2c|s|\sin(\varphi-\varphi_s) + (1+g^2)|s'|\cos(\varphi-\varphi_{s'})\right]$ - Внутри core.

$[\dots] = 2c(s_x\sin\varphi - s_y\cos\varphi) + (1+g^2)\left(\frac{\partial s_x}{\partial z}\cos\varphi + \frac{\partial s_y}{\partial z}\sin\varphi\right)$

$\int_0^{2\pi} d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\operatorname{div}\vec{m} = F(g)\int d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\left[2c(s_x\sin\varphi - s_y\cos\varphi) + (1+g^2)(s'_x\cos\varphi + s'_y\sin\varphi)\right] =$

$= F\pi\left[\left\{2cs_x + (1+g^2)s'_y\right\}\frac{1}{i}(\delta_{\mu,-1}-\delta_{\mu,1}) + \left\{-2cs_y + (1+g^2)s'_x\right\}(\delta_{\mu,-1}+\delta_{\mu,+1})\right] =$

$= \frac{\pi}{i}F\left[\delta_{\mu,-1}\left\{2cs_x + (1+g^2)s'_y - 2cs_y i + i(1+g^2)s'_x\right\} + \delta_{\mu 1}\left\{-2cs_x - (1+g^2)s'_y - 2ci s_y + (1+g^2)i s'_x\right\}\right] =$

$= \frac{\pi}{i}F\left[\delta_{\mu,-1}\left\{2c\bar{s} + (1+g^2)i\bar{s}'\right\} + \delta_{\mu 1}\left\{-2cs + (1+g^2)is'\right\}\right]$, $s = s(z)$.

$\int d\varphi\int dz'\,e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\operatorname{div}\vec{m}\cdot\operatorname{div}\vec{m}(z') = \int d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\operatorname{div}\vec{m}\cdot\left[\int dz'\,e^{i\mu\varphi'}\operatorname{div}\vec{m}(z')\right]^* = \left|1+g^2/c^2\right|$

$= \frac{\pi}{i}F(g)\left[\delta_{\mu,-1}\left\{2c\bar{s} + \kappa^2 i\bar{s}'\right\} + \delta_{\mu 1}\left\{-2cs + \kappa^2 is'\right\}\right]\cdot\left[\delta_{\mu,-1}\left\{2cs - \kappa'^2 is(z')\right\} + \delta_{\mu 1}\left\{-2c\bar{s} - \kappa'^2 i\bar{s}'\right\}\right]\frac{\pi F(g')}{(-i)} =$

$= \pi^2 F(g)F(g')\left[\delta_{\mu,-1}\left(2c\bar{s} + \kappa^2 i\bar{s}'\right)_z\left(2cs - \kappa'^2 is'\right)_{z'} + \delta_{\mu 1}\left(-2cs + \kappa^2 is'\right)_z\left(-2c\bar{s} - \kappa'^2 i\bar{s}'\right)_{z'}\right]_0^{z'} =$

$= \pi^2 FF(1)\Big[\delta_{\mu,-1}\Big(\underbrace{4c^2}_{c(z)c(z')}\bar{s}(z)s(z') - \kappa'^2 i s'(z')2c(z)\bar{s}_{(z)} + \kappa^2 i\,\bar{s}'(z)2c(z')s(z') + \kappa^2\kappa'^2\,\bar{s}'(z)\,s'(z')\Big) +$

$+ \delta_{\mu,1}\left(4c(z)c(z')s(z)\bar{s}(z') - \kappa^2 i s'(z)2c(z')\bar{s}(z') + \kappa'^2 i\,\bar{s}'(z')2c(z)s(z) + \kappa^2\kappa'^2 s'(z)\bar{s}'(z')\right)\Big] =$

$= \pi^2\left[\delta_{\mu,-1}\,\bar{\lambda}(zz') + \delta_{\mu,1}\lambda(zz')\right]FF'$; $F(g) = \frac{4g}{c^2}\frac{1}{[1+g^2/c^2]^2}$, $c = c(z)$.

$W_m^{vol} = \frac{1}{2}\int dz\int dz'\int_0^c dg\,g\int_0^{c'} dg'\,g'\int d\varphi\int d\varphi'\sum_\mu\int dk\,e^{-k|z-z'|}e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu(\dots)\operatorname{div}\vec{m}\operatorname{div}\vec{m}(\dots) =$ (Внутри core)

$= \frac{1}{2}\int dz\int dz'\int dg\,g\int dg'\,g'\int dk\,e^{-k|z-z'|}\sum_\mu J_\mu J_\mu(\dots)\pi^2 F(g)F(g')\left[\bar{\lambda}(zz')\delta_{\mu,-1} + \lambda(zz')\delta_{\mu 1}\right] =$

$= \frac{1}{2}\int dz\int dz'\int dg\,g\int dg'\,g'\int dk\,e^{-k|z-z'|}\cdot\pi^2 F(g)F(g')J_1 J_1(\dots)\left[\lambda(zz') + \bar{\lambda}(zz')\right]$

$\lambda(zz') + \bar{\lambda}(zz') = 4c(z)c(z')\left[s(z)\bar{s}(z') + \bar{s}(z)s(z')\right] + i\kappa'^2 2c(z)\left[\bar{s}'(z)s(z') - s'(z)\bar{s}(z')\right] +$

$+ i\kappa'^2 2c(z)\left[\bar{s}'(z')s(z) - s'(z')\bar{s}(z)\right] + \kappa^2\kappa'^2\left[s'(z)\bar{s}'(z') + \bar{s}'(z)s'(z')\right] =$

$= \left[4c(z)c(z') + \underbrace{\kappa^2\kappa'^2}_{\kappa c\,\kappa'}\right]\cdot 2\vec{s}(z)\cdot\vec{s}(z') + i(\dots)\cdot\kappa'^2$; $s'(z) = a$, $s(z') = b$, тогда

$\bar{a}b - a\bar{b} = 2i\left[a_x b_y - a_y b_x\right] = 2i(\vec{a}\times\vec{b})_z = 2i\left[\vec{s}'(z)\times\vec{s}(z')\right]_z$.

κ'^2: $s'(z') = a$, $s(z) = b$, $\bar{a}b - \bar{b}a = \bar{s}'(z')s(z) - \bar{s}(z)s'(z') = 2i(\vec{a}\times\vec{b})_z = 2i\left[\vec{s}'(z')\times\vec{s}(z)\right]_z$

$\lambda(zz') + \bar{\lambda}(zz') = 2\left[4cc' + \kappa^2\kappa'^2\right]\vec{s}(z)\cdot\vec{s}(z') + i\kappa'^2 2c(z')\cdot 2i\left[\vec{s}'(z)\times\vec{s}(z')\right]_z + 2i\kappa^2 c(z)\cdot 2i\left[\vec{s}'(z')\times\vec{s}(z)\right]_z$

$= (\dots)\vec{s}\cdot\vec{s}(1) - 4\kappa'^2 c'\left[\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\times\vec{s}(z')\right]_z - 4\kappa^2 c\left[\frac{\partial\vec{s}}{\partial z'}\times\vec{s}(z)\right]_z$ ←

$\lambda(zz') + \bar{\lambda}(zz') = 8cc'\,\vec{s}(z)\cdot\vec{s}(z') + 2\kappa^2\kappa'^2\left(\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{s}}{\partial z'}\right) - 4\kappa'^2 c'\left[\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\times\vec{s}(z')\right]_z - 4\kappa^2 c\left[\frac{\partial\vec{s}}{\partial z'}\times\vec{s}(z)\right]_z$

Под знаком $\int dg\,dg'$ можно $g \rightleftarrows g'$, а под знаком $\int dz\,dz'$ можно $z \rightleftarrows z'$, т.е. обе последн. члена $\left[\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\times\vec{s}\right]$ собираются, после $\int dz\,dz'\,dg\,g\int dg'\,g'$.

$\lambda(zz') + \bar{\lambda}(zz') = 8cc'\,\vec{s}\cdot\vec{s}(1) + 2\kappa^2\kappa'^2\left(\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{s}}{\partial z'}\right) - 8(1+g^2)c'\left[\frac{\partial\vec{s}}{\partial z}\times\vec{s}(z')\right]_z$

Escaneado con CamScanner

$$W_m^{vol}(in\text{-}core) = \frac{1}{2}\pi^2 \int dz\int dz'\int dk\, e^{k|z-z'|}\int_0^c d\varrho\,\varrho J_1(k\varrho)\int_0^c d\varrho'\,\varrho' J_1(k\varrho')F(\varrho)F(\varrho')\times$$
$$\times 2\left[4cc'\vec{S}(z)\cdot\vec{S}(z') + (1+\varrho^2)(1+\varrho'^2)\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{S}}{\partial z'}\right) - 4(1+\varrho^2)c'\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\times\vec{e}(z)\right)_z\right]$$

Нужно, чтобы $\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\times\vec{e}_z = \frac{\partial m_z}{\partial z} = 0$. $W_m^{vol}(core) = 4\pi^2\int dz\int dz' e^{k|z-z'|}\left[\int d\varrho\,\varrho F(\varrho)J_1(k\varrho)\right]\int dk\, cc'\vec{S}(z)\vec{S}(z')$

$$= 4\pi^2\int dz dz'\int dk\, e^{k|z-z'|}\left[\int d\varrho\,\varrho J_1(k\varrho)\frac{4\varrho}{c^2}\frac{1}{[1+\varrho^2/c^2]^2}\right]^2 c^2|\vec{S}|^2 =$$

$$= 4\pi^2\int dk\,\frac{2\beta}{k}f(\beta k)\left[\int_0^c d\varrho\,\frac{4\varrho^2}{(1+\varrho^2/c^2)^2}J_1(k\varrho)\right]^2\frac{1}{c^2}|\vec{S}|^2 = 8\pi^2\beta\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\left[\int_0^c d\varrho\,\frac{4\varrho^2c^3}{(c^2+\varrho^2)^2}J_1(k\varrho)\right]^2|\vec{S}|^2$$

$$= 8\pi^2\beta\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\,j_0^2(c,k)\,|\vec{S}|^2.$$ Ср. с Metlov JAP'13 $e_v = 2\int\frac{dk}{k}f(\beta k)j_0^2|\vec{S}|^2 = \frac{1}{4\pi M_s^2 V}W_m$

$$W_m^{vol} = 8\pi M_s^2 V\int\frac{dk}{k}f\,j_0^2|\vec{S}|^2 = \left|V=\pi R^2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\pi\beta\right| = 8\pi^2\beta M_s^2\int\frac{dk}{k}f\,j_0^2|\vec{S}|^2$$

Чтобы W_m^{vol} (in core) в пределе $\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}=0$, $c(z)=$ const, совп. с e_v - Metlov JAP'13.

Ding Sci. Rep. 14 иначе. $W_m = \frac{1}{2}V\int dz dz'\,\sigma(|z-z'|)\vec{S}'(z)\cdot\vec{S}'(z')$, $\vec{S}$ eq. R, $\vec{S}'$ eq. L

$$F_1(k,z) = \int_0^{c(z)} d\varrho\,\varrho J_1(k\varrho).\quad F(\varrho) = \frac{4\varrho}{c^2}\frac{1}{[1+\varrho^2/c^2]^2},\ c(z)=c'.\quad F(c) = \frac{4c}{c^2}\frac{1}{4} = \frac{1}{c}.$$

$$W_m^{vol}(in\text{-}core) = \pi^2\int dz dz'\int dk\, e^{k|z-z'|}\int_0^c d\varrho\,\varrho F(\varrho)J_1(k\varrho)\int_0^c d\varrho'\,\varrho' F(\varrho')J_1(k\varrho')\left[4cc'\vec{S}(z)\cdot\vec{S}(z') + \pi^2\pi^2\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{S}}{\partial z'}\right) - 4\pi^2c'\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\times\vec{e}(z)\right)_z\right]$$

$\pi^2 = 1+\varrho^2$, $c = c(z)$, $c' = c(z')$.
$z' = 1+\varrho'^2$.

Вопрос: член с $\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\times\vec{S}(z)$ не даст вклада? $\vec{S}(z)$ - либо пост., либо колеб. $\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\times\vec{S}(z)$ - меняет знак при $z\to -z$, $z'\to -z'$, а $\int dz dz' \int dk\, e^{k|z-z'|}$ не меняет.

$$I_2 = \int dz dz' e^{-k|z-z'|}\Psi[c(z),c(z')]\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\times\vec{S}(z')\right)_z,\quad I_2 = -I_2,\ I_2 = 0.$$ $c(z)$ - любая функ.

$$W_m^{vol}(in\text{-}core) = \pi^2\int dz dz'\int dk\, e^{-k|z-z'|}\Lambda(k,z)\Lambda(k,z')\left[4cc'\vec{S}(z)\cdot\vec{S}(z') + (1+\varrho^2)(1+\varrho'^2)\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{S}}{\partial z'}\right)\right]$$

(9/I) $\Lambda(k,z) = \int_0^{c(z)} d\varrho\,\varrho F(\varrho)J_1(k\varrho)$ для $\vec{S}\cdot\vec{S}'$-член, и $\Lambda(k,z) = \int_0^{c(z)} d\varrho\,\varrho F(\varrho)J_1(k\varrho)(1+\varrho^2)$

Т.к. $\varrho^2 \le c^2 << 1$, то оба $\Lambda(k,z)\approx$ одинаковы. В нач. приближении (для $\vec{S}_z\cdot\vec{S}'_{z'}$-член)

но $c<<1$

$$W_m^{vol}(in\text{-}core) = \pi^2 M_s^2\int dz dz'\int dk\, e^{k|z-z'|}\Lambda(k,z)\Lambda(k,z')\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{S}}{\partial z'}\right)$$ имеет вид non-local exchange - $K(zz') = \pi^2 M_s^2\int dk\, e^{k|z-z'|}\cdot\Lambda(k,z)\Lambda(k,z')$

$$W_m^{vol}(in\text{-}core) = \int_0^d dz dz' K(zz')\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{S}}{\partial z'}\right),\quad \Lambda(k,z) = \int_0^{c(z)} d\varrho\,\frac{4\varrho^2}{c^2}\frac{1}{[1+\varrho^2/c^2]^2}J_1(k\varrho)$$

$W_m^{vol}(out\text{-}core)$ будет падать с ростом c, а $W_m^{vol}(in\text{-}core)$ будет расти с $c\uparrow$.

Как $W_m^{vol} = W_m^{vol}(out\text{-}core) + W_m^{vol}(in\text{-}core)$ зависит от $C(z)$ - неясно? Считать численно.

Учет W_m^{face} для конечного $c = R_c/R$ - см. 18-19/I, 24-28/I, 17-18/III.

Согласно расчету 17/III W_m^{face} (finite c) дает немонотон. вклад в ω_0 $\Delta\omega_c = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{Le}{R}\right)^2\omega_M$.

Для dots Addemule ($R=150$ нм) $\Delta\omega_c = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{18}{150}\right)^2\cdot 30\,GHz = 2.3\cdot 10^{-3}\cdot 30\,GHz = 69\,MHz$

Важно что face energy (magnetostatic + exch.) добавка $\Delta\omega_c$ не зависит от β.

А $W_m^{vol} = W_m^{vol}(\beta)$ сильная функция $\beta = L/R$.

Оценим W_m^{vol} при $c(z) = \bar{c} = c$, иначе $R_c(z)$ приведется считать дополнительно из прибор. $R_c(z) = $ const

$$\Lambda(k,z) = \Lambda(k) = \frac{4}{c^2}\int_0^c d\varrho\,\frac{\varrho^2}{[1+\varrho^2/c^2]^2}J_1(k\varrho).$$ $\bar{c} = c_{eq}$ вне равно берется из min W_{total} (сумма энергий).

Для доступности численных

$$W_m^{vol}(in\text{-}core) = \pi^2 M_s^2\int dz dz'\int dk\, e^{-k|z-z'|}\left[4c^2\Lambda^2(k)\vec{S}(z)\cdot\vec{S}(z') + \Lambda'^2(k)\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{S}}{\partial z'}\right)\right]$$ - volume mag. energy TVA при $\vec{S}(z)$

$$\Lambda'(k) = \frac{4}{c^2}\int_0^c d\varrho\,\frac{\varrho^2(1+\varrho^2)}{[1+\varrho^2/c^2]^2}J_1(k\varrho).$$ $W_m^{vol}(in\text{-}core)$ при $\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}=0$ сводится к Metlov JAP'13.

Нужно как вывести W_m^{vol} (finite c) на TM $\omega_0 \sim W_m^{vol}(c=0)$ Считать в MathCad.

$\frac{\omega_0(c)}{\omega_0(c=0)} = \frac{W_m^{vol}(c)}{W_m^{vol}(c=0)}$ должно при $c = 0.2-0.3$ лишь на 1-2% больше 1 и убывает с $\beta\uparrow$,

т.е. эффект. учет finite radius core "с" практически мал, и приводит к росту $\omega_0(\beta,c)$, а не к падению $\omega_0(c,\beta)$. Доп. учет $\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial z}\cdot\frac{\partial\vec{S}}{\partial z'}\right)$-члена лишь увеличит $\omega_0(\beta,c)$.

Таким путем этот глава thick dots с $\omega_0(\beta)\approx 1$ GHz не объяснить.

→ (2) Попробуем ввести либрационную TM с azim.-SW, $G_m(z)$ и $\vec{m}_{SW}(\varrho,z)$. Начинаем с отн. простых путей: ави, решение LLG с мнимым числом мод G_0, SW $(n=0, m=\pm 1)$ - Guslienko PRL'08, более полный и физический ави. подход

G_n-hybridiz.

Gus' PRB'10 – topol. gauge field, где Bogoroche eq Thiele, vortex mass $\hat{M}$ и гирот. Все SW (n) с $m=\pm1$ interacting with vortex core. TM–SW hybridization

Gus' PRL'08 – $\Delta\omega_{\text{затух}}$: $\sum_j (L_{jj'} - \omega N_{jj'})\, c_j = 0$, $\vec{m}(\vec{r}) = \sum_j c_j \vec{m}_j(\vec{r})$, где $\vec{m}_0$ – TM и $\vec{m}_{1,2}$ SW$(n=0, m=\pm1)$

$$\det(\hat{L} - \omega\hat{N}) = \det\begin{pmatrix} L_{00}-\omega N_{00} & L_{01}-\omega N_{01} & L_{01}+\omega N_{01} \\ L_{10}-\omega N_{10} & L_{11}-\omega N_{11} & L_{12} \\ L_{20}+\omega N_{01} & L_{12} & L_{22}-\omega N_{22} \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} L_{00}-\omega N_{00} & L_{01}-\omega N_{01} & L_{01}+\omega N_{01} \\ L_{10}-\omega N_{10} & L_{11}-\omega N_{11} & L_{12} \\ L_{20}+\omega N_{01} & L_{12} & L_{11}+\omega N_{11} \end{pmatrix}$$

$L_{11} = L_{22}$, $L_{21} = L_{12}$, $L_{01} = L_{02}$, $N_{22} = -N_{11}$, $N_{12} = N_{21} = 0$, $N_{02} = -N_{01}$. $L_{jj'} = L_{j'j}$ – эрмитова, $N_{jj'}$ – эрмитова.

$N_{jj'} = -i\langle \vec{\mu}\cdot[\vec{m}_j^* \times \vec{m}_{j'}]\rangle$, $N_{jj'}^* = i\langle \vec{\mu}\cdot[\vec{m}_j \times \vec{m}_{j'}^*]\rangle = -i\langle \vec{\mu}\cdot[\vec{m}_{j'}^* \times \vec{m}_j]\rangle = N_{j'j}$

$$\det(\hat{L} - \omega\hat{N}) = \det\begin{pmatrix} L_{00}-\omega N_{00} & L_{01}-\omega N_{01} & L_{01}+\omega N_{01} \\ L_{01}^* - \omega N_{01}^* & L_{11}-\omega N_{11} & L_{12} \\ L_{01}^* + \omega N_{01}^* & L_{12} & L_{11}+\omega N_{11} \end{pmatrix} = (L_{00}-\omega N_{00})(L_{11}^2 - \omega^2 N_{11}^2) +$$

$$+ L_{12}(L_{01}-\omega N_{01})(L_{01}^* + \omega N_{01}^*) + L_{12}(L_{01}^* - \omega N_{01}^*)(L_{01}+\omega N_{01}) + \ldots = \text{(Eq.(5) – Gus'PRL'08)}$$

$$\det(\hat{L} - \omega\hat{N}) = \omega_M(\omega_G - \omega)(\omega_R^2 - \omega^2) + \frac{1}{2}\frac{N_V^2}{N_S}\left[\omega^2(\omega_R^2 - 2\omega_D^2) + \omega_D^4\right] = 0. \qquad m_0(\theta) = \frac{1}{8}(1-\theta^2)$$

$N_V = \int d\theta\, \theta\, m_0(\theta) m_R(\theta)$ совп. с моим (PRB'10) $J_n = \int d\theta\, \theta\, m_0(\theta) a_n(\theta)$ и/или $n=0$, $a_0 = m_R$

$N_S = \int d\theta\, \theta\, m_R^2(\theta)$, а нормир. $\int d\theta\, \theta\, a_n^2(\theta) = 1$. SW – $\vec{U}(\theta,t) = a_n(\theta)\cos(n\varphi - \omega t)$

ω_D – omc. dipole intermode coupling. Видно $\frac{N_V^2}{2N_S} = \varepsilon \ll 1$.

Имеем $\omega_\pm = \omega_R + \frac{\omega_R}{2}\varepsilon$. $\omega_M(\omega_G - \omega_\pm)(-2\omega_R\alpha\varepsilon) + \varepsilon\left[\omega_R^2(\omega_R^2 - 2\omega_D^2) + \omega_D^4\right] = 0$

$\omega_G \ll \omega_\pm = \omega_R + \alpha\varepsilon$ $2\omega_M\omega_R^2\alpha + \omega_R^2(\omega_R^2 - 2\omega_D^2) + \omega_D^4 = 0$

$$\alpha = -\frac{1}{2\omega_M}\left[(\omega_R^2 - 2\omega_D^2) + \frac{\omega_D^4}{\omega_R^2}\omega_D^2\right], \quad \alpha = -\frac{1}{2\omega_M\omega_R^2}(\omega_R^2 - \omega_D^2)^2 \approx \left|\omega_D^2 \ll \omega_R^2\right| = -\frac{\omega_R^2}{2\omega_M}.$$

$$\omega_\pm = \omega_R \pm \frac{\omega_R^2}{2\omega_M}\varepsilon = \omega_R \pm \frac{1}{2\omega_M}(\omega_R^2 - 2\omega_D^2)\frac{N_V^2}{2N_S} = \omega_R \pm \frac{1}{2}\Delta\omega, \quad \underset{\text{Splitting}}{\Delta\omega} = \frac{1}{2}\frac{N_V^2}{N_S}\frac{1}{\omega_M}(\omega_R^2 - 2\omega_D^2)$$

Имеем $\omega_0 = \omega_G + \gamma\varepsilon$, $\omega_M(-\gamma\varepsilon)(\omega_R^2 - \omega_G^2) + \varepsilon\left[\omega_G^2(\omega_R^2 - 2\omega_D^2) + \omega_D^4\right] = 0$

$\omega_G \ll \omega_R$, $-\gamma\varepsilon\omega_M\omega_R^2 + \omega_D^4 = 0$, $\gamma = \frac{\omega_D^4}{\omega_M\omega_R^2}$, $\left(\omega_0 = \omega_G + \frac{1}{2}\frac{N_V^2}{N_S}\frac{\omega_D^4}{\omega_M\omega_R^2}\right)$ – в Gus'PRB'10 эта перенорм. ω_G интерпр. через появление core mass $\hat{M}$ в ур-ии thiele. Но $\hat{M} \neq 0$ понимает ω_0. Должно $\gamma < 0$. $\gamma = \frac{1}{\omega_M\omega_R^2}\left[\omega_D^4 + \omega_G^2(\omega_R^2 - 2\omega_D^2)\right]$ может быть <0 только если $\omega_R^2 < 2\omega_D^2$ и $\omega_D \approx \omega_G$, что нереалистично, ведь $\omega_D^2 \ll \omega_R^2$.

Из Gus'PRL'08 следует, что инерциальное с SW $(m=\pm1)$ увеличивает (!) ω_G – TM.

В Gus'PRB'10 показано, что любое инерциальное с SW приводит к $\hat{M} > 0$ (и. mass), у которой уменьшает ω_G. Именно $\omega_G' = \omega_G - \hat{M}\frac{\omega_G^2}{|G|}$. В Gus'PRL'08 ошибка?

→ ур-е Thiele $M\ddot{\vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} + \partial_{\vec{X}}W = 0$, $W = \frac{\varkappa}{2}|\vec{X}|^2$ → $M\ddot{Z} + iG_z\dot{Z} + \varkappa Z = 0$, $Z = X + iY$, $Z = Z_0 e^{i\omega t}$

$-\omega^2 M - G_z\omega + \varkappa = 0$, $M=0$, $\omega = \varkappa/G_z > 0$, $G_z > 0$, $G_z = G$, $\omega_0 = \varkappa/G$ – гасила и/или $M=0$.

$M\omega^2 + G\omega - \varkappa = 0$, $\omega_\pm = \frac{1}{2M}\left[-G \pm \sqrt{G^2 + 4M\varkappa}\right] = \frac{G}{2M}\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4M\varkappa}{G^2}}\right]$

При $\frac{4M\varkappa}{G^2} = \frac{4M}{G}\omega_0 \ll 1$, $M \to 0$, $\omega_\pm = \frac{G}{2M}\left[-1 \pm \left(1 + \frac{2M\varkappa}{G^2} - \frac{1}{8}\frac{4^2M^2\varkappa^2}{G^4}\right)\right]$, $G > 0$, $\omega_0 > 0$

$$\omega_+ = \frac{G}{2M}\left[\frac{2M\varkappa}{G^2} - \frac{2M^2\varkappa^2}{G^4}\right] = \omega_0 + M\frac{\varkappa^2}{G^3} = \omega_0\left[1 - \frac{M}{G}\omega_0\right],$$ это и нашли в Gus' PRB'10.

Т.е. любая масса $M > 0$ понижает ω_0. $\omega_- = -\frac{G}{M} - \omega_0 < 0$, $|\omega_-| \gg \omega_0$, $M \to 0$.

$$\det(\hat{L}) = L_{00}L_{11}^2 + 2L_{12}|L_{01}|^2 + 2L_{11}|L_{01}|^2(-1) - L_{12}^2 L_{00} = L_{00}(L_{11}^2 - L_{12}^2) + 2|L_{01}|^2(L_{12} - L_{11}) =$$

$$= \frac{1}{N_{00}}\omega_G N_{11}^3 \omega_R^2 + 2|L_{01}|^2(L_{12} - L_{11})$$ или $\det(\hat{L}) = \omega_M\omega_G\omega_R^2 + \frac{1}{2}\frac{N_V^2}{N_S}\omega_D^4 > 0$ согл. Gus'PRL'08

Неясно, где ошибка. Но Eq.(5)–Gus'PRL'08 дает реально ω_0 наименьшей частоты.

(!) Но если в eq. $\omega_0' = \omega_0\left[1 - \frac{M}{G}\omega_0\right]$, увеличить M $(M \to L)$ за счет interaction с SW $(m=\pm1)$ с разными $q_z = \frac{\pi n}{L}$ (Видно $q_z = 0, 2, 4, \ldots$, только SW отн. $z = L/2$ – центра dot), то $\omega_0'(L)$ можно существенно понизить. $J_{n'} \sim \int dz\, m_0(z)\cos q_{n'}z$. Увелич. $J_{n'} \sim L^2$, если $m_0(z) = a - bz^2$, от.

9/X 14г. План конференций на 2015г.

1) INTERMAG'2015, May 4-8, 11-15, Beijing, China
Abs. go Jan. 9, 2015 Adv. registr. go Apr. 1

2) Mag. Nanowires and Nanotubes, May 17-20, Meersburg Germany
Abs. go March 15, 2015 Reg. fee 450 € - bee Gunor.

3) HMM'2015, Model. Micromag., May 18-20, 2015, Iasi, Romania
Abs. go Feb. 19, 2015 Adv. registr. go Apr. 1, 2015

4) RTNSA'15, June 30 - July 3, 2015, Ordizia, Spain ≤ posters
Chair of Program Com.

5) ICM'15, July 5-10, Barcelona, Spain
Abs. go Feb. 15 Reg. fee - 500 € go Apr. 17
- 600 € go June 28
- 700 € on-site
My subtopic „Vortex & skyrmion dynamics" (Abertaben.)

6) ICMFS'15, July 12-17, 2015, Cracow, Poland
Abs. go March 23, 2015 Reg. fee - 450 € go May 11
- 500 € go June 20

7) Magnonics IV, Aug. 2-6, Seon, Germany

8) NanoPT'2015, Porto, Portugal, 11-13 Feb. 2015
Abs. oral - go Nov. 7, 2014 Reg. fee - 325 €
poster - go Jan. 6, 2015. go Nov. 26, 14, 425 € nocue

9) ImagineNano, 10-13 March, 2015, Bilbao
Abs. go Dec. 1, 2014 (magnetism - her, touch magnetooptics)

10) ISMANAM'15, 12-17 July 2015, Paris, France
Abs. go March 1, 2015 Apr. 15

11) E-MRS Spring Meeting, May 11-15, Lille
France / Abs. go Jan. 15, 2015
Symp. Topol. defects, DW, vortices, skyrmions.
Reg. fee - 500 € go March 30, 2015

12) Magnonics-2015, Seon, Germany, Aug. 2-6, 2015
Abs. go March 31, 2015 Conf. fee - 350 € all incl.

13) SpinIcur Summer School 2015 - Spintronics
Sept. 7-11, 2015, Braga, Portugal
Abs. go ... May, 2015.

14) TNT 2015, Tolosa, France, Sept. 7-11, 2015
Abs. go May 29 Reg. fee 420 € go June 22

15) Ultrafast Magnetism Conf. UMC-2015, Oct. 19-23, 2015, Nijmegen, Netherlands
Abs. go June 15, reg. fee 400 € go Sept. 15, 2015

Vortex-TM thick dot
Vortex mass
NL - STO-vortex
Vortex cluster dyn. APEX
Eff. vortex damping
DW - nanotubes
Skyrmion MPD Mag. lett.

oral → inv.
oral →
Subm.
accept oral
oral rejected
Mv
oral accept
abs.
abs. Mv

(9/I) ?omuca в "Dell", запросил change monitor, носил photos monitor Campoy Eduardo. Купил билет Donostia – Barcelona на 26/I – 1/II Сам в Lepe. Хлопоты с Julian по открытию R·T·N·S, A нев. зде. После г. com. lett. Оксане на чтение GEFES за группу диссертанту.

// Две задачи TM-thick dot Тогда лагранжиан $\Lambda = \int d^3\vec{r}\,\lambda = \Lambda_v + \Lambda_{sw} + \Lambda_{int}$

Azimuthal SW over moving vortex background, $\Lambda_{int} = \int d^3\vec{r}\,\lambda_{int}$.

Сом. Rus' PRB'10: $\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_v \dot{\Phi}_v e_\theta$, где $\vec{m}'_{sw} = (e_\theta, \psi, 0)$ в $x'y'z'$ с $Oz' \parallel \vec{M}_v$.

Θ_v, Φ_v углы сферич. ск. vortex $\vec{m}_v$. Связь $\vec{m}_v(\vec{\rho}, z, t)$ и $\Theta_v(\vec{\rho}, z, t)$, $\Phi_v(\vec{\rho}, z, t)$.

В лин. приближении для YD (quadratic gauge energy Λ) $\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0 \dot{\Phi}_v e_\theta$.

$\dot{\Phi}_v = \frac{d}{dt}\Phi_v(\vec{\rho}, \vec{X}(z,t)) = \frac{\partial\Phi_v}{\partial\vec{X}}\cdot\frac{d\vec{X}(z,t)}{dt} = \nabla_{\vec{X}}\Phi_v \cdot \dot{\vec{X}}$, $\vec{X} = \vec{X}(z,t)$.

$\mathcal{L} = \int d^3\vec{r}\,\lambda$. $\mathcal{L}_v + \mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_v + \int d^3\vec{r}\,\lambda_{int} = \mathcal{L}_v + \int d^3\vec{r}\,\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0 e_\theta \nabla_{\vec{X}}\Phi_v \cdot \dot{\vec{X}} =$

$= \mathcal{L}_v + \vec{K}\cdot\dot{\vec{X}}(z,t)$, $\vec{K}(z,t) = \frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{\rho}\,\sin\Theta_0(\rho)\, e_\theta(\vec{\rho}, z, t)\nabla_{\vec{X}}\Phi_v(\vec{\rho}, \vec{X})$

$\mathcal{L}_v = \frac{1}{2}(\vec{G}\times\vec{X})\cdot\dot{\vec{X}} - W(\vec{X}, \frac{\partial\vec{X}}{\partial z})$, $\vec{G} \to \vec{g}$, $\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\vec{X}}} - \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\vec{X}} = 0$, $\mathcal{L} = \mathcal{L}_v + \vec{K}\cdot\dot{\vec{X}}$

$\vec{g}\times\dot{\vec{X}} + \vec{K} - \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\vec{X}} = 0$, $\left(\vec{g}\times\dot{\vec{X}} + \frac{\partial W}{\partial\vec{X}} - \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial W}{\partial(\partial\vec{X}/\partial z)} = -\vec{K}(z,t)\right)$, $\vec{K}$ – gen coupling с SW.

$\vec{g}\times\dot{\vec{X}}(t) + \int dz' \alpha(zz')\vec{X}(z') - \gamma\frac{\partial^2\vec{X}}{\partial z^2} = -\vec{K}(z,t)$ – ур-е Thiele для z-сечения of thick dot.

Это обобщ. расчета 24/II 2008 на $\vec{m}_v(\vec{\rho}, z, t)$ или $\vec{X}(z,t)$. $\Phi_v = \Phi_v(\vec{\rho}, \vec{X}(z,t))$

ТчА $\Phi_v(\vec{\rho}, \vec{X}) = \Phi_0 + \varphi + m_0(\rho)[y\sin\varphi X - \cos\varphi Y]$, $\dot{\Phi}_v = m_0(\rho)[\sin\varphi\dot{X} - \cos\varphi\dot{Y}]$, $\vec{X}(z,t)$.

$m_0(\rho) = \frac{1}{\rho}(1-\rho^2)$ v. TM mode profile. $\dot{\Phi}_v$ сохр. свой вид. Gauge field → TM+SW hybr.

(10/I) Вошел в Citi B. по новому transfer. Снял 10 ₽, зачислен 1/I (overdraft checking account, лимит ов. overdraft ~ 11/I ₽ от сист saving). Такая схема-напоминание. Надо получ. SoS N. E-mail to "Dell" – решено монитор менять. Выяснить current computer parts через UA-system Dell ("Dell") / Dorsten ("HP").

$\nabla_{\vec{X}}\Phi_v = \vec{i}\frac{\partial\Phi}{\partial X} + \vec{j}\frac{\partial\Phi}{\partial Y} = \vec{i}m_0\sin\varphi - \vec{j}m_0\cos\varphi = m_0(\rho)(\vec{i}\sin\varphi - \vec{j}\cos\varphi) = -m_0(\rho)\hat{\varphi}$

$\vec{K} = \frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{\rho}\,\sin\Theta_0\, e_\theta \nabla_{\vec{X}}\Phi_v = -\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{\rho}\sin\Theta_0 e_\theta m_0\cdot\hat{\varphi}(\varphi) = K_\varphi\hat{\varphi}$. $e_\theta(\rho, z, t)$ – чем более z?

$(\vec{m}'_{sw})_{x'} = e_\theta$, $(\vec{m}'_{sw})_{y'} = \psi$. $\vec{m}'_{sw} = \vec{m}_{sw}(\rho)e^{i(q_z z + m\varphi - \omega t)}$ — чер. см. Меркулов. Маг. колеб.

Волна $\parallel Oz$ с-образная $\Rightarrow \vec{m}'_{sw} \sim (A\cos q_z z + B\sin q_z z)e^{i(m\varphi - \omega t)} = \vec{m}_{sw}(\rho, z)e^{i(m\varphi - \omega t)}$

$\to e_\theta(\rho, z, \varphi, t) = a(\rho, z)\cos(m\varphi - \omega t)$ и $\vec{K} = K_x + iK_y = \frac{M_s}{\gamma}\pi m\omega\,\delta_{|m|,1}\cdot I_a e^{im\omega t}$

$I_a = \int d\rho\, m_0 a \sin\Theta_0$. $K = K_x + iK_y = \pi\frac{M_s}{\gamma}(-i)\delta_{|m|,1} I_a e^{im\omega t}$

Vortex mass thin dot (Rus' PRB'10) рассчитана 16/IV 2009 г. и испр. 14–15/IV 2009 г.

Note: У в ур-и Thiele и YD-SW надо учитывать exchange ~ $\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)$, учит. $\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)$ и в $\int dz$.

Достаточно ли $-\dot{\Phi}_v$ как interact. term в YD-SW?

$\vec{A}'_0 = \begin{pmatrix} \sin\Phi & \Theta \\ -\cos\Phi & \Theta \\ -\dot{\Phi} & \end{pmatrix}$, но есть группа $\vec{A}'_\mu$. $\lambda_{kin} = \vec{D}(\vec{m})\dot{\vec{m}} = \vec{D}\frac{\partial\vec{m}}{\partial t} \Rightarrow \vec{D}\cdot\left(\frac{\partial}{\partial t} - \hat{A}_0\right)\vec{m}'_{sw}$

$\lambda_{int} = -\vec{D}\cdot\hat{A}_0\vec{m}'_{sw}$ из $\frac{\partial}{\partial t}$-члена в лагранжиане.

$\hat{A}_0\vec{m}'_{sw} = \vec{A}_{\mu=0}\times\vec{m}'_{sw} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\Phi} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e_\theta \\ \psi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & -\dot{\Phi} \\ e_\theta & \psi & 0 \end{vmatrix} = -\dot{\Phi}e_\theta\hat{y}' + \dot{\Phi}\psi\hat{x}'$.

$\vec{D}(\vec{m}) = \frac{M_s}{\gamma}\frac{[\vec{n}\times\vec{m}]}{(1+\vec{m}\cdot\vec{n})}$, $\vec{n} = \hat{z}$ (lab. system). $\vec{n}\times\vec{m} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ m_x & m_y & m_z \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{x}m_y - \hat{y}m_x$

$\vec{m} = \vec{m}_v$ здесь. $\vec{m}'_v = (0,0,1)$

$\lambda_{int} = -\frac{M_s}{\gamma}\frac{(\vec{n}\times\vec{m}')}{(1+\vec{n}\cdot\vec{m}')}\cdot\vec{A}'_0\times\vec{m}'_{sw} =$ $(\vec{A}\times\vec{B})(\vec{C}\times\vec{D}) = (\vec{A}\cdot\vec{C})(\vec{B}\cdot\vec{D}) - (\vec{A}\vec{D})(\vec{B}\vec{C})$

$= -\frac{M_s}{\gamma}\frac{1}{1+\vec{n}\vec{m}'}\left[(\vec{n}\cdot\vec{A}'_0)(\vec{m}'\cdot\vec{m}'_{sw}) - (\vec{n}\cdot\vec{m}'_{sw})(\vec{m}'\cdot\vec{A}'_0)\right] = +\frac{M_s}{\gamma}\frac{(\vec{n}\cdot\vec{m}'_{sw})}{1+\vec{n}\vec{m}'_v}(-\dot{\Phi}_v)$

$\vec{n} = \hat{z}$, $(\vec{n}\cdot\vec{m}'_{sw}) = \hat{z}\cdot(e_\theta\hat{x}' + \psi\hat{y}') = |$Сом. 17/X $\hat{z}\cdot\hat{x}' = -\sin\Theta_v$, $\hat{z}\cdot\hat{y}' = 0$ если неедет сюда cosΘ_v $|$

$= -e_\theta\sin\Theta_v$. $\lambda_{int} = -\frac{M_s}{\gamma}\frac{\dot{\Phi}_v}{1+m'_{vz}}(-\sin\Theta_v)e_\theta = |\hat{z}\cdot\hat{z} = \cos\Theta_v = \vec{n}\cdot\vec{m}'_v| = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_v\dot{\Phi}_v e_\theta$ ($1+m'_{vz} \approx 0$)

Это кинетич. ($\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\dot{\Phi}_v e_\theta$) из-за $\frac{\partial}{\partial t} \to \left(\frac{\partial}{\partial t} - \hat{A}_0\right)$ – 0-component of gauge $\hat{A}_\mu$ fields.

Но есть еще gauge field из-за $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ в wex (см. Dugaev PRB'05).

Если у core преобраз. $\partial_\mu\Theta = 0$, то $\hat{A}_\mu = \begin{pmatrix} 0 & \partial_x\Phi_0 & \partial_y\Phi_0 \\ -\partial_x\Phi_0 & 0 & 0 \\ -\partial_y\Phi_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{A}_\mu\vec{m} = \vec{A}_\mu\times\vec{m}$, $\vec{A}_\mu = (0, 0, -\partial_\mu\Phi_v)$

Escaneado con CamScanner

$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \to \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - \hat{A}_\mu\right)$. $\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\mu} \to \left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - \hat{A}_\mu\right)\vec{m} = \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\mu} - \hat{A}_\mu \times \vec{m}$. $W_{ex} = W_{ex}^{v} + W_{ex}^{sw}$

$\mu = x, y, z$ $(1, 2, 3)$. Gauge field rotbl. b $x'y'z'$-frame c $\hat{e}z' \parallel \vec{m}_v$

Dom vortex each $\vec{A}'_\mu \times \vec{m}'_v = (0, 0, -\partial_\mu \Phi) \times (0, 0, 1) = 0$, если $\partial_\mu \Theta = 0$ uniform/flat

Dom SW $\vec{A}'_\mu \times \vec{m}'_{sw} = (0, 0, -\partial_\mu \Phi) \times (\theta\cos\psi, \theta\sin\psi, 0) = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & -\partial_\mu\Phi \\ \theta\cos\psi & \theta\sin\psi & 0 \end{vmatrix} =$

$= -\partial_\mu\Phi\,\theta\cos\psi\,\hat{y}' + \partial_\mu\Phi\,\theta\sin\psi\,\hat{x}'$. $W_{ex} = A\sum_\mu (\nabla m_\alpha)^2 = A\sum_\mu \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\mu}\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\mu} = A\sum_\mu \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\mu}\right)^2$, $\vec{m}'_{sw} = \theta\cos\psi\,\hat{x}' + \theta\sin\psi\,\hat{y}'$

$\sum_\mu \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\mu}\right)^2 \Rightarrow \sum_\mu \left(\frac{\partial \vec{m}'}{\partial x_\mu} - \hat{A}'_\mu \times \vec{m}'\right)^2$ $\left|\vec{m}' = \vec{m}'_v + \vec{m}'_{sw}\right| =$

$= \sum_\mu \left(\frac{\partial \vec{m}'_v}{\partial x_\mu} + \frac{\partial \vec{m}'_{sw}}{\partial x_\mu} - \hat{A}'_\mu \times \vec{m}'_{sw}\right)^2 = \left|\frac{\partial \vec{m}'_v}{\partial x_\mu} = 0\right| = \sum_\mu \left(\frac{\partial \vec{m}'_{sw}}{\partial x_\mu} - \hat{A}'_\mu \times \vec{m}'_{sw}\right)^2 = \sum_\mu \left[\left(\frac{\partial \vec{m}'_{sw}}{\partial x_\mu}\right)^2 - 2\frac{\partial \vec{m}'_{sw}}{\partial x_\mu}\cdot(\hat{A}'_\mu \times \vec{m}'_{sw}) + (\hat{A}'_\mu \times \vec{m}'_{sw})^2\right] = \sum_\mu \Big[(\theta_\mu)^2 - 2\{\hat{x}'\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial x_\mu} + \hat{y}'\frac{\partial\theta\sin\psi}{\partial x_\mu}\}\{-\hat{x}'\sin\psi + \hat{y}'\cos\psi\}\partial_\mu\Phi +$

$+ (\partial_\mu\Phi)^2\{(\hat{x}'\cos\psi + \hat{y}'\sin\psi) \times (-\theta\sin\psi\,\hat{x}' + \theta\cos\psi\,\hat{y}')\}^2 = \sum_\mu \Big[(\theta_\mu)^2 - 2\partial_\mu\Phi\{\cos\psi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial x_\mu} + \sin\psi\frac{\partial\theta\sin\psi}{\partial x_\mu}\} + (\partial_\mu\Phi)^2(\theta^2\sin^2\psi + \theta^2\cos^2\psi)\Big]$

$W_{ex} = A\sum_\mu \left[\left(\frac{\partial \vec{m}'_{sw}}{\partial x_\mu}\right)^2 - 2\partial_\mu\Phi\left(\cos\psi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial x_\mu} + \sin\psi\frac{\partial\theta\sin\psi}{\partial x_\mu}\right) + (\partial_\mu\Phi)^2(\theta^2\cos^2\psi + \theta^2\sin^2\psi)\right]$, $\mu = 1, 2, 3$ (x, y, z)

$\Phi = \Phi_v(\vec{s}, \vec{x}) = \Gamma\frac{\pi}{2} + \varphi + m_0(\vec{s})\left[X\sin\varphi - Y\cos\varphi\right]$, $\varphi = \arctg\frac{Y}{X}$. $\vec{s} = (s, \Theta)$ vortex

$\frac{\partial\Phi}{\partial z} \sim \frac{\partial\varphi}{\partial z}$, $\frac{\partial\theta}{\partial z}$ не дает вклада в инт. взаимодействия дает УД (квадр. дает w).

$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + O(\vec{x}) = \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}}\frac{y}{x^2}(-1) = \frac{-y}{x^2+y^2} = -y\frac{1}{s^2} = -\frac{\sin\varphi}{s}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}}\frac{1}{x} = \frac{\cos\varphi}{s}$

$\frac{W_{ex}}{A}(\text{gauge}) = -2\sum_\mu \partial_\mu\Phi\left(\psi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial x_\mu} - \theta\frac{\partial\psi}{\partial x_\mu}\right) = (-2)\Big[-\sin\varphi\left(\psi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial x} - \theta\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) + \cos\varphi\left(\psi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial y} - \theta\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\Big] =$

$= -\frac{2}{s}\Big[\psi\left(\cos\varphi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial x} - \sin\varphi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial x}\right) + \theta\left(\sin\varphi\frac{\partial\psi}{\partial x} - \cos\varphi\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\Big]$

$\nabla\psi = \hat{s}\frac{\partial\psi}{\partial s} + \hat{\varphi}\frac{\partial\psi}{s\partial\varphi} = (\hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi)\frac{\partial\psi}{\partial s} + \frac{1}{s}(-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi)\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = \hat{x}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial\psi}{\partial y} =$

$= (\hat{s}\cos\varphi - \hat{\varphi}\sin\varphi)\frac{\partial\psi}{\partial x} + (\hat{s}\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi)\frac{\partial\psi}{\partial y}$, $\hat{s}: \frac{\partial}{\partial s} = \cos\varphi\frac{\partial}{\partial x} + \sin\varphi\frac{\partial}{\partial y}$, $\hat{\varphi}: \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi} = -\sin\varphi\frac{\partial}{\partial x} + \cos\varphi\frac{\partial}{\partial y}$

$W_{ex} = -\frac{2}{s}A\left[\psi\frac{1}{s}\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial\varphi} - \theta\frac{1}{s}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right] = -\frac{2A}{s^2}\left[\psi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial\varphi} - \theta\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right]$, $\frac{\partial}{\partial\varphi} = -\sin\varphi\frac{\partial}{\partial x} + \cos\varphi\frac{\partial}{\partial y}$

$\sum_\mu(\partial_\mu\Phi)^2 = \frac{\sin^2\varphi}{s^2} + \frac{\cos\varphi^2}{s^2} = \frac{1}{s^2} \Rightarrow$ $W_{ex}(\text{gauge}) = -\frac{2A}{s^2}\left[\psi\frac{\partial\theta\cos\psi}{\partial\varphi} - \theta\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right] + \frac{A}{s^2}(\psi^2 + \theta^2)$

Note: $\lambda_{int} = -\vec{D}'\cdot\hat{A}'_0\vec{m}'_{sw}$, комп components векторов (тензоров) при переходе от xyz к $x'y'z'$ с $Oz' \parallel \vec{m}_v(\Theta, \Phi)$ берутся в new coordinates $x'y'z'$ $(\vec{m}' = R\vec{m})$, а $\partial/\partial x_\mu$ берутся в исходных (лабораторных) координатах.

W_{ex} (gauge) для vortex ($\cos\Theta_v = 0$, $\frac{\partial\Theta}{\partial x_\mu} = 0$, т.е. вне core) должно появляться и в W_{ex}-УД при стандартной линеаризации LLG $\vec{m} = \vec{m}_0 + \delta\vec{m}$, $\delta\vec{m} = (\theta\cos\psi, \theta\sin\psi, 0) \perp \vec{m}_0$.

Замечание, что W_{ex}(gauge) не содержит interaction V-SW terms, и все V-SW interaction описываются by $\hat{A}_0$ или $\vec{A}_0$, где доминирует A_0^z.

// Уравнение для SW – θ, ψ будут сложнее, уже нельзя $\int dz(\ldots)$ из-за неоднородности. ФТ. Схема: θ выражаем via $\vec{X}$ и подставл. в $\lambda_{int} \sim \dot{\Phi}_v\theta$, так как $\lambda_{int} \sim \dot{X}_\alpha\dot{X}_\beta$ vortex mass. $\hat{M}$ умножит $\omega_0 \to \omega_0(1 - \frac{\hat{M}}{G}\omega_0)$.

Note: $\omega'_0 = \omega_0\left[1 - \frac{M}{G}\omega_0\right]$, $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{M}{G}\omega_0 = \left|M = \frac{L}{\gamma^2}\mu\right| = \mu\frac{L}{\gamma^2}\cdot\frac{\omega}{8}\gamma M_s\frac{L}{R}\frac{1}{2\pi M_s\frac{L}{\gamma}} = \frac{\mu}{2}\frac{1}{2\pi}\frac{L}{R} \simeq \frac{\mu}{\pi}\frac{L}{R}$.

Сфера ТМ-частиц m_p-ра $M_v \neq 0$ $\Delta\omega/\omega_0 \simeq \frac{M}{\pi}\frac{L}{R}$. В exp. - Ding $L/R = \frac{150}{150} = 1/2$. Если $\mu = 3/2$, $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \simeq \frac{1}{\pi} \sim 30\%$

Чтобы $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \simeq 1 \to 100\%$ достаточно $\mu \simeq 5$. $M = \mu\frac{L}{\gamma}$, также увелич M_v m_p-ра увелич количество ω_0 сом с которыми если TM-SW interaction (за счет $q_n^{sw} = n\pi/L \neq 0$), $n = 0, 1, 2, \ldots$

(11/I) С Л. и Ю. в Barakuldo, IKEA, Conforama, C&A, купили инвалюты к Ю. ~600 €.

(11/II) Что если ω_- из M-eq. Thiele? $\omega_- = \frac{G}{2M}\left[-1 - \left(1 + \frac{2Mx}{G^2} - \frac{2M^2x^2}{G^4}\right)\right] = -\frac{2G}{2M} - \omega_0$

$\omega_+ = \omega_0\left(1 + \frac{M}{G}\omega_0\right)$, $\omega_- = -\frac{G}{M} - \omega_0 < 0$, $\omega_0 G M > 0$, $P_v > 0$. $\frac{G}{M} = \frac{2\pi M_s L_n}{\gamma}\left(\mu\frac{L^2}{\gamma^2}\right)^{-1} = \frac{2\pi}{\mu}\gamma M_s$

$|\omega_+| \simeq \frac{2\pi}{\mu}\gamma M_s \simeq \frac{1}{2\mu}\omega_M$ при $M_v \to 0$. При $\mu \simeq 5$ $|\omega_+| \simeq \frac{1}{10}\omega_M \simeq 3\,GHz$, $\omega_- \simeq 1\,GHz$.

Точнее $|\omega_-| = \frac{1}{2\pi}\omega_M + \omega_0 \simeq 3\,GHz + 2\,GHz$ (exp. Ding) $\simeq 5\,GHz$ – в области sw эффект $\omega_- < 0$, с/л rotation of vortex $\vec{X}_v(t)$. Роль ω_- неясна. По ω_--mode должна у всех ферромагн M_v (спинов)

Escaneado con CamScanner

SW-linear response dynamic vortex $\vec{m}_v(\Theta_v, \Phi_v)$: $\Phi = \Phi_v + \psi(z,t)$, $\Theta = \Theta_v + \varepsilon\ell(\vec{r},t)$

$\Theta_v = \Theta_v(\delta, \chi(t))$, $\Phi_v = \Phi_v[\delta, \chi(t)]$ – essentially as Gus' PRB'10 но у нас z-dependence (z-thickness)

Dyn. $\vec{m} = \vec{m}_v + \vec{m}_{sw}$ – Ур-ние Слончевского'89 $\vec{M}(\Theta, \Phi)$, см. 22/II OBs.

$$\begin{cases} -\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Theta} = -2A(\nabla^2\Phi)\sin^2\Theta - 2A(\nabla\Phi\cdot\nabla\Theta)\sin 2\Theta - \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Phi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Phi} = A(\nabla\Phi)^2\sin 2\Theta - 2A\nabla^2\Theta - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\Theta} \end{cases}$$

Здесь $\vec{H} = \vec{H}[\vec{M}]$ – magnetostatic field.

Вычисляем скорость изм. SW (нижа) и инерц. (нижнее) – дальнодействующие YD – пренебрежимо.

$\frac{1}{M_s}\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{M}}{\partial t} = \frac{H_\theta}{M_s}\frac{\partial M_\theta}{\partial t} + H_\theta\frac{\partial m_\theta}{\partial t} + H_\varphi\frac{\partial m_\varphi}{\partial t}$, $\vec{m} = (\underbrace{\sin\Theta\cos\Phi}_{m_x}, \underbrace{\sin\Theta\sin\Phi}_{m_y}, \underbrace{\cos\Theta}_{m_z})$.

$m_\theta = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi = \sin\Theta\cos(\Phi-\varphi)$, $m_\varphi = -m_x\sin\varphi + m_y\cos\varphi$; $m_z = \cos\Theta$

$\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial t} = H_\theta(-1)\sin\Theta\sin(\Phi-\varphi) + H_\varphi\sin\Theta\cos(\Phi-\varphi) \Rightarrow \sin\Theta\left[H_\varphi\cos(\Phi-\varphi) - H_\theta\sin(\Phi-\varphi)\right] = H_\varphi m_\theta - H_\theta m_\varphi$

$m_\theta = m_\theta^v + m_\theta^{sw}$ – вклад динамики, $m_\theta^0 = 0$, $\vec{m} = \vec{m}^0 + \delta\vec{m}$, $m_\varphi = m_\varphi^0 + \delta m_\varphi$.

$\vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{h}$, static vortex $\vec{H}^0 = (0, 0, H_z^0)$, $H_z^0 \sim \cos\Theta_v^0$ и $H_z^0 = 0$ если в. core negligible

$\vec{H} = \vec{h}$ – pure dynamic, if neglect v. core, i.e. $\cos\Theta_v^0 = 0$, $\Theta_v^0 = \pi/2$.

$\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial t} = h_\varphi m_\theta - h_\theta m_\varphi = h_\varphi(m_\theta^0 + \delta m_\theta) - h_\theta(m_\varphi^0 + \delta m_\varphi) = -h_\theta m_\varphi^0$ – в лин. прибл.

$\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta} = H_\theta\frac{\partial m_\theta}{\partial\Theta} + H_\varphi\frac{\partial m_\varphi}{\partial\Theta} + H_z\frac{\partial m_z}{\partial\Theta} = h_\theta\cos\Theta\cos(\Phi-\varphi) + h_\varphi\cos\Theta\sin(\Phi-\varphi) + h_z(-1)\sin\Theta =$

$= m_z\left[h_\theta\cos(\Phi-\varphi) + h_\varphi\sin(\Phi-\varphi)\right] - h_z\sin\Theta$; $\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta} = m_z\left[h_\theta\cos(\Phi-\varphi) + h_\varphi\sin(\Phi-\varphi)\right] - h_z\sin\Theta =$

$= m_z^0\left[h_\theta\cos(\Phi_0-\varphi) + h_\varphi\sin(\Phi_0-\varphi)\right] - h_z\sin\Theta_0 = -h_z\sin\Theta_0$, если $m_z^0 = \cos\Theta_v^0 = 0$ прибл.

YD: $-\frac{1}{\gamma}\sin\Theta_0\dot{\varepsilon\ell} = -\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Phi} = +h_\theta m_\varphi^0$, $\frac{1}{\gamma}\sin\Theta_0\left[\dot{\Phi}_v + \dot{\psi}\right] = -\vec{H}\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta} = h_z\sin\Theta_0$

(линеаризуем) $\dot{\psi} = \gamma h_z - \dot{\Phi}_v$, но $-\frac{1}{\gamma}\sin\Theta_0\left[\dot{\Theta}_v + \dot{\varepsilon\ell}\right] = h_\theta m_\varphi^0$, $\sin\Theta_0\dot{\Theta}_v = \frac{d}{dt}(\cos\Theta_v) = 0$

$-\frac{1}{\gamma}\sin\Theta_0\dot{\varepsilon\ell} = h_\theta m_\varphi^0 = h_\theta\sin\Theta_0\sin(\Phi_v^0 - \varphi) = |\Phi_v^0 = C\frac{\pi}{2} + \varphi| = C h_\theta\sin\Theta_0$

$-\gamma^{-1}\dot{\varepsilon\ell} = C h_\theta$ и $\dot{\psi} = \gamma h_z - \dot{\Phi}_v$ и если исходное нач. YD, они совп. с Gus'PRB'10 (доказ. С)

$h_z = \int\int\int d\vec{r}'\left[G_{zz}(\delta m_v^z + \delta m_{sw}^z) + G_{z\theta}(\delta m_v^\theta + \delta m_{sw}^\theta) + G_{z\varphi}(\delta m_v^\varphi + \delta m_{sw}^\varphi)\right]$

$(\vec{\delta}, z, t)$

$\delta m_\varphi = 0$, т.к. $\vec{m}^0 = m_\varphi^0\vec{\varphi}$ и $\delta\vec{m}\cdot\vec{m}^0 = \delta m_\varphi\cdot m_\varphi^0 = 0$ – следуем.

$\lambda_{sw} = \frac{M_s}{\gamma}\varepsilon\ell\dot{\psi} + M_s\vec{m}_{sw}\cdot\vec{H}_m$, $\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\dot{\Phi}_v\varepsilon\ell$. $H_0\vec{H}_m = \vec{H}_m^v + \vec{H}_m^{sw} = \vec{h}_v + \vec{h}_{sw}$ и

в λ_{int} надо вып. магнитостатич. TM-SW interaction $\vec{m}_{sw}\cdot\vec{h}_v + \vec{m}_v\cdot\vec{h}_{sw}$ (см. нап. в Gus'PRB'10).

надо $\vec{m}_{sw}\vec{h}_v$, $\vec{m}_v\vec{h}_{sw}$ – умеем найти по сравн. с λ_{kin} $\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\varepsilon\ell\dot{\Phi}_v$ надо они

Вообще по нормам: поле TM-SW dip. interaction $\vec{h}_{sw}$ создаётся $\vec{m}_{sw}$ в $x'y'z'$ $\delta\vec{m}_v' = 0$, $\vec{m}_v = (0,0,1)$.

$h_z(\vec{\delta}, z, t) = \int\int\int d\vec{r}'\left[G_{zz}\delta m_z^{sw} + G_{z\theta}\delta m_{sw}^\theta\right]$; $h_\theta = \int dz'\int d\vec{\delta}'\left[G_{\theta\theta}\delta m_{sw}^\theta + G_{\theta z}\delta m_{sw}^z\right]$

$m_\theta = \sin\Theta\cos(\Phi-\varphi) = \sin(\Theta_v + \varepsilon\ell)\cos\left[C\frac{\pi}{2} + \delta\Phi_v + \psi\right] = (\sin\Theta_v\cos\varepsilon\ell + \cos\Theta_v\varepsilon\ell)(-C)(\delta\Phi_v + \psi) =$

$= -C\left[\sin\Theta_v\delta\Phi_v + \sin\Theta_v\psi\right] = \delta m_\theta^v + \delta m_\theta^{sw}$, $\delta m_\theta^v = -C\sin\Theta_0\delta\Phi_v$, $\delta m_\theta^{sw} = -C\sin\Theta_0\cdot\psi$.

$m_z = \cos\Theta = \cos(\Theta_v^0 + \delta\Theta_v + \varepsilon\ell) = \cos\Theta_0 - \sin\Theta_0(\delta\Theta_v + \varepsilon\ell)$; $\delta m_z^v = -\sin\Theta_0\delta\Theta_v$, $\delta m_z^{sw} = -\sin\Theta_0\varepsilon\ell$

$h_z(\vec{\delta}, t) = -\int d\vec{\delta}'dz'\sin\Theta_0\left[G_{zz}\varepsilon\ell(\vec{\delta}', z', t) + C\,G_{z\theta}\psi(\vec{\delta}', z', t)\right]$; $-h_\theta(\vec{\delta}, t) = \int\int\int dz'\sin\Theta_0\left[C\,G_{\theta\theta}\psi(\vec{\delta}', z', t) + G_{\theta z}\varepsilon\ell(\vec{\delta}', z', t)\right]$

$\dot{\varepsilon\ell} = \gamma\int\int\int d\vec{r}'\left[G_{\theta\theta}\psi(\vec{\delta}', z', t) + C\,G_{\theta z}\varepsilon\ell(\vec{\delta}', z', t)\right]$, $\dot{\psi} = -\gamma\int\int\int d\vec{r}'\left[G_{zz}\varepsilon\ell(\cdot) + C\,G_{z\theta}\psi(\cdot)\right] - \dot{\Phi}_v$

$G_{\theta\theta}(\vec{\delta}, z, \vec{\delta}', z') = -\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\theta'}\int dk\, e^{-k|z-z'|}\sum_\mu J_\mu(k\delta)J_\mu(k\delta')e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$, $G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$\varepsilon\ell(\vec{\delta}, z, t) = \alpha(\vec{\delta}, z)\cos(m\varphi - \omega t)$; $\psi(\vec{\delta}, z, t) = \beta(\vec{\delta}, z)\sin(m\varphi - \omega t)$ – ansatz для SW.

Нужно $\alpha, \beta \sim e^{i\varphi}$ $\int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{\delta}z\vec{\delta}'z')\cos(m\varphi' - \omega t) = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta'}\int dk e^{-k|z-z'|}\sum_\mu J_\mu J_\mu(\cdot)e^{i\mu\varphi}\int d\varphi'\cos(m\varphi' - \omega t)e^{-i\mu\varphi'} =$

$= -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta'}\int dk\, e^{-k|z-z'|}J_m J_m(\cdot)\cos(m\varphi - \omega t)$; $\int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{\delta}z\vec{\delta}'z')\sin(m\varphi' - \omega t) = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta'}[\dots]\sin(m\varphi - \omega t)$

$G_{\theta z}(\vec{\delta}z\vec{\delta}'z') = -\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial z'}\int dk\, e^{-k|z-z'|}\sum_\mu J_\mu J_\mu(\cdot)e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$

Grama $G_{\theta z}(\vec{\delta}\vec{\delta}', zz') = -\frac{\partial}{\partial\theta}\int dk\, k\, e^{-k|z-z'|}\Theta(z-z')\sum_\mu J_\mu J_\mu(\cdot)e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$ $\frac{\partial}{\partial z}e^{k(z-z')} = +ke^{-k|z-z'|}\Theta(z-z')$

$\sim\Theta(z-z')$, нужно по $(z-z')$

$\dot{\varepsilon\ell}(z) = \int_0^L dz'\left[G_{\theta\theta}(z-z')\psi(z') + G_{\theta z}(z-z')\varepsilon\ell(z')\right]$, $z \to -z$ и мусор $\varepsilon\ell(z)$ и $\psi(z)$ – тоже, но z.

$\dot{\varepsilon\ell}(-z) = \dot{\varepsilon\ell}(z) = \int_0^L dz'\left[G_{\theta\theta}(-z-z')\psi(z') + G_{\theta z}(-z-z')\varepsilon\ell(z')\right] = |z' \to -z'| = -\int_0^{-L} dz\left[G_{\theta\theta}(-z+z')\psi(z') + G_{\theta z}(-z+z')\varepsilon\ell(z')\right] = -\int_0^{-L} dz'\left[G_{\theta\theta}(z-z')\psi(z') - G_{\theta z}(z-z')\varepsilon\ell(z')\right]$, нужно $z = \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$.

Escaneado con CamScanner

$a\cos q_n z = \int dz' \left[G_{ss}\, b \cos q_n z' + G_{sz}\, a \cos q_n z' \right]$, $a\int_{-L/2}^{L/2} dz \cos^2 q_n z = \int_{-L/2}^{L/2} dz' \left[b\, G_{ss}(z-z') + a\, G_{sz}(z-z') \right] \cos q_n z'$ =

$= \left| z \to -z,\ z' \to -z',\ (z-z') \to (z'-z) \right| = \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_{-L/2}^{L/2} dz' \left[b\, G_{ss}(z-z') - a\, G_{sz}(z-z') \right] \cos q_n z \cdot \cos q_n z' =$

$\int_{-L/2}^{L/2} dz \int_{-L/2}^{L/2} dz' F(zz') = \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_{z}^{L/2} dz' F(zz') = \int_{\text{square}} dS\, F(zz') \Big| = \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_{z}^{L/2} dz' \left[b G_{ss} - a G_{sz} \right] \cos q_n z \cdot \cos q_n z'$

Справильная для ядра Больцмана $\int_{-L/2}^{L/2} dz' G_{sz}(z-z') \cos q_n z \cdot \cos q_n z' = 0$, т.к.

$\int_{-L/2}^{L/2} dz' G_{sz}(z-z') u_n(z) u_n(z') = 0$ для любой нормальной координаты $u_n(z)$, т.к. $G_{sz}(z-z')$ четное по $(z-z')$

$\cos q_n z = \left| z \in [0,L] \right| = \cos q_n \left(z + \frac{L}{2} \right) = \cos\left(\frac{\pi n}{L} z\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L}\frac{L}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi n}{L} z\right) \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right) =$

$z \in [0,L]$ $= \begin{cases} \cos q_n z \cdot (-1)^{n/2}, & n - \text{четное} \\ -\sin q_n z \cdot \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right), & n - \text{нечет.} \end{cases}$ Vertex mass, $\vec{X}(z,t)$

Если $u(z) = \sin q z$ $a \sin q z = \int dz' \left[G_{ss}\, b \sin q z' + G_{sz}\, a \sin q z' \right]$, $a \int_{-L/2}^{L/2} dz \sin^2 q z =$

$= \int_{-L/2}^{L/2} dz dz' \left[b\, G_{ss}(z-z') + G_{sz}(z-z') a \right] \sin q z \cdot \sin q z' = \left| z' \to -z' \right| = \int_{-L/2}^{L/2} dz' dz \left[b G_{ss}(z-z') - a G_{sz}(z-z') \right]$

и $\int_{-L/2}^{L/2} dz dz' G(z-z') u_n(z) u_n(z') = 0$ $\forall$ нечет. $u_n(z)$.

$\frac{\partial \varepsilon\varepsilon}{\partial z}\Big|_{z=\pm L/2} = 0$, $\frac{\partial \psi}{\partial z}\Big|_{z=\pm L/2} = 0$ $\varepsilon\varepsilon = a(s) \begin{Bmatrix} \cos q_n z \\ \sin q_n z \end{Bmatrix} \cos(m\varphi - \omega t)$, $\psi = b(s) \begin{Bmatrix} \cos q_n z \\ \sin q_n z \end{Bmatrix} \sin(m\varphi - \omega t)$

$z \in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$ $\begin{Bmatrix} n - \text{чет} \\ n - \text{нечет} \end{Bmatrix}$, $q_n = \frac{n\pi}{L}$.

Т.е., $G_{sz}(z-z')$ не дает вклада в $\gamma_D(i)$ если $\varepsilon\varepsilon, \psi \sim \cos q_n z \sim \begin{Bmatrix} \cos q_n z \\ \sin q_n z \end{Bmatrix}$. Задача нахождения G_{sz} не дает вклад.

$\dot{\varepsilon\varepsilon} = \gamma \int ds' dz' G_{ss}(\vec{s}\vec{s}', zz') \psi(\vec{s}', z', t)$ и $\dot{\psi} = -\gamma \int ds' dz' G_{zz}(\vec{s}\vec{s}', zz') \varepsilon\varepsilon(\vec{s}', z', t) - \dot{\Phi}_v$.

$\int d\varphi' G_{ss} \cos(m\varphi' - \omega t) = -\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \frac{2\pi}{2\pi} \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_m(ks) J_m(ks') \cos(m\varphi - \omega t) = g^{ss}_m \cos(m\varphi - \omega t)$

$\int d\varphi' G_{zz} \cos(m\varphi' - \omega t) = -\frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} 2\pi \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_m(ks) J_m(ks') \cdot \cos(m\varphi - \omega t) = g^{zz}_m \cos(\cdot)$

$\omega a(s,z) = \gamma \int ds' dz' g^{ss}_m(ss', zz') b(s', z')$, $-\omega b(s,z) = -\gamma \int ds' dz' g^{zz}_m(ss', zz') a(s', z') - \Phi_v / \cos(m\varphi - \omega t)$.

– не учитывается. Надо решать homogeneous eqs. $\begin{cases} \omega a = \gamma \int ds' dz' g^{ss}_m b(s', z') \\ -\omega b = -\gamma \int ds' dz' g^{zz}_m a(s', z') \end{cases}$

$\omega^2 a = \gamma \int ds' dz' g^{ss}_m \gamma \int ds'' dz'' g^{zz}_m a(s'', z'')$

$\frac{1}{\gamma^2} \omega^2 a(s,z) = \int dz' \int ds' a(s', z') g_m(zs, z's')$, $g_m(zs, z's') = \int ds'' dz'' g^{ss}_m(zs, z''s'') g^{zz}_m(z''s'', z's')$

→ мусор имеет вклады ω_n^2, $\subset \Phi$ $a_\nu(s,z)$.

$\ddot{\varepsilon\varepsilon} = \gamma \int ds' dz' G_{ss}(\vec{s}\vec{s}', zz') \dot{\psi}(\vec{s}', z') = \gamma \int ds' dz' G_{ss}(\vec{s}\vec{s}') \left[-\gamma \int ds'' dz'' G_{zz}(z, z'', \vec{s}\vec{s}') \varepsilon\varepsilon(z'', \vec{s}') - \dot{\Phi}_v(z', s') \right] =$

$= -\gamma^2 \int dz'' \int ds'' G(\vec{s}, \vec{z}'') \varepsilon\varepsilon(\vec{z}'') - \gamma \int ds' dz' G^{zz}_{ss}(\vec{s}, \vec{s}', z', z) \dot{\Phi}_v(\vec{s}', z')$,

$G(\vec{s}, \vec{z}'') = \int ds' dz' G_{ss}(\vec{s}, \vec{s}', z', z) G_{zz}(\vec{s}', z', z'')$, $\hat{I}\,\varepsilon\varepsilon = -\gamma \int ds' dz' G_{ss}(\vec{s}, \vec{s}', z', z) \dot{\Phi}_v(\vec{s}', z')$

$\dot{\Phi}_v(\vec{s}', z') = m_0 \left[\sin\varphi' \ddot{X}(z') - \cos\varphi' \ddot{Y}(z') \right]$ $\hat{I}\varepsilon\varepsilon = \hat{F}$ – неоднородное интегральное уравнение.

$\hat{F} = -\gamma \int ds' dz' G_{ss}(\vec{s}, \vec{s}', z') m_0(s') \left[\sin\varphi' \ddot{X} - \cos\varphi' \ddot{Y} \right] = -\gamma \int ds' s' dz' m_0(s') g^{ss}_m \left[\sin\varphi \ddot{X}(z') - \cos\varphi \ddot{Y}(z') \right]$

$\varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z) = \hat{I}^{-1} \hat{F}$, $\hat{I}\varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z) = \hat{F}(\vec{s}, z)$, $\hat{F}(\vec{s}, z) = -\gamma \int ds' dz' m_0(s') g^{ss}_m(zz', ss') \left[\sin\varphi \ddot{X}(z') - \cos\varphi \ddot{Y}(z') \right]$

$\hat{I}\varepsilon\varepsilon = \ddot{\varepsilon\varepsilon} + \gamma^2 \int dz dz' \int ds' G(\vec{s}, \vec{z}, \vec{z}') \varepsilon\varepsilon(\vec{z}', s')$, $\varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z) = \sum_{m=1} \varepsilon\varepsilon(s) \cos q_n z \cdot \cos(m\varphi - \omega t)$

Вернемся на шаг $\hat{F}$, $\varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z, t) = \varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z, \omega) e^{i\omega t}$, $\varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z, \omega) = \left[S(\omega) \sin\varphi + C(\omega) \cos\varphi \right] g(s, z)$

$-\omega^2 \varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z\omega) + \gamma^2 \int dz dz' \int ds' G(\vec{s}, \vec{z}, \vec{z}') \varepsilon\varepsilon(\vec{z}', \omega) = -\gamma \int ds' s' dz' m_0 g^{ss}_m(ss', zz') \left[\sin\varphi \ddot{X}(z\omega) - \cos\varphi \ddot{Y}(z\omega) \right]$

$-\omega^2 \left[S \sin\varphi + C \cos\varphi \right] g(s, z) + \gamma^2 \int ds' dz' \int dz \left[S \sin\varphi + C \cos\varphi \right] G(\vec{s}, \vec{z}, z) g(z', z) =$

$= -\gamma \int ds' s' dz' m_0 g^{ss}_m \left[\sin\varphi \ddot{X}(z'\omega) - \cos\varphi \ddot{Y}(z'\omega) \right]$, $\int d\varphi_z G(\vec{s}, \vec{z}) \begin{Bmatrix} \sin\varphi_z \\ \cos\varphi_z \end{Bmatrix} = G_1(zz') \begin{Bmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{Bmatrix}$

$-\omega^2 \left[S \sin\varphi + C \cos\varphi \right] g(s, z) + \gamma^2 \int dz dz' \int dz \left[S \sin\varphi + C \cos\varphi \right] G_1(zz', z) g(z', z) =$

$= -\gamma \int ds' s' dz' m_0 g^{ss}_m \left[\sin\varphi \ddot{X}(z'\omega) - \cos\varphi \ddot{Y}(z'\omega) \right]$, $= -\gamma \left[S \cdot \sin\varphi + C \cdot \cos\varphi \right] F_d(zs)$

$F_d(zs)(\omega) = \int dz' g^{ss}_m(ss', zz') \int ds' s' m_0(s') \ddot{X}(z'\omega)$; $F_d(zs) C(\omega) = -\int ds' s' dz' g^{ss}_m(zz', ss') m_0(s') \ddot{Y}(z', \omega)$

$\sin\varphi$: $-\omega^2 S g(s,z) + \gamma^2 S \int dz' dz \int dz G_1(zz', z) g(z', z) = -\gamma \int ds' s' dz' m_0 g^{ss}_m \ddot{X}(\omega, z')$

$\cos\varphi$: $-\omega^2 C g(s,z) + \gamma^2 C \int dz' dz \int dz G_1(zz', z) g(z', z) = +\gamma \int ds' s' dz' m_0 g^{ss}_m \ddot{Y}(\omega, z')$

$\vec{F}(\vec{s}z) = -\gamma \left[A(zs) \sin\varphi + B(zs) \cos\varphi \right]$. Лучше $\varepsilon\varepsilon(\vec{s}, z, \omega) = g_s(zs) \sin\varphi + g_c(zs) \cos\varphi$

$Sg = g_s$, $Cg = g_c$. $-\omega^2 g_s(s,z) + \gamma^2 \int dz' dz \int dz G_1(zz', z) g_s(z', z) = -\gamma \int ds' s' dz' m_0 g^{ss}_m \ddot{X}(z'\omega)$

Escaneado con CamScanner

$$-\omega^2 g_c(\delta,z) + \gamma^2 \int dz' \int d\zeta\, G_1(\delta z,\zeta\zeta)\, g_c(\zeta,\zeta) = +\gamma \int d\delta' \int dz' m_0 g^{\delta\delta}_m(\delta z,\delta' z') \dot{y}(z'\omega)$$

Решение $-\omega^2 g(\delta,z) + \gamma^2 \int dz' d\zeta\, G_1(\delta z,\zeta\zeta)\, g(\zeta,\zeta) = f(\delta,z)$ $g_\nu(\delta,z)$, ω_ν^2 – СЗ, СФ одномер. ур.

$\eta = (\delta,z)$, $g_\nu(\eta)$ $\quad -\omega^2 g(\eta) + \gamma^2 \int d\eta'\, G_1(\eta\eta')\, g(\eta') = f(\eta)$. $R(\omega^2,\eta,\eta') = \sum_\nu \frac{g_\nu(\eta) g_\nu(\eta')}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$

$R(\omega^2,\eta,\eta') = \sum_\nu \frac{g_\nu(\eta) g_\nu(\eta')}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$, $g(\eta) = \int d\eta' R(\omega^2,\eta,\eta') f(\eta') = \int d\eta' f(\eta') \sum_\nu \frac{g_\nu(\eta) g_\nu(\eta')}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$ =

$= \sum_\nu \frac{c_\nu g_\nu(\eta)}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$, $g_\nu(\eta) \Rightarrow$ СФ. $c_\nu = \int d\eta' f(\eta') g_\nu(\eta')$. $g(\delta,z) = \int d\delta' dz' R(\omega^2,\eta,\eta') f(\delta',z')$

$f_s(\delta,z) = -\gamma \int d\delta' dz' m_0 g^{\delta\delta}_m \dot{X}(z'\omega)$ где f_s и $f_c(\delta z) = \gamma \int d\delta' dz' m_0 g^{\delta\delta}_m \dot{y}(z'\omega)$ где g_c.

$g(\delta,z) = \int d\delta' dz' R(\omega^2,\eta,\eta') f(\delta',z')$, $\mathcal{E}(\vec{\delta}z\omega) = g_s(\delta z)\sin\varphi + g_c(\delta z)\cos\varphi =$

$= \int d\delta' dz' R(\omega^2,\eta,\eta') \gamma \left[\int dz' z' \int d\zeta\, m_0(z') g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') \left\{ \dot{X}(\zeta\omega)\sin\varphi - \dot{y}(\zeta\omega)\cos\varphi \right\} \right]$

$\vec{K}(zt) = \frac{M_s}{\gamma} \int d^2\vec{\delta}\, \sin\theta_0\, \mathcal{E}(\vec{\delta}zt)\, \nabla_x \Phi_\nu = \frac{M_s}{\gamma} \int d^2\vec{\rho}\, \mathcal{E}(\vec{\rho}zt)\, m_0(\delta)(\hat{x}\sin\varphi - \hat{y}\cos\varphi)$

$\mathcal{I}^\nu_{int} = \vec{K}\cdot\vec{X}$. $g(\eta,\omega) = \int d\eta' f(\eta') \sum_\nu \frac{g_\nu(\eta) g_\nu(\eta')}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$, ω_ν – резонансная СВ, $m = \pm 1$,

$\mathcal{E}(\vec{\delta}zt) = \mathcal{E}(\delta z\omega) e^{i\omega t}$ и исследуем $\mathcal{E}$ из $\hat{I}\mathcal{E} = \hat{F}_\nu(\vec{x}(t))$. $g(\eta,\omega_0) \approx \text{const}(\omega)$

только $\mathcal{E}(\delta z\omega)$ определен. $\dot{X}(z,\omega)$ и $\dot{y}(z,\omega)$ и $\mathcal{E}(\vec{\delta}zt) \sim \dot{X}(z,t)$, $\dot{y}(z,t)$.

$\vec{K}(zt) = \frac{M_s}{\gamma} \int d^2\vec{\delta}\, m_0(\delta)(\hat{x}\sin\varphi - \hat{y}\cos\varphi)\gamma \int d\delta' dz' R(\omega_0^2,\eta,\eta') \left[\int dz' z' \int d\zeta\, m_0 g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') \times \right.$

$\left. \times \left\{ \dot{X}(\zeta t)\sin\varphi - \dot{y}(\zeta t)\cos\varphi \right\} \right] = -M_s \int d\delta\delta \int_0^{2\pi} d\varphi\, m_0(\delta) \int d\delta' dz' R(\omega_0^2,\eta,\eta') \int dz' z' \int d\zeta\, m_0 g^{\delta\delta}_m \times$

$\times \left\{ \hat{x}\dot{X}(\zeta t)\sin^2\varphi + \hat{y}\dot{y}\cos^2\varphi \right\} = -\pi M_s \int d\delta\delta\, m_0(\delta) \int d\delta' dz' R \int dz' z' \int d\zeta\, m_0(z') g^{\delta\delta}_m \left\{ \hat{x}\dot{X} + \hat{y}\dot{y} \right\}$

$\mathcal{I}^\nu_{int} = \vec{K}\cdot\vec{X}(zt) = -\pi M_s \int d\delta\delta\, m_0(\delta) \int d\delta' dz' R(\eta,\eta') \int dz' z' \int d\zeta\, m_0(z') g^{\delta\delta}_m \left\{ \dot{x}(z)\dot{X}(\zeta) + \dot{y}(z)\dot{y}(\zeta) \right\}$

$= \frac{1}{2} M_\nu \int d\zeta\, M_\nu(z,\zeta) \left\{ \dot{X}(z)\dot{X}(\zeta) + \dot{y}(z)\dot{y}(\zeta) \right\}$, V. mass is non-local? $\nu = (n, m=\pm1, n_z)$ СФ

$M_\nu(z\zeta) = -2\pi M_s \int d\delta\delta\, m_0(\delta) \int d\delta' dz' R(0,\eta,\eta') \int dz' z' m_0(z') g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') = $ V. mass

$g^{\delta\delta}_m(\zeta z,\delta z') \Rightarrow g^{\delta\delta}_m(zz') = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_m(k\delta) J_m(k\delta')$, $m = \pm 1$ Зрелов.

$G(\vec{\delta}z,\vec{\delta}'z') = \int d^2\vec{\rho}\, e^{-i\vec{\rho}\vec{\zeta}} d\zeta\, G_{\delta\delta}(\vec{\delta}z,\vec{\zeta}\zeta) G_{zz}(\zeta z,\vec{\delta}'z')$, $\int d\varphi' G(\vec{\delta}z,\vec{\delta}'z') \begin{Bmatrix} \sin\varphi' \\ \cos\varphi' \end{Bmatrix} = G_1(\delta z,\delta' z') \times \begin{Bmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{Bmatrix}$

именно $G_1(\delta z,\delta' z')$ нужно брать в radial-z SW-УР и отвечает. $R(\omega^2,\eta,\eta')$ резольвенту

В каком интеграле $G_{zz}(\vec{\zeta}z,\vec{\delta}'z') = -4\pi\delta(z-\zeta)\delta(\vec{\zeta}-\vec{\delta}')$?

$G(\vec{\delta}z,\vec{\delta}'z') = -4\pi G_{\delta\delta}(\vec{\delta}z,\vec{\delta}'z')$. $R(0,\eta,\eta') = \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} g_\nu(\eta) g_\nu(\eta')$

$\rightarrow M_\nu(z\zeta) = -2\pi M_s \int d\delta\delta\, m_0(\delta) \int d\delta' dz' \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} g_\nu(\delta z) g_\nu(\delta' z') \int dz' z' m_0(z') g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') =$

$= -2\pi M_s \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int d\delta\delta\, m_0(\delta) g_\nu(\delta z) \int d\delta' dz' g_\nu(\delta' z') \int dz' z' m_0(z') g^{\delta\delta}_m(\delta' z',\zeta z')$

Если считать $g^{\delta\delta}_m = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{2\pi} \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_1(k\delta) J_1(k\delta')$ имеет особенность при $z=z'$, то

$M_\nu(z,\zeta) = -2\pi M_s \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int d\delta\delta\, m_0(\delta) g_\nu(\delta z) \int d\delta' dz' g_\nu(\delta' z') \int dz' z' m_0(z') g^{\delta\delta}_1(\delta' z',\zeta z')$

В Gus' PRB'10 было $J_n = \int d\delta\delta\, m_0(\delta) g_n(\delta)$. теперь $J_\nu(z) = \int d\delta\delta\, m_0(\delta) g_\nu(\delta z)$ СФ

Одномер. ур. $\int d\eta' G_1(\eta\eta') g(\eta') = \frac{\omega^2}{\gamma^2} g(\eta)$, где СФ $g_\nu(\delta z)$, $\rightarrow \int d\delta' dz' G_1(\delta z,\delta' z') g_\nu(\delta' z') = \frac{\omega_\nu^2}{\gamma^2} g_\nu(\delta z)$

$\int d\varphi' G(\vec{\delta}z,\vec{\delta}'z')_{\sin\varphi'} = \int d^2\vec{\zeta} d\zeta\, G_{\delta\delta}(\vec{\delta}z,\vec{\zeta}\zeta) G_{zz}(\zeta z,\vec{\delta}'z')_{\sin\varphi'} = g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') \sin\varphi$;

$\int d\varphi' G(\vec{\delta}z,\vec{\delta}'z')_{\cos\varphi'} = g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') \cos\varphi$; $\int d\zeta\, G_{\delta\delta}(\vec{\delta}z,\vec{\zeta}\zeta) \sin\varphi = g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') \sin\varphi$

$G_1(\delta z,\delta' z') = \int dz' z' d\zeta\, g^{\delta\delta}_m(\delta z,\zeta z') g^{zz}_m(\zeta z',\delta' z')$ – смешанное в резольвенте λ и нач. усл. уравнении.

$g^{\delta\delta}_1(\delta z,\delta' z') = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{2\pi} \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_1(k\delta) J_1(k\delta')$; $g^{zz}_1(\zeta z,\delta' z') = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{1}{2\pi} \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_1(k\delta) J_1(k\delta')$

В Gus' PRB'10 использ. $d_{\delta\delta}(\delta\delta') = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_1(k\delta) J_1(k\delta')$, $\int dz' z' g^{\delta\delta}_1(\delta z,\delta' z') = -2\beta d_{\delta\delta}(\delta\delta') \cdot 2\pi$

$\int dz' z' e^{-k|z-z'|} = (16/k^2 2\pi z) = (2\pi/k) f(\beta k)$

$c_\nu = \int d\eta' f(\eta') g_\nu(\eta') = \int d\eta' f(\eta') g_\nu(\eta) \gamma \int d\delta' dz' g^{\delta\delta}_m(\delta' z',\delta z) m_0(\delta') g_\nu(\delta' z') \gamma$; $c_\nu(s) = \frac{s_\nu}{\omega_\nu^2}$

$= -\gamma^2 \int d\delta\delta \int d\delta' dz' m_0(\delta') g^{\delta\delta}_m(\delta' z',\delta z) g_\nu(\delta' z') \int d\zeta\, \dot{X}(\zeta z')$. В остальном из PRB'10 $g_\nu(\eta)$ не есть СФ

Проверить инвариант!

Расчет M_ν сводится к нахождению СФ $g_\nu(s,z)$ ур-я $\int dy' G_1(yy') g_\nu(y') = \frac{\omega_\nu^2}{g} g_\nu(y)$

$M_\nu(z,\xi) = -2\pi M_s \sum_\nu \frac{J_\nu(z)}{\omega_\nu^2} \int dz' \int ds' s' \int dz_1 m_0(z_1) g_1^{ss}(s'z', z_1\xi) g_\nu(s'z')$ $\quad y = (s,z)$

$M_\nu = \int dz d\xi M_\nu(z\xi) = (-2\pi M_s) \int dz \sum_\nu \frac{J_\nu(z)}{\omega_\nu^2} \int dz_1 \int d\xi\, m_0(z_1) \int dz' ds' s' g_1^{ss}(z_1\xi, s'z') g_\nu(s'z')$

$V_\nu = \int dz_1 \int d\xi \int dz' \int ds' s' m_0(z_1) g_1^{ss}(z_1\xi, s'z') g_\nu(s'z') = \int dy\, dy' m_0(y) g_1^{ss}(yy') g_\nu(y')$ –

– матричное соединение ТМ – $m_0(s)$ и невозмущенной ЗВ $g_\nu(s,z)$.

$M_\nu = (-2\pi M_s) \frac{J_\nu V_\nu}{\omega_\nu^2}$. Тогда $M_\nu = \int dz d\xi M_\nu(z\xi)$ – полная.

$\Lambda = \int dz\, \mathcal{I}$.

Лагранж $L_{int} = \frac{1}{2} \int d\xi M_\nu(z\xi) \{\dot X(z)\dot X(\xi) + \dot y(z)\dot y(\xi)\}$, $\Lambda_{int} = \frac{1}{2} \int dz d\xi M_\nu(z\xi) [\dot X(z)\dot X(\xi) + \dot y(z)\dot y(\xi)]$

$\Lambda_{int} = \frac{1}{2} \int dz dz' M_\nu(zz') \dot{\vec X}(z) \cdot \dot{\vec X}(z')$, v.mass – дальнодействующая и нелокальная (!).

Ур-е Лагранжа $\vec g \times \dot{\vec X} + \frac{\partial W}{\partial \vec X} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial(\partial \vec X/\partial z)} = -\dot{\vec K}(z,t)$, $\vec X = \vec X(z,t)$

$\dot{\vec K}(zt) = (-2\pi M_s) \int ds\, s\, m_0(s) \int ds' s' \int d\varphi' \sum_\nu \frac{g_\nu(s) g_\nu(s')}{\omega_\nu^2} \int dz_1 d\xi\, m_0(z_1) g_1^{ss}(z_1\xi, s'z') \dot{\vec X}(\xi)$

$\dot{\vec K}(zt) = (-2\pi M_s) \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} J_\nu(z) \int ds' g_\nu(s') \int ds\, m_0(s) g_1^{ss}(s,s') \dot{\vec X}(z,t)$, $y = (s,z)$

$\ddot{\vec K}(zt) = (-2\pi M_s) \sum_\nu \frac{J_\nu(z)}{\omega_\nu^2} \int ds\, dy' m_0(y) g_1^{ss}(yy') g_\nu(y') \ddot{\vec X}(z,t) = \int d\xi M_\nu(z\xi) \ddot{\vec X}(\xi)$

$\int d\xi M_\nu(z\xi) \ddot{\vec X}(\xi) + \vec g \times \dot{\vec X} + \frac{\partial W}{\partial \vec X} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial(\partial \vec X/\partial z)} = 0$, $\vec X(zt) = \vec X_0 \cos q_n z \cdot e^{i\omega t}$.

УР $\int dz' M_\nu(zz') \ddot{\vec X}(z') + \vec g \times \dot{\vec X} + \int dz' \varkappa(zz') \vec X(z') - \lambda \frac{\partial^2 \vec X}{\partial z^2} = 0$. $\int dz \cos q_n z \cdot (\cdot)$.

$-\omega^2 M_{nn'} \vec X + g\omega \vec X + \varkappa_{nn'} \vec X + \lambda q_n^2 \vec X = 0$, $z \in [0,L]$, $q_n = \frac{n\pi}{L}$.

$\int dz' M(zz') (-\omega^2) \vec X_0 \cos q_{n'} z' - g\omega \vec X_0 \cos q_n z + \int dz' \varkappa(zz') \vec X_0 \cos q_{n'} z' + \lambda \vec X_0 q_{n'}^2 \cos q_{n'} z = 0$

$\int dz \cos q_n z \cdot \cos q_{n'} z' = \frac{1}{2} \int dz \left[\cos(q_n + q_{n'})z + \cos(q_n - q_{n'})z\right] = \frac{1}{2}(1) \frac{\sin(q_n+q_{n'})z}{(q_n+q_{n'})} \Big|_0^L + \frac{1}{2} \frac{\sin(q_n - q_{n'})z}{(q_n - q_{n'})} =$

$= \frac{1}{2} \frac{\sin(n+n')\pi}{(n+n')} \frac{L}{\pi} + \frac{1}{2} \frac{L}{\pi} \frac{\sin(n-n')\pi}{(n-n')} = \frac{L}{2\pi} \delta_{n0}\delta_{n'0} \cdot \pi + \frac{L}{2\pi} \pi \delta_{nn'} = \frac{L}{2} \delta_{nn'}(1 + \delta_{n0})$

$-\omega^2 M_{nn'} - g\omega \delta_{nn'} + \varkappa_{nn'} + \lambda q_n^2 \delta_{nn'} = 0$, $M_{nn'} = \int dz dz' \cos q_n z\, M(zz') \cos q_{n'} z'$

Диаг. аппроксим. $-\omega^2 M_{nn} - g\omega + \varkappa_{nn} + \lambda q_n^2 = 0$. $\varkappa_{nn'} = \int dz \int dz' \cos q_n z\, \mathcal{K}(zz') \cos q_{n'} z'$

$\omega_\pm(n) = \frac{1}{2M_{nn}} \left[-g \pm \sqrt{g^2 + 4M_{nn}(\varkappa_{nn} + \lambda q_n^2)}\right]$; $\omega_+(n) = \omega_0^n \left[1 - \frac{M_{nn}}{g} \omega_0^{n2}\right]$

$\omega_0^n = \frac{\varkappa_{nn}}{g} + \frac{\lambda}{g} q_n^2$. $\omega_+(n)$ – ренормированная частота n-ТМ моды

Сек. ур: $\det A(\omega) = \det\left(\hat\varkappa - \omega^2 \hat M + (\lambda q_n^2 - g\omega)\hat I\right) = 0$. Только две ТМ-моды, т.к. $M_{nn'} \neq 0$, $\varkappa_{nn'} \neq 0$

ТМ моды nn' – гибридиз $\det \begin{vmatrix} \lambda q_1^2 - \omega g + \varkappa_{11} - \omega^2 M_{11} & \varkappa_{12} - \omega^2 M_{12} \\ \varkappa_{21} - \omega^2 M_{21} & \lambda q_2^2 - \omega g + \varkappa_{22} - \omega^2 M_{22} \end{vmatrix} = (\lambda q_1^2 - \omega g + \varkappa_{11} - \omega^2 M_{11})(\varkappa_{22} - \omega^2 M_{22} + \lambda q_2^2 - \omega g) -$

$- (\varkappa_{12} - \omega^2 M_{12})(\varkappa_{21} - \omega^2 M_{21}) = 0$

$(\lambda q_1^2 - \varkappa_{11})(\lambda q_2^2 - \varkappa_{22}) - \omega g (\varkappa_{11} + \varkappa_{22} + \lambda q_1^2 + \lambda q_2^2) - \omega^2 [M_{22}(\lambda q_1^2 + \varkappa_{11}) + M_{11}(\varkappa_{22} + \lambda q_2^2 - \omega g^2] + \dots$

Но если $M_{nn'}$, $\varkappa_{nn'}$ малы, диаг. аппроксим. достаточна, кроме вырожденного случая $\omega_n \approx \omega_{n'}$, когда n-n' ТМ моды гибридизуются. $\omega_n \approx \omega_{n'}$

$\to M_\nu \sim \sum (m)$ – существенные по всему сечению $m = \pm 1$ азим. SW

$\nu = (n', \ell, m = \pm 1)$, $n' - q_z^{n'}$, ℓ – радиальное SW число (число нулей $\parallel \hat s$)

13/X Поправки (change monitor) к "Doll" дополн. беседы с Максимом (FMR setup) и Гуле (new paper по $(n=0)$-ТМ в двух вортекс mass gyro Nature X.)

Обзор papers по vortex dynamics, bubble domain mass. Analog RISE – travel grand does (Кнокхэд крупным). Написание Vortex-mass-FMR paper.

14/X С.П. в "Сапфире" Рамана" Parking в Santa Maria.

$[\dot{\vec X}] = [\text{эрг/см}]$, $[W] = \text{эрг/см}$ (эф. поверхн.), $\mathcal{K} = \int dz K$, $\Lambda = \int dz \mathcal{I} = \int dz ds^2 \lambda$.

$[\dot{\vec K}] = \text{эрг/см}^2$, $L_{int} = \frac{1}{2} \int dz' M_\nu(z,z') \dot{\vec X}(z) \cdot \dot{\vec X}(z')$, $\Lambda_{int} = \frac{1}{2} \int dz dz' M_\nu(zz') \dot{\vec X}(z) \cdot \dot{\vec X}(z')$

$[\Lambda] = \text{эрг}$, $[M_\nu(zz')] = g \cdot (\text{см}/b)^2 \frac{1}{\text{см}^2}$, $[m_0] = \text{г/см}$

$g_1^{ss} = -2\pi \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \int dk\, e^{-ik(z-z')} J_1(ks) J_1(ks') \Big| \begin{matrix} s \to s/R \\ z \to z/L \end{matrix} \Big| = \frac{1}{R^3} (-2\pi) \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \int dk\, e^{-\beta k |z-z'|} J_1(ks) J_1(ks')$

$g_1^{zz} = -2\pi \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int dk\, e^{-ik|z-z'|} J_1(kR) J_1(kR) = \frac{1}{L^2 R^2} \frac{L^2(-2\pi)}{\partial z \partial z'} \int dk\, e^{-ik|z-z'|} J_1(kR) J_1(kR')$

$G_1(RR',z-z') = \int dz'' \int dz\, g_1^{zz} g_1^{zz} = \frac{1}{R^2} \frac{1}{L^2 R^2} R^2 L \int dz'' \int dz\, g_1^{zz} g_1^{zz} = \frac{1}{R^2 L} \int dz'' \int dz\, g_1^{zz} g_1^{zz}$

g_1^{zz}, g_1^{zz} G_1 - без размерные $\to$ $z \to z/R$, $R \to 1$ ед. R, $L \to L/R$ ед. L

В ЧД дыра ее, M_s надо заменить M_s, т.к. $m_{sw} = M_{sw}/M_s$ безразмерно

$G_{00} \to M_s G_{00}$ и $G_{00} \to M_s G_{00}$, $G \to M_s^2 G$ $dy = r dr dz = R^2 L\, r dr dz$ безразмерно

$-\omega^2 g(\eta) + (\gamma M_s)^2 R^2 L \int d\eta' G_1(\eta\eta') g(\eta') = f(\eta)$, $(-\omega^2 g(\eta) + (\gamma M_s)^2 \int d\eta' G_1(\eta\eta') g(\eta') = f(\eta)$

$f_c(\varphi,t) = -\gamma M_s \int dz' ds' dz'\, m^0(z') g_1^{zz} \ddot{X}(z',\omega) = -\gamma M_s R^2 L \int dz' ds' m_0 \frac{1}{R} \frac{1}{R^3} g_1^{zz} \ddot{X}(z',\omega) =$

$= -\gamma M_s \frac{R}{R} \int dz' ds' m_0 g_1^{zz} \ddot{X}(z',\omega)$, $f_c(\varphi) = \gamma M_s R \int dz' ds' m_0 g_1^{zz} \ddot{y}(z',\omega)$, $[f_c] = \omega^2$

$f_c(\varphi,t) = f_c(\varphi)\sin\varphi + f_c(\varphi)\cos\varphi = \sin\varphi \int d\eta' R(\omega^2,\eta,\eta') f_c(\eta') + \cos\varphi \int d\eta' R(\omega^2,\eta,\eta') f_c(\eta') =$

$= \int d\eta' R(\omega^2,\eta,\eta') \int d\eta \int dz' dz\, m_0(z) g_1^{zz}(\eta',z') \left(-\gamma M_s \frac{R}{R^2}\right) [\sin\varphi \ddot{X}(z,\omega) - \cos\varphi \ddot{y}(z,\omega)]$, $\eta = (\varphi,z)$

$\vec{R}(t,\omega) = \frac{M_s}{d} \int d\varphi' m_0(\varphi) (\cos\varphi - \sin\varphi) f_c(\varphi,\omega) = \left(-\gamma M_s \frac{R}{R^2}\right) \frac{M_s}{d} \int d\varphi' m_0 (\ddot{x}\sin\varphi - \ddot{y}\cos\varphi) R^2 \frac{L}{R} \times$

$\times \int d\eta' R(\omega^2,\eta,\eta') \int d\eta \int dz' dz\, m_0 g_1^{zz}(\eta',z') [\sin\varphi \ddot{X}(z,\omega) - \cos\varphi \ddot{y}(z,\omega)] R =$

$= -\frac{\gamma}{R^2} M_s^2 \pi \int d\varphi\, m_0 \int d\eta' R(\omega^2,\eta,\eta') \int d\eta \int dz' dz\, g_1^{zz}(\eta',z') \ddot{X}(z,\omega) m_0$, если $R(\omega^2,\eta\eta') \to R(0,\eta\eta')$, $\omega_0^2 \ll \omega_\nu^2$

$\vec{R}(t,t) = -\pi\rho M_s^2 \int d\varphi\, m_0(\varphi) \int d\eta' R(0,\eta,\eta') \int d\eta \int dz' dz\, g_1^{zz}(\eta',z') \ddot{X}(z,t) m_0(z)$

$\ddot{\vec{R}}\dot{\vec{X}} = \ddot{\vec{R}}(t)\cdot\dot{\vec{X}}(t) = -\pi\rho M_s^2 \int d\varphi m_0 \int d\eta' R(0,\eta,\eta') \int d\eta\, dz' dz\, g_1^{zz}(\eta',z') m_0 \ddot{\vec{X}}(z,t)\cdot\dot{\vec{X}}(t) =$

$= \frac{1}{2} \int d\eta M_\nu(z,z) \ddot{\vec{X}}(t)\cdot\dot{\vec{X}}(t)$, $M_\nu(z,z) = -2\pi\rho M_s^2 \int d\varphi m_0 \int d\eta' R(0,\eta\eta') \int dz' g_1^{zz}(\eta',z') m_0$

$[M_\nu] = M_s^2/\omega^2$ - инвариант. Сферическая, т.к. $[x] = M_s^2$ и $M_\nu \ddot{X} \propto x \vec{X}(t)$.

$R(0,\eta,\eta') = \sum_\nu \frac{g_\nu(\eta) g_\nu(\eta')}{\omega_\nu^2}$, где $g, g_\nu, \varphi, z, m_0, g_1^{zz}$ - безразмерные, φ без ед. R, z без ед. L.

Уравнение на собств. без ед. $\omega_M = \gamma 4\pi M_s$. $\omega_\nu^2 \to (\gamma \cdot 4\pi M_s)^2 \omega_\nu^2$. $-M_\nu \to M_\nu$

$M_\nu(z,z) = -\frac{2\pi\rho}{(4\pi)^2} \frac{1}{\gamma^2} \int d\varphi m_0(\varphi) \int d\eta' \sum_\nu \frac{g_\nu(\eta) g_\nu(\eta')}{\omega_\nu^2} \int dz' g_1^{zz}(\eta',z') m_0(z')$ - матрица масс

$M_\nu = \int dz \int dz' M_\nu(z,z') = -\frac{\rho}{8\pi}\left(\frac{L}{\gamma^2}\right) \int dz dz' \int d\varphi d\varphi' \int d\eta' R(0,\eta\eta') \int dz' g_1^{zz}(\eta',z') m_0(\varphi) m_0(z')$

$g_1^{zz}(z,z') = (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int dk\, e^{-ik|z-z'|} J_1(kR) J_1(kR')$

Граничное условие $g_\nu(\eta) = g_\nu(\varphi,z)$ не забывать ни z и $\vec{X}(z)$ не забывать ни z (ближ. $\frac{dM}{L\gamma R}$)

$M_\nu = -\frac{\rho}{8\pi} \frac{L}{\gamma^2} \int dz \int dz' \int d\varphi d\varphi' m_0(\varphi) \int d\varphi' d\varphi' dz' \sum_\nu \frac{R(0,\varphi,\varphi')}{\omega_\nu^2} \int dz' m_0(z') g_1^{zz}(\varphi',z',z') =$

$= -\frac{\rho}{8\pi} \frac{L}{\gamma^2} \int d\varphi m_0(\varphi) \int d\varphi' d\varphi' \sum_\nu \frac{R(0,\varphi,\varphi')}{\omega_\nu^2} \int dz' m_0(z') \int dz' dz'' g_1^{zz}(\varphi',z',z')$

$I_g = \int_0^L dz' dz' (-2\pi) \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int dk\, e^{-ik|z-z'|} J_1(kz) J_1(kz')$, $\int dk\, e^{-ik|z-z'|} = \int_0^L dz' dz' e^{-ik|z-z'|} = \frac{2}{pk} f(pk)$

$I_g = (-2\pi) \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int dk\, J_1(kz) J_1(kz') \frac{2}{pk} f(pk) = (-4\pi) \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int \frac{dk}{k} f(pk) J_1(kz) J_1(kz') =$

$= -\frac{4\pi}{\rho} d^{zz}(z,z')$

$d^{zz}(\varphi\varphi') = \frac{\partial^2}{\partial\varphi\partial\varphi'} \int \frac{dk}{k} f(pk) J_1(k\varphi) J_1(k\varphi')$. И $M_\nu = -\frac{\rho}{8\pi} \frac{L}{\gamma^2} \int d\varphi m_0(\varphi) \sum_\nu \frac{g_\nu(\varphi) g_\nu(\varphi')}{\omega_\nu^2} \int d\varphi' \times$

$\times \int dz' m_0(z') \left(-\frac{4\pi}{\rho}\right) d^{zz}(z,\varphi') = \frac{1}{2} \frac{L}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} J_\nu \int d\varphi' g_\nu(\varphi') \int dz' m_0(z') d^{zz}(z,\varphi')$,

где $\int d\varphi' d^{zz}(\varphi\varphi') g_\nu(\varphi') = \omega_\nu^2 g_\nu(\varphi)$, $g_\nu(\varphi)$ - СФ $\hat{d}^{zz}$, $M_\nu = \frac{1}{2} \frac{L}{\gamma^2} \sum_\nu J_\nu^2$, $J_\nu = \int d\varphi m_0(\varphi) g_\nu(\varphi)$ -

- это то же самое собственное с M_ν в Gus' PRB'10.

Для этого для $g_\nu(\varphi_0)$ надо СФ $\int d\eta' G_1(\eta\eta') g_\nu(\eta') = \frac{\omega^2}{(\gamma M_s)^2} g_\nu(\eta)$, $G_1(\eta\eta')$ - функция g_1^{zz} и g_1^{zz}.

Уравнение $\ddot{X}(t)$ Динамическое ур. для x, если $x(zz') \to x(zz') - \omega^2 M_\nu(zz')$.

В этом случае это само собой это же $\omega_0 \to \omega_0' = \frac{1}{G}[x - \omega^2 M_\nu] = \omega_0 [1 - \frac{M_\nu \omega_0}{G}]$ в Gus' PRB'10.

Но мне интересно, как я получил $x(zz')$ и $x(zz') - \omega^2 M_\nu(zz')$ - вектор. Для этого СФ

и некоторое СФ $x(zz')$ с ω_0 неизвестно. Для $\omega_0 \to \omega_0' [1 + M_\nu \omega_0/G]$ нормализ. СФ ω_0.

$x(zz') = 8\pi M_s^2 \rho \int dk\, e^{-ik|z-z'|} \int d\varphi d\varphi' J_1(k\varphi) J_1(k\varphi')$ Сравн. с $g_1^{zz} = -2\pi \int dk\, e^{-ik|z-z'|} J_1(kz) J_1(z)$

$\chi(zz') = -4\pi M_s^2 \beta \int d\varphi\, d\varphi'\, g_1^{zz}(\varphi z, \varphi' z')$ $\quad J_\nu(z) = \int d\varphi \sin m\varphi\, g_\nu(\varphi z)$

$M_\nu(z,z') = -\frac{\beta}{2\pi}\frac{1}{k^2}\sum_\nu J_\nu(z)\frac{1}{\omega_\nu^2}\int d\varphi' d\varphi\, g_\nu(\varphi' z')\int d\varphi \sin m\varphi\, g_1^{ss}(\varphi' z', \varphi z)$

$N_\nu(z) = \int d\varphi' d\varphi\, g_\nu(\varphi' z')\int d\varphi \sin m\varphi\, g_1^{ss}(\varphi' z', \varphi z)$, $\quad g_1^{ss}(\varphi z, \varphi' z') = -2\pi\frac{\partial^2}{\partial z \partial z'}\int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} J_1 J_1(\cdot)$

$M_\nu(z,z') = -\frac{1}{k^2\pi}\frac{\beta}{k^2}\sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} J_\nu(z) N_\nu(z')$ — интегральное уравнение вида (1)

Ядро этого $\int dz' M_\nu(zz')\, S(z') = \mu S(z)$, $\quad M_\nu(zz') = \sum_\nu J_\nu(z) N_\nu(z')$

$\mu S(z) = \int dz' S(z') \sum_\nu J_\nu(z) N_\nu(z') = \sum_\nu a_\nu J_\nu(z)$, $\quad a_\nu = \int dz' S(z') N_\nu(z')$

Ищем $S(z) = \sum_\nu b_\nu J_\nu(z)$, $\quad \int dz' \sum_\nu J_\nu(z) N_\nu(z') \sum_n b_n J_n(z) = \mu \sum_n b_n J_n(z)$

$\sum_\nu J_\nu(z) \sum_n b_n \int dz' N_\nu(z') J_n(z') = \sum_\nu J_\nu(z) \sum_n b_n C_{\nu n} = \mu \sum_n b_n J_n(z)$

$\sum_n b_n C_{\nu n} = \mu b_\nu$, $\quad \hat{C}\hat{b} = \mu \hat{b}$, $\quad C_{\nu n} + C_{n\nu} = \int dz\, N_\nu(z) J_n(z)$

$C_{\nu n} = \int dz \int d\varphi' dz' g_\nu(\varphi' z') \int d\varphi z \sin m\varphi z\, g_1^{ss}(\varphi' z', z z)(\cdot) \int d\varphi g \sin m\varphi g\, g_n(\varphi z)$, дальше не пишем.

Если $g_\nu(\varphi z) = g_\nu(\varphi)\cos q_\nu z$, то $J_\nu(z) = \cos q_\nu z \int d\varphi g \sin m\varphi g\, g_\nu(\varphi) = d_\nu \cos q_\nu z$.

и $S(z) = \sum_\nu b_\nu d_\nu \cos q_\nu z = \sum_\nu e_\nu \cos q_\nu z$, то есть ν уже дано.

(15/I) Представим ядро M_ν как резольвенту $R(\omega^2, yy')$. $\quad \varphi(z,\nu) = g_s(y\omega)\sin\varphi + g_c(y\omega)\cos\varphi$,

где $y = (\varphi, z)$ и g_s, g_c удобней. $\quad (\beta M_s)^2 \int dy' G_1(yy') g(y') - \omega^2 g(y) = f(y)$,

$f = f_s$ если g_s и $f = f_c$ если $g_c(y)$. $\quad \omega^2$ в ур. ω_{mn} $\quad \frac{1}{(4\pi)^2}\int dy' G_1(yy') g(y') - \omega^2 g = \frac{1}{M(\pi)}\cdot\frac{f(y)}{(\beta M_s)^2}$

Опр. $\Gamma(yy') = \frac{1}{(4\pi)^2} G_1(yy') = \frac{1}{(4\pi)^2}\int dz_1 dz\, g_1^{ss}(\varphi z, z z)\, g_1^{zz}(z z, \varphi' z') =$

$= \frac{1}{(4\pi)^2}\int dz_1 dz\,(2\pi)\, d_{ss}(\varphi z, z z)\, d_{zz}(z z, \varphi' z')(-2\pi) = \frac{1}{4}\int dz_1 dz\, d_{ss}(\varphi z, z z)\, d_{zz}(z z, \varphi' z')$

$d_{ss}(\varphi z, \varphi' z') = \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'}\int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} J_1(k\varphi) J_1(k\varphi')$, $\quad d_{zz}(z\varphi, z'\varphi') = \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'}\int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} J_1 J_1(\cdot)$

$F(y) = \frac{1}{\omega_{mn}^2} f(y)$, $\quad F_s(y) = \frac{1}{\omega_{mn}^2} f_s(y) = -\frac{\beta M_s}{\omega_{mn}^2}\frac{\beta}{2}\int dz \int d\varphi' d\varphi\, m_0 g_1^{ss} X(z\omega)$; $\quad F_c(y) = \frac{\beta M_s}{\omega_{mn}^2}\frac{\beta}{2}\int dz \int d\varphi' d\varphi\, m_0 g_1^{ss} Y(z\omega)$

$\int dy' \Gamma(yy') g(y') - \omega^2 g(y) = F(y)$, $\quad \int dy' \Gamma(yy') g(y') - F(y) = \omega^2 g(y)$.

Для нашего Hilbert – Schmidt theory нет ядра симметризовать, $\Gamma(yy') = \Gamma(y'y)$.

$d_{ss}(y, y')$ и $d_{zz}(y, y')$ симм. отн. $y \rightleftarrows y'$. $\quad \Gamma(yy') = \frac{1}{4}\int dy''\, d_{ss}(y, y'') d_{zz}(y'', y')$

$\Gamma(y'y) = \frac{1}{4}\int dy''\, d_{ss}(y', y'') d_{zz}(y'', y) = \frac{1}{4}\int dy''\, d_{zz}(y, y'') d_{ss}(y'', y')$ $\quad (y'' = (\varphi'', z''))$

$d_{ss}(\varphi z, \varphi' z') = \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} E(\varphi z, \varphi' z')$; $\quad d_{zz}(z\varphi, z'\varphi') = \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} E(z\varphi, z'\varphi')$, $E(z\varphi, z'\varphi') = \int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} J_1(k\varphi) J_1(k\varphi')$

$\Gamma(y'y) = \frac{1}{4}\int d\varphi'' dz''(\cdot) = \frac{1}{4}\int dz_1 dz \frac{\partial^2 E}{\partial z \partial z''} E(z\varphi, z z'') \frac{\partial^2 E}{\partial z'' \partial z'} E(z'' z', \varphi' z') =$

$= \frac{1}{4}\frac{\partial^2}{\partial z \partial z'}\int dz_1 dz \frac{\partial E(z\varphi, z z'')}{\partial z}\frac{\partial E(z'' z', \varphi' z')}{\partial z''}$; $\quad \Gamma(yy') = \frac{1}{4}\int dz_1 dz \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} E(\varphi z, z z'')\frac{\partial^2}{\partial z'' \partial z'} E(z'' z', \varphi' z')$

$\Gamma(y'y) \Rightarrow$ симметрия не генерала

Catalog. Eng. nonhom. Fredholm eq (Матрица $\lambda - y$, $\lambda f(x) = \varphi(x)$): $\quad \varphi(x) = f(x) + \lambda \int dy K(x,y)\varphi(y)$

Решение $\varphi(x) = f(x) + \lambda \int dy\, R(x,y,\lambda) f(y)$ $\quad R(x,y,\lambda) = \sum_n \frac{u_n(x) u_n^*(y)}{\lambda_n - \lambda}$, $\quad \lambda_n \int dy K(xy) u_n(y) =$

$\int dy K(xy)\varphi(y) + \frac{1}{\lambda} f(x) = \frac{1}{\lambda}\varphi(x)$. Мое $\omega^2 = \frac{1}{\lambda}$ и $\frac{1}{\lambda} f = -F(y)$, $\varphi(x) \to g(y)$, $[= u_n(x)]$, $K(xy) \to [\text{ядро}]$

$g(y) = -\lambda F(y) + \frac{1}{\omega^2}\int dy' \left[-\lambda F(y')\right] \sum_n \frac{g_n(y) g_n^*(y')}{1/\omega_n^2 - 1/\omega^2} = -\frac{1}{\omega^2}F(y) - \frac{1}{\omega^4}\int dy' F(y') \sum_n \frac{g_n(y) g_n(y')}{\omega_n^{-2} - \omega^{-2}}$

$\Rightarrow g(y) = -\frac{1}{\omega^2}F(y) - \int dy' F(y') \sum_n \frac{g_n(y) g_n(y')}{\omega_n^4 - \omega^2} = -\frac{1}{\omega^2}F(y) - \frac{\omega_n^2}{\omega^2}\int \sum_n \frac{g_n(y) g_n(y')}{[\omega^2 - \omega_n^2]} F(y') dy'$

Проверка: $\int dy' \Gamma(yy')\left(-\frac{1}{\omega^2}\right)\left[F(y') + \omega_n^2 \int dy'' F(y'') \sum_n \frac{g_n(y'') g_n(y')}{\omega^2 - \omega_n^2}\right] - F(y) =$

$= \omega^2\left(\frac{-1}{\omega^2}\right)\left[F(y) + \omega_n^2 \int dy' F(y') \sum_n \frac{g_n(y) g_n(y')}{[\omega^2 - \omega_n^2]}\right], -\frac{1}{\omega^2}\left[\int dy' \Gamma(yy') F(y') + \right.$

$\left. + \omega_n^2 \sum_n \int dy'' \Gamma(y'') g_n(y'') \frac{\omega_n^2}{\omega^2 - \omega_n^2} g_n(y)\right] = -\omega_n^2 \int dy' F(y') \sum_n \frac{g_n(y) g_n(y')}{(\omega^2 - \omega_n^2)}$.

$\int dy' \Gamma(yy') F(y') + \int dy' F(y') \sum_n \omega_n^4 \frac{g_n(y) g_n(y')}{\omega^2 - \omega_n^2} = \omega^2 \int dy' F(y') \sum_n \omega_n^2 \frac{g_n(y) g_n(y')}{(\omega^2 - \omega_n^2)}$. $g(y)$ решение, Ряд Фурье

$\Gamma(yy') = \sum_n g_n(y) g_n(y') \frac{\omega_n^2 \omega^2 - \omega_n^4}{(\omega^2 - \omega_n^2)} = \sum_n \omega_n^2 g_n(y) g_n(y') - \sum_n \frac{1}{\omega^2} g_n(y) g_n(y')$ ← Ряд Фурье

Escaneado con CamScanner

Решение интегр. ур. $g(y) = -\frac{1}{\omega^2}F(y) - \frac{1}{\omega^2}\int dy' F(y') \sum_n \frac{\omega_n^2}{\omega^2-\omega_n^2} g_n(y) g_n(y')$, $F = \frac{1}{\omega_m^2} f$.

А так 11/8 неоднородная $g(y) = \int dy' f(y') \sum_\nu \frac{g_\nu(y) g_\nu(y')}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$ на отрезке $R(\omega^2, y, y')$ ф-я 16/Σ 2009 г.

Собственные/собственные ф-ии

$\frac{\omega_n^2}{\omega^2-\omega_n^2} = \frac{\omega_n^2 - \omega^2 + \omega^2}{\omega^2-\omega_n^2} = -1 + \frac{\omega^2}{(\omega^2-\omega_n^2)}$

$g(y) = -\frac{1}{\omega^2}F(y) - \frac{1}{\omega^2}\int dy' F(y') \sum_n \left[-1 + \frac{\omega^2}{(\omega^2-\omega_n^2)}\right] g_n(y) g_n(y') = -\frac{1}{\omega^2}\left[F(y) - \int dy' F(y') \sum_n g_n(y) g_n(y')\right]$

$+ \int dy' F(y') \sum_n \frac{g_n(y) g_n(y')}{\omega_n^2 - \omega^2}$. Все ф-ии есть $\sum_n g_n(y) g_n(y') = \delta(y-y')$, то $g(y) = \int dy' F(y') \sum_n \frac{g_n(y) g_n(y')}{(\omega_n^2 - \omega^2)}$

Система ф-ий $g_n(y)$ не ортогональна, а обычно ортогональна, надо ввести вместо $F(y)$ новую функцию $f(y)$ через $g_n(y)$. Это ортогонально (Арсенин, Ч) если $F(y) = \int dy' \Gamma(yy') \psi(y')$ Ядро можно взять $\Gamma(yy') = \sum_n \omega_n^2 g_n(y) g_n(y')$ тогда $F(y) = \sum_n c_n g_n(y)$. Ядро 12/Σ уравн. то ядро $\Gamma(yy') = R(y,y')$ не разделяется и уравн. $\int dy' \int dy'' \Gamma(yy'') R(y'',y') = \delta(y-y')$ Ядро $\sqrt{s}\, g(sy) = f(sy)$ и $\sqrt{ss'}\,\Gamma(ss') = \hat{\Gamma}(ss')$ ядро 10/Σ 09 г. не ортогональ.

Ядро $M_\nu(z,\xi) = -\frac{1}{8\pi}\frac{\beta}{\beta^2}\sum_\nu \frac{1}{\omega^2-\omega_\nu^2} J_\nu(z) N_\nu(\xi)$, $N_\nu(z) = \int dy' g_\nu(y') \int dz' z m_0(z') g_1^{ss}(y', z z')$

Функция Грина $R(\omega^2, y, y') = \sum_\nu \frac{g_\nu(y) g_\nu(y')}{[\omega_\nu^2 - \omega^2]}$, $g(y) = \int dy' F(y') R(\omega^2, y, y')$.

Ядро $\Gamma(y,y') = \sum_\nu \omega_\nu^2 g_\nu(y) g_\nu(y')$. Обратимо $(1-\lambda\hat{\Gamma})^{-1} = 1 + \lambda\hat{R}$, $\lambda = V\omega^2$.

$g_1^{ss}(s z, s' z') = (-2\pi) d_{ss}(s z, s' z') = (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\int dk e^{-k\beta|z-z'|} J_0(ks) J_1(ks')$

$\frac{\partial J_1(ks)}{\partial s} = \frac{k}{2}\left[J_0(ks) - J_2(ks)\right]$, $\int_0^1 ds\, s m_0(s) \frac{\partial J_1(ks)}{\partial s} = \int_0^1 ds\,(1+s^2)\frac{k}{2}\left[J_0(ks) - J_2(ks)\right]$

$I_0(k) = \int_0^1 ds\, s m_0(s) \frac{\partial J_1(ks)}{\partial s} = \int_0^1 ds\,(1-s^2)\frac{\partial J_1}{\partial s} = J_1|_0^1 - \int_0^1 ds\, s^2 J_1(ks) =$ по Берсеню

$= J_1(k) - \left[\int d\left[J_1(ks)\right] s^2\right] = J_1(k) - \left[J_1(ks) s^2|_0^1 - 2\int ds\, s J_1(ks)\right] = 2\int ds\, s J_1(ks) = 2I(k)$

$\int dz z m_0(z) g_1^{ss}(y', z z') = \int dz z m_0 (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial s' \partial z}\int dk e^{-\beta k|z-z'|} J_1(ks') J_1(kz) =$

$= (-2\pi)\frac{\partial}{\partial s'}\int dk e^{-\beta k|z-z'|} J_1(ks') 2 I(k) = (-4\pi)\frac{\partial}{\partial s'}\int dk e^{-\beta k|z-z'|} I(k) J_1(ks')$

$N_\nu(z) = (-4\pi)\int ds' s' \int dz' g_\nu(y') \frac{\partial}{\partial s'}\int dk e^{-\beta k|z-z'|} I(k) J_1(ks') = (-4\pi)\int dy' g_\nu(y') \int dk e^{\beta k|z-z'|} I(k) \frac{\partial J_1(ks')}{\partial s'}$

$g' \times \vec{x} = g' \times \vec{\omega} \times \vec{x} = \vec{\omega}(g'\cdot\vec{x}) - \vec{x}(g'\cdot\vec{\omega}) = |\vec{\omega}| = \omega z 1 = -\vec{x} g\omega$. $\vec{S}(z,t) = \vec{S}(z) e^{i\omega t}$

$-\int dz' M_\nu(z z') \vec{S}(z') \omega^2 - g\omega\vec{S} + \int dz' x(z z') \vec{S}(z') - \lambda\frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial z^2} = 0$ Vortex mass - нелок.

$\int dz' \left[x(z z') - M_\nu(z z')\omega^2\right]\vec{S}(z') - \lambda\frac{\partial^2\vec{S}}{\partial z^2} = g\omega\vec{S}$, $x \to x - M_\nu\omega^2$, обобщ. Дирак'а TM-SD с учетом Vortex

$\int dz' \left[x(z z') - M_\nu(z z')\omega^2\right] s(z') - \lambda s''(z) = g\omega s(z)$, $s = s_x + i s_y$.

Можно $s(z) = s_0 \cos q_n z$ и $x_{nn'} - M_\nu^{nn'}\omega^2 + \lambda q_n^2 \delta_{nn'} = \omega g \delta_{nn'}$ как 12/Σ.

● Дисперсионное TM $\omega_+(n) = \frac{g}{2M_{nn}}\left[\sqrt{1 + 4\frac{M_{nn}\omega_0^n}{g}} - 1\right]$, $\omega_0^n = \frac{1}{g}(x_{nn} + \lambda q_n^2)$

Масс. матрица об. $\to M_{nn'} = \int dz dz' M_\nu(z z') \cos q_n z \cdot \cos q_{n'} z' = \left(-\frac{\beta}{8\pi\beta^2}\right)\sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2}\int dz \tilde{J}_\nu(z)\cos q_n z \cdot \int dz' N_\nu(z') \cos q_{n'} z'$

$\int dz J_\nu(z)\cos q_n z = \int ds s m_0(s) \int dz g_\nu(sz)\cos q_n z$, n - TM индекс 11/Σ. $g_\nu(sz) = a_\nu(s)\cos q_\ell z$, ℓ-инд. SW

$\int dz J_0(z)\cos q_n z = \int ds s m_0(s) a_\nu(s) \int dz \cos(q_\ell z)\cos(q_n z) = \int ds s m_0 a_\nu(s)\frac{1}{2}\delta_{\ell n}(1+\delta_{n0})$, т.е.

Одномерный случай только TM(z) и SW(z) с $n = \ell$. $\nu = (n', \ell, \frac{km}{s})$

$\int dz N_\nu(z)\cos q_n z = \int dz \cos q_n z \int ds' s' \int dz' a_\nu(s') \cos q_\ell z' \int dz z m_0 g_1^{ss}(y', zz)$ $q_n = n\pi$.

$\int dz \cos q_n z \int dz' \cos q_\ell z' g_1^{ss}(s's', zz') = (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial s' \partial z}\int dk J_1(ks') J_1(kz)\int dz dz' e^{-\beta k|z-z'|}\cos q_n z \cdot \cos q_k z' =$

$= (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial s' \partial z}\int dk J_1(ks') J_1(kz)\delta_{n\ell}(\beta k)$, $M_{nn'}$ - симметр. матрица, все равно $a_\nu(s)$ нельзя

Если условие TM(n=0) "вакуум только", то она выбрана однородная ($\ell=0$) SW вдоль z.

При расчете $\hat{F}(12/\Sigma)$: $\hat{F} = -\beta\int ds s' \int d\varphi' \int dz' G_{ss}(s z, s' z') m_0(s') \left[\sin\varphi' \dot{X}(z') - \cos\varphi' \dot{Y}(z')\right]$ - Vortex взаимод. с SD-SW

● $\int d\varphi' G_{ss}(s z, s' z')\sin\varphi' = \int d\varphi' \sin\varphi' \left(-\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\right)\int dk e^{-k\alpha z}\sum_n e^{in(\varphi-\varphi')} J_n J_n(\cdot)$

$\int d\varphi' \sin\varphi' e^{in\varphi'} = \frac{1}{2i}\int d\varphi' \left[e^{i\varphi'} - e^{-i\varphi'}\right] e^{-in\varphi'} = (2i)^{-1}\cdot 2\pi\left[\delta_{n1} - \delta_{n,-1}\right]$, $\int d\varphi' G_{ss}\sin\varphi' =$

$= -\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\int dk e^{-k\alpha z}\sum_n J_n J_n(\cdot) e^{in\varphi}\frac{2\pi}{2i}\left[\delta_{n1} - \delta_{n,-1}\right] = -\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\int dk e^{-k\alpha z}\frac{2\pi}{2i}\left[J_1 J_1 e^{i\varphi} - J_{-1} J_{-1} e^{-i\varphi}\right] =$ $\sum_{m=\pm1}$

$= (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\int dk e^{-k\alpha z} J_1 J_1(\cdot)\sin\varphi = g_1^{ss}(s z, s' z')\sin\varphi$ и $\int d\varphi' G_{ss}\cos\varphi' = g_1^{ss}\cos\varphi$ - верно.

$g_\nu(y) = g_\nu(\vartheta, z)$ – eigenmodes profiles que Sw. Parcm. $g_\nu(z)$. Ecm $g_\nu(z)$ zeros. ϑ-fn. dot center $z = 1/2$ [illegible] $-1/2$, то $J_\nu(z)$ zer. , $N_\nu(\vartheta) = \int dy' g_\nu(y') \int dz\, z\, m_0 g_1^{gg}(\vartheta' z', \vartheta z)$

$N_\nu(-\vartheta) = \int dy' g_\nu(y') \int dz\, z\, m_0 g_1^{gg}(\vartheta' z', -\vartheta z) = \int dy' g_\nu(y') \int dz\, z\, m_0 g_1^{gg}(\vartheta' - z', z, \vartheta) =$

$= \int_{-1/2}^{1/2} dz' g_\nu(z') g_1^{gg}(-z', \vartheta) = |z' \to -z'| = -\int_{1/2}^{-1/2} dz' g_\nu(z') g_1^{gg}(z', \vartheta) = \int_{-1/2}^{1/2} dz' g_\nu(z') g_1^{gg}(z', \vartheta) = N_\nu(\vartheta)$

u $N_\nu(\vartheta)$ – zer. $M_\nu(\vartheta, \vartheta) = -\frac{\beta}{8\pi\gamma^2} \sum_\nu^{1/2} J_\nu(z) N_\nu(\vartheta) \frac{1}{\omega_\nu^2}$. Ecm $g_\nu(z)$ – neper., то $N_\nu(\vartheta)$ – neper. $J_\nu(z)$ – neper. $\forall g_\nu(z)$.

$J_\nu(z) = \int d\vartheta\, \vartheta\, m_0(\vartheta) g_\nu(\vartheta z)$. $M_\nu(z, \vartheta) \neq M_\nu(\vartheta, z)$, $M_\nu(-z, -\vartheta) = M_\nu(z, \vartheta)$

Как $M_{nn'}$ задачи от n, n'?

$\int dz\, N_\nu(z) \cos q_n z = \int d\vartheta' \vartheta' a_\nu(\vartheta') \int dz\, z\, m_0(z) (-2\pi) \frac{\partial^2}{\partial\vartheta' \partial z} \int dk\, J_1(k\vartheta') J_1(kz) f_{ne}(\beta k)$

$f_{ne}(\beta k) = \int dz \int dz' e^{-\beta k |z - z'|} \cos q_n z \cdot \cos q_e z' = \int dz \int dz' e^{-\frac{1}{2}} \left[\cos(q_n z + q_e z') + \cos(q_n z - q_e z') \right] =$

$= \frac{1}{2} \mathrm{Re} \int dz \int dz' e^{-k|z-z'| + ip} \left[e^{i(q_n z + q_e z')} + e^{i(q_n z - q_e z')} \right]$

$F(q_n q_{n'}) = \int dz\, dz' e^{-\beta k |z-z'|} e^{-i q_n z} e^{i q_{n'} z'} = |\beta k = x| = \frac{4x}{q_{n'}^2 + x^2} \frac{\sin\frac{1}{2}(q_{n'} - q_n)}{(q_{n'} - q_n)} + e^{-\frac{\beta k}{2}} \frac{2}{(x^2 + q_n^2)(x^2 + q_{n'}^2)} \times$

$\times \left[(x^2 - q_n q_{n'}) \cos\frac{1}{2}(q_n + q_{n'}) - x(q_n + q_{n'}) \sin\frac{1}{2}(q_n + q_{n'}) \right] - \frac{2}{(x^2 + q_n^2)(x^2 + q_{n'}^2)} \times$

$\times \left[(x^2 - q_n q_{n'}) \cos\frac{1}{2}(q_n - q_{n'}) - x(q_n + q_{n'}) \sin\frac{1}{2}(q_n - q_{n'}) \right]$, $q_n = n\pi$ – четные

$\int_{-1/2}^{1/2} dz\, (\cdot) \cos q_n z$ – четн. $z \in [0, 1]$, $\cos q_n(\zeta + \frac{1}{2}) = \cos q_n \zeta \cdot \cos n\frac{\pi}{2} - \sin q_n \zeta \cdot \sin n\frac{\pi}{2} =$

$\zeta \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ $= \begin{cases} + \sin q_n \zeta\, (-1)^{\frac{n+1}{2}}, & n - \text{нечет} \\ \cos q_n \zeta\, (-1)^{\frac{n}{2}}, & n - \text{чет.} \end{cases}$

Маслин. ф. на $\cos q_n \zeta$, если n – чет. $q_n = n\pi = 2m\pi$.

Ось $q_n = 2\pi n$ $F(q_n q_{n'}) = \frac{2x}{x^2 + q_n^2} \delta_{nn'} + \frac{2(-1)^{n+n'} (x^2 - q_n q_{n'})}{(x^2 + q_n^2)(x^2 + q_{n'}^2)} (e^{-\beta k} - 1)$ (24/VII)

$f_{ne}(x) = \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left[F(-q_n, q_e) + F(-q_n, -q_e) \right] = \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left[\frac{4x}{x^2 + q_n^2} \delta_{ne} + 2(-1)^{n+e} (e^{-\beta k} - 1) \times \right.$

$\left. \times \left\{ x^2 + q_n q_e + x^2 - q_n q_e \right\} \right] = \frac{2x}{x^2 + q_n^2} \delta_{ne} + 2(-1)^{n+e} \frac{x^2}{(x^2 + q_n^2)(x^2 + q_e^2)} (e^{-\beta k} - 1)$; $q = 2\pi m$,

TM modes с номерами $2n$. $\varphi \sim \cos q_n z$, $z \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

$M_{nn'} = -\frac{\beta}{8\pi\gamma^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int d\vartheta\, \vartheta m_0(\vartheta) \frac{1}{2} \delta_{en} (1 + \delta_{n0}) a_\nu(\vartheta) (-2\pi) \int d\vartheta' \vartheta' a_\nu(\vartheta') \int dz\, z\, m_0(z) \frac{\partial^2}{\partial\vartheta' \partial z} \int dk\, J_1(k\vartheta') J_1(kz) \times$

$\times \left[\frac{2x}{x^2 + q_{n'}^2} \delta_{n'e} + 2(-1)^{n'+e} \frac{x^2}{(x^2 + q_{n'}^2)(x^2 + q_e^2)} (e^{-\beta k} - 1) \right] = \frac{\beta}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int d\vartheta\, \vartheta m_0(\vartheta) a_\nu(\vartheta) \times$

$\times \int d\vartheta' \vartheta' a_\nu(\vartheta') \int dz\, z\, m_0(z) \frac{\partial^2}{\partial\vartheta' \partial z} \int dk\, J_1(k\vartheta') J_1(kz) (1 + \delta_{n0}) \left[\frac{x}{x^2 + q_n^2} \delta_{nn'} + (-1)^{n+n'} \frac{x^2 (e^{-\beta k} - 1)}{(x^2 + q_n^2)(x^2 + q_{n'}^2)} \right]$

$M_{nn'} = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int d\vartheta\, \vartheta m_0 a_\nu(\vartheta) \int d\vartheta' \vartheta' a_\nu(\vartheta') \int dk \frac{\partial J_1(k\vartheta')}{\partial\vartheta'} I(k) \left[\frac{x \delta_{nn'}}{x^2 + q_n^2} - (-1)^{n+n'} \frac{x^2 (1 - e^{-\beta k})}{(x^2 + q_n^2)(x^2 + q_{n'}^2)} \right] (1 + \delta_{n0})$

$M_{nn'} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{a_\nu}{\omega_\nu^2} \int d\vartheta\, \vartheta a_\nu(\vartheta) \int dk\, I(k) \frac{\partial J_1(k\vartheta)}{\partial\vartheta} k \left[\frac{\delta_{nn'}}{x^2 + q_n^2} - (-1)^{n+n'} \frac{x(1 - e^{-\beta k})}{(x^2 + q_n^2)(x^2 + q_{n'}^2)} \right] (1 + \delta_{n0})$

$M_{nn'} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{a_\nu}{\omega_\nu^2} \int dk\, k\, I(k) B_\nu(k) \left[\delta_{nn'} - (-1)^{n+n'} \frac{x(1 - e^{-\beta k})}{(x^2 + q_{n'}^2)} \right] \frac{(1 + \delta_{n0})}{(x^2 + q_n^2)}$ $n = 0, 2, \ldots$ чет.

$B_\nu(k) = \int d\vartheta\, \vartheta a_\nu(\vartheta) \frac{\partial J_1(k\vartheta)}{\partial\vartheta}$, $I(k) = \int d\vartheta\, \vartheta J_1(k\vartheta)$

Диаг. $M_{nn} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{a_\nu}{\omega_\nu^2} \int dk\, k\, I(k) B_\nu(k) \left[1 - \frac{x}{x^2 + q_n^2} (1 + e^{-\beta k}) \right] \frac{(1 + \delta_{n0})}{(x^2 + q_n^2)} \sim \frac{\beta^2}{n^2 \omega_\nu^2(\beta)} \sim \frac{1}{n^2}$

$\frac{f_n(x)}{x = \beta k} = \left[1 - \frac{x}{x^2 + q_n^2} (1 - e^{-\beta k}) \right] \frac{(1 + \delta_{n0})}{(x^2 + q_n^2)}$ быстро убывает с ростом n, $f_n(x) \sim \frac{1}{n^2}$, $n \gg 1$.

$f_0(x) = 2 \left[1 - \frac{1}{x} (1 - e^{-x}) \right] \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x^2} f(x)$.

$M_{nn} = \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{a_\nu}{\omega_\nu^2} \int dk\, k\, I(k) B_\nu(k) f_n(x)$, $M_{00} = \frac{1}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{a_\nu}{\omega_\nu^2} \int \frac{dk}{k} I(k) B_0(k) f(\beta k)$

Грубо $a_\nu = 1$, $a_\nu = \int d\vartheta\, \vartheta m_0 \approx 1/3$, $B_\nu(k) = \int d\vartheta\, \vartheta \frac{\partial J_1(k\vartheta)}{\partial\vartheta} = -k J_2(k)$

$M_{00} = \frac{2}{3} \frac{1}{\gamma^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int dk\, I(k) J_2(k) f(\beta k)$, ω_ν в ед. ω_m. → Найти $M_{00}(\beta)$ расч. ур. $\omega_\nu(\beta)$.

16/X Meeting с Арангуа: обсуждение ее резюме бюллетеня и публикации DMI параметер P. Видеоконференция — Skyrmion dyn. в гранул. ферром. – Mass. Отсутствие с Patti / Арангуа некоторые комп. components по MICINN – project. Наших с Ана: e-mail to Ana Martinez (Vicerrectorado) с запросом Reserv. → Disponible 2.400 € и justificación спец. некоторые processor и 3-х CPU для grand res.

Escaneado con CamScanner

Обзор на mass determination / vibrational ... в graphene ...
layer mass of vortex lattices (photons for instance) Higgs Bosons (Quanta of Higgs field)
like neutrons - atom. law, a force necessary ... strong, due to ... - EM interaction
Coordination ... Ass. Prof. Lectures ... Managing Editor ... manuscript ... comp.
Aiping ... tested DW-nanotubes paper ... JAP

(11/I) Citi Bank уведомява, че Visa Debit card number 5262 2610 4029 1827 (valid до May 2018) е л. с. N. Не успяват да ... Visa ... Citi Bank ... с ... и ... transfer to Bulgaria ... Citi-cash. ... Scanned and Send, managing ... failure to Ann Morrison ... Paris via Orsay

Изпратих в Vacuum paper с TM-thick dot paper, two tables / ... на new GPU - extra supercomputer. С л. и ю. в Jeremy Mercier - „AC Campo".

Написване TM-thick dot paper (M_v). Обзор paper на (vortex) mass
(18-19/I) Писмо на оторване, normal being ... Sci. Reports. Обзорно, с ... TM-to paper, нужна ... Обзорен graphene M_v ... vacuum $\omega_0(L)$ с уважение $M_v(L)$ в сравнение с ... Оценка M_v из ...

$$+\omega^2 M_v + g\dot{x} = 0,\quad M_v = \frac{L}{\omega^2}\left[\kappa - g\omega\right],\quad \omega = \frac{\omega_0}{2\pi} \simeq 1\,GHz.$$

$$\frac{M_v}{L} \approx \frac{g}{(\omega_0')^2}\left[\omega_0 - \omega_0^{-1}\right] = \frac{g}{\omega_0'}\left[\frac{\omega_0}{\omega_0'} - 1\right] = \frac{2\pi M_0}{\gamma\omega_0'}\left[\frac{\omega_0}{\omega_0'} - 1\right].$$

$\omega_0 \approx 2.2\,GHz$ (Calc. for M_v), $M_v = L\,\frac{1}{2\beta^2}\,\frac{\omega_M}{\omega_0'}\left[\frac{\omega_0}{\omega_0'} - 1\right] = \frac{L}{2\beta^2}\,\frac{30\,GHz}{1\,GHz}\left[\frac{2.2}{1} - 1\right] =$

$= \frac{L}{2\beta^2}\,\frac{30\cdot 1.2}{1}$ $\quad \gamma/2\pi \in 3\,\frac{MHz}{Oe} = 3\cdot 10^6\,\frac{1}{s\cdot Oe}$ $\quad \gamma = 3\cdot 2\pi\cdot 10^6\,\frac{1}{s\cdot Oe}$.

$$L/\gamma^2 = L(nm)\cdot\frac{s^2\cdot Oe^2}{[6\pi\cdot 10^6]^2} = \left|L(nm) = 100\,nm\right| = 10^2\cdot 10^{-9}\,m\,\frac{s^2\,Oe^2}{[6\pi\cdot 10^6]^2}\quad (Oe)^2 = \frac{erg}{cm^3} = \frac{g\cdot cm^2}{s^2\cdot cm^3}$$

$$\left(\frac{L}{\gamma^2} = 10^2\cdot 10^{-7}\,cm\,\frac{s^2}{[6\pi\cdot 10^6]^2}\,\frac{g}{s^2\cdot cm}\right) = \frac{10^{-5}}{[6\pi\cdot 10^6]^2}\,(g) = (0.053)^2\,10^{-17}(g) = \left|5.3\cdot 10^{-13}\,g\ \text{give}\ L = 100\,nm\right|$$

Оценка M_v по ω_0-Calc.

$= 2.8\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-17}\,g = 2.8\cdot 10^{-20}\,g$ give $L = 100$ nm.

$M_v(L=100\,nm) \simeq \left(\frac{L}{\gamma^2}\right)\frac{30\cdot 1.2}{2} = 18\cdot\left(\frac{L}{\gamma^2}\right) \simeq 18\cdot 2.8\cdot 10^{-20}\,g = \overline{50\cdot 10^{-20}\,g}$ give $L = 100$ nm. vortex mass

Arxiv nomination semi-plenar, invited speakers and symposia for ICM'15-Barcelona.

(20/I) Описване SOE paper за Л. превключване скорост Bozhe Andoain.
Сделки до посещение в Barcelona (вт. 17/IX): •1) US-Citi Bank перевод; •2) Figs + Vortex review end; •3) RISE - Grant y Cons. agreement; •4) TM-thick dot Graf-M_v; •5) Negrea TNT - доклад; •6) Inv. speakers - ICM'15.

Дозвонила до US-Citi Bank. Два разговора. (1ви Оператор, 2ри - полиц. служителка)
1) нямало transfer from Saving no CD (500 $) переписан. на Saving ... 16-19 Feb. 2015 (Oct. 16, Feb. 16 - maturity dates). 10 $ награда ... само ако $S \geq 10$ k$ или 3ри или bills utility через City B. On-line достъп к Citi восстановяване на сметки (PIN 7126 невярен, SSN-л. не съответ.?) !?
2) Затворих закрито CD (maturity Oct. 16, 3 working days after maturity) и преписан money на Saving.

Работа над revision of DW-nanotubes JAP-paper с Ai-Ping.

(21/I) Телефонно ERC seminar-info: подавани ERC-Horizon 2020 grants
Телефонно за 2008-2013 получено 13 Starting, Consol. и Advanced grants
Meeting с Ai-Ping по JAP-paper. С л. на нещо и criteria. E-mail to Ono.
Anton установи връзка на home-comp., Започнати numerical simulations.

(23/I) Получена RISE-grant agreement y consortium agreement. Писмо questions/comments to Maciej (Poznań). Graf numerical $\omega_0(L,R)$ thick dots by B-Fuk and m. Simulations. Обзорно. new paper и ... в UPV/EHU
Добавени 4 Figs (2-сравнителни 9, 8) и съотв. text to Vortex-Review paper-T.Ono и писмо to T.Ono.

(24/I) С л. и ю. в Al Campo Quartum. Домакинство 21 € за Анжелова и приятелка сс. подготовка докл. $\gamma(w)$-vortex. 52 give TNT-14, получени V. cluster paper to Rep. Rep. Lett.

(25/I) E-mail to H. Ono, chair Sec. 3 - ICM'15: получено 6 invited speakers give Lett. receive Vortex - Skyrm. session at ICM'15. Arxiv V. - cluster paper - comments ... referees.

Escaneado con CamScanner

(26/X – 1/XI) Командировка с А. в Barcelona на ICM – 2014. Finishing [illegible] book for (10) – 2015.
Расширена текст, modified figs and Refs, and re-submitted V-Cluster MS to APEX-30/X.
Beckera с Julian's Relatives в Sabadel – 31/X. (Переписка с M.Kläui – invitation
Ed. – work с Sci Reports. (ICM,
(3/XI) Подготовки и сдача Patri отчет по trip Barcelona-TNT.
Отдел Patxi 1st factura fungibles "Managing Inf." на ~ 600 €. Писма в APEX copyright agr.
и подгот. онлайн paper (15.000 ¥) если успешно. Nomination inv. speakers – ICM'15.
подгот. участие в Iberbasque meeting – Dec. 2. Е А. Ю. А. в „Medica" и „Al Campo", и Германи-
– Заявление копирус of new A. Computer.

(4/XI) Спешно сделать: •1) US – Citi Bank подобно; •2) RISE – travel grant; •3) TM – thick dot Mv; (Russ)
•4) justification of Russ-visit; •5) подгот. trip-Madrid; •6) paper LLG – PHT (ок. нач 17/IX). agreements
7) Abs. Nano PT – Bankia cr. card

Спешна в работе: 1) NL-FMR book chapter; 2) Vortex review – Ono; 3) V.Cluster – APEX-submit.
4) SW – tubes + Ring; 5) NL – STNO – PRB; 6) TM – thick dot Mv

Что докладывал на конф. – 2015: a) TM – thick dots; b) NL – STO; c) V. dot clusters

(5/XI) Более задача. Обзор mag. skyrmions и skyrmion mass. Нумбергам сага (чегго).

(6/XI) Обзор – Mag. skyrmions and skyrmion mass. **Mag. Skyrmions dynamics**

(7/XI) (1) I. Makhfudz et al. PRL '2012: m-bubble in thin film. Вбегена M_V в eq. Thiele.
Теор. $M_V = \pi \bar{r} g^2/\alpha \sim 5\cdot 10^{-20}$ g, simul. $M_V = 1.1\cdot 10^{-19}$ g ($\bar{r}$ – eq.-радиус bubble-skyrmion).
Сравнение Winter – magnons на Bloch-DW без адекват. сравн. (Gus' PRL'08 ок. 1),
Gus' PRB'10 – M_V, Alex. PRB'11 – V-AV localized SW). M_V нужна для объяснения
Skyrmion eigenfrequencies and hypocycloid trajectory (gyrotropic and breathing modes).

Exp. (2) C. Moutafis ... M. Kläui (Skyrm. workshop-Paris, Intermag'14, NMM'14):
Наблюдение gyrotropic и breathing skyrmion modes в CoB/Pt circular dot –
Eq. Thiele. Нашли M_V, которая аномально велика (!?) Unpublished. X-ray imaging.

(3) N. Nagaosa et al. Nat. Nanotechn. '2013 (review): M_V обсуждена в eq. Thiele,
но не вычислена, сравнение нашей вкладом. Есть TM и breathing modes (FMR, Y. Onose,
PRL 109, 037603 (2012) на Cu_2OSeO_3), и др., нет. topological fields.

Exp. (4) M. Mochizuki, M. Mostovoy, ..., N. Nagaosa, Nat. Mat. 2014. YD Skyrmion (Thiele) M_V.
Exp. на MnSi и Cu_2OSeO_3 – magnon current density drives skyrmion motion.
Suppl. $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}_0(\vec{r}-\vec{R}(t)) + \vec{m}_1 + \delta\vec{m}$ – SW
rigid skyrm. deformation of moving skyrm.

Total Momentum $\vec{P} = S\int d\vec{r}\,(1-\cos\Theta)\nabla\Phi$, $\Theta = \Theta_v + \varepsilon\varepsilon$, $\vec{m}_{SW} = (\varepsilon\varepsilon, \Psi, 0)$
$\Phi = \Phi_v + \psi$

$1-\cos\Theta = 1-\cos(\Theta_v+\varepsilon\varepsilon) = 1-[\cos\Theta_v\cos\varepsilon\varepsilon - \sin\Theta_v\sin\varepsilon\varepsilon] = 1-\cos\Theta_v + \sin\Theta_v\cdot\varepsilon\varepsilon + O(\varepsilon\varepsilon^2)$.

$\vec{P} = S\int d\vec{r}\,[1-\cos\Theta_v + \sin\Theta_v\,\varepsilon\varepsilon](\nabla\Phi_v + \nabla\psi) = S\int d\vec{r}\,(1-\cos\Theta_v)\nabla\Phi_v + S\int dr(1-\cos\Theta)\nabla\psi +$
$+ S\int d\vec{r}\,\sin\Theta_v\,\varepsilon\varepsilon\,\nabla\Phi_v = (gyro - \alpha\,\text{term}) + (\psi - \alpha\,\text{term}) + S\int d\vec{r}\,\sin\Theta_v\,\varepsilon\varepsilon\nabla\Phi_v$

Gus' PRB'10: $\vec{P}_{SW} = \frac{M_S}{\gamma} L\int d\vec{r}\,\sin\Theta_0\,\varepsilon\varepsilon\,\nabla_x\Phi_v$, $S = M_S/\gamma$. SW zero $G_z = 4\pi Q S L$, $Q = \pm 1$.
$Q = \frac{1}{4\pi}\int d\vec{r}\,\vec{m}\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial y}\right)$ – topol. charge

YD Mochizuki $\underline{M\ddot{\vec{X}}} + \alpha_g\Gamma\dot{\vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} = -\frac{\partial W}{\partial\vec{X}} - \dot{\vec{P}}_{SW}$ subs. с нашим YD $\vec{G}\times\dot{\vec{X}} + \frac{\partial W}{\partial\vec{X}} = -\dot{\vec{P}}_{SW}$ (Gus' PRB'10)

Total momentum $\vec{P} = \vec{G}\times\vec{X} + M\dot{\vec{X}} + \vec{P}_{SW}$

$\vec{P} = -\frac{\partial W}{\partial\vec{X}}$, $M\ddot{\vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} = -\frac{\partial W}{\partial\vec{X}} - \dot{\vec{P}}_{SW}$ – ур-е Thiele с gyr. + SW

Mochizuki (без вывода): $M = \frac{1}{2}\frac{M_S}{\gamma}\int d^3\vec{r}\,\vec{m}_0\cdot\left[\frac{\partial\vec{m}_1}{\partial X_\alpha}\times\frac{\partial\vec{m}_0}{\partial x_\alpha}\right]$ – skyrmion mass
т.е. $M = M_{dd}$ – это скайр. определенно масса $M = M_V$ в previous papers по eq. Thiele.
Вообще, M_{dp} и вообще $M_{\alpha\beta} = M\delta_{\alpha\beta}$ – diagonal.
Можно переформулировать $\vec{m}_V(\vec{r},t) = \vec{m}_V[\vec{r}, \vec{S}-\vec{X}(t), \vec{X}]$ – ansatz. $\vec{m} = \vec{m}_{rigid} + \vec{m}_1$
Damping $\Gamma = S\int d^3\vec{r}\,\partial_\alpha\vec{m}_0\cdot\partial_\alpha\vec{m}_0 = \delta_{5.577\pi}S$ – вычислен, пропорц. $\vec{m}_1 \sim \dot{X}_\alpha$
Mochizuki вводит local α $x'y'z'$ с $Oz' \parallel \vec{m}_0$ и gauge-field, без ссылки на Gus' PRB'10
и SW-current $\vec{J}_{SW} \sim \vec{P}_{SW}$. $\vec{m} = \vec{m}_{rig} + \vec{m}_1 + \delta\vec{m}_{SW}$ вычислено, но не вычерпано
и бесконечно т.к. $\vec{m}_1$ не вычислено а оба $\vec{m}_1$ и $\delta\vec{m}$ определяются SW
Мое $\vec{m} = \vec{m}_V^{TVA} + \vec{m}_{SW}$ – лучше. Mochizuki даст сумму расчета M_V не вычисляет.
(уже из Весенгро)

Escaneado con CamScanner

(5) C. Schütte thesis 2014: Skyrmion (vortex) mass renormalization via velocity dependent interaction of skyrmion $\vec{m}$ with uniform perpendicular (SW) boundary $\vec{m}_V(\vec{r}-\vec{R}(t))$ skyrm solution. OOMMF + extra code, Runge. DMI, exch., Zeeman. Dip interaction не учтено. $M_V = M_V(t)$ или $M_V(\omega)$. Конкурентно с фарнбергера. Ref. to S.-Z. Lin - PRB 89 (2), 024415 (2014) Proc. A. Rosch' group emergent el. and magnetic topological fields. Simul. Köln.

(7) R.L. Troncoso et al. preprint 2014: $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}(\vec{r}-\vec{X}, \vec{X})$. In the skyrmion center of mass ref. frame $\vec{m}$ is affected by mag. field $\delta\vec{H} = (\vec{m}\times(\vec{\nabla}\cdot\vec{V})\vec{m}$, no gyrofield (Gus' PRL' 08) $\delta\vec{H} = h_g = -\vec{m}\times\dot{\vec{m}}$!. Гипотеза - deformed skyrmion $\vec{m} = \vec{m}_0 + \lambda\frac{1}{\xi}\delta\vec{H}[\vec{m}_0]$, $\vec{m}_0$ - static/rigid skyrmion. $\xi = \frac{b}{Ja^2}\ell_{ex}^2$ ℓ_{ex} - skyrmion size.

$\mu\ddot{\vec{X}} - \vec{g}\times\dot{\vec{X}} + \alpha\tilde{D}\dot{\vec{X}} = \vec{F} + \gamma(t)$ eq. Thiele. Оценка $\alpha\tilde{D} = \lambda\frac{1}{\xi}D$.

$\lambda = 0.01$ из сравн. с Ткач. F. Büttner [PhD thesis, Maine].

Сл. R.L. Troncoso et al. PRB 89, 224403 (2014) Model: OOMMF + DMI. Гипотеза $\delta\vec{H} \sim h_g[\vec{m}_0]$ не обоснована, она верна $\forall M_V$ не зависимо, от скорости SW.

(8) C. Schütte, M. Garst, PRB 90, 094423 (2014): Magnon-skyrmion scattering in chiral magnets. SW + skyrmion interaction - сл. 2/1 2015г.

(9) J.-V. Kim, F. Garcia-Sanchez, ..., A. Fert, PRB 90, 064410 (2014): Breathing modes of confined skyrmions in mag. dots. Simulations.

(10) K.-W. Moon et al. PRB 89, 064413 (2014) - control of skyrmion magnetic bubble gyration. Skyrmion hypocycloid gyration. (!) Аналитич. M_V and $\varkappa$ согласуются с Simul. Скорость M_V-definition Makhfudz 2012. Фундаментальная paper, 5 strong analyt. eq's & simulations.

(11) J. Iwasaki et al. PRB 89, 064412 (2014): Theory of magnon-skyrmion scattering. - topol. mag. field, skyrmion non-Newtonian momentum.

(12) F. Büttner, PhD thesis, 2013. Topol. mass of magnetic skyrmion (C. Montag's, M. Klaui)

CoB/Pt dot, $2R = 550$ nm, $L = 12$ nm - X-ray imaging за време ≈ 10 ns gyrat. skyrmion trajectory, которая может быть написана как суперпозиция двух ~ circular motions с $\omega_1/2\pi = 1.00$ GHz (CCW) и $\omega_2/2\pi = +1.35$ GHz (CW) с relax. times $\tau_{1,2} \sim 1$ ns. Используя eq. Thiele с M_V оценка $M_V = G/(\omega_1+\omega_2) \gtrsim 8\cdot10^{-19}$ g (lower limit). Сильно масса топологическая (!?), т.к. $M_V \gg M_{SW}$ (1?) nanos comp.

(13) H. Wang, Y. Dai et al. Preprint March 2014

Ansatz $\vec{S}(\vec{x}-\vec{X}, \dot{\vec{X}}, \vec{\Sigma})$ дает eq. Thiele с $\vec{G}_3$ и $M'_{ij} = -\frac{1}{\gamma S^2}\int d^2\vec{x}\,\vec{S}\cdot\left(\frac{\partial\vec{S}}{\partial x_i}\times\frac{\partial\vec{S}}{\partial\dot{X}_j}\right)$

Applying Wysin's transformation (!?) [G.M. Wysin et al. in Nl. Coherent Structures ... 1994]

Using $\vec{R}(t) = \vec{X}(t) + \frac{M'}{G^2}\vec{G}\times\dot{\vec{X}}(t)$ we get $\vec{S}(\vec{r},t) = \vec{S}(\vec{r}-\vec{R}(t), \dot{\vec{R}})$, это убирает $\vec{G}_3$-term из SD.

$-\frac{\partial U}{\partial\vec{R}} + \vec{G}\times\dot{\vec{R}} = \hat{e}_i M_{ij}\ddot{R}_j$, new mass $M_{ij} = -\frac{S}{\gamma}\int d^2\vec{x}\,\vec{n}\cdot\left(\frac{\partial\vec{n}}{\partial x_i}\times\frac{\partial\vec{n}}{\partial\dot{R}_j}\right)$, $\vec{S}=\vec{n}S$, local $\vec{n}$

не верно см. сл. Wysin-94

$\vec{R} = \frac{\int d^2\vec{x}\,\vec{x}\,q(\vec{x})}{\int d^2\vec{x}\,q(\vec{x})}$, $q(\vec{x}) = \frac{1}{2}\varepsilon_{ij}\vec{n}\cdot\left(\frac{\partial\vec{n}}{\partial x_i}\times\frac{\partial\vec{n}}{\partial x_j}\right)$, $\dot{R}_j = \frac{\int d^2\vec{x}\,\dot{x}_j\,\dot{q}(\vec{x})}{\int d^2\vec{x}\,q(\vec{x})}$, проекц.

(guiding center, topol. charge density)

условие $\frac{d}{dt}Q = \frac{d}{dt}\int d^2\vec{x}\,q(\vec{x}) = 0$ сохранение топол. charge.

(7-8/II) Работа над Vortex-mass thick-dot paper с Тлеб (Nature Phys or Comm.?)

(9/II) Проверка Банка кредит Cards нашли за Mag - Oct. 2014 (у меня переплата ~ 48€, у Лауры - 121€). Написал e-mail to Juan Marco. Сообщил Кубовцу с Ант.: testing Mumax3 с Ант.: static vortex $\vec{M}(\vec{r})$ thick dot.

(10/II) Разбор paper Wysin PRB'96 по M_V. Wysin считает M_V для обе TM modes $\omega_\pm$ brans. CCW и CW с разными аппроксимациями (одна из них → usual TM при $M_V \to 0$)

$M_V = -\frac{K}{\alpha\omega_-} = (40\div60)\frac{\hbar^2}{Ja^2} \sim 10^{-29}$ g (слишком). $M_{magnon} \approx \frac{\hbar^2}{Ja^2} \approx 10^{-30}$ g при $J \sim 10^{-12}$ erg

Для SW (magnon) $\hbar\omega(k) = J(0) - J(k) = J_0(1-\cos ka) = \frac{1}{2}J_0(ka)^2 = \frac{1}{2m_*}(\hbar k)^2$,

$m_* = \frac{\hbar^2}{Ja^2}$, a – период решетки. $A = (J/a)\cdot S^2 \approx 10^{-6}$ erg/cm.

Note: GM Wysin PRB'2012 стремится к Vortex dyn. at finite T заключил $\frac{1}{2}m_v v^2/kT$ ... V. mass в Boltzmann distribution $p(v) \sim ve^{-\frac{1}{2}m_v v^2/kT}$

$m_G = \frac{G^2}{\varkappa} = \frac{(2\pi)^2}{0{,}88}\frac{R}{\mu_0\gamma^2}$ (SI); $m_G = \frac{4\pi^2}{0{,}88}\frac{R}{4\pi\gamma^2} = \frac{\pi}{0{,}88}\frac{R}{\gamma^2} \sim R$, что

координально отлич. от $M_v \sim L/\gamma^2$ Gus' PRB'10 и Ivanov' JETP Lett 2010.

Значит trajectory guiding center $\vec{R}(t)$ более плавная, чем $\vec{X}(t)$. $\vec{R}(t)$ – уредненная, учитывая SW-fluctuations, УД для нее проще, с $G_3 = 0$.

$m_G = \frac{G^2}{\varkappa} \sim \frac{L^2}{\gamma^2/R} \sim R$ дает неверную v. mass, завышенную, по сравн. с M_v (SW).

Эту ошибку, видимо, сделали Makhfudz' PRL'2012 и Moon' PRB'14.

Надо считать v. mass M_v либо через SW (как я), либо из general Thiele def. $M_v \sim \partial m/\partial \dot{x}_j$ (Mochizuki'14)

Wysin' PRB'1996: T_- mode соответ. при $M_v \neq 0$ обычной gyrotropic mode с $\omega_- \simeq -\frac{\varkappa}{G}$. T_+ mode выдавает cycloidal oscillations of $\vec{X}(t)$ with frequency $\omega_+ \simeq \omega_- = \frac{G}{M}$. V. mass $M_v = -\frac{\varkappa}{\omega_+\omega_-}$ или $M_v^* = \frac{G}{\omega_+ + \omega_-}$ – численно. $\omega_- = \omega_G$, $\omega_+ = \omega_{m=+1}$ (SW) – частота $|m|=1$ spin wave, unsplitted. M_v (Wysin) $\sim R/\gamma^2$. $\omega_{\pm 1}$ (SW) doublet, если G_3-term учесть.

Ivanov' PRB'98 predicted $G_3 \sim R^2$, что дает M_v из G_3 – M_v подходящ. в Thiele eq. не зависящую от L, R. Оценка $M_v \approx E_0/c^2$, $E_0 = 4\pi J S^2$ (BP soliton energy), c – SW velocity

M_v (Ivanov' PL'1989) $\sim 4\pi J/c^2 \sim 10\cdot 10^{-12}$ erg $/(10^5 \frac{cm}{s})^2 \sim 10^{-21}$ g. (XXZ-model).

Ivanov' JETP Lett. 2010 исходя из моих $\omega_0, \omega_{\pm 1}$ уже дает $G_3 \sim \frac{1}{\omega_M}\frac{R}{\gamma^2}$, $M_v \sim \frac{L}{\gamma^2}$, что противоречит Ivanov' PRB'98 – XXZ exchange model [PRB'98]

G – intrinsic, а M_v и G_3 – are connected to SW modes $\omega_{\pm 1}$ determined by the whole system „vortex + SW", which includes geometry of the system and bound. conditions [Ivanov'98]

GM Wysin, FG Mertens, AR Völkel, AR Bishop. Mass and momentum of vortices in 2D easy-plane magnets. 1993 – Conf. NL Coher. Structures, publ. in book – 1994.

$\vec{F} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} = \hat{M}\ddot{\vec{X}}$. Transform to frame moving at velocity $\vec{u} = \vec{F}\times\vec{G}/G^2$, velocity of a „guiding center" about which vortex core may make cyclotron oscillations (SW).

$\vec{R} = \vec{X} + \frac{M_v}{G^2}\vec{G}\times\dot{\vec{X}}$, $\dot{\vec{R}} = \dot{\vec{X}} + \frac{M_v}{G^2}\vec{G}\times\ddot{\vec{X}} = \dot{\vec{X}} + \frac{\vec{G}}{G^2}\times[\vec{F} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}}] = \frac{\vec{G}}{G^2}\times\vec{F}$

или $\vec{G}\times\dot{\vec{R}} + \vec{F} = 0$. На это ссылается Wang-Dai'2014, но кто сказал что Wysin-guiding center $\vec{R}$ совп. с $\int d^2x\, \vec{x}\, q(x)$ – topolog. guiding center? Скорее $\vec{R}(t)$ – moving frame of VC motion $x'y'z'$, где есть только SW $\vec{m}_s(m_x', m_y', 0)$ – Gus' PRB'2010

Wysin убирает M_v-term, а $\vec{m}_v(0,0,1)$ Wang-Dai – $\vec{G}_3$ term.

$\vec{G}_3\times\ddot{\vec{X}} + M_v\ddot{\vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} + \vec{F} = M_v\ddot{\vec{X}}$, $\dot{\vec{R}} = \dot{\vec{X}} + \frac{M_v}{G^2}\vec{G}\times\ddot{\vec{X}} = \dot{\vec{X}} + \frac{\vec{G}}{G^2}\times[\vec{G}_3\times\ddot{\vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} + \vec{F}]$

$\vec{G}\times\vec{G}\times\dot{\vec{X}} = -G^2\dot{\vec{X}}$, $\vec{G}\times\vec{G}_3\times\ddot{\vec{X}} = \vec{G}_3(\vec{G}\times\ddot{\vec{X}}) - \ddot{\vec{X}}(\vec{G}\cdot\vec{G}_3) = -\ddot{\vec{X}}\, G G_3$, $G_3 \parallel \hat{z}$.

$\dot{\vec{R}} = \vec{G}\times\vec{F}\frac{1}{G^2} - \frac{G_3}{G}\ddot{\vec{X}}$ – нечто. Метод Wysin – убирает M_v-term, но не G_3-term.

Наверное, можно ввести $\vec{R} = f(\vec{X}, \dot{\vec{X}}, \ddot{\vec{X}})$, так чтоб убрать $\vec{G}_3$-term из УД для $\vec{R}$. Но надо доказать что это $\vec{R}$ будет topolog. guiding center.

Wysin et al. вводят vortex momentum $\vec{P} = \vec{G}\times\vec{X} + M_v\dot{\vec{X}}$, used in Mochizuki'14.

M.E. Gouvêa, GM Wysin et al PRB 39, 11840 (1989): введены и найдены $\Phi_v = \Phi_0 + \delta\Phi$, $m_z = m_z^0 + \delta m_z$ поправки к static vortex, $\delta\Phi, \delta m_z \sim \dot{\vec{X}}$ в rigid v. model. Это позволило найти M_v по определению Thiele как $\sim \partial m/\partial \dot{x}_j$, $\frac{\partial m}{\partial x_i}$ in XXZ-model. В 2005 я пытался найти этим путем расчета M_v для „pole-free" model, finite dot и учет dip. energy, но M_v не достигал изд. Метод Thiele – M_v и мой метод azim. SW должны дать the same M_v of vortex in dot (не доказано). Метод azim. SW – проще.

Метод Wysin-96 $M_v = -\varkappa/\omega_+\omega_-$ used in Moutafis-14 означает числ. расчет или эксп. для двух modes $\omega_\pm$ (надо проверить $M_v = M_v^* = G/(\omega_+ + \omega_-)$, иначе УД нечетно). Eqs. $M_G = G^2/\varkappa$ – типа [Wysin'12, Makhfudz'12], скорее, не подходят для дуп. M_v.

(11/XI) Найдем матрицу эл. $M_{nn'}$ через SW - dynamic mass M_ν см 15/I - think dot.

$$M_{nn'} = \int dz dz' M_\nu(zz') \cos q_n z \cdot \cos q_{n'} z' = -\frac{\beta}{8\pi\gamma^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int dz J_\nu(z) \cos q_n z \cdot \int dz' N_\nu(z') \cos q_{n'} z'$$

$q_n = n\pi/L$ в силу в. condition $z=0, L$. Vortex mass

SW - eigenfunc. $g_\nu(\rho,z) = a_\nu(\rho)\cos q_\ell z$, $\nu = (\vec{n}, \ell, m=\pm 1)$ - SW index.

$$\int dz J_\nu(z)\cos q_n z = \int d\rho\rho m_0(\rho) \int dz g_\nu(\rho z)\cos q_n z = \int d\rho\rho m_0 \int dz a_\nu(\rho)\cos q_\ell z \cos q_n z = \frac{1}{2}\delta_{\ell n}(1+\delta_{n0}) \underbrace{\int d\rho\rho m_0 a_\nu(\rho)}_{A_\nu}$$

$$\int dz N_\nu(z)\cos q_n z = \int dz \cos q_n z \int d\rho' \rho' \int dz' g_\nu(\rho' z') \int dz z m_0(z) g_1^{\rho\rho}(\rho'z', zz) =$$

$$= \int dz z m_0(z) \int d\rho' \rho' a_\nu(\rho') \int dz \cos q_n z \cdot \int dz' \cos q_\ell z' \cdot g_1^{\rho\rho}(\rho' z', zz) = \int dz z m_0(z) \int d\rho\rho\, a_\nu(\rho)\, \Lambda_{n\ell}(\rho, z)$$

$$\Lambda_{n\ell}(\rho,z) = \int dz \cos q_n z \int dz' \cos q_\ell z' g_1^{\rho\rho}(\rho z', zz') = (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} \int dk J_1(k\rho) J_1(kz) f_{n\ell}(\beta k)$$

$$f_{n\ell}(\beta k) = \int dz dz' e^{-\beta k|z-z'|} \cos q_n z \cdot \cos q_\ell z'$$

$$M_{nn'} = \left(-\frac{\beta}{8\pi\gamma^2}\right) \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \frac{1}{2}\delta_{\ell n}(1+\delta_{n0}) A_\nu \cdot \int_0^\rho (-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} \int dk J_1(k\rho) J_1(kz) f_{n'\ell}(\beta k) \Big|_{\nu \to (\vec{n}, n, m)}^{\rho} =$$

$$= \left(\frac{\beta}{8\pi\gamma^2}\right)(1+\delta_{n0}) \sum_{\vec{n}, m=\pm 1} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} \int dk J_1(k\rho) J_1(kz) f_{n'n}(\beta k) \cdot \int dz z m_0(z) \int d\rho\rho\, a_\nu(\rho) =$$

$$= \frac{\beta}{8\gamma^2}(1+\delta_{n0}) \sum_{\vec{n},m} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int dz z m_0(z) \int d\rho\rho\, a_\nu(\rho) \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} \int dk J_1(k\rho) J_1(kz) f_{n'n}(\beta k)$$

$$\int dz z m_0(z) \frac{\partial J_1(kz)}{\partial z} = \int dz z \frac{1}{z}(1-z^2)\frac{\partial J_1(kz)}{\partial z} = \int_0^1 dz (1-z^2)\frac{\partial J_1(kz)}{\partial z} = J_1(kz)\Big|_0^1 - \int dz z^2 \frac{\partial J_1(kz)}{\partial z} =$$

$$= J_1(kz)\Big|_0^1 - \left[z^2 J_1(kz)\Big|_0^1 - 2\int dz z J_1(kz)\right] = 2\int_0^1 dz z J_1(kz) = 2I(k).$$

$$M_{nn'} = \frac{\beta}{4\gamma^2}(1+\delta_{n0}) \sum_{\vec{n},m} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int d\rho\rho\, a_\nu(\rho) \frac{\partial}{\partial\rho} \int dk J_1(k\rho) I(k) f_{n'n}(\beta k), \quad A_\nu \to d_\nu \text{ как } 15/I.$$

$$\int d\rho\rho\, a_\nu(\rho) \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho} = B_\nu(k)$$

$$M_{nn'} = \frac{\beta}{4\gamma^2}(1+\delta_{n0}) \sum_{\vec{n},m=\pm 1} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int dk I(k) B_\nu(k) f_{n'n}(\beta k) \quad \text{V. mass матрица эл.} \quad (q_n = n\pi)$$

$$f_{n'n}(\beta k) = \int_0^1 dz \int_0^1 dz' e^{-\beta k|z-z'|} \cos q_{n'} z \cdot \cos q_n z' = f_{nn'}(\beta k). \quad \text{Diag. } f_{nn}(\beta k) = 2 f_n(\beta k) \text{ Diag SR'14.}$$

$$f_{a0}(\beta k) = \int dz dz' e^{-\beta k|z-z'|} = \frac{2}{\beta k} f(\beta k). \quad f_0(\beta k) = \frac{1}{\beta k} f(\beta k), \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1-e^{-x}).$$

Diag'14

$$M_{nn} = \frac{\beta}{2\gamma^2}(1+\delta_{n0}) \sum_{\vec{n},m} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int dk I(k) B_\nu(k) f_n(\beta k), \quad f_n(x) = \frac{x}{x^2+q_n^2}\left[1 + \frac{2}{(1+\delta_{n0})}\frac{x}{x^2+q_n^2}\left((-1)^n e^{-x} - 1\right)\right]$$

(Diag'14)

$$f_0(x) = \frac{1}{x} f(x), \quad f_{n\neq 0}(x) = \frac{x}{x^2+q_n^2}\left[1 - \frac{2x}{x^2+q_n^2}\left\{1 - (-1)^n e^{-x}\right\}\right] \quad \text{- годится с } n \text{ для любых } x.$$

● Пусть $a_\nu(\rho)$ SW профили не зависят от β, $A_\nu, B_\nu \neq F(\beta)$. Зависим. от β только сидит в $\omega_\nu(\beta)$ и $f_n(\beta k)$.

$$\to \frac{M_{00}}{(\beta)} = \frac{\beta}{\gamma^2} \sum_{\vec{n}m} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int dk I(k) B_\nu(k) \frac{1}{\beta k} f(\beta k) = \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\vec{n}m} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2(\beta)} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) I(k) B_\nu(k)$$

$\frac{d}{dx}[x^\alpha J_\alpha(x)] = x^\alpha J_{\alpha-1}(x)$

V. mass (n=0) - TM и ℓ-SW

Нахождение $a_\nu(\rho)$ и собств. частоты $\omega_\nu(\beta)$ из homogeneous int. equation для SW.

Если ограничиться M_{00}, $\nu = (\vec{n}, \ell, m=\pm 1)$, то СФ находятся из инт. ур.

SW $\to \int dy' \Gamma(yy') a(y') = \omega^2 a(y)$, $y = (\rho, z)$, которое надо ур(-ть) по z, $\int dz(\ldots)$.

ω in units of ω_m.

$a(y) = a(\rho, z) = a(\rho)\cos q z$, отсюда для M_{00} - расчет $q=0$.

$$\int d\rho'\rho' \int dz' \Gamma(\rho z, \rho' z') a(\rho) = \omega^2 a(\rho) \to \int d\rho'\rho' \hat{\Gamma}(\rho\rho') a(\rho) = \omega^2 a(\rho)$$

$$\hat{\Gamma}(\rho\rho') = \int dz \int dz' \Gamma(\rho z, \rho' z'), \quad \Gamma(\rho z, \rho' z') = \frac{1}{4}\int d\rho z \int d\zeta\, d_{\rho\rho}(\rho z, z\zeta) d_{zz}(z\zeta, \rho' z')$$

$$d_{\rho\rho}(\rho z, z\zeta) = \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} \int dk e^{-\beta k|z-\zeta|} J_1(k\rho) J_1(kz), \quad d_{zz}(z\zeta, \rho' z') = \frac{\partial^2}{\partial\zeta\partial z'} \int dk e^{-\beta k|\zeta - z'|} J_1(kz) J_1(k\rho')$$

$$\int dz d_{\rho\rho}(\rho z, z\zeta) = \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} \int dk J_1(k\rho) J_1(kz) \int dz e^{-\beta k|z-\zeta|}, \quad \int_0^1 dz e^{-\beta k|z-z'|} = \int_{z'}^1 dz e^{-\beta k(z-z')} + \int_0^{z'} dz e^{-\beta k(z'-z)} =$$

$$= e^{-\beta k z'} \int_{z'}^1 dz e^{\beta k z} + e^{\beta k z'} \int_0^{z'} dz e^{-\beta k z} = e^{-\beta k z'} \frac{1}{\beta k} e^{\beta k z}\Big|_{z'}^1 + e^{\beta k z'} \frac{(-1)}{\beta k} e^{-\beta k z}\Big|_0^{z'} = e^{-\beta k z'} \frac{1}{\beta k}(e^{\beta k} - e^{\beta k z'}) -$$

$$- \frac{1}{\beta k} e^{\beta k z'}(e^{-\beta k} - e^{-\beta k z'}) = \frac{1}{\beta k}\left[1 - e^{-\beta k z'} - e^{-\beta k} e^{\beta k z'} + 1\right] = \frac{1}{\beta k}\left[2 - e^{-\beta k z'} - e^{-\beta k} e^{\beta k z'}\right] = \frac{2}{\beta k}\left[1 - e^{-\frac{\beta k}{2}} \operatorname{ch}\beta k\left(z' - \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\int dz' d_{zz}(z\zeta, \rho' z') = \int dz' \frac{\partial^2}{\partial\zeta\partial z'} \int dk J_1 J_1 e^{-\beta k|\zeta - z'|} = \frac{\partial}{\partial\zeta} \int dk J_1 J_1 e^{-\beta k|\zeta - z'|}\Big|_{z'=0}^{z'=1} = \to \quad x = \beta k$$

Escaneado con CamScanner

$= \frac{\partial}{\partial s} \int dk\, J_1 J_1 \left[e^{-x(s-s')} - e^{-x|s-s'|} \right] = \int dk\, J_1 J_1 x \left[e^{-xs} e^{xs'} + e^{-xs} \right] = 2\int dk\, J_1 J_1 (ρk) e^{-\frac{x}{2}} ch x\left(s - \frac{1}{2}\right),\ x = ρk$

$\hat{\Gamma}(ss') = \frac{1}{4} \int d\sigma \int d\sigma' \int ds \int ds'\, d_{ss}(ss', zz')\, d_{zz}(zz', \sigma\sigma') = \frac{1}{4} \int dz \int dz' \frac{\partial^2}{\partial s \partial z} \int dk\, J_1(ks) J_1(kz) \times$

$\times \frac{2}{x} \left[1 - e^{-\frac{x}{2}} ch x\left(s - \frac{1}{2}\right) \right]_{s=ρk} = 2\int dk\, J_1(xz) J_1(xs) \cdot x e^{-\frac{βx}{2}} ch x\left(s - \frac{1}{2}\right)\Big|_{x=βx} =$

$= \int dx \int dz \frac{\partial^2}{\partial s \partial z} \int dk\, J_1(ks) J_1(kz) \frac{1}{k} \left[1 - e^{-ρk/2} ch ρk\left(s - \frac{1}{2}\right) \right] \int dx\, J_1(xz) J_1(xs') x e^{-βx/2} ch βx\left(z - \frac{1}{2}\right)$

$\int_0^1 dz \left[1 - e^{-ρk/2} ch ρk\left(z - \frac{1}{2}\right) \right] ch βx\left(z - \frac{1}{2}\right) = \int dz\, ch βx\left(z - \frac{1}{2}\right) - e^{-ρk/2} \int dz\, ch ρk\left(z - \frac{1}{2}\right) ch βx\left(z - \frac{1}{2}\right) =$

$= \frac{1}{βx} sh βx\left(z - \frac{1}{2}\right)\Big|_0^1 - e^{-ρk/2} \int_0^1 dz \left[ch β(k+x)\left(z - \frac{1}{2}\right) + ch β(k-x)\left(z - \frac{1}{2}\right) \right] =$

$= \frac{2}{βx} sh \frac{βx}{2} - \frac{1}{2} e^{-ρk/2} \left[\frac{1}{(k+x)} sh β(k+x)\left(z - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{(k-x)} sh β(k-x)\left(z - \frac{1}{2}\right) \right]_0^1 =$

$= \frac{2}{βx} sh \frac{βx}{2} - \frac{1}{β} e^{-ρk/2} \left[\frac{sh β(k+x)/2}{(k+x)} + \frac{sh β(k-x)/2}{(k-x)} \right] = P(k, x)$

$\hat{\Gamma}(ss') = \int dx\, x \frac{\partial^2}{\partial s \partial x} \int \frac{dk}{k} J_1(ks) J_1(ks') \int dx\, x\, J_1(xz) J_1(xs') e^{-βx/2} P(k, x)$

$\int dx\, x \frac{2J_1(kz)}{\partial z} J_1(xz) = I_1(k, x)$, $\hat{\Gamma}(ss') = \frac{\partial}{\partial s} \int \frac{dk}{k} J_1(ks) \int dx\, x\, J_1(xs') e^{-\frac{βx}{2}} I_1(kx) f(kx)$

→ $\int ds's'\, \hat{\Gamma}(ss') a_\nu(s') = \omega_\nu^2 a_\nu(s)$ — для $n=0$ TM и SW минимум вдоль z ($\ell=0$).

$d_{zz}(zz', \sigma\sigma') = \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'} \int dk\, J_1 J_1 e^{-ρk|z-z'|} = -\int dk\, J_1 J_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} e^{-ρk|z-z'|} =$

$= -\int dk\, J_1 J_1 \left[ρ^2 k^2 e^{-ρk|z-z'|} - 2ρk\, δ(z-z') \right] = \left(β \to 0 \right) = 2β\, δ(z-z') \int_0^\infty dk\, k\, J_1(kz) J_1(ks') =$

$= 2ρ\, δ(z-z') \frac{1}{2} δ(x-s')$ и $\Gamma(ss', s's') = \frac{1}{4} \int dz\, dz' \int dz\, d_{ss}(sz, zz') \frac{2β}{2} δ(z-z') δ(x-s') =$

$= \frac{β}{2} d_{ss}(sz, s'z')$ при $β \to 0$. $\hat{\Gamma}(ss') = \int dz\, dz' \Gamma(sz, s'z') = \frac{β}{2} \int dz\, dz' \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \int dk\, J_1 J_1 e^{-ρk|z-z'|} =$

$= \left| \int dz\, dz' e^{-ρk|z-z'|} = \frac{2}{ρk} f(ρk) \right| = \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \int \frac{dk}{k} f(ρk) J_1(ks) J_1(ks') = d^{ss}(ss') = -\frac{1}{4π} \int ds' G_{ss}(ss')$

$\int ds's'\, d^{ss}(ss')\, a_\nu(s') = \omega^2 a_\nu(s)$, $d^{ss}(ss') = \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} \int \frac{dk}{k} f(ρk) J_1(ks) J_1(ks')$ — см. Gus 'PRB' 10.

т.е. предел $β \to 0$ для $n=0$ TM моде и $\ell=0$ SW не отличим от Gus 'PRB' 10, Eq. (4).

При $β \neq 0$ $\hat{\Gamma}(ss') = d^{ss}(ss')$ из Gus 'PRB' 10.

При $β$ близко к $p \sim 1$: $\hat{\Gamma}(ss') = \int \frac{dk}{k} \frac{\partial J_1(ks)}{\partial s} \int dx\, x\, J_1(xs') e^{-βx/2} I_1(k, x) P(k, x)$ и

уравнение SW $\int ds's'\, \hat{\Gamma}(ss') a_\nu(s') = \omega^2 a_\nu(s)$. Здесь $\nu = (n, \ell=0, m=\pm 1) = n$ — число нулей азимутальной SW с $|m|=1$, $\ell=0$ ($q_\ell = 0$).

Если $a_\nu(s)$, ω_ν^2 известны, то известны $A_\nu = \int ds\, s\, m_0(s) a_\nu(s)$ и $B_\nu(k) = \int ds\, s\, a_\nu(s) \frac{\partial J_1}{\partial s}(ks)$, и можно найти диагональную компоненту вершинной массы M_{00} для $n=0$ TM-моды.

Зависимость от $β$ в $\omega_\nu^2(β)$ и $P(k, x, β)$ — явно.

Симметрия $\hat{\Gamma}(ss') = \hat{\Gamma}(s's)$ не очевидна, предполагаем, она есть.

$\sqrt{s}\, a_\nu(s) = \psi_\nu(s)$, $\Gamma'(ss') = \sqrt{s s'}\, \hat{\Gamma}(ss')$ и $\int ds'\, \Gamma'(ss') \psi_\nu(s') = \omega^2 \psi_\nu(s)$

MathCad file „Vortex_mass_thick_dot.mcd".

(12/IX) Вникаю на работу, настраиваю принтер и Internet (много геморроя). Web of Science — Refs. Написал и запустил MathCad — программу расчета вихр. SW — thick dots. Ищу Gaskell Computer в Лаборатории office (скорее не нашел этого, нет Small_Toshiba). MathCad писал медленно. Уточнил вторую $\hat{\Gamma}(ss', β)$.

$[P(k, x)] = (k-x) sh \frac{β}{2}(k+x) + (k+x) ch \frac{β}{2}(k-x) = k\left[sh \frac{β}{2}(+) + sh \frac{β}{2}(-) \right] + x\left[sh(-) - sh(+) \right] =$

$= 2k\, sh \frac{β}{2} k \cdot ch \frac{1}{2} βx + 2x\, sh\left(-\frac{βx}{2}\right) ch \frac{βk}{2} = 2k\, sh \frac{βk}{2} \cdot ch \frac{βx}{2} - 2x\, sh \frac{βx}{2} \cdot ch \frac{βk}{2}$

$e^{-βx/2} P(k, x) = \frac{1}{βx}\left(1 - e^{-βx}\right) - \frac{2}{β} e^{-\frac{β}{2}(k+x)} \frac{1}{(k^2 - x^2)} \left[k\, sh \frac{βk}{2} \cdot ch \frac{βx}{2} - x\, ch \frac{βk}{2} \cdot sh \frac{βx}{2} \right] =$

$= \frac{1}{βx}\left(1 - e^{-βx}\right) - \frac{2}{β} \frac{1}{(k^2 - x^2)} \frac{1}{4} \left[k\left(1 - e^{-βk}\right)\left(1 + e^{-βx}\right) - x\left(1 + e^{-βk}\right)\left(1 - e^{-βx}\right) \right] \sim \frac{1}{β}$ при $βx \gg 1$.

$\omega_\nu^2(β)$ необходимая зависимость $\hat{\Gamma}(ss', β)$.

Escaneado con CamScanner

Эффективно, будем $a_\nu(\rho) = J_1(d_\nu \rho)$, $J_1(d_\nu)=0$. $\int d\rho\int d\rho' \rho' \hat{F}(\rho\rho') a_\nu(\rho') a_\nu(\rho) = \omega_\nu^2 \int d\rho \rho a_\nu^2$

$\omega_\nu^2(\beta) = \dfrac{\int d\rho\rho \int d\rho' \rho' a_\nu(\rho)\hat{F}(\rho\rho'\beta) a_\nu(\rho')}{\int d\rho\rho a_\nu^2(\rho)} = \dfrac{\langle a_\nu|\hat{F}(\beta)|a_\nu\rangle}{\langle a_\nu|a_\nu\rangle}$ и $a_\nu = J_1(d_\nu\rho)$ - точное решение

$\int d\rho\rho \int d\rho' \rho' J_1(d_\nu\rho) J_1(d_\nu\rho') \int \frac{dk}{dx}\frac{x}{k} \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho} J_1(x\rho') e^{-\beta x/2} I_1 p = \int dk dx \frac{x}{k} e^{-\beta x/2} I_1 p \cdot$

$\times \int d\rho\rho J_1(d_\nu\rho) \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho} \int d\rho'\rho' J_1(d_\nu\rho') J_1(x\rho') = \int dk dx \frac{x}{k} e^{-\beta x/2} I_1 p B_\nu(k) L_\nu(x)$

$L_\nu(x) = \int_0^1 d\rho\rho J_1(d_\nu\rho) J_1(x\rho) = \frac{1}{d_\nu^2-\rho^2}\left[2J_1(d_\nu)J_0(x) - d_\nu J_0(d_\nu)J_1(x)\right] = \frac{d_\nu}{(x^2-d_\nu^2)} J_0(d_\nu) J_1(x)$

$= \frac{d_\nu}{x^2-d_\nu^2} J_0(d_\nu) J_1(x)$, $I_1(kx) = \int_0^{x^2} J_1(x\rho) \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}$ можно как $B_\nu(k) = \int d\rho\rho J_1(d_\nu\rho) \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}$

$\langle a_\nu|\hat{F}|a_\nu\rangle = \int dk dx \frac{x}{k} e^{-\beta x/2} I_1(k,x) P(k,x) B_\nu(k) \frac{d_\nu}{x^2-d_\nu^2} J_0(d_\nu) J_1(x) \approx \left|\lim_{x\to d_\nu}\right| =$

$\approx d_\nu J_0(d_\nu) \int dk dx \frac{x}{k} e^{-\beta x/2} I_1(kx) P(kx) B_\nu(k) \frac{J_1(x)}{x^2-d_\nu^2} = \left| J_1(x) = J_1'(d_\nu)(x-d_\nu)+\dots \right|$

Можно брать только $x = d_\nu$ точку.

$\langle J_\nu|\hat{F}|J_\nu\rangle = \int dk dx \frac{x}{k} e^{-\beta x/2} I_1(k,x) B_\nu(k) P(k,x) L_\nu(x)$, $N_\nu = \int d\rho\rho a_\nu^2(\rho)$.

$J_1(d_\nu)=0$, $d_\nu = 3{,}83;\ 7{,}02;\ 10{,}17;\ 13{,}23;\ 16{,}47$

Определяются точно SW с $\ell=0$ ($q_\ell=0$) чуть ранее ding: mass $(n=0)$ TM.

$$\boxed{M_{oo}(\beta) = \frac{2}{\beta^2}\sum_n \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2(\beta)} \int dk k^{-1} f(\beta k) I(k) B_\nu(k)}, \quad B_\nu(k) = \int d\rho\rho a_\nu(\rho) \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}$$

$a_\nu(\rho) \to J_1(d_\nu\rho)$

Надо $\omega_\nu = \omega_\nu^m \to \omega_\nu^m + \omega_\nu^{ex}$, $\omega_\nu^{ex} = \gamma \frac{2A}{M_s} k_\rho^2 \frac{1}{\omega_M} = \frac{1}{4\pi^2} L_e^2 k_\rho^2$, $k_\rho = \frac{d_\nu}{R}$.

$\omega_\nu^{ex} = \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 d_\nu^2$. Дано $L_e = 18$ nm, $R = 150$ nm и $d_\nu = 10{,}17$, $\omega_\nu^{ex} = 0{,}12$ (~3GHz)

2" в M_{oo} из-за $m=\pm1$ - двух этих. SW for given $\vec{M}$.

Расчет $(n=0)$ TM $\omega_0' = \frac{g}{2M_{oo}}\left[\sqrt{1+4M_{oo}\frac{\omega_0}{g}} - 1\right]$, $\omega_0 = \frac{x_0}{g}$, $x_0 = \int d\rho dz' x(\rho z')$

Все расчеты делаем в eg. $\omega_M = \gamma \cdot 4\pi M_s$. $g = 2\pi M_s/\gamma$.

$\frac{\omega_0}{g} \Rightarrow \frac{\omega_0 \cdot \gamma 4\pi M_s}{2\pi M_s \frac{1}{\gamma}} = 2\gamma^2\omega_0$, $\omega_0' \to \omega_0'\cdot\omega_M$, $\frac{g}{M_{oo}\omega_M} = \frac{2\pi M_s}{\gamma M_{oo}\gamma 4\pi M_s} = \frac{1}{2\gamma^2 M_{oo}}$

M_{oo} перешли в eg. $(1/\gamma^2)$. $\omega_0' = \frac{1}{4M_{oo}}\left[\sqrt{1+8M_{oo}\omega_0} - 1\right]$, ω_0 в eg ω_M, M_{oo} в eg. $1/\gamma^2$.

(13/XI) Method на Supercomp. Закончили расчет SW для $\beta = 50/150$.

$k_{max} = 100$, $N = 50$ $\to$ $\omega_0/2\pi = 13.93$ GHz, но $a_0(\rho)$ имеет неск. нулей на отрезке $\rho\in[0,1]$.

$a_n(\rho)$ имеет $(n+1)$ нулей на отрезке $[0,1]$, кроме $\rho=0$ и $\rho=1$ - это странно.

Странно, что ω_n падает с $n\uparrow$. СФ $a_0(\rho)$ похожа на $J_1(d_0\rho)$, $a_0(\rho) \sim J_1(7{,}02\rho)$ - со сдвинутым индексом. $J_1(d_m)=0$, $d_m = d_n$. $d_n = 3{,}83;\ 7{,}02;\ 10{,}17;\ 13{,}23;\ 16{,}47$. α_{12}/π.

Ding, Sci. Rep. $\frac{1}{g}x_0 = \int dz dz' x(zz') = \langle 0|\hat{Q}|0\rangle = 2\beta\int dk I^2(k) f_0(\beta k)$, $f_0(\beta k) = \frac{1}{\beta k} f(\beta k)$

$\frac{x_0}{g} = 2\int \frac{dk}{k} I^2(k) f(\beta k)$ в свой eg. $\frac{\omega_0(\beta)}{\omega_M} = 2\int \frac{dk}{k} f(\beta k) I^2(k) \to \omega_0$.

$\omega_0'(\beta) = \frac{1}{4M_{oo}(\beta)}\left[\sqrt{1+8M_{oo}(\beta)\omega_0(\beta)} - 1\right]$ $\quad \sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{1}{8}x^2$

Если $M_{oo}\omega_0 \ll 1$, то $\omega_0' = \frac{1}{4M_{oo}}\left[1 + 4M_{oo}\omega_0 - \frac{1}{8}64 M_{oo}^2\omega_0^2 - 1\right] = \omega_0\left[1 - 2M_{oo}\omega_0\right]$

Mass density M_{oo} (в eg. $1/\gamma^2$) получилась очень малой ~ 0.05 для $\beta = \frac{100}{150}$.

Чем $\beta \ll 1$ $M_{oo} \sim 1 \sim M_\nu \sim 1/\gamma^2$. Проверить расчет M_{oo}.

В Gus' PRB'102 $M_\nu = \frac{4}{\beta\gamma^2}\sum_n J_n^2$, $J_n = \int d\rho\rho m_0(\rho) a_n(\rho)$, у меня $A_\nu = \int d\rho\rho m_0(\rho) g(\rho)$

$M_{oo}(\beta\to 0) = \frac{\beta}{\gamma^2}\sum_n \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2}\int dk I(k) B_\nu(k)$, $\int dk I(k) B_\nu(k) = \int\int dx\, J_1(kx)\int d\rho\rho a_\nu(\rho)\frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho} dk$

$p(k,x)_{p\to 0} = 1 - e^{-\beta k/2} \approx \frac{\beta}{2}k$, $L_\nu(x) \approx \frac{1}{x}\delta(x-d_\nu)$

$\langle J_0|\hat{F}|J_\nu\rangle = \int dk dx \frac{x}{k} I_1(kx) B_\nu(k) \frac{\beta}{2} k \frac{1}{x}\delta(x-d_\nu) = \frac{\beta}{2}\int dk I_1(k,d_\nu) B_\nu(k) = \frac{\beta}{2}\int dk I_1^2(k,d_\nu)$

(14/XI) Проверка расчета M_ν (12/XI): $\ddot{\vec{m}} + (\gamma M_s)^2 \int d\vec{r} \int d\vec{r}' G(\vec{r}\vec{r}') \vec{m}(\vec{r}') = -\gamma M_s \int d\rho' dz' \times$

$G_{\rho\rho}(\vec{r}\vec{r}')\Phi_\nu(\vec{r}')$, $\Phi_\nu(\vec{r}) = m_0[\sin\varphi\, X(z) - \cos\varphi\, Y(z)]$, $[m_0] = 1/R$.

Escaneado con CamScanner

При $\alpha,\beta\neq\varphi$ $\int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')e^{i(m\varphi'-\omega t)} = \int d\varphi'\left(-\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}\right)\int d\varphi'\int dk\, e^{-k\Delta z}\sum_\mu J_\mu J_\mu(\cdot)\times$

$\times e^{i\mu(\varphi-\varphi')}e^{i(m\varphi'+\omega t)} = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}\int dk\, e^{-k\Delta z}\sum_\mu J_\mu J_\mu(\cdot)e^{i\mu\varphi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{e^{i(m-\mu)\varphi'}e^{-i\omega t}d\varphi'}{2\pi\delta_{m\mu}} =$

$= -2\pi\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}\int dk\, e^{-k\Delta z}J_m J_m(\cdot)e^{im\varphi}e^{-i\omega t} = g_m^{\alpha\beta}e^{i(m\varphi-\omega t)}$

$\to g_m^{\alpha\beta}(\rho z,\rho' z') = -2\pi\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}\int dk\, e^{-k|z-z'|}J_m(k\rho)J_m(k\rho')$, $\alpha,\beta=\rho,z$. Def. $g_m^{\rho\rho}$ и g_m^{zz}.

$\int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')\begin{Bmatrix}\cos(m\varphi'-\omega t)\\ \sin(m\varphi'-\omega t)\end{Bmatrix} = g_m^{\alpha\beta}(\rho z)\begin{Bmatrix}\cos(m\varphi-\omega t)\\ \sin(m\varphi-\omega t)\end{Bmatrix}$ Проверка M_v

$\int d^2\vec{\rho}'dz' G_{\rho\rho}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')\Phi_v(\vec{\rho}'z') = \int d\rho'\rho'\int dz'\int d\varphi' G_{\rho\rho}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')m_0(\rho')[\sin\varphi'\dot{X}(z')-\cos\varphi'\dot{Y}(z')] =$

$= \int d\rho'\rho'\int dz'[\sin\varphi\dot{X}(z')-\cos\varphi\dot{Y}(z')]m_0(\rho')g_1^{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')[\delta_{|m|,1}](2\pi)^0$

$\ddot{\mathcal{U}} + (\gamma M_s)^2\int d^2\vec{r}\int d\xi\, G(\vec{\rho}z,\vec{r}\xi)\mathcal{U}(\vec{r},\xi) = -\gamma M_s\int d\rho'\rho'\int dz' m_0(\rho')g_1^{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')[\sin\varphi\dot{X}(z')-\cos\varphi\dot{Y}(z')]$

$\mathcal{U}(\vec{\rho},z,t) = \mathcal{U}(\vec{\rho},z,\omega)e^{i\omega t}$, $X_\alpha(z,t) = X_\alpha(z\omega)e^{i\omega t}$, $\dot{X}_\alpha(zt) = i\omega X_\alpha(z\omega)e^{i\omega t} = [\dot{X}_\alpha(z\omega)]e^{i\omega t}$ — corp defin. + эл. сум.

$-\omega^2\mathcal{U}(\vec{\rho},z,\omega) + (\gamma M_s)^2\int d^2\vec{r}\int d\xi\, G(\vec{\rho}z,\vec{r}\xi)\mathcal{U}(\vec{r},\xi,\omega) = -\gamma M_s\int d\eta' m_0 g_1^{\rho\rho}(\eta,\eta')[\sin\varphi\dot{X}(z'\omega)-\cos\varphi\dot{Y}(z'\omega)]$

$-\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2\mathcal{U}(\vec{\rho}z\omega) + \frac{1}{(4\pi)^2}\int d^2\vec{r}\int d\xi\, G(\vec{\rho}z,\vec{r}\xi)\mathcal{U}(\vec{r},\xi,\omega) = -\frac{1}{4\pi\omega_M}\int d\eta' m_0 g_1^{\rho\rho}(\eta\eta')[\sin\varphi\dot{X}(z'\omega)-\cos\varphi\dot{Y}(z'\omega)]$

$\frac{\omega}{\omega_M}\to\omega$. $\mathcal{U}(\vec{\rho},z,\omega) = g_s(\rho z\omega)\sin\varphi + g_c(\rho z\omega)\cos\varphi$ — ищем в виде

$\int d\varphi_r G(\vec{\rho}z,\vec{r}\xi)\sin\varphi_r = \int d\varphi_r\sin\varphi_r\int d^2\rho'\int dz' G_{\rho\rho}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')G_{zz}(\vec{\rho}'z',\vec{r}\xi) =$

$= \int d^2\vec{\rho}'\int dz' G_{\rho\rho}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')\int d\varphi_r G_{zz}(\vec{\rho}'z',\vec{r}\xi)\sin\varphi_r = \int d^2\rho'\int dz' G_{\rho\rho}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')g_1^{zz}(\rho'z',r\xi)\sin\varphi' =$

$= \int d\rho'\rho'\int dz' g_1^{zz}(\rho'z',r\xi)\int d\varphi' G_{\rho\rho}(\vec{\rho}z,\vec{\rho}'z')\sin\varphi' = \int d\rho'\rho'\int dz' g_1^{zz}(\rho'z',r\xi)g_1^{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')\cdot\sin\varphi$

$\int d\varphi_r G(\vec{\rho}z,\vec{r}\xi) = \int d\rho'\rho'\int dz' g_1^{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')g_1^{zz}(\rho'z',r\xi)\cdot\cos\varphi$ $\quad \mathcal{U}(\vec{\rho}z\omega) = a_s(\rho z\omega)\sin\varphi + a_c(\rho z\omega)\cos\varphi$.

$$\begin{cases}-\omega^2 a_s(\eta\omega) + \frac{1}{(4\pi)^2}\int dr\,r\int d\xi\, G_1(\rho z,r\xi)a_s(r\xi\omega) = -\frac{1}{4\pi\omega_M}\int d\eta' m_0 g_1^{\rho\rho}\dot{X}(z'\omega) = F_s(\eta\omega)\\ -\omega^2 a_c(\eta\omega) + \frac{1}{(4\pi)^2}\int dr\,r\,d\xi\, G_1(\rho z,r\xi)a_c(r\xi\omega) = \frac{1}{4\pi\omega_M}\int d\eta' m_0 g_1^{\rho\rho}(\eta\eta')\dot{Y}(z'\omega) = F_c(\eta\omega)\end{cases}$$

$G_1(\rho z,r\xi) = \int d\rho'\rho' dz' g_1^{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')g_1^{zz}(\rho'z',r\xi)$, $(\rho z)=\eta$

$\mathcal{U}(\vec{\rho}z\omega)\to\mathcal{U}(\vec{\rho}zt) = a_s(\rho zt)\sin\varphi + a_c(\rho zt)\cos\varphi$. $\vec{K}(zt) = \frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{\rho}\,\mathcal{U}(\vec{\rho}zt)\nabla_X\Phi_v(\vec{\rho}zt,\vec{X})$

TVA $\Phi_v(\vec{\rho}t,\vec{X}) = \Phi_0 + \varphi + m_0(\rho)[\sin\varphi\dot{X}(z)-\cos\varphi\dot{Y}(z)]$, $\nabla_X\Phi_v = m_0(\rho)(\sin\varphi,-\cos\varphi)$

$\dot{\Phi}_v[\vec{\rho},\vec{X}(zt)] = \frac{\partial\Phi_v}{\partial\vec{X}}\cdot\frac{d\vec{X}(zt)}{dt} = \nabla_X\Phi_v\cdot\dot{\vec{X}}(zt)$

$a_s(\eta\omega)$ и $a_c(\eta\omega)$ удовлетв. одинаковым УД, но с правой частью $F_s(\eta\omega)$ и $F_c(\eta\omega)$

Обезразмер. координаты (ρ в ед. R, z в ед. L) $G_1(\rho z,r\xi) = \int d\rho'\rho'\int dz'(2\pi)^2\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\int dk\, e^{-k|z-z'|}J_1(k\rho)J_1(k\rho')\times$

$\times\frac{\partial^2}{\partial z'\partial\xi}\int dx\, e^{-x|z'-\xi|}J_1(x\rho')J_1(xr) = (2\pi)^2R^2L\int d\rho'\rho'\int dz'\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\frac{1}{R}\int dk\, e^{-\beta k|z-z'|}J_1(k\rho)J_1(k\rho')$

$\times\frac{1}{L^2}\frac{\partial^2}{\partial z'\partial\xi}\frac{1}{R}\int dx\, e^{-x\beta|z'-\xi|}J_1(x\rho')J_1(xr) = (2\pi)^2\frac{R^2L}{R^3L^2R}\int d\rho'\rho' dz' d_{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')d_{zz}(\rho'z',r\xi)$

$G_1(\rho z,r\xi) = (2\pi)^2\frac{1}{(R^2L)}\int d\rho'\rho'\int dz' d_{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')d_{zz}(\rho'z',r\xi)$, $d_{\alpha\alpha}(\rho z,\rho'z') = \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x'_\alpha}\int dk\, e^{-\beta k|z-z'|}J_1(k\rho)J_1(k\rho')$ — безразмерн.

$\Gamma(\rho z,r\xi) = \frac{1}{(4\pi)^2}G_1(\rho z,r\xi) = \frac{1}{4}\frac{1}{R^2L}\int d\rho\rho'\int dz' d_{\rho\rho}(\rho z,\rho'z')d_{zz}(\rho'z',r\xi)$

$\int dr\,r\int d\xi\, G_1 = (R^2L)\int dr\,r\int d\xi\, G_1$ — убираем множ. (R^2L) из G_1 и Γ.

$\int d\eta' m_0(\rho')g_1^{\rho\rho}(\eta\eta')\dot{X}(z'\omega) = R^2L\int d\rho\rho'\int dz'\frac{m_0}{R}(-2\pi)\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\frac{1}{R^2}\frac{1}{R}\int dk\, e^{-\beta k|z-z'|}J_1(k\rho)J_1(k\rho')\dot{X}(z'\omega)$

$\dot{X}_\alpha(z\omega)$ понимается в смысле. $\dot{X}_\alpha(z\omega)e^{i\omega t} = i\omega X_\alpha(z\omega)e^{i\omega t} = \dot{X}_\alpha(zt)$

$$\begin{cases}-\omega^2 a_s(\eta\omega) + \int dr\,r\int d\xi\,\Gamma(\rho z,r\xi)a_s(r\xi,\omega) = -\frac{1}{4\pi\omega_M}(-2\pi)\beta\int d\eta'\frac{m_0}{R}d_{\rho\rho}(\eta,\eta')\dot{X}(z'\omega) = \\ -\omega^2 a_c(\eta\omega) + \int dr\,r\int d\xi\,\Gamma(\rho z,r\xi)a_c(r\xi,\omega) = -\frac{\beta}{2\omega_M}\int d\eta' m_0 d_{\rho\rho}(\eta\eta')\frac{\dot{Y}(z'\omega)}{R} = F_c(\eta)\end{cases}$$

$\int dr\,r\int d\xi\,\Gamma(\rho z,r\xi)a(r\xi,\omega) - \omega^2 a(\eta\omega) = F(\eta\omega)$, $\Gamma(\rho z,r\xi) = \frac{1}{4}\int d\eta' d_{\rho\rho}(\eta,\eta')d_{zz}(\eta',r\xi)$

$\to\int d\eta'\Gamma(\eta,\eta')a(\eta'\omega) - \omega^2 a(\eta\omega) = F(\eta\omega)$. Реш. $a(\eta\omega) = \int d\eta' R(\omega^2,\eta\eta')F(\eta'\omega)$.

Escaneado con CamScanner

Резольвента $\hat{R}(\omega^2, yy') = \sum_\nu \frac{a_\nu(y) a_\nu(y')}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$, $a_\nu(y) \omega_\nu^2$ – СР и СЗ краевой задачи

$\ell\ell\ (\hat{g}z\omega) = a_s(y\omega)\sin\varphi + a_c(y\omega)\cos\varphi = \int dy' R(\omega^2 yy') F_s(y'\omega)\sin\varphi + \int dy' R(\omega^2 yy') F_c(y'\omega)\cos\varphi =$

$= \int dy' \hat{R}(\omega^2, yy') \left[F_s(y'\omega)\sin\varphi + F_c(y'\omega)\cos\varphi \right]$, $F_s \sim \dot{X}(\omega)$, $F_c \sim \dot{y}(\omega)$. y нм. на ст

$\ell\ell(\hat{g}z,t) = \int dy' \hat{R}(\omega^2, yy') \left[F_s(y't)\sin\varphi + F_c(y't)\cos\varphi \right]$, $F_s(t) \sim \dot{X}(t)$, $F_c(t) \sim \dot{y}(t)$

$\mathcal{L}_{int}^{\nu} \int d\hat{g}\, \lambda_{int} = \hat{K}(zt) \cdot \dot{X}(t) = \frac{M_0}{g} R^2 \int dgg \int d\varphi\, m_0(g) \left[\hat{x}\sin\varphi - \hat{y}\cos\varphi \right] \cdot \ell\ell(\hat{g}zt) \cdot \dot{X}(zt) =$

$= \frac{M_0}{g} R \int dgg \int d\varphi\, m_0(g) \left[\hat{x}\sin\varphi - \hat{y}\cos\varphi \right] \int dy' \hat{R}(\omega^2, yy') \left[\frac{\beta \sin\varphi}{2\omega_\nu R} \int dy'' m_0 d_{ss}(y'y'') \dot{X}(z'') + \right.$

$\left. + (-1) \frac{\beta\cos\varphi}{2\omega_\nu R} \int dy'' m_0(g'') d_{gg}(y'y'') \dot{y}(z'') \right] \cdot \dot{X}(zt) = \frac{M_0 R}{g} \frac{\beta}{2\omega_\nu R} \int dgg\, m_0(g) \left[\dot{X}(t)\sin\varphi - \dot{y}(t)\cos\varphi \right] \times$

$\times \int dy' \hat{R}(\omega^2 yy') \int dy'' m_0(g'') d_{gg}(y'y'') \left[\dot{X}(z'')\sin\varphi - \dot{y}(z'')\cos\varphi \right] = \frac{\beta}{g\omega_\nu^2} \cdot \pi \int dgg\, m_0(g) \int dy' \hat{R}(\omega^2 yy') \times$

$\times \int dy'' m_0(g'') d_{gg}(y'y'') \left[\dot{X}(t)\dot{X}(z'') + \dot{y}(t)\dot{y}(z'') \right] = \frac{1}{2} \int dz'' M_\nu(zz'') \left[\dot{X}(t)\dot{X}(z'') + \dot{y}(t)\dot{y}(z'') \right]$

$M_\nu(zz'') = \frac{\beta}{g\omega_\nu^2} \int dgg\, m_0(g) \int dy' \hat{R}(\omega^2 yy') \int dg''g''\, m_0(g'') d_{gg}(y'y'')$

$M_\nu(\hat{g}z) = \frac{\beta}{g\omega_\nu^2} \int dgg\, m_0(g) \int dy' \hat{R}(\omega^2 yy') \int dz'z\, m_0(z') d_{gg}(y', zz')$ – ν, mass (g/cm) – распределение масс по высоте

14/X Более наглядно $M_\nu(zz') = \frac{\beta}{\omega\pi g^2} \int dgg\, m_0(g) \int dy' \hat{R}(\omega yy') \int dz'z\, m_0(z') g_1^{gg}(y', zz')$,

с учетом $g_1^{gg}(yy') = (2\pi) d_{gg}(yy')$, Сейчас $M_\nu(zz')$ в 2 раза меньше чем $M_\nu(z)$ (!)

$M_0^{tot} = \int dz \int dz' M_\nu(z,z') = \left| \text{при } \beta \to 0 \right| = \frac{1}{2} \frac{L}{g^2} \sum_\nu J_\nu^2$, $J_\nu = \int dgg\, m_0(g) a_\nu(g)$.

$\hat{R}(\omega^2, yy') = \sum_\nu \frac{a_\nu(y) a_\nu(y')}{[\omega_\nu^2 - \omega^2]} = \left| \begin{array}{l} \text{если отнять} \\ \omega \sim \text{ТМ близ.} \ll \omega_\nu - \text{SW} \end{array} \right| \Rightarrow \sum_\nu \frac{a_\nu(y) a_\nu(y')}{\omega_\nu^2}$.

$\nu = (n, \ell, m=\pm 1)$ – cylinder.

$\Lambda_{int} = \frac{1}{2} L \int dz \int dz' M_\nu(z,z') \dot{X}(t) \cdot \dot{X}(z') = L \int dz\, \mathcal{L}_{int}(z)$. Если ошибка в $M_\nu(zz')$ и если, то после 14/X.

УД $\int dz' \left[x(zz') - M_\nu(zz')\omega^2 \right] \vec{S}(z') - \lambda \vec{S}''(z) = g\omega \vec{S}$. Для $(n=0)$ ТМ моды $\vec{S}_0(z) = \vec{S}_0$

$\int dz' \left[x(zz') - M_\nu(zz')\omega^2 \right] = g\omega$, $\int_0^1 dz (\cdot)$. $x_0 - M_\nu^0 \omega^2 = g\omega$. $x_0 = \int dz dz' x(zz')$

$M_0 \omega^2 + g\omega - x_0 = 0$, $\omega_+ = \frac{1}{2M_0} \left[\sqrt{g^2 + 4M_0 x_0} - g \right] \approx \frac{g}{2M_0} \left[\sqrt{1 + 4\frac{M_0 x_0}{g^2}} - 1 \right]$. $M_\nu^0 = \int dz dz' M_\nu(zz')$

Без массы частоты ТМ $\omega_0 = \frac{x_0}{g} = 2 \int \frac{dk}{k} f(\beta k) I^2(k) \cdot \omega_M$.

$M_0 = \int dz \int dz' M_\nu(zz') = \int dz \int dz' \left(\frac{\beta}{\omega g^2} \right) \int dgg\, m_0(g) \int dg' g' \int dz' \sum_\nu \frac{a_\nu(g) a_\nu(g')}{\omega_\nu^2} \int dz'z\, m_0(z) \times$

(SW, $\ell=0$) $\times \frac{\partial^2}{\partial g \partial g'} \int dk e^{-\beta k |z'-z|} J_1(kg') J_1(kg)$, $\int dz' \int dz' e^{-\beta k |z-z'|} = \frac{2}{\beta k} f(\beta k)$, $\int_0^1 dz = 1$

$M_0 = \frac{\beta}{\omega g^2} \frac{2}{\beta} \int dgg\, m_0(g) \int dg' g' \sum_\nu \frac{a_\nu(g) a_\nu(g')}{\omega_\nu^2} \int dz'z\, m_0(z) \frac{\partial^2}{\partial g' \partial z} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_1(kg') J_1(kz)$

$M_0 = \frac{\beta^2}{2g^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int dgg\, m_0(g) a_\nu(g) \int dg' g' a_\nu(g') \int dz'z\, m_0(z) \frac{\partial^2}{\partial g' \partial z} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_1(kg') J_1(kz)$

$B_\nu(k) = \int dg' g' a_\nu(g') \frac{\partial J_1(kg')}{\partial g'}$, $A_\nu = \int dgg\, m_0(g) a_\nu(g)$, $I_0(k) = \int dz'z\, m_0(z) \frac{\partial J_1(kz)}{\partial z}$

$M_0 = \frac{1}{2g^2} \sum_\nu \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) B_\nu(k) I_0(k)$. Учтем $I_0(k) = 2I(k) = 2 \int dz'z\, J_1(kz)$

и "2" множ. ур. за $m = \pm 1$.

Тогда $M_0 = \frac{2}{g^2} \sum_{\nu=\overline{n}} \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) B_\nu(k) I(k)$ – в точности ур. для Мосфт 12/XI – случай

$(n=0)$ ТМ и SW + azim. с $q_z^2 = 0$ $(\ell = \phi)$. Видимо вообще trial $a_\nu(g) = J_1(\alpha_\nu g)$ сильно

Забывает ω_ν^2 и Занижает M_{00}. $\omega^2 a_\nu(g) = \int dz'z\, \hat{\Gamma}(gz) a_\nu(z)$, $\hat{\Gamma}(gz) = \int dz \int dz' \Gamma(gz, zz')$ – получим после 11/XI.

ν, mass density M_0 in units of $\left(\frac{1}{g^2}\right)$. $\frac{1}{g^2} = \frac{1}{(2.93 \cdot 2\pi \cdot 10^6 \frac{1}{s \cdot cc})^2} = \frac{10^{-12}}{(2.93 \cdot 2\pi)^2} s^2 \frac{erg}{cm^3} =$

$= 2.95 \cdot 10^{-15} \frac{s^2}{cm^3} \frac{g \cdot cm^2}{g^2} = 2.95 \cdot 10^{-15} (g/cm)$. $L(nm) = 100\ nm \to 10^{-5}\ cm$. $\frac{100\ nm}{g^2} \approx 3 \cdot 10^{-20} \left(\frac{g}{cm}\right)$

$M_0 \approx 10/g^2$ g/cm, чтобы частота $\omega_0(100/150)$ в ≈ 2 раза. Оценка $M_{0L} \approx 5 \cdot 10^{-19} (g)$.

по экспер. данным

Escaneado con CamScanner

(13/XI) Ошибка при вычислении $M_{00}(p)$ в том что в A_ν и $B_\nu(k)$ надо неделить $a_\nu(\delta) = J_1(d_\nu \delta)$ нормировку на 1, т.е. разделить на $N(\alpha) = \int_0^1 J_1^2(\alpha\delta)\,d\delta$

$N(\alpha) \sim 0.1$, что сильно увеличит M_{00}. $M_{00}(100/150) = 0.311$ (!). Ближе ≈ 0.05.

Есть новые трудность которое, по-видимому, из-за $\omega_{zz} \to \omega_\nu$ в $R(\omega, \omega')$, но это сложно, принципиально $\varepsilon\varepsilon(1) \sim \int d\omega \frac{\chi(\omega)}{(\omega_\nu^2 - \omega^2)}$ если вычислить.

Корни $J_1(d_n)$ $d_6 = 19.62$, $d_7 = 22.76$ — уже для корни и для ω_ν^2.

Можно учесть in-plane exchange $A(\nabla \vec{m})^2$ в ω_ν^2, но тогда λ_{int} перестанет, туда попадут члены $\frac{\partial^2 \Psi_\nu}{\partial z^2}$ ошиб, не только Φ_ν.

Чем учесть d_ν с $n = 1, \dots \frac{p}{2}$ — уже $M_{00}(100/150) = 1.06$ (!) и $\omega_0'(100\,nm) = 1.83$ (ГГц) $\omega_0(100\,nm) = 2.15$ ГГц

$M_{00}(p) = \frac{2}{d^2} \sum_\nu \frac{C_\nu}{\omega_\nu^2}$, $C_\nu = A_\nu \int dk\, f(pk) I(k) B_\nu(k)$ надо с разным $\nu = \vec{n}$.

Gus' PRB'10: можно $\sum_n$ (!) по всем azim. SW, с поправкой $a_n(\delta)$ дало $M_\nu = \frac{3L}{2\int z^2}$, или $M_\nu/L = 1.5$ ($\nu\delta^2$) где $\beta \ll 1$.

Узкая $M_{nn'}$ недиаг. на $\cos q_n z \cdot \cos$ — узкая SW с $q_e^2 = \ell\pi/L + 0$ дает вклад $M_\nu(p)$.

Главное $M_{nn'} \neq 0$ означает interaction n-TM с n'-TM через azim. SW. т.е. возможна гибридизация n-TM и их расщепление $\sim \frac{1}{2} M_{nn'}$ (см 12/X).

(15/XI) С А.и Ю. в ИТЭФ'. Кучин говорит все инварианты и Ю. комп. сейчас

(16/XI) Гибридизация n-TM modes за счет $M_{nn'} \neq 0$. Vortex impact (см 12/X).

Возможны ли, если ли $M_{01} \neq 0$? т.е. есть ли hybridization $n=0$ и $n=1$ TM?

$M_\nu(z,\zeta) = M_\nu(z,\zeta)$, $M_\nu(z,\zeta) = \frac{\beta}{\nu\delta^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \mathcal{J}_\nu(z) \mathcal{N}_\nu(\zeta)$.

$\mathcal{J}_\nu(z) = \int d\rho\, s m_0(\rho)\, a_\nu(\rho, z)$; $\mathcal{N}_\nu(\zeta) = \int dy \int dx\, m_0(x)\, d_{\rho\rho}(y, x, \zeta)\, a_\nu(y)$, $y = (\delta, z)$.

$d_{\rho\rho}(y, y') = \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} J_1(k\rho) J_1(k\rho')$

$M_{nn'} = \int dz \cos q_n z \cdot \int d\zeta \cos q_{n'} \zeta \cdot M_\nu(z,\zeta) = \frac{\beta}{\nu\delta^2} \sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2} \int dz\, \mathcal{J}_\nu(z) \cos q_n z \cdot \int d\zeta\, \mathcal{N}_\nu(\zeta) \cos q_{n'} \zeta$

$\int dz\, \mathcal{J}_\nu(z) \cos q_n z = \frac{1}{2} \delta_{\ell n} (1 + \delta_{n0}) \int d\rho\, s m_0(\rho) a_\nu(\rho) = \frac{1}{2} \delta_{\ell n} (1 + \delta_{n0})\, A_\nu$, ℓ — $\cos q_\ell z$ — SW index.

$\int d\zeta\, \mathcal{N}_\nu(\zeta) \cos q_n \zeta = \int d\rho\, s \int dz \int dx\, m_0(x) \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial x} \int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} J_1(k\rho) J_1(kx)\, a_\nu(\rho z) \cos q_n \zeta$

$a_\nu(\rho z) = a_\nu(\rho) \cos q_\ell z$. $\int d\zeta\, \mathcal{N}_\nu(\zeta) \cos q_n \zeta = \int dx\, m_0(x) \int d\rho\, s\, a_\nu(\rho)\, \Lambda_{n\ell}(\rho, z)$

$\Lambda_{n\ell}(\rho z) = \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial z} \int dk\, J_1(k\rho) J_1(kz) f_{n\ell}(\beta k)$, $f_{n\ell}(\beta k) = \int dz dz'\, e^{-\beta|z-z'|k} \cos q_n z \cdot \cos q_\ell z'$

$f_{n\ell}(x) = \int_0^1 dz \int dz'\, e^{-x|z-z'|} \cos q_n z \cdot \cos q_\ell z' = \int_0^1 dz \cos q_n z \left[\int_0^z dz'\, e^{-x(z-z')} \cos q_\ell z' + \int_z^1 dz'\, e^{x(z'-z)} \cos q_\ell z' \right]$

Ном. тр. р. 7.663 $\int dx\, e^{ax} \cos bx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} [a\cos bx + b \sin bx]$ $q_\ell = \pi\ell$, $q_n = n\pi$.

$f_{n\ell}(x) = \int dz \cos q_n z \left[e^{-xz} \frac{e^{xz'}}{x^2+q_\ell^2} \{x \cos q_\ell z' + q_\ell \sin q_\ell z'\} \Big|_0^z + e^{xz} \frac{e^{-xz'}}{x^2+q_\ell^2} \{-x \cos q_\ell z' + q_\ell \sin q_\ell z'\} \Big|_z^1 \right] =$

$= \int \frac{dz \cos q_n z}{(x^2+q_\ell^2)} \left[e^{-xz} \{ e^{xz} (x \cos q_\ell z + q_\ell \sin q_\ell z) - x \} + e^{xz} \{ e^{-x} (-x \cos q_\ell) - e^{-xz} (-x \cos q_\ell z + q_\ell \sin q_\ell z) \} \right] =$

$= \frac{1}{(x^2+q_\ell^2)} \int dz \cos q_n z \left[x \cos q_\ell z + q_\ell \sin q_\ell z - x e^{-xz} + x \cos q_\ell e^{-x} e^{xz} + x \cos q_\ell z - q_\ell \sin q_\ell z \right] =$

$= \frac{1}{(x^2+q_\ell^2)} \int dz \cos q_n z \left[2x \cos q_\ell z - x e^{-xz} - x \cos q_\ell e^{-x} e^{xz} \right] = \frac{1}{2} \frac{\delta_{n\ell}(1+\delta_{n0})}{(x^2+q_\ell^2)} \cdot 2x - \frac{1}{(x^2+q_\ell^2)} \times$

$\times x \int dz \cos q_n z \left[e^{-xz} + \cos q_\ell e^{-x} e^{xz} \right] = (1) - \frac{x}{(x^2+q_\ell^2)} \left[\int_0^1 dz \cos q_n z\, e^{-xz} + (-1)^\ell e^{-x} \int_0^1 dz \cos q_n z\, e^{xz} \right] =$

$= (1) - \frac{x}{(\cdot)} \left[e^{-xz} (-x \cos q_n z + q_n \sin q_n z) + (-1)^\ell e^{-x} e^{xz} (x \cos q_n z + q_n \sin q_n z) \right]_0^1 \frac{1}{(x^2+q_n^2)} =$

$= (1) - \frac{x}{(x^2+q_\ell^2)(x^2+q_n^2)} \left[e^{-x} \left(-x(-1)^n \right) - (-x) + (-1)^\ell e^{-x} \{ e^x (x(-1)^n) - x \} \right] =$

$= \frac{x \delta_{n\ell}(1+\delta_{n0})}{(x^2+q_\ell^2)} - \frac{x^2}{(x^2+q_\ell^2)(x^2+q_n^2)} \left[(-1)^{n+1} e^{-x} + 1 + (-1)^\ell + n - (-1)^\ell e^{-x} \right]$

$f_{n\ell}(x) = \frac{x \delta_{n\ell}(1+\delta_{n0})}{(x^2+q_\ell^2)} - \frac{x^2}{(x^2+q_\ell^2)(x^2+q_n^2)} \left[1 + (-1)^{\ell+n} - e^{-x} \{ (-1)^n + (-1)^\ell \} \right]$

Escaneado con CamScanner

$f_n^m(x) = \frac{x(1+\delta_{m0})}{(x^2+q_n^2)} - \frac{2x^2}{(x^2+q_n^2)^2}\left[1 - e^{-x}(-1)^m\right]$, Diag'ны $f_m(x) = \frac{x}{x^2+q_n^2}\left[1 + \frac{2}{1+\delta_{m0}}\frac{x}{x^2+q_n^2}\left\{(-1)^m e^{-x} - 1\right\}\right]$

? $f_{nn'}(x) = (1+\delta_{n0}) f_n(x)$, $f_n(x)$ не Diag'ны.

Норм. спектр. задача эквивалентна задаче на собственные значения $\int_0^{a_0} dz\, \varepsilon(z) u_n(z) u_{n'}(z) = \delta_{nn'}$, где $u_n(z) = \sqrt{\frac{2}{1+\delta_{n0}}}\cos q_n z$ и

$a_\nu(qz) = a_\nu(q)\sqrt{\frac{2}{1+\delta_{n0}}}\cos qz$. $\int dq\, q\, a_\nu^2(qz)$ $\int dq\, q\, a_\nu^2(q)\frac{2}{(1+\delta_{n0})}\int d\varphi \cos^2\varphi z = \int dq\, q\, a_\nu^2(q) = 1$

Нор.-ть на ед. $a_\nu(qz) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}}\left(\frac{2}{1+\delta_{n0}}\right)^{1/2} a_\nu(q)\cos qz$ $\int dq\, q\, a^2(q) = 1$ $\varepsilon(z) = \varepsilon_j$, $z_{j-1} < z < z_j$

$M_{nn'} = \int dz\, u_n(z)\int dz'\, u_{n'}(z')\, M_\nu(zz') = \int dz\, J_\nu(kz)\, u_n(z) = \frac{1}{2}\delta_{n0}(1+\delta_{n0})\, a_\nu\sqrt{\frac{2}{1+\delta_{n0}}}\sqrt{\frac{2}{1+\delta_{n'0}}}$

$\left(\frac{2}{1+\delta_{n'0}}\right)^{1/2}\int dq\, N_\nu(q)\cos q'z = $ (вычисление) $\int dq\, q\, a_\nu(q)\, N_{n'\ell}(q\ell)$, $N_{n'\ell} = \frac{2}{\pi^2}\int dk\, J_1(ka)\, J_1(kb)\, f_{n'\ell}(\beta k)$

$f_{n'\ell}(x) = \left(\frac{2}{1+\delta_{n'0}}\right)^{1/2}\left(\frac{2}{1+\delta\ell_0}\right)^{1/2}\frac{x}{(x^2+q\ell^2)}\left[\delta_{n'\ell}(1+\delta_{n'0}) - \frac{x}{(x^2+q_{n'}^2)}\left[1 + (-1)^{\ell+n'} - e^{-x}\left\{(-1)^n + (-1)^{n'}\right\}\right]\right]$

$f_{nn}(x) = \frac{2}{(1+\delta_{n0})}\frac{x}{(x^2+q_n^2)}\left[1 + \delta_{n0} - \frac{2x}{x^2+q_n^2}\left\{1 - e^{-x}(-1)^n\right\}\right] = 2 f_n^{\text{Diag}}(x)$

$f_{00}(x) = 2 f_0^{\text{Diag}}(x) = 2\cdot\frac{1}{x}\left[1 + \frac{1}{x}(e^{-x} - 1)\right] = \frac{2}{x}\cdot S(x)$, $x = \beta k$, $S(x) = 1 - \frac{1}{x}(1 - e^{-x})$.

$M_{nn'} = \frac{\beta}{\pi\beta^2}\sum_\nu \frac{1}{\omega_\nu^2}\frac{1}{2}\delta_{\ell n}(1+\delta_{n0})\, A_\nu\left(\frac{2}{1+\delta_{n0}}\right)^{1/2}\left(\frac{2}{1+\delta_{\ell 0}}\right)^{1/2}\int dz\, \varepsilon_m \int dq\, q\, a_\nu(q)\frac{\partial^2}{\partial z\partial z'}\int dk\, J_1(ka) J_1(kb) f_{n'\ell}(\beta k)\cdot$

$\cdot\left(\frac{2}{1+\delta_{n'0}}\right)^{1/2}\left(\frac{2}{1+\delta_{\ell 0}}\right)^{1/2}\frac{x}{(x^2+q_\ell^2)}\left[\delta_{n'\ell}(1+\delta_{n'0}) - \frac{x}{(x^2+q_{n'}^2)}\left[\ldots\right]\right]$

$M_{nn'} = \left(\frac{2}{1+\delta_{n0}}\right)^{1/2}\left(\frac{2}{1+\delta_{n'0}}\right)^{1/2}\sum_{n',\ell=n}\frac{A_\nu}{\omega_\nu^2}\int dz\, \varepsilon_m(z)\int dq\, q\, a_\nu(q)\frac{\partial^2}{\partial z\partial z'}\int dk\, J_1(ka) J_1(kb) f_{n'n}(\beta k)\cdot\frac{\beta}{\pi\beta^2}$

$f_{n'n}(x) = \frac{x}{(x^2+q_n^2)}\left[\delta_{n'n}(1+\delta_{n'0}) - \frac{x}{(x^2+q_{n'}^2)}\left[1 + (-1)^{n+n'} - e^{-x}\left((-1)^n + (-1)^{n'}\right)\right]\right]$

$\int dq\, q\, a_\nu(q)\frac{\partial J_1(kq)}{\partial q} = B_\nu(k)$, $\int dz\, \varepsilon_m(z)\frac{\partial}{\partial z} J_1(kz) = 2 I(k)$, $I(k) = \int_0^1 dz\, J_1(kz)$

$M_{nn'} = \frac{\beta}{\pi\beta^2}\sum_{n',\ell=n}\frac{A_\nu}{\omega_\nu^2}\int dk\, B_\nu(k) I(k) f_{n'n}(\beta k)$, у каких $m = \pm 1$, это где $2\pi\sum_{\nu}(\cdot)$

$f_{n'n}(x) = \left(\frac{2}{1+\delta_{n0}}\right)^{1/2}\left(\frac{2}{1+\delta_{n'0}}\right)^{1/2}\frac{x}{(x^2+q_n^2)}\left[\delta_{nn'}(1+\delta_{n0}) - \frac{x}{(x^2+q_{n'}^2)}\left[1 + (-1)^{n+n'} - e^{-x}\left((-1)^n + (-1)^{n'}\right)\right]\right]$

Когда $n = n' = 0$ M_{00} с β дано $f_{00}(\beta k) = \frac{2}{\beta k}S(\beta k)$ сбогнуто к M_{00} от M/E.

Диагональ комп. M_{nn} опр. $f_{nn}(x) = (\cdot)^{1/2}(\cdot)^{1/2}\frac{x}{(x^2+q_n^2)}\left[1 + \delta_{n0} - \frac{x}{(x^2+q_n^2)}\left\{1 - e^{-x}(-1)^n\right\}\right] = 2 f_n^{\text{Diag}}(x)$ Отсюда $f_{nn} = f_{nn'}$.

Недиагональ $M_{nn'}$ и n,n' — одной четности опр. $f_{nn'}(x) = (\cdot)^{1/2}(\cdot)^{1/2}\frac{(-x^2)\cdot 2}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)}\left(1 - e^{-x}(-1)^n\right) < 0$ (!) и $M_{nn'} < M_{nn}$.

Недиаг. $M_{nn'}$ и n,n' — разной четности опр $f_{nn'}(x) = (\cdot)^{1/2}(\cdot)^{1/2}\frac{(-x^2)}{(x^2+q_n^2)(x^2+q_{n'}^2)}\cdot 0 = 0$ (!)

$f_{nn'}(x) = \left(\frac{2}{1+\delta_{n0}}\right)^{1/2}\left(\frac{2}{1+\delta_{n'0}}\right)^{1/2}\frac{x}{(x^2+q_n^2)}\left[\delta_{nn'}(1+\delta_{n0}) - \frac{x}{(x^2+q_{n'}^2)}\left\{1 - e^{-x}(-1)^n\right\}\left\{1 + (-1)^{n+n'}\right\}\right]$

Собственные значения $n=0$ и $n=1$ ТМ тех, если $TM_n \sim \cos q_n z$, $SH_\ell \sim \cos q_\ell z$.

Для $n \gg 1$, $f_{nn}(x) \approx \frac{2x}{x^2+q_n^2}$ и $\int dk\, J_1(ka) J_1(kb) f_{nn}(x) = 2\beta^{-1}\int_0^\infty \frac{dk\, k}{k^2+q_n^2} J_1(ka) J_1(kb) =$

$= \frac{2}{\beta} I_1(q_n z) K_1(q_n \xi)$ при $z < \xi$ или $\frac{2}{\beta} I_1(q_n \xi) K_1(q_n z)$, $z > \xi$.

Обе $I_1(q_n z)$ и $K_1(q_n \xi) \sim \frac{1}{\sqrt{q_n z}} e^{-q_n z}$, так. что $M_{nn} \sim f_{nn}(x)$ быстро убывает с ростом n.

т.к. $\alpha(zz') \sim e^{-k|z-z'|}$, то $\int dz\, dz'\, u_n(z) u_{n'}(z')\alpha(zz') \sim f_{nn'}(\beta k)$, зависимость от n,n' теряется на $M_{nn'}$.

2-модовое прибл. для M/E: $\det\begin{vmatrix} (\omega_{01} - \omega)g - \omega^2 M_{11} & -\omega^2 M_{12} \\ -\omega^2 M_{21} & (\omega_{02} - \omega)g - \omega^2 M_{22}\end{vmatrix} =$

$= g^2(\omega_{01} - \omega - \omega^2\frac{M_{11}}{g})(\omega_{02} - \omega - \omega^2\frac{M_{22}}{g}) - (\omega_{12} - \omega^2 M_{12})^2 = 0$

Если есть crossing $\omega_{01} \approx \omega_{02} \approx \omega_0$, то обращено нуль $(\omega_0 - \omega - \omega_0^2\frac{M_{11}}{g})(\omega_0 - \omega - \omega_0^2\frac{M_{22}}{g}) - \frac{1}{g^2}(\omega_{12} - \omega_0^2 M_{12})^2 = 0$

Escaneado con CamScanner

$\omega - \omega_0 = \Delta$, $\left(\Delta + \omega_0^2 \frac{M_{11}}{g}\right)\left(\Delta + \omega_0^2 \frac{M_{22}}{g}\right) - \frac{1}{g^2}(\varkappa_{12} - \omega_0^2 M_{12})^2 = 0$

$\Delta^2 + \Delta \frac{\omega_0^2}{g}(M_{11}+M_{22}) + \frac{\omega_0^4}{g^2} M_{11}M_{22} - \frac{1}{g^2}(\varkappa_{12} - \omega_0^2 M_{12})^2 = 0$.

$b^2 - 4ac = \frac{\omega_0^4}{g^2}(M_{11}+M_{22})^2 - 4\frac{\omega_0^4}{g^2} M_1 M_2 + \frac{4}{g^2}(\varkappa_{12} + \omega_0^2 M_{12})^2$

$2(\omega_{1,2} - \omega_0) = -\frac{\omega_0^2}{g}(M_{11}+M_{22}) \pm \frac{\omega_0^2}{g}\sqrt{(M_{11}-M_{22})^2 + \frac{4}{\omega_0^4}(\varkappa_{12} - \omega_0^2 M_{12})^2}$

Splitting of degenerated $\omega_{01} = \omega_{02}$ $\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0^2}{g}\sqrt{(M_{11}-M_{22})^2 + \frac{4}{\omega_0^4}(\varkappa_{12} - \omega_0^2 M_{12})^2}$

Здесь 1 - comb 0-TM, 2 - comb 2-TM. Если $M_{22} \ll M_{00}$, $\varkappa_{12}/\omega_0^2, M_{12} \ll M_{00}$, то

$2(\omega_{1,2} - \omega_0) \approx -\frac{\omega_0^2}{g} M_{00} \pm \frac{\omega_0^2}{g} M_{00}$, $\omega_0' = \omega_0 - \frac{\omega_0^2}{g} M_{00}$, $\omega_2' = \omega_{02}$.

$\omega_0' = \omega_0\left(1 - \frac{\omega_0}{g} M_{00}\right)$ - совпадает с ω_0' - (0TM) в лин. приближ. по M_{00}.

Вообще $\omega_0' + \omega_0 = -\frac{1}{2}\frac{\omega_0^2}{g}(M_1+M_2) - \frac{1}{2}\frac{\omega_0^2}{g}\sqrt{(\cdot)}$, $\omega_0' = \omega_0\left[1 + \frac{1}{2}\frac{\omega_0}{g}(M_1+M_{22}) - \frac{1}{2}\frac{\omega_0}{g}\sqrt{(\cdot)}\right]$ -

уменьшение $\omega_0'(\beta)$ вызвано M_{00}, M_{22}, M_{12}, $\varkappa_{12}$, которые надо еще найти.

Если $\varkappa_{12}, M_{12} \to 0$ $\omega_0' = \omega_0(1 - \omega_0 M_{00}/g)$, $\omega_2' = \omega_2(1 - \omega_2 M_{22}/g)$ - diag. approximation наших M_{00}, M_{22}. Учет $M_{12}\varkappa_{12} \neq 0$ уменьшает ω_0', и увелич. ω_2' по сравн. с diagonal approximation по $\varkappa_{nn'}, M_{nn'}$.

Далее при $M_{nn'} = 0$ $\omega_{0,2}' = \omega_0 \mp \frac{|\varkappa_{12}|}{g}$, $\omega_0' = \omega_0 - \frac{|\varkappa_{12}|}{g}$, или точнее

(без crossing) $\det\begin{pmatrix}(\omega_{01}-\omega)g & \varkappa_{12} \\ \varkappa_{21} & (\omega_{02}-\omega)g\end{pmatrix} = \frac{1}{g^2}\left[(\omega_{01}-\omega)(\omega_{02}-\omega) - \frac{\varkappa_{12}^2}{g^2}\right] = 0$.

$\omega^2 - (\omega_{01}+\omega_{02})\omega + \omega_{01}\omega_{02} - \varkappa_{12}^2/g^2 = 0$; $2\omega_{0,2}' = (\omega_{01}+\omega_{02}) \pm \sqrt{(\omega_{01}-\omega_{02})^2 + 4\varkappa_{12}^2/g^2}$

$\omega_0' = \frac{1}{2}(\omega_0+\omega_2) - \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_0-\omega_2)^2 + 4\frac{\varkappa_{12}^2}{g^2}}$.

$\omega_{02} = \frac{\varkappa_{02}}{g} = \frac{8\pi^2 M_s^2 \beta}{2\pi M_s \frac{1}{g}} \int dz\, dz' [\vec{\varkappa}(zz')] \int dk\, e^{-\beta k|z-z'|} I^2(k) u_0(z) u_1(z) = \omega_M \beta \sqrt{2} \int dk \int dz dz' \times$

$\times I^2(k) e^{-k\beta|z-z'|} \underset{(0)}{\cos q_n z} \cdot \underset{(2)}{\cos q_{n'} z'} = \sqrt{2}\beta\omega_M \int dk I^2(k) \frac{(-2)\beta^2 k^2}{\beta^2 k^2 (\beta^2 k^2 + q_n^2)}\left(1 - e^{-\beta k}\right) =$

$= -2\sqrt{2}\,\omega_M \beta \int dk\, I^2(k) \frac{(1 - e^{-\beta k})}{[\beta^2 k^2 + q_n^2]_{n=2}}$, $\omega_0 = \frac{\varkappa_{00}}{g} = 2\omega_M \int \frac{dk}{k} I^2(k) f(\beta k)$.

$\frac{\varkappa_{02}}{\varkappa_0} = \frac{\omega_{02}(\beta)}{\omega_0(\beta)} < 1$ все же $\omega_{02}/\omega_0 \simeq 0{,}04 \div 0{,}08$ при $\beta = \frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$.

$\omega_{02}(\beta)/\omega_0(\beta)$ растет с $\beta\uparrow$.

$\omega_0' = \frac{1}{2}(\omega_0+\omega_2) - \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_0-\omega_2)^2 + 4\omega_{02}^2} \approx \omega_0 - \frac{\omega_{02}^2}{(\omega_2+\omega_0)} \approx \omega_0$ т.к. $\omega_2 \gg \omega_0$.

Т.е. влияние $\varkappa_{02}$ на ω_0' практически надо будет от crossing $\omega_0 \simeq \omega_2$. А crossing ($n=0$) и ($n=2$) TM перемещаются друг от друга $L = 50 \div 100$ nm.

Отношение $\omega_{02}/\omega_{00} \approx 0{,}04 \div 0{,}08$ для $\beta = \frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$, т.к. $\varkappa_{nn'} \sim M_{nn'} \sim f_{nn'}(\beta k)$.

Поэтому $\varkappa_{02}/\varkappa_0$ и ω_{02}/ω_{00} оправдывают diagonal approxim. применяемое ω_n' - TM.

Так как $\varkappa_{nn'}$ и $M_{nn'}$ - mode hybridization очень мала (на $\cos q_n z$-coef), то фактическое влияние M_{00} и уменьшение $\omega_0'(\beta)$ надо либо искать более точно (ср $a_n(q,z)$, либо делать численно Fourier transform $\vec{m}(\vec{q}, z, \omega)$.

17/II Получил от M. Krawczyk предложение подписать RISE - grid agreement (GA) и consortium agreement (CA). Направил 2 вопроса о GA - RISE to Izaskun (UPV/EHU) и она подписала GA у юристов. Прислали positive reviewer report APEX (v. clusters).

18/II Более подробная trip to CEMAG, Madrid, Urbil-Eroski и Sushing-group с Julian Z.

19-22/II Неделя в Madrid - Casablanca, CEMAG - IEEE meeting. Докладов A. Fert "spin orbitronics", H.S. Braun "topology magn." и R. Miranda „Graphen". Принципы grant MAT2013 по Skyrmions с Dec. A. Ping sent revised SW-MS

24/II переписка с Juan Marco по Credit Card „Bankia", взял на рецензию MINECO project по spin dynamics. Взял на рец. Nature Nanotechn. - SW paper, отказ Referee APEX - v. cluster TM, meeting с Julian (по factures и contract Ordizia).

25/II CA и RA в „Lide", по urbeon, Eroski Urb. Revision APEX - MS и e-mail to K. Buchanan, по. agreement grid Ordizia City Hall, 5 MINECO projects suggested for review, quota Thursday (March.)

Escaneado con CamScanner

26/XI Reminder Izaskun UPV/EHU upisana CA of RISE-project, reminder CEA-Grenoble o pass project by Timoteev. Pasjop vortex papers Wang-Buch: APL'14 u Chang-PRB'2009, unpuscheva others references APEX-vortex cluster MS. Eroski-Tolosa.

27/XI Resubmitted revised APEX-MS, meeting c Lourdes (Fert'PRL'80 - DMI upgrade), no ne konnena, nepyjen gen estimation by DMI sine Fe/Pt, Co/Pt interfaces)

22/XI Обядох с Гьоб Vortex-TM-thickdot paper, пеpeвеpиха Fig. $M_d(z)$-dynamic prof. Printed acceptance Lett MAMEC. Skyrmion" project. Bank: конверт 2,000 ₣ → 1530 € (- 1,276 ₣/€ vm equal 1,249 ₣/€) gne oumata „Bankia" credit cards 30 Nov. 2014.

29/XI С Л., Ив. Гьобов в „Carrefour" - Rosasain.

30/XI Разход с Гьобов над Vortex-Mass" paper - Mat.Phys - Introduction, Теор. part. Гьобу допълнения Exp/Simul. части и Figs (, и Fig. 3), uno-theory.

1/XII Нощен Trabel report - Гьоба, внасяно в APEX, Occ. U. Обядох с A.Ping - Nanotube MS

2-3/XII Непрекъсната A.Ping - DW-Nanotubes gone JMMM. Пеpeписка с ANEP по peu. 5-coordinated MEC proposals. Mail с Maxim (german B-FMR). Обядох чиста с Occ Kaesling Sci. Report MS. Hoker-travel-report. New FMR и APEX factories - обядох с Patty

4/XII Meeting с Julian: FMR-factories и RTN SA-Conf. Заключи и почти Review. Report по CEA-proposal of A.Timopteev. Изпратен и printed 5 MEC grants. Number of citations (Web Sci.) нараснали на 4,000 pers. С Л. в „Lidl" Bretxa.

5/XII DIPC seminar by R. Resta: is $\vec{M}$ really bulk property? Определянето $\vec{M}$ чрез $\vec{j}$ (кинет. ур. q.) и вълнови пакети. Chern-Simons ур. $\vec{M}^{(2)}$ - нужно ли е? (Clusters) и тяхн ур. разпадат. Термод. ур. $\vec{M} = Sp(\hat{\rho}\hat{M})$ по-общо, $\hat{\rho} = e^{-\beta\hat{H}}$ $\vec{M} = -\partial\hat{H}/\partial\vec{B}$. E-mails от Izaskun (RISE grant) M. Fähnle, A. Martinez. Завърши revising Nanotube-DW paper A.Ping. и ще submitted it to JMMM.

6-8/XII Нощен дъжд. Отзив на MS - DW excitations by SW bursts - nanostripes Nature N. by G. Beach. Резюмиране MEC projects by JM. Hernandez (Barcelona) и co-ordinated project (общ. из 5 subprojects) by Madrid - Salamanca groups.

9/XII Нощен Consort. Agreement RISE to Izaskun // Dec. coordinate M. Fähnle на данъчен paper на Vortex dep. Distributed agenda (RISE) MEC-MAT2013 project и нощен to Ana Martinez (email и carta).

10/XII Разход Makhfudz PRL'2010 и беседа с Occ., нощ. ми ей ФНТ-paper по topol. damping for moving Vortex (до March 31, 2015). Беседа с Lourdes: ще нам и не нощ. DMI из Fert'PRL'1980, обяснен J_{s-d} и equivalences / Spin currents. Нужен на peu. JAP - Gaididei на C-reversal in spherical dots with vortex. С Л. и А. на разх. и Urbelle - „Eroski". Звънна Гьоб - new semi MS

11/XII Анализ new paper-JAP Kim по Vortex-TM. Пеpeвод MEC-proposal for review. E-mails to Krawczyk (RISE) и Гьоб. Patxi sent Saldos MEC- и SAIOTEK-grants.

→ сдадоха до Dec. 31: 1) Citi B. US → пеpeвод; 2) TM-Гьоб M_V paper; 3) Ikerbasque-отказ 2014; 4) peu. 5-ти MEC proposals; 5) ФНТ-doff Vortex MS; ~~6) peu. JAP~~

Vortex mass

Ур-е на azim. SW: $\int dy' \Gamma(yy') a(y') = \omega^2 a(y)$, $y=(\varrho,z)$. $a(\varrho,z) = a(\varrho)\cos q z$ (11/XI)

Приближ. gone $(h=0)$ TM gone расчет V. mass M_{oo}: $q_{SW}=0$, $a(\varrho,z)=a_v(\varrho)$

$\int d\varrho'\varrho' \int dz' \Gamma(\varrho z, \varrho' z') a(\varrho') = \omega^2 a(\varrho)$, $\int_0^1 dz(\dots)$. $\int d\varrho'\varrho' \hat{\Gamma}(\varrho\varrho') a(\varrho') = \omega^2 a(\varrho)$, $a(\varrho) \sim \frac{\partial}{\partial\varrho} J_1(k\varrho)$

$\hat{\Gamma}(\varrho\varrho') = \int dz \int dz' \Gamma(\varrho z, \varrho' z')$, $\Gamma(\varrho z, \varrho' z') = \frac{1}{4}\int dr_z \int dr_\varrho\, d_{\varrho\varrho}(\varrho z, r_\varrho) d_{zz}(r_\varrho, \varrho' z')$, см. 11/XI

$$\hat{\Gamma}(\varrho\varrho') = \frac{\partial}{\partial\varrho}\int \frac{dk}{k} J_1(k\varrho) \int dx\, x J_1(x\varrho') e^{-\beta x/2} I_1(k,x) p(k,x)$$

$$I_1(k,x) = \int dr_z \frac{\partial J_1(kr_z)}{\partial r_z} J_1(xr_z); \quad p(k,x) = \frac{2}{\beta x}\sinh\frac{\beta x}{2} - \frac{1}{\beta} e^{-\beta k/2}\left[\frac{\sinh\beta(k+x)/2}{(k+x)} + \frac{\sinh\beta(k-x)/2}{(k-x)}\right]$$

Вкл. множ. $e^{-\beta x/2}$ в $p(k,x)$. Нов $p(k,x) = \frac{1}{\beta x}\left[1-e^{-\beta x}\right] - \frac{1}{\beta} e^{-\beta(k+x)/2}\left[\frac{\sinh\beta(k+x)/2}{(k+x)} + \frac{\sinh\beta(k-x)/2}{(k-x)}\right]$

$$\hat{\Gamma}(\varrho\varrho') = \frac{\partial}{\partial\varrho}\int dk\, dx \frac{x}{k} J_1(k\varrho) J_1(x\varrho') I_1(k,x) p(k,x)$$

Ecco $\int dx\, x\left[J_p(dx)\right]^2 = \frac{1}{2}x^2\left[J_p^2(dx) - J_{p-1}(dx) J_{p+1}(dx)\right]$, $I_1(k,x)$ аналит. не вълнистата.

$$p(k,x) = \frac{1}{\beta x}\left(1-e^{-\beta x}\right) - \frac{1}{2\beta}\frac{1}{(k^2-x^2)}\left[k-x+e^{-\beta k}(k-x)+e^{-\beta x}(k+x)+e^{-\beta(k+x)}(k+x)\right] =$$

$$= \frac{1}{\beta x}\left(1-e^{-\beta x}\right) - \frac{1}{2\beta}\frac{1}{(k^2-x^2)}\left[(k-x)\left(1-e^{-\beta(k+x)}\right) + (x+k)\left(e^{-\beta x} - e^{-\beta k}\right)\right]$$

Escaneado con CamScanner

Даже уравнение $\hat{\Gamma}(s,s')$ сделать d_{ss} (ss') - асимптотическое по s, s' — см. 12/8

$$G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}') = +\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad G_{ss}(\vec{s},\vec{s}') = -\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}\sum_n J_n(ks)J_n(ks')e^{in(\varphi-\varphi')}$$

Асимп. $G_{ss}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $\frac{\partial^2}{\partial s^2}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $\frac{1}{|\vec{s}-\vec{s}'|} = \frac{1}{\sqrt{(s-s')^2+(s-s')^2}} = \int dk e^{ik(s-s')} = J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|)$

$|\vec{s}-\vec{s}'|^2 = s^2+s'^2-2ss'\cos(\varphi-\varphi')$, $\frac{\partial}{\partial s}|\vec{s}-\vec{s}'|^2 = 2s-2s'\cos(\varphi-\varphi')$, $\frac{\partial}{\partial s'}|\vec{s}-\vec{s}'|^2 = 2s'-2s\cos(\varphi-\varphi')$

В декарт. коорд-х $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}|\vec{s}-\vec{s}'|^2 = 2\sum(x_\alpha-x_\alpha')^2 = 2(x_\alpha-x_\alpha')$, $\frac{\partial}{\partial x_\alpha'}|\vec{s}-\vec{s}'|^2 = 2(x_\alpha'-x_\alpha)$

и $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}|\vec{s}-\vec{s}'|^2 = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha'}|\vec{s}-\vec{s}'|^2$. $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}F(|\vec{s}-\vec{s}'|^2) = \frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}|\vec{s}-\vec{s}'|^2$, $y = |\vec{s}-\vec{s}'|^2$

$\frac{\partial}{\partial x_\alpha}F(y) = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha'}F(y)$. $\frac{\partial}{\partial s}f = \hat{s}\cdot\nabla f$ $2|\vec{s}-\vec{s}'|\frac{\partial}{\partial s}|\vec{s}-\vec{s}'|$, $\frac{\partial}{\partial s} = \hat{s}\frac{\partial}{\partial s} + \hat{\varphi}\frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi}$

Замена $\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \to -\frac{\partial}{\partial x_\alpha'}$ аналогично. $\frac{\partial}{\partial s}$ $\frac{\partial}{\partial s'}$

$F(|\vec{s}-\vec{s}'|) = J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|)$, $\frac{\partial}{\partial s}$, $|\vec{s}-\vec{s}'|$, $\frac{\partial F(s)}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial s}$, $\frac{\partial s}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\sqrt{s^2+s'^2-2ss'\cos(\varphi-\varphi')}$

$= \frac{1}{2\sqrt{(\cdot)}}2(s-s'\cos(\varphi-\varphi')) = \frac{s-s'\cos\Delta\varphi}{|\vec{s}-\vec{s}'|}$, $\frac{\partial F}{\partial s} = \frac{\partial F(s)}{\partial s}\frac{1}{s}(s-s'\cos\Delta\varphi)$, $\frac{\partial F}{\partial s'} = \frac{\partial F(s)}{\partial s}\frac{1}{s}(s'-s\cos\Delta\varphi)$

$\frac{\partial F(\vec{s},\vec{s}')}{\partial s} = \frac{\partial F(\vec{s},\vec{s}')}{\partial s'}\Big|_{\vec{s}=\vec{s}'} = \frac{\partial F(\vec{s},\vec{s}')}{\partial s}\Big|_{s=s'}$, т.к. $\cos(\varphi-\varphi')$ сам. если $\varphi=\varphi'$.

$G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|) = -\frac{\partial}{\partial s}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}\frac{\partial}{\partial s'}F(|\vec{s}-\vec{s}'|) = -\frac{\partial}{\partial s}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}\left(\frac{\partial F}{\partial s}\right)_{s=s'}$

$= -\frac{\partial}{\partial s}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}\left[\frac{\partial}{\partial s}J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|)\right]_{s=s'} = -\frac{\partial}{\partial s}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}\left[\sum_m \frac{\partial J_m(ks)}{\partial s}J_m(ks')e^{im\Delta\varphi}\right]_{s=s'} = -\frac{\partial}{\partial s}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}\sum_m J_m'(ks)$

$\cdot \frac{\partial J_m(ks')}{\partial s'}e^{im\Delta\varphi} = -\frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial}{\partial s'}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}\sum_m J_m(ks)J_m(ks')e^{im\Delta\varphi} = -\frac{\partial^2}{\partial s\partial s'}\int dk e^{ik|\vec{s}-\vec{s}'|}J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|)$ — тождество.

Т.е. замена $\frac{\partial}{\partial s'} \to \frac{\partial}{\partial s}$ по крайней мере дает $G_{ss}(\vec{s},\vec{s}')$.

$$\hat{\Gamma}(ss') = \frac{\partial}{\partial s}\int dk dx \frac{x}{k}J_1(ks)J_1(xs')I_1(k,x)P(k,x), \quad \int ds's'\hat{\Gamma}(ss')a(s') = \omega^2 a(s) - \dot{s}/k$$

Def. $f_0(x) = \frac{1}{x}(1-e^{-x})$, $P(k,x) = f_0(\beta x) - \frac{1}{2}f_0[\beta(k+x)] - \frac{1}{2}e^{-\beta x}f_0[\beta(k-x)]$, $\int_0^x f_0(\cdot)$

$I_1(k,x) = \int dz z \frac{\partial J_1(kz)}{\partial z}J_1(xz)$. Если умножить $a(s) = \int_0^\infty dt\, t J_1(ks)a(t)$, $a(t) = \int_0^\infty ds s J_1(ts)a(s)$

$\int ds's' \frac{\partial}{\partial s}\int dk dx \frac{x}{k}J_1(ks)J_1(xs')I_1P\int dt t J_1(ts')a(t) = \frac{\partial}{\partial s}\int dk dx \frac{x}{k}J_1(ks)I_1(kx)P(kx)\int dt t\Lambda(t,x)a(t) =$

$\Lambda(t,x) = \int ds's' J_1(ts')J_1(xs')$ // $= \omega^2\int dt t J_1(ts)a(t)$

$\int ds s J_1(ts)\int ds's'\hat{\Gamma}(s,s')\int dt' t' J_1(t's')a(t') = \omega^2\int ds s J_1(ts)a(s) = \omega^2 a(t)$.

$\int dt' t' B(tt')a(t') = \omega^2 a(t)$, $B(tt') = \int ds s J_1(ts)\int ds's'\hat{\Gamma}(ss')J_1(t's')$

$B(tt') = \int ds s\int ds's'\hat{\Gamma}(ss')J_1(ts)J_1(t's') = \int ds s\int ds's' J_1(ts)J_1(t's')\frac{\partial}{\partial s}\int dk dx\frac{x}{k}J_1(ks)J_1(xs')I_1(kx)P(kx)$

$\int ds s J_1(ts)\frac{\partial}{\partial s}J_1(ks) = I_1(k,t)$, $B(tt') = \int dk dx\frac{x}{k}I_1(k,x)P(k,x)I_1(k,t)\Lambda(t',x)$

Нужно ли видеть здесь $B(t,t')$? $\Lambda(xx')$ - можно аналитически - что-нибудь.

Если $\Lambda(t',x) \approx \Lambda(t',t)\delta(t'-x)$ - спасибо $\Lambda(t',t)$ может быть дорого max при $t'=x$, то

$B(tt') = \int\frac{dk}{k}\int dx x\, I_1(kx)P(kx)I_1(kt)\Lambda(t',x) \approx \int\frac{dk}{k}t' I_1(kt')P(kt')I_1(kt)\int dx\Lambda(t'x) =$

$= F_\Lambda(t')t'\int\frac{dk}{k}I_1(kt')I_1(kt)P(k,t')$ - нехорошо. $\hat{\Gamma}(ss') = \frac{\partial}{\partial s}D(ss')$, $P(k,x) \neq P(x,k)$.

$f_0(x) = \frac{1}{x}(1-e^{-x}) \xrightarrow[x\to 0]{} 1-\frac{x}{2}$, $P(k,x) \xrightarrow[\beta\to 0]{} 1-\frac{1}{2}\beta x - \frac{1}{2}\left[1-\frac{\beta}{2}(k+x)\right] - \frac{1}{2}(1-\beta x)\left[1-\frac{\beta}{2}(k-x)\right] =$

$= -\frac{1}{2}\beta x + \frac{\beta}{2}\frac{1}{2}(k+x) + \frac{1}{2}\beta x + \frac{1}{4}\beta(k-x) = \frac{1}{2}\beta k$. $P(k,x) \to \frac{1}{2}\beta k$ при $\beta\to 0$.

$\hat{\Gamma}(ss') \underset{\beta\to 0}{\approx} \frac{\beta}{2}\frac{\partial}{\partial s}\int dk\int dx x J_1(ks)J_1(xs')I_1(k,x)$, $\int dx x J_1(xs')\int dz z\frac{\partial J_1(kz)}{\partial z}J_1(xz) =$

$= \int dz z\frac{\partial J_1(kz)}{\partial z}\int_0^\infty dx x J_1(xs')J_1(xz) = \int dz z\frac{\partial J_1(kz)}{\partial z}\frac{1}{z}\delta(s'-z) = \frac{\partial J_1(ks')}{\partial s'}$.

$\hat{\Gamma}(ss') \underset{\beta\to 0}{\approx} \frac{\beta}{2}\frac{\partial}{\partial s}\int dk J_1(ks)\frac{\partial J_1(ks')}{\partial s'} = \frac{\beta}{2}\frac{\partial^2}{\partial s\partial s'}\int dk J_1(ks)J_1(ks')$, т.е. $\omega_p^2 = \frac{\beta}{2}$, что верно

Но $\hat{\Gamma}(ss')$ без ω_p^2 не имеет смысла и значит решение $a_p(s)$ нет даже при $\beta\to 0$

В Gas'PRB нет. адрес $d_{ss}(ss') = \frac{\partial^2}{\partial s\partial s'}\int\frac{dk}{k}\delta(\beta k)J_1(ks)J_1(ks') \xrightarrow[\beta\to 0]{} \frac{\beta}{2}\frac{\partial^2}{\partial s\partial s'}\int dk J_1(ks)J_1(ks')$

Все задачи со $\omega_p(\beta)$ сводятся к $G(P(k,x) = f_0(\beta x) - \frac{1}{2}f_0[\beta(k+x)] - \frac{1}{2}e^{\beta x}f_0[\beta(k-x)]$, $f_0(x) = \frac{1}{x}(1-e^{-x})$ (см. 11/XII)

Если бы $P(k,x) \approx P(k)$ мы получили бы x, но $\int dx x J_1(xs')I_1(k,x) = \frac{\partial J_1(ks')}{\partial s'}$ - хорошо. $\hat{\Gamma}(ss')$

Тогда $\hat{\Gamma}(ss') = \frac{\partial^2}{\partial s\partial s'}\int\frac{dk}{k}P(k)J_1(ks)J_1(ks')$. Если $P(k,0) = 1-\frac{1}{2}f_0(\beta k)\cdot 2 = 1-f_0(\beta k) = f(\beta k)$

$P(k,x) \underset{\beta\to 0}{\approx} \frac{1}{2}\beta k - \frac{1}{6}\beta^2 k^2 - \frac{1}{4}\beta^2 xk$. $P(0,x) = 0$, т.е. $P(k,x) \sim k^n$ или $P(k)$

Escaneado con CamScanner

$$\Lambda(t,x)=\int_0^1 dss\, J_1(ts)J_1(xs)=\frac{s}{[t^2-x^2]}\Big[tJ_2(ts)J_1(xs)-xJ_1(ts)J_2(xs)\Big]_0^1=\frac{tJ_2(t)J_1(x)-xJ_1(t)J_2(x)}{(t^2-x^2)}$$

$$I_1(k,x)=\int_0^1 dzz\,\frac{\partial J_1(kz)}{\partial z}J_1(xz)=J_1(k)J_1(x)-x\int_0^1 dzz\,J_1(kz)J_0(xz)$$

$$\Lambda(x,x)=\frac{1}{2}s^2\Big[J_1^2(xs)-J_0(xs)J_2(xs)\Big]_0^1=\frac{1}{2}\Big[J_1^2(x)-J_0(x)J_2(x)\Big]$$

$$\frac{\partial J_1(x)}{\partial x}=J_0(x)-\frac{1}{x}J_1(x),\quad \hat\Gamma(ss')=\int_0^\infty dk\int_0^\infty dx\,x\Big[J_0(ks)-\frac{1}{ks}J_1(ks)\Big]J_1(xs')I_1(k,x)P(k,x)$$

$$\hat\Gamma(ss')=\int_0^\infty dk\int_0^\infty dx\,x\Big[J_0(ks)-\frac{1}{ks}J_1(ks)\Big]J_1(xs')\Big[J_1(k)J_1(x)-x\int_0^1 dzz\,J_1(kz)J_0(xz)\Big]P(k,x)$$

$$P(k,x)=\frac{1}{\beta x}(1-e^{-\beta x})-\frac{1}{2}\frac{1}{\beta(k+x)}\Big[1-e^{-\beta(k+x)}\Big]-\frac{1}{2}e^{-\beta k}\frac{1}{\beta(k-x)}\Big[1-e^{-\beta(k-x)}\Big]$$

Проблема в том, что $\hat\Gamma(ss')$ зависит лишь от β. Решение порка: негорячая т.к. $\beta=0.3-0.7$ в exp Ackemule-Kakazei.

Числ. "kortex_mass_thick_dot_1.mcd" — считает неверно SW-спектр и неверно $f_0(x)=(1-e^{-x})/x$ — считает неверно при $x=0$. $f_0(0)=1$ должно.

$\omega_n(\beta)$ падает с $n\uparrow$, что странно, ведь $n\sim k_s$ $\omega_{2E}(k_s)$ растет с k

$\vec M_0\parallel\hat\varphi$, $\vec k\parallel\hat r\ \to\ \delta E\ \vec M_0\perp\vec k$

$$\hat\Gamma(ss')=\frac{1}{2}\int dk\int dx\Big[J_0(ks)-J_2(ks)\Big]xJ_1(xs')I_1(k,x)P(k,x)$$

$\omega_n(\beta)$ падает с $\beta\uparrow$

Очевидно $\hat\Gamma(s,s')\neq\hat\Gamma(s',s)$ и теорема Hilbert-Schmidt не применима.

Матрица $A_{ij}=\sqrt{s_i s_j}\,\hat\Gamma(s_i,s_j)\neq A_{ji}$ — несимметрична и решать инт.-ур. $\int ds's'\hat\Gamma(s,s')a(s')=\omega^2 a(s)$ дискретизацией и диагонализацией A_{ij} — нельзя

Лишь при $\beta\to 0$ $\hat\Gamma_0(s,s')=\frac{\partial^2}{\partial s\partial s'}\int\frac{dk}{k}f(\beta k)J_1(ks)J_1(ks')$ становится симметричным

MathCad и предш. случай $\hat\Gamma_0(ss')$ не считал нормально — дело может быть не в несимметричности $\hat\Gamma(ss')$, а в самом MathCad-Simul. method реш. инт. ур-ий. отн. $s\rightleftarrows s'$

(13/XI)

$$\frac{\partial J_1(ks)}{\partial s}=\frac{k}{2}\Big[J_0(ks)-J_2(ks)\Big],\quad \frac{1}{k}f(\beta k)\frac{\partial J_1(ks)}{\partial s}\frac{\partial J_1(ks')}{\partial s'}\sim kf(\beta k)J_n(ks)J_{n'}(ks')\sim$$

$k\to\infty$ $k\delta(\beta k)\frac{1}{\sqrt{k}}\sqrt{\frac{1}{k}}\sim f(\beta k)\sim 1$, т.е. $\int_0^\infty\frac{dk}{k}f(\beta k)J_1'(ks)J_1'(ks')$ — расходится $k/k\to\infty$

Как же в нашей azimuthal SW в Gus. PRB'2010 k/k расходится M_0?

$$P(k,x)\underset{k\to\infty,\,k\to x}{\approx}f_0(\beta x)-\frac{1}{2}\frac{1}{\beta(k+x)}-\frac{1}{2}e^{-\beta x}\frac{1}{\beta(k-x)}\approx f_0(\beta x)+O(1/k).$$

$$I_1(k,x)\underset{k\to x}{\approx}J_1(k)J_1(x)-\frac{x}{\sqrt{k}}\int_0^1 dzz^{1/2}J_0(xz^2)\cos(kz+\varphi_1)\sim(1/\sqrt{k}).$$

$$\hat\Gamma(s,s')\sim\int dk\,dx\,x\Big[J_0(ks)-J_2(ks)\Big]J_1(xs')\frac{1}{\sqrt{k}}f_0(\beta x)\sim\int\frac{dk}{k}\cos(ks+\varphi)\int dx\,xJ_1(xs')f_0(\beta x)-$$

$$\Lambda(\beta,\beta)=\int_0^1 dx\,xJ_\nu(\alpha x)J_\nu(\beta x)=\frac{1}{(\alpha^2-\beta^2)}\Big[\beta J_{\nu-1}(\beta)J_\nu(\alpha)-\alpha J_{\nu-1}(\alpha)J_\nu(\beta)\Big],\ \alpha\neq\beta.$$

можно сходится при $k\to$

Попробуем разложить $a(s)=\sum_n B_n J_1(\alpha_{1n}s)$ и посчитать $\langle\nu|\hat\Gamma(s,s')|\nu'\rangle$, где $|\nu\rangle=J_1(\alpha_\nu s)\cdot|\nu\rangle$ и $|\nu'\rangle$, см. 12/XI.

$$\Gamma_{\nu\nu'}=\langle\nu|\hat\Gamma(ss')|\nu'\rangle=\int ds\,sJ_1(\alpha_\nu s)\int ds's'J_1(\alpha_{\nu'}s')\frac{\partial}{\partial s'}\int dk\,dx\,\frac{x}{k}J_1(ks)J_1(xs')I_1(k,x)P(k,x)$$

$$=\int dk\,dx\,\frac{x}{k}I_1(k,\alpha_\nu)\Lambda(\alpha_{\nu'},x)I_1(k,x)P(k,x)\Big|\cdot\ \Lambda(x,\alpha_{\nu'})=\frac{\alpha_{\nu'}}{(x^2-\alpha_{\nu'}^2)}J_0(\alpha_{\nu'})J_1(x),\ \text{если}\ J_1(\alpha_{\nu'})$$

$$\Gamma_{\nu\nu'}=\int dk\,dx\,\frac{x}{k}I_1(k,\alpha_\nu)I_1(k,x)P(k,x)\frac{J_1(x)}{(x^2-\alpha_{\nu'}^2)}\alpha_{\nu'}J_0(\alpha_{\nu'})$$

Грубо при $\beta\gtrsim 1$ $P(k,x)=\frac{1}{2\beta}\Big[\frac{2}{x}-\frac{1}{k+x}\Big]=\frac{1}{2\beta x}\cdot\frac{2k+x}{(k+x)}\approx\frac{1}{2\beta x}(1\div 2)$.

$$\Gamma_{\nu\nu'}=\frac{\alpha_{\nu'}J_0(\alpha_{\nu'})}{2\beta}\int\frac{dk}{k}\int dx\,I_1(k,\alpha_\nu)I_1(k,x)\frac{J_1(x)}{(x^2-\alpha_{\nu'}^2)},\quad\int_0^\infty dx\,J_1(xz)\frac{J_1(x)}{(x^2-\alpha^2)}-\text{нет в Гр.-Р.}$$

$\Lambda(x,\alpha_{\nu'})$ имеет max при $x\approx\alpha_{\nu'}$, $\Lambda(\alpha,\alpha)\approx\frac{\alpha}{(x^2-\alpha^2)}J_0(\alpha)J_1'(\alpha)(x-\alpha)=\alpha\frac{J_0(\alpha)J_1'(\alpha)}{x+\alpha}$

$$\Gamma_{\nu\nu'}\approx\int\frac{dk}{k}I_1(k,\alpha_\nu)\alpha_{\nu'}I_1(k,\alpha_{\nu'})P(k,\alpha_{\nu'})\int dx\,\Lambda(\alpha_{\nu'},x)\frac{J_1(x)}{(x^2-\alpha_{\nu'}^2)}=\alpha_{\nu'}^2J_0(\alpha_{\nu'})\times$$

$$\times\int\frac{dk}{k}I_1(k,\alpha_\nu)I_1(k,\alpha_{\nu'})P(k,\alpha_{\nu'})\int_0^\infty dx\,\frac{J_1(x)}{(x^2-\alpha_{\nu'}^2)}=\alpha_{\nu'}^2J_0(\alpha_{\nu'})J_{\nu'}\int\frac{dk}{k}I_1(k,\alpha_\nu)I_1(k,\alpha_{\nu'})P(k,\alpha_{\nu'})$$

Если $P(k,\alpha)$ слабо зависит от k, то $\int\frac{dk}{k}I_1(k,\alpha_\nu)I_1(k,\alpha_{\nu'})=\int\frac{dk}{k}\int dzz\frac{\partial J_1(kz)}{\partial z}J_1(\alpha_\nu z)\Big|ds\,s\frac{\partial J_1(ks)}{\partial s}J_1$

$$=\int dzz\,J_1(\alpha_\nu z)\frac{\partial}{\partial z}\Big|ds\,sJ_1(\alpha_{\nu'}s)\frac{\partial}{\partial s}\int\frac{dk}{k}J_1(kz)J_1(ks)\Big|\Rightarrow\int_0^\infty\frac{dk}{k}J_1(ks)J_1(ks)\sim\frac{8z}{(s+z)^2}F\Big(1,\frac{3}{2},3,\frac{4sz}{(s+z)^2}\Big)$$

$\Gamma_{\nu\nu'}$ возможно посчитать и без упрощения $P(k,x)$.

Escaneado con CamScanner

Можно разложить $a(s)$ по $J_1(d_\nu s)$ с $J_1'(d_\nu)=0$ – free b. cond., или даже начать с diag. приближения $\omega_\nu^2(\beta) = \frac{1}{N_\nu}\int ds\, s \int ds' s' \hat{\Gamma}(s,s',\beta) J_1(d_\nu s) J_1(d_\nu s')$.

$N_\nu = \int ds\, s\, J_1^2(d_\nu s)$.

$\int ds' s' \hat{\Gamma}(s,s') a(s') = \omega^2 a(s)$, $a(s) = \sum_n B_n u_n(s)$, $\int ds' s' \hat{\Gamma} \sum_n B_n u_n(s') = \omega^2 \sum_n B_n u_n(s)$

$\int ds\, s\, u_{n'}(s) \int ds' s' \hat{\Gamma} \sum_n B_n u_n(s') = \sum_n B_n \int ds\, s\, u_{n'}(s) u_n(s) \omega^2 = \sum_n B_n \Sigma_{nn'} \omega^2$.

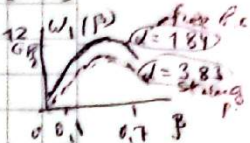
$\sum_n B_n \hat{\Gamma}_{n'n} = \omega^2 B_{n'}$ или $\left(\sum_n \Gamma_{nn'} B_{n'} = \omega^2 B_n\right)$, $\hat{\Gamma}\vec{B} = \omega^2 \vec{B}$, где матрица $\Gamma_{nn'}$.

$\Gamma_{nn'} = \int ds\, s \int ds' s' \hat{\Gamma}(s,s') u_n(s) u_{n'}(s')$. Берем $u_n(s) = \frac{1}{\sqrt{N_n}} J_1(d_n s)$ – норм. СФ.

V. mass $M_{00} = \frac{2}{\beta^2} \sum_\nu \frac{A_\nu}{\omega_\nu^2} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) I(k) B_\nu(k)$, см. 12/2.

В диан. приближ. – M_{00} мало, $M_{00}(\beta) \sim \frac{0.1}{\beta^2}$, $M_{00} < 0$ из-за $B_\nu(k<0)$ – если описать только по ω_1^2 – первой SW-mode.

Числ. расчет MathCad дает, что diag. $\omega_1(\beta)$ имеет для strong pinning



$\Gamma_{\nu\nu'} = \int dk\, dx \frac{x}{k} I_1(k, d_\nu) \Lambda(d_\nu, x) I_1(k,x) P(k,x)$, $\Lambda(k,x) = \frac{1}{\int_0^1 ds\, s\, J_1(ks) J_1(xs)}$

В диан. по $u_\nu(s) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} J_1(d_\nu s)$ приближ. $M_{00}(\beta) = \frac{2}{\beta^2} \sum \frac{A_\nu}{\Gamma_{\nu\nu}(\beta)} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) I(k) I_1(k, d_\nu)$

$(\omega_\nu^2 = \frac{1}{N_\nu}\Gamma_{\nu\nu})$

$A_\nu = \int ds\, s\, m_0(s) a_\nu(s) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \int ds\, s\, m_0(s) J_1(d_\nu s)$, $B_\nu(k) = \int ds\, s\, a_\nu(s) \frac{\partial J_1(ks)}{\partial s} = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \int ds\, s\, J_1(d_\nu s) \frac{\partial J_1(ks)}{\partial s}$

$\omega_\nu^2 = \frac{1}{N_\nu}\Gamma_{\nu\nu}$ и N_ν в $\frac{A_\nu B_\nu}{\omega_\nu^2}$ сокращаются. $B_\nu(k) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} I_1(k, d_\nu)$ тогда.

$A_\nu = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \int ds\, s\, m_0(s) J_1(d_\nu s) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \int_0^1 ds\, (1-s^2) J_1(d_\nu s) = \frac{1}{\sqrt{N_\nu}} \frac{1}{d_\nu}\left[1 - \frac{2}{d_\nu} J_1(d_\nu)\right]$ – имеет max при $d_\nu \approx 4$ ($\sigma_s N_\nu$).

$M_{00}(\beta) = \frac{2}{\beta^2} \sum_\nu \frac{\int ds\, s\, m_0 J_1(d_\nu s) \cdot \int dk\, k^{-1} f(\beta k) I(k) I_1(k, d_\nu)}{\int dk\, dx \frac{x}{k} I_1(k, d_\nu) \Lambda(d_\nu, x) I_1(k,x) P(k,x)} \sim \frac{f(\beta k)}{P(k,x,\beta)}$, $f(\beta k) \to 1$, $P(kx,\beta) \sim \gamma_\beta$ при $\beta \gg 1$.

Матрица $\Gamma_{\nu\nu'}$ – весь, но несимметрична (не-эрмитова). Ее СФ $a_\nu(s)$ – не ортогональны. Недиаг. $\Gamma_{\nu\nu'} = 0.03 - 0.04$, диаг. $\Gamma_{11} = 0.133$ для $J_1(d_\nu s)$ – strong pinning и $\beta = \gamma_3$.

Def. $\lambda_\nu = \omega_\nu^2$, тогда ТВ $\lambda_\nu = \lambda_\nu^0 - \sum_{\nu'} \frac{|\Gamma_{\nu\nu'}|^2}{\lambda_{\nu'}^0 - \lambda_\nu^0}$, $\lambda_\nu^0 = \langle J_\nu | \hat{\Gamma} | J_\nu \rangle$, $J_\nu = J_1(d_\nu s)$

$\Gamma_{\nu\nu'} = 0.03 \div 0.04$ для free b.c. по $\Gamma_{11} = 0.160$, $\Gamma_{22} = 0.163$, $\Gamma_{\nu\nu'} = \langle J_\nu | \hat{\Gamma} | J_{\nu'} \rangle$

ТВ работает плохо, т.к. $|\Gamma_{12}|^2/(\lambda_1^0 - \lambda_2^0) = (\Gamma_{12})^2/(\Gamma_{11} - \Gamma_{22}) \simeq \frac{0.01}{0.03} \simeq 3$ велико.

Вывод: strong pinning – $J_1(d_\nu s)$ лучше в диан. приближении (ближе к истин. СФ $a_\nu(s)$), чем $J_1(d_\nu s)$ – free b.c. Если только $\omega_1(\nu=1)$ учесть, то $M_{00}(d)$ имеет max при $d \approx 5.0$ и $M_{00}(1.84) < 0$. $M_{00}(d) > 0$ при $d > 3$, что исправляет free b.c. $J_1(d_1 s)$ с $d_1 = 1.84$.

Strong pinning d_ν: 3.83, 7.02, 10.17, 13.32, 16.47, 19.62, 22.76

$J_1(d_\nu) = 0$

$N(d) = \int_0^1 ds\, s [J_1(sd)]^2 = \frac{1}{2} s^2 [J_1^2(ds) - J_0(ds) J_2(sd)]_0^1 = \frac{1}{2}[J_1^2(d) - J_0(d) J_2(d)]$

Метод $a(s) = \sum_{n=1}^{N} B_n u_n(s)$ хорош тем, что приведет диагональную матрицу $N \times N$ небольшого размера, $N \le 10$. Но плох тем, что надо выбрать $u_n(s)$ с прав. условиями $u_n(0)$, $u_n(1)$, которые берутся из физ.-представлений, возможно предвзятых. Метод – $\Gamma_{nn'} = \Gamma(s_n, s_{n'})$ более прямолинеен, но не приводит сразу к виду СФ, дисперс. ур.

Расчет методом $u_n(s) \sim J_1(d_n s)$ дал d_n ($n = 0, \dots 6$) $M_\nu = 1.87$ и $\omega_0' = 1.76$ GHz при $\beta = 100/150$. Чуть лучше (M_ν в ед. γ/β^2). Т.е. $M_\nu L \simeq 1.9\, L/\beta^2$ для $L = 100$ nm.

Eigenfunctions $E_{f\nu}(s) = \sum_n B_n^\nu u_n(s)$, $\int dz\, z [E_{f\nu}(z)]^2 = 1$, но $\int ds\, s\, E_{f\nu}(s) E_{f\nu'}(s) \neq 0$, т.е. $E_{f\nu}(s)$ не ортогональны ч-з несимметричность $\Gamma_{nn'}$ – matrix.

Неортогональность $E_{f\nu}(s)$ слабая, $\int ds\, s\, E_{f\nu} E_{f\nu'} \approx 0.1$, но мешает строго использовать resolventa $R(\omega^2, s, s') = \sum_\nu \frac{g_\nu(s) g_\nu(s')}{\omega_\nu^2 - \omega^2}$ при расчете SW $a(s,z) \sim \dot{X}_s$ и V. mass.

Непонятно пока, почему ω_ν^2 падают с ростом ν и основная SW mode имеет узел на $[0,1] \in z$. Для DE – SW ω_ν должна расти с ν (числом узлов $\parallel s$), ведь $\omega_{DE}(k)$ аналогична ω_ν, где $k_s \approx \nu/R$, $k_s \sim \nu$, $\vec{M}_0 \parallel \vec{e}$, $\vec{k} \parallel s$.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

(25-31/XII) Рев. Stelling-Slavin' JMMM v.dot clusters. Рев. MEC-proposal - Hernandez, Barcelona. Revised V.damping paper - Phil. и написал Окс. Зарубежные ссылки $\omega_0(\beta)$ - thick dot, исправление figs и написание paper с Гитеб-Александре. Update Ikerbasque web-site - сделать update CV.

(1/I) **2015** СП., Ю., Эйлин на Окс., to Cochin - cafe. Прочли кое-что - конец.

(2/I) Revised V.mass thick dot paper и послали на Phil. Theme Aitchison'87 - Berry phase.

(3/I) Ко. Makhfudz - PhD thesis' 2014 - Skyrmion SW dynamics. Ю. и З. уехали в Porto.

(4/I) Работа над рец. рев. MEC - projects Hernandez (Barc) и Prieto (Madrid).

(5/I) UPV/EHU, Bilbao и один Bunes S. Seb. ⇄ Salamanca на 6/I - 12/I. Рев. MEC - рец.

(6/I) Закончил и submitted рев. MEC project - Hernandez и 5 + coord. projects - Prieto.

(7/I) Написал No's. to Nick mass (E-MRS, Lille) и послал его to Adekunle, Гитеб. Окончил вчера $\omega_0(L)$ - TM $n=0$ thick dot с уравн. массы M_V.

(8/I) Получил corrections Adekunle к E-MRS Vortex Abs. и submitted его Conf. web-site. Отлучался с Окс. 4. Задача SW (k_z) - ML channel и расчет V.mass через SW. Разбор paper by Schütte - PRB-Sept. 2014 по theory SW in skyrmion state: решил Иванов PRB'98 расчет SW как связан. состояний SW в неоднород. ферромагн. через Hurwitz. Введен индекс SW index „m", радиального индекса „n" нет, так как $\delta\vec{m}(\vec{s},t)$ не имеет вращений (!?). Перешли модель 2D - 3D - film with zero thickness без disp. interaction. Но есть moving coord. system с $\vec{e}_3 \parallel \vec{m}_{sk}(\vec{s},t)$ и SW-вклад в Thiele eq. ~ M_{st} - масс по Бончаренко, но есть намеки в Schütte - thesis. $\sim \vec{m}_{sw}^2$.

(9/I) E-mails to Izadkun и Krawczyk по поводу RISE-grants. Search skyrm. papers - см. Skyrmion dyn. review 7/XI 2014г.

Полезно $\vec{m} = \vec{m}_V\sqrt{1-\vec{m}_{sw}^2} + \vec{m}_{sw}$, $\vec{m}^2 = \vec{m}_V^2(1-\vec{m}_{sw}^2) + \vec{m}_{sw}^2 + 2\vec{m}_V\cdot\vec{m}_{sw}\sqrt{\dots}$ ≈ 0

$\vec{m}^2 = 1$ если $\vec{m}_V^2 = 1$, $(\vec{m}_V\cdot\vec{m}_{sw}) = 0$, в лин. приближ. $\vec{m}_{sw}^2 \ll 1$, $\vec{m} = \vec{m}_V + \vec{m}_{sw}$.

Для функции SW in skyrmion state, можно пренебр. W_{ex}, W_{DMI}, оставить $W_m(\beta\to 0)$ и W_a (Hall) - для стабилизации skyrmion → eqs. Slonczewski. Отличие от Vortex - SW в том, что $\cos\Theta_0(s) \neq 0$ для всего dot.

Задача SW frequencies / eigenmodes решить для Skyrmion gyrotropic dynamics (вводя M_{st} через SW-Sk interaction), в рамках eq. Thiele

Подроб. расчет Skyrmion modes сделан численно by Lin-Saxena PRB' 2014 для Exch.-DMI model (H_z, если Hall) для finite square 2D lattice. Результаты отлич. от Schütte-PRB'14, в частности если TM с $\omega_1 \neq 0$ из конечного числа

Note typical $J = 3$ meV, $D = 0.3$ meV, $D/J = 0.1$.

Skyrmion dynamics

J.V.Kim' PRB'14 simulations на thin dots ($L = 1$ nm, $R = 50$ nm) с DMI и K_1 дают at least 3 breathing modes (B^1, B^2, B^3). Дано по $\delta m_z(\vec{s},t)$ B^2 и B^3 modes имеют узлы по $\vec{s}$, опровергая Schütte' PRB'14 ($D = 3$ mJ/m^2), а при $D = 4.5$ mJ/m^2 B^n - modes не имеют circular symmetry и имеют узлы и по $\vec{s}$, и по φ, отлич. от Schütte. Simulations JVKim' PRB'14 подтвердили определенного SW-подхода Makhfudz'12 т.к. только B^1-mode и для small D попадает на breathing modes Makhfudz' PRL'12. Но Schütte задает 0-dimension instability при росте D, где $\omega_{m=2}(D_c) = 0$.

K-W. Moon' PRB'14 - MV - просто подгонка analyt.-eqs, Makfudz'12 к simulations Окс. 4. Вычисл. file по SW in Fe/Gd MLs - Вопросы к T. Oeschler - Окс. 0, прислать eff. damping MS.

(10/I) СП. в San Seb. Звонил в citi B. - сделан transfer 6,960$ с saving to checking. Printed Bonetheer thesis-2013 по Coft skyrmion modes exp. Movies Schütte' PRB'14 - Simulat. Skyrmion dyn.

(11/I) Revised и послал Окс. eff. damping MS.

Future papers: 1) V.mass (Thiele); 2) Skyrmion mass; 3) eff. V. damping - PHT; 4) NL - STO (Окс., Sav.in); 5) Gyrofield (Fähnle).

(12/I) СП. в „Bankia": deposited из citiB. check 6,900$ на $ счет „Bankia", Leroy M., Carrefour.

Обзор skyrmion papers: Büttner - thesis и D. Arrigov -Ond mat. Nov. 2014.

→ D. Arrigov - arXiv Nov. 2014 „Magnon spectrum in ferromagnets with a skyrmion"

2D-lattice - Heisenberg exch. model. Изолированное Skyrmion radius $m_z = \frac{r^2 - r_0^2}{r^2 + r_0^2}$, zero freq.-modes с $m = 0, 1, 2$ и вид $\psi_m \sim \frac{z^m}{(z^2+r_0^2)}$. Если $m=0$ - СФ $\psi_0 \sim \frac{r_0^2 J_0(\alpha r) - r^2 J_2(\alpha r)}{(r_0^2 + r^2)}$ с $\omega = C\alpha^2$ - неперрод. в линейных трансформациях to local quantiz. axis даже в H_{ex}. Аналитические расчеты. m - azim. mode-SW index

(13/I) Meeting с Julia: +4 gens, RTNA, new postdocs, PhD students (see UPV/EHU website) Progress: Jorge Plata на Boltzmann code called "Jorge Hamiltonian" – Exc. 12/20 meeting с Lourdes: lifetime of vortex: new J_{ex} и D – DM I – equal – Monja interaction no Rxy-match by Rxx-long DBL Bo. D меня – stat = 0.01 eV/unit cell Fluct $J_{ex} \sim 0.1$ eV, надо $J_{ex} \sim 1$ eV – $J_{exc} \sim D \sim J_{ex}^2$ frustrated $\sim 10^2$ MHz.

Теория P.D.Kim, Phys. Sol State I.T., v.1, Ja 3#/2018) low-f spectrum of a vortex as ring and nanodots" → Dyson mass of vortex $M_v = \frac{2\pi}{\gamma^2} L$ – energy $M_v c^2 + \frac{\pi^2 L}{2k^2} \ln \frac{R}{\xi_0}$, $\xi_0^2 = (A/\mu_0 M_s^2)$, $W_0 = \pi M_s$ easy plane anisotropy, no cross terms – anyons (1977 / XXI Prob. math.). Вторая $\mu = M_v = \mu_0 + \mu_p = \frac{2\pi L}{\gamma^2}\left[1 - \frac{\gamma}{4}\ln\frac{R}{\xi_0}\right]$ – очень близко. Нужны тех $M_v \neq 0$ тем чаще (~10%) Domain wall (DW) $\vec{m} = \vec{M}/M_s = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$, $\vec{m}(\theta,\varphi)$. $W(\theta\varphi) = W(\vec{m})$ General V/Sk. 25

$W(\theta,\varphi) = A\left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2\right] + K\sin^2\theta - \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{M}$, $\vec{H}$ – magnetostatic field, K – anisotropy ($K>0$, easy axis)

Ур-я Ландау-Лифшица: $\begin{cases} -\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\dot\theta = \frac{\delta W}{\delta\varphi} = -2A(\nabla^2\varphi)\sin^2\theta - 2A(\nabla\varphi\cdot\nabla\theta)\sin 2\theta - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\varphi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\dot\varphi = \frac{\delta W}{\delta\theta} = \left[K + A(\nabla\varphi)^2\right]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} \end{cases}$ (1), (2)

Линеаризуем вок. vortex/e-skyrmion ground state $\varphi_0 = C\frac{\pi}{2} + \varphi$, $\theta_0 = \theta_0(\rho)$

$\varphi = \varphi_0 + \psi$, $\theta = \theta_0 + \varepsilon$ (здесь $\mu = -\sin\theta_0\,\psi$). Для e-skyrmion ($M_v^2 = 0$) solution надо ищ. JMI или $\perp$-anisotropy $K > 0$ и больше.

$\nabla\Phi = \left[\hat\rho\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\hat\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right]\Phi$, Забыл сколько $\Phi(z)$, $\theta(z)$ – нет – dot is thin enough.

Static ground state $m_\rho^0 = 0$. $\nabla\Phi_0 = \frac{1}{\rho}\hat\varphi$, $\nabla^2\Phi_0 = \left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\Phi_0 = 0$

Formula "PRB" is gaer $\nabla_{\vec r}\times\nabla_{\vec r}\Phi_0 = 2\pi\,\delta(\vec r - \vec X)\,\hat z$, если $\Phi_0 = \operatorname{atan}\left(\frac{y-Y}{x-X}\right)$, $\vec X(XY)$

$(\nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi_0) = \frac{\hat\varphi}{\rho}(\nabla\theta_0)_\varphi = 0$, т.к. $\nabla\theta_0 = \hat\rho\frac{\partial\theta_0}{\partial\rho} + \hat\varphi\theta_0'$.

→ Для vortex/e-skyrmion ground state $\Phi_0 = 0$, $\theta_0 = 0$ $\left\{\begin{array}{l} \vec H^0\cdot\frac{\partial\vec M_0}{\partial\varphi} = 0 \\ \left[K + A\frac{1}{\rho^2}\right]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta - \vec H^0\cdot\frac{\partial\vec M_0}{\partial\theta} = 0 \end{array}\right\}$

$H_\rho^0(\vec\rho,z) = M_s\int d^2\vec\rho'\,dz'\left[G_{\rho\rho}m_\rho^0 + G_{\rho\varphi}m_\varphi^0 + G_{\rho z}m_z^0(\vec\rho',z')\right]$

$H_\varphi^0(\vec\rho,z) = M_s\int d^2\vec\rho'\,dz'\left[G_{\varphi\rho}m_\rho^0 + G_{\varphi\varphi}m_\varphi^0 + G_{\varphi z}m_z^0(\vec\rho',z')\right]$

● $H_z^0(\vec\rho,z) = M_s\int d^2\vec\rho'\,dz'\left[G_{z\rho}m_\rho^0 + G_{z\varphi}m_\varphi^0 + G_{zz}m_z^0(\vec\rho',z')\right]$

Упрощение: нормальные fields: 1) e-skyrmion ($m_\rho^0 = 0$), 2) thin dot $\vec m^0 \neq f(z)$, тогда $\int dz\,dz'\,G_{dz}(\vec\rho\vec\rho', zz') = 0$, $d = \rho,\varphi$. $\hat g(\vec\rho\vec\rho') = \int dz\,dz'\,G(\vec\rho\vec\rho', zz')$, $\vec H^0(\vec\rho) = \frac{1}{L}\int_0^L \vec H^0(\vec\rho)$

Static e-skyrmion: $H_\rho^0(\vec\rho) = M_s\int d^2\vec\rho'\,g_{\rho\varphi}(\vec\rho,\vec\rho')m_\varphi^0(\vec\rho')$, $H_\varphi^0(\vec\rho) = M_s\int d^2\vec\rho'\,g_{\varphi\varphi}(\vec\rho\vec\rho')m_\varphi^0(\vec\rho')$

$H_z^0(\vec\rho) = M_s\int d^2\vec\rho'\left[g_{zz}(\vec\rho\vec\rho')m_z^0(\vec\rho')\right]$ $g_{z\varphi}(\vec\rho\vec\rho') = \frac{1}{L}\int dz\,dz'(-1)\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{1}{|\vec r - \vec r'|}$

$\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{1}{|\vec r - \vec r'|} = \frac{\partial}{\partial\varphi}\int dk\,e^{-k\Delta z}J_0(k|\vec\rho - \vec\rho'|) = \frac{\partial}{\partial\varphi}\int dk\,e^{-}\sum_\mu e^{-i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho) =$

$= \int dk\,e^{-}\,i\sum_\mu \mu\,e^{-i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$. Если $m_\varphi^0 \neq f(\varphi)$, то $\int_0^{2\pi} d\varphi'\,g_{\rho\varphi}(\vec\rho\vec\rho')m_\varphi^0(\rho) = 0$ и $H_\rho^0(\rho) = 0$

Итак, Школа научила что $H_\rho^0(\rho,z) \neq 0$, но $H_\rho^0(\rho,z)$ – через дополнительный z

$\int d\varphi'\,g_{\varphi\varphi}(\vec\rho\vec\rho') = 0$ и $H_\varphi^0(\vec\rho) = 0$. Т.е. если $\neq 0$ только $\underline{H_z^0(\vec\rho)} = M_s\int d^2\vec\rho'\,g_{zz}(\vec\rho\vec\rho')m_z^0(\rho)$

Здесь: $g_{zz}(\vec\rho\vec\rho') = \frac{2}{L}\sum_\mu\int dk\left[e^{-kL} - 1\right]J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$, $g_{\rho\rho}(\vec\rho\vec\rho') = -2\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int\frac{dk}{k}f(kL)\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$

● $g_{\varphi\varphi}(\vec\rho\vec\rho') = -\frac{2}{\rho\rho'}\sum_\mu\mu^2 e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int dk\,\frac{1}{k}f(kL)J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$

$g_{\rho\varphi}(\vec\rho\vec\rho') = 2\frac{i}{\rho'}\frac{\partial}{\partial\rho}\sum_\mu\mu\,e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int\frac{dk}{k}f(kL)J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$, $g_{\rho z}(\vec\rho\vec\rho') = -2\frac{i}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho'}\sum_\mu\mu\,e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int\frac{dk}{k}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$

$\left(\frac{\partial\vec M_0}{\partial\varphi}\right)_z = M_s\frac{\partial}{\partial\varphi}\cos\theta_0 = 0$, $\left(\frac{\partial\vec M_0}{\partial\theta}\right)_z = \frac{\partial}{\partial\theta}\cos\theta_0 M_s = -\sin\theta_0 M_s$. Static eq (1) отсюда: $\psi = 0$, а eq (2) →

Escaneado con CamScanner

(11/1) $\left[K + \frac{A}{\rho^2}\right]\sin 2\Theta_0 - 2A\nabla^2\Theta_0 - M_s H_z^0(-\sin\Theta_0) = 0$, $H_z^0(\vec\rho) = M_s\int d^2\rho' g_{zz}(\rho\rho')m_z^0(\rho')$

$\int_0^{2\pi} d\varphi' g_{zz}(\rho\rho') = \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{2}{L}\sum_\mu \int dk\, k\left[e^{kL}-1\right] J_\mu J_\mu(\cdot)\, e^{i\mu(\varphi-\varphi')} = +\frac{4\pi}{L}\int dk\left[e^{-kL}+1\right]J_0(k\rho)J_0(k\rho') \xrightarrow[L\to\infty]{} (-4\pi)\int dk\, k\, J_0(k\rho)J_0(k\rho') = +\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho-\rho')$. Если $m_z^0 = \text{const}$, то $H_z^0 \xrightarrow[(L\to\infty)]{} -4\pi M_s$.

Ф-ла $d_{\rho\rho}(\rho,\rho')$. $d_{zz}(\rho\rho') = \frac{1}{4\pi}\int d\varphi' g_{zz}(\rho\rho') = \frac{(-1)}{L}\int dk\left[1-e^{kL}\right]J_0(k\rho)J_0(k\rho')$

$\left[K + \frac{A}{\rho^2}\right]\sin 2\Theta_0(\rho) - 2A\nabla^2\Theta_0 + M_s H_z^0\sin\Theta_0 = 0$, $H_z^0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi H_z^0(\vec\rho) = 4\pi M_s\int d\rho'\rho' d_{zz}(\rho\rho') m_z^0(\rho')$ (5)

$d_{zz}(\rho\rho') \xrightarrow[L\to\infty]{} -\frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho')$. Это совпадает с определением $d_{zz}(\rho\rho')$ от 22/II 2008г.

$\alpha = 2A/M_s^2$, $A = \frac{1}{2}\alpha M_s^2$. $K = \frac{1}{2}H_A M_s$, $K/M_s^2 = \frac{1}{2}\frac{H_A}{M_s} \to \left[\frac{H_A}{M_s} + \frac{\alpha}{\rho^2}\right]\frac{1}{2}\sin 2\Theta_0 - \alpha\nabla^2\Theta_0 + \frac{H_z^0}{M_s}\sin\Theta_0 = 0$ (x)

Уравнение статики в безразмерных величинах, без ZMT.

Если $L \to 0$, $H_z^0 \to 0$, $H_A = -4\pi M_s$, то $\left[-2\pi M_s^2 + \frac{A}{\rho^2}\right]\sin 2\Theta_0 = 2A\nabla^2\Theta_0$, $\delta_0^2 = \left(\frac{A}{2\pi M_s^2}\right)$

$\left[\frac{\delta_0^2}{\rho^2} - 1\right]\sin 2\Theta_0 = 2\delta_0^2\nabla^2\Theta_0$, $r = \rho/\delta_0$, $\left[\frac{1}{r^2} - 1\right]\frac{1}{2}\sin 2\Theta_0 = \nabla_r^2\Theta_0(r)$. $\nabla_r^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$

$\delta_0 = \sqrt{A/2\pi M_s^2} \simeq 5.5$ нм для FeNi. $\ln\frac{R}{\delta_0} = \ln\frac{500\text{ нм}}{5.5\text{ нм}} = 4.51$.

Ист: P.D.Kim et al $M_V = \frac{2\pi L}{\delta^2}\left[1 + \frac{\pi}{4}\ln\frac{R}{\delta_0}\right] = 28.54\frac{L}{\delta^2}$ нм, $R = 500$ нм, FeNi dot. Такое M_V – чувство должно и спецификации ω_0' в ≈ 1.6 раза, а не на 10%.

$\omega_0(0,1) = 0.447$ GHz (0.478 у этого), $\omega_0'(0,1) = 0.288$ GHz (0.302 у этого). V. mass P.D.Kim PSS'15 небольшая.

Итак безразмерная $L_e^2 = 2A/M_s^2 = \alpha$. $\frac{1}{2}\left[H_A + \frac{L_e^2}{\rho^2}M_s\right]\sin 2\Theta_0 - L_e^2\nabla^2\Theta_0 + H_z^0\sin\Theta_0 = 0$

Статика $\frac{1}{2}\left[H_A + \frac{dM_s}{\rho^2}\right]\sin 2\Theta_0 - \alpha\nabla^2\Theta_0 + H_z^0\sin\Theta_0 = 0$, $H_z^0(\rho) = 4\pi M_s\int d\rho'\rho' d_{zz}(\rho\rho')\cos\Theta_0(\rho')$

Малая конфигурация $\Theta = \Theta_0 + \ell\ell(\vec\rho,t)$, $\Phi = \Phi_0 + \Psi(\vec\rho,t)$, $M(\vec\rho,t) = -\sin\Theta_0\cdot\Psi(\vec\rho,t)$. $\Theta_0 = \Theta_0(\rho)$.

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha\gamma M_s}\dot{\ell\ell} = -\nabla^2 M + \frac{\nabla^2(\sin\Theta_0)}{\sin\Theta_0}M + \frac{2\cos\Theta_0}{\rho^2}\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} - \frac{1}{\alpha M_s}h_\rho \\ -\frac{1}{\alpha\gamma M_s}\dot M = -\nabla^2\ell\ell + \frac{1}{\alpha}\left[\frac{H_A}{M_s}\cos 2\Theta_0 + \frac{H_z^0}{M_s}\cos\Theta_0 + \alpha\frac{\cos 2\Theta_0}{\rho^2}\right]\ell\ell - \frac{2\cos\Theta_0}{\rho^2}\frac{\partial M}{\partial\varphi} - \frac{1}{\alpha M_s}\left[h_\rho\cos\Theta_0 - h_z\sin\Theta_0\right] \end{cases}$$

$\vec H = \vec H^0 + \vec h$ – magnetostat. field

$\nabla^2(\sin\Theta_0) = \left[\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\right]\sin\Theta_0 = \frac{\partial}{\partial\rho}\left[\cos\Theta_0\Theta_0'\right] + \frac{1}{\rho}\cos\Theta_0\Theta_0' = -\sin\Theta_0(\Theta_0')^2 + \cos\Theta_0\Theta_0'' +$

$+\frac{1}{\rho}\cos\Theta_0\Theta_0' = -\sin\Theta_0(\Theta_0')^2 + \cos\Theta_0\left[\frac{\partial^2\Theta_0}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Theta_0}{\partial\rho}\right] = -\sin\Theta_0(\Theta_0')^2 + \cos\Theta_0\cdot\nabla^2\Theta_0$

$\frac{\nabla^2(\sin\Theta_0)}{\sin\Theta_0} = -(\Theta_0')^2 + \frac{\cos\Theta_0}{\sin\Theta_0}\nabla^2\Theta_0 = \left(\begin{smallmatrix}\text{в силу}\\ \text{статики ур.(x)}\end{smallmatrix}\right| = -(\Theta_0')^2 + \frac{\cos\Theta_0}{\sin\Theta_0}\frac{1}{\alpha}\left[\frac{1}{2}\left(H_A + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\sin 2\Theta_0 + H_z^0\sin\Theta_0\right]\frac{1}{M_s} =$

$= -(\Theta_0')^2 + \frac{1}{\alpha}\cos\Theta_0\left[\left(H_A + \frac{\alpha M_s}{\rho^2}\right)\cos\Theta_0 + H_z^0\right]\frac{1}{M_s}$.

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha\gamma M_s}\dot{\ell\ell} = -\nabla^2 M + \left[-(\Theta_0')^2 + \frac{1}{\alpha}\left(H_A + \frac{\alpha M_s}{\rho^2}\right)\frac{\cos^2\Theta_0}{M_s} + \frac{1}{\alpha}\frac{H_z^0}{M_s}\cos\Theta_0\right]M + \frac{2\cos\Theta_0}{\rho^2}\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} - \frac{1}{\alpha M_s}h_\rho \\ -\frac{1}{\alpha\gamma M_s}\dot M = -\nabla^2\ell\ell + \frac{1}{\alpha}\left[H_A\cos 2\Theta_0 + H_z^0\cos\Theta_0 + \alpha\frac{M_s}{\rho^2}\cos 2\Theta_0\right]\frac{1}{M_s}\ell\ell - \frac{2\cos\Theta_0}{\rho^2}\frac{\partial M}{\partial\varphi} - \frac{1}{\alpha M_s}\left[h_\rho\cos\Theta_0 - h_z\sin\Theta_0\right] \end{cases}$$

$h_\rho(\vec\rho,t) = \int d^2\rho'\left[g_{\rho\rho}M_\rho + g_{\rho\varphi}M_\varphi\right]$, $h_\varphi(\vec\rho,t) = \int d^2\rho'\left[g_{\varphi\rho}M_\rho + g_{\varphi\varphi}M_\varphi\right]$, $h_z(\vec\rho,t) = \int d^2\rho'\left[g_{zz}M_z\right]$

$\vec m(\vec\rho,t) = \vec m_0(\rho) + \vec\mu(\vec\rho,t)$, $m_\rho = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi = \sin\Theta\cos(\Phi-\varphi)$

$m_\varphi = -m_x\sin\varphi + m_y\cos\varphi = \sin\Theta\sin(\Phi-\varphi)$, $m_z = \cos\Theta$, $\vec m(\Theta,\Phi)$. $\mu = -\sin\Theta_0\psi$

$m_\rho = \sin(\Theta_0+\ell\ell)\cos(\Phi_0-\varphi+\psi) = \sin\Theta\cos(C\frac{\pi}{2}+\psi) = -\sin\Theta\cdot C\sin\psi = -\sin\Theta_0\psi C = \mu_\rho = \mu\cdot C = \pm 1$.

$m_\varphi = \sin\Theta\sin(C\frac{\pi}{2}+\psi) = \sin(\Theta_0+\ell\ell)\left[C\cos\psi\right] = C\left[\sin\Theta_0 + \cos\Theta_0\ell\ell\right]$, $\mu_\varphi = C\cos\Theta_0\cdot\ell\ell$

$m_z = \cos(\Theta_0+\ell\ell) = \cos\Theta_0 - \sin\Theta_0\sin\ell\ell$, $\mu_z = -\sin\Theta_0\ell\ell$.

Важно $\int_0^{2\pi} d\varphi'\sum_\mu F_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}e^{i(m\varphi'-\varphi_0)} = \sum_\mu F_\mu e^{i\mu\varphi}e^{-i\varphi_0}\int_0^{2\pi} d\varphi' e^{i(m-\mu)\varphi'} = \sum_\mu F_\mu e^{i\mu\varphi_0 - i\varphi_0}2\pi\delta_{\mu m} =$

$= F_m e^{i(m\varphi-\varphi_0)}\cdot 2\pi$. $\int d\rho'\rho' g_{\alpha\beta}(\rho\rho')\exp\left[i(m\varphi'-\varphi_0)\right] = 4\pi d_{\alpha\beta}(\rho\rho')e^{i(m\varphi-\varphi_0)}$

Ответ $\Psi(\vec\rho,t) = a(\rho)\cos(m\varphi - \omega t)$, $\mu(\vec\rho,t) = b(\rho)\sin(m\varphi - \omega t)$ – вопрос: можно ли $(\ell,\dot\ell)$ удовлетворить Л.-Л. eq.

Escaneado con CamScanner

(1) $\frac{\omega}{\gamma M_s} a(\rho) = -\nabla_\rho^2 b + \frac{m^2}{\rho^2} b + \left[-(\theta_0')^2 + \frac{1}{dM_s}\left(H_A + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\cos^2\theta_0 + \frac{H_z^0}{dM_s}\cos\theta_0'\right] b - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, a(\rho) +$
$+ \frac{4\pi}{L}\int d\rho' \rho' d_{00}\, b(\rho') + \frac{4\pi m}{L}\int d\rho' \cos\theta_0(\rho')\, d_{01}(\rho\rho')\, a(\rho')$ — Bloch-YD Skyrmion SW

(2) $\frac{\omega}{\gamma M_s} b(\rho) = -\nabla_\rho^2 a + \frac{m^2}{\rho^2} a + \frac{1}{dM_s}\left[\left(H_A + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\cos\theta_0 + H_z^0\cos\theta_0\right] a(\rho) - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, b(\rho) -$
$- \frac{4\pi}{L}\sin\theta_0 \int d\rho' \rho' d_{11}\sin\theta_0(\rho') a(\rho') + \frac{4\pi}{L}\frac{m\cos\theta_0}{\rho}\int d\rho' \rho' d_{11}\, b(\rho') + \frac{4\pi}{L}\frac{\cos\theta_0}{\rho} m^2 \int d\rho' d_{11}\cos\theta_0(\rho') a(\rho')$

Для сильной YD решим ур 22 III 2008 достаточно учесть 1-константу H_A

$d_{\alpha\beta}(\rho\rho') = \frac{1}{4\pi}\int d\varphi' g_{\alpha\beta}(\vec\rho\vec\rho')$. $\theta_0(\rho)$ определяется из статического уравнения (a).

Если $L/R \to \infty$ $H_z^0(\rho) \approx 4\pi M_s \int d\rho' \rho' d_{00}(\rho\rho')\cos\theta_0(\rho') = -4\pi M_s \int d\rho' \rho' \frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho')\cos\theta_0(\rho') = -4\pi M_s \cos\theta_0(\rho)$

$dM_s \nabla^2\theta_0 = \frac{1}{2}\left[H_A + \frac{dM_s}{\rho^2}\right]\sin 2\theta_0 - 4\pi M_s \sin\theta_0\cos\theta_0 = \left[H_A + 4\pi M_s + \frac{dM_s}{\rho^2}\right]\sin\theta_0\cos\theta_0$

Если $d \to 0$ (no exchange), то $\sin\theta_0\cos\theta_0 = 0$, только SD-решение $\theta_0 = 0$ и $\theta_0 = \pi/2$ - ψ-Skyrmion не стабилен. $L \to 0$ и $d \to 0$ одновременно нельзя.

Если $L \to 2\rho_0$, то остается только d_{11}, остальные $d_{\alpha\beta} \sim f(kL) \sim L \to 0$

(1) $\frac{\omega}{\gamma M_s} a(\rho) = -\nabla_\rho^2 b + \frac{m^2}{\rho^2} b + \left[-(\theta_0')^2 + \frac{1}{dM_s}\left(H_A + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\cos^2\theta_0 - \frac{4\pi}{d}\cos^2\theta_0\right] b - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, a(\rho)$

(2) $\frac{\omega}{\gamma M_s} b(\rho) = -\nabla_\rho^2 a + \frac{m^2}{\rho^2} a + \frac{1}{dM_s}\left[\left(H_A + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\cos 2\theta_0 - 4\pi M_s\cos^2\theta_0\right] a - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, b + \frac{4\pi}{d}\sin^2\theta_0\, a(\rho)$

(2) $\frac{\omega}{\gamma M_s} b(\rho) = -\nabla_\rho^2 a + \frac{m^2}{\rho^2} a + \frac{1}{dM_s}\left[H_A - 4\pi M_s + \frac{dM_s}{\rho^2}\right]\cos 2\theta_0\, a - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, b(\rho)$

(1) $\frac{\omega}{\gamma M_s d} a(\rho) = -\nabla_\rho^2 b + \frac{m^2}{\rho^2} b + \left[-(\theta_0')^2 + \frac{1}{dM_s}\left(H_A - 4\pi M_s + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\cos^2\theta_0\right] b - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, a(\rho)$ $L \to 0$

Если $d \to 0$, но $L \neq 0$ $H_A \cos\theta_0 = -4\pi M_s \int d\varphi' s' d_{22}(\rho\rho')\cos\theta_0(\rho')$, что может быть для дискретных H_A^n - C3 инварианта $d_{22}(\rho\rho')$. При $L \to 0$, $H_A^n \to 4\pi M_s$

Анализ YD доменной стат. ур. (x): $dM_s \nabla^2\theta_0 = \left(H_A - 4\pi M_s + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0$.

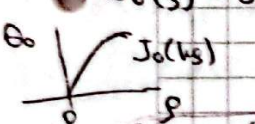
Вблизи $\theta_0 = 0$ ран. $dM_s\left[\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\right]\theta_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^0\left(H_A - 4\pi M_s + \frac{dM_s}{\rho^2}\right)\theta_0$

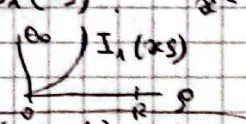
$\theta_0'' + \frac{1}{\rho}\theta_0' - \left[\frac{H_A - 4\pi M_s}{dM_s} + \frac{1}{\rho^2}\right]\theta_0(\rho) = 0$, $\rho^2\theta_0'' + \rho\theta_0' - \left[x^2\rho^2 + 1\right]\theta_0 = 0$

$x\rho = x$, $x^2\theta_0'' + x\theta_0' - [x^2+1]\theta_0 = 0$, $\theta_0(\rho) = I_1(x\rho)$, $x^2 > 0$.

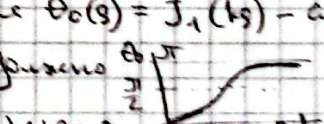
Если $x^2 = -k^2 < 0$ $\rho^2\theta_0'' + \rho\theta_0' - [-k^2\rho^2 + 1]\theta_0 = 0$, $x^2\theta_0'' + x\theta_0' + (x^2-1)\theta_0 = 0$, $x = k\rho$

● $\theta_0(\rho) = J_1(k\rho)$, $x^2 = \frac{H_A - 4\pi M_s}{dM_s}$, решение $\theta_0(\rho) = J_1(k\rho)$ – затухающее вблизи.





Для Skyrmion доменная



$\nabla^2\theta_0 = \left(x^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0$ $x^2 > 0$ $L \to 0$ или $\nabla^2\theta_0 = \left(-k^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0$, $k^2 = \frac{1}{dM_s}(4\pi M_s - H_A) > 0$

Skyrmion in exch. approximation $\ln\frac{\theta_0}{2} = \frac{\rho}{b}$, $\sin\theta_0 = \frac{2b\rho}{(b^2+\rho^2)}$, $\cos\theta_0 = \frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}$.

$\theta_0 = 2\operatorname{arctg}\rho/b$, $\theta_0' = 2\frac{1}{(1+\rho^2/b^2)}\frac{1}{b}$,

$\theta_0'' = \frac{2}{b}\frac{(-1)}{(1+\rho^2/b^2)^2}\frac{1}{b^2}2\rho$. $\nabla^2\theta_0 = \theta_0'' + \frac{1}{\rho}\theta_0' = -\frac{4\rho}{b^3}\frac{1}{(1+\rho^2/b^2)^2} + \frac{1}{\rho}\frac{2}{b}\frac{1}{(1+\rho^2/b^2)} =$

$= \frac{2}{(1+\rho^2/b^2)^2}\frac{\rho}{b}\left[-\frac{2}{b^2} + \frac{1}{\rho^2}(1+\rho^2/b^2)\right] = \frac{2\rho}{b}\frac{1}{(1+\rho^2/b^2)^2}\left[\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{b^2}\right] = \frac{2\rho}{b}\frac{1}{b^4(\ldots)^2}\left[b^2 - \rho^2\right] = \frac{1}{\rho^2}\sin\theta_0\cos\theta_0$

Exch. - skyrmion (uzaw) $\nabla^2\theta_0(\rho) = \frac{1}{\rho^2}\sin\theta_0\cos\theta_0$ – статическое уравнение (x) при $L \to 0$ и $x^2 = 0$, т.е. $H_A = 4\pi M_s$

Static $W(\theta_0\Phi_0) = A\left[(\nabla\theta_0)^2 + \frac{1}{\rho^2}\sin^2\theta_0\right] + K\sin^2\theta_0 - \frac{1}{2}H_z^0 M_s\cos\theta_0$, $(\nabla\theta_0)^2 = (\theta_0')^2$. при $H_A = 4\pi M_s$

⊥-SD решение $\theta_0 = 0$ $W(\perp SD) = +2\pi M_s^2 N_{zz}(L/R)$.

● $\psi = a + ib$ Вектор получен из системы уравнений (1) и (2). Если $\ln(\theta_0'\rho) = (k\cdot\rho)$ ...

(1) $\frac{\omega}{\gamma M_s} a(\rho) = -\nabla_\rho^2 b + \frac{m^2}{\rho^2} b + \left[-(\theta_0')^2 + \left(\frac{1}{\rho^2} - k^2\right)\cos^2\theta_0\right] b - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, a(\rho)$

(2) $\frac{\omega}{\gamma M_s} b(\rho) = -\nabla_\rho^2 a + \frac{m^2}{\rho^2} a + \left(\frac{1}{\rho^2} - k^2\right)\cos 2\theta_0\, a - \frac{2m}{\rho^2}\cos\theta_0\, b(\rho)$, $L \to 0$

$k^2 = \frac{1}{dM_s}(4\pi M_s - H_A)$

– YD в пределе $L \to 0$

$\nabla_\rho^2\theta_0 = \left(\frac{1}{\rho^2} - k^2\right)\sin\theta_0\cos\theta_0$

$\nabla_\rho^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$ по YD

Escaneado con CamScanner

$$\begin{cases} \frac{\omega}{\gamma M_s}\psi_+ = -\nabla_s^2\psi_+ + \frac{m^2}{s^2}\psi_+ + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)\cos 2\theta\,\psi_+ - \frac{2m}{s^2}\cos\theta_0\,\psi_+, \quad \psi_+ = a+b \\ \frac{\omega}{\gamma M_s}\psi_- = \nabla_s^2\psi_- - \frac{m^2}{s^2}\psi_- - \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)\cos 2\theta_0\,\psi_- - \frac{2m}{s^2}\cos\theta_0\,\psi_-, \quad \psi_- = a-b \end{cases}$$

→ Пусть: а) вариант в системе координат с $Oz' \parallel \vec{m}^0$ – static; б) $Oz' \parallel \vec{m}^0(s,t)$ – dynamic base $\vec{x}(t)$ – dynamics via eq. Thiele и SW dynamics из Lagrangian

Уравнение для ψ: $\nabla^2\psi - \frac{m^2}{s^2}\psi \pm \frac{\omega}{\gamma M_s}\psi = 0$, $\psi'' + \frac{1}{s}\psi' + \left[\pm\frac{\omega}{\gamma M_s} - \frac{m^2}{s^2}\right]\psi = 0$

его реш. $\psi_+(s) = J_m(ks)$, $k^2 = \omega/\gamma M_s$ и $\psi_-(s) = I_m(\varkappa s)$, $\varkappa^2 = \omega/\gamma M_s$, $\varkappa^2 = k^2$

$\omega_m = \gamma M_s k^2$ и СФ $\psi_+(0) = J_m(ks)$ и $\psi(s) = I_m(ks)$. k из гр. усл. при $s = R$.

// Сам $L/R \ll 1$ и предполагаем, что SW are localized near line $\theta_0(s) = \pi/2$, то $\varepsilon \ll \mu$, т.е. $a \ll b$.

При $a = 0$ (2): $\frac{\omega}{\gamma M_s} b(s) = -\frac{2m}{s^2}\cos\theta_0\, b(s) \approx 0$, $\omega = 0$, (1): $-\nabla_s^2 b + \frac{m^2}{s^2} b = 0$

$b'' + \frac{1}{s}b' - \frac{m^2}{s^2}b = 0$, $\theta(s) = s^n$, $n(n-1)s^{n-2} + ns^{n-2} - m^2 s^{n-2} = 0$, $n^2 = m^2$, $n = \pm m$

$b(s) = s^m$ отвечает $\theta_0(s) = \pi/2$, поэтому $b(s) = C_+ s^m + C_- s^{-m}$.

→ Note. При вычисл. $\frac{\nabla^2(\sin^2\theta_0)}{\sin\theta_0} = -(\theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\,\theta_0 \nabla^2\theta_0$ совпало с обозначением

неудобно. через $\nabla^2\theta_0 = \frac{1}{\gamma M_s}\left[\frac{1}{2}\left(H_A + \frac{dM_s}{s^2}\right)\sin 2\theta_0 + H_z^0 \sin\theta_0\right]$ из stat. equil. equation (*)

Можно $\nabla^2\theta_0$ не вычислять явно, а подставить сразу $\nabla^2\theta_0$, с $\theta_0(s)$ – trial function.

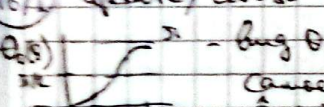
Вариац. ansatz – Use $\theta_0(s) = 2\,\mathrm{arctg}(s/R_c)$ не нужен, если R_c находить из $\min W(R_c)$.

D. из ansatz-Use $\nabla^2\theta_0^{ans} = \frac{1}{s^2}\sin\theta_0\cos\theta_0$.

(15/2) Arranq postdoc stipends na calle UAO/EHU (A. Awad na J. Gonzalez ne nogroque PhD – Updated papers, conf., citation в CV и subm. it to Ikerbasque – sie. Sept. 2012)

Lack [...] в ур. (1) можно оценить в виде $\left[-(\theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\,\theta_0\nabla^2\theta_0\right] b(s)$. // C.N.B. List: carrefour – tome.

(16/2) Update/revise list of RTMSA topics → новый file to Prof. J. Gonzalez.



– вид $\theta_0(s)$ зависит от соотн. H_A, H_z^0, $H_{ex} = dM_s/R^2$ и external field H_z.

Самое простое: trial $\hat\theta_0(s) = (s/R)\pi$. $\theta_0(s) \sim s$ при $s/R \ll 1$.

$\hat\theta_0(0) = 0$ удобно., $\hat\theta_0(R) = \pi$ – выполняется.

Случай $m = 0$ – skyrmion breathing mode.

Skyrmion breathing mode, $m=0$

$$\begin{cases} \frac{\omega}{\gamma M_s} a(s) = -\nabla_s^2 b + \frac{\nabla_s^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} b + \frac{4\pi}{d}\int ds' s' d_{ss} b(s'), & \frac{\nabla_s^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} = -(\theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\,\theta_0 \nabla_s^2\theta_0 \ (1) \\ \frac{\omega}{\gamma M_s} b(s) = -\nabla_s^2 a + \frac{1}{dM_s}\left[\left(H_A + \frac{dM_s}{s^2}\right)\cos 2\theta_0 + H_z^0\cos\theta_0\right] a(s) - \frac{4\pi}{d}\sin\theta_0 \int ds' s' d_{zz} \frac{\sin\theta_0(s)}{s} b(s) & (2) \end{cases}$$

При $L \to 0$ (1): $\frac{\omega}{\gamma M_s} b(s) = -\nabla^2 a + \left(\frac{1}{s^2} - k^2\right)\cos 2\theta_0 \cdot a(s)$, (1): $\frac{\omega}{\gamma M_s} a(s) = -\nabla^2 b + \frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} b$.

При $d \to 0$ (2): $\frac{\omega}{\gamma M_s} b(s) = \left[H_A + \frac{dM_s}{s^2}\right)\cos 2\theta_0 + H_z^0\cos\theta_0\Big] a(s) - 4\pi M_s \sin\theta_0 \int ds' s' d_{zz} \sin\theta_0(s')\, a(s')$

(1): $\frac{\omega}{\gamma} a(s) = 4\pi M_s \int ds' s' d_{ss} b(s')$, θ: $\frac{\omega}{\gamma} b(s) = \left(\frac{1}{s^2} - k^2\right)\cos 2\theta_0\, a(s) \cdot dM_s = (H_A - 4\pi M_s)\cos 2\theta_0 \cdot a(s)$

$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 a(s) = 4\pi M_s \int ds' s' d_{ss} \cdot (H_A - 4\pi M_s)\cos 2\theta_0(s')\, a(s') = 4\pi M_s (H_A - 4\pi M_s)\int ds' s' d_{ss} \cos 2\varepsilon(s') a(s')$

$d_{ss}(ss') = \frac{1}{4\pi}\int d\varphi' g_{ss}(ss'^2) = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi' (-2)\sum e^{i\mu(\varphi-\varphi')} \int \frac{dk}{k} \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} J_\mu(ks) J_\mu(ks') = (-1)\int \frac{dk}{k} \frac{\partial J_\mu}{\partial s} \frac{\partial J_\mu(\cdot)}{\partial s'} =$

$= (-1)\int \frac{dk}{k} f(kL) k^2 J_1(ks) J_1(ks') \cdot d_{ss}(ss')^{\int_0^\infty} = -\int dk\, f(kL)\, k\, J_1(ks) J_1(ks') \neq$

$\frac{\omega^2}{\omega_M^2 (H_A/4\pi M_s - 1)} a(s) = \int ds' s' d_{ss}(ss') \cos 2\theta_0(s') a(s')$, $H_A < 4\pi M_s$ – ось – неустойчива по skyrmion

Спектр $\omega_n^2 = \omega_M^2 (1 - H_A/4\pi M_s)\lambda_n$, $(\lambda_n a_n(s) = -\int ds' s' d_{ss} \cos 2\theta_0(s') a_n(s')$, $\lambda_n \sim (L/R)$.

(при $m=0$)

Поэтому: low breathing ($m=0$) eigenfrequencies skyrmion $\omega_n \sim \sqrt{\lambda_n} \sim \sqrt{L/R}$ нодальные, radial frequencies

$-\lambda^2 \sqrt{s}\sqrt{\cos 2\theta_0(s)}\, a(s) = \int ds' \sqrt{s}\sqrt{s'} d_{ss} \sqrt{s'}\sqrt{\cos 2\varepsilon_c(s')}\cos\varepsilon_c(s)\sqrt{\cos 2\varepsilon_c(s')}\, a(s')$

$f(s) = \sqrt{s}\sqrt{\cos 2\theta_0(s)}\, a(s)$, $\Gamma_{ss'} = -\sqrt{ss'}\sqrt{\cos 2\theta_0(s)\cos 2\theta_0(s')}\, d_{ss'}$ → $\lambda f(s) = \int ds' \Gamma_{ss'} f(s')$ –

ядро $\Gamma_{ss'}$ – симметрично и вещественно. Знак $\cos 2\theta_0(s) < 0$ при $s > \pi/2$ – π и $s > R$ – π и $s = R$. Видимо

$L \to 0$ (no exch) новые нулевые моды. → breathing modes are localized (Филиппов PRB/14 – localiz. at $\theta(s) = \pi/2$ и $s = R$)

Escaneado con CamScanner

Збочена Тибу: Figs к Vortex-mass paper еще не сделаны, он только собир. их загадает Ding

(17/I) Обзор reprints: A. Leonov "Skyrmion and helical states in thin layers." 28 Apr. 2004.

Leonov рассмотрел skyrmion и bubble domain solutions для ∞-film - но безучета их радиуса.
(Small R_c) (Large R_c)

$W(\theta,\Phi) = A[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2] + K\sin^2\theta - \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{M} - B_z M_z$, B_z - ext. mag. field

$\frac{\delta W}{\delta\theta} = [K + A(\nabla\Phi)^2]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta - \vec{H}\frac{\partial\vec{M}}{\partial\theta} + B_z\frac{\partial M_z}{\partial\theta}$, $\frac{\vec{M}}{M_s} = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$

φ-skyrmion ground state $\theta_0 = \theta_0(\rho)$, $\Phi_0 = C\pi/2 + \varphi$. $\nabla\Phi = \frac{1}{\rho}\hat{\varphi}$.

Static skyrm: $\left[K + \frac{A}{\rho^2}\right]\sin 2\theta_0 - 2A\nabla^2\theta_0 + M_s H_z^0 \sin\theta_0 + M_s B_z \sin\theta_0 = 0$ (*), $H_z^0 \to H_z^0 + B_z$.

$H_z^0(\rho) = 4\pi M_s \int d\rho'\rho' d_{zz}(\rho,\rho')\cos\theta_0(\rho')$, $d_{zz}(\rho\rho') = -\frac{1}{L}\int dk\left[1 - e^{-kL}\right]J_0(k\rho)J_1(k\rho') \xrightarrow[L\to 0]{} -\frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho')$

Нерелятивистский radially symmetric φ-skyrmion (vortex + его вспом. слой) без DMI

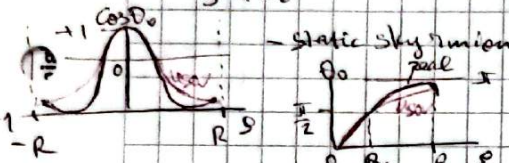
$E_{sk} = L\int_{(dot)} d^2\rho\, W(\theta_0,\Phi_0) = 2\pi L\int_0^R d\rho\rho\, W(\theta_0,\Phi_0)$, параметры M_s, A, K, B_z, L, R.

$E_{sk} = E_{sk}[\theta_0(\rho)]$ - функционал от $\theta_0(\rho)$. При $K=0$, $H_z^0=0$, $B_z=0$ - обмен. limit

$\nabla^2\theta_0 = \frac{1}{\rho^2}\sin\theta_0\cos\theta_0$, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$, имеет решение Usov'a $\operatorname{tg}\frac{\theta_0}{2} = \rho/R_c$.

Ansatz $\sin\theta_0 = \frac{2\rho R_c}{\rho^2 + R_c^2}$, $\cos\theta_0 = \frac{R_c^2 - \rho^2}{R_c^2 + \rho^2}$, $\theta_0(0) = 0$ - нужен. решение (2)-NL σ-model.

Static skyrmion



- static skyrmion in dot $L = 1$ nm, $R = 50$ nm, $D = 3$ mJ/m^2 - J.V. Kim, PRB'14. ultrathin
$B_z = 0$
$\beta = 1/50 = 0.02$ - ultrathin dot $\iff \beta \ll 1$.

Skyrmion radius $m_z^0(R_c) = 0$. $\cos\theta_0(R) = \frac{R_c^2 - R^2}{R_c^2 + R^2} = -1 + \frac{2R_c^2}{R^2 + R_c^2}$

Если $R_c \ll R$ (кандидат vortex), то $\cos\theta_0(R) = -1 + O(R_c^2/R^2) \approx -1$.

$\theta_0(R) \approx \pi$.

$\frac{1}{M_s^2}W(\theta_0,\Phi_0) = \frac{d}{2}\left[(\theta_0')^2 + \frac{1}{\rho^2}\sin^2\theta_0\right] + \frac{1}{2}h_A\sin^2\theta_0 - \frac{1}{2}\vec{h}\cdot\vec{m} - h_z\cos\theta_0$, $d = 2A/M_s^2$, $h_A = 2K/M_s^2$, $\vec{h} = \frac{\vec{H}}{M_s}$, $h_z = B_z/M_s$

Если $e[\theta_0(\rho)] = \frac{d}{2}\left[(\theta_0')^2 + \frac{1}{\rho^2}\sin^2\theta_0\right] + \frac{1}{2}h_A\sin^2\theta_0 - \frac{1}{2}h_z^0\cos\theta_0 - h_z'\cos\theta_0$.

Т(?) $\frac{d}{d\rho}\frac{\partial e}{\partial\theta_0'} - \frac{\partial e}{\partial\theta_0} = 0$, $d\theta_0'' = \frac{d}{2}\frac{1}{\rho^2}\sin 2\theta_0 + \frac{1}{2}h_A\sin 2\theta_0 + \frac{d}{2}h_z^0\sin\theta_0 + h_z\sin\theta_0$ -

- exch. term как нужно. $e = e[\theta_0(\rho), \rho]$ - и Эйлер-Л. equation такое имеет.

$\sqrt{d} = L_e = \sqrt{2A/M_s^2}$. $\rho \to \rho/L_e$. $\frac{1}{M_s^2}W(\theta_0,\Phi_0) = \frac{1}{2}(\theta_0')^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{\rho^2}\sin^2\theta_0 + \frac{1}{2}h_A\sin^2\theta_0 - \frac{1}{2}h_z^0\cos\theta_0 - h_z\cos\theta_0$

Usov $\rho \to \rho/R$, $d = L_e^2$, $\frac{1}{M_s^2}W(\theta_0,\Phi_0) = \frac{1}{2}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\left[(\theta_0')^2 + \frac{\sin^2\theta_0}{\rho^2}\right] + \frac{1}{2}h_A\sin^2\theta_0 - \frac{1}{2}h_z^0\cos\theta_0 - h_z\cos\theta_0$

$\to E_s = E_{sk}/M_s^2 = 2\pi L R^2\int_0^1 d\rho\rho\frac{1}{M_s^2}W(\theta_0,\Phi_0) = V\int_0^1 d\rho\rho\left[\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\left\{(\theta_0')^2 + \frac{\sin^2\theta_0}{\rho^2}\right\} + h_A\sin^2\theta_0 - h_z^0\cos\theta_0 - 2h_z\cos\theta_0\right]$

Usov-ansatz $\theta_0' = \frac{2}{R_c}\frac{1}{(1+\rho^2/R_c^2)} = \frac{2R_c}{(\rho^2+R_c^2)} = \frac{1}{\rho}\sin\theta_0$. E_s собрано с E_{sk} и E_{vort}.

$h_z^0(\rho) = 4\pi\int_0^1 d\rho'\rho' d_{zz}(\rho\rho')\cos\theta_0(\rho')$, $d_{zz}(\rho\rho') = -\frac{1}{\beta}\int_0^\infty dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]J_0(k\rho)J_0(k\rho')$

$E_S = E_{sk}/M_s^2 V = \int_0^1 d\rho\rho\left[2\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\frac{\sin^2\theta_0}{\rho^2} + h_A\sin^2\theta_0 - h_z^0\cos\theta_0 - 2h_z\cos\theta_0\right] = E_S(R_c)$, $E_{S0} = \frac{1}{2}M - h_z$

Skyrmion Vortex

Загадочный Usov ansatz с $R_c = R$ и $\theta_0(\rho) = \begin{cases} 2\operatorname{arctg}\rho/R, & \rho \le R \\ \pi/2, & \rho > R \end{cases}$, $E_S = E_S(R)$.

При $\beta \to 0$ $h_z^0(\rho) = -4\pi\cos\theta_0(\rho)$ и $E_S = \int d\rho\rho\left[2\frac{L_e^2}{R^2}\frac{\sin^2\theta_0}{\rho^2} + 4\pi + (h_A - 4\pi)\sin^2\theta_0 - 2h_z\cos\theta_0\right]$

$\int_0^1 d\rho\rho\frac{\sin^2\theta_0}{\rho^2} = \int_0^1 d\rho\rho\frac{4R_c^2}{(\rho^2+R_c^2)^2} = \left|\rho^2 = x\right| = 2R_c^2\int\frac{dx}{(x+R_c^2)^2} = 2R_c^2\frac{(-1)}{(x+R_c^2)}\Big|_0^1 = +2c^2\left[\frac{1}{c^2} - \frac{1}{1+c^2}\right] = \frac{2}{1+c^2}$ $R_c/R = c$.

$\int_0^1 d\rho\rho\sin^2\theta_0 = \int d\rho\rho\frac{4\rho^2c^2}{(\rho^2+c^2)^2} = 2c^2\int dx\frac{x}{(x+c^2)^2} = 2c^2\int dx\left[\frac{1}{(x+c^2)} - \frac{c^2}{(x+c^2)^2}\right] = 2c^2\left[\ln(x+c^2)\Big|_0^1 + c^2\frac{(-1)}{c^2(1+c^2)}\right] =$

$= 2c^2\left[\ln\left(\frac{1+c^2}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right]$, $\int_0^1 d\rho\rho\cos\theta_0(\rho) = \int_0^1 d\rho\rho\frac{c^2-\rho^2}{c^2+\rho^2} = \frac{1}{2}\int_0^1 dx\frac{c^2-x}{c^2+x} = c^2\ln\left(\frac{1+c^2}{c^2}\right) - 1/2$

При $\beta \to 0$ $E_S = 2\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\left(\frac{2}{1+c^2}\right) + 4\pi + h_z + (h_A - 4\pi)\cdot 2c^2\left[\ln\left(\frac{1+c^2}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right] - 2h_z c^2\ln\left(\frac{1+c^2}{c^2}\right)$

$E_{S0} = 2\pi + h_z$. $E_S(c\to 0) \cong 4\left(L_e/R\right)^2 + 2\pi + h_z > E_{S0}$ (skyrmion с меньшей энергией) $\Rightarrow$ стр. 32

Exp. Montpellier: CoB/Pt dot с $R = 275$ nm, $L = 12$ nm. ФБ ГМ с $\omega_1 = 1.90$ ГГц и $\omega_2 = 1.35$ ГГц.

$S(c^2) = c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - 1/(1+c^2)\right] > 0$ и растет с ростом "c" (number max) $S_n(c^2) = c^2\ln(1+1/c^2)$ - также растет с c^2

$E_S(\beta\to 0) = 2\left[2\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 + h_A - 4\pi\right]\frac{1}{(1+c^2)} + (h_A - 4\pi + h_z)2c^2\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) + 2\pi + h_z - 2(h_A - 4\pi) + $ завись

Знак

Escaneado con CamScanner

1-ый слой надеем с радиусом c^2, а 2-ой растет с $c^2\uparrow$ если $h_a > 4\pi + h_2 \to \varepsilon_s(c)$ имеет min.
Min $\varepsilon_s(c, \beta\to\infty)$ есть при $h_z = 0$, $h_a > 4\pi$. Это можно подобрать уравнением $\beta \to \infty$, $h_z > 0$.
тогда min при $c\to\infty$, $\cos\theta_0 = 1$ – SDL state

Далее при $h_a < 4\pi$ ($h_a = 0$) вероятно min $\varepsilon_s(c, \beta>0)$ при разумных h_z.

$$\varepsilon_m = -\int_0^1 ds\, s\, h_z^0(s)\cos\theta_0(s) = -\int_0^1 ds\, s \cos\theta_0(s)\left(\frac{-4\pi}{\beta}\right)\int_0^1 ds' s' \cos\theta_0(s')\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}] J_0(ks) J_0(ks') =$$

$$= \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}]\, I^2(k), \quad I(k) = \int_0^1 ds\, s \cos\theta_0(s) J_0(ks), \quad \cos\theta_0(s) = \frac{c^2 - s^2}{c^2 + s^2}.$$

Для SDL state $\cos\theta_0(s) = +1$. $I_{SDL}(k) = \int_0^1 ds\, s\, J_0(ks) = \frac{1}{k^2}(ks) J_1(ks)\Big|_0^1 = \frac{1}{k} J_1(k)$

$$\varepsilon_m(SDL) = \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}]\frac{J_1^2(k)}{k^2}, \qquad \varepsilon_m(SDL) = \frac{1}{2} N_{zz}(\beta).$$

MathCad "skyrmion_static_energy.mcd" легко считает $\varepsilon_m(\beta, c)$ через $I(k)$.

Вообще: Мин $\varepsilon_s(c)$ есть при $H_a < 4\pi M_s$ ($H_z = 0$) с ростом H_A, $c_m\downarrow$ и min $\varepsilon_s(c)$ исчезает.
$h_z > 0$ достаточно Skyrmion с $\theta_0(0) = 0$, $h_z < 0$ стабилизирует Skyrmion и расширяет область

Для параметров Монтажа $R = 275$ нм, $\beta = 0{,}044$ Skyrmion is stable с $c_m \approx 0.6$ (при этом Le близко, а H_A – конечно). $c_m = 0.6 \to m_z(s)$ – почти точно похоже на δk $m_z(R) \approx -0.5$.

$$\varepsilon_m(c) = \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}] I^2(k,c), \quad I(k,c) = \int_0^1 ds\, s J_0(ks)\, m_z^0(s,c).$$

$$\frac{\partial \varepsilon_m}{\partial c} = \frac{8\pi}{\beta}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}] I(k,c)\frac{\partial I}{\partial c}, \quad \frac{\partial I(k,c)}{\partial c} = \int_0^1 ds\, s J_0(ks)\frac{\partial m_z^0}{\partial c}, \quad \frac{\partial \cos\theta_0}{\partial c} = \frac{4cs^2}{(c^2+s^2)^2}.$$

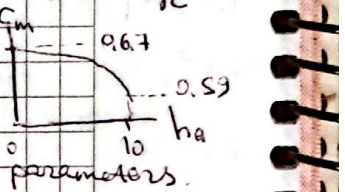
$$f_h(c) = c^2 \ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right), \quad \frac{\partial f_h}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) + x\,\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\,\frac{(-1)}{x^2} = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{(1+x)}$$

$$\frac{\partial f_h}{\partial c} = \frac{\partial f_h}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial c} = 2c\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right], \quad f(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{x}{1+x} = f_h(x) + \frac{1}{(1+x)} - 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = \frac{\partial f}{\partial x}\cdot 2c = 2c\left[f_h' - \frac{1}{(1+x)^2}\right] = 2c\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{(1+c^2)} - \frac{1}{(1+c^2)^2}\right], \quad \frac{\partial}{\partial c}\frac{1}{(1+c^2)} = \frac{(-1)}{(1+c^2)^2}\cdot 2c$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s(c)}{\partial c} = 4\left(\frac{Le}{R}\right)^2\frac{(-2)c}{(1+c^2)^2} + 2h_z\cdot 2c\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{(1+c^2)^2}\right] - 2h_z\cdot 2c\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{c^2+1}\right] + \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial c}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial c} = -8\left(\frac{Le}{R}\right)^2\frac{c}{(1+c^2)^2} + 4h_a\frac{1}{c}\left[f(c) - \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\right]\frac{1}{(1+c^2)} - 4h_z\frac{1}{c}f(c) + \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial c}.$$



$\varepsilon_m(h_a, h_z) = 0{,}1 - 0{,}2$ при $h_z < 0$ ($h_z = -5$) и больших $h_a \approx 5$.

Маг. skyrmion $\varepsilon_s(c_m)$ сравнить с $\varepsilon_{vort}(\beta_m)$ где тех же параметрах.

18/I ε_v считается аналог ε_s, но $\theta_0 = \pi/2$ при $s > b$, outside v. core.

Для vortex:

$$\int_0^1 ds\, s\,\frac{\sin^2\theta_0}{s^2} = \int_0^b ds\, s\,\frac{\sin^2\theta_0}{s^2} + \int_b^1 ds\, s\,\frac{1}{s^2} = 2b^2\frac{(-1)}{(x+b^2)}\Big|_0^{b^2} + \ln\frac{1}{b} = 1 + \ln\frac{1}{b}$$

$$\varepsilon_{ex} = \left(\frac{Le}{R}\right)^2\int_0^1 ds\, s\left[(\theta_0')^2 + \frac{\sin^2\theta_0}{s^2}\right] = \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left[2\int_0^b ds\, s\,\frac{\sin^2\theta_0}{s^2} + \int_b^1 ds\, s\,\frac{1}{s^2}\right] = \left[2 + \ln\frac{1}{b}\right]\left(\frac{Le}{R}\right)^2$$

$$\int_0^1 ds\, s\sin^2\theta_0 = \int_0^b ds\, s\sin^2\theta_0 + \int_b^1 ds\, s = 2b^2\left[\ln(x+b^2) + \frac{b^2}{(x+b^2)}\right]_0^{b^2} + \frac{1}{2}s^2\Big|_b^1 = 2b^2\left[\ln 2 - \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{2}(1-b^2) =$$

$$= 2b^2\ln 2 - \frac{3}{2}b^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + b^2(2\ln 2 - 3/2)$$

$$\int_0^b ds\, s\cos\theta_0 = \int_0^b ds\, s\cos\theta_0 = \frac{1}{2}\int_0^{b^2} dx\,\frac{b^2 - x}{b^2 + x} = \frac{1}{2}\left[2b^2\ln(x+b^2) - x\right]_0^{b^2} = \frac{1}{2}b^2(2\ln 2 - 1)$$

$$\varepsilon_m = -\int_0^b ds\, s\, h_z^0(s)\cos\theta_0(s) = -\int_0^b ds\, s\cos\theta_0(s)\, 4\pi\int_0^b ds' s'\cos\theta_0(s')\frac{(-1)}{\beta}\int_0^\infty dk\,[1+e^{-\beta k}] J_0(ks) J_0(ks') =$$

$$= \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}] I_v^2(k), \quad I_v(k) = \int_0^b ds\, s\cos\theta_0^0(s) J_0(ks)$$

16.26 $\varepsilon_v(b) = \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(2 + \ln\frac{1}{b}\right) + \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dk\left[1-e^{-\beta k}\right] I_v^2(k) + h_A\left[\frac{1}{2} + b^2(2\ln 2 - \frac{3}{2})\right] - h_z b^2(2\ln 2 - 1)$ $p = +1$

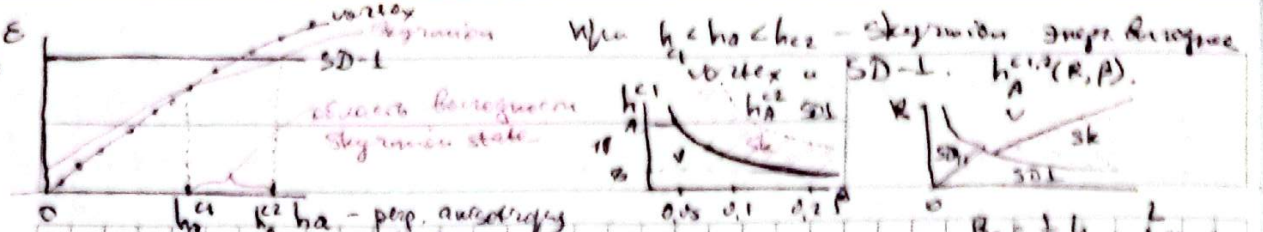
$\varepsilon_v(b) = \varepsilon_{vortex}(b) + \frac{1}{2}h_A + O(b^2)$

//MathCad показал, что для dot ($R = 275$ нм, $L = 12$ нм) $\varepsilon_v < \varepsilon_s$ $\left(\begin{matrix}\varepsilon_v = \min \varepsilon_v(b)\\ \varepsilon_s = \min \varepsilon_s(c)\end{matrix}\right)$ для этих параметров h_a. Но при $h_a \gtrsim 11$ все же $\varepsilon_s < \varepsilon_v$.

$$\frac{\partial \varepsilon_m}{\partial b} = \frac{4\pi}{\beta}\cdot 2\int_0^\infty dk\,[1-e^{-\beta k}] I_v(k,b)\frac{\partial I_v(k,b)}{\partial b}, \quad \frac{\partial I_v}{\partial b} = b\cos\theta_0(b) J_0(kb) + \int_0^b ds\, s J_0(ks)\frac{4bs^2}{(b^2+s^2)^2}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial b} = \left(\frac{Le}{R}\right)^2\frac{(-1)}{b} + 2h_A b(2\ln 2 - 3/2) - 2h_z b(2\ln 2 - 1) + \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial b} = 0 \text{ даст } b_m = b_m(L, R, h_A, h_z)$$

19/I Кривые равенства $\varepsilon_s = \varepsilon_v$ (обе минимизированы по c и b) дают $h_a^c(R,\beta)$. При $h_A > h_A^{cl}(R,\beta)$ skyrmion state выгоднее чем vortex. $h_A^{cl}(R,\beta)$ сильно зависит от R, чуть β.



При $h_a^{c1} < h_a < h_a^{c2}$ - Skyrmion энергетически выгоднее, чем Vortex и SD-1. $h_a^{c1,2}(R,\beta)$.

Расчет h_a^{c2} из $E_S = E_{SD}$ и построение $h_a^{c2}(R,\beta)$.

В Gus' ЛАР'04 при описании Vortex - SD1 переходов использовался trial function $m_z(\xi) = \frac{\sin(k\xi)}{k\xi}$ при подборе k и вычисл. $R_c(L)$ V-SD1 $\approx (0.0 - 1.2)L_e$ для $\frac{L}{L_e} = 2$ и

M.Beg - R.Stamps [препринт Arxiv'Июнь 2014] использовали близкую trial function $m_z(\xi) = +\cos(k\xi)$, $m_\rho(\xi) = \pm\sin(k\xi)$ и определение k из magnetost. B.Conditions. У M.Beg. есть DMI, а H_A и E_{an} are neglected, since they have much smaller contributions and are not responsible for skyrmion formation". Взамен это ф. skyrmion, $m_z = 0$.

$\cos\Theta_0(\xi) = \cos(k\xi) \to \Theta_0(\xi) = k\xi$ - простейшее приближение. Ед Stamps.

Сравним E_ξ - min ansatz - Usov $\cos\Theta_0(\xi) = \frac{c^2 - \xi^2}{c^2 + \xi^2}$ и Stamps $\Theta_0 = k\xi$.

Для Stamps $E_{ex} = \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \int_0^1 d\xi\xi \left[(\Theta_0')^2 + \frac{\sin^2\Theta_0}{\xi^2}\right] = \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 k^2 \int_0^1 d\xi\xi \left[1 + \frac{\sin^2 k\xi}{(k\xi)^2}\right] \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \int_0^L dx \left[1 + \frac{\sin^2 x}{x^2}\right]$

$E_m(k) = \frac{4\pi}{\beta} \int_0^\infty dx \left[1 - e^{-\beta x}\right] I^2\left(\frac{x}{k}\right)$, $I\left(\frac{x}{k}\right) = \int_0^1 d\xi\xi J_0(x\xi)\cos(k\xi)$

Stamps - $E_S(k) = E_{ex}(k) + E_m(k) + \int_0^1 d\xi\xi \left[h_A(1 - \cos^2 k\xi) - 2h_z\cos k\xi\right]$

E_S-Usov < E_S-Stamps при отн. малых h_a, $\Delta E \sim 0.5\%$

E_S-Usov > E_S Stamps при бол. знач. h_a (small core), ΔE 0.5 - 1.5%

E_S-Usov (ansatz Usov) - более оправдан (есть бол. small sk. core), но ansatz Stamps дает $\approx$ на 1% меньшую энергию и при h_a^{c2} переходит в SD1.

В отличие от Beg - Stamps точнее (fit) выполнено $k = \pi/c$ из min $E_S(k)$, а не из $\frac{\partial E_S}{\partial \xi} = 0$ при $\xi = R$.

Ansatz-Usov предпочтителен при малых $c_m \approx 0.2 - 0.3$ (похоже на Skyrmion), т.к. при бол. h_a. но при бол. h_a у него больше энергия. $c = \frac{\pi M_s b}{2}$ для монослоя Fe. Не существенно, что E_S-Usov завышена, E_S сравн. с E_{SDL}, E_V-Usov, которые имеют

Развод. $h_a^{c1}(\beta, R)$ падает с $\beta\uparrow$ и очень слабо зависит от $R \geq 150$ нм. Skyrmion без DMI может быть стабильным при разумных h_a, L, R.

● Помнить: Ovchinnikov PRB'10 о SW in instantons background, $\vec{X}(t)$ - vortices/skyrmions no SW-fluctuations at finite T. T.Ono

(20/I) Обсуждение с Ohkuma Vortex-review for JMMM (comment), Shutte - Felipe Jacrea Skyrmion dynamics (не нужна) и Skyrmion stability Eq DMI Ohk. прислал по-мо'ю с SW simulations Ostler Fe/6-d in 10-THz range - Jena ultrafast dynamics within Joint MINECO Skyrmion project.

Звонил Thiel: прислал revised $\omega_0(L)$ - V. mass paper (там уменьшили M_s до $\frac{R(\Theta)}{\text{Sin}\Theta}$ прислал вопрос про Vortex inertia - Fig 1 и прислал ему Fig 2 - поперечное E-mails to Ohk. + T. Ostler. прислал на рев. el.-vortex PRB'15 by Brataas

(21/I) E-mail to Ohk / Ostler. Тоск. расчет Skyrmion stability - he.

$\Delta E_{FS} = \Delta E_{SDL} - E_{Sk} = f(h_a, Q, \beta)$, $m_z^a(\xi) = \frac{c^2 - \xi^2}{c^2 + \xi^2}$. $c_m(h_a)$ - , т.е. переход Sk → SD1 происходит при $c \to 0$. но $E_{Sk}(c)$ не аналитична по "c" при $c \to 0$ и т. Landau ФПП не применима при $h_a^{c2} \approx 12.1$ происходит переход Skyrmion → 1-SD и $c_m = 0$. Note: $h_a^{c2} < 4\pi = 12.56$

● Skyrmion выгоден при $h_a^{c1} < h_a < h_a^{c2}$. $h_a^{c1}(R,\beta)$ - очень слабо зависит от R. $h_a^{c1} = f_1(\beta) = h_{a1} = \text{const}$ задает $\beta_{c1}(h_{a1})$. $h_a^{c2}(R,\beta) = h_{a2}$ задает $\beta_{c2} = f_2(R, h_{a2})$

$L_{c2} = R f_2(R, h_{a2}) = L_{c2}(R)$ - clinical line Skyrmion → 1-SD transition. R

$L_{c1} = R\beta_{c1}(h_{a1}) = L_{c1}(R)$ - прямая Skyrmion → Vortex transition

Однако $R_{c1}(L)$ near V-1SD line by Mellow'02 MPL, I и 'Skyrmion-Electron Excit.

Escaneado con CamScanner

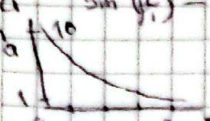
Т.к. $E_s(c)$ немонотонна при $c \to 0$, то Sk–LSD переход удобнее описывать $\frac{1}{c} \to 0$.

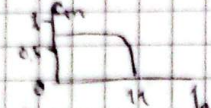
Skyrmion side

$$E_s(c) = 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{1}{1+c^2} + 2h_a f_a(c) - 2h_z\left[S_z(c) - \frac{1}{2}\right] + E_{sm}(\beta, c)$$

$$E_{sm}(\beta, c) = \frac{4\pi}{\beta}\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right] I_s^2(k,c), \quad I_s(k,c) = \int_0^1 ds\, s\, m_z^0(s,c)\, J_0(ks)$$

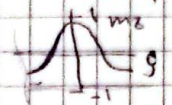
$h_a^{c1}(\beta)$ нарастающая с $\beta = 1/R$ — $h_a^{c1}(0.05) \approx 11$, $h_a^{c1}(2.5) \approx 0.9$





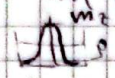
$c_m(h_a) \approx 0.7$ для малых h_a, т.е. больших β_{c1}

для них при малых c



$m_z(s)$ похоже

похожа на skyrmion, c_m (зависит h_a) $\to 0$ и



обращается skyrmion, т.е. при падении c от ∞ к 0, $m_z^0(s,c)$ без выпуска к skyrmion.

$$f_a(c) = c^2\left[\ln\left(\frac{1+c^2}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right], \quad f_b(c) = c^2\ln(1+1/c^2)$$

$$\underset{c\to\infty}{f_a(c)} = c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right], \quad \frac{1}{c^2} = x, \quad f_a(x) = \frac{1}{x}\left[\ln(1+x) - \frac{x}{x+1}\right] =$$

$$= \frac{1}{x}\left[x + \left(-\frac{1}{2}\right)x^2 - x(1-x)\right] = \frac{1}{x}\left[\frac{1}{2}x^2\right] = \frac{1}{2}x + O(x^2) = \frac{1}{2}\frac{1}{c^2} + O(1/c^4)$$

$$m_z^0(s,c) \underset{c\to\infty}{=} \frac{1 - s^2/c^2}{1 + s^2/c^2} = (1 - s^2/c^2)^2 = 1 - 2s^2/c^2, \quad I_s(k,c) = \int ds\, s J_0(ks)\left[1 - 2\frac{s^2}{c^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{k}J_1(k) - \frac{2}{c^2}\int_0^1 ds\, s^3 J_0(ks)$$

$$I_s^2(k,c) = \frac{1}{k^2}J_1^2(k) - \frac{4}{c^2}\frac{1}{k}J_1(k)\int ds\, s^3 J_0(ks), \quad E_{sm}(\beta,c) = E_{sm}(\beta,0) -$$

$$-\frac{4\pi}{\beta}\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\frac{2/c^2}{k}\int ds\, s^3 J_0(ks)\, J_1(k) = E_{sm}(\beta,0) + \frac{1}{c^2}E'_{sm}(\beta)$$

$$E_s(c) = 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\frac{1}{c^2} + 2h_a\frac{1}{2}\frac{1}{c^2} + \frac{1}{c^2}E'_{sm}(\beta) + E_{sm}(\beta,0) \approx E_s(0) + \frac{1}{c^2}\left[4\frac{L_e^2}{R^2} + h_a + E'_{sm}(\beta)\right]$$

$\frac{\partial E_s}{\partial(1/c)} = 0$ дает critical line LSD $\rightleftarrows$ Skyrmion transition.

LSD side

critical line

$$4\frac{L_e^2}{R^2} + h_a - \frac{16\pi}{\beta}\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\frac{J_1(k)}{k}\int ds\, s^3 J_0(ks) = 0$$ + подобные Gaussian'ы.

Решение этого ур-я $R_c^*(L)$ можно видеть, какие линии $R_{c2}(L)$ равенства $E_s(c)$ и $E_{SD}(\beta)$ ведет по линии $R_c^*(L)$ или $R_{c2}(L)$.

При ansatz $m_z^0(s,c) = (c^2 - s^2)/(c^2 + s^2)$ имеется плавный переход от $c = \infty$ (LSD) к $c = 0.2 - 0.3$ (почти Skyrmion) при изменении параметров h_A, R, L.

Неустойчивость LSD отвечает, как кажется, решению $\frac{\partial^2 E_s}{\partial x^2}(h_a, R, \beta) = 0$, $x^2 = 1/c^2$ или как кажется решению при $\frac{1}{c^2}$, $[\ldots] = 0$. $m_z^0(s,x) = \frac{1 - x^2 s^2}{1 + x^2 s^2}$.

Можно построить $E_s(x)$ для $x \in [0, 10]$, чтоб найти $\min E_s(x)$ — их может быть несколько.

22/I Линия устойчивости (граница устойчивости) LSD: $h_a^*(R,\beta) = \frac{16\pi}{\beta}\int dk(\ldots) - 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2$

Рассм. $J(\beta) = \frac{16\pi}{\beta}\int\frac{dk}{k}\left[1 - e^{-\beta k}\right]J_1(k)\int ds\, s^3 J_0(ks)$, при $\beta \to 0$ $J(0) =$ const и $h_a^*(R,\beta) \approx h_a^*(R) = J(0) - 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2$ растет с увеличением R до насыщения.

$$J(0) = 16\pi\int_0^\infty\frac{dk}{k}J_1(k)\int_0^1 ds\, s^3 J_0(ks), \quad \int_0^\infty\frac{dk}{k}J_1(k)J_0(ks) = \begin{cases} 0, & s > 1 \\ \frac{1}{\Gamma(1)}, & s \le 1 \end{cases} \Gamma(1) = \Gamma(2) = 1$$

$$J(0) = 16\pi\int_0^1 ds\, s^3\int_0^\infty\frac{dk}{k}J_1(k)J_0(ks) = 16\pi\int_0^1 ds\, s^3 = 16\pi\frac{s^4}{4}\Big|_0^1 = 4\pi \qquad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}.$$

Гр.-Р. 6.575

Т.е. при $\beta \to 0$ $h_a^*(R) = 4\pi - 4(L_e/R)^2$

Если $\beta \to 0$, но c — finite, то $E_{sm}(\beta \to 0, c) = 4\pi\int_0^\infty dk\, k\int_0^1 ds\, s\, m_z^0(s) J_0(ks)\int_0^1 ds' s' m_z^0(s') J_0(ks') =$

$$= 4\pi\int_0^1 ds\, s\, m_z^0(s)\int_0^1 ds' s' m_z^0(s')\int_0^\infty dk\, k J_0(ks)J_0(ks') = 4\pi\int_0^1 ds\, s\, m_z^0(s)\int_0^1 ds' s' m_z^0(s')\frac{1}{s}\delta(s - s') =$$

$$= 4\pi\int_0^1 ds\, s\left[m_z^0(s)\right]^2; \quad E_{sm}(\beta\to 0, c) = 4\pi\int_0^1 ds\, s\left(\frac{c^2 - s^2}{c^2 + s^2}\right)^2 = 4\pi c^2\int_0^{1/c} dx\, x\left(\frac{1 - x^2}{1 + x^2}\right)^2 = \left|x^2 = X\right| =$$

$$= 4\pi c^2\frac{1}{2}\int_0^{1/c^2} dX\left(\frac{1 - X}{1 + X}\right)^2 = \left|\text{Гр.-Р. 2.113}\right| = 4\pi c^2\left[\frac{2}{1 + c^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2} - 2\ln\left(1 + 1/c^2\right)\right] =$$

$$= 4\pi\left[\frac{1}{2} + \frac{2c^2}{1 + c^2} - 2c^2\ln(1 + 1/c^2)\right]. \quad \text{Если еще } 1/c^2 \to 0, \text{ то } E_{sm}(\beta \to, c \to \infty) = 4\pi\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{c^2}\right]$$

Надо $E_{sm}(\beta \to 0, c) = 4\pi\left[\frac{1}{2} + \frac{2c^2}{1 + c^2} - 2c^2\ln(1 + 1/c^2)\right] = 2\pi - 8\pi f_a(c)$.

Skyrmion gyrocoupl $G = \int dP\int d\theta\sin\theta = 2\pi(-1)\cos\theta\Big|_{s=0}^{s=R} = -2\pi\left[\frac{c^2 - 1}{c^2 + 1} - 1\right] = \frac{4\pi}{1 + c^2} \approx 4\pi$

$$E_s(c, \beta \to 0) = 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\frac{1}{1 + c^2} + 2h_a f_a(c) + 4\pi\left[\frac{1}{2} - 2f_a(c)\right] = 2\pi + 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\frac{1}{1 + c^2} + 2(h_a - 4\pi)f_a(c)$$

$\frac{\partial E_s}{\partial c} = 4(L_e/R)^2\frac{(-1)}{(1 + c^2)^2}2c + 2(h_a - 4\pi)f_a'(c) = 0$ не имеет нет при $c < 1$ если $(h_a - 4\pi) < 0$, т.к. $f_a'(c)_{c<1} > 0$

Escaneado con CamScanner

(23/2) Пусть новая $h_a = 0$. Энергия Стонера $\frac{E_s(c)}{} = 4\left(\frac{kc}{kR}\right)^2 \frac{1}{1+c^2} + 2h_a f_a(c) + E_{sm}(\beta c)$

Стонеровское состояние при $\beta_m = 0.5$. Где $\min E_s(c)$ при изменении h_a, R, β?

$c \to \infty$, $\frac{1}{c} \to 0$ особ. 1 РД, $\frac{\partial E_s}{\partial x} = \frac{\partial^2 E_s}{\partial x^2} = 2\left(4\frac{kR}{k^2} + h_a + \frac{\partial E_{sm}}{\partial x}\cdot\frac{1}{2}\right) = 0$, $x = 1/c$

$h_a^* (R,\beta) = J(\beta) - 4\left(\frac{kR}{k}\right)^2 I_s^2(k)$ особ $\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$, указание $x = \frac{1}{c} = 0$ 1 РД стек

При $h_a \to h_a^*(R,\beta)$. Ф-ла мин $E_s(c)$ при $x = 0$, при $h_a \le h_a^*$ мин $E_s(c)$ при $x = 0$, т.е. разложение в ряд Тейлора $E_s(x) = \frac{4}{\pi^2}\frac{x^2}{1+x^2} + 2h_a f_a(x) + E_{sm}(\beta, x)$

$f_a(x) = \frac{1}{x^2}\left[\ln(1+x^2) - \frac{x^2}{1+x^2}\right]$, $\min f_a(x) = \frac{1 - x^2}{1+x^2}$. $E_s(x) \div F(x^2)$

$\frac{\partial E_s(x)}{\partial x} = \frac{\partial F(x)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x} = 2x\frac{\partial F(x)}{\partial x} = 0$ всегда имеет корень $x = 0$, если $\left(\frac{\partial F(x)}{\partial x}\right)_{x=0}$ конечно

$F(x) = \frac{4}{\pi^2}\frac{x}{1+x} + 2h_a\frac{1}{x}\left[\ln(1+x) - \frac{x}{1+x}\right] + \frac{4\beta}{\beta}\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right] I_s^2(k,x)$ конечно при $x = 0$

$\frac{\partial F_a}{\partial x} \sim \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{1+x}\right) + \frac{(-1)}{(1+x)^2}\left[1 + x - x\right] = \frac{1}{(1+x)^2}$

$\frac{\partial F_a}{\partial x} \sim \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{x}\ln(1+x) - \frac{1}{1+x}\right] = -\frac{1}{x^2}\frac{1}{1+x} - \frac{1}{x^2}\ln(1+x) + \frac{1}{(1+x)^2} \overset{x=0}{=} \frac{1}{x^2}\left[x + \ln(1+x)\right]$ конечно

$\frac{\partial F_m}{\partial x} \sim \frac{\partial}{\partial x} I_s^2(k,x) = 2I_s(k,x)\frac{\partial I_s}{\partial x} = 2I_s(k,x)\int_0^1 ds\, s J_0(ks)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1 - xs^2}{1+xs^2}\right) \sim \int_0^1 ds\, s J_0(ks)\frac{(-2)s^2}{(1+xs^2)^2}$ конечно

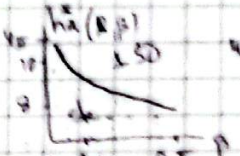
$I_s(k,x) = \int_0^1 ds\, s J_0(ks)\left(\frac{1-xs^2}{1+xs^2}\right)$, $I_s(k,x)$ конечно при $x \to 0$

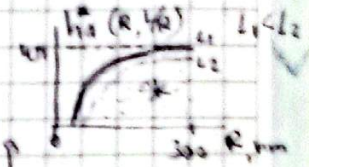
Корень $x_m = \frac{1}{c_m} = 0$ соответ. 1 РД стек.

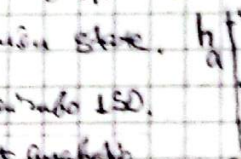
Оценка по Монтеграфу $h_a^*(225\text{ нм}, 14\text{ нм}) = 11{,}35$

При $h_a^* = 0$, $J(\beta) = 4\left(\frac{kR}{k}\right)^2$ – убывающая $R_a(k)$ функ. 1 РД → ферр. (Со-Cr-Pt)

Поведение мин $E_s(c)$ при $x_{SD} = 0$, т.е. h_a близко к h_a^* и другое решение с $c_{SD} \approx 0.5$, соответ. SD стек.







$h_{c1}(R,\beta) \Rightarrow E_V = E_S$, $h_{c2}(R\beta) \Rightarrow E_S = E_{SD}$, $h_a > h_a^*$ – граница 1 SD.

$c_m = c_{SD}$ аналитически найти трудно, ведь $E_s(c)$ is not analytic at $c \to 0$.

$I_s(k,c) = \int_0^1 ds\, s J_0(ks)\left(\frac{c^2 - s^2}{c^2 + s^2}\right) = 2c^2\int_0^1 ds\, s J_0(ks)\frac{1}{c^2+s^2} - \frac{1}{k}J_1(k)$, $\int_0^1 ds\, s\frac{J_0(sk)}{c^2+s^2} \sim \ln c$ $c \to 0$

$f_a(c) = c^2\left[\ln\left(1 + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right] \sim 2c^2\ln c$ при $c \to 0$.

$E_s(\beta \to 0, c) = 2\pi_4\left(\frac{kR}{k}\right)^2 \cdot 4\frac{1}{1+c^2} + 2(h_a - 4\pi) f_a(c) \underset{c \to 0}{\approx} 2\pi + \frac{4}{\pi^2}(1 - c^2) + 2(h_a - 4\pi)\cdot 2c^2(-1)\ln c$

$\frac{\partial E_s}{\partial c}(\beta \to 0) = -\frac{8}{\pi^2}c - 4(h_a - 4\pi)\left[2c\ln c + c\right] = 0$, $c = 0$ или $-\frac{8}{\pi^2} - 4(h_a - 4\pi)\left[2\ln c + 1\right] = 0$

Ферромагнитное $c \ll 1$ $c^2(h_a, R) = e^{-1}\exp\left[-\frac{2}{\pi^2(h_a - 4\pi)}\right]$ при $h_a > 4\pi$, $c^2(h_a) \to 0$

Знак неравенства $\exp[\dots]$ очевиден, поскольку надо так $c_m(h_a) \to 0$ при $h_a \to 4\pi - 0$

$E_s(c) = \frac{4}{\pi^2}\frac{1}{1+c^2} + 2h_a f_a(c) + E_{sm}(\beta c)$, $E_{sm}(\beta c) = \frac{4\pi}{\beta}\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right] I_s^2(k,c)$, $I_s(k,c) = \int_0^1 ds\, s J_0(ks)\frac{c^2 + s^2}{c^2 + s^2}$

$\frac{\partial E_{ms}}{\partial c} = 2\cdot\frac{4\pi}{\beta}\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right] I_s(k,c)\int_0^1 ds\, s J_0(ks)\frac{4s^2 c}{(c^2+s^2)^2} = \frac{32\pi c}{\beta}\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right] I_s(k,c)\int_0^1 ds\, s^3\frac{J_0(ks)}{(c^2+s^2)^2}$

Для МРД удобнее не $h_a^{c2}(R,\beta)$, а $R_{cr}(h_a, L)$ или $L_{cr}(h_a, R)$.

MathCad «Stoner_static_energy.mcd» $h_a^{c2} = h_{c2}$ между нулями

$E_s(\beta \to 0, c) = E_{SD}$ дает $\frac{4}{\pi^2}\frac{1}{1+c^2} + 2(h_a - 4\pi) f_a(c) = 0$, $\frac{2}{\pi^2}\frac{1}{1+c^2} = (4\pi - h_a) f_a(c)$, 2 реш возможно лишь при $h_{c2} < 4\pi$, т.к. $f_a(c) > 0$ и достигает max при $c \approx 0.6$, $h_{c2}(\beta \to 0) < 4\pi$

Ст. огр. из $\frac{\partial E_s(\beta \to 0, c)}{\partial c} = \frac{4}{\pi^2}\frac{(-2)c}{(1+c^2)^2} + 2(h_a - 4\pi)\frac{\partial f_a}{\partial c} = 0$, это может случиться при $\frac{\partial f_a}{\partial c} < 0$, $c_m \approx 0.6$ ($h_a < 4\pi$)

$-\frac{4c}{1+c^2}(4\pi - h_a) f_a(c) = 2(4\pi - h_a)\frac{\partial f_a}{\partial c}$, $-\frac{2c}{1+c^2} f_a(c) = \frac{\partial f_a}{\partial c}$ → $c_m \neq F(\pi)$ на числ. счете $E_s = E_{SD}$.

$c_m \neq F(h_a)$

$c_m(h_{c2}, R) = c_0$, $h_{c2} = 4\pi - \frac{2}{\pi^2}\frac{1}{1+c_0^2}\frac{1}{f_a(c_0)} = h_{c2}(\pi)$, $h_{c2}(\pi, \beta \to 0) = 4\pi - \frac{c_1}{\pi^2}$

Другой предел $\pi \gg 1$, β конечно: $2h_a f_a(c) + E_{sm}(\beta, c) = 2\pi$ и $2h_a\frac{\partial f_a}{\partial c} + \frac{\partial E_{ms}}{\partial c} = 0$

$-\frac{E'_{ms}(\beta, c)}{f'_a(c)} f_a(c) + E_{ms}(\beta, c) = 2\pi$, т.е. $c_m = c_m(\beta)$ не зависит от h_a, $\Rightarrow h_{c2} = h_{c2}(\beta)$.

Посмотрим на обзор. Fig. $h_{c1}(\beta)$, $h_{c2}(\beta)$ и $-h_a^*(\beta)$ для достаточно большого R (много обменных энергий, $R \ge 100$ нм). Видно, R нельзя $E_V < E_S$ и E_V будет монотонно с E_{SD}.

(25/I) Сделаем $R = 100, 150, 250$ nm и $\beta = 0{,}03, 0{,}06, \ldots 0{,}30$. $h_{c2}(\beta)$ и/или $\beta = 0.2 - 0.3$ MathCad не считает, или считает неверно. Для $R = 100, 150$ nm граница цикла сильно limit'ая value of h_{c2} при зад. β. Для $R = 250$ nm $\beta = 0{,}18 - 0{,}30$ не считается. Поэтому Дмитрий Алексей // Ищем, что MCad неверно считает $C_m(h_a, \beta)$ при малых C_m (больших h_a) и отн. больших $\beta = 0{,}2 - 0{,}3$.

β	0,18	0,21	0,24	0,27	0,30
h_{c2}	11,54	11,38	11,22	11,05	10,89
C_m	0,092	0,092	0,092	0,093	0,093

для $R = 250$ nm

Видимо нужна Дмитрию MCad сделать $C_m \sim 0{,}09$, и h_{c2} – аккуратно $E_B(c)$.

$C_m(h_a, 250\text{nm}, 0{,}30) = 0$ при $h_a \approx 11{,}6$, т.е. больше h_{c2}.

// Можно посчитать $h_{c3}(R, \beta)$ как границу существования Sk-state при больших h_a. Но $E_B(c)$ вблизи $c = 0$ и разложить по c^2 можно (опять II). Тогда можно определить из условия $C_m(h_a, R, \beta) = 0$.

При $h_a > h_{c2}(R, \beta)$ skyrmion metastable, SD 1-stable ($h_a = h_{c3}$) и $h_a > h_{c2}(R, \beta)$.

(26/I) E-mail to Juan Marco об основном service for Bankia. Напечатать Fig. $h_a(\beta)$ для Skyrmion stab.-paper. Лит.-обзор Static Skyrmions in films and dots. Обсудить. Ess. damping paper с Ока. Посмотр. Refs. Finazzi PRL '2013 и прочитать их eqs.

(27/I) Разбор papers A.B. Butenko et al. PRB 80, 134410 (2009) и N.S. Kiselev - J. Phys. D'2011 о modes (Butenko) и Skyrmion (Kiselev, ∞-film) Stability при наличии DMI.

M. Finazzi – M. Ezawa, PRL 110, 177205 (2013). Skyrmion size

TbFeCo-film с PMA. Трансл.-симм. и Oersted bubble-Skyrmion с $R_c \approx 0{,}5\,\mu$m – $m_z(R_c) = 0$.

Trial function $m_z(r) = 1 - 2e^{-r^2/R_1^2}$, R_1 – skyrmion radius ($R_1 \approx 200$ nm).

Suppl. inform. дает $\xi = \sqrt{A/K_1}$ – DW width, $\Gamma = Aa$, a – lattice period.

$$\mathcal{H}_{dip} = \frac{\Omega}{4\pi}\int d^2\vec{r}\int d^2\vec{r}'\left[\frac{\vec{n}(\vec{r})\cdot\vec{n}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} - \ldots\right], \quad E_{dip} = \frac{1}{2}\sum_{i,j}\frac{\vec{\mu}_i\vec{\mu}_j}{r_{ij}^3} = \frac{1}{2}M^2\int\frac{d^2\vec{r}}{a^2}\frac{\vec{n}\cdot\vec{n}'}{r^3}\int\frac{d^2\vec{r}'}{a^2}$$

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2}\frac{M^2}{a^4}; \quad \Omega = 2\pi\left(\frac{M_S a^3}{a^4}\right)^2 = 2\pi M_S^2 a^2, \quad [\Omega] = \text{erg/cm}.$$

$$R_1 = 1{,}6\,\frac{\Omega}{\pi\Gamma\frac{3}{2} - 2\frac{\Omega}{d_f}} = \left|\begin{array}{l} d_f = L - \text{film thickness} \\ \Gamma/2\cdot 3^2 = K_1 a \end{array}\right| = \frac{2\pi M_S^2 a^2 \cdot 1{,}6}{2\pi K_1 a - \frac{2}{L}2\pi M_S^2 a^2} =$$

$$= \frac{1{,}6\cdot a}{K_1/M_S^2 - \frac{2a}{L}} = \left|\frac{a}{L} = \frac{0{,}3\,\text{nm}}{20\,\text{nm}} = 1{,}5\cdot 10^{-2}\right| \approx 1{,}6a\cdot\frac{M_S^2}{K_1}, \text{ если } K_1 \gg M_S^2. \quad (M_S = 56\,G,\ \xi = 25\,\text{nm})$$

Finazzi все оценивает в Γ, Ω, ξ из Ezawa PRL '2010. $K_1 = \frac{\Gamma}{2a\xi^2} = \frac{3{,}5\cdot 10^{-20}\,J}{2\cdot 0{,}3\cdot(25)^3\,\text{nm}^3} =$

$$= \frac{3{,}5\cdot 10^{-20}\cdot 10^{27}}{0{,}6\cdot(25)^2}\,\frac{J}{m^3} = 9{,}3\cdot 10^{-3}\cdot 10^7\,\frac{J}{m^3} = 9{,}3\cdot 10^4\,\frac{J}{m^3} = 9{,}3\cdot 10^5\,\text{erg/cm}^3 - \text{верно}$$

$$\frac{K_1}{M_S^2} = \frac{9{,}3\cdot 10^5\,\text{erg/cm}^3}{(56)^2\,G^2} = 3{,}0\cdot 10^{-3}\,10^5 = 3\cdot 10^2\ (!) \Rightarrow R_1 = 1{,}6\cdot\frac{0{,}3\,\text{nm}}{300} \approx 0,$$

Откуда у Finazzi $R_1 \approx 200$ nm?

$$R_1 = 1{,}6\cdot\frac{40\,L}{\pi\frac{\Gamma}{\xi^2}\frac{L}{\Omega} - 2}\cdot\frac{\Gamma}{\xi^2}\frac{L}{\Omega} = \frac{3{,}5\cdot 10^{-20}\,J}{(25)^2\,\text{nm}^2}\,\frac{20\,\text{nm}}{1{,}6\cdot 10^{-12}\,\frac{J}{m}} = \frac{3{,}5\cdot 20}{(25)^2\,1{,}6}\,10^{-20}\,10^{12}\,10^9 =$$

$$= 0{,}07\cdot 10 = 0{,}70$$

или $\frac{\Gamma L}{\xi^2\Omega} = \pi\cdot 0{,}70 \approx 2{,}2$ (!)

$$R_1 = 1{,}6\,\frac{20\,\text{nm}}{2{,}2 - 2} \approx 1{,}6\cdot 100 \approx 160\,\text{nm}.$$

Мое $\Omega = 2\pi M_S^2 a^2 = 6\cdot 3{,}2\cdot 10^3\,(0{,}3)^2\,\text{nm}^2\,G^2 = 6\cdot 3{,}2\cdot 9\cdot 10^{-2}\cdot 10^3\cdot 10^{-14}\,\text{cm}^2 G^2 =$

(если $M_S = 56\,G$) $= 1{,}7\cdot 10^2\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-11}\,\text{erg/cm} = 1{,}7\cdot 10^{-11}\,10^{-7}\,\frac{J}{10^{-2}\,m} = 1{,}7\cdot 10^{-16}\,J/m$

Знаки не сходятся с Ω (Finazzi) $= 1{,}6\cdot 10^{-12}\,J/m$.

Разница на множитель 10^4. Видимо $M_S = 560\,G$, а не $56\,G$, M_S^2 будет $\delta 10^2$ больше.

Почему бы Finazzi не написать K_1, M_S явно? Не считает.

Anyway R_1 (Finazzi PRL '13) $\sim \frac{a}{(h_a - h_m^{eff})}$, $h_a = 2K_1/M_S^2$, $h_m^{eff} \sim \left(\frac{a}{L}\right)$.

$R_1(h_a)$ падает с ростом h_a.

У меня R_c | ‾‾‾ h_a тоже падает с ростом h_a, $R_c(h_a)$ функция.

Derrick – Hobart theorem [J Math Phys 5, 1252 (1964)] дает грубую оценку энергии skyrmion stabilization $2E_A \sim E_D$, $2K_1 \simeq 2\pi M_S^2$, $h_a \approx 2\pi$.

Это выполняется при $\beta \ll 1$, где $h_a \leq 4\pi$.

$E_A \sim \int d^2\vec{r}$, $E_m \sim \int d^2\vec{r}\,d^2\vec{r}'\frac{1}{r^3}$. При $\vec{r} \to \vec{r}' = \gamma\vec{r}$, $E_A \to \int d^2\vec{r}' = \frac{1}{\gamma^2}E_A'$, $E_m \to \frac{1}{\gamma}E_m'$.

$E_{tot}(\xi^2) = E_{ex} + E_a + E_m + E_H$, $E'_{tot}(\xi^2) = E_{ex}' + \frac{1}{y^2}E_a' + \frac{1}{y}E_m' + \frac{1}{y^2}E_H'$ Derrick-Hobart th.

$\frac{\partial E'_{tot}}{\partial y} = -\frac{2}{y^3}(E_a' + E_H') - \frac{1}{y^2}E_m' = 0$, $Min\ y = 2\frac{(E_a' + E_H')}{|E_m'|} = 1$,

если $E_m' = -|E_m'| < 0$. Zero pagn magn.-energy density $\Delta y g e r < 0$?

К чему же сводится (A,L) не 2D, а 3D-case. Го (для плоской пленки) $\int_R^\infty \frac{dg}{dR}|_{dR}$ будет с конечными пределами, что исключает критические флуктуации Derrick-Hobart theorem, т.к. $\xi^2 + \chi^2$ и λ теперь в пределах пленки. $\int_R^\infty dg(l)$ см. Kaminski J Phys-A-2006

Если $R \to \infty$, то film of finite thickness, то т.е. на Derrick-H. теорема не дает т.к. при $R \to \infty$, $\beta \to 0$, остается $W_m(\Theta) = 2\pi \cos^2\Theta$ благодаря к анизотропии.

M.Ezawa' PRL'2010 (105, 197202) исходя из Gind Skyrmion in ∞ film $H = \frac{1}{2}\Gamma\int d^2x\left[(\partial_\alpha \vec{n})^2 - \xi^{-2}n_z^2\right] + H_{dip}$

$H_{dip} = \frac{\Omega}{4\pi}\int d^2x \int d^2x' \left[\frac{\vec{n}\cdot\vec{n}'}{|r-r'|^3} - 3(\dots)\right]$, $\Gamma = \frac{1}{2}z S^2 J$ (J-exch.int), $\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{N\mu^2}{a^4}$,

$\mu = g\mu_B S$, a - lattice period, N - number of the layers (in ∞-film along the thickness).

Torga Skyrmion radius Finazzi-2013 $R_1 = \frac{1.6\,L}{\pi\frac{\Gamma}{\xi^2}\frac{L}{\Omega} - 2}$. $\frac{\Gamma}{\xi^2}\frac{L}{\Omega} = \frac{1}{\xi^2}\frac{1}{2}z S^2 J L a^4 \Big/ \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) N\mu^2 \cdot 4\pi$

Для simple cubic lattice, $z=6$, $L = Na$ и CGS $\mu_0/4\pi = 1$ (надо $\Gamma = 3.5\cdot10^{-20}$ J), а не J как у Finazzi.

$\pi\frac{\Gamma}{\xi^2}\frac{L}{\Omega} = \frac{3}{4}\frac{1}{\xi^2}\frac{Ja^5}{(g\mu_B)^2} = |g=2| = \frac{3}{16}\frac{1}{\xi^2}\frac{Ja^5}{\mu_B^2} = \frac{3}{16}\frac{3.5\cdot10^{-20}\,J\cdot(0.3\,nm)^5}{\xi^2\left[9.3\cdot10^{-21}\frac{erg}{G}\right]^2} = |\xi=25\,nm| =$

$= \frac{3}{16}\frac{3.5\cdot10^{-20}\cdot10^{7}erg\cdot3^5\cdot10^{-40}cm^5G^2}{(2.5)^2 10^{-14}cm^2\cdot10^2\cdot(9.3)^2\cdot10^{-42}erg^2} = \frac{3}{16}\frac{3.5\cdot3^5\cdot10^{-53}}{(2.5\cdot9.3)^2\cdot10^{-54}} = 0.297\cdot10 = 2.97$ (!)

или $R_1 = 1.6\frac{L}{2.97-2} = \frac{1.6\cdot20\,nm}{0.97} \simeq 1.7\cdot20\,nm = 34\,nm$, никак не 200 nm - Finazzi'.

В работе Finazzi'13 $\pi\frac{\Gamma L}{\xi^2\Omega} = 2.2$ и $R_1 \approx 200$ nm. Объяснение, если $g_{TBFC_0} > 2$, тогда $\left(\frac{\pi\Gamma L}{\xi^2\Omega}\right)_{max}\cdot\frac{1}{(g/2)^2}$, что при $g=2.3$ и дает $\frac{\pi\Gamma L}{\xi^2\Omega} \simeq 2.2$ как у Finazzi' PRL'13.

Ezawa исходя, ansatz $(m_z(r) = th\left[\frac{R}{\xi}\ln\frac{r}{R}\right]$ to describe bubble domain / Skyrmion. При $r \approx R$, $m_z(r) = th\left(\frac{r-R}{\xi}\right)$. $\xi = \sqrt{\frac{A}{K_1}}$, $m_z(0) = -1$, $m_z(\infty) = +1$

Finazzi - ansatz $m_z(r) = 1 - 2e^{-r^2/R_1^2}$.

Ezawa Skyrmion is stable при $H_z < H_S$ (190 degree TBFC$_0$), $R_{min} \simeq 0.7\,\mu m$. $E_S(R, H_z)$ имеет один min при $R = R_S(H_z)$. $R_S(H_z)$ падает до H_S, H_z

У ячейки Skyrmion stable больше до $h_a \le h_{c3}$, но $E_S(c)$ имеет два min, Sk и SD. У ячейки $R_c(h_a)$, т.к. $H_z(R_{SD}) = 0$. Ezawa-ansatz не допускает $R_S = 0$, где должен быть 2-ой min $E(R)$, тем и плох. Но $R_S(H_z)$ аналогична кривой $R_c(h_a)$.

$R_{min} = R_S(h_S)$, Sk stable при $h < \frac{2}{e^2}h_S$ и metastable $\frac{2}{e^2}h_S < h < h_S$.

Видно, что Sk-energy и radius R_S определяются не только H_z но $\xi = \sqrt{A/K_1}$ (l_a) и dip.-dip. interaction. Наличие DMI несущественно (!)

N.S. Kiselev - comment PRL'и зря говорит. Это results Ezawa'10 не wrong, просто это не Skyrmion по Kiselev-Bogdanov терминологии, а Bubble domain. Kiselev-Bogdanov необоснованно считают, что true Skyrmions это small-R_S только. Зачем. Small-R_S Skyrmions собственно будут DMI, а bubbles за счет W_m, W_A, W_H - механизмы разные (приводят к разным $R_S, R_B \sim 0.1 - 1\,\mu m$) т.к. они ограничены in-plane dot size. Dot-Skyrmions stabilized за счет W_H, W_m. У ячейки bubble-Skyrmions без DMI, но малого $R_c \le \frac{1}{2}R_{dot} \simeq (100-50\,nm)/2$, Разные true-DMI (small R_S) Skyrmions; имеют конкурс, больше (DW в узкие и $R_B \gg R_S$). Если $R_B \simeq \delta$ (размер DW) и R_B мало (как в dot), то и это конкурс больше различие между DMI small-R_S - bubble-Skyrmions неразличимы.

(28/I) Revision eff. damping paper + обсуждение с Олегом Тчернышовым. Получено разрешение от 2 из speakers to RTNSA, уже можно не ждать ответа Андерса (awards). Пост-докторант и $D \sim J_{sd}^2$ (s-d integral). Ждём ответа Дана (если придёт) $J_{sd} = 1.5$ eV и $J_{dd} = 0.1$ eV (не 10). Надо $J_{dd} \ll J_{sd}$. Тогда $D \ll H_a$. Тогда можно $H_a \sim 0.3$ T. Посчитать $h_{cr}(R, L/R)$, $h_{cr}(R, L/R)$, $h_c^2(R, L/R)$ от R 100 – 250 нм для $L = 10$ нм и $L = 30$ нм. Для $L = 30$ нм h_{cr} очень сильно зависит и это следует из $h_c(R, \beta = \text{const})$. В расчёте $R = 150$, $L = 30$, $\beta = 0.21$ (const) даёт $h_{cr} = 11.00$, а h_{cr} ($L = 30$ нм const) $= 12.00$ при $\beta = 30/150 = 0.2$. $h_{cr}(R = 250, \beta = 0.12) = 11.84$, а $h_{cr}(250$ нм, $\beta = 0.12) = 12.05$. $h_{cr}(R)$ для $L = 30$ нм – небольшой, уменьшается $C_{sm}(R)$ из-за $S_{eff}(R)$.

(29/I) Посчитать Figs $h_c(R)$ для Skyrmion MPD paper. Зделать Dropbox folder.
1) обсудить Sk-Skyrmion – Schütte, Rößler, MPD + Sk-Sky'mion Jacobsen, Pascoe Rzawa, Bogdanov'11 и Finazzi-Rossi'13 на дефл. и DMI Sky'mions, нет Weigand
2) решить, Олег. нужен ли Mathematica-file для расчёта Sky'mion + Vortex energy как исходные state в MuMax3, или достаточно Sky'mion-analytic (paper + eqs) для Sky'mion-Sk' to Oleg'a, чтобы он сделал GD/PE MLS с Ostler, upon my meeting с Ostler + в начале March; 3) Сходить в Oxford в пресс-центр Sky'mion Nature paper SW, купить ланч-программу SW, там обязательно несколько человек Andrei Bauer (photographer SW), Tom (организация мероприятия) и Veronica дают credit cards „Bankia" и сделать transfer 1500 € Santander → „Bankia" Also. paper MathCad Sk-radius и Sk energy vs. H_a. Test mumax 3: есть исходное SD, Sky'mion + Vortex $M(x)$ configurations. h_{cr} (250 nm) $= 12.05$. Посчитать C_{sm} (250, $\beta = 0.1$) при $h_a = 12.0$ и 12.5 (T.m. Bonfim)

(30/I) Посчитать Fig. $R_c(h_a)$ для Sky'mion paper – написать paper draft и начало Le Оксана 4. Получил от Awad slides of skyrmion-droplet dynamics by sp-current.

(31/I) Написание Sky'mion – MPD paper, с А. в „Envoi" текста, сделать в начале.

(1/II) Sky'mion-MPD для IEEE Mag Lett. Посчитать $E_s, E_v(h_a)$ и $C_{sm}(h_a, R, L)$.
Сделать в работе: 1) Vortex-mass-Nakarai; 2) Sky'mion MPD – Mag-lett; 3) Vortex-Sky'mion 4) Eff.-vortex damping – PRL; 5) NL-STO PRB?; 6) Gyrofield – Guslidis? Jonas!
Abstracts to ICM – Barcelona: Sky'mion-MPD и еще один – Vortex chaotic dyn?

(2/II) Написание Sky'mion-stab. paper, прочел papers by Montagis, Komineas, et al. PRB 2005-07 no simulations in Sky'mion + Bubbles in anisotropic (K_1) hosts. Bankia'' за написание на $ дает мне 6,000 $ час из US-ой Bank. Оформить RTNSA. Sinusoidal Sk dynamics Awad
(3/II) Звонок to A. Awad (Sweden): обсуждение written Mathematica 3 – simulations of Sky'mion breathing modes in dots (cf. Kyoto, S.V. Kim PRB 2014). Надо переписать скрипт Олега. Прочел Komineas – Papanicolaou PRB-2005-2007: simulations, аналитика нет.

(4/II) Нет ответа от 4000 € gone за Dec.-Dec 2014. Получил UGA + Grenoble Sky'mion MRC project. Прочел Johnson, Gro Kristoffer Sky'mion papers. Написание Sk-paper. Skype-call to G. Heller, на RTNSA он не будет, Talk будет. Serga, Masha Sky'mion – draft.

(5/II) Написание Sky'mion – Stability paper. Беседа с Julian of RTNSA
Прочел про B Kiselev JPhD'2011 при $D = 0$, $H_z = 0$ Sky'mion (или Bubble) стабилен или metastable. Про неоднородное – Thiele 1970 о стабильности Bubble и он функ of finite thickness. Получено $D \neq 0$, $H_z = 0$ Thiele MPD Kiselev'2011 неверно.

	∞-film	particle, dot
$D = 0$	Thiele, Sk stable при $H_z > 0$, всех H_a	Johnson, $H_a \neq 0$, Sky'mion stable при $H_z > 0$ / Komin MS, $H_z = 0$, но $H_a \neq 0$
	Abanov'PRL, Rzawa Sk stable $H_z > 0$ H_a	
$D \neq 0$	Kiselev' Sk stable; same при $H_z = 0$	Thiaville – Sk stable при $D > D_c$, V-Sk transition vs. D – ?

Т.е. Sky'mions стабилизируются By $D \neq 0$. Если $D = 0$, то даже их stabilization in ∞-films надо $H_a \neq 0$, $H_z \neq 0$, а в finite particles достаточно $H_z \neq 0$ ($H_a = 0$) или $H_a \neq 0$ ($H_z = 0$). Если необходимо условие $D = 0$, $H_z = 0$, то в dots Sk стабилизируется за счет $H_a \neq 0$ $H_a > H_{a1}$ или за счет $(\nabla \vec{M})^2$ – exchange – это в dot не исследовалось.
//Bubble – calculations Thiele 1970 и др. – дано изотропное (thin domain wall (δ): $\delta \ll R_{Bub}$, $\delta \ll L$ – Rozsony Makhfudz PRL'2012 – см. на Thiele'70, очень похоже. Но сейчас $A > 1$, (см. Bubble)

Escaneado con CamScanner

unaxe stability of bubble domain на основе ∞-film пе имеет смысла.
Ведь $m_z = 1$ ∞-film stable только для $Q = K_u/2\pi M_s^2 > 1$. Kiselev '2011 - MPD с DMI тоже имеет смысл при $Q > 1$. Для dot $H_c(SD)/M_s < 4\pi$ - граница стабильности L SD state ниже $4\pi M_s$ ($Q < 1$) за счет dot magnetostatics. См. B.F. Барьяхтар et al. ЧМД и их реш."

// У Thiele'70 и Makhfudz'2012 использ. модель энергии DW-CMD $\delta = 4\sqrt{AK_u}$, Это dots недопустимо, т.к. $\delta_{DW} \sim R_B \sim R$ и DW не есть thin по сравнению с dot sizes
См. M. Mochizuki et al., Nat. Mat. 2014 „Coupled magnon-skyrmion dynamics"

// M. Mostovoy, Skyrmions, talk 2014. Gauge field $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \mathcal{H}\psi$, $\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - J\vec{s}\cdot\vec{n}$ s-d topol. field
$\vec{n}(\vec{r},t)$ - local magnetization. $|\psi\rangle = \chi(\vec{n})$ при $(\vec{s}\cdot\vec{n})|\vec{n}\rangle = \vec{n}|\vec{n}\rangle$ spec. case

$i\hbar\frac{\partial\chi}{\partial t} = \mathcal{H}'\chi$, $\mathcal{H}' = -ea_0 + \frac{1}{2m}\left(-i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\vec{a}\right)^2 - J + \frac{\hbar^2}{8m}\partial_i\vec{n}\cdot\partial_i\vec{n}$

$a_\mu = (a_0, \vec{a})$ - gauge potential, $a_0 = \frac{i\hbar}{e}\langle\vec{n}|\frac{\partial}{\partial t}|\vec{n}\rangle$, $\vec{a} = -\frac{i\hbar c}{e}\langle\vec{n}|\nabla|\vec{n}\rangle$

$i\hbar\frac{\partial\chi}{\partial t} = -ea_0\chi + \ldots = -i\hbar\langle\vec{n}|\frac{\partial}{\partial t}|\vec{n}\rangle\chi$, $\frac{\partial}{\partial t} \to \frac{\partial}{\partial t} + \langle\vec{n}|\frac{\partial}{\partial t}|\vec{n}\rangle = \frac{D}{Dt}$

$\vec{p} = -i\hbar\nabla \to \vec{\Pi} = -i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\vec{a} = -i\hbar\left[\nabla + \langle\vec{n}|\nabla|\vec{n}\rangle\right]$, $\nabla = \frac{\partial}{\partial\vec{x}} \to \frac{D}{D\vec{x}} = \frac{\partial}{\partial\vec{x}} + \langle\vec{n}|\frac{\partial}{\partial\vec{x}}|\vec{n}\rangle$
- covariant derivatives.

Gauge electric ($\vec{e}$) and magnetic ($\vec{b}$) fields $\begin{cases} e_i = -\partial_i a_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial a_i}{\partial t} = \frac{\hbar}{2e}\vec{n}\cdot\left(\partial_i\vec{n}\times\frac{\partial\vec{n}}{\partial t}\right) \\ b_i = (\nabla\times\vec{a})_i = \frac{\hbar c}{4e}\varepsilon_{ijk}\vec{n}\cdot\left(\partial_j\vec{n}\times\partial_k\vec{n}\right) \end{cases}$

2D-topol. charge $Q = \frac{1}{4\pi}\int d^2\vec{x}\,\vec{n}\cdot(\partial_x\vec{n}\times\partial_y\vec{n}) = \pm 1$.

$Q = \frac{1}{\Phi_0}\int d^2\vec{x}\, b_z = \Phi/\Phi_0$, $\Phi_0 = (hc/e)$ - flux quanta

На электрон с топол. полем действует топол. force $\vec{F}_{top} = -e\vec{e} - \frac{e}{c}(\vec{v}\times\vec{b})$
Если $\vec{v} = (v_x, 0)$, то $F^y_{top} = \frac{e}{c}v_x b_z$ → появл. voltage in y direction — topological Hall effect.

// Изв. $e^{i\alpha(\vec{n}\cdot\vec{\sigma})} = I\cos\alpha + i(\vec{n}\cdot\vec{\sigma})\sin\alpha$, где $|\vec{n}| = 1$, $\alpha = |\vec{N}|$, $\vec{N} = \alpha\vec{n}$.

$U = e^{-i\frac{\theta}{2}\vec{s}\cdot\vec{n}} = I\cos\frac{\theta}{2} - i(\vec{n}\cdot\vec{\sigma})\sin\frac{\theta}{2}$, $\vec{n} = \hat{z}\times\vec{m}/|\hat{z}\times\vec{m}|$ — вращение к оси квант. $\hat{z} \parallel \vec{m}$.

(6/II) Submitted Skyrmion stability paper to IEEE Magn Lett. и послал де Гроту для параметров нанотрубок. Samples for B-FMR.
(7/II) Начитовал и Subm. Abstract по Sky'm. stability на Nanodot Sec., ICM Barcelona. E-mail во Зуэра / А. Звездин talk.
(8/II) Revised и посл. Окс. ФНТ - eff. damping paper. Ананду invited RTNSA. Letters to E. Тамошаю.
(9/II) Обсудил с Julian: RTNSA - Abstracts и Inv. talks, он в Кембридже
использ. по grant travel money до Dec 2015, нужно ли для Ai-Ping - узнать.
Переписка с Окс. Чудинов - Visit Madrid - March 3-6. Reserved - Hotel in Madrid.
Также Барьяхтар. ЧМД - 1988. Запрос говорил ANEP, активация MEC-grant.
Рец. Back-Vortex PRB subm. paper. Bubble - skyrmion
(10/II) Корр. и послал RTNSA inv. letters to U. Oros (Sto) и U. Nowak (Theory)
Корр. и subm. ICM-abstract по Vortex dot clusters (Sec. 3-10 vort. у skyrmions)
Обзор и перед Bubble domain papers 1969-1980 по ссылкам Барьяхтар - 1988, ЧМД
написал и начал корр. отзыв на paper Gangwar-Back, PRB, по эл. доставку vortex TM.
(11/II) Переписка RTNSA: Тарасов, Звездин, Diany, Skype - Serge. Чтение Bubble domain papers
Красивая paper Thiele - 1969 - bubble domain statics, но приближ. прибл. конф.
- ansatz infinitely thin DW ∞-film, уравнение для skyrmion radius r_0 as function of film thickness, DW energy σ_w и
In thin DW limit, решил m_z DW
описывается только ее энергией, σ_w. $\delta = 4\sqrt{AK_u}$, напомнил → Makhfudz PRL'12.
→ Послать: •1) уравн. DMI и/или H_z в ∞-пленке (check Kiselev '2011), задачи in circular dot
Skyrmion •2) колебания формы bubble in ∞-film; •3) колебания формы bubble in dot
Отличие от ansatz-Thiele в ∞-пленке, заключ. что на skyrmion ansatz,
и добавим в расчет H_z и DMI. Skyrmion in ∞-film
Сом. 4/II 2014 надо сделать для ∞-film $\Delta W_m(\theta) = W_m(\theta) - W_m(\theta=0)$ dip. energy ⊥ SD film.

$\Delta W_m(\theta) = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^\infty ds\, s \int_0^\infty ds'\, s'\, g(s,s')\left[m_z(s)m_z(s') - 1\right]$, $x_0 = \sqrt{\frac{A}{K}}$, $s = r/x_0$, x_0 - корень в мало-к - корн. с dot

Escaneado con CamScanner

$\zeta(s,s') = \int_0^\infty dk\,[1-e^{-k\ell}]\,J_0(ks)J_0(ks')$ $\quad \ell = L/x_0$. $\quad g_{zz}(r,r') = -\frac{4\pi}{L}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-kL}]\,J_0(\bar{k}\bar{r})J_0(\bar{k}\bar{r}')$

$g_{zz}(r,r') = -4\pi\frac{1}{\ell x_0}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-k\ell x_0}]\,J_0(k s x_0)J_0(k s' x_0)$, $\quad h_z(r) = \int_0^R dr' r'\, g_{zz}(rr')\,m_z(r')$, $g_{zz} = -\frac{4\pi}{L}\delta(r-r')$

$k = \bar{k}x_0$, $s = r/x_0$, $g_{zz}(ss') = -\frac{4\pi}{\ell}\frac{1}{x_0^2}\int_0^\infty dk\,[1-e^{-k\ell}]\,J_0(ks)J_0(ks') = -\frac{4\pi}{\ell x_0^2}\zeta(s,s')$.

Для ∞ film, $R\to\infty$ .. $h_z(s) = x_0^2\int_0^\infty ds' s'\, g_{zz}(ss')\,m_z(s') = -\frac{4\pi}{\ell}\int_0^\infty ds' s'\,\zeta(ss')\,m_z(s')$

$W_m[\Theta(s)] = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^\infty ds\, s\int_0^\infty ds' s'\,\zeta(ss')\,m_z(s)m_z(s')$, $m_z(s) = \cos\Theta(s)$, $x_0 = \sqrt{A/K}$ – exch. length.

При $\ell\to 0$, $\zeta(ss') = \frac{1}{s}\delta(s-s')$, $W_m(\Theta) \underset{\ell\to 0}{=} 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^\infty ds\, s\int_0^\infty ds' s'\,\frac{1}{s}\delta(s-s')\,m_z(s)m_z(s') = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \ell\int_0^\infty ds\, s\, m_z^2(s) =$

$= 4\pi^2 M_s^2 L\int_0^R dz\, z\, m_z^2(z) \to 4\pi^2 M_s^2 L\int_0^R dz\, z\, m_z^2(z) \to |m_z(z) = \cos\Theta| = 2\pi^2 M_s^2 L R^2\, m_z^2 = 2\pi M_s^2 V m_z^2$ – формула чрезвычайно

Sky-rmion Ansatz $m_z(r) = \frac{R_c^2 - r^2}{R_c^2 + r^2}$, $m_z(s) = \frac{c^2 - s^2}{c^2 + s^2}$, где $c = R_c/x_0$, $s = r/x_0$.

$W_m(\Theta) = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^\infty ds\, s\int_0^\infty ds' s'\, m_z(s)m_z(s')\int dk\,[1-e^{-k\ell}]\,J_0(ks)J_0(ks') = (\cdot)\int dk\,[1-e^{-k\ell}]\,I^2(k)$,

$I(k) = \int_0^\infty ds\, s\, J_0(ks)\,m_z(s)$, $\quad I(k) = \int_0^\infty ds\, s\, J_0(ks)\left(\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}\right)$, нужно $I_n = \int_0^\infty ds\,\frac{s^n}{c^2+s^2}J_0(ks)$.

$E = \int dV\, W(\Theta) = 2\pi L\int ds\, s\, W(\Theta(s)) = 2\pi L\int dz\, z\left[A\left\{(\Theta_z')^2 + \frac{\sin^2\Theta}{r^2}\right\} + K\sin^2\Theta - \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{M} - H_z M_z\right] =$

$= 2\pi A L\int_0^R dz\, z\left[(\Theta_z')^2 + \frac{\sin^2\Theta}{r^2} + \frac{K}{A}\sin^2\Theta + \frac{1}{A}w_D + \frac{1}{A}w_m - \frac{1}{A}H_z M_z\right]$, $\quad z = s x_0 = s\sqrt{\frac{A}{K}}$, $\int dz\, z = x_0^2\int ds\, s$

$E = 2\pi A L\int_0^\infty ds\, s\left[(\Theta_s')^2 + \frac{\sin^2\Theta}{s^2} + \sin^2\Theta + \frac{4x}{\pi}\left(\Theta_s' + \frac{\sin\Theta\cos\Theta}{s}\right) + \frac{x_0^2}{A}w_m - \frac{x_0^2}{A}H_z M_z\right]$ –

– исходя из общего выражения E и обозначения как в Киселёве JThD'2M, где ещё $H_a = 2K/M_s$.

$\tilde{w}_D = D\left[M_x\frac{\partial M_z}{\partial y} - M_y\frac{\partial M_z}{\partial x}\right] = DM_s^2(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m})$, $\frac{\partial m_y}{\partial x} = \frac{\partial m_x}{\partial y}$ в силу аналитичности $w = m_x + i m_y = u + iv$?

Видимо $w_D = D(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m})$, $\frac{x_0^2}{A}D = \frac{A}{K\cdot A}\sqrt{\frac{K}{A}}D = \frac{D}{\sqrt{AK}} = \frac{4x}{\pi}$.

$w_D = D\left(\Theta_z' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right)$

$\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m} = m_x\frac{\partial m_z}{\partial y} - m_y\frac{\partial m_z}{\partial x} + m_z\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y}\right)$, $\vec{m} = (\sin\Theta\cos\Phi,\ \sin\Theta\sin\Phi,\ \cos\Theta)$.

Тогда $m_s + i m_\varphi = \sin\Theta e^{i(\Phi-\varphi)}$ $\quad \Phi = q\varphi + \gamma$, $q = 1$, $\gamma = \pi/2$, $\Phi - \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, $m_s = 0$

$\vec{\nabla}\times\vec{m} = \begin{vmatrix} \hat{s} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ \partial/\partial s & s\,\partial/\partial\varphi & \partial/\partial z \\ m_s & m_\varphi & m_z \end{vmatrix} = \hat{z}\left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial s} - \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi}m_s\right) + \hat{\varphi}\left(\frac{\partial m_s}{\partial z} - \frac{\partial m_z}{\partial s}\right) + \hat{s}\left(\frac{1}{s}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial m_\varphi}{\partial z}\right)$

Если $\vec{m} \neq f(z)$, $(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = m_s\frac{1}{s}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} - m_\varphi\frac{\partial m_z}{\partial s} + m_z\left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial s} - \frac{1}{s}\frac{\partial m_s}{\partial\varphi}\right)$

Для аксиально симметричного $\vec{m}(s) = \vec{m}(s)$: $(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = m_z\frac{\partial m_\varphi}{\partial s} - m_\varphi\frac{\partial m_z}{\partial s} = \cos\Theta\frac{\partial\sin\Theta}{\partial s} -$

$-\sin\Theta\frac{\partial\cos\Theta}{\partial s} = \cos\Theta\cos\Theta\Theta_s' - \sin\Theta(-\sin\Theta)\Theta_s' = \Theta_s'$ – что-то не так?

Нужно $\mathrm{rot}\vec{m}$, тогда $\frac{\partial m_s}{\partial s} \to \frac{1}{s}\frac{\partial(s m_\varphi)}{\partial s}$ в $\hat{z}$-компоненте. $\frac{1}{s}\frac{\partial(s m_\varphi)}{\partial s} = \frac{\partial m_\varphi}{\partial s} + \frac{1}{s}m_\varphi$

$(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = \frac{m_s}{s}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} - m_\varphi\frac{\partial m_z}{\partial s} + m_z\left[\frac{1}{s}m_\varphi + \frac{\partial m_\varphi}{\partial s} - \frac{1}{s}\frac{\partial m_s}{\partial\varphi}\right]$ и для радиальной $\vec{m} = \vec{m}(s)$

$(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = m_z\frac{\partial m_\varphi}{\partial s} - m_\varphi\frac{\partial m_z}{\partial s} + \frac{1}{s}m_z m_\varphi = \Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta(s)$ – получили что стало

DM exch. interaction density $W_D = D(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = D\left[\Theta_z' + \frac{1}{r}\sin\Theta\cos\Theta\right]$, r – по нер. декарт.

$W_m = -\frac{1}{2}\vec{H}\vec{M} = -\frac{1}{2}M_s^2 h_z(s) m_z(s) = \left(-\frac{1}{2}\right)M_s^2\left(-\frac{4\pi}{\ell}\right)\int_0^\infty ds' s'\,\zeta(ss')m_z(s')\cdot m_z(s) =$

$= \frac{1}{\ell}2\pi M_s^2 m_z(s)\int_0^\infty ds' s'\,\zeta(ss')m_z(s')$, $\quad \frac{x_0^2}{A}W_m = \frac{A}{KA}\frac{2\pi M_s^2}{\ell}m_z\int_0^\infty ds' s'(\ldots) = \frac{1}{Q\ell}m_z(s)\int_0^\infty ds' s'\,\zeta(ss')m_z(s')$

$\frac{x_0^2}{A}H_z M_z = \frac{1}{A}\sqrt{\frac{A}{K}}\sqrt{\frac{A}{K}}H_z M_s m_z = \frac{M_s}{K}H_z m_z = 2\frac{H_z}{H_a}m_z$, $H_a = 2K/M_s$. $\quad m_z = \cos\Theta(s)$.

$E[\Theta(s)] = 2\pi A L\int_0^\infty ds\, s\left[(\Theta_s')^2 + \frac{\sin^2\Theta}{s^2} + \frac{4x}{\pi}\left\{\Theta_s' + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta\right\} + \sin^2\Theta - 2\frac{H_z}{H_a}m_z + \frac{m_z(s)}{Q\ell}\int_0^\infty ds' s'\,\zeta(ss')m_z(s')\right]$

$\Delta E[\Theta(s)] = E[\Theta(s)] - E[\Theta = \pi] = 2\pi A L\int_0^\infty ds\, s\left[(\Theta_s')^2 + \frac{\sin^2\Theta}{s^2} + \frac{4x}{\pi}\left\{\Theta_s' + \frac{\sin\Theta\cos\Theta}{s}\right\} + \sin^2\Theta + 2\frac{H_z}{H_a}(1+\cos\Theta) + \right.$

$\left. + \frac{1}{Q}m_z(s)\int_0^\infty\frac{ds' s'}{\ell}\zeta(ss')m_z(s') - \frac{1}{Q}\int_0^\infty\frac{ds' s'}{\ell}\zeta(ss')\right]$

Энергия вихря в ∞ film $\frac{2\pi A L}{Q\ell} = \frac{2\pi A L\cdot 2\pi M_s^2}{K\,L/x_0} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3$, $x_0^2 = \frac{A}{K}$.

Из ур. Ландау, нужно задать $J(s) \equiv \frac{1}{R/x_0}\int_0^{R/x_0} ds' s'\,\zeta(ss') = \int_0^\infty ds'\,\delta(s-s') = \begin{cases} 1, & s\neq 0,\infty \\ 1/2, & s = 0,\infty \end{cases}$, $\frac{R}{x_0}\to\infty$

$J(s) = \Theta(s)$ – тета функция Хевисайда.

Теперь $\Delta W_m(\Theta)$ сразу при конечных R, а затем $R\to\infty$ переходим к ∞-film.

$I(k) = \int_0^{R/x_0} ds\, s\, J_0(ks)\left(\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}\right) = \int_0^\infty ds\, s(\ldots) - \int_{R/x_0}^\infty ds\, s\, J_0(ks)\cos\Theta(s) = (\ldots) + \int_{R/x_0}^\infty ds\, s\, J_0(ks) = (\ldots) +$

$+ \frac{s}{k}J_1(ks)\Big|_{R/x_0}^\infty + \frac{1}{k}\int_{R/x_0}^\infty ds\, J_1(ks) = \frac{1}{k}\underbrace{s_1 J_1(ks_1)}_{\Delta s} + \underbrace{J_1(ks_2)s_2}_{\Delta s}\frac{\Delta s}{k} = \frac{\Delta s}{k}ks\,J_0(ks) = \Delta s\, s\, J_0(ks) \sim \Delta s\,\frac{s^{1/2}}{k^{1/2}}$? разложить по k?

Escaneado con CamScanner

$\Delta W_m(\theta) = \int_0^{R\to\infty} d\rho\rho \int_0^{R\to\infty} d\rho'\rho' \xi(\rho\rho')\left[m_z(\rho)m_z(\rho') - 1\right] = \xi(\ell, c; R)$ надо рассматривать $\lim R\to\infty$

Получается из-за $m_z(\rho) \underset{\rho\to\infty}{\simeq} -1 + 2\frac{c^2}{\rho^2}$ убывает $\sim \frac{1}{\rho^2}$, тогда как $\cos\theta = th\left(\frac{\rho - c}{\ell_0}\right) = -1 + 2e^{-\rho-c/\ell_0}$ убывает $\sim e^{-\rho/\ell_0}$ очень быстро. $\cos\theta(\rho) = -th\left(\frac{\rho-\rho_0}{\ell_0}\right)$ - bubble IW ansatz.

У нас $\theta = \pi(SD)$.

$\lim \cos\theta = \left(\frac{c^2+\rho^2}{c^2+\rho^2}\right)$, $\sin\theta = \frac{2c\rho}{c^2+\rho^2}$, $\theta = 2\,\mathrm{arctg}\frac{\rho}{c}$

$\theta'_\rho = 2\frac{1}{1+\rho^2/c^2}\frac{1}{c}\frac{2c}{\rho^2+c^2}$, $1+\cos\theta = \frac{2c^2}{c^2+\rho^2}$, $\sin^2\theta = \frac{4c^2\rho^2}{(c^2+\rho^2)^2} \sim \frac{1}{\rho^2}$.

И DM1, и W_I и $W_{II} \sim \frac{1}{\rho^2}$ при $\rho\to\infty$, т.е. $\int d\rho\rho \frac{1}{\rho^2} \sim \ln R$ - расходится.

Т.е. skyrmion $m_z(\rho) = \left(\frac{c^2-\rho^2}{c^2+\rho^2}\right)$ слабо локализован, чтобы иметь finite E для ∞-n.t.u. Ansatz не подходит для ∞ - пытался, но пока для dot с finite R.

Можно как у Kiselev 2011 применить simplified ansatz $\theta(\rho) = \frac{\pi}{2}\frac{\rho}{c}$, где, $\theta(\rho) = \pi$, $\rho \neq \theta$

$\cos\theta(\rho) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\rho}{c}\right)$, $\cos\theta(c) = 0$, $c = R_c/\chi_0$ - skyrmion radius

При этом skyrmion energy $E(c)$ сведется к $\Phi(R/L)$ - Eq. (7) Kiselev, сами интегралы и $\tilde{c}(L,Q)$ посчитаем на Eq. 2-Kiselev.

$\tilde{A}(\ell_0 = 0) = \frac{1}{4}\left[1 - \frac{2}{Q}\left(1 - \frac{2}{\pi^2}\right)\right] < 0$ если $Q < 2\left(1 - \frac{2}{\pi^2}\right) \approx 2\left(1 - \frac{2}{9}\right) \approx \frac{14}{9} \approx 1{,}5$.

$\theta = \frac{\pi}{2}\frac{\rho}{c}$ - линейно локализованный Skyrmion малого радиуса $c \sim 1, R_c \sim \chi_0$

Ansatz $\theta(\rho) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}\frac{\rho}{c}, & \rho \le 2c \\ \pi, & \rho > 2c \end{cases}$ способствует нахождению small-Rc Skyrmions, $D \neq 0$ не обязательно.

Kiselev - beg ansatz for static skyrmion

Можно Monchafo'2006 ansatz: $\cos\theta(\rho) = 1/ch(k\rho)$ - подходит для чистых.

Bubble ansatz $\cos\theta(\rho) = -th\left(\frac{\rho-\rho_0}{\ell_0}\right)$ при Sk-radius $\rho_0 \gg \ell_0$

$1 + \cos\theta(\rho) = 1 - th\left(\frac{\rho-\rho_0}{\ell_0}\right) \simeq 1 - \left[1 - 2e^{-2x}\right] \approx 2e^{-2\left(\frac{\rho-\rho_0}{\ell_0}\right)}$

при $(\rho-\rho_0)/\ell_0 \gg 1$, быстро стремится к "0".

Для finite dot можно использовать для trial $\theta(\rho)$: $\theta(0) = 0$, $\alpha\theta'_\rho + \beta\theta\big|_{\rho=R} = 0$ - b.c. при $\rho = R$.

(12/II) переписка по RTNSA-conf. и MagIC-project. Расчеты для Kim-APL-poster 3D и инфо о бурсе в Spain. Kiselev'2011 check

Проверим Kiselev'2011 MPD using ansatz $\theta(\rho) = \begin{cases} \pi/2\cdot\frac{\rho}{c}, & \rho \le 2c \\ \pi, & \rho > 2c \end{cases}$ - lin. ansatz Skyrmion

Считаем $E[\theta(\rho)] = E_{sk}[\theta] - E_{SD}[\theta = \pi]$ от. 11/II.

$\Delta W_m = 4\pi^2 M_s^2 \chi_0^3 \int_0^\infty d\rho\rho \int_0^\infty d\rho'\rho' \xi(\rho,\rho')\left[m_z(\rho)m_z(\rho') - 1\right] = (\dots)\int_0^\infty d\rho \int_0^\infty d\rho' F(\rho,\rho')$,

$\int_0^\infty d\rho \int_0^\infty d\rho' F(\rho\rho') = \left[\int_0^{2c} d\rho + \int_{2c}^\infty d\rho\right]\left[\int_0^{2c} d\rho' + \int_{2c}^\infty d\rho'\right] F(\rho\rho') = \int_0^{2c} d\rho \int_0^{2c} d\rho' F +$

$+ \int_{2c}^\infty d\rho \int_0^{2c} d\rho' F + \int_0^{2c} d\rho \int_{2c}^\infty d\rho' F + \int_{2c}^\infty d\rho \int_{2c}^\infty d\rho' F$, $F(\rho\rho') \sim \left[m_z(\rho)m_z(\rho') - 1\right] = 0$ б (4)

(1) (2) (3) (4) где $\cos\theta = -1$

(2): $F(\rho\rho') = \xi(\rho\rho')\left[-m_z(\rho') - 1\right]$; (3): $F(\rho\rho') = \xi\left[-m_z(\rho) - 1\right]$.

$\Delta W_m(c)/(4\pi^2 M_s^2 \chi_0^3) = \int_0^{2c} d\rho\rho \int_0^{2c} d\rho'\rho' \xi(\rho\rho')\left[m_z(\rho)m_z(\rho') - 1\right] - 2\int_0^{2c} d\rho\rho \int_{2c}^\infty d\rho'\rho' \xi(\rho\rho')\left[m_z(\rho) + 1\right]$

$\bar{J}(\rho) = \int_{2c}^\infty d\rho'\rho' \xi(\rho\rho')$, where $I(k) = \int_0^{2c} d\rho\rho J_0(k\rho) m_z(\rho) = \int_0^{2c} d\rho\rho J_0(k\rho) m_z(\rho) - \int_{2c}^\infty d\rho\rho J_0(k\rho)$

$\int_{2c}^\infty d\rho\rho J_0(k\rho) = \frac{1}{k}\rho J_1(k\rho)\Big|_{2c}^{\infty\to R} = \frac{1}{k}\left[R J_1(kR) - 2c J_1(k2c)\right]$ - расходится.

$\bar{J}(\rho) = \int_{2c}^\infty d\rho'\rho' \xi(\rho\rho') = \int_0^\infty d\rho'\rho' \xi(\rho\rho') - \int_0^{2c} d\rho'\rho' \xi(\rho\rho') = \ell - \int_0^{2c} d\rho'\rho' \int_0^\infty dk\left[1 - e^{-k\ell}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho') =$

$= \ell - \int dk\left[1 - e^{-k\ell}\right] J_0(k\rho) \frac{1}{k}\rho' J_1(k\rho')\Big|_0^{2c} = \ell - 2c\int_0^\infty \frac{dk}{k}\left[1 - e^{-k\ell}\right] J_0(k\rho) J_1(2kc)$

$\Delta\bar{W}_m = \int_0^{2c} d\rho\rho \int_0^{2c} d\rho'\rho' \xi(\rho\rho')\left[m_z(\rho)m_z(\rho') - 1\right] - 2\int_0^{2c} d\rho\rho \bar{J}(\rho)\left[1 + m_z(\rho)\right] = \Delta W_m(c)/(\dots)$.

$m_z(\rho) = \cos\theta(\rho) = \cos\left(\frac{\pi\rho}{2c}\right)$, $\rho \le 2c$. $1 + m_z = 1 + \cos\theta = 2\cos^2\theta/2$

$\int_0^{2c} d\rho\rho \bar{J}(\rho)\cos\theta(\rho) = \int_0^{2c} d\rho\rho\left[\ell - 2c\int_0^\infty \frac{dk}{k}\left[1 - e^{-k\ell}\right] J_0(k\rho) J_1(2kc)\right]\cos\left(\frac{\pi\rho}{2c}\right)$

$\int_0^{2c} d\rho\rho J_0(k\rho)\cos\left(\frac{\pi\rho}{2c}\right)$ - сложный интеграл в пр. р. если можно найт. с $k = \pi/2c$.

$\int_0^{2c} d\rho\rho \bar{J}(\rho) = \int_0^{2c} d\rho\rho\left[\ell - 2c\int_0^\infty \frac{dk}{k}\left(1 - e^{-k\ell}\right) J_0(k\rho) J_1(2kc)\right]$, $\int_0^{2c} d\rho\rho J_0(k\rho) = \frac{1}{k}\rho J_1(k\rho)\Big|_0^{2c} = \frac{2c}{k} J_1(2kc)$

Escaneado con CamScanner

$$\int_0^{2c} dss\,\bar J(s) = 2c\left[cl - 2c\int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc)\right] = 2c^2l\left[1-\frac{2}{l}\int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc)\right]$$

$$\int_0^{2c} ds\,s\cos\left(\frac{\pi s}{2c}\right) = \left|\frac{\pi s}{2c}=x\right| = \left(\frac{2c}{\pi}\right)^2\int_0^{\pi} dx\,x\cos x = \left(\frac{2c}{\pi}\right)^2\left[\cos x + x\sin x\right]_0^{\pi} = -2\left(\frac{2c}{\pi}\right)^2.$$

$$\Delta W_m = \int_0^{2c}dss\int_0^{2c}ds's'\,\xi(ss')\left[m_2(s)m_2(s')-1\right] - 2\Bigg[2c^2l\left\{1-\frac{2}{l}\int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc)\right\} +$$

$$+(-2)l\left(\frac{2c}{\pi}\right)^2 - 2c\int_0^{2c}dss\int\frac{dk}{k}(1-e^{-kl})J_0(ks)J_1(2kc)\cos\left(\frac{\pi s}{2c}\right)\Bigg] = \int_0^{2c}dss\int_0^{2c}ds's'\,\xi(ss')m_2(s)m_2(s') -$$

$$-(2c)^2\int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc) - 4c^2l\left[1-\frac{2}{l}\int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc) - \frac{4}{\pi^2} - \frac{1}{lc}\int_0^{2c}dss\int\frac{dk}{k}(1-e^{-kl})J_0(ks)J_1(2kc)\cos(\cdot)\right] =$$

$$= \int_0^{2c}dss\int_0^{2c}ds's'\,\xi(ss')m_2(s)m_2(s') + 4c^2\int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc) - 4c^2l\left[1-\frac{4}{\pi^2} - \frac{1}{lc}\int_0^{2c}dss\int\frac{dk}{k}(1-e^{-kl})J_0(ks)J_1(2kc)\cos(\cdot)\right]$$

$$\Delta W_m = \int_0^{2c}dss\int_0^{2c}ds's'\,\xi(ss')m_2(s)m_2(s') + 4c^2\int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc) + 4c\int_0^{2c}dss\int\frac{dk}{k}(1-e^{-kl})J_0(ks)J_1(2kc)\cos\left(\frac{\pi s}{2c}\right) -$$

$$-4c^2l\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right);\quad \int_0^{2c}dss\,ds's'\,\xi(ss')m_2(s)m_2(s') = \int_0^{2c}dss\int_0^{2c}ds's'\int dk(1-e^{-kl})J_0(ks)J_0(ks)\cos\left(\frac{\pi s}{2c}\right)\cos\left(\frac{\pi s'}{2c}\right)$$

$$I(k,c) = \int_0^{2c}dss\,J_0(ks)\cos\left(\frac{\pi s}{2c}\right),\quad \int dss\int ds's'\,\xi m_2 m_2 = \int dk(1-e^{-kl})\,I^2(k,c)$$

$s=2cz$, $I(k,c) = 4c^2\int_0^1 dz\,z\,J_0(2ckz)\cos(\pi z)$, $2ck=x$, $\int dss\int ds's'\,\xi m_2 m_2 = \frac{1}{2c}\int dx(1-e^{-x\ell/2c})(4c^2)^2 I^2(x)$

$$I(x) = \int_0^1 dz\,z\,J_0(xz)\cos(\pi z),\quad \int\frac{dk}{k^2}(1-e^{-kl})J_1^2(2kc) = 2c\int\frac{dx}{x^2}(1-e^{-x\ell/2c})J_1^2(x)$$

$$\int_0^{2c}dss\int\frac{dk}{k}(1-e^{-kl})J_0(ks)J_1(2ck)\cos\left(\frac{\pi s}{2c}\right) = (2c)^2\int_0^1 dz\,z\int\frac{dx}{x}(1-e^{-x\ell/2c})J_0(xz)J_1(x)\cos(\pi z)$$

$$\Delta W_m = 8c^3\int dx\left(1-e^{-x\ell/2c}\right)I^2(x) + 8c^3\int\frac{dx}{x^2}(1-e^{-x\ell/2c})J_1^2(x) + 16c^3\int_0^1 dz\,z\int\frac{dx}{x}(1-e^{-x\ell/2c})J_0(xz)J_1(x)\cos(\pi z) -$$

$$-4c^2l(1-4/\pi^2).\quad \text{Вместо } \nu = 2c/l = \frac{2R_c}{x_0}\frac{1}{L/x_0} = \frac{2R_c}{L} \text{ как у Киселёва } (2c/l = R_{Kis}/L \to 2R_c)$$

$$\Delta\Phi_{vis} = \frac{1}{Q}\nu^3 G(\nu),\quad G(\nu) = 2\int_0^1 dx\,x\cos(\pi x)\int_0^1 dy\,y\cos^2\left(\frac{\pi y}{2}\right)\xi(x,y,\nu),\quad \left|\text{мощ } \Delta W_m\cdot\frac{1}{Ql}\text{ даёт } (2\pi AL)\text{ единиц.}\right|$$

$$\xi(x,y,\nu) = \int_0^\infty dx\,J_0(\pi x)J_0(yx)\left[1-e^{-\nu x}\right],\ \nu^3 G(\nu) \text{ получено совм. с мощ. } \Delta W_m(\nu).$$

Kis. $\nu^3 G(\nu) = 2\nu^3\int_0^1 dz\,z\cos(\pi z)\int_0^1 dz'z'\cos^2\left(\frac{\pi z}{2}\right)\xi(z,z',\nu) = \nu^3\int_0^1 dz\,z\cos(\pi z)\int_0^1 dz'z'\left[1+\cos(\pi z')\right]\times$

$$\times\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\nu x}\right]J_0(zx)J_0(z'x) = \nu^3\int_0^1 dz\,z\cos(\pi z)\left(\int_0^1 dz'z'\cos(\pi z')\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\nu x}\right]J_0(xz)J_0(xz') +$$

$$+\nu^3\int_0^1 dz\,z\cos(\pi z)\int_0^1 dz'z'\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\nu x}\right]J_0(xz)J_0(xz') = \nu^3\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\nu x}\right]I^2(x) +$$

$$+\nu^3\int_0^1 dz\,z\cos(\pi z)\int_0^\infty\frac{dx}{x}\left[1-e^{-\nu x}\right]J_0(xz)J_1(x).\quad \text{Мы } 2c=\nu l,\ \nu=R_K/l,\ 2c=R_K/x_0.$$

$$\to \Delta W_m(\nu) = \nu^3 l^3\int dx\left(1-e^{-x/\nu}\right)I^2(x) + 2\nu^3 l^3\int_0^1 dz\,z\int\frac{dx}{x}(1-e^{-x/\nu})J_0(xz)J_1(x)\cos(\pi z) +$$

$$+\nu^3 l^3\int\frac{dx}{x^2}(1-e^{-x/\nu})J_1^2(x) - \nu^2 l^3(1-4/\pi^2).\ \text{Видно, что у меня } e^{-x/\nu},\ \text{у Киселёва } e^{-x\nu}\ \to 0 \text{ нельзя.}$$

Итак $\Delta W_m(\nu) = l^3\nu^3 G(\nu)$, множ. l^3. Видно что-то у меня в $\Delta W_m(\nu)$ есть общее. (Кис. ошибка в JPhD'11)

сначала $\nu^3 l^3\left[\int_0^1 dz\,z\int\frac{dx}{x}(1-e^{-x/\nu})J_0(xz)J_1(x)\cos(\pi z) + \int\frac{dx}{x^2}(1-e^{-x/\nu})J_1^2(x)\right] =$

$$= \nu^3 l^3\int_0^1 dz\,z\int\frac{dx}{x}(1-e^{-x/\nu})J_0(xz)J_1(x)\left[1+\cos(\pi z)\right].\ \Delta W_m(\nu) = \nu^3(\dots) - \nu^2 l^3(1-\tfrac{4}{\pi^2})$$

у Киселёва $2\pi AL\,\nu^2(\dots)$ магнитост. член ν^2 : $\frac{2\nu^2}{Q}(1-2/\pi^2) \to \tilde\nu^2(2-\frac{4}{\pi^2})$ в точности со мною

Т.е. у Киселёва III общ. мат. член ν^3 превращается в общ. член $\frac{\nu^2}{Q}$ в $\tilde A(H,Q)$-комп.

Потом, у меня $-\nu^2\left(1+\frac{4}{\pi^2}\right)$, у Киселёва $\tilde\nu^2\left(2-\frac{4}{\pi^2}\right)$, т.е. мои вклады

$+\nu^3[\dots] - \nu^2(1-4/\pi^2) \longrightarrow$ превращаются в $\nu^2(2-\frac{4}{\pi^2})$ - Киселёв III.

$$\Delta W_m = \frac{2\pi AL}{Ql}\int_0^\infty dss\int_0^\infty ds's'\,\xi(s,s')\left[m_2(s)m_2(s')-1\right],\quad m_2(s) = \cos\Theta(s),\quad \Theta(s) = \begin{cases}\pi\frac{s}{2c}, & s\le 2c\\ \pi, & s>c.2\end{cases}$$

$$\frac{1}{\pi}\Theta(s) = z\,T(1-z)+1,\quad z=s/2c.\quad \xi(ss') = \int_0^\infty dk\left[1-e^{-kl}\right]J_0(ks)J_0(ks') \qquad s/2c = z \to \int_0^1 dz\,z(\dots)$$

$$\Delta W_m = \left(\frac{2\pi AL}{Ql}\right)8c^3\int_0^\infty dzz\int_0^\infty dz'z'\,\xi(z,z')\left[m_2(z)m_2(z')-1\right],\quad \xi(z,z') = \int_0^\infty dx\left[1-e^{-x\ell/2c}\right]J_0(xz)J_0(xz')$$

$$\Delta W_m = 2\pi AL\int ds\,s\left[(\theta_s')^2 + \frac{\sin^2 2\theta}{s^2}\right] = (2\pi AL)\int_0^{2c}dss\left[\left(\frac{\pi}{2c}\right)^2 + \frac{\sin^2(\pi s/2c)}{s^2}\right] = (2\pi AL)\left(\frac{\pi}{2c}\right)^2\left(\frac{2c}{\pi}\right)^2\int_0^\pi dx\,x\left[1+\frac{\sin^2 x}{x^2}\right] =$$

$$= (2\pi AL)\int_0^\pi dx\left[x+\frac{\sin^2 x}{x}\right] = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2} + \int_0^\pi dx\,\frac{\sin^2 x}{x}\right] = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2\cdot 2!} - \frac{x^4}{4\cdot 4!} + \frac{x^6}{6\cdot 6!} - \dots\right)\Big|_0^\pi\right] = (2\pi AL)\frac{1}{2}\left[\frac{\pi^2}{2}+1.219\right]$$

Escaneado con CamScanner

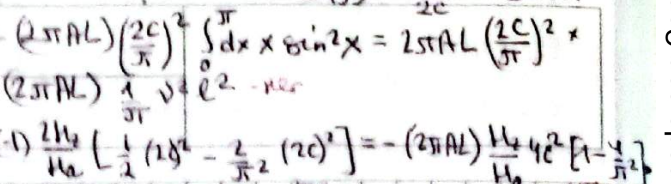
$\Delta W_{ex} = (2\pi AL)\left[\frac{\pi^2}{4} + 1.219\right]$ — из Sabrina de ε" — и где взяли у Kiselev'2011? Для $\Theta(s) = \frac{\pi s}{2c}$ ansatz?

$\Delta W_A = (2\pi AL)\int_0^{2c} ds\, s \sin^2\Theta = (2\pi AL)\int_0^{2c} s\, ds \sin^2\left(\frac{\pi s}{2c}\right) = (2\pi AL)\left(\frac{2c}{\pi}\right)^2 \int_0^{\pi} dx\, x \sin^2 x = 2\pi AL\left(\frac{2c}{\pi}\right)^2 \times$

$\times \left[\frac{x}{2} - \frac{x}{4}\sin 2x - \frac{1}{8}\cos 2x\right]_0^{\pi} = 2\pi LA\,\frac{4c^2}{\pi^2}\pi = (2\pi LA)\frac{4}{\pi}c^2 \to (2\pi AL)\frac{1}{\pi}\nu^2\ell^2$ — нет

$\Delta W_H = (2\pi AL)\frac{2H_a}{H_a}(-1)\int_0^{2c} ds\, s\,(1+\cos\Theta) = (2\pi AL)(-1)\frac{2H_a}{H_a}\left[\frac{1}{2}(2c)^2 - \frac{2}{\pi^2}(2c)^2\right] = -(2\pi AL)\frac{H_a}{H_a}\nu^2\ell^2\left[1-\frac{4}{\pi^2}\right]$

$\to -(2\pi AL)\frac{H_a}{H_a}\nu^2\ell^2\left(1+\frac{4}{\pi^2}\right)$, $H_a^{Kis} = K_{M_S} + \frac{1}{2}H_a$.



$\Delta W_{ex} + \Delta W_A + \Delta W_H = 2\pi AL\,\nu^2\ell^2\left[\frac{1}{\pi} - \frac{H_z}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]$, $H_a \to H_a$ — more in 3D space.

у Kiselev'11 $\Phi = \tilde{A}\nu^2 - \nu^2\left[1 + 8\frac{H}{H_a^{Kis}}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) + \frac{2}{Q}\left(1-\frac{2}{\pi^2}\right)\right]$ — из-за ΔW_m

Тое $\Delta W_{ex} + \Delta W_A + \Delta W_H = 2\pi AL\ell^2\nu^2\frac{1}{\pi}\left[1 + \frac{\pi}{2}\frac{H_z}{H_a^{Kis}}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]$ не совпадает с Φ-Kiselev

Вывод: не учтено ΔW_m, что W_H (или W_A). У Kiselev'11 расчитано неверно!

Интересно, что Eqs 6 Kiselev'11-reprint-arXiv used above и Kiselev JPhD'2011 отличаются

$\Phi = \tilde{A}\nu^2 - \frac{2c}{Q}\nu + \frac{\nu^2}{Q}G(\nu)$, $\begin{cases}\tilde{A} = \left[1 + 8\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\frac{H}{H_a} + \frac{2}{Q}\left(1-\frac{2}{\pi^2}\right)\right] & \text{-- Kis. arXiv '2011}\\ \tilde{A} = \left[1 + 2\left(\frac{H}{H_a} - \frac{1}{Q}\right)\left(1-\frac{2}{\pi^2}\right)\right]\frac{1}{4} & \text{-- Kis. JPhD'2011.}\end{cases}$

$G(\nu) \sim \xi(\tau,\tau',\gamma\nu)$ в кн. JPhD т.е. замена $\nu \to \gamma\nu$ или publication Kis. J. Ph D'2011

т.е. Kis'JPhD'11 изменил знак Q и умножил коэф. $\frac{H}{H_a}$ по H_z и W_m (учел отличие от моего расчета).

(13/II) Cross contacting each invited speaker RTNSA - organ Patri amer Porto Jan. 2015 Rap. Celyang, i Julian RTNSA gen u CSIC - Fellowship gue Felipe Garcia-Sanchez. Vyuna Sunerov K.N. ϕ Madrid (Ida) ua March 3, 2015 - Published Butthon - Nat. Ph. 2015 - "Sky rumion mass in (CoB/A)$_{80}$ ML dots". $\nu = R_0/L$ $H_a = K/M_S$

Darby'JPhD'1975 дает $E = (\text{const}\cdot n_{in}\nu^n) + 2\pi AL\left(\frac{2\pi M_S^2 L^2}{A}\right) + \frac{Q}{4}\nu^2\left[2\left(\frac{H}{H_a} - \frac{2}{Q}\right)\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) + 1\right]$, $H_a = H_a^{Kis}$

Тое $\Delta W_A = (2\pi AL)\left(\frac{2c}{\pi}\right)^2\int_0^{\pi} dx\, x\sin^2 x = (\cdot)\frac{1}{4}\left[x^2 - x\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\pi} = (\cdot)\frac{1}{4}\left[\pi^2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right] = (\cdot)\frac{\pi^2}{4} =$

$= (2\pi AL)\left(\frac{2c}{\pi}\right)^2\frac{\pi^2}{4} = (2\pi AL)\frac{1}{4}\nu^2\ell^2$

Тое $\Delta W_{ex} + \Delta W_A + \Delta W_H = (2\pi AL)\left[\frac{1}{4}\nu^2\ell^2 + \frac{H_z}{2H_a^{Kis}}\nu^2\ell^2\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right] = (2\pi AL)\frac{\ell^2\nu^2}{4}\left[1 + 2\frac{H}{H_a^{Kis}}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]$ — не W

Darby'1975 $E_T = (2\pi AL)\frac{1}{4}\ell^2\nu^2\left[2\left(\frac{H}{H_a^{Kis}} - \frac{2}{Q}\right)\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) + 1\right]$, видно, что $W_{ex} - W_A - W_H$ здесь энергии у меня и Darby'1975 совпадают, но обе здесь не совпадают с Kiselev JPhD'2011,

где $\tilde{A} \sim \left[1 + 2\left(\frac{H}{H_a} - \frac{1}{Q}\right)\left(1-\frac{2}{\pi^2}\right)\right]$. $\frac{1}{Q}$ - магнитостатика у Darby и Kiselev JPhD не совпадают.

т.е. $(W_{ex} + W_A + W_H)$ здесь энергии $\sim \nu^2$ $\sim R_s^2$ у Kiselev'JPhD'11 — неверные.

W_m - обратное размагничивание

У Darby'ях $E_m\left(\delta\mathcal{E}/2\pi AD\right)$, $\frac{2\pi AD}{\delta\delta} = 2\pi AL\cdot\left(\frac{2\pi M_S^2L^2}{A}\right) = (2\pi AL)\frac{\ell^2}{Q}$, $S_1 = 0$ $S_2 = \frac{\Delta S}{2}$, $\Delta S = \nu$

$E_m = (2\pi AL)\frac{\ell^2}{Q}\int_0^{\nu} ds\, s\, S(s)[1-\cos\Theta(s)] = (2\pi AL)\frac{\ell^2}{Q}\int_0^{\nu} ds\, s\, S(s)[1-\cos\Theta(s)]\, S(s)$

$S(s) = \int_0^{\infty} dy\, y\,[1-\cos\Theta(y)]\int_0^{\infty} d\xi\,(1-e^{-\xi})\, J_0(\xi y)\, J_0(\xi s) = \left|\xi = k\ell\right| = \int_0^{\infty}(\ldots)\frac{1}{\ell^2}\int_0^{\infty} dk\,k\,(1-e^{-k\ell})\, J_0(k\ell_y)\, J_0(k\ell_s) =$

$= \left|\ell_s = \frac{s}{x_0}L = \frac{s}{x_0}R_s = s, \ell_y = s'\right| = \ell\int_0^{\infty}\frac{ds'\,s'}{\ell^2}[1-\cos\Theta(s')]\int_0^{\infty} dk\,[1-e^{-k\ell}]\, J_0(ks')\, J_0(ks) =$ — отличия у Kiselev'11

$= \frac{1}{\ell}\int_0^{\infty} ds'\,s'\,[1-\cos\Theta(s')]\,\xi(s,s')$, $\xi(s,s') = \int_0^{\infty} dk\,[1-e^{-k\ell}]\, J_0(ks)\, J_0(ks') = \xi(s,s',\ell)$

E_m (Darby) $= (2\pi AL)\frac{\ell^2}{Q}\cdot\int_0^{\nu}\frac{ds\,s}{\ell^2}[1-\cos\Theta(s)]\frac{1}{\ell}\int_0^{\infty} ds'\,s'\,[1-\cos\Theta(s')]\,\xi(ss') = \frac{2\pi AL}{Q\ell}\int_0^{2c} ds\,s\int_0^{\infty} ds'\,s'\,(\ldots)$

Тое $\Delta W_m = \frac{2\pi AL}{Q\ell}\int_0^{2c} ds\,s\int_0^{\infty} ds's'\,[m_z(s)\,m_z(s') - 1]\,\xi(s,s')$, $m_z(s) = \cos\Theta(s)$.

$\left(\frac{s=2c\tau}{2ck=x}, s'=2c\tau'\right)$ E_m (Darby) $= \left(\frac{2\pi AL}{Q\ell}\right)(2c)^4\int_0^1 d\tau\,\tau\int_0^{\infty} d\tau'\,\tau'\,[1-\cos\Theta(\tau)][1-\cos\Theta(\tau')]\int_0^{\infty} dk\,[1-e^{-k\ell}]\, J_0(2ck\tau)\cdot$

$\cdot J_0(2ck\tau') =$

$= (\cdot)\frac{Q\ell}{(2c)^4}\int_0^1 d\tau\,\tau\int_0^{\infty} d\tau'\,\tau'\,[1-\cos\Theta(\tau)][1-\cos\Theta(\tau')]\int_0^{\infty} dx\,[1-e^{-x\ell/2c}]\, J_0(x\tau)\, J_0(x\tau') =$

$= \left(\frac{2\pi AL\ell}{Q\ell}\right)\nu^3\ell^3\int_0^1 d\tau\,\tau\int_0^1 d\tau'\,\tau'\,[1-\cos\Theta(\tau)][1-\cos\Theta(\tau')]\,\xi(\tau,\tau',\gamma\nu)$, Kiselev $E_m \sim G(\nu) = 2\int_0^1 d\tau\,\tau\int_0^1 d\tau'\,\tau'\cos(\pi\tau)\cos^2(\pi\tau')\times$

$\Theta(\tau) = \pi(1-\tau)$, $\tau \le 1$ и $\Theta(\tau) = 0$, $\tau > 1$. $\tau = z/R_s$ - Kiselev, но $\tau = \frac{1}{2}(z/R_s)$ - Gus. $\times\,\xi(\tau,\tau',\gamma\nu)$

Escaneado con CamScanner

$E_m(\text{Darby}) = \left(\frac{2\pi AL}{Q\ell}\right)\ell^3\nu^3 \int_0^1 d\tau\,\tau\left[1-\cos\Theta(\tau)\right]\int_0^1 d\tau'\,\tau'\left[1-\cos\Theta(\tau')\right]\xi_3(\tau,\tau',1/\nu)$, $\nu = R_3/L$.

$E_m(\text{Kiselev '11}) \sim G(\nu) = 2\int_0^1 d\tau\,\tau\int_0^1 d\tau'\,\tau'\cos(\pi\tau)\cos^2\left(\pi\frac{\tau'}{2}\right)\xi_3(\tau,\tau',1/\nu) \to E_m(\text{Kis})$ не совпадает с $E_m(\text{Darby})$, хотя оба основаны на Tu'1971.

Моя $\Delta W_m = \left(\frac{2\pi AL}{Q\ell}\right)\int_0^\infty ds\,s\int_0^\infty ds'\,s'\left[m_z(s)m_z(s')-1\right]\xi_3(s,s',\ell)$, $s=2c\tau$, $s'=2c\tau'$, $2c=\nu\ell$ дает

для $\Delta W_m = \left(\frac{2\pi AL}{Q\ell}\right)\nu^3\ell^3\int_0^\infty d\tau\,\tau\int_0^\infty d\tau'\,\tau'\left[\cos\Theta(\tau)\cos\Theta(\tau')-1\right]\xi_3(\tau,\tau',1/\nu)$. Пусть у меня $\Theta(\tau) = \begin{cases}\pi(1-\tau)\\ 0,\ \tau>1\end{cases}$

$E_m(\text{Darby}) = (\cdot)\ell^3\nu^3\int_0^1 d\tau\,\tau\left[1+\cos\pi\tau\right]\int_0^1 d\tau'\,\tau'\left[1+\cos\pi\tau'\right]\xi_3(\tau,\tau',1/\nu)$

$\text{Kis.-}G(\nu) = \int_0^1 d\tau\,\tau\cos\pi\tau\int_0^1 d\tau'\,\tau'\left[1+\cos\pi\tau'\right]\xi_3(\tau,\tau',1/\nu)$ — отлично от Darby-75, у Kiselev E_m - неверно?

Как показано $4/\pi$ $\Delta W_m^{Gus} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3\int_0^\infty ds\,s\int_0^\infty ds'\,s'\left[m_z(s)m_z(s')-1\right]\xi_3(s,s')$ совпадает с $E_m(\text{Kis})$, если $\int_0^\infty ds'\,s'\,\xi_3(ss') = \ell$, $E_m(\text{Kis}) = 4\pi^2M_s^2x_0^3\left[\int_0^\infty ds\,s\int_0^\infty ds'\,s'\,m_z(s)m_z(s')\xi_3(s,s') - \ell\int_0^\infty ds\,s\right]$.

Но в док-ве $4/\pi$ $\int_0^\infty ds'\,s'$ и нельзя $\int_0^\infty ds'\,s'\left[1-\cos\Theta(s')\right] \to \int_0^{R_3} ds'\,s'\left[1-\cos\Theta(s')\right]$ из-за $\Theta(s) = \pi\left(1-\frac{s}{R_3}\right)$, $\Theta = 0,\ s > R_3$.

Может Kiselev '11 в каком-то смысле в своей W_m^{Kis} сделал $\infty \to R_3$ в $\int_0^\infty ds\,s\,(\cdot)$?

Kiselev '11 прямо написал W_m^{Tu}, но Darby использует другое W_m^{SD} - для $\Theta(s) = \pi(1-s/R_3)$ диполя

$W_m(SD, \Theta=0) = 4\pi^2M_s^2x_0^3\int ds\,s\int ds'\,s'\,\xi_3(ss') = (\cdot)\int dk\left(1-e^{-kL}\right)I^2(k)$

$I(k) = \int_0^\infty ds\,s\,J_0(ks) = \frac{1}{k}sJ_1(ks)\Big|_0^R = \frac{R}{k}J_1(kR)$ — расходится при $R\to\infty$. Как $\left(\frac{R}{\sqrt{kR}}\right)^2 \sim R$.

Если использ. $\int ds'\,s'\,\xi_3(ss') \overset{R\to\infty}{=} \ell$, то $W_m(SD) \sim \int_0^R ds\,s \sim R^2$. Видимо $\frac{R}{k}J_1(kR) \sim R^2$ и Kiselev сам.

Darby использует $W_{SD} = 2\pi M_s^2$ и $W_m'(SD) = \int_0^R dz_2\int dz_1\,dz\,W_{SD} = (\pi R^2 L)W_{SD}$ при $R\to\infty$

Плотности $W(\Theta)$ и W_{SD}. Тогда для $\Delta W(\Theta) = W(\Theta) - W_{SD}$, в частности $\Delta W_m(\Theta) = W_m(\Theta) - W_m^{SD}$

$\Delta W_m(\Theta) = -2\pi M_s^2(1-\cos\Theta) + \frac{1}{2}\vec{M}\cdot\nabla\psi$, $\vec{H}_m = -\nabla\psi$, ψ находится из стр-ии с $\sigma = m_z = 1-\cos\Theta$! (surface charge)

$B_n(z=\frac{L}{2}+0) = B_n(z=\frac{L}{2}-0)$, $\left(H_z + 4\pi M_z\right)_{z=\frac{L}{2}-0} = H_z\big|_{z=\frac{L}{2}+0}$,

$H_z(+0) - H_z(-0) = 4\pi M_z = 4\pi M_s\cos\Theta$, $\sigma \sim \cos\Theta$, $\Theta(s)$ или $\Theta = 0$, но не пропорц. $\sigma \sim (1-\cos\Theta)$ как у Tu'H.

Надо $\Delta W_m = \frac{1}{2}\vec{M}\cdot\nabla\psi - 2\pi M_s^2$, где $\psi(\vec{r})$ создается $\vec{M}(\vec{r}) = (0, M_\varphi, M_z)$ и $M_\varphi, M_z = f(s)$ только, скр. $\Theta(s)$. $M_z = M_s\cos\Theta$

$\Delta W_m^{Tu} = \frac{1}{2}\vec{M}\cdot\nabla\psi' + 2\pi M_s^2\cos\Theta - 2\pi M_s^2$, где ψ' создается $m_z = (1-\cos\Theta)$

→ Darby: Eq.(12) и Eq.(14) - Tu'H для ΔW_m - неверны, ⇒ неверны E_m - eqs. Kiselev '20 H.

E_m-Eq.(3) - Darby'75 нельзя сокращ. ν, нельзя верно и оно?

$E_m(Tu)$ и $E_m(Kis)$ содержат неопределенность $[\infty-\infty]$, даже если $\int_0^\infty ds'\,s'\,\xi_3(ss') = \ell$ верно.

// Если взять $d\sim\frac{R}{(L)}$, а затем $R\to\infty$, $L=\text{const}$, то $W_m = 2\pi M_s^2\cos^2\Theta(s)$ is local и сводится к uniaxial anisotropy. Тогда $\Delta W(\nu) \sim \nu^2\left[1+\frac{2H}{H_a^{eff}}2\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]$, $H_a^{eff} = H_a - 2\pi M_s$

и если DMI=0, то при $[\dots]>0$, $\nu = \frac{R_3}{L}\to 0$ ↑↑↑↑↑ H_z или $[\dots]<0$, $\nu\to\infty$ $\frac{H_a = 2K/M_s}{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}$ $R_3\to\infty$

крит. линия $1+\frac{4H}{H_a^{eff}}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)=0$, $\frac{H_c}{H_a} \approx -\frac{(Q-1)}{Q}\frac{1}{4\left(1-4/\pi^2\right)}$, $\frac{H_c}{H_a^{Kis}} = -\frac{1}{2\left(1-4/\pi^2\right)}\frac{(Q-1)}{Q} \approx -1-$

— это H_c/H_a^{Kis} и показано на Fig.3 - Kiselev'11 при $\varkappa = 0$.

При $H > H_c$ образуется skyrmion, но его $R_3\to 0$. При $H < H_c$, $R_3\to\infty$ - skyrmion нестабилен.

Предел $\xi_3(\tau,\tau',1/\nu) = \int_0^\infty dx\left[1-e^{-x/\nu}\right]J_0(x\tau)J_0(x\tau') = \frac{1}{\nu}\int_0^\infty dx\,x\,J_0(x\tau)J_0(x\tau') = \frac{1}{\nu}\frac{1}{\tau}\delta(\tau-\tau')$

$\nu\to\infty$

Тогда $\Delta W_m \underset{\nu\to+0}{=} \left(\frac{2\pi AL}{Q\ell}\right)\nu^3\ell^3\int_0^\infty d\tau\,\tau\int_0^\infty d\tau'\,\tau'\left[\cos\Theta(\tau)\cos\Theta(\tau')-1\right]\frac{1}{\nu}\frac{1}{\tau}\delta(\tau-\tau') = (\dots)\nu^2\ell^3\int_0^1 d\tau\,\tau\sin^2\Theta(\tau)(-1) =$

$= \left(\frac{2\pi AL}{Q\ell}\right)\left(-\frac{1}{4}\right)\nu^2\ell^3$. $\frac{\nu^3}{Q}G(\nu) = \frac{\nu^3}{Q}\int_0^1 d\tau\,\tau\cos^2\pi\tau\int_0^1 d\tau'\left(1+\cos\pi\tau'\right)\frac{1}{\nu}\frac{1}{\tau'}\delta(\tau-\tau') =$

$= \frac{\nu^2}{Q}\int_0^1 d\tau\,\tau\cos(\pi\tau)\left(1+\cos\pi\tau\right) = \frac{\nu^2}{Q}\frac{1}{\pi^2}\int_0^\pi dx\,x\left[\cos x + \cos^2 x\right] = \frac{\nu^2}{Q}\frac{1}{\pi^2}\left[\cos x + x\sin x + \frac{x^2}{4} + \frac{x}{4}\sin 2x + \frac{1}{8}\cos 2x\right]_0^\pi =$

$= \frac{\nu^2}{Q}\frac{1}{\pi^2}\left[-2+\frac{\pi^2}{4}\right] \approx \frac{\nu^2}{Q}\frac{1}{4}\left[1-8/\pi^2\right]$ - отличается от моего $\Delta W_m(\nu\to 0)$ даже знаком

Появление $\Theta(s)\neq 0,\pi$ profile должно понизить $W_m(\Theta)$ по сравн. с W_{SD}, т.е. $\Delta W_m < 0$ как у меня.

Escaneado con CamScanner

$$W_m^{Kis} = \frac{2\pi AL}{Q}\int_0^\infty dss\left\{\cos\theta\,(1-\mathcal{J}(s,\ell)) - 1\right\} = \left|\mathcal{J}(s,\ell) = \frac{1}{\ell}\int ds's'\left[1-\cos\theta'\right]\mathcal{Z}(s,s',\ell)_{\ell\to 0} = 1-\cos\theta(s)\right|$$

$$= \frac{2\pi AL}{Q}\int_0^\infty dss\left[\cos^2\theta - 1\right] = -\frac{2\pi AL}{Q}\int_0^\infty dss\sin^2\theta(s) = \left|\theta = \pi\frac{s}{R_s},\ s<R_s\right| = -\frac{2\pi AL}{Q}\int_0^{R_s} dss\sin^2\left(\frac{\pi s}{R_s}\right) =$$

$$= +(\cdot)^\circ R_s^2\int_0^1 d\tau\,\tau\sin^2(\pi\tau) = -\frac{1}{4}R_s^2\left(\frac{2\pi AL}{Q}\right),$$ что даёт $R_s = \nu\ell$, $R_s \to R/\ell_0$, совпадает с W_m^{Gross}.

т.е. Eq.(5) для W_m^{Kis} – верное, но член $\frac{\nu^3}{Q}G(\nu)$ в Eq.(7) related energy при $\theta(s) = \pi(1 - s/R_s)$ ansatz – неверен.

При $\nu\to\infty$, $L\to 0$: $\tilde{A}_Q\nu^2 + \frac{\nu^3}{Q}G(\nu) = \frac{1}{4}\frac{(-2)}{Q}\left(1-\frac{2}{\pi^2}\right)\nu^2 + \frac{\nu^2}{4Q}\left[1+\frac{8}{\pi^2}\right] = -\frac{1}{4}\frac{\nu^2}{Q} + \frac{\nu^2}{Q}\frac{1}{\pi^2}$ – не совпадает Eq.(7). Kiselev

но $\left(1-\frac{2}{\pi^2}\right)\to\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)$, даёт $\tilde{A}_Q\nu^2 + \frac{\nu^3}{Q}G(\nu) = -\frac{1}{4}\frac{\nu^2}{Q} \sim -\frac{1}{4}\frac{\nu^2}{Q}(2\pi AL)\ell^2 = \Delta W_m^{Gross}$.

Надо в Kiselev'2011 $\tilde{A} = \left[1 + 2\left(H/H_a - \frac{1}{Q}\right)\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]\frac{1}{4}$, что совпадает W_H, W_a, W_{ex} $V\nu$, и W_m при $\nu\to\infty$ ($L\to 0$). Видно $W = (2\pi AL)\ell^2\Phi$, $\Phi = \tilde{A}\nu^2 - 2\pi\frac{\nu}{\ell} + \frac{\nu^3}{Q}G(\nu)$ – Eq.(7)

corrected → $W_m^{Kis} = (2\pi AL)\ell^2\left[-\frac{\nu^2}{2Q}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) + \frac{\nu^3}{Q}G(\nu)\right]$, то $\frac{\Delta W_m^{Kis}}{\text{corrected}}(\nu)$ совпадает с моим $\Delta W_m(\nu)$ при $\nu\to\infty$ совсем не значит что совпадение во всём ν. Сравним Kiselev'11 в пределе $\nu = 3-6$.

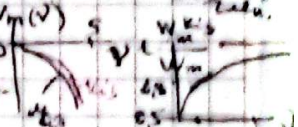
(II) Посчитаю мою ΔW_m и сравню с занятием. расчёт $\Phi(\nu) = -\frac{\nu^2}{2Q}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) + \frac{\nu^3}{Q}G(\nu)$ см.

$$K_s\text{-}G(\nu) = \int_0^1 d\tau\,\tau\cos(\pi\tau)\int_0^1 d\tau'\tau'\left[1+\cos(\pi\tau')\right]\mathcal{Z}(\tau,\tau',\nu) = \int_0^1 d\tau\,\tau\cos(\pi\tau)\left(\int_0^1 d\tau'\tau'\cos(\pi\tau') + \right.$$

$$\left. + \int_0^\infty dx\left[1-e^{-x/\nu}\right]J_0(x\tau)J_0(x\tau')\right) + \int_0^1 d\tau\,\tau\cos(\pi\tau)\int_0^1 d\tau'\tau'\int_0^\infty dx\left(1-e^{-x/\nu}\right]J_0(x\tau)J_0(x\tau') =$$

$$= \int_0^\infty dx\left[1-e^{-x/\nu}\right]I^2(x) + \int_0^\infty dx\left[1-e^{-x/\nu}\right]I(x)\frac{J_1(x)}{x}, \quad I(x) = \int_0^1 d\tau\,\tau\cos(\pi\tau)J_0(x\tau)$$

$$W_m^{Kis}(\nu) = \left(\frac{2\pi AL}{Q\ell}\right)\ell^3\left[\nu^3 G(\nu) + \frac{1}{2}\nu^2\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]$$, тоже degree "skyrmion_static_en_Kis_med" нижний, $\nu^3 G(\nu)$ член >0 и мал ($\nu^3 G(\nu) < 0.4$ при $\nu = 5$), $\frac{\nu^2}{2}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)$ член. отр.



2) моя $\Delta W_m(\nu)$ и corrected – $W_m^{Kis}(\nu)$ близки при $\nu \gg 1$

где $W_m(\nu) < 0$, т.е. skyrmion нижнее dip energy

Ok в finite sys – Solm, осн. $\frac{W_m^{Kis}(\nu)}{\Delta W_m(\nu)} \approx 0.7$ при $\nu = 1$, растёт при ν

то. Kiselev'2011 занижает $|W_m(\nu)|$ – при calculated ν (Fig.2-Kiselev'11) ошибка $W_m^{Kis}(\nu)$ падает с ν, $\frac{W_m^{Kis}}{W_m} \sim 0.7$ ($\nu=3$) и 0.9 ($\nu=6$) – ошибка Kiselev'11 = 10–30% в $W_m(\nu)$.

(x3-6)

Sk energy on-grid

$$W(\nu) = (2\pi AL)\ell^2\left[\frac{1}{4}\left\{1 + 4\frac{H_s}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right\}\nu^2 + \frac{\nu^3}{Q}\int_0^\infty d\tau\,\tau\int_0^\infty d\tau'\tau'\left[\cos\theta(\tau)\cos\theta(\tau') - 1\right]\mathcal{Z}(\tau,\tau',\frac{1}{\nu})\right], \quad \frac{\theta(\tau)}{\pi} = \begin{cases}1-\tau, & \tau<1\\ 0, & \tau>1\end{cases}$$

$H_a = 2K_u/M_s$, $H = H_z$, $s = -m_z(0) = p$, $\theta(s) = \pi$ skyrmion, $\theta(0) = 0$ – Sk не может $H_z > 0$.

Linear θ-Ansatz → $\frac{1}{\pi}\theta(\tau) = \begin{cases}\tau, & \tau<1\\ 1, & \tau>1\end{cases}$

$p = m_z(0)$ – skyrmion polarization

$\nu = R_s/L$ – skyrmion radius & $\theta(s) = \pi s/R_s$, $s<R_s$; $\theta(s) = \pi$, $s>R_s$

$\mathcal{Z}(\tau,\tau';\nu) = \int_0^\infty dx\left[1-e^{-x/\nu}\right]J_0(x\tau)J_0(x\tau')$

$W(\nu)$ – ищем min, max, etc. Зависит от $h = H_z/H_a$ и $Q = \left(\frac{K_u}{\mu_0 M_s^2}\right)$, нужно $\mathrm{DMI} = 0$.

т.к. ν^3-член <0 $\forall\nu, Q$, то ν-stable возможно только при $[\ldots]\nu^2 > 0$.

!-Coef. $\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)$ при H свой то $\langle m_z\rangle$, это можно определить из Donnet (Kaminski'06) for any $\theta(s)$.

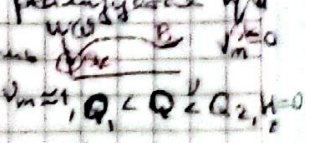
$\{\ldots\}\nu^2 > 0$ при $h > h_c = -\frac{1}{4\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)} = -0{,}4264$ при $h = \frac{H_z}{H_a} = \frac{H_z}{2H_a^{Ks}}$, $h_c^{Ks} = 2h_c = -0{,}8408$

$$W(\nu) = (2\pi AL)\ell^2\left[\frac{1}{4}\left\{1 + 4h\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right\}\nu^2 + \frac{1}{Q}\Gamma(\nu)\right]$$, и при $h > h_c$ есть $\nu_{min}(Q)$ где $\Gamma(\nu) < 0$.

$\Gamma(\nu) = \nu^3\int_0^\infty d\tau\,\tau\int_0^\infty d\tau'\tau'\left[\cos\theta(\tau)\cos\theta(\tau') - 1\right]\mathcal{Z}(\tau,\tau',\nu)$ и linear ansatz для $\theta(s)$.

$W'(\nu) = \frac{1}{2}\{\ldots\}\nu + \frac{1}{Q}\Gamma'(\nu) = 0$ дает $\nu_m(h,Q) = F\left[\frac{\pi}{2}\left\{1+4h\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right\}\right]$ и $R_s = F\cdot L \sim L$.

$Q\left\{1 + 4\frac{H}{H_a}(\ldots)\right\} = \frac{1}{4\pi}\left\{H_a + 4H_z\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right\}\frac{1}{M_s}$



$h > h_c$ обеспечивает необходимое условие Sk-minimum, которое реализуется при $Q_{c1} < Q < Q_{c2}$. Kiselev'11 утверждает что при $\mathrm{DMI} = 0$, возможно только $\nu_m \approx 1$ и Bubble min при $\nu_m \to 1$. У меня Sk-minimum есть при $\mathrm{DMI} = 0$, $\nu_m \approx 1$, $Q_1 < Q < Q_2$, $H_c = 0$

$$W_{DMI} = (2\pi AL)\int_0^\infty dss\,\frac{\pi c}{\pi}\left[\theta_s' + \frac{\sin\theta\cos\theta}{s}\right] = (2\pi AL)\frac{\pi c}{\pi}\frac{R_s}{R_s}\int_0^1 d\tau\,\tau\left[-\pi + \frac{1}{\tau}(-1)\sin(\pi\tau)\cos(\pi\tau)\right] = -(2\pi AL)2\pi c\ell,$$ changes sign for $\theta = \pi\tau$.

$\theta = \pi(1-\tau)$, $\tau = s/R_s$, $R_s = 2R_c$

Escaneado con CamScanner

$W_{DMI} = (2\pi AL)\frac{4\pi}{\pi}\int_0^\infty dg\, g\left[\theta' + \frac{1}{g}\sin\theta\cos\theta\right]$, $W_{DMI}(\vec{m}) = (\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m})$ – член по m_z, т.е. $\sim p$.

$m_g + i m_\varphi = \sin\theta\, e^{i(\varphi - \psi)}$, $m_z = \cos\theta$, $\Phi \to \pi - \Phi$, $m_z \to -m_z$, $m_{g,\varphi} = m_{g,\varphi}$.

Исследуем $\vec{m} = \vec{m}(g)$ – radial symm., т.е. $(\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m}) = m_z$ one $m_\varphi \cdot m_g + \frac{1}{g} m_\varphi m_z \sim m_\varphi m_z$

$m_\varphi = \sin\theta\sin(\Phi - \psi)$, $\Phi = \varphi + a\frac{\pi}{2} \to m_\varphi = a\sin\theta$, $W_{DMI}(m) \sim a\beta$.

Для линейного ansatz $\theta(g) = \pi g/R_s$, $\beta = +1$, $\theta(g) = \pi(1 - g/R_s)$, $\beta = -1$, $W_{DMI} = (2\pi AL)\, 2\pi\nu\beta$,

$\nu = R_s/L$, $l = L/r_0$, $r_0 = \sqrt{A/K}$, $x = \pi D/\sqrt{AK}$. $W_0 = D(\vec{m}\cdot\text{rot}\vec{m})$, $[W_0] = \text{эрг/см}^3$, W_0 – плотность DMI, $\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}$

Надо $W_{DMI} = (2\pi AL)\, 2\pi\nu l \cdot \mathcal{C}\beta$ – в разных theories $\theta(g)$ ansatz, соответственно Kiselev'ang.

В total SK-energy $W_H \sim p$, $W_{DMI} \sim \mathcal{C}\beta$; W_{ex}, W_a, W_m от p (кроме m_z) и $\mathcal{C}$ (кроме m_φ) не зависят.

Включили DMI в $W(\vec{p})$, где $x = 0.5, 1.0$ зависимость $\vec{p}_m$ от D_{in} вычислили.

Точка $(x=0, x=1)$ MPD дает $W(\vec{p})$, которая имеет max и разделяет $\vec{p}_m = R_s/L$,

в противоположность с MPD-Kiselev'JPhD'11. Не ясно как Kiselev из чего берет $H_c(x)$ при $x \to 0$ – это нужно посчитать.

$x = 1$ Cook $D = \frac{4}{\pi}\sqrt{AK} \approx \frac{4}{\pi}\sqrt{10^{-6}\,\text{эрг/см}\cdot 10^{7}\,\text{эрг/см}^3} \approx 1.9\ \text{эрг/см}^2$ – большое DMI.

$r_0 = \sqrt{\frac{10^{-6}\,\text{эрг/см}}{10^{7}\,\text{эрг/см}^3}} \simeq 3\,\text{нм}$. // $h > h_c$ (комп. обзор) для любых $x \le 1$, L любого нанотр. цилиндра Q, так что skyrmion is stable ($\varepsilon_S < \varepsilon_{sp}$) при $Q_{cr} < Q < Q_{ex}$.

Зато $H_c(x)$ kiselev'ий растет с $x \uparrow$? Это сильно будет затруднять skyrmion.

(15/II) Рецензирование Nat. Com. Keatley – Hicken. Theme Büttner-Klaui / Nat. Ph. 2015 по Bubble-Skyrmion dynamics in $(Co/Pt)_{20}$ – lot. B Suppl. mat. – много новых подтверждений. теория ker, Msk is large – exp. M(f) X-ray imaging.

(16/II) F-moves to F. Garcia-Sanchez (postdoc) и V. Cros (inv. RTNSA).

Montagis / PRB 2006 дает на основе т. Derrick один $L \to 0$ для цилиндра. Vortex

$h_m^S = 0$, $m_\varphi(g = R) = \pm 1$, $h_m^z = -4\pi m_z$, $2\pi\int dg\, g\, m_z^2 = \frac{\pi}{1-Q}$, g в eq. $l_{ex} = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}}$

Здесь $g = \frac{r}{l_{ex}}$, $\theta(g) = \pi\frac{r}{R_s}$, $r \le R_s$, $\theta(g) = \pi$, $r > R_s$ – ansatz.

$$\frac{2\pi}{l_{ex}^2}\int_0^\infty dr\, r\cos^2\theta(r) = \frac{2\pi}{l_{ex}^2}\left[\int_0^{R_s} dr\, r\cos^2\left(\pi\frac{r}{R_s}\right) + \int_{R_s}^{R} dr\, r\cdot 1\right] = (\cdot)\,R_s^2\left[\int_0^{1(R/R_s)\to 1} d\tau\,\tau\cos^2(\pi\tau) + \int_1^{R/R_s} d\tau\,\tau\right]$$

$\tau = r/R_s$

$$= \int_0^1 d\tau\,\tau\cos^2(\pi\tau) = \int_0^1 d\tau\,\tau\left[1 - \sin^2(\pi\tau)\right] = \frac{1}{2} - \int_0^1 d\tau\,\tau\sin^2(\pi\tau) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi^2}\int_0^\pi dy\, y\sin^2 y = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$$

$$= \frac{2\pi}{l_{ex}^2}R_s^2\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\tau^2\Big|_1^{V_0}\right] = \frac{2\pi}{l_{ex}^2}R_s^2\left[\frac{1}{2}\frac{1}{c^2} - \frac{1}{\pi}\right] = \frac{\pi}{1-Q}, \quad c = R_s/R.$$

$c^2\left[\frac{1}{2}\frac{1}{c^2} - \frac{1}{\pi}\right] = \left(\frac{l_{ex}}{R}\right)^2\frac{1}{2}\frac{1}{1-Q}$, $\frac{1}{2} - \frac{c^2}{\pi} = \frac{1}{2}\left(\frac{l_{ex}}{R}\right)^2\frac{1}{1-Q}$, $c^2 = \frac{\pi}{2}\left[1 + \frac{l_{ex}^2}{R^2}\cdot\frac{1}{1-Q}\right]$

Если $Q \neq 1$, $l_{ex} \le 1$ нм, $(l_{ex}/R)^2 \ll 1 \to c^2 = \pi/2$, $c = R_s/R \approx 1.2$ – оригинал,

Надо убедиться $m_\varphi(g = R) = \pm 1$ – т.е. предположение Винера, а не Skyrmion.

Для об-ки film ($R \to \infty$) Eq. (20) Hominen's JPhA'2006 дает ($\vec{m} \perp S(\vec{r})$):

$$W_{ex} + 3\left[W_a + W_H + W_m\right] = 2\pi L\int dg\left[w_{ex} + w_a + w_H + \vec{H}\cdot\vec{m} - \frac{1}{2}m_z^2\right], \quad \vec{m} = \frac{\vec{M}}{M_s}, \quad \frac{\vec{H}_m}{4\pi M_s} = \vec{h}_m$$

$W_{ex} = \int dV\, w_{ex}$, $w_{ex} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{m})^2$, $W_a = \int dV\, w_a$, $w_a = \frac{Q}{2}(1 - m_z^2)$, $W_m = -\frac{1}{2}\int dV\,\vec{h}_m\cdot\vec{m}$

$W_H = \int dV\, w_H$, $w_H = -\vec{h}_{ext}\cdot\vec{m}$, $\vec{h}_{ext} = \frac{\vec{H}}{4\pi M_s}$

Meeting с Julian на RTNSA и Felipe Conference "application, Felipe будет подавать и на "Conference" и на Horbostque Fellow. С "Λ и ρ" не нужно. E-mails to Tukkka и Ora. Revised ΦHT – Eff. damping" paper и новая Oxo. для submission. Andrey Rofs – Keatley – Nat. Comm. Его задел по "Winter's magnons in Neel DW" (PRB'11 с Papaeg) – сделать paper для Lott. Skyrmion $\theta(g)$ – ansatz можно выбрать из условия $\theta(0) = 0$ и $\theta_g' + \frac{1}{g}\sin\theta(g) = 0 \mid g = R$

Гр. уже с DMI есть у Kostylev, Thiaville, Beg-Stamps.

(17/II) Рец. paper Keatley – Nat. Com. – Теория близка работам Martin-PRB'11, Bordolotti'13 по STO – eq. нормир. $I(t) = I_{dc} + I_{rf}\sin\omega t$, референция RTNSA.

(18/II) Звонила Izabela – UPVLEHU project manager: обсудили возможность делать Magic project + Ch. 1.6 (обобщение), бюджет 200 Keu на 2 года €/мой труд + Мадрид. Ждет ответа 3/Hz и обещалась информ. Андрей Pavel отпуск.

Escaneado con CamScanner

Nature Physics accepts the Bubble dynamics letter. Minor revisions. Response 3 + referees (minor revision) on Skyrmion paper. Referees go March 2.

(19/II) Подготовка доклада за Ред семинар Atiz Mag Lett. Референции RTNSA

(20/II) Дискусия с Ирен: 21 BS + 9 mes = 210 as e-mail до Ирен с "Atom Bubble" Чувство вина и срам (Ирен Аргентина) и всичко ми се обърква.

Meeting RTNSA с Julian + Dave за доклада. Vlad изпраща Anselmo paper. Comments + suggestions и насока за "Ring" Atom. Julian обещава да препрати

(21/II) Receive и изпращане 3 ref. report Vaidya + STP Nat. Comm. (Reject. Resubmit)

(22/II) Получаване report Kim APL. Write dyn. in sphere + reject. Подготовка Mag. Lett

(23/II) Завършване текста за paper, Lett. Edits + Replies to Ref. и изпращане в Mag Lett. Писане Cover Letter. PRL paper "Eff. damping" paper to PTEP (B. Ivanov) Manuscript Proof. Mail

(24/II) Получаване на референциите paper по Skyrmions in Field theory (Nonlinear Sigma model) + Edits Skyrmion dyn. Comments. Re-profile. Re-Read Eqs. magnetostatics, + high order exchange. RTNSA подготовка Ganguly + PRA paper. Paper. ABS. Ivan MANAM Paris

(25/II) Design 3D vs. Подготовка RTNSA. Abstract writing + Ideas.

(26-27/II) Revision of Vaidya's paper. Email to Felipe. RTNSA Discussion. Check Comments per Ref. Skyrmion in det.

(28/II) Receive V. Anselmo paper. Изпращане Mv email to F. MRC. Сдаване Lille

(1/III) Обяд с Ирен в Gorki. Sociedad Anselmo Sardinia. Обяд с Joel Landau + RTNSA + Julian + Apostolos

(2/III) To Do: a) Записване + to submit MV-paper to Nat. Phys.; b) RTSA - grant proposal Ireland; c) MEC - Skyrmion grant proposal за 2014 до March 13, d) MEC Oxe. grant Project Final за 2014-2017 до March 28, e) Summer hotel Athens, RTSA grant; f) Vortex review JMMM; g) STP paper, Guidelines for paper; h) Confirm Lille + i) RTNSA Program text + изпращане participants до March 28, j) Organize Madrid-trip.

(3-7/III) Посещение в Madrid, ICMM, Оскар Н. Орг. посещение: Stochastic Landau eq. with multiplicative noise (Garcia-Palacios 1998) в Physica A — разговор по SW + Mv. Мое сдаване разговор по SW + Skyrmion + Mv. Мое записване и подписване решение SW w(B). Joint ML-решение F1/F2 и приложение към SW F2/Gd: ML (Oscar). Обсъждане Sk. paper + comments. MRD + Lille

(8/III) Подготовка и изпращане RTNSA: 113 talks: 2 plenary, 21 inv., 90 regular.

(9/III) Приемане Sk-MPD в Mag. Letters. Web of Sci. H = 38 за 5 год. Chung' JAP '2005. E-mails to Ikerbasque, Izaskun, Zuhitza. Резюме mag Mv - Nat. Phys. Плащане билети в Lufthansa 15-23/IV. Пътуване с Ирен до Athens. Oxford SSC - посещение Ант. в Cadiz. B. Ivanov изпращане референции PTP-Eff. damping. Oxe. Update Eqs разпространение. New Sk-papers.

(10/III) С Ю. в Ayuntamiento - Duruma: 1) Искане за год. 2015 изпълнение в Мар. За 2014 - не знаят; 2) адрес улица на Eladia Altuna Kalea, 3 - Ertzaintza Policia, Banks изпращане dues за год. Непозната 30. Аренда не плаща. E-mails до Barcelo (Roman Liberal), Krawczyk Madrid (SAITOTEC). Изпращане ABS-RTNSA to Blanco Hernando (41) и Gleb (HE). E-mails до Oxe., Krawczyk, Ana Martinez (MEC-Sk grant oxe., OE spent за 2014).

MEC proyecto. Estudio de nuevos tipos de dinamica..." MAT 2013-47078-C2-1-P
Importe financiable 54.326,53 € Contact Ana Martinez o MAT2013 Gmail.com

(12/III) С Л. в Сантандер - Oleberria + Oeiartzun. Пътуване събрани и спрени на Toppings Cafe Bar Figs - Mag. Lett. + Resubm. the MS. Изпращане RTNSA. Пътуване Santander в Poznan (Barcelo) 15-23/IV.

(13/III) Документи Sites в Mag. Lett. Изпращане с Macias (Ariadna), RTNSA (de Lorenzo, Baldomir) Изпращане MS ABS. на review на ICM (Oscar Alegot, Freeman) + Vortex, Sk dynamics". Изпращане: 1) изпълнение inv. letter на review JMMM; 2) подг. Oxe. 16/III 17 по SW in Fe/Gd Apts, Poznan. Обсъждане ICM и RTNSA talks + MEC - projects за ресурс (Oscar ще изпрати 2011-2013 MEC) Бележки на рез. PRB - STT Ivs Arthur

(14/III) Рец. Zhu - JAP "Phase locking..." Плащане Locking Apts. in Athens. Изпращане RTNSA.

(15/III) Разбира се Nat. Phys. "Writing mass" paper. Изпращане Nat. Comm. (Nat. Comm. Nat. Ph.)

(16/III) RTNSA-meeting с Ана и Gonzalez. Skype conf. с Oxe. и T. Ostler (UK) по проекта SW in ML Fe/Gd

Escaneado con CamScanner

Пристигна RTNSA и ICM (Albiz, Freeman). E-mails. Ivaskam (срещ 6) и Krawczyk (Hotel Aemony)

17/III Revision V.mass paper, изпратен Cov. letter и submitted MS to Nat. Commun. (!?) Part. talks RTNSA Sec. 7 = 3 (Sec. 1, 2, 4-5, 8, 6 part. Org. com. Prog. com. members). Received tickets to Poznan. E-mail на Nat. Comm. (Не могат да command to Nat. Phys).

18/III Submitted V.mass paper to Nat. Phys. Нанасяне Quot. и Tooltip (File no SW) на Ms A/Fo - Pascal Sec. 7 RTNSA. S. Bader изпраща JMMM inv. letter „Vortex" review.

19/III Ст. и ИС. в Carrefour Olaberria. Разбор нар. RTNSA inv.-oral program

20/III Запитване RTNSA Prog. com. draft и молим се to de Lousberg, Cobb, Oceana, Boulonnais, Blanca. Нормиране по RTNSA Program. Референция и cadidate Borisov от KTH

21/III IKEA, C&A etc. Barakaldo.

→ План: 1) RSE grant е разпределен; 2) MEC-grant Quot. отчет до 27/III; 3) Review и Vortex talks - Poznan. 4) Vort. review - JMMM; 5) Coffee Sinaem, Hotel-Lille; 6) ABS. Scan. Magnonics; 7) PRB-review. 8) Mag. Semin ICM - Barcelona; 9) Финанси, курс change, $ vs € convers; 10) Poznan: group meeting, hotel?

22/III Registered for E-MRS Lille. Нормиране и програма RTNSA. Вероятно в 1 AM отидем от Сибиу - Атр.

23/III Обзор 48 Abstracts ICM 2015, Vortex у Sk-dynamics. Референция с Albiz у Freeman. Номинации от 12 Cnel talks to V-Sk session ICM. Ревизия на RTNSA - програма Mat. Phys. Continues. Зад. за корекция Mv-paper на Freeman. Отстраняване на грешки по Ref. → Submit to Nat. Comm.

24/III RTNSA meeting с Julian: уточняване програма (Gumberg, opening, sightseeing!) и обсъждане бюджет Borisov Conf. fee и Oviedo hotel 460 €/day in Ordizia. Organ. Patri на Oihana Factura Conf. fee 560 € от E-MRS (на името Julian).

MEC - Quot. project Final report: 1) economic part до 16/III в UPV/EHU; 2) научна част до 31/III UPV на сайта MEC www.micinn.gob.es/justificaciones - Fin de justificación на Apr. 16, 2015.

25-27/III Сравняване оригинал отчет Excel-Vajas у diezas MEC-Quot. grant за 2011-2014. Нормиране RTNSA - Review и nomination Cnel talks - ICM sec. Vortex y Skyrmion dynamics" (с M. Freeman у D. Albiz). Референция с Vicerectorado „по молба на MEC - grant отчетен в срок. Отчетен краен 510 € Транзит за 2011, в 2012 - Вернат, но загубил документ за 2012-отчет. Не намерено Sallo - Dec 2014).

28/III Scientific report MEC-Quot. Уточн. с A. и D. в „Lide" и „Carrefour" Olaberria.

30/III Сборник e-mails Quot. и до MEC - отчет (Референц). Попълн. фин. отчет - Excel с UPV/Excel (Окончат сумма 11,10 € Virginia за 2012 - нет первич. док-в) Meeting с Quot.: Θ(S) - Skyrmion сферичен дял $H_a = (5-10) M_s > 0$, а не $H_a < 0$; 2-ро уред. от в PHT-Eff. damping paper. Про сделано в Bangalter, Berkovnyak, Gomonay работа по eff. damping. Оригинал 560 € Conf. fee Lille-E-MRS By credit card.

31/III Вмъкване и нанасяне BIES-Mag. lett. proofs of Sk-MPD paper. (оригинал, отчет) Поправ. Abs. Magnonics - Mv dot и edit. Quot. Abstract по eff. damping. Open acc. Reserved Hotel за 2015 Barcelona July 4-11 дни ICM - conf. Предложение to Back и Dec. напълно организовано „Magnonics - 2017" в San Sebastian. P. Nieves - Зам. S/V

→ Спешно: a) MEC-grant отчет; б) Финанси, справка дали $ → € change; в) Review и vortex talks - Poznan; ~~г) PHT paper submit~~; ~~д) Nat. Com. Mv submit~~; е) Semin, hotel Lille; ж) meeting-Incomtax. з) PRB pay.

1/IV А и Ю. в комп. S - seb. Booking Hotel в Lille May 10-16 и Madrid, May 4-6.

2/IV Подготовка Vortex mass paper дали Nature Comm. Обсъждане се с Тео и нанасяне draft. Корекция дълга.

3/IV Нарязване Introduction и editing PHT - Eff. damping paper.

4/IV Editing PHT - paper. Изпращане до Ivanov, Kovalev, PHT - Eds. Получ. Success Lille.

5-6/IV Подгот. slides - review GM-UPV/EHU в Poznan. Revised, edited и submitted Mv - paper to Nat. Comm. Започване сборно писане MEC - final report и нанасяне Оценка 4. Референция со Slavin по F/N/F Vortex dyn.

7/IV Meeting RTNSA - local com. in Ordizia. Вземане Juliana в Ordizia. С А. в Carrefour в „Lide" - Olaberria. Ревизия RTNSA - програма и Session Chairs.

8/IV Rev. new papers. Printed Mavrik - PRB submit. Отчет Ordizia. Incomtax с Apr. 16 - отчет. Сделка Hogar - „Santander" подписване до 10/V 2014. Депозит с 16/V 2014, и изчакване изтичане 2 м. до отчет. Подготовка contract.

9/IV Бягане в Santander (Finalizar): 1) Референция за нов ипотека - contra ot менеджър, 2) Внасяне € и уведомяване сумата credit - ауд. дом; 3) Сделка Hogar. Отчетено дали нотариус - Депозит до May 15, 2016. Meeting Julian, Juan - RTNSA program.

Escaneado con CamScanner

(10/IV) Fotos + Rui M. no MEC - finish "report + Sep. Dynamics" folder. Process

(11/IV) Rep. PRB - Paulina, Lewandowski, Lilli etc.; Slides for Poznań seminar - table

(12/IV) + Poster & upgrade Sem Sob invite via MEC final report + slides - Poznań

(13/IV) Mood + Sabian - response RTN/SA no. Zarządzenie Local Committee.

Fin. report **FIS2010** Despesa Bruxelas 30 3634 - Europa ou Grant total? Ana Cyanna Bruxelas 4 dias, Registration 6212 (6th Framework 2012). Brussels 509,69 € Grant total: 6000 Despesa Lisboa NO 6th Framework total: 2011 2012 2013 Despesas Reforço Pessoal + Despesas Deslocação. E-mail to Amelia (KR) Investir a Verba Projeto 2º Ano ? Despesa no 0363 "Taxa Reprodução Efeito Reforço" Saldo total = Saldo (2011-2013) + (Despesa para 2014). Um Saldo (2011-2013) Despesas?

Do orçamento 6 Poznań - 1) MPG - Bruxelas 2) Hotéis - Poznań 3) Custos Lille, 4) PRB - Poznań para + 5) Despesa - Professor 6) Despesa Lille, 7) Sci Rep. Autores + Ed

(14/IV) Abs. Zur Chaos Expo + "Despesa MPG" Despesa no Orçamento MPG Bruxelas, Despesa Bruxelas, Despesa 4 Despesas of Grant apoiam MagIC - Synchr. FIS2010 Grant report no MINECO web-site.

(15/IV) Trip to Poznań (de Munich Airport - N.) - N. e Cath. 6 Kwiet - 300 $ + 270 €

(16/IV) Despesa PIs of MagIC Groups no "exceptions in Swiss Residence Poznań.

(17/IV) Review of MagIC Res. Topics in Adam Mick. University - Jaume, Steffa & Pawel Zmarlicz + 2. Undergrad. Research Project in NL - Mathematical aspects in Vortex Dynamics of Superfluids - Stable states (extended).

(18/IV) Despesa c Rui + D. Pontes - Despesa Escola Física 30 Setembro - Despesa no Despesa Despesa Despesa

2 laptops (Oriel) с A. Hermann Patxi – за контакт след 30.4 за Nanoinformatica (Lia Tex office)

(30/IV) Нов имейл: gou.ru, за когато бъда в Toulouse; обратно билет 6 юни € за Bordeaux

Конкурс Physicien TGV Hauts Lille 10 1/6/V

(1/V – 3/V) Въпрос дома: comments/questions on Th.D. thesis P. Moreno. Reference: c. Felipe

(4–8/V) Командировка в Madrid на Workshop P. Nicolas и срещи с Quantum (с A. по темата) Leonid Chernovsky: H. Kachkachi, D. Ignjatović, E. Allini. обсъждане с Gregory

Sw-emitter in triangular state and Sw-spinner in double triangular dot

Обратно пътуване с Sw в ръчния багаж. 8/V с A. в Carrefour Alibervia.

(9/V) Printed TGV tickets to Lille, Wednesday, Eduard Iberibarne appl. Felipe

Grad talk „3D topological dyn. and Yo-Hop insul." Topol. Symposium @ MRS, Lille.

(10–16/V) Пътуване в Lille, France, Topol. Symposium of E-MRS; Meeting с 2 Gov. beam-host Inst., Lecture, Class Lecture (Spin pocket effect, Ion energy barrier), Akerman, Wigner-Hunger, Negotiations и нагласи с Felipe Garcia – Sanchez application за Marie Curie Fellowship.

Literature: 1) T. Schwarze Nat. Mat. 2015 – Broadband PMR by skyrmion modes & CuO SeO3 gyrotropic and breathing modes in Sk. Lattices

2) C. Hanel et al. 'bubble' domains in data MRS Lett. – Single bubble – Double core – new mag. Lett. – unpubl. arXiv: 1502.07853 – O. Boulle – Europ. Nature Data – JAP 91, 7386 (2002)

3) S. Rohart et al.: energy barriers $\Delta E \sim 30$ meV for skyrmion annihilation

4) G. Moreau-Luchaire, A. Fert: Exp. observation skyrmions in data 20–500 nm (!). 1502.07853 arXiv.

5) J. Akerman: mag. droplets – dyn. skyrmions, goodbye DMI > breathing mode, yay dyn. skyrmion – не изградиха в DMI can show arXiv: 2014

6) N. S. Kiselev: 3 GHz, 10 ps field pulse for mag. skyrmion switching.

7) P. F. Bessarab: activ. energy for sk. annihilation (Comprehensive в обяв. работа со имейл. Dear Z. Gan: Задание по Sk. dynamics (Influenced Comparisons) (file) – postdoc).

(17/V) Итинер. Travel reports на пътуванията в Madrid (4–8/V) и Lille (10–16/V).

(18/V) Meeting с Julian (дан резюме за Exp. комп. campaigns by Oviedo, Coord. gen RTNSA, с/м Felipe изпращане, по Ikerbasque дали 60% 3/мл, а UPV/EHU Запазена командировка 40% 3/мл – обсъдени дати, ще сведа Hotel Indizia – Acc.). Сдан Madrid и Lille – reports to Patxi. C.V. upd. to „Bzánka" Sup. Other ex. Въпрос по Skyrmions. Factura by Magn. Lett. – 1750 $.

План: 1) Vortex-review-JMMM; 2) $ > € convers., дали да взема ипотека, справя.

3) Conf. fee to Barcelona 22/VI, fee to Spain 4/VII tickets; 4) нови Topobes – Soliton ansatz, Ikarenko-Gana;

5) нови Sgroom. Sole Krawczyk-meeting Poznań; 6) Заказ 2 laptops по MagIC; – SW

7) Magn. Lett. – enclave; 8) Запитване отн. в US. Citi bank; 9) review PRB; 10) new

postdoc stipends/grants; 11) подготовка Ikerbasque до 30/V go June 14; 12) Apr. MagIC Окт. Kiev – Iarskin

M. Curie

(19/V) Meeting с Julian и Julia – текущи RTNSA въпроси. Обзор new Skyrmion-papers, Sk-Refs Зигмут по FE, multiferroics и exch. solitons papers by O. Tchernyshyov (2004, 2005, 2008). Talent Gorobets' chaos 2008 и ее file по exch. Solitons – решение Zagar нови Sk-Bloch-Neel DW in thick dots, circular domains in dots with Hall and DW in nanotubes.

(24/V) Ikerbasque Запазена accept. letter от UPV/EHU, още неразбираемо, че Dpt. Física Mat. дадоха намаляват 40% с 3/мл Felipe в резюме 5-ти (!?). Съвещание Julian, Ana gonan? Ноемврийско 40% по-ниско 1 год. Реакция на M. Curie workshop June 1 и ICM 295 (500 € – 6 дни: 2 × нощувки) Comments Summary MagIC meeting in Poznan to M. Krawczyk.

Static Sk thick dot

Двата O. Tchernyshyov изображения на Skyrmion (Bubble) ansatz for thick dot:

$$\begin{cases} m_x + i m_y = \sqrt{1-m_z^2}\, e^{i\Phi} \\ m_z = \dfrac{S^2 - S_c^2}{S^2 + S_c^2} = \cos\theta(z) \end{cases} \qquad \Phi = Q = \frac{\pi}{L} z + \varphi + \frac{\pi}{2}. \quad \vec{m}(\theta, \Phi)$$

$$m_x = \sqrt{1-m_z^2}\cos(\Phi - \varphi), \quad m_y = \sqrt{1-m_z^2}\sin(\Phi - \varphi)$$

L – dot thickness

$$m_y \sim \cos\left(\frac{\pi}{L} z + \frac{\pi}{2}\right) \sim -\sin\left(\frac{\pi}{L} z\right), \quad m_y(z=0) = 0, \quad m_y\left(\pm\frac{L}{2}\right) \to \max$$

$$m_x \sim \cos\left(\frac{\pi}{L} z\right), \quad m_x(z=0) \to \max, \quad m_x\left(z = \pm\frac{L}{2}\right) = 0$$

Тук дадох Bloch DW дали $z \to 0$ и Neel DW дали $z = \pm L/2$ –

Escaneado con CamScanner

пробный ansatz, где намагн. $\vec{m}(\vec{r})$ наложение на $\vec{m}(\vec{r})$ из, работ Montafis-Komin. PRB'2016-2017 по Vortex in thick anisotropic dots. Note: $m_z(\vartheta)$, $m_{\vartheta,\varphi} = f(\vartheta, z)$, хотя возможно это sk-radius $\vartheta_c = \vartheta_c(z)$, тогда и $m_z(\vartheta, z)$. $z = -L/2$.

Проверим magnetostatics: а) face charges $m_z(\vartheta)$ - такие же как для thin dot Gus'Mag.Lett'15; б) surface side charges $m_\vartheta(\vartheta = R, z) = \sqrt{1 - m_z^2(R)} \sin\left(\frac{\pi}{L} z\right)$ - есть, но W_m^S небольшая, т.к. $m_\vartheta(R, z)$ - нечет. функция z; в) volume charges

$\rightarrow \operatorname{div}\vec{m} = \frac{1}{\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\vartheta m_\vartheta) + \frac{1}{\vartheta}\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{1}{\vartheta} m_\vartheta + \frac{\partial m_\vartheta}{\partial\vartheta}$, $m_\vartheta(\vartheta, z) \neq 0 \Rightarrow \operatorname{div}\vec{m} \neq 0$ - есть volume charges, но $m_\vartheta(z) = -m_\vartheta(-z)$ нечет.

$W_a \approx$ точно так же как и для thin-dot ansatz - Gus'Mag.Lett'15.

// Если $W_{ex} \propto W_{ex}$ (Gus'Mag.Lett), то теоретически можно найти new $\vec{m}(\vartheta, z)$ - skyrmion - это выгоднее, чем thin-dot skyrmion $(z_0 = 0)$, будет W_m(new) > W_m(thin dot - Sk)? thin-dot-sk

Для согласованности надо $\operatorname{sign}(m_\vartheta) = P$, где $m_z(\vartheta = 0) = P$.

Звонил Глеб: new BTFMR experiment на сделали по sk-dots, лишь будет в Orsay, Они ему airtickets и hotel, хочет дать. M_V - FMR на Intermag-MMM'16. Попросил invoices - Conf. fee с ICM - 500€ и Magnonics-Seeon - 350€.

(21/V) Звонил Оксанич.: Предл. лишь у нас during RTNSA. Отказал, что нашла finance 40% salary to Felipe из NEC-project; Ю. Ульянов когда и на Ikerbasque и получил 40% от Nanogune. Проверил, что Mag.Lett.-Sk в open access с Apr. 9, 2015 и написан в IE³TM, чтоб переделали invoice на 1750 $.

Поиск new skyrmion papers в arxiv-Cond.mat „Bubble domains", „mag. skyrmions" - printed ~ 20 reprints и multifer. papers by Mostovoy.

Предел. случаи эл. функции

	$m = 0$	$m = 1$
$sn(u\|m)$	$\sin u$	$\tanh u$
$cn(u\|m)$	$\cos u$	$\operatorname{sech} u$
$dn(u\|m)$	1	$\operatorname{sech} u$

$u = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - m\sin^2\theta}}$

$\varphi = \operatorname{am} u \rightarrow sn u = \sin\varphi$, $cn u = \cos\varphi$, $dn u = \sqrt{1 - m\sin^2\varphi}$, $m = k^2$.

$sn u$, $cn u$ имеют нечетную $4K(k)$, $dn u$ - нечетную $= 2K(k)$, если u - real.

(22/V) Пришел factura от Conf. fee - ICM 2015 и Seeon 2015. С Л. и Ю. В. „Branka". Теория Sk-dynamics papers by Mochizuki, Ohose, Schwarze, etc. Mostovoy, Zvezdin.

(23-24/V) С Л. в „Lidl", „Carrefour" Olaberria. Письмо Buda об отм. RTNSA. Пришло и послал Abs. to TINT'2015-Toulouse по Eff. vortex/skyrmion damping" (Sk-gyrators), т.к. этот доклад by Suhl в Seeon-'2015 не принят. Sk-dyn. papers.

(25/V) подпис. у Julian отм. Conf. fee ICM-'15 и Seeon из-ко гранта и отдал Patxi. Seeon мне оказать самому. M. Curie Fellowships. E-mail to Felipe о правилах 60/40% Ikerbasque Fellowship, что снимает на начале. Felipe согласен на 60%. E-mail to Ikerbasque о невозможности найти 40% для Felipe на 5 лет и вопрос о возможности его взять на 60% ставки, с тем чтобы потом найти ему 40% за счет new grants.

Skyrmion-papers обзор.

Skyrmion dynamics

(26/V) **Skyrmions**: ① DMI-skyrmions in B20 и Cu_2OSeO_3 и их dynamics - Mochizuki PRL'2012, Ohose PRL'2012, Okamura 'Nat. Comm.'2013, Schwarze 'Nat. Mat. 2015 - теор.-simul. изучение CCW CW и breathing Sk-lattice $\vec{k} = 0$ modes и эксп. их наблюдение by Ohose'к, Okamura'13 на Cu_2OSeO_3 и Schwarze 'Nat. Mat.'15 на $MnSi$, $FeCoSi$ и Cu_2OSeO_3 методом broadband-FMR // Theory: Zhang-Mostovoy'15, Petrova 'PRL'12 Это thin films, тоже Schwarze'15 теория и dots/stripes

② Single DMI-Skyrmions in thin films or circular dots: exp. by Wiesendanger - films, SP-STM (много) и Morgan-Lucharie'15 Ir/Co/Pt - dots - (X-rays imaging), H. Du'2015 arxiv.

Theory и simulations: Lin-Saxena'PRB'2013-14, Schütte'PRB'2014, Zhang'JAP'15, Arx. preprints Garst'15, Kominoas'15, Upadhyaya'15, J.V. Kim'15, Dupé'15, Iwasaki'PRB'14.

New ③ Skyrmion - STO - dots, nanocontacts: только theory / simulations

Zhang'NJP'2015, Zhang-Ezawa'15, Zhang-Ezawa'15, Zivieri'15, Yamane-Sinova'15 (Bubble) В основном DMI-Skyrmions, но Bubble-Skyrmion у Yamane'15.

Escaneado con CamScanner

④ Skyrmions in multiferroics (incl. Cu_2OSeO_3 и $BiFeO_3$): в основном из-за Curie-Moriya of magnetoelectr. coupling (ME). Mostovoy Nat.Mat. 2007, PRL'2006; Kalinikin' 2011, Tanygin Ph.B' 2012; Ayatikov - Zvezdin' JMMM' 2014 (широко ст.), Liu, T.Review'2015 Liu' PRB' 2013

⑤ Skyrmions in dots – Bubble Skyrmions, no DMI: Makhfudz' PRL'2012, JVKim' PRB' 2014 Büttner - Montafis' Nat. Phys. 2015 - X-ray exp. Moon' Arxiv'2015, Moon' PRB' 2014. многообразие papers по generation и dynamics of bubble-domains in films с Hal.

Интересная paper Y.H.Liu et al. Phys.Rev.B 87, 100402 (2013) по integration-simulations Sk-modes in multiferroics excited by oscill. electric field $e_y(t)$. Две разных направл. ист. поля $\vec{B}$ (Skyrmion in-plane $\perp \vec{B}$) в Curie-temp. $\hat{z} \parallel \vec{B}$

$$\mathcal{H}_{ME} = -\frac{\lambda}{2}\sum_i E_i\left[\left(S_i^y\right)^2 - \left(S_i^x\right)^2\right] \quad (I),\quad -\frac{\lambda}{2}\sum_i E_i\left[\left(S_i^z\right)^2 - \left(S_i^x\right)^2\right] \quad (II),\quad -\frac{\lambda}{2\sqrt{3}}\sum_i E_i\left[3\left(S_i^z\right)^2 - 1\right] \quad (III)$$

– linear dependency E-dependent (I) single-ion mag. anisotropy. X_1, X_2 – azim. SW? $\vec{E}=0$ modes of Sk-lattice: (I) Bogol. elliptic (E) и две X_1, X_2 Sk-modes не exp. измер. (II) Bogol. E-mode, B1, B2 modes и снова X_1, X_2 – modes (III) Bogol. remove breathing Sk-modes B1 (no mates) и B2 (one rad. node)

Gyr. mode B1 Cobmagger c simulated by Mochizuki' PRL'2012.

$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{ex} + \mathcal{H}_{DM} + \mathcal{H}_{Zeem} + \mathcal{H}_{ME}$, LLG simulations of $\vec{M}(t)$ dynamics

Intern. simulations of Liu' PRB'2013 не воспроизвел (в FMR на Cu_2OSeO_3 film)?

Интересная работа без адрес. Refs.: Y.-T. Oh et al. 1501.06671v1. "Magnon dynamics in DM-magnet..." Делают модельно Gus' PRB'10 приближение и "local stable quantization axis $\vec{n}_0 \parallel \hat{oz}$" $\vec{n}_0$ – Sk-static configuration. Затем $\vec{n} = n_x\hat{x}' + n_y\hat{y}' + n_z\hat{z}'$ $n_x, n_y \ll 1$ записывают by Holstein-Primakoff через b_r, b_r^+ magnon operators, получают equation of motion для b_r, b_r^+. Но в paper-Oh есть явный bug – gauge field для DMI-Skyrmion (!).

Много данных о J_0, DMI, structure Cu_2OSeO_3 в V.A.Chizhikov et al. 1305.5382 v3 - 4 March 2014 (Cond.Mat.J.Phys.), но нет ME-coupling.

//Динамика ② : single DMI-Skyrmions — Sk-motion $\parallel \Theta_x$ при H_y-dc, $h_z^{\sim}(t)$ at $\omega_x \omega_{breath}$ - Wang-Fangohr' arXiv'15 и Sk-m_z core switching in $h_z^{\sim}(t)$, dots – Zhang-Fangohr' arXiv'15 (новое явление core switching MPD-lec'2014)

Wang: $\vec{m} = \vec{m}_{Sk} + \vec{m}_{SW}$ и получение Thiele eq. для $\vec{X}(t)$ путем $\langle \ldots \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T dt(\ldots)$ усреднение LLG по периоду SW-T (slow-Sk и fast SW motions как в Gus' 2010)

//Метод $\vec{m} = \vec{m}_{Sk} + \vec{m}_{SW}$ с $\langle \ldots \rangle_{SW}$ был использован using gauge fields in L.Kang' PRL 111, 067203 (2013) и A.A. Kovalev' PRB 89, 241101 (2014). Kovalev вводит gauge field как в Gus' PRB'10, но исправляет Sk-equation of motion создает effective new term включения SW. Но gauge fields вводятся в $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}$, т.е. в exch. energy, в отличие от моего $\frac{\partial}{\partial t}$ и $\vec{M}$.

//Vortex/Sk с током T: $W_H = -\vec{m}\cdot\vec{h}$, $\vec{h}(\vec{r},t)$ – thermal field.

$$\vec{F}_T = -\frac{\partial}{\partial \vec{X}} W_H = -\frac{\partial}{\partial \vec{X}}\int d^3\vec{r}\, \vec{m}(\vec{r},\vec{X})\cdot\vec{h} = -\int d^3\vec{r}\, \partial_x \vec{m}(\vec{r},\vec{X})\cdot\vec{h}(\vec{r},t) \approx -\left[\int d^3\vec{r}\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial \vec{X}}\right)_{\vec{X}=0}\cdot\vec{h}(\vec{r},t)\right]$$

Rigid motion $\vec{m} = \vec{m}[\vec{r} - \vec{X}(t)]$, $\vec{m}(\vec{r},t) = \vec{m}_0(\vec{r}) + \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\alpha}\cdot X_\alpha(t)$, $\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\alpha} \sim \frac{1}{S}(1-S^2)$ – TVA.

$$F_T^\alpha = -\int d^3\vec{r}\, \partial_\alpha \vec{m}[\vec{r}-\vec{X}]\cdot\vec{h}(\vec{r},t) = +\int d^3\vec{r}\, \partial_\alpha \vec{m}(\vec{r})\cdot\vec{h}(\vec{r}+\vec{X},t) = F_T^\alpha(\vec{X},t) - \text{случ. сила},$$

$$\langle F_T^\alpha(\vec{X},t) F_T^\beta(\vec{X}',t')\rangle = \xi\,\delta_{\alpha\beta}\,\delta(\vec{X}-\vec{X}')\,\delta(t-t'), \quad \text{где } \xi \sim \langle h_\alpha(\vec{r},t) h_\beta(\vec{r}',t')\rangle \sim \xi_h$$

(\vec{X})

Ин. обзор Sk-dynamics 6-7/IV 2014, Mochizuki – Mostovoy, Nat.Mat. 2014.

(27/I) Sk-dynamics обзор и некоторые papers. E-mails to Бухрра и Izabelum (travel July 15?) Зеленый в Civ B.U3, Зомбоящик Jan/июнь спец. без финансового отдела. Разбор Хозенкнеб-PMM'82 Kovalev - Tserkovnyak' EPL'12 или Gus' PRB'10 ссылаясь, Hoogdalem' PRB'13, Kovalev' PRB'14 уже на ссылаясь.

Escaneado con CamScanner

Numerical results: Sk - damping in circular dot gives TM modes, RVM и TVA.
Breathing SW mode in circ. dot; ucup. MPD, Kiselev '11.

(28) Ryabov, Lin-Saxena, PRB 87, 024415 (2013) Internal modes of Skyrmion.
Coupled Lin'M simulations ($m_S^0 = 0$ на границе square dot, size L)
energy of Skyrmion vs low-f TM, Elliptic (triang., square, ...) modes и
uniform breathing mode; decrease in Quality TM ≡ CW, El.m. ≡ E - Lin'13
Note: Lin-Saxena simulated spat. spectra of single Neel Skyrmion in thin square dot
Elliptic mode also negat. nonzero gyrocoupling to Sk-state when harmonic H_z
negative H. mode give bubble domains (!)
Circular Mesh - strong proof of rigid Sk-model is good for TM. Ec
see gyro. coupling, i.e. strong localization in-plane dot-size.
Harmonic approximation TVA ($m_S(R) = 0$) gives Sk-dynamics in circular dot?
Hyp: $m_z(R) \approx m_z^0(R)$ $m_z^0(\xi) = \frac{c^2 - \xi^2}{c^2 + \xi^2} = -1 + O(c^2)$, если $c \ll 1$ ($R_c \ll R$).
Dynamic $m_x + i m_y = \frac{2w}{1+|w|^2}$, $w(z,t) = \zeta(t) = \frac{i}{c}\mathbb{C}\left[z - \frac{\zeta + \bar{\zeta} z^2}{1+|\zeta|^2}\right]$ - TVA
Static $m_x^0 + i m_y^0 = \frac{2w}{1+|w|^2}\Big|_{\zeta=0} = \frac{2i\mathbb{C}}{c} \cdot \frac{1}{1+|z|^2/c^2} \to \frac{2i\mathbb{C}}{c}\frac{e^{i\varphi}}{1+1/c^2} =$
$= \frac{2c}{1+c^2} e^{i(\varphi + \mathbb{C}\pi/2)} = O(c)$. $m_S^0 + i m_\varphi^0 = (m_x^0 + i m_y^0) e^{-i\varphi} = \frac{2}{c}\frac{|z| e^{i\mathbb{C}\pi/2}}{1+|z|^2/c^2} \to$
$\xrightarrow[|z|=1]{} \frac{2c}{1+c^2} e^{i(\mathbb{C}\pi/2)}$, $m_S^0 = \frac{2c}{1+c^2}\cos(\mathbb{C}\pi/2) = 0 \ \forall c$.
Dyn. $m_S + i m_\varphi = (m_x + i m_y) e^{-i\varphi} = \frac{2we^{-i\varphi}}{1+|w|^2} = \frac{2\bar{\zeta}e^{i\varphi}}{1+|w|^2}\frac{1}{c} e^{i\mathbb{C}\frac{\pi}{2}}\left[z - \zeta - \bar{\zeta}|z|^2 e^{2i\varphi}\right] =$ $\zeta = |\zeta| e^{i\varphi_\zeta}$
$= \frac{2}{c}\frac{e^{i\mathbb{C}\pi/2}}{1+|w|^2}\left[|z| - |\zeta| e^{i(\varphi_\zeta - \varphi)} - |z|^2 e^{i(\varphi - \varphi_\zeta)}|\zeta|\right] \xrightarrow[|z|=1]{} \frac{2}{c}\frac{e^{i\mathbb{C}\pi/2}}{1+|w|^2}\left[1 - |\zeta| e^{i(\varphi_\zeta - \varphi)} - |\zeta| e^{i(\varphi - \varphi_\zeta)}\right] =$
$= \frac{2}{c}\frac{e^{i\mathbb{C}\pi/2}}{1+|w|^2}\left[1 - 2|\zeta|\cos(\varphi - \varphi_\zeta)\right]$, dyn. $m_S = \frac{2}{c}\frac{1}{1+|w|^2}\left[1 - 2|\zeta|\cos(\varphi - \varphi_\zeta)\right]\cos\left(\mathbb{C}\frac{\pi}{2}\right) = 0$
B.c. $m_S|_{|z|=1} = 0$ даже если $m_z^0|_R \neq \pm 1$. $m_S + i m_\varphi = \frac{2we^{-i\varphi}}{1+|w|^2} = \frac{2i\mathbb{C}}{c}\frac{1}{1+|w|^2}\left[|z| - \frac{\zeta e^{-i\varphi} + \bar{\zeta}e^{i\varphi} + (|z|^2 - 1)\zeta e^{-i\varphi}}{1+|\zeta|^2}\right]$,
$m_S = \frac{2i\mathbb{C}}{c}\frac{1}{1+|w|^2}\left[|z| - \left\{\frac{\zeta e^{-i\varphi} + \bar{\zeta}e^{i\varphi} + (|z|^2-1)\zeta e^{-i\varphi}}{1+|\zeta|^2}\right\}\right]$, $\boxed{m_S\Big|_{\substack{|z|^2=1 \\ \zeta=R}} = 0, \ \forall |w|, \zeta.}$
Но как. ли обеспечивает TVA $m_S|_R = 0$ разумный вид dyn.-Skyrmion?

(29) Sk - dynamics
Thiele Хуанчаев-ФММ'82, Gus'PRB'10, Kovalev EPL'12, Kovalev PRB'14, Ch PRB'15
об использовании gauge field ($\vec{m}_{Sk} \| \hat{z}$) для разделения Sk- и SW-dynamics.
Основная идея как в Gus'PRB'10: 1) slow (Sk) и fast (SW) subsystems, gauge field из
условия локальности и local ort. $\vec{e}_z \| \vec{m}_{SW}$; 2) Coupled Sk- и SW-equations of
motion ведут к перенормировке свойств Sk и SW (A_V, $\Delta\omega_{m=\pm1}$ для vortex case),
Izaskun изучала влияние диссипации для определения Gravel's within MagIC project.
Zukovic изучала влияние на Sk-dynamics близости на Cu_2OSeO_3 - paper Lin'PRB'13.
Даже некоторое расщепление Sk-dynamics (TM in Sk-state) и SW in Sk-state
надо учесть не только $\hat{A}_0 \sim \dot{\Phi}_0, \dot{\Theta}_0$ - part of gauge field, но и $\hat{A} \sim \frac{\partial}{\partial x_\mu}$, т.к.
exchange energy вклад для Skyrmion (для vortex exchange можно было пренебречь).
Sk-Breath. mode
Для breathing Sk-mode можно попробовать функцию $w = f(z) = \frac{i}{c}\mathbb{C}z$, $c \to c(t)$
и на входе gauge fields. Хосе Garcia-Sanchez, Kim-PRB'14 нашли, что Breath. modes
для SW near static Sk, т.е. gauge field related to exchange ($\sim \frac{\partial}{\partial x_\mu}$) для Bozmuller
Sk-Breath: $c(t) = c_0 + \xi(t)$. $w = \frac{i}{c}z + i z^2 \frac{1}{c_0 + \xi} = \frac{iz}{c_0}\left(1 - \frac{\xi}{c_0}\right) = \frac{iz}{c_0} - \xi(t)\frac{iz}{c_0^2} = w_0 + \delta w$, $\delta w = \frac{\partial w}{\partial c}\xi$

$w = \operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} e^{i\Phi}$ $\Theta = \Theta_0 + e\theta(t)$, $\Phi = \Phi_0 + \psi(t)$, $\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Theta_0 + e\theta) = \operatorname{tg}\frac{\Theta_0}{2} + \frac{1}{\cos^2\Theta_0}\frac{1}{2}e\theta$,
$e^{i\Phi} = e^{i(\Phi_0 + \psi)} = e^{i\Phi_0} e^{i\psi} = e^{i\Phi_0}(1 + i\psi)$
$w = \left[\operatorname{tg}\frac{\Theta_0}{2} + \frac{1}{2\cos^2\Theta_0}e\theta\right] e^{i\Phi_0}(1 + i\psi) = w_0 + \frac{e^{i\Phi_0}}{2\cos^2\frac{\Theta_0}{2}} e\theta + w_0 i\psi = w_0 + \frac{1}{c}\delta w$, $z = \rho e^{i\varphi}$
$\delta w = -\frac{1}{c_0^2}\rho e^{i(\varphi + \pi/2)} = \frac{e^{i\Phi_0}}{2\cos^2\frac{\Theta_0}{2}} e\theta + \operatorname{tg}\frac{\Theta_0}{2} e^{i(\Phi_0 + \frac{\pi}{2})}\psi$; - сферы Sk-radius $\xi(t)$ change
и gives $\vec{m} - e\theta, \psi(t)$.

Дано φ - Skyrmion: $\Phi_0 = \varphi + \frac{\pi}{2}$, $-\frac{s}{c_0^2}\dot{s} = \frac{\dot{c}c}{2\cos^2\frac{\Theta_0}{2}} + i\dot{\psi}\,\mathrm{tg}\frac{\Theta_0}{2}$, откуда $\dot{\psi}=0$, (Θ-H)

$s(t) = -\frac{c_0^2}{\dot{s}}\frac{1}{2\cos^2\frac{\Theta_0}{2}}\dot{c}(t)$, но согласно анализу 14-16/2 для radial Sym. $m=0$ mode $\dot{\psi}=0$ следует $\omega=0$. Static solution не интересует.

Однако в ом, что $\omega = \frac{z}{c(t)}$ нельзя считать осью, только $c(t)$, надо $w = \frac{z}{c(t)}e^{i\psi(t)} = \frac{s}{c(t)}e^{i(\varphi+\pi/2+\psi)}$, и УД даёт $\dot{c}$ и $\dot{\psi}$. $\dot{c}\to\dot{c}_0$, а УД $\dot{c}_0, \dot{\psi}$ уже есть.

(30/V) Из УД φ Skyrmion. SW от 14/1 следует при $\frac{L}{R}\to 0$, $m=0$ breathing mode (radial SW):

$$\begin{cases} \frac{\omega}{\gamma M_s}a(s) = -\nabla_s^2 b + \left[-(\Theta_0')^2 + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)\cos^2\Theta_0\right]b(s) \\ \frac{\omega}{\gamma M_s}b(s) = -\nabla_s^2 a + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)\cos 2\Theta_0\, a(s) \end{cases}, \quad k^2 = \frac{1}{dM_s}(4\pi M_s - H_A).$$

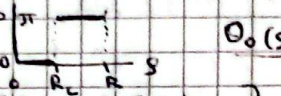
$L/R\to 0$, $m=0$, ск. breathing mode ↓ это SW

Static Sk-profile при $4R\to 0$ удовл. $dM_s\nabla_s^2\Theta_0 = \left[H_A - 4\pi M_s + \frac{dM_s}{s^2}\right]\sin\Theta_0\cos\Theta_0$,

$\nabla_s^2\Theta_0 = \left[\frac{1}{s^2}-k^2\right]\sin\Theta_0\cos\Theta_0$, $\frac{\nabla^2(\sin\Theta_0)}{\sin\Theta_0} = -(\Theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\Theta_0\nabla^2\Theta_0$, $\nabla^2\Theta_0^{HS} = \frac{1}{s^2}\sin\Theta_0\cos\Theta_0$ (тех. задача)

Можно $\Theta_0(s)$ искать в виде ряда $\Theta_0(s) = \Theta_0^{HS}(s) + \sum_n c_n(s)k^{2n}$, $k^2 = \frac{1}{dM_s}(4\pi M_s - H_A) \ll 1$.

Примем thin SW ansatz



$\Theta_0(s) = \begin{cases} 0, & s\le R_c \\ \pi, & s>R_c \end{cases}$, тогда, $\Psi = a+ib$

$$\begin{cases} \frac{\omega}{\gamma M_s}a(s) = -\nabla^2 b + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)b(s) \\ \frac{\omega}{\gamma M_s}b(s) = -\nabla^2 a + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)a(s) \end{cases} \quad \frac{\omega}{\gamma M_s}u = -\nabla^2(b+ia) + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)(b+ia) -$$

можно не удел. $\omega/\gamma dM_s = \nu$.

$$\begin{cases} \nu a = -\nabla^2 b + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)b \\ \nu b = -\nabla^2 a + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)a \end{cases} \quad \nu^2 a = -\nabla^2\left[-\nabla^2 a + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)a\right] + \nabla^4 a - \nabla^2[f(s)a] +$$

$$+ f\left[-\nabla^2 a + fa\right] = \nabla^4 a - \nabla^2(fa) - f\nabla^2 a + f^2 a -$$

– ур. и - то нормально по $\partial/\partial s$.

Но если решение $a(s)=b(s)$, $\nu a = -\nabla^2 a + \left(\frac{1}{s^2}-k^2\right)a$, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}$

$$\frac{\partial^2 a}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial a}{\partial s} + \left(k^2+\nu-\frac{1}{s^2}\right)a = 0, \quad s^2a'' + sa' + \left[(k^2+\nu)s^2 - 1\right]a(s) = 0$$ – ур-е Бесселя, $n=1$.

$a(s) = J_1\left[(\nu+k^2)^{1/2}s\right]$, предъем $a(R)=0$, $(\nu+k^2)^{1/2} = \frac{\alpha_n}{R}$, $J_1(\alpha_n)=0$.

$$\frac{\omega}{\gamma dM_s} + \frac{1}{dM_s}(4\pi M_s - H_A) = d_n^2, \quad \frac{\omega}{\gamma} = dM_s d_n^2 + H_A - 4\pi M_s,$$ т.е. нижний зазор

Спектр radial SW $\frac{1}{\gamma}\omega_n = dM_s\frac{d_n^2}{R^2} + H_A - 4\pi M_s$ или $\frac{1}{\gamma}\omega(x) = dM_s x_n^2 + H_A - 4\pi M_s$

$x_n = x_s = d_n/R$ квантуется.

$L\to 0$, $m=0$, $a(s)=b(s)$

$H_{ex}^n = dM_s\frac{d_n^2}{R^2} = M_s\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 d_n^2$, при $\frac{L_e}{R}\approx 0.1$, $R = 10L_e \approx 100$ нм, $H_{ex}^n \approx 0.01 M_s d_n^2$

$d_1 \approx 3.8$, $H_{ex}^1 \approx 0.16 M_s$, $\omega_{ex}^1 \approx 0.16\gamma M_s \approx 0.16\cdot 2.5$ GHz ≈ 0.4 GHz для FeNi.

Надо FeNi → FePt с $M_s\times 1000$ Гс, $\omega_{ex}^1 \approx 0.5$ GHz (FePt).

Добавим H_z: $\frac{1}{\gamma}\omega(x) = dM_s x^2 + H_z + H_A - 4\pi M_s$, $x = x_n = \frac{d_n}{R}$, $m=0$ modes at $L\to 0$.

$\omega(x_n)$ совп. нижн. с Kakazu-Apl.Phys, SW in circular dot с M_0 вниз. $\left|\begin{array}{l} H_z \text{ - такое разное} \\ \text{при } \Theta_0 = 0, \pi \end{array}\right.$

ФТ: $d_{zz}(s,s') = -\frac{1}{L}\int dk\left[1-e^{-kL}\right]J_0(ks)J_0(ks')$; $d_{ss}(ss') = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}d\varphi'\, g_{ss}(s^2,s'^2) =$

$= -\frac{2}{4\pi}\int d\varphi'\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int\frac{dk}{k}f(kL)\frac{\partial^2}{\partial s\partial s'}J_\mu(ks)J_\mu(ks') = -\int\frac{dk}{k}f(kL)\frac{\partial J_0(ks)}{\partial s}\frac{\partial J_0(ks')}{\partial s'}$

$d_{ss}(ss') = -\int dk\, f(kL)k\,J_1(ks)J_1(ks')$. Оказывается от промежуточных $L\to 0$:

Ls finite

$$\begin{cases} \nu a(s) = -\nabla^2 b + \frac{\nabla^2(\sin\Theta_0)}{\sin\Theta_0}b + \frac{4\pi}{d}\int ds's'd_{ss}(ss')b(s') \\ \nu b(s) = -\nabla^2 a + \frac{1}{dM_s}\left[\left(H_A + \frac{dM_s}{s^2}\right)\cos 2\Theta_0 + H_z^0\cos\Theta_0\right]a(s) - \frac{4\pi}{d}\sin\Theta_0\int ds's'd_{zz}\sin\Theta(s')a(s') \end{cases}$$

$$\frac{\nabla^2(\sin\Theta_0)}{\sin\Theta_0} = -(\Theta_0')^2 + \frac{1}{dM_s}\left[\left(H_A + \frac{dM_s}{s^2}\right)\cos^2\Theta_0 + H_z^0\cos\Theta_0\right], \quad H_z^0(s) = 4\pi M_s\int ds's'\,d_{zz}\cos\Theta_0(s')$$

Ansatz thin DW: $H_z^0\cos\Theta_0 = 4\pi M_s\cos\Theta_0(s)\int ds's'\,d_{zz}\cos\Theta_0(s') = 4\pi M_s\cos\Theta_0(s)\left[\int_0^{R_c}ds's'd_{zz} - \int_{R_c}^{R}ds's'\,d_{zz}(ss')\right] = F(s)$

$$\begin{cases} \nu a(s) = -\nabla^2 b + \frac{1}{dM_s}\left[H_A + \frac{dM_s}{s^2} + F(s)\right]b + \frac{4\pi}{d}\int ds's'\,d_{ss}(ss')b(s') \\ \nu b(s) = -\nabla^2 a + \frac{1}{dM_s}\left[H_A + \frac{dM_s}{s^2} + F(s)\right]a \end{cases}$$

$F(s)\to -4\pi M_s$, $L\to 0$.

$M_z = -\psi\sin\Theta_0$

$M_\perp = b\sin(\omega t - \omega\xi)$

! Thin DW $\Theta_0 = 3\pi$ надо, т.к. $b\nu M = 0$

Escaneado con CamScanner

WI - FI
LOGIN: 1 night in poznan PASSWORD: Wielka 12

$\int dq' q' d_{22}(qq') u(q') = \lambda u(q)$, $u(q) = J_1(\kappa q)$ $\int dq' q' (\cdot) \int dk k \frac{1}{k^2+\kappa^2} J_1(kL) J_1(kq) J_1(kq') =$

$= \int dk k \frac{1}{k^2+\kappa^2} J_1(kq) \int_0^R dq' q' J_1(kq') J_1(\kappa q') = \left| R/L \gg 1 \right| = \frac{\pi}{2} \int dk k \frac{1}{k^2+\kappa^2} J_1(kq) \frac{1}{k} \delta(k-\kappa) = \frac{\pi}{2} K_1(\kappa L) J_1(\kappa q)$

$K_1(\kappa L) u(q)$, t.z. $u(q) = J_1(\kappa q)$ ewentualnie $\cos\varphi$ wer. analogicznie $d_{22} < 3 \cdot K_1(\kappa L)$.

$(q) \to F = \frac{2}{R^2} \int_0^R dq' q' \Gamma(q)$ w ogólnym wzorze $a(q)$, $b(q) \sim J_1(\kappa q)$.

$$\begin{cases} a(q) = -\omega^2 b + \frac{1}{dM_s}\left[H_n + dM_s + \bar{F} - 4\pi\delta(\kappa L)\right] b(q) \\ b(q) = -\omega^2 a + \frac{1}{dM_s}\left[H_n + dM_s + \bar{F}\right] a(q) \end{cases} \quad a(q) = \lambda_1 J_1(\kappa q), \; b(q) = \lambda_2 J_1(\kappa q)$$

$\nabla^2 u = \left(\frac{1}{\delta^2} - \kappa^2\right) u \Rightarrow \begin{cases} \partial a = \kappa^2 b + \frac{1}{dM_s}\left[H_n + \bar{F} - 4\pi\delta(\kappa L)\right] b \\ \partial b = \kappa^2 a + \frac{1}{dM_s}\left[H_n + \bar{F}\right] a \end{cases}$, $\det\begin{pmatrix} -\nu & \kappa^2 + \frac{1}{dM_s}[\cdot]_b \\ \kappa^2 + \frac{1}{dM_s}[\cdot]_a & -\nu \end{pmatrix} = 0$

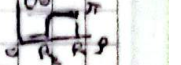
$= \left\{\kappa^2 + \frac{1}{dM_s}\left(H_n + \bar{F} - 4\pi\delta(\kappa L)\right)\right\}\left\{\kappa^2 + \frac{1}{dM_s}\left[H_n + \bar{F}\right]\right\} = 0$.

$= \frac{\omega^2}{(dM_s)^2} = \left\{\kappa^2 + \frac{1}{dM_s}(H_n + \bar{F}) - 4\pi\delta(\kappa L)\right\}\left\{\kappa^2 + \frac{1}{dM_s}(H_n + \bar{F})\right\}$

$\omega^2(\kappa) = \left\{dM_s \kappa^2 + H_n + \bar{F} - 4\pi M_s \delta(\kappa L)\right\}\left\{dM_s \kappa^2 + H_n + \bar{F}\right\}$, $\kappa \to \kappa_n = \frac{\alpha_n}{R}$, $J_1(\alpha_n) = 0$

Powtórz?

Obejrzeć YD 14/I, t.j. dołączone nagie $\delta(\kappa L)$, przez które - FMSW.



(Jeśli $\omega(\kappa)$ w funkcji κ - linia SW.

W YD gdzie $a(q)$, $b(q)$ - SW amplitudes

z innym $\Theta_0(q)$ Background C skyrmion, $\vec{m}^0$ (zależność) nagie dołączone.

Power gauge fields w YD od 10-12/I 2014 r.

Mamy gdzie d.p. field $\vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{h}$, dwa $\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi}$ i $\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial \theta}$, $\vec{m}(\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$

Dwie solitons: φ - skyrmion ma vortex $m_z^0 = \cos\Theta_0$, $m_\varphi^0 = \sin\Theta_0 \sin(\Phi_0 - \varphi)$, $m_\vartheta^0 = 0$

$\Theta_0(\vartheta)$, $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$. $H_z^0(\vartheta,\varphi) = \int d^2s' \left[g_{z\vartheta} m_\vartheta^0 + g_{z\varphi} m_\varphi^0 + g_{zz} m_z^0\right] = \int d^2s' g_{zz} m_z^0$

$= M_s \int d^2s' \left[g_{\varphi\varphi} m_\vartheta^0 + g_{\varphi\varphi} m_\varphi^0 + g_{\varphi z} m_z^0\right] = M_s \int d^2s' g_{\varphi\varphi} m_\varphi^0$, ze wzoru 13/I.

$g_{\vartheta\varphi} = M_s \int d^2s' \left[g_{\vartheta\vartheta} m_\vartheta^0 + g_{\vartheta\varphi} m_\varphi^0 + g_{\vartheta z} m_z^0\right] = M_s \int d^2s' g_{\vartheta\varphi} m_\varphi^0$

$g_{\alpha\beta}(\vartheta,\vartheta') = \frac{1}{L}\int dz\, dz'\, G_{\alpha\beta}(\vartheta,z;\vartheta',z')$, $\int_0^{2\pi} d\varphi' g_{\varphi\varphi}(\vartheta\vartheta') = 0$, $\int_0^{2\pi} d\varphi' g_{\vartheta\varphi}(\vartheta\vartheta') = 0$, ocim $m_\varphi^0(\vartheta)$.

T.e. $H_z^0(\vartheta,\varphi) = H_z^0(\vartheta) = M_s \int d\vartheta' \vartheta' \int d\varphi' g_{zz}(\vartheta\vartheta') m_z^0(\vartheta') = 4\pi M_s \int d\vartheta' \vartheta' d_{zz}(\vartheta\vartheta') m_z^0(\vartheta')$

$d_{zz}(\vartheta\vartheta') = -\frac{1}{L}\int dk \left[1 - e^{-kL}\right] J_0(k\vartheta) J_0(k\vartheta')$ i $d_{zz}(\vartheta\vartheta') \xrightarrow[L\to 0]{} \frac{1}{\vartheta}\delta(\vartheta - \vartheta')$. $\vec{H}^0 = (0, 0, H_z^0)$.

Linearyz. $\Phi = \Phi_0 + \psi(t)$, $\Theta = \Theta_0 + \ell\ell(t)$, $m_\vartheta = \sin\Theta\cos(\Phi - \varphi) = \sin\Theta_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) = -\sin\Theta_0 \cdot \psi$

(Static $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$, $\Theta_0 = \Theta_0(\vartheta)$) $m_\varphi = \sin\Theta\sin(\Phi - \varphi) = \sin(\Theta_0 + \ell\ell)\sin\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) =$

$= (\sin\Theta_0 + \ell\ell\cos\Theta_0)\left(1 + \cos\frac{\pi}{2}\cdot\sin\psi\right) = m_\varphi^0 + \ell\ell\cos\Theta_0$, $m_z = \cos(\Theta_0 + \ell\ell) = m_z^0 - \sin\Theta_0\, \ell\ell$

$\vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{m}}{\partial\Phi} = H_\vartheta m_\vartheta - H_\vartheta m_\varphi = h_\vartheta m_\vartheta - h_\vartheta m_\varphi = -h_\vartheta m_\varphi^0 = -\sin\Theta_0 \cdot h_\vartheta$ - B mm. no $\ell\ell, \psi$ wynosi.

$\vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{m}}{\partial\Theta} = m_z\left[h_\vartheta\cos(\Phi - \varphi) + h_\varphi \sin(\Phi - \varphi)\right] - H_z \sin\Theta = m_z\left[h_\vartheta\cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right) + h_\varphi \sin\left(\frac{\pi}{2} + \psi\right)\right] -$

$- (H_z^0 + h_z)\sin(\Theta_0 + \ell\ell) = m_z^0 h_\varphi - (H_z^0 + h_z)(\sin\Theta_0 + \ell\ell\cos\Theta_0) = -H_z^0\sin\Theta_0 - h_z\sin\Theta_0 - H_z^0\cos\Theta_0\,\ell\ell + m_z^0 h_\varphi$

$-\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\cdot\dot{\Theta} = -\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\,\dot{\ell\ell} = (\text{exch.}) - \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Phi} M_s = (\text{exch.}) - M_s(-\sin\Theta_0 h_\vartheta) \Rightarrow -\frac{1}{\gamma}\dot{\ell\ell} = (\text{exch.}) + h_\vartheta$

$\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Phi} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\dot{\psi} = (\text{exch.}_{\text{anis.}}) - M_s\vec{H}\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta} = (\text{exch.}_{\text{anis.}}) - M_s\left[-H_z^0\sin\Theta_0 - h_z\sin\Theta_0 - H_z^0\cos\Theta_0\,\ell\ell + m_z^0 h_\varphi\right]$

$\mu = -\sin\Theta_0\psi$, $\frac{1}{\gamma}\dot{\mu} = (\text{exch.anis.}) - H_z^0\sin\Theta_0 - h_z\sin\Theta_0 - H_z^0\cos\Theta_0\,\ell\ell + \cos\Theta_0 h_\varphi$

$\frac{1}{\gamma}\dot{\mu} = (\text{exch.anis.}) - H_z^0\cos\Theta_0\,\ell\ell + h_\varphi\cos\Theta_0 - h_z\sin\Theta_0$. Wniosek: magnetostatic parts YD

(corp. B stanie pore gnie $\Theta_0(\vartheta)$)

- 14/I - Sempre. Norway ma na Gmo-znaczenie napięcia $\sin\Theta_0 = 0$ 1-saturated dot - kakaz APL'ou? / B nacz. pacnica $m_\vartheta = m_\vartheta = -\sin\Theta_0\psi$ i nap. $\Theta_0 = 0$ zanfanom.

B kakazi'ou Gbogunce $m_\pm = m_x \pm i m_y$ - dynamic, ugnaraunie stopa $\Theta_0(\vartheta) = 0$.

$m_+ = m_x + i m_y = \sin\Theta e^{i\varphi} = \sin(\Theta_0 + \ell\ell) e^{i\Phi} = \ell\ell\, e^{i\Phi_0}$, ko $\Phi_0 = \omega t$ a ne Sk/V $\Phi_0 = \varphi + \frac{\pi}{2}$.

T.e. wychodzenie $\Theta_0 = 0$, Φ_0 - nieuprzywilejowane kakazi'ou i $\Theta_0(\vartheta)$, $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$ (nie nadaje się), niezbędne

Escaneado con CamScanner

и мультиварет с разными γD и разными $\omega(x)$. Gauge fields

// Надо вспомнить DMI и записать явно gauge fields для ск-state.

Другой подход к breathing modes of skyrmion. $w = w_0 + \delta w(t)$

$$E_{ex} = A\int d^2\vec{s}\left[(\nabla\Theta)^2 + \sin^2\Theta(\nabla\Phi)^2\right] = 4A\int d^2\vec{s}\,\frac{\partial_\mu w\,\partial_\mu \bar{w}}{(1+w\bar{w})^2}, \quad i\dot{w} = \frac{-1}{2}(1+w\bar{w})^2\frac{\partial E}{\partial \bar{w}}$$

$$E_{ex} = \frac{4A}{(1+w\bar{w})^2}\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}, \quad \frac{\partial E}{\partial w} \to \frac{\delta E}{\delta w} = \frac{\partial E}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial x_\mu}\frac{\partial E}{\partial(\partial_\mu w)}$$ — вроде в уравнение $\ell\ell(t), \psi(t)$ подходит.

Найдем явно gauge field contributions to γD для skyrmion-state из-за $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}$. см. 10/X 14г.

$$W(\vec{m}, \partial_\alpha\vec{m}) = A\sum_\alpha\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_\alpha}\right)^2, \ \alpha = x,y,z. \quad \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \to \left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} - \hat{A}_\alpha\right) = \left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} - \vec{A}_\alpha\times\right)$$

$$\hat{A}_\alpha\vec{m}_s = \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_s' = (\sin\Phi_v\,\partial_\alpha\Theta_v, -\cos\Phi_v\,\partial_\alpha\Theta_v, -\partial_\alpha\Phi_v)(\ell\ell,\psi,0) = ?$$

$$\begin{cases}\vec{m}_v' = (0,0,1)\\ \vec{m}_{sw}' = (\ell\ell,\psi,0)\end{cases}$$

$$= \begin{vmatrix}\hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}'\\ A_x^\alpha & A_y^\alpha & A_z^\alpha\\ \ell\ell & \psi & 0\end{vmatrix} = \hat{y}'A_z^\alpha\ell\ell + \hat{z}'(A_x^\alpha\psi - A_y^\alpha\ell\ell) - \hat{x}'A_z^\alpha\psi, \quad \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_v' = \begin{vmatrix}\hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}'\\ A_x & A_y & A_z\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix} = \hat{x}'A_y - \hat{y}'A_x$$

$$\left(\frac{\partial\vec{m}_v'}{\partial x_\alpha} - \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_v'\right)^2 = \left[\frac{\partial\vec{m}_v'}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial\vec{m}_s'}{\partial x_\alpha} - \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_v' - \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_s'\right]^2 = \left(\frac{\partial\vec{m}_s'}{\partial x_\alpha} - \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_s'\right)^2 + \left(\vec{A}_\alpha\times\vec{m}_v'\right)^2 +$$

$$+ 2\left(\frac{\partial\vec{m}_s'}{\partial x_\alpha} - \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_s'\right)\left(\vec{A}_\alpha\times\vec{m}_v'\right)(-1)$$. Роль членов с $\vec{m}_v'$ не ясна, надо проверить Gus PRB'10. ($\vec{m}_v'$ не в плоскости $\perp\hat{z}$)

$\sum_\alpha\left(\frac{\partial\vec{m}_s'}{\partial x_\alpha} - \vec{A}_\alpha\times\vec{m}_s'\right)^2$ найдем. $\vec{A}_\mu\times\vec{n} = \hat{x}\left(A_\mu^y n_z - A_\mu^z n_y\right) + \hat{y}\left(A_\mu^z n_x - A_\mu^x n_z\right) + \hat{z}\left(A_\mu^x n_y - A_\mu^y n_x\right) =$

$$= \hat{x}\left(-\cos\Phi\,\partial_\mu\Theta\cdot n_z + \partial_\mu\Phi\cdot n_y\right) + \hat{y}(\ldots) + \hat{z}(\ldots).$$ Кроме $\hat{A} = \begin{pmatrix}0 & -A_z & A_y\\ A_z & 0 & -A_x\\ -A_y & A_x & 0\end{pmatrix}$

$$\hat{A}\vec{n} = \begin{pmatrix}0 & -A_z & A_y\\ A_z & 0 & -A_x\\ -A_y & A_x & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}n_x\\ n_y\\ n_z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-A_z n_y + A_y n_z\\ n_x A_z - A_x n_z\\ -A_y n_x + A_x n_y\end{pmatrix} = \vec{A}\times\vec{n}, \ \forall\vec{n}.$$

$$D_\alpha = \partial_\alpha - \hat{A}_\alpha.$$

$$\sum_\alpha\left(D_\alpha\vec{m}_s'\right)^2 = \sum_\alpha\left(\frac{\partial\vec{m}_s'}{\partial x_\alpha}\right)^2 - \sum_\alpha 2\frac{\partial\vec{m}_s'}{\partial x_\alpha}\cdot\left(\vec{A}_\alpha\times\vec{m}_s'\right) + \sum_\alpha\left(\vec{A}_\alpha\times\vec{m}_s'\right)^2 = \sum_\alpha\left[\left(\frac{\partial\ell\ell}{\partial x_\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial x_\alpha}\right)^2\right] -$$

$$- 2\sum_\alpha\frac{\partial\vec{m}_s'}{\partial x_\alpha}\cdot\left[-A_z^\alpha\psi\hat{x}' + A_z^\alpha\ell\ell\hat{y}' + \left(A_x^\alpha\psi - A_y^\alpha\ell\ell\right)\hat{z}'\right] + \sum_\alpha\left[\left(A_z^\alpha\right)^2\psi^2 + \left(A_z^\alpha\right)^2\ell\ell^2 + \left(A_x^\alpha\psi - A_y^\alpha\ell\ell\right)^2\right] =$$

$$= \sum_\alpha(\nabla\ell\ell)^2 + (\nabla\psi)^2 - 2\sum_\alpha\left[-\frac{\partial\ell\ell}{\partial x_\alpha}A_z^\alpha\psi + \frac{\partial\psi}{\partial x_\alpha}A_z^\alpha\ell\ell\right] + \sum_\alpha[\ldots] = (\nabla\ell)^2 + (\nabla\psi)^2 - 2\sum_\alpha A_z^\alpha\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_\alpha}\cdot\ell\ell - \psi\frac{\partial\ell\ell}{\partial x_\alpha}\right)$$

$$+ \sum_\alpha[\ldots], \quad A_z^\alpha = -\partial_\alpha\Phi_v, \quad \Phi_v \approx \Phi_v^0 = \varphi + \frac{\pi}{2}, \quad \varphi = \arctg\frac{y}{x}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{\sin\varphi}{s}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\cos\varphi}{s}.$$ 10/X 14г.

$$\to \frac{1}{A}W_{ex}(\text{gauge}) = \sum_\alpha\left(D_\alpha\vec{m}_{sw}'\right)^2 = (\nabla\ell\ell)^2 + (\nabla\psi)^2 - \frac{2}{s^2}\left[\psi\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} - \ell\ell\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right] + \sum_\alpha[\ldots]$$

$$\sum_\alpha[\ldots] = \sum_\alpha\left(A_\alpha^z\right)^2(\psi^2+\ell\ell^2) + \sum_\alpha\left(A_\alpha^x\psi - A_\alpha^y\ell\ell\right)^2 = \frac{1}{s^2}(\psi^2+\ell\ell^2) + \sum_\alpha\left[\sin\Phi\,\partial_\alpha\Theta\,\psi + \cos\Phi\,\partial_\alpha\Theta\,\ell\ell\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{s^2}(\psi^2+\ell\ell^2) + \sum_\alpha(\partial_\alpha\Theta)^2(\sin\Phi\,\psi + \cos\Phi\cdot\ell\ell)^2, \ \Theta\to\Theta_0, \ \Phi\to\Phi_0, \ \sum_\alpha(\partial_\alpha\Theta)^2 = (\nabla\Theta)^2 = (\nabla\Theta_0)^2, \ \Phi_0 = \varphi + \pi/2$$

$$\to \frac{1}{A}W_{ex}(\text{gauge}) = (\nabla\ell\ell)^2 + (\nabla\psi)^2 - \frac{2}{s^2}\left(\psi\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} - \ell\ell\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right) + \frac{1}{s^2}(\psi^2+\ell\ell^2) + (\nabla\Theta_0)^2(\sin\Phi_0\,\psi + \cos\Phi_0\,\ell\ell)^2 - \text{sw}$$

$\vec{m}_{sw}' = (\ell\ell,\psi,0)$ gauge

By definition $\frac{1}{A}W_{ex} = (\nabla\Theta)^2 + \sin^2\Theta(\nabla\Phi)^2 = (\nabla\Theta_0 + \nabla\ell\ell)^2 + \sin^2(\Theta_0+\ell\ell)(\nabla\Phi_0 + \nabla\psi)^2$

кроме среднего γD, а не энергии. γD зависит по $\ell\ell, \psi$.

$$-\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\,\dot{\ell\ell} = \frac{\delta W}{\delta\psi} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial W}{\partial(\partial_\alpha\psi)} - \frac{\partial W}{\partial\psi} = 2A\Delta\psi + A\frac{2}{s^2}\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} - A\frac{2\psi}{s^2} + (\nabla\Theta_0)^2(-2)A(\sin\Phi_0\psi + \cos\Phi_0\ell\ell)\cdot\sin\Phi_0$$

$$-\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\,\dot{\ell\ell} = 2A\Delta\psi + \frac{2A}{s^2}\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} - \frac{2A}{s^2}\psi - 2A(\nabla\Theta_0)^2(\cos\varphi\cdot\psi - \sin\varphi\,\ell\ell)\cos\varphi$$

Ср. с $\frac{1}{\gamma dM_s}\sin\Theta_0\,\dot{\ell\ell} = -\sin\Theta_0\nabla^2\mu + \mu\nabla^2(\sin\Theta_0) + \frac{\sin 2\Theta_0}{s^2}\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi}$, $2A = dM_s^2$, $\mu = -\sin\Theta_0\,\psi$

$$\nabla^2(\psi\sin\Theta_0) = \psi\nabla^2(\sin\Theta_0) + 2\nabla\psi\cdot\nabla(\sin\Theta_0) + \sin\Theta_0\nabla^2\psi = \psi\nabla^2(\sin\Theta_0) + 2\frac{\partial\psi}{\partial s}\frac{\partial\sin\Theta_0}{\partial s} + \sin\Theta_0\nabla^2\psi$$

$$-\sin\Theta_0\nabla^2(\mu) + \mu\nabla^2(\sin\Theta_0) = +\sin\Theta_0\left[\nabla^2(\sin\Theta_0\,\psi) - \nabla^2(\sin\Theta_0)\psi\right] = \sin\Theta_0\left[\psi\nabla^2(\sin\Theta_0) + \sin\Theta_0\nabla^2\psi + 2\frac{\partial\psi}{\partial s}\frac{\partial\sin\Theta_0}{\partial s}\right]$$

$$\frac{1}{dM_s}\sin\Theta_0\,\dot{\ell\ell} = \sin\Theta_0\left[\sin\Theta_0\nabla^2\psi + 2\Theta_0'\cos\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial s}\right] + \frac{\sin 2\Theta_0}{s^2}\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi}$$ — не сходится.

Но обычная такая eqs. для $\ell\ell, \mu$ - 14/I верная она совпадает в частности, с eqs. Ivanov PRB'1998, т.е. ошибка (и) в W_{ex} (gauge), или в $\vec{m}_{sw}'$ (+ли $\psi + \psi\sin\Theta_0$?)

Escaneado con CamScanner

Sheka'PRB'2004 gen. gauge theory: в F_{ex} содержит $\hat{A}^2 = \left(\vec{A} = -\frac{\cos\theta_0}{s}\hat{\varphi}\right)^2 = -\nabla^2 + 2i\vec{A}\nabla$, $(-i\nabla - \vec{A})^2 = -\nabla^2 + 2iA_\theta\frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi} + A_\varphi^2 = -\nabla^2 + 2i(-1)\frac{\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{\cos^2\theta_0}{s^2}$

$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = i\frac{\partial}{\partial t}(m_1 + m_2 i) = i\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = H(m_1 + im_2) + W(m_1 - im_2) = (H' + iH'')(m_1 + im_2) +$

$+ W(m_1 - im_2)$

$$\begin{cases} -\dot{m}_2 = H'm_1 - H''m_2 + Wm_1 = \left[-\nabla^2 + \frac{\cos^2\theta_0}{s^2} + U + W\right]m_1 + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial m_2}{\partial\varphi} \\ \dot{m}_1 = H''m_1 + H'm_2 - Wm_2 = \left[-\nabla^2 + \frac{\cos^2\theta_0}{s^2} + U + W\right]m_2 - \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial m_1}{\partial\varphi} \end{cases}$$

$U + W = \sin^2\theta_0\left(1 - \frac{1}{s^2}\right) + \cos^2\theta_0$, $U - W = -\cos^2\theta_0 - (\theta_0')^2$, $m_1 = el$, $m_2 = \psi\sin\theta_0$

система (m_1, m_2) - Sheka'2004 совп. с новой (el, ψ) системой γ_D с точн. до знака $\frac{\partial}{\partial\varphi}$ члена если убрать magnetostatics $\to H_A^{eff} \to -H_A^{Sheka}$ (ПЛН).

Gauge lacks exch-energy у Sheka'04 определяется $\frac{\cos^2\theta_0}{s^2} = A_{ex}^2$ и $\frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}$ членами

$\vec{S}(\vec{r},t)/S = 1\vec{e}_3 + m_1\vec{e}_1 + m_2\vec{e}_2$, $m_1 = el$, $m_2 = \psi\sin\theta_0$.

Согласно 3/V 2009 надо $\vec{m}'_{sw} = (m^s_{x'}, m^s_{y'}, 0) = (el, \sin\theta_0\psi, 0)$. т.к. в Gus'10 V. core не учитывался и инфа шла на Φ_V, $\nabla\Phi_V$, то $\sin\theta_V = 1$ (вне core) и $\vec{m}'_s = (el, \psi, 0)$ - допускало и к ошибкам на порядок. Для скирмиона $\Theta = \pi/2$ нельзя ни в statics, ни в dynamics. В Gus'PRB'10 critical $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ а знак и без gauge-расчета, но вывел $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ из требования gauge-инвариантности для придания общности.

Надо в gauge-Wex заменить $\psi \to \psi\sin\theta_0 = -\mu$.

GW: $\frac{1}{A}W_{ex}(gauge) = (\nabla el)^2 + (\nabla\mu)^2 + \frac{2}{s^2}\left(\mu\frac{\partial el}{\partial\varphi} - el\frac{\partial\mu}{\partial\varphi}\right) + \frac{1}{s^2}(\mu^2 + el^2) + (\nabla\theta_0)^2(\mu\cos\varphi + el\sin\varphi)^2$

Zeeman

$$-\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\dot{el} = \frac{\delta W}{\delta\psi} = -\frac{\delta W}{\delta\mu}\sin\theta_0 = -\sin\theta_0\left[\nabla^2\mu - \frac{2}{s^2}\frac{\partial el}{\partial\varphi} + \frac{2\mu}{s^2} - (\theta_0')^2 2(\mu\cos\varphi + el\sin\varphi)\cos\varphi\right]$$

Gus $\frac{1}{\gamma M_s}\dot{el} = -\nabla^2\mu + \frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0}\mu + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial el}{\partial\varphi}$, $\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} = -(\theta_0')^2 + \frac{1}{s^2}\cos^2\theta_0 -$

- это то же самое, но не совпадает.

Попробуем использ. Dugaev'PRB'05: $\vec{n}' = R\vec{n}$, $\vec{n} = (0,0,1)$, $R = e^{i\psi J_z}e^{i\theta J_y}e^{i\varphi J_z}$

мое $\vec{m}' = R\vec{m}$, $R = e^{i\Phi J_z}e^{i\Theta J_y}$ и $Oz' \parallel \vec{m}_V(\Theta,\Phi)$. $\hat{A}_i = \partial_i R\cdot R^{-1}$

Обозначения Dugaev'05 переводятся в мои при $\psi\to\Phi$, $\theta\to\Theta$, $\varphi = 0$, $i\to\mu$.

$\hat{A}_\mu = iA^\alpha_\mu J_\alpha$, $iJ_\alpha = -G_\alpha$, $G_x = \begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-1\\0&1&0\end{pmatrix}$, $G_y = \begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\-1&0&0\end{pmatrix}$, $G_z = \begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ - вещ. генераторы, есть в Heisenberg'ПРВ'13

$\hat{A} = \begin{pmatrix}0&-A_z&A_y\\A_z&0&-A_x\\-A_y&A_x&0\end{pmatrix} = A_xG_x + A_yG_y + A_zG_z$, $\hat{A} = \sum_\alpha A^\alpha G_\alpha$. $\hat{A}^{Dug}_\mu = -A^\alpha_\mu G_\alpha$, $\hat{A}^{Gus}_\mu = A^\alpha_\mu G_\alpha$.

Dugaev'05: $\underset{(\theta=0\ \forall\varphi,\mu)}{A^x_\mu} = \sin\Phi\,\partial_\mu\Theta$, $A^y_\mu = \cos\Phi\,\partial_\mu\Theta$, $A^z_\mu = \partial_\mu\Phi$, $\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial}{\partial x_i} = \nabla^2$.

Gus'10: $A^x_\mu = \sin\Phi\,\partial_\mu\theta$, $A^y_\mu = -\cos\Phi\,\partial_\mu\Theta$, $A^z_\mu = -\partial_\mu\Phi$, остал. замена $\Theta\to-\Theta$, $\Phi\to-\Phi$.

$c_s = \gamma a/M_s = 2A\gamma/M_s = a\gamma M_s$. В $x'y'z'$ системе коорд. с $Oz' \parallel \vec{m}_V(\Theta,\Phi)$, $\vec{m}'_{sw} = (m^s_{x'}, m^s_{y'}, 0)$

$$\begin{cases} -\frac{1}{c_s}\dot{m}^s_x = \nabla^2 m^s_y - 2A^z_\mu\cdot\partial_\mu m_x - (A^z_\mu)^2 m_y - \partial_\mu A^z_\mu m_x + (A^y_\mu)^2 m_y + A^x_\mu A^y_\mu m_x \\ \frac{1}{c_s}\dot{m}_y = \nabla^2 m_x + 2A^z_\mu\partial_\mu m_y - (A^z_\mu)^2 m_x + \partial_\mu A^z_\mu m_y + (A^x_\mu)^2 m_x + A^x_\mu A^y_\mu m_y \end{cases}$$

$(A^z_\mu)^2 = \left|\text{по индексу } \mu=0 \text{ сокр. } x_0 = t\right| = A^z_\mu A^z_\mu = \sum_\mu(\partial_\mu\Phi)^2 = \frac{1}{s^2}$, $\Theta,\Phi = f(x,y) = F(s,\varphi)$

$(A^y_\mu)^2 = \sum_\mu(A^y_\mu)^2 = \cos^2\Phi\sum_\mu(\partial_\mu\Theta)^2 = \cos^2\Phi(\nabla\Theta)^2$, $(A^x_\mu)^2 = \sin^2\Phi(\nabla\Theta)^2$

$A^x_\mu A^y_\mu = \sum_\mu A^x_\mu A^y_\mu = \sin\Phi\cos\Phi\sum_\mu(\partial_\mu\Theta)^2 = \sin\Phi\cos\Phi(\nabla\Theta)^2$

$A^z_\mu\partial_\mu f = \sum_\mu A^z_\mu\partial_\mu f = A^z_x\partial_x f + A^z_y\partial_y f = \partial_x\Phi\,\partial_x f + \partial_y\Phi\,\partial_y f = \nabla\Phi\cdot\nabla f$

$\partial_\mu A^z_\mu = \partial_\mu(\partial_\mu\Phi) = \nabla^2\Phi$

$$\begin{cases} -\frac{1}{c_s}\dot{m}_x = \nabla^2 m_y - 2\nabla\Phi\cdot\nabla m_x - \frac{1}{s^2}m_y + \nabla^2\Phi\cdot m_x + \cos^2\Phi(\nabla\Theta)^2 m_y + \sin\Phi\cos\Phi(\nabla\Theta)^2 m_x \\ \frac{1}{c_s}\dot{m}_y = \nabla^2 m_x + 2\nabla\Phi\cdot\nabla m_y - \frac{1}{s^2}m_x + \nabla^2\Phi\,m_y + \sin^2\Phi(\nabla\Theta)^2 m_x + \sin\Phi\cos\Phi\,m_y \end{cases}$$

Escaneado con CamScanner

$\nabla^2\Phi_0 = \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left(s\frac{\partial\Phi_0}{\partial s}\right) + \frac{1}{s^2}\frac{\partial^2\Phi_0}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\Phi_0}{\partial z^2} = \left|\Phi_0 = \varphi + \pi/2\right| = 0$, $\nabla\Phi\cdot\nabla f = \frac{\partial\Phi}{\partial s}\frac{\partial f}{\partial s} + \frac{1}{s^2}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\frac{\partial f}{\partial\varphi} = \frac{1}{s^2}\frac{\partial f}{\partial\varphi}$ $\Phi = \Phi_0$

$$\begin{cases} -\frac{1}{c_s}\dot m_x = \nabla^2 m_y - \frac{2}{s^2}\frac{\partial m_x}{\partial\varphi} - \frac{1}{s^2}m_y + \cos^2\Phi_0(\theta_0')^2 m_y + \sin\Phi_0\cos\Phi_0(\theta_0')^2 m_x \\ +\frac{1}{c_s}\dot m_y = \nabla^2 m_x + \frac{2}{s^2}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} - \frac{1}{s^2}m_x + \sin^2\Phi_0(\theta_0')^2 m_x + \sin\Phi_0\cos\Phi_0(\theta_0')^2 m_y \end{cases}$$

$\sin\Phi_0 = \sin(\varphi+\pi/2) = \cos\varphi$, $\cos\Phi_0 = -\sin\varphi$. $c_s = \alpha\gamma M_s$. $m_x = \varepsilon\ell$, $m_y = \psi\sin\theta_0 = -\mu$.

Ws Dugaev PRB 2015 K=anis.

$$\begin{cases} -\frac{1}{c_s}\dot m_x = \nabla^2 m_y - \frac{2}{s^2}\frac{\partial m_x}{\partial\varphi} - \frac{1}{s^2}m_y + (\theta_0')^2\sin\varphi\left(m_x\cos\varphi - m_y\sin\varphi\right) \\ \frac{1}{c_s}\dot m_y = \nabla^2 m_x + \frac{2}{s^2}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} - \frac{1}{s^2}m_x + (\theta_0')^2\cos\varphi\left(m_x\cos\varphi - m_y\sin\varphi\right) \end{cases}$$ похожи на мой gauge YD $(\hat e, \hat\mu)$

(собранные YD, φ - полярный угол xyz-исходной системы фонтур. вдоль (анон. члены ~ ~ $v\cdot\cos\theta_0'$ to)

А что, решения $m_x(s)$, $m_y(s)$. Radial Symmetric Заранее ясны?

$\sin(\theta_0')^2 = 0$, $\dot m = -\frac{\omega}{c_s}m = \nabla^2 m - \frac{1}{s^2}m$, $m(s)$. $\frac{\partial^2 m}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial m}{\partial s} + \left(\frac{\omega}{c_s} - \frac{1}{s^2}\right)m = 0$

$m(s) = J_1(ks)$ $k = \sqrt{\frac{\omega}{c_s}}$, $\omega = c_s k^2 = \alpha\gamma M_s k^2$.

Видимо и нет, и Dugaev'05 - exchange-gauge YD невертные.

В Kovalev EPL'12, иногда также PRB'13, Kovalev PRB'14 gauge fields $\hat A_\mu$ странные - неверные.

(1/VI) Seminar Ikeda Yaspe - M.Curie Individual Fellowships, deadline Sept. 10, 2015 - нужно чтобы профессор Felipe и Волков и модель с оценкой их (с обоими если applicable разные).

RTNSA meeting с Julian: мне подготовить Program-RTNSA Final для печати и pdf-file of Abstract book, куда включить состав RTNSA org. Committee.

Вид $\hat A_\mu$ и $\vec A_\mu$. Смена (вращение) системы координат xyz на x'y'z', с $\vec m_v \parallel \hat z'$. Видимо есть изменения в выборе направлений $\hat x', \hat y'$. $\vec m = \sum_k m'_k \vec e'_k$, $\vec m = \sum_j m_j \vec e_j$.

Вектор $\vec m$ один и тот же, вращаем сис. координат xyz → x'y'z', меняются проекции $\vec m$ на новые оси $\vec e'_k$. $\vec m' = \vec m$, $\sum_k m'_k \vec e'_k = \sum_j m_j \vec e_j$, $\sum_k m'_k \vec e'_k \cdot \vec e'_i = \sum_j m_j \vec e_j \cdot \vec e'_i = m'_i$

Новые проекции $m'_i = \sum_j (\vec e'_i \cdot \vec e_j) m_j$, или $\vec m' = \hat R \vec m$ в обозн. R_{ki} Gus'PRB'10. Верно

$\hat R$ - матрица $R_{ij} = (\vec e'_i \cdot \vec e_j)$ - матрица пассивного вращения, т.е. смена/вращение сис. координат xyz → x'y'z'

$\begin{pmatrix} m'_x \\ m'_y \\ m'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix}$ Definition мне $\hat R$ ясно $R_{ij} = (\vec e'_i \cdot \vec e_j)$. обратная матрица направл. косинусов $R^c_{ij} = (\vec e_i \cdot \vec e'_j)$, т.е. мне $R = (R^c)^T = (R^c)^{-1}$, т.к. R, R^c матрицы - вещ. ортогональные с $\det R = 1$.

$\vec e'_3 = \hat z' = \hat x\sin\theta\cos\Phi + \hat y\sin\theta\sin\Phi + \hat z\cos\theta$, $\hat z' \parallel \vec m_v(\theta_v, \Phi_v)$, см. 14/II, 17/II 2009 г.

$\vec e'_2 = \hat y' = \hat z \times \vec e'_3 = \hat z \times \hat z' = \left|\text{выбор калибровки } \hat y' \perp \hat z\times\hat z'\right| = \sin\theta\left[-\hat x\sin\Phi + \hat y\cos\Phi\right]$

$|e'_2| = |\hat z \times \hat z'| = |\hat z||\hat z'||\sin\theta| = |\sin\theta| = \sin\theta$. $\vec e'_2 \to \frac{1}{\sin\theta}\vec e'_2 = -\hat x\sin\Phi + \hat y\cos\Phi$

$\vec e'_1 = \hat x' = \vec e'_2 \times \vec e'_3 = \hat x\cos\theta\cos\Phi + \hat y\cos\theta\sin\Phi - \sin\theta\hat z$ $|\vec e'_j| = 1$. $\hat e'_3 = \hat r$, $\hat e'_1 = \hat\theta$, $\hat e'_2 = \hat\Phi$ Сферич. орты, 30/IX

$\hat R = R_{ij} = (\vec e'_i \cdot \vec e_j) = \hat x'_i \cdot \hat x_j = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\Phi & \cos\theta\sin\Phi & -\sin\theta \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \\ \sin\theta\cos\Phi & \sin\theta\sin\Phi & \cos\theta \end{pmatrix}$, $R^{-1} = R^T$.

$A_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1} = \begin{pmatrix} -\sin\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\Phi & -\sin\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\theta + \cos\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\Phi & -\cos\theta\,\partial_\mu\theta \\ -\cos\Phi\,\partial_\mu\Phi & -\sin\Phi\,\partial_\mu\Phi & 0 \\ \cos\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\Phi & \cos\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\Phi & -\sin\theta\,\partial_\mu\theta \end{pmatrix} \times$

$\times \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\Phi & -\sin\Phi & \sin\theta\cos\Phi \\ \cos\theta\sin\Phi & \cos\Phi & \sin\theta\sin\Phi \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$; $(A_\mu)_{11} = \partial_\mu\theta\left[-\sin\theta\cos\theta\cos^2\Phi - \sin\theta\sin^2\Phi + \sin\theta\cos\theta\right] + \partial_\mu\Phi\cdot 0 = 0$

$(A_\mu)_{12} = -A^z_\mu = \partial_\mu\theta\left[\sin\theta\sin\Phi\cos\Phi - \sin\theta\sin\Phi\cos\Phi\right] + \partial_\mu\Phi\left[-\cos^2\theta\cos\Phi\sin\Phi - \cos\theta\sin^2\Phi + \cos\theta\cos^2\Phi\right] =$ $= \cos\theta\,\partial_\mu\Phi$

$(A_\mu)_{13} = A^y_\mu = \partial_\mu\theta\left[-\sin\theta\cos^2\Phi - \sin^2\theta\sin^2\Phi - \cos^2\theta\right] + \partial_\mu\Phi\left[-\sin\theta\cos\theta\sin\Phi\cos\Phi + \sin\theta\cos\theta\sin\Phi\cos\Phi\right] =$ $= -\partial_\mu\theta$

$(A_\mu)_{23} = -A^x_\mu = \partial_\mu\Phi\left[-\sin\theta\cos^2\Phi + \sin\theta\sin^2\Phi\right] = -\sin\theta\cdot\partial_\mu\Phi$

Escaneado con CamScanner

$\vec{A}_\mu = (\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ -\partial_\mu\theta,\ -\cos\theta\,\partial_\mu\varphi)$, но $\vec{A}'_\mu = -\vec{A}_\mu$ (вектор 'не хочет')

$R_{\text{Euler}} = e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\psi J_z} \to \psi = \varphi,\ \theta = 0$, $R_D = e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y}$, $R_{\text{Euler}} = e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y}$ (Euler rotation)

но $R_D(\varphi,\theta,0)$ даст $\vec{A}'_\mu = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \cos\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\varphi)$, $A'_\mu = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta,\ -\cos\varphi\,\partial_\mu\theta,\ -\partial_\mu\varphi)$

$\vec{A}^D_\mu(\theta,\varphi) = \vec{A}^{\text{Euler}}_\mu(-\theta,-\varphi)$, т.е. преобразование R с $e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y}$ даст R с $(e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z})^{-1}$

дает расчет $\vec{A}'_\mu$ в Euler'овой.

$$\begin{cases} m_{x'} = \cos\theta\cos\varphi\, m_x + \cos\theta\sin\varphi\, m_y - \sin\theta\, m_z \\ m_{y'} = -\sin\varphi\, m_x + \cos\varphi\, m_y \end{cases}$$, $\vec{m}'_0 = (\cos\varphi\sin\theta,\ \sin\varphi\sin\theta,\ \cos\theta)$ — направление оси

$m_{x'}=0$, $m_{y'}=0$, $m_{z'}=1$, $\vec{m}'_0 = (\theta,\varphi,1)$ в $x'y'z'$.

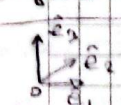
Действительно $R = e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y}$, и матрица R (см. выше) $\cdot e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}$.

$\vec{A}_\mu = (\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ -\partial_\mu\theta,\ -\cos\theta\,\partial_\mu\varphi)$ инвариантно в каноническом $\psi=0$ Эйлеровых углов,

тогда $\vec{e}'_1 = (\hat{x}+\hat{z}')/\sin\theta$ где $\hat{z}'$ каноническое $\psi=0$ Эйлеровых углов.

Чтобы решить → Идея: записать $F_{\mu\nu}$ через энергию (в частности через equation of motion (Three eq.)), $F_{\mu\nu} \sim \ddot{m}\left(\frac{\partial x_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial x_\nu}{\partial x_\mu}\right)$, $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = E^2 + B^2$, но энергия $\vec{E}$-field и $\partial\ddot{m}/\partial t$. Кон. вопрос в том, что $E^2 \sim \left(\frac{\partial m}{\partial t}\right)^2 \sim \left(\frac{\partial^2 \vec{x}}{\partial t^2}\right)^2$ — ускорение, а не скорость (!)

(2/VI)



$\hat{e}_3 = \hat{e}_1 \times \hat{e}_2$, $\hat{e}'_2 = \hat{e}_3 \times \hat{e}_1$, $\hat{e}'_1 = \hat{e}'_2 \times \hat{e}_3$ — новые оси, xyz старые

дает расчет $\vec{A}'_\mu = (\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ -\partial_\mu\theta,\ -\cos\theta\,\partial_\mu\varphi)$ в Эйлеровых

вращениях $\psi=0$ Эйлеровых углов $R = e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\psi J_z}$

Возьмем вращение $\psi=0$, и $\vec{e}'_1 = (\hat{x}\times\hat{z}')/\sin\theta = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$

$\vec{e}'_2 = \vec{e}_3 \times \vec{e}'_1 = (\hat{x}\sin\theta\cos\varphi + \hat{y}\sin\theta\sin\varphi + \hat{z}\cos\theta)(-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi) =$

$= \hat{z}\sin\theta\cos^2\varphi + \hat{z}\sin\theta\sin^2\varphi - \hat{y}\cos\theta\sin\varphi - \hat{x}\cos\theta\cos\varphi = -\hat{x}\cos\theta\cos\varphi - \hat{y}\cos\theta\sin\varphi + \hat{z}\sin\theta$

$\vec{e}'_1 \times \vec{e}'_2 = (-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi)(-\hat{x}\cos\theta\cos\varphi - \hat{y}\cos\theta\sin\varphi + \hat{z}\sin\theta) = \hat{z}\cos\theta\sin^2\varphi +$

$+ \sin\varphi\sin\theta\,\hat{y} + \hat{z}\cos\theta\cos^2\varphi + \hat{x}\cos\varphi\sin\theta = \hat{x}\sin\theta\cos\varphi + \hat{y}\sin\theta\sin\varphi + \hat{z}\cos\theta = \vec{e}'_3$ — верно

$$R = R_{ij} = (\vec{e}'_i \cdot \vec{e}_j) = \begin{pmatrix} -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\cos\theta\cos\varphi & -\cos\theta\sin\varphi & \sin\theta \\ \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad R^{-1} = R^T$$

$$\hat{A}_\mu \equiv \partial_\mu R \cdot R^{-1} = \begin{pmatrix} -\cos\varphi' & -\sin\varphi' & 0 \\ \sin\theta\cos\varphi\theta' + & \sin\theta\sin\varphi\theta' - & \cos\theta' \\ +\cos\theta\sin\varphi\varphi' & -\cos\theta\cos\varphi\varphi' & \\ +\cos\theta\cos\varphi\theta' - & \cos\theta\sin\varphi\theta' + & -\sin\theta\theta' \\ -\sin\theta\sin\varphi\varphi' & +\sin\theta\cos\varphi\varphi' & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin\varphi & -\cos\theta\cos\varphi & \sin\theta\cos\varphi \\ \cos\varphi & -\cos\theta\sin\varphi & \sin\theta\sin\varphi \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$(A_\mu)_{12} = -A^2_\mu = \varphi'\left[\cos\theta\cos^2\varphi + \cos\theta\sin^2\varphi\right] = \cos\theta\,\partial_\mu\varphi$

$(A_\mu)_{13} = A^y_\mu = \varphi'\left[-\sin\theta\cos^2\varphi - \sin\theta\sin^2\varphi\right] = -\sin\theta\,\partial_\mu\varphi$

$(A_\mu)_{23} = -A^x_\mu = \theta'_\mu\left[\sin^2\theta\cos^2\varphi + \sin^2\theta\sin^2\varphi + \cos^2\theta\right] + \varphi'_\mu\left[\sin\theta\cos\theta\sin\varphi\cos\varphi - \sin\theta\cos\theta\cos\varphi\sin\varphi\right] = \theta'_\mu$

$\vec{A}_\mu(\varphi=0) = (-\partial_\mu\theta,\ -\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ -\cos\theta\,\partial_\mu\varphi)$ — был не прав!. Не сокращается $\cos\theta$

и должен был $\partial_\mu\varphi$ как ожидалось компоненты A^x_μ.

Сравни Дирака с $\vec{A}_\mu = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \cos\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\varphi)$ ($\varphi=0$) можно ли сравнить

но нужно в $\varphi=0$ на нашу новую систему получим $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1}$ здесь сохранится R_{ij}?

Вариационный с. 27-28: $\vec{e}'_i = \hat{R}\vec{e}_i = \sum R_{ki}\,\vec{e}_k \to A'_i = \sum R_{ik}\,A_k$, где

$R_{ik} = (\vec{e}'_i \cdot \vec{e}_k)$, а не $R_{ij} = (\vec{e}'_i \cdot \vec{e}_j)$ как в обозначениях в нашей задаче (см.

(A'_i компоненты $\vec{A}$ в новой координате $x'y'z'$). Т.е. неправильно брать A_μ от R_{ij} (см. выше) $R_{ij} = \hat{x}'_i \cdot \hat{x}_j$

— верно! Если оператор поворота $D(\alpha,\beta,\gamma) = e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z}$ (α,β,γ углы Эйлера)

Escaneado con CamScanner

Матрица поворота $\hat{R}(\alpha,\beta,\delta) = R_z(\alpha)R_y(\beta)R_z(\delta) = e^{-i\alpha J_z}e^{-i\beta J_y}e^{-i\delta J_z} = \hat{D}(\alpha,\beta,\delta)$

(Матричный вывод см. в книге Ю.Н. Демкова)

$e^{-i\alpha J_z} = \frac{1}{3}(1+2\cos\alpha)\hat{I} - i\sin\alpha J_z + (1+\cos\alpha)\hat{Q}_{zz} = \frac{1}{3}(1+2\cos\alpha)\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} - i\sin\alpha\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

$+(3\hat{Q}_{zz}-1)\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\alpha&-\sin\alpha&0\\\sin\alpha&\cos\alpha&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ — матрица поворота вокруг оси z.

Итак $R = \hat{R}(\alpha+\pi,\beta=\theta,\delta=0) = D(\varphi,\theta,0) = e^{-i\varphi J_z}e^{-i\theta J_y}$. В Gus PRB'10

а иначе говоря $R_G = e^{i\varphi J_z}e^{i\theta J_y} = R_G(\varphi,\theta) = R(-\varphi,-\theta)$, где $R(\varphi,\theta) \equiv D(\varphi,\theta,0)$

Верная матрица поворота вокруг x на π: $x\to x'$, $y\to -y'$, $z\to -z'$

$R(\varphi,\theta) = R_G(-\varphi,-\theta) = R_D(\psi=-\varphi,\theta,\phi=-\varphi)$ $\quad R_{GD}(\varphi,\theta) = R(-\varphi,-\theta) = R^{-1}(\varphi,\theta) = \tilde{R}(\varphi,\theta)$

$\hat{A}^D_\mu(\theta,\varphi) = \hat{A}^G_\mu(-\theta,-\varphi) = \hat{A}_\mu(\theta,\varphi)$ — Другими словами Берриева A^D_μ (при $\varphi=\beta=0$, но $\theta\neq 0$ мерой)

Верное $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R R^{-1} = \begin{pmatrix}-\sin\varphi\cos\theta\,\varphi' - \cos\varphi\sin\theta\,\theta' & -\cos\varphi\,\varphi' & \cos\varphi\cos\theta\,\theta' - \sin\theta\sin\varphi\,\varphi'\\ \cos\varphi\cos\theta\,\varphi' - \sin\varphi\sin\theta\,\theta' & -\sin\varphi\,\varphi' & \cos\theta\sin\varphi\,\varphi' + \sin\varphi\cos\varphi\,\theta'\\ -\cos\theta\,\theta' & 0 & -\sin\theta\,\theta'\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\varphi\cos\theta & \sin\varphi\cos\theta & -\sin\theta\\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ \cos\varphi\sin\theta & \sin\varphi\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$

$(A_\mu)_{12} = -A^z_\mu = \varphi'\left[-\sin^2\varphi\cos\theta - \cos^2\varphi - \sin^2\theta\sin^2\varphi\right] + \theta'\left[-\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta\cos\theta + \sin\theta\cos\theta\sin\varphi\cos\varphi\right] =$

$= -\partial_\mu\varphi$

$(A_\mu)_{13} = A^y_\mu = \varphi'\left[\sin\varphi\sin\theta\cos\theta - \sin\theta\cos\theta\sin\varphi\right] + \theta'\left[\sin^2\theta\cos\varphi + \cos^2\theta\cos\varphi\right] = \cos\varphi\,\partial_\mu\theta$

$(A_\mu)_{23} = -A^x_\mu = \varphi'\left[-\sin\theta\cos\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\theta\cos\varphi\right] + \theta'\left[+\sin\theta\sin\varphi + \cos^2\theta\sin\varphi\right] = \sin\varphi\,\partial_\mu\theta$

$\Rightarrow \vec{A}_\mu = (-\sin\varphi\cdot\partial_\mu\theta,\ \cos\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\varphi)$, откуда имеем $\vec{A}^D_\mu(\varphi=0) = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta, \cos\varphi\,\partial_\mu\theta, \partial_\mu\varphi)$

Напомним: $\psi=\beta=0$; $\varphi=\beta,\ \theta=\theta$

$\vec{A}_\mu \times \vec{m}_v(\theta,\varphi) = \begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\ -\sin\varphi\theta'&\cos\varphi\theta'&\varphi'\\ \cos\varphi\sin\theta&\sin\varphi\sin\theta&\cos\theta\end{vmatrix} = \hat{x}\left[\cos\varphi\cos\theta\theta' - \sin\varphi\sin\theta\varphi'\right] +$

$+\hat{y}\left[\cos\varphi\sin\theta\varphi' + \sin\varphi\cos\theta\theta'\right] +$

$+\hat{z}\left[-\sin^2\varphi\sin\theta\theta' - \cos^2\varphi\sin\theta\theta'\right]$

$\partial_\mu\vec{m}_v = \partial_\mu(\cos\varphi\sin\theta,\ \sin\varphi\sin\theta,\ \cos\theta) = (-\sin\varphi\sin\theta\varphi' + \cos\varphi\cos\theta\,\theta')\hat{x} +$

$+\hat{y}(\cos\varphi\sin\theta\varphi' + \sin\varphi\cos\theta\theta') + (-\sin\theta)\theta'\hat{z} \Rightarrow \boxed{\vec{A}_\mu \times \vec{m}_v = \partial_\mu\vec{m}_v}\ (!) \Rightarrow D_\mu\vec{m} = D_\mu\vec{m}_s$

$D_\mu\vec{m} = D_\mu(\vec{m}_v + \vec{m}_s) = \partial_\mu(\vec{m}_v+\vec{m}_s) - \vec{A}_\mu(\vec{m}_v+\vec{m}_s) = \partial_\mu\vec{m}_v + \partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu\times(\vec{m}_v+\vec{m}_s) =$

$= \partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu\times\vec{m}_s$ — красиво, ведь $\vec{m}_v$ - вектор сопряжена с $\vec{A}_\mu$, $\partial_\mu\vec{m} =$

$= (\partial_\mu - \vec{A}_\mu\times)\vec{m}_s$ - ковариантная производная на $\vec{m}_s$ - Spin (Local magnetization) !!!

$\vec{A}_\mu$ (new) $= (-\sin\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \cos\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\varphi) = -\vec{A}_\mu$ (Gus' PRB'2010), $\vec{A}_\mu$(new) калибровано вида 17/X 2009г.

Дальше $R = R(\theta,\varphi) = e^{-i\varphi J_z}e^{-i\theta J_y}$ и $\vec{A}_\mu = (-\sin\varphi\,\partial_\mu\theta, \cos\varphi\,\partial_\mu\theta, \partial_\mu\varphi)$ — Верное $\vec{A}_\mu$ (без минуса)

В Gus' PRB'10 $R = e^{i\varphi J_z}e^{i\theta J_y}$ и $\vec{A}_\mu = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta, -\cos\varphi\,\partial_\mu\theta, -\partial_\mu\varphi)$

В Dugaev PRB'05 $R = e^{i\psi J_z}e^{i\theta J_y}$ $(\varphi=0)$ и $\vec{A}_\mu = (\sin\psi\,\partial_\mu\theta, \cos\psi\,\partial_\mu\theta, \partial_\mu\psi)$

$\vec{A}^D_\mu(\psi=-\varphi, \theta=-\theta) = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta, -\cos\varphi\,\partial_\mu\theta, -\partial_\mu\varphi)$ совп. с $\vec{A}_\mu$ Gus'ов, т.е. неверное (по знаку).

— мневерная $\vec{A}_\mu$ Kovalev'a, Hu и Hoogdalem'a. Gauge Soliton mass

— Self-Energy of gauge field $E_g = \frac{E^2}{8\pi} + \frac{B^2}{8\pi}$ - density. Для 2D-magnet

$\vec{b} = B_z\hat{z} = \frac{1}{2}\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial y}\right)$, $(e^*) = \vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_t\vec{m})$, El.mag. momentum density $\vec{p}_{em} = \frac{1}{c^2}\vec{S}$

Poynting vector $\vec{S} = \frac{c}{4\pi}\vec{E}\times\vec{B}$. $\vec{S}\sim\vec{e}\times\vec{b} = \vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_t\vec{m})\times B_z\hat{z} =$

$= B_z\left[\hat{x}\,\vec{m}\cdot(\partial_y\vec{m}\times\partial_t\vec{m}) - \hat{y}\,\vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_t\vec{m})\right]$.

$\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\dot{\vec{m}}) = \vec{m}\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{m}\times\dot{\vec{m}}) = \vec{m}\cdot\left[\vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\dot{\vec{m}}) - \dot{\vec{m}}(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})\right] = \vec{A}_\mu\cdot\dot{\vec{m}} =$

$= (-\sin\varphi\,\partial_\mu\theta, \cos\varphi\,\partial_\mu\theta, \partial_\mu\varphi)\cdot(\cos\theta\cos\varphi\,\dot\theta + \sin\varphi\sin\theta\dot\varphi,\ \cos\theta\sin\varphi\,\dot\theta + \sin\theta\cos\varphi\dot\varphi,\ -\sin\theta\,\dot\theta) =$

$= -\sin\varphi\,\partial_\mu\theta(\cos\theta\cos\varphi\,\dot\theta - \sin\varphi\sin\theta\dot\varphi) + \cos\varphi\,\partial_\mu\theta(\cos\theta\sin\varphi\,\dot\theta + \sin\theta\cos\varphi\dot\varphi) - \sin\theta\,\partial_\mu\varphi\,\dot\theta =$

Escaneado con CamScanner

$= \sin\theta\, \partial_\alpha\theta\dot\Phi - \sin\theta\, \partial_\alpha\Phi\dot\theta = \sin\theta\left[\dot\Phi\partial_\alpha\theta - \dot\theta\partial_\alpha\Phi\right]$

3 - $\vec c\times\vec b = b_z\left[\hat x(\dot\Phi\partial_y\theta - \dot\theta\partial_y\Phi) - \hat y(\dot\Phi\partial_x\theta - \dot\theta\partial_x\Phi)\right]\sin\theta = b_z\sin\theta\left[\dot\Phi(\hat x\partial_y\theta - \hat y\partial_x\theta) + \right.$
$\left. + \dot\theta(\partial_x\Phi\hat y - \hat x\partial_y\Phi)\right] = b_z\sin\theta\left[\dot\Phi(\hat z\times\nabla\theta) - \dot\theta(\hat z\times\nabla\Phi)\right] = b_z\sin\theta\hat z\times\left[\dot\Phi\nabla\theta - \dot\theta\nabla\Phi\right]$

$\vec S \sim b^2\sin\theta\times\left[\dot\Phi\nabla\theta - \dot\theta\nabla\Phi\right] \sim \vec b\times\vec c$, т.к. $\vec c = \sin\theta\left[\dot\theta\nabla\Phi - \dot\Phi\nabla\theta\right]$

$\vec e^2 = \sum_\mu \vec m\cdot(\partial_\alpha\vec m\times\dot{\vec m})\cdot\vec m\cdot(\partial_\beta\vec m\times\dot{\vec m}) = \sum_\mu\left[\vec m\cdot(\vec A_\mu\times\vec m\times\dot{\vec m})\right]^2 = \sum_\mu(\vec A_\mu\cdot\dot{\vec m})^2$, $\mu = x,y$

$\vec e^2 = \sum_\mu(\vec A_\mu\cdot\dot{\vec m})^2 + \sum_\mu\sin^2\theta\,(\dot\Phi\partial_\mu\theta - \dot\theta\partial_\mu\Phi)^2 =$

$= \sin^2\theta\sum_\mu\left[\dot\Phi^2(\partial_\mu\theta)^2 + \dot\theta^2(\partial_\mu\Phi)^2 - 2\dot\theta\dot\Phi\,\partial_\mu\theta\,\partial_\mu\Phi\right] = \sin^2\theta\left[\dot\Phi^2(\nabla\theta)^2 + \dot\theta^2(\nabla\Phi)^2 - 2\dot\theta\dot\Phi(\nabla\theta\nabla\Phi)\right]$

$= \sin^2\theta\left[\dot\theta\times\nabla\Phi - \dot\Phi\times\nabla\theta\right]^2$. $\theta(\vec q,t) = \theta(\vec q,\vec X(t))$, $\Phi(\vec q,t) = \Phi[\vec q,\vec X(t)]$

$\dot\theta = \frac{\partial\theta}{\partial\vec X}\cdot\dot{\vec X}$, $\dot\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial\vec X}\cdot\dot{\vec X} \Rightarrow \vec e^2 = \sin^2\theta\left[\nabla_X\theta\cdot\dot{\vec X}\times\nabla\Phi - \nabla_X\Phi\cdot\dot{\vec X}\times\nabla\theta\right]^2$ – видно, что если $\nabla_X\to\nabla$ (rigid skyrmion), то $\vec e^2\equiv 0$ и $\vec P_{em}\sim\vec S^2\equiv 0$ – интересно.

$\vec P_{em}\sim\vec b\sin\theta\times\left[(\nabla_X\Phi\cdot\dot{\vec X})\nabla\theta - (\nabla_X\theta\cdot\dot{\vec X})\nabla\Phi\right] = \sin\theta\left[(\nabla_X\Phi\cdot\dot{\vec X})\vec b\times\nabla\theta - (\nabla_X\theta\cdot\dot{\vec X})\vec b\times\nabla\Phi\right]$

Если ограничить линейными членами по $\vec X$ в УД (квадратичн. в W), то

$\Phi = \Phi_0 + \vec a\cdot\vec X$, $\theta = \theta_0 + \vec\beta\cdot\vec X$, $\nabla\Phi = \nabla\Phi_0 + O(\vec X)$, $\nabla\theta = \nabla\theta_0 + O(\vec X)$

$\nabla\Phi_0 = \nabla(\varphi + \pi/2) = \frac{\vec\xi}{s}$, $\nabla\theta_0 = \nabla\theta_0(s) = \theta_0'\hat s \Rightarrow \vec e^2 = \sin^2\theta\left[\frac{\hat\varphi}{s}(\nabla_X\theta\cdot\dot{\vec X}) - \theta_0'\hat s(\nabla_X\Phi\cdot\dot{\vec X})\right]^2 =$

$= \sin^2\theta\left[\frac{1}{s^2}(\nabla_X\theta\cdot\dot{\vec X})^2 + (\theta_0')^2(\nabla_X\Phi\cdot\dot{\vec X})^2\right] = \sin^2\theta\left[\frac{1}{s^2}(\dot\theta)^2 + (\theta_0')^2(\dot\Phi)^2\right]$

Учтем $\dot{\vec X} = \vec n V$, $V = |\dot{\vec X}| \to \vec e^2 = \sin^2\theta\left[\frac{1}{s^2}(\nabla_X\theta\cdot\vec n)^2 + (\theta_0')^2(\nabla_X\Phi\cdot\vec n)^2\right]V^2$

$W_{em} = \frac{1}{8\pi}\vec e^2 = \frac{1}{8\pi}\sin^2\theta[\dots]V^2 \Rightarrow \frac12 M_v V^2$, $M_v = \frac{1}{4\pi}\sin^2\theta\left[\frac{1}{s^2}(\nabla_X\theta\cdot\vec n)^2 + (\theta_0')^2(\nabla_X\Phi\cdot\vec n)^2\right]_{\dot{\vec X}=0}$

– если точн. плотность массы ($г/см^3$), надо учесть $\dot{\vec X}\to 0$.

$M_v = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{s^2}(\nabla_X m_i\cdot\vec n)^2 + \left(\frac{\partial m_i}{\partial s}\right)^2(\nabla_X\Phi\cdot\vec n)^2\right]$ – soliton mass из-за $\vec E$-self equil. fields

В pole-free model (TVA): $\Phi(\vec x) = \Phi_0 + m_0(s)[x\sin\varphi - y\cos\varphi]$

$(\dot\Phi)^2 = (\nabla_X\Phi\cdot\dot{\vec X})^2 = (\nabla_X\Phi\cdot\vec n)^2|\dot{\vec X}|^2 = m_0^2\left[\dot x^2\sin^2\varphi + \dot y^2\cos^2\varphi - \sin 2\varphi\,\dot x\dot y\right]$

$m_i(\vec q,\vec X) = m_i^0(s) + g(s)(\vec X\cdot\hat\xi)$, $\frac{\partial m_i}{\partial\vec X} = g\cdot\hat\xi$, $\frac{\partial m_i}{\partial\vec X}\cdot\dot{\vec X} = g\dot X_\xi = g(\dot x\cos\varphi + \dot y\sin\varphi)$

$\vec e^2 = \frac{1}{s^2}\left(\frac{\partial m_i}{\partial\vec x}\cdot\dot{\vec X}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_i}{\partial s}\right)^2(\dot\Phi)^2 = \frac{1}{s^2}g^2(\dot x^2\cos^2\varphi + \dot y^2\sin^2\varphi + \sin 2\varphi\,\dot x\dot y) +$

$+ \left(\frac{\partial m_i^0}{\partial s}\right)^2 m_0^2(\dot x^2\cos^2\varphi + \dot y^2\sin^2\varphi - \sin 2\varphi\,\dot x\dot y)$

$\int d\varphi\frac{\vec e^2}{8\pi} = \left[\frac{\pi}{s^2}g^2(\dot x^2+\dot y^2) + \sin^2\theta_0\left(\frac{\partial\theta_0}{\partial s}\right)^2\pi(\dot x^2+\dot y^2)\right]_{m_0}\frac{1}{8\pi} = \frac{1}{8}\left[\frac{g^2}{s^2} + \left(m_i^{0\prime}\right)^2_{m_0^2}\right]|\dot{\vec X}|^2 = \frac12\bar M_v|\dot{\vec X}|^2$

$\bar M_v = \int d\varphi M_v = \frac14\left[\frac{g^2(s)}{s^2} + \left(m_i^{0\prime}\right)^2_{m_0^2}\right]$ – плотность вдоль $\vec X$ / ск. mass in TVA.

Total $M_v = \int d\varphi\int ds\,\bar M_v = \frac14 L\int_0^c ds\left[\frac{g^2(s)}{s^2} + (m_i^{0\prime})^2_{m_0^2}\right]$ – без вклада SW.

$m_0(s) = \frac{1}{s}(1-s^2)$, $g(s) = 4c^2 s\frac{(1+s^2)}{(c^2+s^2)^2}$, $c = R_c/R$. Видно $M_v \sim \frac{L}{R^2} \sim R^2 L$.

$J = \int_0^c ds\left[\frac{g^2}{s^2} + \left(m_i^{0\prime}\right)^2 m_0^2\right]$, $m_i^{0\prime} = \frac{\partial}{\partial s}\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2} = \frac{-2s(c^2+s^2) - (c^2-s^2)2s}{(c^2+s^2)^2} = \frac{-4sc^2}{(c^2+s^2)^2}$

$J_{(1)} = \int_0^c ds\left[16c^4\frac{(1+s^2)^2}{(c^2+s^2)^4} + \frac{16s^2c^4}{(c^2+s^2)^4}\right]\frac{1}{s^2}(1-s^2)^2 = 16c^4\int_0^c\frac{ds}{(c^2+s^2)^4}\left[(1+s^2)^2 + (1-s^2)^2\right] =$

$\approx 16c^4\cdot 2\int_0^c\frac{ds}{(s^2+c^2)^4} = \left|\begin{matrix}s^2/c^2 = x\\ \frac{1}{c^2}2s\,ds = dx\end{matrix}\right| = 16c^4\int_0^1\frac{c^2dx}{(x+1)^4}\frac{1}{c^8} = \frac{16}{c^2}\int_0^1\frac{dx}{(1+x)^4} =$

$= \frac{16}{c^2}\left(-\frac13\right)(x+1)^{-3}\Big|_0^1 = \frac{16}{c^2}\left(\frac13\right)\left[\frac{1}{2^3} - 1\right] = \frac{16}{c^2}\frac13\left[1 - \frac18\right] = \frac{14}{3}\frac{1}{c^2}$.

Размерность $\vec e^2$? $\frac{1}{8\pi}\vec e^2 = \frac12 M_v V^2$, $(\vec e^2)_\mu = \varkappa\vec m\cdot(\partial_\mu\vec m\times\dot{\vec m})$. $\varkappa = \frac{\hbar c}{e}s$ – СГС

$E \sim \frac{\hbar}{e}\frac{1}{x}\frac{1}{t}$, $(eEx) = (\hbar\omega) = \frac{\hbar}{t}$. $W_{em} = \varkappa^2\frac{\vec e^2}{8\pi}$ и $W_{em} = \int dV\frac{e^2}{8\pi}\varkappa^2 = \frac12 M_v V^2\varkappa^2$. $\varkappa = \frac{\hbar}{e}s$ – SI.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Найдем $\vec{A}_\mu \times \vec{m} = \partial_\mu \vec{m}$, если $\vec{m} = \vec{m}_v(\Theta,\Phi)$, тогда $W_{ex} \sim (D_\mu \vec{m})^2 = \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} - \hat{A}_\mu\right)\vec{m}\right]^2$

$= \left[\left(\partial_\mu - \vec{A}_\mu \times\right)\vec{m}_s\right]^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s - \vec{A}_\mu \times \vec{m}_s)^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 - 2\partial_\mu \vec{m}_s \cdot (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s) + (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s)^2$

- момент вблизи vortex core gauge field в 4D дает SW $(\vec{m}_s)$ $\vec{m} = \vec{m}_v + \vec{m}_s$. Здесь $\mu = x,y,z$

- $\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ A_\mu^x & A_\mu^y & A_\mu^z \\ m_s^{x'} & m_s^{y'} & 0 \end{vmatrix} = \hat{x}'(-1) A_\mu^z m_s^{y'} + \hat{y}' A_\mu^z m_s^{x'} + \hat{z}'\left(A_\mu^x m_s^{y'} - A_\mu^y m_s^{x'}\right) =$

$= \begin{vmatrix} m_s^{x'} = \varepsilon\varepsilon \\ m_s^{y'} = \sin\Theta\,\psi \end{vmatrix} = - \hat{x}' \psi \sin\Theta\, \partial_\mu \Phi + \hat{y}' \varepsilon\varepsilon\, \partial_\mu \Phi + \hat{z}'\left[+\sin\Phi \partial_\mu \Theta \sin\Theta\,\psi - \right.$

$\left. - \cos\Phi \partial_\mu \Theta\, \varepsilon\varepsilon\right] = - \sin\Theta\, \partial_\mu \Phi\, \psi\, \hat{x}' + \partial_\mu \Phi\, \varepsilon\varepsilon\, \hat{y}' + \partial_\mu \Theta\left[-\sin\Phi \sin\Theta\,\psi - \cos\Phi\, \varepsilon\varepsilon\right]\hat{z}'$

Если считать вне vortex core, $\Theta = \pi/2$, $\partial_\mu \Theta = 0$, то $\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s = - \partial_\mu \Phi\, \psi\, \hat{x}' + \partial_\mu \Phi\, \varepsilon\varepsilon\, \hat{y}'$

$W_{ex} \sim (D_\mu \vec{m}_s)^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 - 2\,\partial_\mu \vec{m}_s \cdot (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s) + (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s)^2 = (1)^2 - 2\left[\hat{x}'\partial_\mu \varepsilon\varepsilon + \hat{y}' \partial_\mu(\sin\Theta\psi)\right] \cdot$

$\cdot \left[-\partial_\mu \Phi\, \psi\, \hat{x}' + \partial_\mu \Phi\, \varepsilon\varepsilon\, \hat{y}'\right] + (\partial_\mu \Phi)^2 (\psi^2 + \varepsilon\varepsilon^2) \underset{\Theta = \pi/2}{=} (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 - 2\left[+\partial_\mu \Phi\, \psi\, \partial_\mu \varepsilon\varepsilon + \partial_\mu \Phi\, \varepsilon\varepsilon\, \partial_\mu \psi\right] +$

$+ (\partial_\mu \Phi)^2 (\psi^2 + \varepsilon\varepsilon^2) = (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 + 2\partial_\mu \Phi\left(\psi\, \partial_\mu \varepsilon\varepsilon - \varepsilon\varepsilon\, \partial_\mu \psi\right) + (\partial_\mu \Phi)^2 (\varepsilon\varepsilon^2 + \psi^2)$

$\frac{1}{A} W_{ex} = \sum_\mu (D_\mu \vec{m}_s)^2 = \sum_\mu (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 + 2\left(\psi\, \nabla\Phi \cdot \nabla\varepsilon\varepsilon - \varepsilon\varepsilon\, \nabla\Phi \cdot \nabla\psi\right) + (\nabla\Phi)^2 (\varepsilon\varepsilon^2 + \psi^2)$

В квадратичном приближении по SW $\varepsilon\varepsilon, \psi$, $\Phi = \Phi_0 = \varphi + \frac{\pi}{2}$, $\nabla\Phi = \frac{1}{s}\hat{\varphi}$ и

$\frac{1}{A} W_{ex} = \sum_\mu (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 + \frac{2}{s^2}\left(\psi \frac{\partial \varepsilon\varepsilon}{\partial \varphi} - \varepsilon\varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}\right) + \frac{1}{s^2}(\varepsilon\varepsilon^2 + \psi^2)$ — это совпадает с тем

Yukge Burig при $\Theta_v = \pi/2$

- до этого надо $\frac{\partial}{\partial \varphi}(\partial_\mu \Phi \overset{\text{на } \partial_\mu \Phi}{\to} \partial_\mu^2 \Phi)$ в W_{ex} от 3/2 2014 г. Т.к. $W_{ex} \sim \varepsilon\varepsilon^2, \psi^2$, то не учел (инвер.) interaction terms $\sim \vec{A}^{(4)}$ с vortex. Все SW–vortex interaction $\sim \vec{A}_0$ с A_0^2 ф-ми – вы учл. в схему Gus' PRB '10. Здесь vortex вне core $\cos\Theta_v \neq 0$, $\Theta_v = \pi/2$.

Нет аномальных членов как у Dugaev'05 (3/12), которые $\sim (\Theta_0')^2$, и $=0$ при $\Theta = \pi/2$.

Т.е., если и отличается в gauge–YD из–за W_{ex} и есть, то она из–за vortex, где $\Theta \neq \frac{\pi}{2}$.

Вернемся к self–energy of gauge field.

Emergent el. $(\vec{e})_\alpha = \vec{m} \cdot (\partial_\alpha \vec{m} \times \partial_t \vec{m})$ и маг. поле $\vec{b} = b_z \hat{z} = \frac{1}{2}\vec{m} \cdot \left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial y}\right)$ или

$b_\alpha = \frac{1}{2}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\vec{m} \cdot (\partial_\beta \vec{m} \times \partial_\gamma \vec{m})$ подобно. Введем field–tensor $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

$F_{\mu\nu} = \vec{m} \cdot (\partial_\mu \vec{m} \times \partial_\nu \vec{m})$. $(\vec{e})_\alpha = -c\, F_{0\alpha}$, $b_\alpha = \frac{1}{2}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} F_{\beta\gamma}$, $\mu,\nu = t,x,y,z$; $\alpha,\beta = x,y,z$.

В ин. электродинамике $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = 2\left(\vec{B} - \frac{1}{c^2}\vec{E}^2\right)$ и $\mathcal{L} = -\frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - J^\mu A_\nu$ приводит к ур. движения (ур–ям Максвелла) $\partial_\nu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\nu$

Dual U/Sk/SW dynamics $F_{\mu\nu}$ – gyrocoupling density tensor, $G_{\mu\nu}$, $G_{xy} \to G_z \to \vec{G}$.

- $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = \sum_{\mu\nu} \vec{m} \cdot (\partial_\mu \vec{m} \times \partial_\nu \vec{m}) = \vec{m} \sum_{\mu\nu} \left(\vec{A}_\mu \times \vec{m} \times \partial_\nu \vec{m}\right) = \vec{m} \sum_{\mu\nu}\left[\vec{m}\left(\vec{A}_\mu \cdot \partial_\nu \vec{m}\right) - \partial_\nu \vec{m}\left(\vec{A}_\mu \cdot \vec{m}\right)\right]$

$= \sum_{\mu\nu}\left(\vec{A}_\mu \cdot \partial_\nu \vec{m}\right) = \sum_{\mu\nu}\left(\vec{A}_\mu \cdot \vec{A}_\nu\right) = \sum_{\mu\nu}\left[\sin^2\Phi\, \partial_\mu\Theta\, \partial_\nu\Theta + \cos^2\Phi\, \partial_\mu\Theta\, \partial_\nu\Theta + \partial_\mu\Phi\, \partial_\nu\Phi\right] =$

$= \sum_{\mu\nu}\left(\partial_\mu\Theta\, \partial_\nu\Theta + \partial_\mu\Phi\, \partial_\nu\Phi\right)$, $\mu,\nu = t,x,y,z$ — сумма этой энергии полей

Если $F_{\mu\nu} = \vec{m} \cdot (\partial_\mu \vec{m} \times \partial_\nu \vec{m}) = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, где $A_\mu = (A_0, \vec{A})$ – обычный вектор–потенциал, то как найти $A_0, \vec{A}$? $\vec{e} = -\nabla\varphi - \partial_0 \vec{A}$, $A_0 = \varphi$, $\vec{b} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$.

$(\varphi, \vec{A})$ находятся легко, если сделать преобраз. ВФ в ур–нии Шредингера sd–model и направлению $\vec{m}$ – как оси квантования $A_\mu = \frac{i\hbar}{e} U^+ \partial_\mu U$, $U\psi^\downarrow = \psi$.

Shekа PRB'05: $\vec{A} = -\frac{\cos\Theta}{s}\hat{\varphi}$, Hoogdalem PRB'13: $\vec{A} = \frac{\cos\Theta - 1}{s}\hat{\varphi}$.

Dugaev'05 получает линейную LLG, где только A_μ^z ($\mu = x,y,t$) входит линейно.

A_μ^x и A_μ^y входят как $(A_\mu^x)^2$, $(A_\mu^y)^2$ и он их выбрасывает как малые $\left(\frac{\partial\Theta}{\partial t}\right)^2, \left(\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right)^2$ (!)

Остается только A_α^z, определяющий Berry phase и $\delta\Phi$ вклад $A_\alpha^z = A_\alpha$, $(A_\alpha) = \vec{A}$

$\to (\vec{A}) = \frac{(\cos\Theta - 1)}{s}\frac{\partial\Phi}{\partial\vec{r}}$. Для static vortex/Sk $\Phi = \Phi_0 = \frac{\pi}{2} + \varphi$, $\nabla\Phi = \frac{1}{s}\hat{\varphi}$ и Dugaev'05

- $\vec{A} = (\cos\Theta - 1)\nabla\Phi = (\cos\Theta - 1)\frac{1}{s}\hat{\varphi}$, что совпадает Hoogdalem'13,

$\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A} = \frac{1}{s}\frac{\partial(sA_\varphi)}{\partial s}\hat{z} = \frac{1}{s}(-\cos\Theta)\hat{z} = \frac{1}{s}\sin\Theta\frac{\partial\Theta}{\partial s}\hat{z}$ (Shekа'05) и $\vec{B} = \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}(\cos\Theta - 1)\hat{z} = -\frac{1}{s}\sin\Theta\frac{\partial\Theta}{\partial s}\hat{z}$ (Hoogdalem'13)

$N = \frac{1}{4\pi}\int d^2x\, n$, $n = \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu}(\partial_\nu \vec{m} \times \partial_\mu \vec{m})\vec{m} \to n = \frac{1}{s}\frac{\partial m_z}{\partial s}$ (компонента). $n = \sin\Theta\, \nabla\Theta \times \nabla\Phi$

Escaneado con CamScanner

4/VI С.А. в Miramar, Ondarreta. Обзор printed papers по Field theory Skyrmions.

Збогом Пьер: Ding now simul. vortex dynamics at QH-ferr. (in dots/rings)

можно → уже освоено Ким Кар решением Саншу.

$\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s' = -\sin\Theta\,\partial_\mu\Phi\,\psi\,\hat{x}' + \partial_\mu\Phi\,ee\,\hat{y}' + \partial_\mu\Theta\,[-\sin\Phi\sin\Theta\,\psi - \cos\Phi\,ee]\,\hat{z}'$ —

в калибровке $\psi=0$ - Dugaev'05, совпад. см. PRB'10. $\vec{m}_s' = (ee, \sin\Theta\psi, 0) \to x'y'z',\ z' \parallel \vec{m}_0$.

Kravtsev'14 и Dugaev'05 используют $\psi=0$ калибровку: $\vec{A}_\mu^D = (-\sin\Theta\,\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\Theta,\ \cos\Theta\,\partial_\mu\Phi)$

$\vec{A}_\mu^D \times \vec{m}_s' = -\hat{x}'\,A_{j\mu}^z\,m_s^{y'} + \hat{y}'\,A_{j\mu}^z\,m_s^{x'} + \hat{z}'\,(A_\mu^x m_s^{y'} - A_\mu^y m_s^{x'}) = -\hat{x}'\cos\Theta\,\partial_\mu\Phi\,m_s^{y'} +$

$+\hat{y}'\cos\Theta\,\partial_\mu\Phi\,m_s^{x'} + \hat{z}'\,(-\sin\Theta\,\partial_\mu\Phi\,m_s^{y'} - \partial_\mu\Theta\,m_s^{x'})$ Weak gauge $\vec{A}$, $A_1 = A_2^z$

$(D_\mu \vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s')^2 - 2\,\partial_\mu\vec{m}_s' \cdot (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s') + (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s')^2 -$

$-2\,[-\partial_\mu m_s^{x'} m_s^{y'} A_{j\mu}^z + \partial_\mu m_s^{y'} m_s^{x'} A_{j\mu}^z] + (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s')^2$

$(D_\mu \vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s')^2 + 2A_{j\mu}^z\,[m_s^{y'}\partial_\mu m_s^{x'} - m_s^{x'}\partial_\mu m_s^{y'}] + (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s')^2$ в $\psi=0$ калибровке Dugaev'05

(не зависит от калибровки, если не конкретизировать $A_{j\mu}^z$. $(A_{j\mu}^z)_{\psi=0} = \partial_\mu\Phi$ - Gus'10

Роль $A_{j\mu}^z$ - выделена, только $A_{j\mu}^z$ входит в energy minima // $(A_{j\mu}^z)_{\psi=0} = \cos\Theta\,\partial_\mu\Phi$ - Dug'05

(и YD)

$\frac{1}{\gamma}\dot{\vec{m}} = -\vec{m}\times\vec{H}_{eff} = -\delta\vec{m}\times\vec{H}_{eff}^0 - \vec{m}_0 \times \vec{h}_{eff}$ $\vec{H}_{eff} = -A\nabla^2\vec{m} = -A\nabla^2\vec{m}_0 - A\nabla^2(\delta\vec{m})$

мом YD для ee, $\mu = -\sin\Theta_0\psi$ от 14/I

$$\begin{cases} -\frac{1}{c_s}\dot{m}_x = \nabla^2 m_y - 2A_{j\mu}^z\,\partial_\mu m_x - \partial_\mu A_{j\mu}^z\, m_x \\ \frac{1}{c_s}\dot{m}_y = \nabla^2 m_x + 2A_{j\mu}^z\,\partial_\mu m_y + \partial_\mu A_{j\mu}^z\, m_y \end{cases}$$ - YD Dugaev'05.

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{g}\,m_s}\,\dot{ee} = -\nabla^2\mu + \left[-\Theta_0'^2 + \frac{1}{g^2}\cos^2\Theta_0\right]\mu + \frac{2\cos\Theta_0}{g^2}\frac{\partial ee}{\partial\varphi} \\ -\frac{1}{\sqrt{g}\,m_s}\,\dot{\mu} = -\nabla^2 ee + \frac{1}{g^2}\cos 2\Theta_0\, ee + \frac{2\cos\Theta_0}{g^2}\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} \end{cases}$$ Ref.

$A_{j\mu}^z = \cos\Theta\,\partial_\mu\Phi$ - Dugaev

$\partial_\mu A_{j\mu}^z = \partial_\mu(\cos\Theta\,\partial_\mu\Phi) = -\sin\Theta\,\partial_\mu\Theta\,\partial_\mu\Phi + \cos\Theta\,\nabla^2\Phi = 0$ зам.

$A_\mu^z\,\partial_\mu f = |\mu = x,y,z| = A_x^z\,\partial_x f + A_y^z\,\partial_y f = \cos\Theta\,\partial_x\Phi\,\partial_x f + \cos\Theta\,\partial_y\Phi\,\partial_y f = \cos\Theta\,(\nabla\Phi\cdot\nabla f)$

$\Phi \to \Phi_0$, $\Theta \to \Theta_0(\vec{s})$. $\partial_\mu\Theta\cdot\partial_\mu\Phi = (\nabla\Phi\cdot\nabla\Theta) = 0$, $\nabla^2\Phi_0 = 0$ (как в normal), $\omega_0 \cdot \frac{\partial s}{\partial\varphi} = \frac{1}{g}(\nabla s)_\varphi = \frac{1}{g^2}\frac{\partial s}{\partial\varphi}$

$\Phi_0 = \varphi + \pi/2$, $\nabla\Phi_0 = \frac{1}{g}\hat{\varphi}$.

$$\begin{cases} -c_s^{-1}\dot{m}_x = \nabla^2 m_y - 2\cos\Theta_0\,\frac{1}{g^2}\frac{\partial m_x}{\partial\Phi} \\ c_s^{-1}\dot{m}_y = \nabla^2 m_x + 2\cos\Theta_0\,\frac{1}{g^2}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} \end{cases}$$ YD - Dugaev'05 ($t=0$) → отличается от normal

YD отсутствуют члены $(\Theta_0')^2$, $\frac{1}{g^2}\cos^2\Theta_0$ и $\frac{\cos 2\Theta_0}{g^2}$ - квадратичные по $A_{j\mu}^\alpha$.

$(A_{j\mu}^z)^2 = \cos^2\Theta(\partial_\mu\Phi)^2 = \frac{1}{g^2}\cos^2\Theta$, $(A_{j\mu}^y)^2 = (\partial_\mu\Theta)^2 = (\nabla\Theta)^2 = (\Theta_0')^2$, $(A_{j\mu}^x)^2 = \sin^2\Theta\,\frac{1}{g^2}$,

$A_\mu^x A_{j\mu}^y = -\sin\Theta\,\partial_\mu\Phi\,\partial_\mu\Theta = -\sin\Theta_0\,\partial_\mu\Phi_0\,\partial_\mu\Theta_0 = -\sin\Theta_0\,(\nabla\Phi_0\cdot\nabla\Theta_0) = 0$ зам.

Преобразование членов $\sim (A_{j\mu}^z)^2$ в YD недопустимо и YD для $m_\pm = m_x \pm i m_y$ сложно

Dugaev'05 $\pm i\frac{\partial m_\pm}{\partial t} = -c_s\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} \mp i A_\mu^z\right)^2 m_\pm$ - неверное (!!!) - повторено Kravtsev'14.

$\begin{cases} m_x(\vec{r},t) = a\cos(\vec{g}(\vec{r}) - \omega t) \\ m_y(\vec{r},t) = a\sin(\vec{g}(\vec{r}) - \omega t) \end{cases}$ ведет к $\left[\omega + 2c_s k g_\mu A_\mu^z\right]^2 - c_s^2 k_\mu^2 = 0$, $k_\mu = \partial_\mu\vec{g}$, $\vec{g} = \frac{\vec{k}}{|k|}$

$k_\mu(\vec{r}) = \frac{g_\mu}{\sqrt{c_s}}\omega^{1/2} + g_\mu g_\nu A_\nu^z(\vec{r})$ → Berry phase $\gamma_B(C) = \oint_C A_{j\mu}^z\,dx_\mu$, $\vec{g} \parallel C$.

$\gamma_B(C) = \oint dx_\mu\,(\cos\Theta - 1)\,\partial_\mu\Phi$, μ инв. ⇒ всегда из γ_B члена $2\pi N$

Т.е. $A_\mu^z = \cos\Theta\,\partial_\mu\Phi = A_\mu$, $\vec{A}$ - вектор-потенциал гомог. поля (gauge $\vec{A}$) $\psi=0$ калибр.

Gyrocoupling density $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ($\mu,\nu = x,y$ - здесь Dugaev заменил $\frac{\partial}{\partial t} \to \vec{e}\cdot\nabla$ Ingram

$A_\mu = A_{j\mu}^z = \partial_\mu\psi + \cos\Theta\,\partial_\mu\Phi$ и $F_{\mu\nu}$ не зависит от ψ, $\partial_\mu(\partial_\nu\psi) - \partial_\nu(\partial_\mu\psi) = 0$,

т.е. $\psi=0$ калибровка фиксирована и $\Theta = \Theta$, $\varphi = \Phi$, $\vec{m}_0(\Theta,\Phi)$ in Eq.(3) Dugaev'05.

$F_{xy} = \partial_x(A_y) - \partial_y(A_x) = \partial_x(A_y^z) - \partial_y(A_x^z) = \partial_x(\cos\Theta\,\partial_y\Phi) - \partial_y(\cos\Theta\,\partial_x\Phi) =$

$= -\sin\Theta\,\partial_x\Theta\,\partial_y\Phi + \sin\Theta\,\partial_y\Theta\,\partial_x\Phi = -\sin\Theta\,(\nabla\Theta\times\nabla\Phi)_z$, $F_{yx} = -F_{xy}$, осталось

$F_{\mu\nu} = 0$ (emergent e.-field исчезает) в $\psi=0$ калибровке и $\partial/\partial t = 0$.

$-\frac{i}{c_s}\frac{\partial m_\pm}{\partial t} = (\partial_\mu - iA_\mu)^2 m_\pm = (\partial_\mu m_\pm)^2 - 2iA_\mu m_\pm\partial_\mu m_\pm - A_\mu^2 m_\pm$, $m_\pm = m_x \pm i m_y$ в $x'y'z'$.

$-\frac{i}{c_s}(\dot{m}_x + i\dot{m}_y) = \partial_\mu^2(m_x + i m_y) - 2A_\mu(\cdot) + (\nabla - i\vec{A})^2 m_\pm = \nabla^2 m_\pm - 2i\,m_\pm(\vec{A}\nabla)m_\pm - \vec{A}^2 m_\pm =$

Escaneado con CamScanner

$= \nabla^2(m_x + i m_y) + 2\left[m_x(\vec{A}\nabla)m_x - m_y(\vec{A}\nabla)m_y\right] + 2i\left[m_x(\vec{A}\nabla)m_y + m_y(\vec{A}\nabla)m_x\right] - \vec{A}^2(m_x + i m_y)$

$-\frac{1}{c_3}\dot{m}_y = \nabla^2 m_y + 2\left[m_x(\vec{A}\nabla)m_y + m_y(\vec{A}\nabla)m_x\right] - \vec{A}^2 m_y$

$\frac{1}{c_3}\dot{m}_y = \nabla^2 m_x + 2\left[m_x(\vec{A}\nabla)m_x - m_y(\vec{A}\nabla)m_y\right] - \vec{A}^2 m_x$ - часто с $(\vec{A}\nabla)$ забав.

Линия $\begin{cases} -\frac{1}{c_3}\dot{m}_x = \nabla^2 m_y - 2\ell(\vec{A}\nabla)m_x - A_z^2 m_y \\ \frac{1}{c_3}\dot{m}_y = \nabla^2 m_x + 2\ell(\vec{A}\nabla)m_y - A_z^2 m_x \end{cases} - \frac{i}{c_3}(\dot{m}_x + i\dot{m}_y) =$ * $i(\ell)$ и добавл.

$(A_\mu^z)^2 = A_\mu^z A_\mu^z = A_\mu A_\mu = \vec{A}^2$ (2)

$\frac{1}{c_3}\dot{m}_y + \frac{i}{c_3}\dot{m}_x = +\frac{i}{c_3}(\dot{m}_x + i\dot{m}_y) - \nabla^2(m_x + i m_y) + 2(\vec{A}\nabla)(m_y - i m_x) - A_z^2(m_x + i m_y)$

$-\frac{i}{c_3}\dot{m}_+ = \nabla^2 m_+ - 2i(\vec{A}\nabla)m_+ - A_z^2 m_+ = (\nabla - i\vec{A})^2 m_+ + (A_x^2 + A_y^2)m_+$, $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$, $A_z = A_\mu^z$

Точнее (beeping uncoupled m_+, m_-): $\begin{cases} -\frac{1}{c_3}\dot{m}_x = (\dots) - \vec{A}^2 m_y + (A_\mu^y)^2 m_y \\ \frac{1}{c_3}\dot{m}_y = (\dots) - \vec{A}^2 m_x + (A_\mu^x)^2 m_x \end{cases}$

$-\frac{i}{c_3}\dot{m}_+ = \nabla^2 m_+ - 2i(\vec{A}\nabla)m_+ - \vec{A}^2 m_+ + (A_\mu^x)^2 m_x + i(A_\mu^y)^2 m_y = (\nabla - i\vec{A})^2 m_+ + \frac{1}{2}\left[(A_\mu^x)^2 + (A_\mu^y)^2\right]m_+ + O(m_-)$

$-\frac{i}{c_3}\dot{m}_+ = (\nabla - i\vec{A})^2 m_+ + \frac{1}{2}\left[(A_\mu^x)^2 + (A_\mu^y)^2\right]m_+ + O(A_\mu^{x2}, A_\mu^{y2}, A_\mu^x A_\mu^y)\cdot m_-$

т.е. $A_\mu^2 = A_\mu \to \vec{A}$ удовлетворяется точно, а $(A_\mu^x)^2$, $(A_\mu^y)^2$, $A_\mu^x A_\mu^y$ Dugaev'ов преобраз. В линейном по m_+ приближении $A_\mu^x A_\mu^y = 0$, а вас $(A_\mu^x)^2 = \frac{1}{S^2}\sin^2\theta_0$, $(A_\mu^y)^2 = (\theta_0')^2$ преобразов. нелок. (!)

$-i\dot{m}_+ = S(\nabla - i\vec{A})^2 m_+ + V(\vec{r})\,m_+$, $V(\vec{r}) = \frac{c_3}{2}\left[(A_\mu^x)^2 + (A_\mu^y)^2\right]$ - потенциал ганизи

Выход в emergent field $e_d = -\partial_t A_d^z + \partial_d\left[A_0^z + V(\vec{r})\right]$, $A_d^z = A_d \to \vec{A}$, $A_\mu = (\varphi, \vec{A})$

$e_d = \vec{m}\cdot(\partial_t\vec{m} \times \partial_d\vec{m}) - \partial_d V = e_d^{top} - \partial_d V$. Вклад $\vec{e}^{top}$ в $W_{em} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$, $E \sim \vec{e}^{top}$ -

а спина $Q/\sqrt{V}$: он очень мал. Может $V(\vec{r})$ дать большой вклад в W_{em} и M_y?

В W_{em} - да, а в M_y - нет, т.к. $V(\vec{r})$ получ. из W_{ex} и не содержит $\partial/\partial t$.

Kovalev'12 еще написал $V(\vec{r})$ - Dugaev'ов (но не у Zak), а Hoogdalem'13 и Kovalev'14 $V(\vec{r}) = \frac{c_3}{2}\left[(A_\mu^x)^2 + (A_\mu^y)^2\right]$, $\mu = x, y$ даже и на волноводном, записывая зеемановский циклический симметрик УД $i(\partial_t - iA_0^z)m_+ = A(\nabla - i\vec{A})^2 m_+$.

Еще ошибка Kovalev'12,14 и Hoogdalem: $\mathcal{L}_{int} \sim \vec{A}_0 \vec{m}_{sw}$ - линейно по $\vec{m}_{sw} \to \vec{A}_0 \sim A_0^z$ могут входить в УД лишь как аддитив. член (см. Gus'10), хотя в $\mathcal{L}_{eff}$ $\mathcal{L}_{kin} \sim (\partial_t - A_0)\vec{m}$ т.е. есть абелев covariant derivative $D_t = (\partial_t - A_0)$ - так не это: правомочность?

Видно, emergent $\vec{B}$ больше из gauge W_{ex}, а emergent $\vec{e}$ из $\mathcal{L}_{kin}$, $\hat{A}_0$.

(5/VI) Попутно 31/X, что полное УД Eq.(10-11) Dugaev'ов странное в калибровке $\ell = 0$. Вид УД Dugaev'ов в $\psi = 0$ калибровке: $\vec{A}_\mu^z(\psi=0) = (-\sin\theta_0\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta_0\partial_\mu\varphi)$

$\begin{cases} -\frac{1}{c_3}\dot{m}_x = \nabla^2 m_y - \frac{1}{S^2}\cos^2\theta_0 m_y - 2\cos\theta_0\frac{1}{S^2}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} + (\theta_0')^2 m_y \\ \frac{1}{c_3}\dot{m}_y = \nabla^2 m_x - \frac{1}{S^2}\cos^2\theta_0 m_x + 2\cos\theta_0\frac{1}{S^2}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi} + \frac{1}{S^2}\sin^2\theta_0 m_x \end{cases}$

$(A_\mu^z)^2 = \cos^2\theta(\partial_\mu\varphi)^2 = \cos^2\theta(\dot{\varphi})^2 \to \frac{\cos^2\theta}{S^2}$

$(A_\mu^x)^2 = (\partial_\mu\theta)^2 = (\dot{\theta})^2 \to (\theta_0')^2$

$(A_\mu^x)^2 = \sin^2\theta(\partial_\mu\varphi)^2 \xrightarrow{\text{лин.}} \sin^2\theta_0\frac{1}{S^2}$

Здесь $\vec{m}(m_x, m_y, 0) \to (m_{x'}, m_{y'}, 0)$ $Bx'y'z$. $\vec{m}_{sw} = (m_{x'}, m_{y'}, 0) = (e\ell, \psi\sin\theta_0, 0)$, $m_{x'} = e\ell$, $m_{y'} = -\mu$.

Совпадает при $m_{x'} = e\ell$, $m_{y'} = -\mu = \psi\sin\theta_0$ с моей системой где $e\ell, \mu$ (с точн. $\omega = \omega_0, \partial/\partial\varphi \to -\frac{\partial}{\partial\varphi}$)

→ Т.е. полное УД - Dugaev'ов верное в ψ-калибровке, но неверное в $\ell = 0$ калибровке Gus'10

? $\psi = 0$ калибровка далее упрощ.

План (прочитать работы (до June 29, см. план 28/V)):

1) $\phi \to \epsilon$ convers., скорректировать до-на - Contact Author Santander
2) Iberbasque evaluation letter - до June 14 (см. план)
3) Hotel Barcelona, Conf. Sec (Ramón) и билеты в Season, Hotel Toulouse, Conf. de Toulouse
4) Review PRB - Heinonen и JMMM - Zuspel
5) Заказ 2 laptops Magic и printer (Miguel)
6) Factura для оплаты Magn. Lett.
7) Opt. travel doc. to Kiev из MagIC (Issakun) - project
8) Program у Abstract Book - RTNSA - до June 12
9) Revision of Sci. Rep. My manuscript - до June 8 (сделано 9/VI)
10) Отч. назад на грант - до June 26 и приложить Argumentum (10.2)
11) Sol. postdoc Arantxa из MEC(?), Felipe appl. из M. Curie individ. grant.
12) Poster skyrmion MPD, RTNSA abs.

Escaneado con CamScanner

Анализ $\mathcal{L}_{kin}$. Полное выражение – см. работу Combescot PRB'10

В калибровке $\psi=0$ (связанной) $\vec{A}_0^{\perp} = (-\sin\Phi\,\partial_x\Theta,\ \cos\Phi\,\partial_x\Theta,\ \partial_x\Phi)$

$\lambda = \vec{D}(\vec{m})\cdot\dot{\vec{m}}$, $\vec{m} = R^{-1}\vec{m}'$, $R = R(\Theta,\Phi)$ $\lambda_{kin} = \vec{D}'\cdot[\dot{\vec{m}}' - \hat{A}_0\dot{\vec{m}}'] = \vec{D}'\dot{\vec{m}}' + \lambda_{int}$

$\hat{A}\vec{m} = \vec{A}_0\times\vec{m} \Rightarrow \hat{A}_0\vec{m}_v = \partial_0\vec{m}_v - \vec{m}_v \times \vec{m}_v$ – $\vec{m}_v$ удовлетворяет ур. λ_{kin}, определяемого $\hat{A}_0$.

$\vec{D}(\vec{m}) = \frac{M_s}{\gamma}\frac{\vec{n}\times\vec{m}}{(1+\vec{m}\cdot\vec{n})}$, $\vec{D}' = \frac{M_s}{\gamma}\frac{\vec{n}'\times\vec{m}'}{1+\vec{m}'\cdot\vec{n}'}$. Выберем $\vec{n}' \parallel \vec{e}_z \parallel \vec{m}_v$, $\vec{n}'\times(\vec{m}_v' + \vec{m}_s') = \vec{n}'\times\vec{m}_s'$

$\frac{M_s}{\gamma}\frac{1}{1+\vec{m}'\cdot\vec{n}'} = \xi$, $\vec{D}' = \xi\,\vec{n}'\times\vec{m}' = \xi\,\vec{n}'\times\vec{m}_s' = \xi\begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & 1 \\ m_s^{x'} & m_s^{y'} & 0 \end{vmatrix} = \xi(\hat{y}'m_s^{x'} - \hat{x}'m_s^{y'})$

$\lambda_{kin}^{SW} = \vec{D}'\cdot\dot{\vec{m}}_s' = \xi(\hat{y}'m_s^{x'} - m_s^{y'}\hat{x}')(\dot{m}_s^{x'}\hat{x}' + \dot{m}_s^{y'}\hat{y}') = \xi(-m_s^{y'}\dot{m}_s^{x'} + m_s^{x'}\dot{m}_s^{y'})$ – x,y-компоненты

$\vec{m}_v' = (\varepsilon\varepsilon, \psi\sin\Theta_0, 0) \to \lambda_{kin}^{SW} = \xi\sin\Theta_0(-\psi\dot{\varepsilon\varepsilon} + \varepsilon\varepsilon\dot{\psi})$, $\xi = \frac{M_s}{\gamma}\frac{1}{1+\vec{m}_v'\cdot\vec{n}'} = \frac{1}{2}\frac{M_s}{\gamma}$ – вторая

$\lambda_{int} = -\vec{D}'\hat{A}_0\vec{m}_s' = \xi(m_s^{x'}\hat{y}' - m_s^{y'}\hat{x}')\cdot\hat{A}_0\times\vec{m}_s' = \xi(\cdot)\begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ A_0^{x'} & A_0^{y'} & A_0^{z'} \\ m_s^{x'} & m_s^{y'} & 0 \end{vmatrix} = \xi(\cdot)[-\hat{x}'m_s^{y'}A_0^{z'} + \hat{y}'A_0^{z'}m_s^{x'}]$

$= \xi(m_s^{x'}\hat{y}' - m_s^{y'}\hat{x}')A_0^{z'}(\hat{y}'m_s^{x'} - \hat{x}'m_s^{y'}) = \xi A_0^{z'}\left[(m_s^{x'})^2 + (m_s^{y'})^2\right]$ – $+\xi'(-)$ – 0 для $\psi=0$, $\lambda_{int}\neq 0$ в общем случае

$\vec{n}\times\vec{m}' = \vec{n}\times\vec{m}_v' + \vec{n}\times\vec{m}_s' = \vec{n}\times\vec{m}_v' = \hat{z}\times\hat{z}' = \sin\Theta$, $\lambda_{int} = -\xi(\vec{n}'\times\vec{m}')\cdot\vec{A}_0\times\vec{m}_s' =$

$= -\xi\sin\Theta(\sin\Phi\,\hat{x}' - \cos\Phi\,\hat{y}')A_0^{z'}(\hat{y}'m_s^{x'} - \hat{x}'m_s^{y'}) = -\xi\sin\Theta\,A_0^{z'}[-\psi\sin\Theta_0\sin\Phi - \varepsilon\varepsilon\cos\Phi]$ – ??

$\lambda_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\Theta)\dot{\Phi} = \frac{M_s}{\gamma}[1-\cos(\Theta_0+\varepsilon\varepsilon)]\dot{\Phi} = [1-\cos\Theta_0 + \varepsilon\varepsilon\sin\Theta_0]\frac{M_s}{\gamma}(\dot{\Phi}_v + \dot{\psi}) =$

$= (\cdots) + \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0[\varepsilon\dot{\Phi}_v + \varepsilon\dot{\psi}] = (\text{можно вычесть нуль}) + \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\,\varepsilon\dot{\psi} + \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\,\varepsilon\dot{\Phi}_v$

λ_{kin}^{SW} – λ_{int}

ср. $\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_0\,\varepsilon\dot{\Phi}_v$ – см. в Gus' PRB'10.

Gauge perturbation $A_0 \to \lambda_{int}$

6/IV – 7/IV. К п.м. в Ferromagnetic. Revision of Mv + Ulrich dot TM – Sci. Rep. paper + обсуждение результатов, начало работы по Adachi и Bauer. Zeeman trigg field.

λ_{int} (V-SW) и $\lambda_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\Theta)\dot{\Phi}$, $\Theta = \Theta_v + \varepsilon\varepsilon$, $\Phi = \Phi_v + \psi$, $\varepsilon\varepsilon, \psi$ – уже SW.

$\lambda_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}[1-\cos(\Theta_v+\varepsilon\varepsilon)](\dot{\Phi}_v + \dot{\varepsilon\varepsilon}) = \frac{M_s}{\gamma}[1-\cos\Theta_v + \varepsilon\varepsilon\sin\Theta_v][\dot{\Phi}_v + \dot{\psi}] = \underbrace{\frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\Theta_v)\dot{\Phi}_v}_{V} +$

$+ \underbrace{\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_v\dot{\Phi}_v\varepsilon\varepsilon}_{V-SW\ int.} + \underbrace{\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_v\,\varepsilon\dot{\psi}}_{SW} + \underbrace{\frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\Theta_v)\dot{\psi}}_{SW}$

Чтобы $\mathcal{L} = \int_3\mathcal{H}\,\lambda(\Theta,\Phi)$, $\lambda(\Theta,\Phi) = -\frac{M_s}{\gamma}\cos\Theta\dot{\Phi} - W(\Theta\Phi) \to$ УД $\begin{cases} -\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Theta} = \frac{\delta W}{\delta\Phi} \\ \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Phi} = \frac{\delta W}{\delta\Theta} \end{cases}$

$\mathcal{L}[\Theta_v+\varepsilon\varepsilon, \Phi_v+\psi] = \int dV\frac{\delta\lambda}{\delta\Theta}\varepsilon\varepsilon + \int dV\frac{\delta\lambda}{\delta\Phi}\psi + \int dV\left[\frac{\delta^2\lambda}{\delta\Theta^2}\varepsilon\varepsilon^2 + \lambda\frac{\delta^2\lambda}{\delta\Theta\delta\Phi}\varepsilon\varepsilon\psi + \frac{\delta^2\lambda}{\delta\Phi^2}\psi^2\right]$

$\mathcal{L}[\Theta_v+\varepsilon\varepsilon, \Phi_v+\psi] = \mathcal{L}[\Theta_v, \Phi_v] + O(\psi^2, \varepsilon\varepsilon^2, \varepsilon\varepsilon\psi)$, т.к. $\frac{\delta\lambda}{\delta\Theta} = 0$, $\frac{\delta\lambda}{\delta\Phi} = 0$ – другое УД ЦС

Линеаризация УД $\sin\Theta\dot{\Theta} = \sin(\Theta_v+\varepsilon\varepsilon)\dot{\varepsilon\varepsilon} = \sin\Theta_v\dot{\varepsilon\varepsilon}$. $\sin\Theta\dot{\Phi} = \sin(\Theta_v+\varepsilon\varepsilon)(\dot{\Phi}_v+\dot{\psi}) = \sin\Theta_v(\dot{\Phi}_v+\dot{\psi})$. $\frac{\delta W}{\delta\Phi} = F(\Theta,\Phi)$, $\frac{\delta W}{\delta\Theta} = G(\Theta,\Phi)$

$\begin{cases} F(\Theta_v+\varepsilon\varepsilon, \Phi_v+\psi) = F(\Theta_v,\Phi_v) + F'_\Theta\varepsilon\varepsilon + F'_\Phi\psi \\ G(\Theta_v+\varepsilon\varepsilon, \Phi_v+\psi) = G(\Theta_v,\Phi_v) + G'_\Theta\varepsilon\varepsilon + G'_\Phi\psi \end{cases}$ (можно также учесть $\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}$)

$F_{\Theta,\Phi}$, $G_{\Theta,\Phi}$ берутся при $\Theta=\Theta_v$, $\Phi=\Phi_v$

$\begin{cases} -\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_v\dot{\varepsilon\varepsilon} = F'_\Theta(\Theta_v,\Phi_v)\varepsilon\varepsilon + F'_\Phi(\Theta_v,\Phi_v)\psi \\ \frac{M_s}{\gamma}(\dot{\Phi}_v+\dot{\psi})\sin\Theta_v = G'_\Theta(\Theta_v,\Phi_v)\varepsilon\varepsilon + G'_\Phi(\Theta_v,\Phi_v)\psi \end{cases}$ Здесь $F_{\Theta\Phi}$ и $G_{\Theta,\Phi}$ – линейные операторы

Вычисление от Θ_v, Φ_v и $\frac{\partial\Theta_v}{\partial x}$, $\frac{\partial\Phi_v}{\partial x}$ и операторы $W_{xx}, W_{xy}, \ldots$

Вне вортекса $\Theta_v = \Theta_v(\vec{r}, \vec{X}(t))$, $\Phi_v = \Phi_v[\vec{r}, \vec{X}(t)]$ и в общ. по $\vec{X}, \varepsilon\varepsilon, \psi$ инфинитезимальны

надо $\vec{X}(t)=0$ в Θ_v, Φ_v. Т.о. $F'_{\Theta,\Phi}, G'_{\Theta,\Phi}$ в общ. инфинитезимальны. Зависимость точно от

статич. vortex profile $\Theta_0(\vec{r})$, $\Phi_0(\vec{r})$ при $\vec{X}=0 \Rightarrow$ все динамич. V-SW взаимодействия

(Содержатся в члене $\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta_v\,\varepsilon\dot{\Phi}_v$.) $\dot{\Phi}_v = \frac{\partial\Phi_v}{\partial\vec{X}}\dot{\vec{X}} = \frac{\partial\Phi_v}{\partial x}\dot{X}$ ($\vec{X}(t)\neq 0$) – недавно в блинах $\Phi_0 \to M_v$

в целом $\lambda_{int} \sim \varepsilon\dot{\Phi}_v$ – много в Gus' PRB'10.

$\vec{m} = (1-\vec{m}_s^2)^{1/2}\vec{m}_v + \vec{m}_s$ $\dot{\vec{m}} = \frac{1}{2\sqrt{1-}}(-2)(\vec{m}_s\cdot\dot{\vec{m}}_s)\vec{m}_v + (1-\vec{m}_s^2)^{1/2}\dot{\vec{m}}_v + \dot{\vec{m}}_s =$

$= \dot{\vec{m}}_v + \dot{\vec{m}}_s + O(\vec{m}_s^2) = \dot{\vec{m}}_v + \dot{\vec{m}}_s$ – лин. инфинитезимальная $F(\vec{m}) = F(\vec{m}_v) + F'_{\vec{m}}\vec{m}_s + O(\vec{m}_s^2)$

В УД $\dot{F}(\vec{m}) = \dot{F}(\vec{m}_v) + \dot{F}'_{\vec{m}}(\vec{m}_v)\cdot\dot{\vec{m}}_s + O(\vec{m}_s^2)$ и все слагаемые $\sim\vec{m}_s$ – $\vec{m} = \sqrt{1-\vec{m}_s^2}\,\vec{m}_v + \vec{m}_s$,

удовлетворяет $\dot{\vec{m}} = \dot{\vec{m}}_v + \dot{\vec{m}}_s$ как в Gus' PRB'10. Wex $(\partial/\partial x)$ Содержит градиентные поля,

но они убывают с ростом r. Через $\Theta_0(\vec{r})$, $\Phi_0(\vec{r})$ от вортекса. В SW-УД входит

$\sin\Theta_v\dot{\Phi}_v$, а все A_{sn}^x – Дирака, только A_0^x – Бугаев'ов в $\psi=0$ калибровке, а не $A_0^z(\psi\neq 0)$

Escaneado con CamScanner

(8/VI) Заход 2 comp. Dell " с А. и Patxi. Писма в Ikerbasque (Felipe, evaluation), Rectoral (Arantxa postdoc), Arantxa, Tubkina (St-dynamics). Обсъжд. с Орс.: $\theta(\S)$ - static Stk с H_z, H_m, На, не настъпила, и dolaubaus appl. не подадена. Сказах, сообщ. мне о готовности texjet-ов. Обсъжд. публикац. Ref. Kalinikos'11 $\theta(z)$ - TB, ее Zusatz Stk - DMI $\theta(\S)$ - Kravlev, Bogdanov, Leonov.

Arahang Schütz - PRB'14 и его PhD thesis: есть ecth. power SW in Skyrmion state и mass-Skyrmion, получ. из $m^2_{SW}\chi$ - член 3-го порядка в L. B thesis, есть система MSk, она нада. Главный interaction term $\chi_{int} \sim ee\dot{P}_y + ee\dot{X}_z$ они даже не рассматривают. Покинул Hotel Toulouse.

(9/VI) Reserved Hotel Toulouse, отм. в "Bankia" Conf. fee 350€ Magnonics-2015. Завершил revision Mv - Sci. Reports (с зам. Вилагош Киеза) и re-submitted it. Ai Ping и Шиканда revised Nanotubes-SW paper для J. Phys. D - edited Abs-Introduction.

(10/VI) Sbornik to Aitor Ayesta (Ikerbasque): res. plan надо с Sept. 2012 и на 2-3 года вперед, в CV / Res. plan включить все актуальности (Conf. PhD, ...), указать number 2 referees - тех, кто рекомендовал. Распечатать files - resume published papers за Sept. 2012 - June 2015. Доложил и послал to Julian CV-abreviado.

(11/VI) Перечислена RTNSA. Sk-eff. damp. - Logarithmic Dec.

Web Sci. citations: 429 (2010), 388 (2011), 403 (2012), 422 (2013), 446 (2014), 144 (2015, 11/VI). H = 38 (11/VI 15?)

H = 39 (Scopus, 11/VI 15?) - при 131 documents registered, Nowak'PRB05 - 41 cit.

Google Scholar: total cit. 5955 (h = 42), desde 2010 3312 cit. (h = 35) - на June 11, 2015.

Updating CV и Ikerbasque web-site.

(12-14/VI) Изпратихме Ikerbasque res. plan и OS 2- по 2012-2014 2OS grants. Submitted updated CV и Res. plan to Ikerbasque intranet, не знаех Res. plan to M. Fähnle и J. Tejada Sanfocus.

(15/VI) NanoGUNE Seminar "Spintronics" A. Kent - Macrospin model, За нови Dyn. magnetic solitons в обл. nanocontacts. Беседа с A. Чубыкин о Ю. Иванове и Бозм. Собственои работе по Vortex-structures in Co-nanowires. Изпратихме RTNSA updating, Contact session chairmen Nanni, Serga, Ivanov. Приготвихме и subm. Abstract to UMC-2015, Nijmegen по vortex mass. Отказ INT-15 (Toulouse) is accepted.

(16/VI - 17/VI) Подгот. к экзамену по "Calculus" с Ант. Skype conversations с Krawczyk и подписахме по повод TM-pinning в stripes и SW-XIG paper в PRB. Предложихме свои coolbytes SW-PRB, comp. resp. текст и напомнихме index о pinning.

(18/VI) Обсъжд. с Julian RTNSA-проблеми. Visit to "Bankia" - Л. emplesa crer, necesita 1. Буб и Ане на ръка в буж. наредим. Printing SW papers. SW in thin elements

Pinning SW

C. Herring, C. Kittel PR 1951: $e/mc \cong \frac{g\mu_B}{\hbar} = \frac{g}{\hbar}\frac{e\hbar}{2mc} = \frac{g}{2}\frac{e}{mc} = \gamma$. - Krawczyk

$\frac{1}{\gamma^2}\omega_k^2 = \eta^2 k^4 + (2\eta\xi + \xi_\eta \sin^2\theta_k)k^2 + \xi^2 + \xi\xi_\eta \sin^2\theta_k$, $\xi = 4\pi M_s$, $\eta = 2A/M_s$, $\xi = H + H_{eff}$.

$(\eta k^2 + \xi)(\eta k^2 + \xi_\eta \sin^2\theta_k + \xi) = (\eta k^2 + \xi)^2 + \xi(\eta k^2 + \xi)\xi_\eta \sin^2\theta_k = \eta^2 k^4 + 2\eta\xi k^2 + \xi^2 + \xi\xi_\eta \sin^2\theta_k + (\eta k^2 + \xi)\xi_\eta \sin^2\theta_k \rightarrow \frac{\omega_k}{\gamma^2} = [\eta k^2 + \xi][\eta k^2 + \xi + \xi_\eta \sin^2\theta_k]$, $\eta = \frac{2A}{M_s^2}M_s = L_e^2 M_s$

$\rightarrow \frac{\omega_k^2}{\gamma^2} = M_s^2[L_e^2 k^2 + h + h_{eff}][L_e^2 k^2 + h + h_{eff} + 4\pi \sin^2\theta_k]$, $h = H/M_s$, $H_{eff} = h_{eff} M_s$.

no смисъла $\theta_k = \hat{M}_0 \hat{k}$, $\bar{M}_0 \| oz$, H_{eff} - anisotropy field $= 2K/M_s$, т.к. static dip. field in ∞-medium отсъстват.

Kalinikos-Slavin, J. Ph. C - 1986. СФ $\Phi_n^p(\zeta) = A_n^p \cos\varkappa_n^p(\zeta + \frac{L}{2})$, $d_1 = 0, d_2 = 0$ - Dirichlet, $p = x, y$.

- pinning на повърх. инвом. $\zeta = \pm L/2$. Wave vector $(k_n^p)^2 = k_\xi^2 + (\varkappa_n^p)^2$,

k_ξ - wave vector in film plane, $\varkappa \perp$ film plane.

$(\xi\eta\zeta) = (x'y'z')$ lab. koord. system с $\hat{\zeta} \perp$ film, (xyz) = coord. koord. system, $\bar{M}_0 \| \hat{z}$.

Dyn. $\vec{m}_n(\zeta) = M_s[\Phi_n^x(\zeta)\hat{x} + \Phi_n^y(\zeta)\hat{y}]$, ζ - thickness coordinate.

Маг. динамични $P_{nn'}^{pp'}$, $Q_{nn'}^{pp'}$ имаме инвом. $p, p' = x, y$ из-за pinning $d_{1,2}^{x,y} \neq 0$ (Dirichlet) и $\zeta = \pm L/2$.

Ако pinning $d_1 = 0, d_2 = 0$ $\rightarrow$ $P_{nn'}$, $Q_{nn'}$ от x/y indices не зависят, $\varkappa_n = n\pi/L$.

Diag. $Q_{nn} = 0$, $P_{nn} = \frac{k_\xi^2}{k_n^2} - \frac{k_\xi^4}{k_n^4}\frac{1}{(1+\delta_{n0})}F_n$, $F_n = \frac{2}{k_n L}[1 - (-1)^n e^{-k_\xi L}]$

Escaneado con CamScanner

Дис $k_n=0$, $n=0$ (uniform $\vec{m}$ вдоль толщины пленки), $P_{oo} = 1 - \frac{1}{2} F_0 = 1 - \frac{1}{2}\frac{2}{k_y L}[1-e^{-k_y L}]$

$P_{oo}(k_y L) = 1 - \frac{1}{k_y L}(1-e^{-k_y L}) = f(k_y L)$, k_y - wave vector in film plane

Eq. (44) для $n=0$ $\left(\frac{\omega_0}{\omega_M}\right)^2 = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k_y^2 + \sin^2\theta + A P_{oo}\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k_y^2 + E P_{oo}\right] - C^2 (P_{oo})^2$

$A = \cos^2\varphi - \sin^2\theta(1+\cos^2\varphi)$, $C = \cos\theta \sin\varphi \cos\varphi$, $E = \sin^2\varphi$, θ, φ - углы $\vec{M_0}$

Орт. лаб. системы координат (x', y', z') $z' \perp$ пл. пленки. $\vec{M_0}(\theta, \varphi)$

Для $\theta = 0$, φ - произвольно. Вдоль $\varphi = 0$ или $\pi/2$. $A = \cos^2\varphi$, $C = \sin\varphi\cos\varphi$, $E = \sin^2\varphi$.

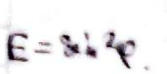
$C = 0$ и либо $A \neq 0, E = 0$ либо $A = 0, E \neq 0 \Rightarrow \left(\frac{\omega_0}{\omega_M}\right)^2 = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k_y^2 + f(kL)\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k_y^2\right]$

$\omega_H = \gamma H_i = \gamma [H_z + H_m^z]_{\theta=0}$, $H_m^z = -N_{zz} M_s$. $\vec{M_0} \parallel \vec{H_i}$ - definition of H_i.

$k_y = k$ - in-plane wave vector, $d = \frac{1}{4\pi}\frac{2A}{M_s^2} = \frac{1}{4\pi} L_e^2$. $\left(\frac{\omega_k}{\omega_M}\right)^2 = \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2 + f(kL)\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2\right]$ $\vec{M_0}$ вне пл.

- дисперс. соотношение для SW в ∞-пленке with thickness L, k - in-plane. (Kalinikos'86).

Т.е. в Gruszecki PRB вместо первого $f(kL)$ в ω^2 стоит $\sin^2\theta_i = \frac{k_y^2}{k^2}$ $\sin^2\theta_i$ - невероятное совпадение. $\frac{1}{\gamma}\omega_{Hi} = H_i = H_z + N_{zz} M_s \Rightarrow H_z - 4\pi M_s$ для пленки

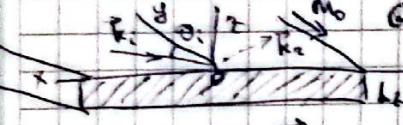


Из Eq. (45) Slavin-Kalinikos'86 следует что при $\theta = 0$ $\vec{M_0} \parallel \vec{z}$ $\frac{\omega_{k1}^2}{\omega_M^2} = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k_n^2\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k_n^2 + F_{nn}\right]$

$F_{nn}(\theta=0) = P_{nn}$, $P_{oo} = f(kL)$, $x_n = \frac{n\pi}{L}$. $k_n^2 = k_y^2 + x_n^2$. Т.е. та же $d/k \cdot f(kL)$.

Для ω_k с $f(kL)$ была написана в Kakazei APL'04. $\sin^2\theta_k \to f(kL)$.

$\omega_k^2 = [\omega_{Hi} + d\omega_M k^2 + \omega_M f(kL)][\omega_{Hi} + d\omega_M k^2]$ - для $\vec{M_0} \perp$ пленке.



Gruszecki PRB, $f_{sw} = 35$ GHz при $M_s(YIG) = 194$ G

$f_{sw} \gg f_M$, Exch. dominated, $\frac{\omega_M}{2\pi} \cong \frac{3\,\text{GHz}}{k\text{G}} \cdot 4\pi \cdot 0.2\,\text{kG} \cong 7$ GHz

Assumed $\vec{M_0} \parallel oy$ из-за поля $H_y = 7$ kOe.

$\vec{M_0}$ в плоскости пл. $\theta = \pi/2$ $C = 0$, $A = -1$, $E = \sin^2\varphi$, $\vec{M_0} \parallel oy$, $\varphi = \pi/2$, $E = 1$

$\sin^2\theta + A P_{oo} = 1 - P_{oo} = 1 - f(kL)$. $\left(\frac{\omega_k}{\omega_M}\right)^2 = \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2 + 1 - f(kL)\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2 + f(kL)\right]$ Negative

Gus'MMM'11: $\omega^2(\vec{k}) = \gamma^2 M_s^2 \left[h + d k^2 + G_{yy}(0) + 4\pi \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\right]\left[h + d k^2 + G_{yy}(0) + 4\pi(1 - f(kL))\right]$ Kalinikos'86, $\theta = \pi/2$, $n = 0$

$G_{yy}(0) = -\frac{N_{yy}}{(4\pi)^0}$, $h + G_{yy}(0) = \frac{1}{M_s}(H - N_{yy} M_s) = H_i / M_s = h_i$, $h_i / 4\pi = \frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} = \frac{H_i}{4\pi M_s}$.

$\omega^2(\vec{k}) = \omega_M^2 \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2 + \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2 + 1 - f(kL)\right]$ Gus'MMM'11, $\vec{M_0} \parallel oy$ - in-plane

Для $\theta = \pi/2$ $\vec{k} = (k_x, k_y, 0)$

Gruszecki PRB дает $\omega^2(k) = \omega_M^2 \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2 + \sin^2\theta_i\right]$, $\sin^2\theta_i = \frac{k_x^2}{k^2}$, $\vec{M_0} \parallel oy$

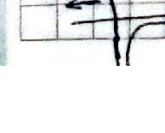
Herring PR'51: $\omega_k^2 = \omega_M^2 \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + d k^2 + \sin^2\theta_k\right]$, $\omega_{Hi} = \gamma(H + H_A)$, т.к. static H_d нет для ∞-Body. Gruszecki - ср. с Herring-51, где $H \to H_i = H - H_d^y$ и $\sin^2\theta_k \to \sin^2\theta_i$, $\theta_i = \angle(\vec{k}, \vec{M_0})$, где $\vec{k}$ и $\vec{M_0}$ are in-plane.

$k \parallel \vec{M_0}$ $k_y = k \sin\theta_k \to \frac{\omega^2(k)}{\omega_M^2} = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k^2 + f(kL)\sin^2\theta_k\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + d k^2 + 1 - f(kL)\right]$

- ур. для ∞-пленки с произвольной L в направлении $\perp$ пл. из Herring'51 ур. SW - для ∞-пленки. Отличие в членах с dyn. dip. fields $\sim f(kL) = 1 - \frac{1}{kL}(1 - e^{-kL})$.

Но если брать предел $(kL \gg 1)$, то $f(kL) \to 1$ и Eq. (2) Gruszecki переходит в Exch. limit $kL \gg 1$ для ∞-Body (если $kL \gg 1$ SW-фильтр наблюдался в Herring'51).

$k \gg \frac{1}{L} = \frac{1}{5\,\text{mm}} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-1}\,\text{cm}} = 0.2 \cdot 10^7\,\text{cm}^{-1} = 2 \cdot 10^6\,\text{cm}^{-1}$, $k \gg 2 \cdot 10^6\,\text{cm}^{-1}$ Волн. ч.?



H_d^y - вектор $H_d^y = -4\pi M_s$ при $y = 0$ (static field). Но $\vec{M_0} \parallel oy$ means that there is no dyn. $\vec{m}$. $\vec{m} = (m_x, 0, m_z)$. Если и $\vec{k}$ вдоль oy то m_z?

Escaneado con CamScanner

19/IV Неделимчев RTVSA Master (Local Comm.) предложи train tickets Odrinia → Burgas за 50 € each. Отидохме - върнахме с нощен влак Eq (2). Gruszecki с pinning Eq. (5). Ако $\vec{M}_0 \perp \vec{k}$, то (2) нефизично, а (5) добро. Ако $\vec{M}_0 \parallel \vec{y}$ (както в Stamps + FB1), то Eq. (2) добро при $kL \gg 1$, Eq. (5) - нефизично, т.к. нет dyn. $\vec{m} \perp$ edge.

● Намираме m_z - dyn. при $\vec{M}_0 \parallel \vec{y}$ - Gruszecki

$$h_z(x,y,z) = \int d\vec{r}' \left[G_{zx} m_x + G_{zy} m_y + G_{zz} m_z \right] \xrightarrow[z=0]{} h_z(x,y) = \int dx'dy' \, g_{zz}(x-x', y-y') m_z(x',y')$$

В x-направлението маг. елемент нечен $\Rightarrow$ $m_z(x,y)$ не зависи от x - Нет. $m_z(-y) = \ldots$

$$\int_{-L_x/2}^{L_x/2} dx' \, g_{zz}(y-y', x-x') = \int dx' \frac{1}{(2\pi)^2} \int dk_x dk_y \, g_{zz}(k) e^{ik_y(y-y')} e^{-ik_x(x-x')}$$

$$\int_{-L_x/2}^{L_x/2} dx' \, e^{-ik_x x'} = \frac{1}{(-ik_x)} e^{-ik_x x'} \Big|_{-L_x/2}^{L_x/2} = -\frac{1}{ik_x}\left[e^{-ik_x L_x/2} - e^{ik_x L_x/2} \right] = \frac{2}{k_x} \sin(k_x L_x/2) \xrightarrow{L_x \to \infty} C\delta(k_x)$$

$$h_z(y) = \int dx' \, g_{zz}(y-y', x-x') = \frac{C}{(2\pi)^2} \int dk_y \, g_{zz}(0,k_y) e^{ik_y(y-y')}, \quad g_{zz}(\vec{k}) = -4\pi\left[1 - \delta(kL_z)\right]$$

$$h_z(y) = \int dy' \, \gamma_{zz}(y-y') m_z(y'), \quad \gamma_{zz}(y-y') = \frac{C}{(2\pi)^2}(-4\pi) \int dk \left[1-\delta(kL_z)\right] e^{ik(y-y')} = \gamma_{zz}(y-y') = \gamma_{zz}(\eta)$$

$$I(y) = \int_{-\infty}^{\infty} dk \left[1-\delta(kL)\right] e^{iky} = \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{1-e^{-|k|L}}{|k|L} e^{iky} = \frac{2}{L}\int_0^{\infty} \frac{dk}{k}\left[1-e^{-kL}\right] \cos ky \Rightarrow$$

$$= \frac{2}{L} \cdot \frac{1}{2} \ln\left(\frac{L^2+y^2}{y^2}\right) = \frac{1}{L} \ln\left(\frac{L^2+y^2}{y^2}\right), \quad \eta = y - y'. \quad \gamma_{zz}(y,y') = -\frac{C}{\pi}\frac{1}{L_z} \ln\left[\frac{k_x^2+y^2}{y^2}\right] \sim \ln|y-y'|$$

$$h_z(y) = \int dy' \, \gamma_{zz}(y-y') m_z(y'). \quad I(y, L \to \infty) = \int dk \frac{1-e^{-|k|L}}{|k|L} e^{iky} \to \int dk e^{iky} = 2\pi\delta(y).$$

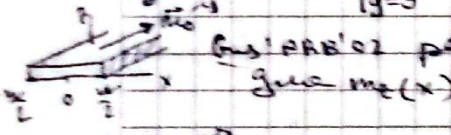
● $\gamma_{zz}(y) = -\frac{C}{\pi} I(y) \xrightarrow[L\to\infty]{} -\frac{C}{\pi} 2\pi\delta(y) = -4\pi\delta(y)$, т.е. $C = 2\pi$ - $\gamma_{zz}(y) = \frac{2}{L_z} \ln\left[\frac{y^2}{L_z^2+y^2}\right]$

$\gamma_{zz}(y)$ сравнява с $g_{zz}(3) = \frac{2}{p} \ln\left(\frac{3^2}{3^2+p^2}\right)$ от Gus'PRB'02 две ивици с $\vec{M}_0$ alloy

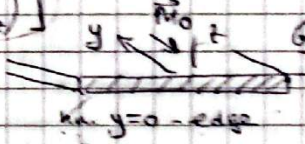
Т.е. решение $\lambda m_z(y) = \int dy' \gamma_{zz}(y-y') m_z(y')$ намерен Gus'PRB'02 гран. условие

$$\frac{\partial m_z}{\partial y} + d\, m_z(y)\Big|_{y=0} = 0 \quad \text{с} \quad d = \frac{2\pi}{L_z\left[1 + 2\ln\left(\frac{L_y}{L_z}\right)\right]}$$

сравн. с ивич. до K_s от Eq. (5) - Gruszecki.



Gus'PRB'02 разсм. pinning при $x \to \pm\frac{w}{2}$ две $m_z(x)$ зависи $g_{zz}(x-x')$



Gus'-разсм. pinning m_z при $y=0$, $g_{zz}(y)$

In-plane $\vec{M}_0$ direction небитово $\xrightarrow{\text{ecm}}$ разсмотрихме pinning of dyn. m_z-component near $x = \pm\frac{w}{2}$ stripe edge (Gus'02) или near $y=0$ film (stripe) edge - Gruszecki. Не сме $\vec{M}_0 \parallel$ edge който е ивич. pinning $\vec{m}$-dyn. $\perp$ edge. При Gruszecki dyn. m_x не участва pinning, а dyn. $m_y \perp$ edge защото не суперпозиция, т.е. ост само m_z-dyn. pinning.

$E_S = -K_S m_y^2 = K_S(m_z^2 + m_x^2)$ дава вклад в pinning б.с две $m_z(y)$.

● Exch. $\frac{\partial m_z}{\partial y}$ също дава вклад в pinning $m_z(y)$ — допълнителен exch. в зависимост от $d(L_z)$

Въпрос: pinning Eq. (5) of Gruszecki-PRB можем ли да използваме, за да намерим две dyn. $m_z(y)$ и допълнителен exch. $\sim \left(\frac{L_e}{L_z}\right)^2$ в зависимост $d(L_z)$.

Skype conversations with Krawczyk и предложение от Gruszecki-PRB. New refs. Pinning Field-theory Skyrmion mass + Хедгехог - bubble domain dyn. 1981. (and TM, Breathing m)

20/IV Разглеждаме Gruszecki PRB и Goos-Hänchen effect in thin YIG exch. dom.

SW в равнина с $\vec{M}_0$ in-plane: $\omega_k^2 = \Omega_k\left[\Omega_k + \omega_M F(\vec{k})\right]$, $\Omega_k = \omega_H + d\omega_M k^2$, $\vec{M}_0 \parallel y$ (Gus' PRB'03 + ЗГ)

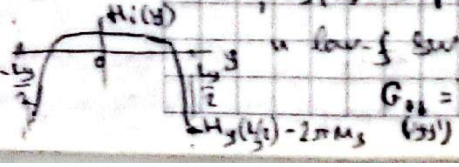
$$F(\vec{k}) = f(kL)\left[1-f(kL)\right]\frac{\omega_M}{\Omega_k}\frac{k_x^2}{k^2} + 1 - f(kL)\frac{k_y^2}{k^2}, \quad f(kL) = 1 - \frac{1}{kL}\left(1-e^{-kL}\right).$$

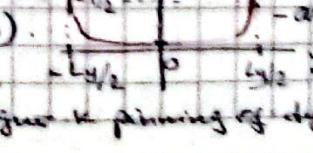
При случая Gruszecki $kL \gg 1$, $f(kL) = 1 + O\left(\frac{1}{kL}\right)$, $F(\vec{k}) \approx 1 - \frac{k_y^2}{k^2} = \frac{k_x^2}{k^2} = \sin^2\theta_k$, $\theta_k = \angle(\vec{M}_0, \vec{k})$

Т.е. при $kL \gg 1$ $\omega_k^2 = \Omega_k\left[\Omega_k + \omega_M \sin^2\theta_k\right]$, т.е. SW-films нашият закон Kittel-type eq.

● Bayer PRB'2005: ако $\vec{M}_0 \parallel Oy$, то $G_{zz}(yy') = \frac{2}{L}\ln\left[\frac{(y-y')^2}{L^2+(y-y')^2}\right]$, $N_{yy}(y) = \frac{1}{\pi}\left[\arctg\left(\frac{L}{2y+L_y}\right) - \arctg\left(\frac{L}{2y-L_y}\right)\right]$

L - d. thickness, L_y, L_x in-plane sizes. $\omega_H = H_y - 4\pi M_s N_{yy}(y)$.





и low-f SW are localized near edges $y = \pm L_y/2$.

$G_{zz}(yy') = \frac{2}{L}\ln\left[\frac{y^2}{y^2+L^2}\right] = \gamma_{zz}(\eta)$, $\eta = yy'$ - използвано и pinning of dyn. m_z.

Escaneado con CamScanner

Gus PRB'05 - b. cond. in rectangular dots: $\vec{M}\times\left[L_e^2\frac{\partial\vec{M}}{\partial n} - \nabla_M E_a + \vec{H}_m L\right] = 0$. (n inward)

Quad corrections $\frac{\partial}{\partial n} = \pm\frac{\partial}{\partial y}$, Propagating dot lies $x\partial_2$ when $y=0$. $\vec{M} = M_s\hat{y} + \vec{m}$. Dot when $0\le y\le L_y$, $-\frac{L_x}{2}\le x\le\frac{L_x}{2}$, $0\le z\le L$.

$\vec{M} = M_s\hat{y} + m_x\hat{x} + m_z\hat{z}$. $\vec{H}_a = -\nu_0 E_a = \frac{2K_s}{M_s^2}(\vec{M}\cdot\hat{n}_a)\hat{n}_a$ $(\hat{n}_a\cdot\hat{y}=m)$; $K_s = \int_0^{L_y} dy\, K_1$ Melhaf (int.

$\vec{H}_m = H_m^0\hat{y} + h_x\hat{x} + h_z\hat{z}$, $H_m^0 = G_{yx}m_x + G_{yy}M_s$. $(2K_s/M_s^2 = \alpha_s)$ $\vec{m} = (m_x, 0, m_z)$.

$0 = (\vec{M}_0+\vec{m})\times\left[L_e^2\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} + \alpha_s\hat{y}(\hat{n}_a\cdot\vec{m})\hat{y} + H_m^0 L + \vec{h}L\right] = \vec{M}_0\times\left[L_e^2\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} + \vec{h}L\right] + \vec{m}\times\left[-\alpha_s M_s\hat{y} + H_m^0 L\right]$

$H_m^0\hat{y} = +M_s + \vec{m}\cdot\hat{y} = \vec{m}\cdot\hat{n}_a = 0$

$\vec{M}_0\times\vec{a} = \begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\0&-M_s&0\\a_x&0&a_z\end{vmatrix} = -M_s a_z\hat{x} + M_s a_x\hat{z}$, $\vec{a} = -L_e^2\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} + \vec{h}L$. $\hat{y}=\hat{n}_a$ - surf. anisotropy axis

$\vec{m}\times\left[-\alpha_s M_s\hat{y} + H_m^0 L\right] = \vec{m}\times\vec{b} = \begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\m_x&0&m_z\\0&B_y&0\end{vmatrix} = m_x B_y\hat{z} - B_y m_z\hat{x}$, $\vec{b} = \left[H_m^{oy}L - \alpha_s M_s\right]\hat{y}$

$-M_s a_z\hat{x} + M_s a_x\hat{z} + m_x B_y\hat{z} - B_y m_z\hat{x} = 0$ $\Rightarrow$ $\hat{x}: -M_s a_z - B_y m_z = 0$; $\hat{z}: M_s a_x + m_x B_y = 0$

$$\begin{cases} M_s\left[L_e^2\frac{\partial m_z}{\partial n} + h_z L\right] + \left[H_m^{oy}L - \alpha_s M_s\right]m_z = 0 \\ M_s\left[L_e^2\frac{\partial m_x}{\partial n} + h_x L\right] + \left[H_m^{oy}L - \alpha_s M_s\right]m_x = 0 \end{cases}$$

$H_m^{oy}(y=0) = +2\pi M_s$, т.к. $M_0^y = -M_s$. $y=0$ - dot at edge

$$\frac{L_e^2}{L}\frac{\partial m_z}{\partial n} + h_z + \left[2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right]m_z = 0 \quad \text{и} \quad \frac{L_e^2}{L}\frac{\partial m_x}{\partial n} + h_x + \left[2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right]m_x = 0.$$

$h_z = \int dx' dy' dz'\left[\Gamma_{zx}m_x + \Gamma_{zy}m_y + \Gamma_{zz}m_z\right] = \int dx' dy' G_{zz}(xy, x'y')m_z(x'y')$ (m_y ≠ 0 when $y=0$)

Since $\int dx'$ (conv. 1D) we get $h_z(y) = \int dy' g_{zz}(yy')m_z(y') \to h_z(y) = \int dy' g_{zz}(yy')m_z(y')$

$g_{zz}(yy') = \frac{2}{L}\ln\left[\frac{y^2}{L^2+y^2}\right]$, $y = y - y'$. $g_{zz}(y) \underset{L\to 0}{\to} -4\pi\delta(y)$. Hankin $h_z(y)$ when $y\to 0$ (edge).

$h_z(y) = \int_0^{L_y} dy'\, g_{zz}(yy')\sum_{\nu=0}\frac{m^{(\nu)}(y)}{\nu!}(y'-y)^\nu = \left|\begin{matrix} y'-y = y \\ dy' = dy\end{matrix}\right| = \int_{-y}^{L_y-y} dy\, g_{zz}(y)\sum_\nu \frac{m^{(\nu)}(y)}{\nu!}y^\nu =$

$= \sum_\nu \frac{m_z^{(\nu)}(y)}{(\nu!)^0} I_\nu(y)$, $I_\nu(y) = \int_{-y}^{L_y-y} dy\, g_{zz}(y)y^\nu\cdot\frac{1}{\Gamma(\nu+1)}$; $I_0(y) = \int_{-y}^{L_y-y} dy\, g_{zz}(y)$

$\int dy\, g_{zz}(y) = \frac{2}{L}\int dy\ln\left[\frac{y^2}{y^2+L^2}\right] = \left|\begin{matrix}\text{пр. р.}\\ 2.733\end{matrix}\right| = \frac{2}{L}\left[2\int dy\ln|y| - \int dy\ln(L^2+y^2)\right] =$

$= \frac{2}{L}\left[2y\ln|y| - 2y - y\ln(y^2+L^2) + 2y - 2L\operatorname{arctg}\frac{y}{L}\right]_{-y}^{L_y-y} = \frac{2}{L}\left[2L_y\ln L_y - L_y\ln(L_y^2+L^2) - \right.$

$\left. - 2L\operatorname{arctg}\frac{L_y}{L} + 2y\ln y - y\ln(y^2+L^2) + 2L\operatorname{arctg}\frac{(-y)}{L}\right] \underset{y\to 0}{=} \frac{2}{L}\left[2L_y\ln L_y - L_y\ln(L_y^2+L^2) - 2L\operatorname{arctg}\frac{L_y}{L}\right]$

$\operatorname{arctg} x \underset{x\to\infty}{=} \operatorname{arctg}\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} - \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{3}\frac{1}{x^3} + \dots\right] \approx \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x}$

$\int_{-y}^{L_y-y} dy\, g_{zz}(y) = \frac{2}{L}\left[-2L\left(\frac{\pi}{2} - \frac{L}{L_y}\right) - L_y\ln\left(1+\frac{L^2}{L_y^2}\right)\right] = \frac{2}{L}\left[-2L\left(\frac{\pi}{2} - \frac{L}{L_y}\right) - \frac{L^2}{L_y}\right] =$

$= -2\pi + 2\left(\frac{L}{L_y}\right)$, $\int dy\, y\, g_{zz}(y) = \frac{2}{L}\left[2\int dy\, y\ln|y| - \int dy\, y\ln(L^2+y^2)\right] = \left|\begin{matrix}L\ \text{beg. } L_y\\ \text{neg. } \int dy(-)\end{matrix}\right| =$

$= \frac{2}{L}\left[2\cdot\frac{1}{2}y^2\left(\ln|y| - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}(y^2+L^2)\ln(y^2+L^2) + \frac{1}{2}y^2\right]_{-y}^{L_y-y} = \frac{2}{L}\left[L_y^2\left(\ln L_y - \frac{1}{2}\right) - \right.$

$\left. - \frac{1}{2}(L_y^2+L^2)\ln(L_y^2+L^2) + \frac{1}{2}L_y^2 - y^2\ln y + \frac{1}{2}(y^2+L^2)\ln(y^2+L^2)\right]_{y\to 0} = \frac{2}{L}\left[L_y^2\ln L_y + \frac{1}{2}L^2\ln L^2 - \right.$

$\left. - \frac{1}{2}(L_y^2+L^2)\ln(L_y^2+L^2)\right]$ $(L_y^2+L^2)\ln(L_y^2+L^2) = L_y^2(1+p^2)\left[\ln L_y^2 + \ln(1+p^2)\right] = \left|p = \frac{L}{L_y}\right| =$

$= L_y^2(1+p^2)\left[2\ln L_y + p^2\right] = L_y^2\left[2\ln L_y + p^2(2\ln L_y + 1)\right]$

$\int dy\, y\, g_{zz}(y) = \frac{2}{L}\left[L_y^2\ln L_y + L^2\ln L - L_y^2\ln L_y - \frac{1}{2}L^2(2\ln L_y + 1)\right] = \frac{2}{L}\left[L^2\ln L - L^2\ln L_y - \frac{1}{2}L^2\right] =$

$= 2L\ln\left(\frac{L}{L_y}\right) - L = \left|L/L_y = p\right| = L_y\left[2p\ln p - p\right] = \frac{1}{2}L_y p\left[2\ln p - 1\right]$

$\lim_{y\to 0} h_z(y) = \sum_{\nu=0} m_z^{(\nu)}(y)\, I_\nu(y) = I_0 m_z + I_1\frac{\partial m_z}{\partial y} = \left(-2\pi + O(p)\right)m_z + L_y p(2\ln p - 1)\frac{\partial m_z}{\partial y}\Big|_{y=0}$

Bound. cond. для m_z: $\frac{L_e^2}{L}\frac{\partial m_z}{\partial n} - 2\pi m_z + L_y p(2\ln p - 1)\frac{\partial m_z}{\partial y} + \left(2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right)m_z = 0$. 2π сократ.

$\frac{\partial}{\partial n} = +\frac{\partial}{\partial y}\Big|_{y=0} \Rightarrow \left[+\frac{L_e^2}{L} + L_y p\left(1 + 2\ln\frac{1}{p}\right)\right]\frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\alpha_s}{L}m_z = 0$; $\frac{\partial m_z}{\partial y} + d_z m_z = 0$, где

рез. $d_z = +\frac{\alpha_s/L}{L_y(1+2\ln\frac{1}{p}) + (L_e^2/L)} = \frac{\alpha_s}{L^2\left[1 + 2\ln\frac{1}{p} + L_e^2/L^2\right]}$ - Printing dyn. m_z when M_0 lay, пл. $y=0$

Escaneado con CamScanner

$h_x(r) = \int dx'dy'dz' \left[\Gamma_{xx} m_x + \Gamma_{xy} m_y + \Gamma_{xz} m_z \right] = \int dx'dy' G_{xx}(xy, x'y') m_x(x'y')$

Ур-ние на x': $\int_{-\infty}^{+\infty} dx' e^{-ik_x x'} = \frac{2}{k_x}\sin\left(k_x \frac{L}{2}\right) \xrightarrow[L\to\infty]{} 2\pi\delta(k_x)$. $g_{xx}(yy') = \int dx' G_{xx}(yy', x-x') =$

$= \int dx' \frac{1}{(2\pi)^2} \iint dk_x dk_y G_{xx}(k) e^{ik_x(x-x')} e^{ik_y(y-y')} = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint dk_x dk_y (-4\pi) \frac{k_x^2}{k^2} e^{ik_y(y-y')} e^{ik_x x} 2\pi\delta(k_x)$

$g_{xx}(yy') = 0$ если $k_x L_x \gg 1$ ($L_x \to \infty$) $\Rightarrow h_x(y) = \int dy' g_{xx}(yy') m_x(y') = 0$ при $k_x L_x \gg 1$

Граничное условие для m_x: $\frac{l_e^2}{L}\frac{\partial m_x}{\partial n} + \left[2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right] m_x = 0$. $\frac{\partial}{\partial n} \to +\frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow +\frac{l_e^2}{L}\frac{\partial m_x}{\partial y} + \left(2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right) m_x = 0$

$\frac{\partial m_x}{\partial y} + d_x m_x = 0\Big|_{y=0}$, $d_x = \frac{\left(2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right)}{\left(\frac{l_e}{L}\right)^2} = \left(2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right)\left(\frac{L}{l_e}\right)^2$ } пиннинг для m_x

если бок. поверхность хорошая, плохая поверхность намагничивается. => пиннинг. при Мольер, $\vec{m} \perp$ пов.

$d_x = d_z = -\frac{\alpha_s}{l_e^2}$ и $\frac{\partial \vec{m}^2}{\partial n} + d\vec{m}^2 = 0$ $\left(\frac{\partial \vec{m}^2}{\partial n} + d\vec{m}^2 = 0\right)_{y=0}$ — уже совпадает с Eq. (7.33)

Другой вывод: при $\vec{M}_0 \| oy$ — в плоскости, б. cond на наночастице $\xi = \frac{2K_s}{dM_s^2} = \frac{K_s}{A}$, $A = \frac{1}{2}dM_s^2$ (для $d = l_e^2$) при $\vec{m} \perp$ поверхности, $K_s > 0$, $\vec{m}$ — в плоскости, $\vec{m}(y)$ — $m_x, z(y)$

энергия с единицы п. поверхности, $\frac{\partial m_x}{\partial y} = -m_x$ при $y = 0$

Вывод: при $\vec{M}_0 \| oy$ — в плоскости, б. cond на наночастице $K_s = 0$

$y = 0$ $\vec{M}_0$ уже анизотропия, $\frac{\partial m_x}{\partial y} + d_x m_x = 0$, $d = r, \varphi$. $d_x = \frac{1}{L}\left(\frac{L}{l_e}\right)^2\left(2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right)$ и

$d_z = -\frac{\alpha_s}{L^2}\left[1 + 2\ln\frac{L}{\rho} + \frac{L^2}{L_y^2}\right]$, $\rho = \frac{L_y}{4}$, $\alpha_s = 2K_s/M_s^2$. $K_s = 1\ \frac{erg}{cm^2} \Rightarrow \alpha_s = \frac{2\cdot 1\ erg}{(\pi\cdot 2)\left(\frac{4\pi}{10^3}\right)^2 G^2 cm^3} =$

$= \frac{2\cdot 10^{-7}\ erg}{0{,}8\cdot 10^{-6}\ erg/cm^3} \approx 50\ cm$, $\frac{\alpha_s}{L} = \frac{50\ cm}{10^3 \cdot 5\ nm} = 10^8 \gg 1$.

В пределе d_z можно упростить $\ln\frac{L}{\rho} = a\frac{L}{L_y}$ и $I_0(y) \approx \frac{1}{\pi}(-2)$: $\left(-2\pi + a\frac{L}{L_y}\right) m_z + \left(2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right) m_z =$

$\frac{\alpha_s}{L} \to \left(\frac{\alpha_s}{L} - a\frac{L}{L_y}\right)$, т.к. $\frac{\alpha_s}{L} \gg 1$, $a = 1$ или 2, $\frac{L}{L_y} = \frac{5\ mm}{2400\ mm} \ll 1$, то тоже выполняется

В Gus'PRB'05 в обр. $K_s/\pi M_s^2 = 1\ \frac{mm\ (4mm)}{foil}$, т.е. $K_s = \pi(0{,}8\cdot 10^3)^2 \frac{1}{G^2} 1mm \approx 2\cdot 10^{-1}\ \frac{erg}{cm^2}$

Для YIG с $M_s \approx 140\ G$ (194 G) $K_s = 1\ erg/cm^2$ (более) $\alpha_s = 500\ nm$.

$1\ erg/cm^2 = 1\cdot 10^{-3}\ J/10^{-4}\ m^2 = 10^{-1}\ J/m^2 = 1\ mJ/m^2$ Экспериментально для $K_s = 0{,}1 - 0{,}5\ \frac{mJ}{m^2}$ (typical)

Для YIG, $L_e = 46.1\ nm$, $l_e = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} L_e = 13{,}0\ nm$. $\left(\frac{l_e}{L}\right)^2 = \left(\frac{46.1}{5}\right)^2 = 85{,}0$.

$2\ln\frac{L}{\rho} = 2\ln\left(\frac{12\cdot 10^3\ nm}{5\ nm}\right) = 2\ln(2400) \cong 15{,}6$ меньше $\left(l_e/L\right)^2$ в d_z.

$\frac{\alpha_s}{L} = 10^2$ для $K_s = 1\ mJ/m^2$ масштабируется $\sim 2\pi$ в d_x.

Для YIG тоже дал Gus'erki: в плоскости dip-неравенство к поверхности приводит к пиннингу $d = -\frac{\alpha_s}{l_e^2} = -\frac{K_s}{A}$. Дип.-неравенство усиливается для $d_x = \frac{1}{L}\left(\frac{L}{l_e}\right)^2\left(2\pi - \frac{\alpha_s}{L}\right)$

$d_z = -\frac{\alpha_s}{L_e^2} + 2\pi L\left(\frac{L}{l_e}\right)^2$. Характ. размерность $d_x' = L_y d_x$. $\frac{\alpha_s}{L_e^2} = \frac{K_s}{A} = \frac{1\ erg/cm^2}{0{,}4\pi\cdot 10^6\ erg/cm^3} = 2{,}5\cdot 10^6\ \frac{1}{cm}$

$2\pi L\left(\frac{L}{l_e}\right)^2 = 2\pi\cdot\frac{5\ nm}{(46.1\ nm)^2} = \frac{10\pi}{(46.1)^2}\ 10^6\ \frac{1}{cm} = 0{,}148\cdot 10^6\ \frac{1}{cm}$ Сравнимо с α_s/L_e^2 при

$K_s \approx 0{,}1\ mJ/m^2$, $4\pi M_s = 4\pi\cdot 0{,}194\ G \approx 2{,}438\ G$ более.

Важно $\Delta X_{\parallel d} = 0$, $\Delta X_{\perp d} = 0$ при $d = 0$, т.е. при $\frac{\alpha_s}{L} = 2\pi$, $\frac{2K_s}{M_s^2} = 2\pi L$

$K_s^1 = \pi M_s^2 L = \pi(0{,}2\cdot 10^3)^2 G^2\, 5\ nm = 3\cdot 0{,}04\cdot 10^6\ G^2\, 5\cdot 10^{-7}\ cm = 0{,}060\ erg/cm^2 = 6{,}0\ mJ/m^2$.

$\Rightarrow$ Simulated $K_s^1 = 0{,}045\ mJ/m^2$! (заметно больше, чем в Gus'PRB'05), надо сделать б.с. для m_x.

Max typical value dimensionless pinning (as in Gus'PRB'05) is $d_x \cdot L_y \approx \frac{L_y L}{L_e^2}\cdot 10 =$

$= \frac{1{,}2\cdot 10^4\ nm\cdot 5\ nm}{(46.1)^2\ nm^2}\cdot 10 \approx \frac{60}{(46.1)^2}\cdot 10^4 = 0{,}028\cdot 10^4 \approx 280$ — немного выше Fig. 4d, чуть $d_y \sim 10^4$.

Если теория K_s пиннинг $\Rightarrow$ $d_x L_y \approx 2{,}5\cdot 10^6\ \frac{1}{cm}\cdot 1{,}2\cdot 10^4\ 10^{-7}\ cm \approx 3\cdot 10^3\ m/m$ $K_s = 1\ \frac{mJ}{cm^2}$

В Gus'PRB пределе $d_y = 0$ более не ~ 120.

$\pi M_{yy}(y) = \arctg\left(\frac{L}{y+L_y}\right) - \arctg\left(\frac{L}{2y+L_y}\right) \approx \arctg\left(\frac{L}{2y}\right) - \arctg\left(\frac{L/2}{y+L_y}\right) \underset{y\to 0}{\approx} \arctg\left(\frac{L}{2y}\right)$

При $\frac{L}{4} \gg y \gg L_y$ $H_d^y(y) = -4\pi M_0^2 M_{yy}(y) = 4\pi M_s \arctg(L/2y)$, $H_d^y(0) = 2\pi M_s$ — верно.

Escaneado con CamScanner

Bound. conditions thin rectan. dots $k_x \neq 0$

(21/VI) В рамках б. cond. (20/VI) вводят дин. дипольные fields $h_x(\vec{r})$, $h_z(\vec{r})$, $\vec{M}_0 \| oy$. Исходя в общем случае, считают $m_\alpha(x,y) = m_\alpha(y)$, $\alpha = x, z$, т.к. dynamic $\vec{m}(x,y)$ зависит от x, $\vec{x} \| edge$ of YIG film. По z усредн. т.к. $\vec{m} \neq f(z)$, $L_z = 5nm$ - more

$$h_z(x,y) = \int dx'dy' G_{zz}(xx';yy')\, m_z(x'y'), \quad h_x(xy) = \int dx'dy' G_{xx}(xx';yy')\, m_x(x'y')$$

D. по ∞-film сам. Gus'JMMM'11: $G_{\alpha\beta}(\vec{s},\vec{s}') = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\, G_{\alpha\beta}(\vec{k}) e^{i\vec{k}(\vec{s}-\vec{s}')}$, $\vec{s} = (x,y)$

$G_{\alpha\beta}(\vec{k}) = -4\pi \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} f(kL)$, $\alpha,\beta = x,y$; $G_{zz}(\vec{k}) = -4\pi[1 - f(kL)]$; $G_{\alpha z}(\vec{k}) = 0$, $\alpha \neq z$.

Теорем $m_\alpha(x,y) = e^{ik_x x} m_\alpha(y)$. $\int dx' e^{-ik_x x'} e^{ik_x x'} = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} dx' e^{i(k_x - k_x)x} = 2\frac{\sin[(k_x - k_x)\frac{L_x}{2}]}{(k_x - k_x)} =$

$= |L_x \to \infty| = 2\pi\delta(k_x - k_x)$. SW wavevector $\vec{k} = (k_x, k_y)$

$$h_z(x,y) = \int dx' \int dy' \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\, G_{zz}(\vec{k}) e^{ik_x(x-x')} e^{ik_y(y-y')} e^{ik_x x'} m_z(y') = \frac{2\pi}{(2\pi)^2}\int dy' \int dk_y \cdot$$

$\cdot G_{zz}(k_x = k_x, k_y) e^{ik_x x} e^{ik_y(y-y')} m_z(y') = \frac{1}{2\pi} e^{ik_x x}\int dy' \left[\int dk_y G_{zz}(k_x, k_y) e^{ik_y(y-y')}\right] m_z(y')$

$$g_{zz}(k_x, y-y') = \frac{1}{2\pi}\int dk_y (-4\pi)\left[1 - f(kL)\right] e^{ik_y(y-y')}, \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

$$g_{zz}(k_x, y) = -\frac{2}{L}\int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{1 - e^{-\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\,L}}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} e^{ik_y y} = -\frac{4}{L}\int_0^{\infty} dk_y \frac{1 - e^{-\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\,L}}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} \cos k_y y = \left|\begin{smallmatrix}\text{Гр.-Р.}\\ 3.915\end{smallmatrix}\right| =$$

$$= -\frac{4}{L}\left[K_0(k_x|y|) - K_0(k_x\sqrt{L^2 + y^2})\right] = \frac{4}{L}\left[K_0(k_x\sqrt{L^2+y^2}) - K_0(k_x|y|)\right], \quad y = y - y'.$$

см. Gus'JMMM'11

$h_z(x,y) = e^{ik_x x}\int dy' g_{zz}(k_x, y-y') m_z(y')$ и б.с. $\frac{Le^2}{L}\frac{\partial m_z}{\partial n} + h_z + \left(2\pi - \frac{k_s}{L}\right) m_z = 0$.

$m_z(x,y) = e^{ik_x x} m_z(y)$, $e^{ik_x x}$ сокращается в б.с. и остается б.с. для $m_z(y)$.

$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial y}$ для eq. 1 Gurevich, n - inward normal Gus' PRB'05. $h_z(x,y) e^{ik_x x} h_z(y)$.

$$h_z(y) = \int dy' g_{zz}(k_x, y-y') m_z(y'). \quad K_0(x) = -C - \ln\frac{x}{2}, \quad K_0(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}, \; x \to \infty.$$

т.к. использ. each approximation для g_{zz}, $k_x L >> 1$, то $K_0(k_x\sqrt{L^2+y^2}) \sim \frac{1}{\sqrt{k_x L}} e^{-k_x L} \approx 0$

$g_{zz}(k_x, y-y') \underset{k_x L >> 1}{\approx} -\frac{4}{L} K_0(k_x|y-y'|)$. $I_\nu(y) = \int_{-y}^{L_y - y} dy\, g_{zz}(k_x, y)\, y^\nu \frac{1}{\Gamma(\nu+1)}$, $y \to 0$ - edge.

$\int dy\, K_0(k_x y)$ - не берется

$$\int_0^{L_y \to \infty} dy\, K_0(k_x y) = \frac{\pi}{2k_x} \text{ при } y = 0, L_y \to \infty. \qquad \int dy\, y K_0(k_x y) = -y K_1(k_x y)\frac{1}{k_x}.$$

$$\int_0^{\infty} dx\, x^\mu K_0(ax) = \frac{2^{\mu-1}}{a^{\mu+1}}\Gamma^2\left(\frac{1+\mu}{2}\right) \qquad \int_0^1 dx\, K_0(ax) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\left[K_0(a)L_{-1}(a) + L_0(a)K_{-1}(a)\right]$$

$$I_\nu(y \to 0) = \left(-\frac{4}{L}\right)\frac{1}{\nu!}\int_0^{L_y \to \infty} dy\, K_0(k_x y) y^\nu = \left(-\frac{4}{L}\right)\frac{1}{\nu!}\frac{2^{\nu-1}}{k_x^{\nu+1}}\Gamma^2\left(\frac{1+\nu}{2}\right) \qquad I_0(y \to 0) = \int_0^{L_y \to \infty} dy \left(-\frac{4}{L}\right) K_0(k_x y) = -\frac{4}{L}\frac{\pi}{2k_x}$$

$$h_z(y) = \int dy' g_{zz}(k_x, y) m_z(y') = \int dy' g_{zz} \sum_\nu \frac{1}{\nu!} m_z^{(\nu)}(y)(y'-y)^\nu = \int_{-y}^{L_y - y} dy\, g_{zz}(k_x, y)\sum_\nu \frac{m_z^{(\nu)}}{\nu!} y^\nu =$$

$$= \sum_{\nu=0} m_z^{(\nu)}(y) I_\nu(y) = \sum_{\nu=0} \frac{\partial^\nu m_z}{\partial y^\nu}(y) I_\nu(y) = \sum_\nu m_z^{(\nu)}(y)\frac{2^{\nu-1}}{\nu!}\Gamma^2\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\frac{1}{k_x^\nu}\left(-\frac{4}{k_x L}\right)$$

$m_z^{(\nu)} \sim \frac{1}{L_y^\nu}\frac{\partial^\nu m_z}{\partial y^\nu}$ ($y \to y/L_y$ dimensionless) или $m_z^{(\nu)} \sim k_y^\nu m_z(y)$ если $m_z(y) \sim e^{ik_y y}$

Т.е. в ряду разложения $h_z \sim \frac{1}{(k_x L)}\frac{1}{(k_x L_y)^\nu}$ или $\frac{1}{(k_x L)}\left(\frac{k_y}{k_x}\right)^\nu \sim \frac{1}{k_x L} \to 0$, если $k_x L >> 1$, $k_y/k_x = \operatorname{ctg}\theta$.

если $h_z(y \to 0) \sim \frac{1}{k_x L}$, то теорем $h_z(y) = 0$ при $k_x L >> 1$.

Б. cond. для $m_z(y)$: $\frac{Le^2}{L}\frac{\partial m_z}{\partial n} + \left(2\pi - \frac{k_s}{L}\right) m_z = 0$, $\frac{\partial m_z}{\partial y} + d_z m_z = 0$, $\left(d_z = \frac{L}{Le^2}\left(2\pi - \frac{k_s}{L}\right)\right)$

Б.с. для m_x: $h_x(xy) = \int dx'dy' \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\,(-4\pi)\frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{ik_x(x-x')} e^{ik_y(y-y')} e^{ik_x x'} m_x(y') =$

$$= \frac{1}{2\pi}\int dy' \int dk_y G_{xx}(k_x, k_y) e^{ik_y(y-y')} m_x(y') e^{ik_x x} = e^{ik_x x}\int dy' g_{xx}(k_x, y-y') m_x(y')$$

$$g_{xx}(k_x, y-y') = \frac{1}{2\pi}\int dk_y G_{xx}(k_x, k_y) e^{ik_y(y-y')}, \quad g_{xx}(k_x, y) = \frac{(-4\pi)}{2\pi}\int dk_y e^{ik_y y}\frac{k_x^2}{k^2} f(kL)$$

$$g_{xx}(k_x, y) = -4k_x^2\int_0^{\infty} dk_y \frac{1}{k_y^2 + k_x^2} f\left(\sqrt{k_y^2 + k_x^2}\,L\right)\cos k_y y. \quad k_x L \geq k_x L >> 1, \; f(kL) \approx 1$$

$$g_{xx}(k_x, y) \approx -4k_x^2\int_0^{\infty} dk_y \frac{\cos k_y y}{k_x^2 + k_y^2} = -4k_x^2\frac{\pi}{2k_x} e^{-yk_x} = -\frac{2\pi}{k_x} e^{-k_x|y|} = -2\pi k_x e^{-k_x|y|}$$

Escaneado con CamScanner

Bound. conditions thin section dots $k_x \neq 0$

(21/VII) B pomoc b. cond. (20/VI) wyraz dyn. dipolowe fields $h_x(\vec{r})$, $h_z(\vec{r})$, $\vec{M}_0 \| oy$. Wzorze b obszar. Uniform $m_d(x,y) = m_d(y)$, $d = x, z$, $\vec{m}(x,y)$ jednostkowe w x, $\vec{x} \|$ edge of YIG film. Po z wzgl. $\vec{m} \neq f(z)$, $L_z = 5\text{nm}$ - warst.

$$h_z(x,y) = \int dx'dy' G_{zz}(xx';yy') m_z(x'y') \quad , \quad h_x(xy) = \int dx'dy' G_{xx}(xx';yy') m_x(x'y')$$

Dwa ∞-film case. Gus'3MMM'11: $G_{\alpha\beta}(\vec{s},\vec{s}') = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\, G_{\alpha\beta}(\vec{k}) e^{i\vec{k}(\vec{s}-\vec{s}')}$, $\vec{s} = (x,y)$

$$G_{\alpha\beta}(\vec{k}) \underset{\alpha,\beta=xy}{=} -4\pi \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} f(kL) \quad , \quad G_{zz}(\vec{k}) = -4\pi[1 - f(kL)] \quad , \quad G_{\alpha z}(\vec{k}) = 0, \ \alpha \neq z$$

Teper $m_x(x,y) = e^{ix_x x} m_x(y)$ - $\int dx' e^{-ik_x x'} e^{ix_x x'} = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} dx' e^{i(k_x - x_x)x'} = 2\frac{\sin[(k_x - x_x)\frac{L_x}{2}]}{(k_x - x_x)} =$

$= |L_x \to \infty| = 2\pi\delta(k_x - x_x)$. SW wavevector $\vec{x} = (x_x, x_y)$

$$h_z(x,y) = \int dx' \int dy' \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\, G_{zz}(\vec{k}) e^{ik_x(x-x')} e^{ik_y(y-y')} e^{ix_x x'} m_z(y') = \frac{2\pi}{(2\pi)^2}\int dy' \int dk_y \ldots$$

$G_{zz}(k_x = x_x, k_y) e^{ix_x x} e^{ik_y(y-y')} m_z(y') = \frac{1}{2\pi} e^{ix_x x} \int dy' \left[\int dk_y G_{zz}(x_x, k_y) e^{ik_y(y-y')}\right] m_z(y')$

$$g_{zz}(x_x, y-y') = \frac{1}{2\pi}\int dk_y (+4\pi)\left[1 - f(kL)\right] e^{ik_y(y-y')} \qquad k = \sqrt{x_x^2 + k_y^2}$$

$$g_{zz}(x_x, y) = -\frac{2}{L}\int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{1 - e^{-\sqrt{x_x^2+k_y^2}\,L}}{\sqrt{x_x^2+k_y^2}} e^{ik_y y} = -\frac{4}{L}\int_0^{\infty} dk_y \frac{1 + e^{-\sqrt{x_x^2+k_y^2}\,L}}{\sqrt{x_x^2+k_y^2}} \cos k_y y = \left|\begin{smallmatrix}\text{Pr.-P.}\\ 3.915\end{smallmatrix}\right| =$$

$$= -\frac{4}{L}\left[K_0(x_x|y|) - K_0(x_x\sqrt{L^2+y^2})\right] = \frac{4}{L}\left[K_0(x_x\sqrt{L^2+y^2}) - K_0(x_x|y|)\right], \quad y = y - y'.$$

cm. Gus'MMM'11

$h_z(x,y) = e^{ix_x x}\int dy' g_{zz}(x_x, y-y') m_z(y')$ u b.c. $\frac{L^2}{L}\frac{\partial m_z}{\partial n} + h_z + \left(2\pi - \frac{x_s}{L}\right)m_z = 0$.

$m_z(x,y) = e^{ix_x x} m_z(y)$, $e^{ix_x x}$ cokwadratowa b b.c. i ocalenie b.c. g_{zz} $m_z(y)$.

$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial s}$ g_{zz} Eq. 1 Gus'tetti, $\vec{n}$ - inward normal Gus'PRB 05. $h_z(x,y) = e^{ix_x x} h_z(y)$.

$$h_z(y) = \int dy' g_{zz}(x_x, y-y') m_z(y') \quad . \quad K_0(x) \underset{x\to 0}{=} -C - \ln\frac{x}{2} \quad , \quad K_0(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}, \ x \to \infty.$$

t.x. wówczas each approximation $x_x L >> 1$, $K_0(x_x\sqrt{L^2+y^2}) \sim \frac{1}{\sqrt{x_x L}} e^{-x_x L} \approx 0$

$g_{zz}(x_x, y-y') \underset{x_x L >> 1}{\approx} -\frac{4}{L} K_0(x_x|y-y'|)$. $I_\nu(y) = \int_{-y}^{L_y - y} dy\, g_{zz}(x_x, y) y^\nu \frac{1}{\Gamma(\nu+1)}$ $y \to 0$ - edge.

$\int dy K_0(x_x y)$ - nie zbiega.

$\int_0^{L_y \to \infty} dy K_0(x_x y) = \frac{\pi}{2x_x}$ when $y \to 0$, $L_y \to \infty$.

$\int_0^{\infty} dx x^\mu K_0(ax) = \frac{2^{\mu-1}}{a^{\mu+1}}\Gamma^2\left(\frac{1+\mu}{2}\right)$

$\int dy\, y K_0(x_x y) = -y K_1(x_x y)\frac{1}{x_x}$.

$\int_0^1 dx K_0(ax) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\left[K_0(a)L_{-1}(a) + L_0(a)K_{-1}(a)\right]$

$I_0(y \to 0) = \int_{L_y \to \infty} dy \left(-\frac{4}{L}\right) K_0(x_x y) = -\frac{4}{L}\frac{\pi}{2x_x}$

$I_\nu(y \to 0) = \left(-\frac{4}{L}\right)\frac{1}{\nu!}\int_0^{L_y \to \infty} dy K_0(x_x y) y^\nu = \left(-\frac{4}{L}\right)\frac{1}{\nu!}\frac{2^{\nu-1}}{x_x^{\nu+1}}\Gamma^2\left(\frac{1+\nu}{2}\right)$

$$h_z(y) = \int dy' g_{zz}(x_x, y) m_z(y') = \int dy' g_{zz} \sum_\nu \frac{1}{\nu!} m_z^{(\nu)}(y)(y'-y)^\nu = \int_{-y}^{L_y - y} dy\, g_{zz}(x_x, y)\sum_\nu \frac{m_z^{(\nu)}}{\nu!} y^\nu =$$

$y' - y = y$

$$= \sum_{\nu=0} m_z^{(\nu)}(y) I_\nu(y) = \sum_{\nu=0} \frac{\partial^\nu m_z}{\partial y^\nu}(y) I_\nu(y) = \sum_\nu m_z^{(\nu)}(y)\frac{2^{\nu-1}}{\nu!}\Gamma^2\left(\frac{1+\nu}{2}\right)\frac{1}{x_x^\nu}\left(-\frac{4}{x_x L}\right)$$

$m_z^{(\nu)} \sim \frac{1}{L_y^\nu}\frac{\partial^\nu m_z}{\partial y^\nu}$ $(y \to y/L_y$ dimensionless) when $m_z^{(\nu)} \sim x_y^\nu m_z(y)$ - ecm $m_z(y) \sim e^{ix_y y}$

T.e. ν-ten pochodna $h_z \sim \frac{1}{(x_x L)}\frac{1}{(x_x L_y)^\nu}$ when $\frac{1}{(x_x L)}\left(\frac{x_y}{x_x}\right)^\nu \sim \frac{1}{x_x L} \to 0$, ecm $x_x L >> 1$

Ecm $h_z(y \to 0) \sim \frac{1}{x_x L}$, to twierdzenie $h_z(y) = 0$ when $x_x L >> 1$. $x_y/x_x = \operatorname{ctg}\theta_i$ kierunek

B. cond. gus $m_z(y)$: $\frac{L^2}{L}\frac{\partial m_z}{\partial n} + \left(2\pi - \frac{x_s}{L}\right)m_z = 0$, $\frac{\partial m_z}{\partial y} + d_z m_z = 0$, $\left(d_z = \frac{L}{L^2}\left(2\pi - \frac{x_s}{L}\right)\right)$

B.c. gus m_x: $h_x(xy) = \int dx'dy' \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^2\vec{k}\,(-4\pi)\frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{ik_x(x-x')+ik_y(y-y')} e^{ix_x x'} m_x(y') =$

$$= \frac{1}{2\pi}\int dy' \int dk_y G_{xx}(x_x, k_y) e^{ik_y(y-y')} m_x(y') e^{ix_x x} = e^{ix_x x}\int dy' g_{xx}(x_x, y-y') m_x(y')$$

$$g_{xx}(x_x, y-y') = \frac{1}{2\pi}\int dk_y G_{xx}(x_x, k_y) e^{ik_y(y-y')} \quad , \quad g_{xx}(x_x, y) = \frac{(-4\pi)}{2\pi}\int dk_y e^{ik_y y}\frac{x_x^2}{k^2} f(kL)$$

$$g_{xx}(x_x, y) = -4x_x^2\int_0^{\infty} dk_y \frac{1}{k_y^2 + x_x^2} f\left(\sqrt{k_y^2 + x_x^2}\,L\right)\cos k_y y \quad . \quad kL \geq x_x L >> 1, \ f(kL) \approx 1$$

$$g_{xx}(x_x, y) \approx -4x_x^2\int_0^{\infty} dk_y \frac{\cos k_y y}{x_x^2 + k_y^2} = -4x_x^2\frac{\pi}{2x_x}e^{-yx_x} = -\frac{2\pi}{x_x}e^{-x_x|y|} = -2\pi x_x e^{-x_x|y|}$$

Escaneado con CamScanner

При $\alpha_x L \gg 1$, $g_{xx}(x,y) = -2\pi\alpha_x e^{-\alpha_x|y|}$. $y = y - y'$. $g_{xx}(y)$ – экспоненциально убывающая функция y, $x_y(y^2)$

В.с. для m_x: $\frac{Le^2}{L}\frac{\partial m_x}{\partial n} + h_x + \left(2\pi - \frac{\alpha_x L}{2}\right) m_x = 0$, $h_x(x,y) = e^{i\alpha_x x} m_x(y)$, $e^{i\alpha_x x}$ сокращается $\Rightarrow$ в.с. для $m_x(y)$. $h_x(x,y) = e^{i\alpha_x x} h_x(y)$

$h_x(y) = \int_{-y}^{L_y - y} dy' g_{xx}(x, y-y') m_x(y') = \sum_{\nu=0}^{\infty} m_x^{(\nu)}(y) I_\nu(y)$.

$I_\nu(y) = \int_{-y}^{L_y - y} dy\, g_{xx}(x,y) y^\nu \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} = -\frac{2\pi\alpha_x}{\nu!}\int_{-y}^{L_y - y} dy\, e^{-\alpha_x|y|} y^\nu$, $I_\nu(0) = \frac{2\pi\alpha_x}{\nu!}\int_0^{L_y} dy\, y^\nu e^{-\alpha_x y}$

$= -\frac{2\pi\alpha_x}{\nu!}\frac{\nu!}{\alpha_x^{\nu+1}} = -\frac{2\pi}{\alpha_x^\nu}$, $h_x(y) = \sum_{\nu=0}^{\infty} m_x^{(\nu)}(y)\left(\frac{2\pi}{\alpha_x}\right)^\nu$, ν членов ν [illegible] $(\alpha_x L_y)^\nu$ [illegible] $\left(\frac{\alpha_x}{2\pi}\right)^\nu$

Если сложить ν-ный член $h_x(y)$ [illegible] $(\alpha_x L_y)^\nu$, $y = y/L_y$ – безразмерные, то $\frac{\partial^\nu m_x}{\partial y^\nu}$, то надо оставлять только ν с таким чтобы $\alpha_x L_y \gg 1$.

$\frac{h_x(y)}{y\to 0} = -2\pi m_x(y) - \frac{2\pi}{\alpha_x}\frac{\partial m_x}{\partial y}$; $\frac{Le^2}{L}\frac{\partial m_x}{\partial y} = 2\pi m_x - \frac{2\pi}{\alpha_x}\frac{\partial m_x}{\partial y} + \left(2\pi - \frac{\alpha_x L}{2}\right) m_x = 0$ |$_{y=0}$

(если $\nu = 0$, т.е. аналитика)

$\left(\frac{Le^2}{L} - \frac{2\pi}{\alpha_x}\right)\frac{\partial m_x}{\partial y} - \frac{\alpha_x L}{2} m_x = 0$, $\frac{\partial m_x}{\partial y} + d_x m_x = 0$, $d_x = -\frac{\alpha_x}{L}\frac{1}{\left(\frac{Le^2}{L} - \frac{2\pi}{\alpha_x L}\right)} = -\frac{\alpha_x}{L^2}\frac{1}{\left[\frac{Le^2}{L^2} - \frac{2\pi}{\alpha_x L}\right]}$

$\left(\frac{Le}{L}\right)^2 = \left(\frac{46.1\,nm}{5\,nm}\right)^2 \approx 85$, $\frac{2\pi}{\alpha_x L} \ll 1$, т.к. в [illegible] $\alpha_x L \gg 1$.

Поэтому $d_x = -\frac{\alpha_x}{Le^2}$, дисперсией в d_x не будем.

Pinning при $y=0$: $h_x(y=0) = 0$

Molloy-element

SW wave vector $\vec{x} = (x_x, x_y)$

a) $\alpha_x = 0$, $d_x = \frac{L}{Le^2}\left(2\pi - \frac{\alpha_x L}{2}\right)$, $d_\phi = -\frac{1}{L^2}\left[1 + 2\ln\frac{L_y}{L} + \frac{Le^2}{L^2}\right]$

б) $\alpha_x L \gg 1$, $d_x = -\frac{\alpha_x}{Le^2}$, $d_\phi = \frac{L}{Le^2}\left(2\pi - \frac{\alpha_x L}{2}\right) - h_x(y=0) = 0$

$\vec{H}_a = \alpha_s(\vec{M}\cdot\vec{n}_a)\vec{n}_a = \alpha_s\left[(\vec{M}_0 + \vec{m})\cdot\hat{y}\right]\hat{y} = \alpha_s M_0^y \hat{y}$, $E_a = -\frac{K_s}{M_s^2}(\vec{M}\cdot\vec{n}_a)^2$, $\alpha_s = H_s/M_s^2$

В.с. $\vec{M}_0 \times \left[Le^2\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} + \vec{h}L\right] + \vec{m}\times\left[\alpha_s M_0^y \hat{y} + H_m^{0y} L\right] = 0$, $\vec{H}_m^0 = H_m^{0y}\hat{y}$, $H_m^{0y} = -2\pi M_0^y$

$y=0$

$\vec{h} = \vec{h}(\vec{m})$. Сумма знала M_0^y не влияет сюда в. условиях.

Сущ. $\vec{H}_0 = \vec{H}_a + \vec{H}_m^0 L = \alpha_s M_0^y \hat{y} + L(-2\pi M_0^y)\hat{y} = M_0^y(\alpha_s - 2\pi L)\hat{y}$ и знак 2π и α_s – коэффициенты для M_0

$h_x(\vec{s}) + h_y(\vec{s}) + h_z(\vec{s}) = \int d^2\vec{s}'\left[G_{xx}(\vec{s}\vec{s}')m_x(\vec{s}') + G_{yx}m_y + G_{zz}m_z\right]$, $h_y \neq 0$, но не дает вклада в в.с. ибо $\vec{M}_0 \times h_y\hat{y} = 0$, Molloy .

$g_{yy}(x_x, y) = \frac{(-4\pi)}{2\pi}\int dk_y e^{ik_y y}\frac{k_y^2}{k^2} f(kL) = \frac{(-4\pi)}{2\pi}\int dk_y e^{ik_y y}\left[1 - \frac{\alpha_x^2}{k^2}\right] f(kL) =$

$= -2\int dk_y e^{ik_y y} f(kL) - g_{xx}(\alpha_x, y) \Rightarrow |f(kL)=1, kL\gg 1| = -4\pi\delta(y) - g_{xx}(x_x, y)$

$\sum_\alpha g_{\alpha\alpha}(x_x, y) = g_{xx} + g_{yy} + g_{zz} = -4\pi\delta(y)$, т.е. $g_{zz}(x_x, y) = 0$, нет

$g_{zz}(x_x, y) = -\frac{4}{L}K_0(\alpha_x|y|) \neq 0$, хотя и $g_{zz}(x_x, y\neq 0) = -\frac{4}{L}\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha_x|y|}}e^{-\alpha_x|y|} \to 0$ при $\alpha_x L \gg 1$

Проверка h_x : $I_\nu(0) = -\frac{2\pi\alpha_x}{\nu!}\int_0^{L_y} dy\, y^\nu e^{-\alpha_x y} = \left|y = x L_y\right| = -\frac{2\pi\alpha_x}{\nu!}\int_0^1 dx\, x^\nu e^{-(\alpha_x L_y)x} L_y^{\nu+1}$

$\gamma_\nu(t) = \int_0^1 dx\, x^\nu e^{-tx}$, $t = \alpha_x L_y \gg 1$. $\Gamma_\nu(x) = \int_0^1 dt\, t^\nu e^{-tx}$, $p(t) = t$, $\mu = 1$ (линейная)

$q(t) = t^\nu$, $Q = 1$, $\gamma = \lambda - 1$. $\Gamma_\nu(x) \simeq \Gamma(1+\nu)\frac{1}{x^{\nu+1}}e^{-x\cdot 0} = \frac{\nu!}{x^{\nu+1}}$, $\Sigma = 1$, $x = \alpha_x L_y$

$I_\nu(0) = -\frac{2\pi\alpha_x}{\nu!}\int_0^1 dt\, t^\nu e^{-\alpha t} L_y^{\nu+1} = -\frac{2\pi\alpha_x}{\nu!}L_y^{\nu+1}\frac{\nu!}{(\alpha_x L_y)^{\nu+1}} = -\frac{2\pi}{\alpha_x^\nu}$ – верно. (h_x).

Проверка h_z : $I_\nu(0) = \frac{1}{\nu!}\int_0^{L_y} dy\, g_{zz}(x_x, y) y^\nu = \left(-\frac{4}{L}\right)\frac{1}{\nu!}\int_0^{L_y} dy\, K_0(\alpha_x y) y^\nu = \left|y = x L_y\right| =$

$= \left(-\frac{4}{L}\right)\frac{1}{\nu!}L_y^{\nu+1}\int_0^1 dx\, K_0(tx) x^\nu$, $\Gamma_\nu(t) = \int_0^1 dx\, x^\nu K_0(tx)$, $\Gamma_0(t) = -\frac{x}{t}K_1(xt)\Big|_0^1 =$

$= -\left[\frac{1}{t}K_1(t) - \frac{1}{t}\lim_{x\to 0} x K_1(xt)\right] = \left|x K_1(xt) = x\cdot(e^{-xt})\frac{1}{xt} \to 0\right| = -\frac{1}{t}K_1(t)$, $t \gg 1$

$\Gamma_1(t) = -\frac{1}{t}K_1(t) \simeq -\frac{1}{t}\sqrt{\frac{\pi}{2t}}e^{-t} \sim \frac{1}{t^{3/2}}e^{-t} \to 0$ при $t = \alpha_x L_y \gg 1$.

$\Gamma_0(t) = \int_0^1 dx\, K_0(tx) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\Gamma(\tfrac{1}{2})\left[K_0(t)L_{-1}(t) + L_0(t)K_{-1}(t)\right]$, $K_{-1}(t) = K_1(t)$.

$L_\nu(t)$ – modified Struve functions . $L_\nu(0) = -ie^{-i\nu\pi/2}H_\nu(te^{i\pi/2})$

$H_\nu(z) \underset{|z|\gg 1}{=} Y_\nu(z) + \frac{1}{\pi}\frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(\nu+1/2)}\frac{z^{\nu+1}}{2^{\nu+1}} = \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\sin\left(z - \frac{\pi}{2}\nu - \frac{\pi}{4}\right)\frac{\Gamma(|\nu|+\frac{1}{2})}{\Gamma(|\nu|+\frac{1}{2})} + \frac{1}{\pi}\frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(\nu+1/2)}\frac{z^{\nu-1}}{2^{\nu-1}}$

Escaneado con CamScanner

$I_{-1}(z) = -ie^{i\pi/2}\sqrt{\frac{2}{\pi z e^{i\pi/2}}}\sin\left(ze^{i\pi/2}+\frac{\pi}{4}\right)$, $I_0(z) = -i\sqrt{\frac{2}{\pi z e^{i\pi/2}}}\sin\left(ze^{i\pi/2}-\frac{\pi}{4}\right)$

$\sin(it+\pi/4) = \sin(it)\cos\frac{\pi}{4} \pm \sin\frac{\pi}{4}\cos(it) = \frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{ch}t + i\frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{sh}t$, $I_{\alpha-1}(z) \underset{z\to\infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{z}}e^z$

$y_0(t) \sim K_0(t)I_{-1}(t) + K_1(t)I_0(t) \sim \frac{1}{\sqrt{t}}e^{-t}\frac{1}{\sqrt{t}}e^{t} + \frac{1}{\sqrt{t}}e^{-t}\frac{i}{\sqrt{t}}e^{t} \sim \frac{1}{t}$

$J_0(t) = \int_0^1 dx\, K_0(xt) \sim \frac{1}{t}$ при $t = k_x L_y \gg 1$ $\quad I_{x2\alpha}(y\to 0) = \left(-\frac{y}{L}\right)\int_{-y}^{L_y-y} y_0(t) \sim \left(-\frac{y}{L}\right)\frac{L_y}{k_x L_y} \sim \frac{1}{k_x L} \to 0$

$I_0(y=0) \sim \frac{1}{k_x L}$ при $k_x L \gg 1$ $\quad I_1(y=0) \sim \frac{1}{(k_x L)^{3/2}}e^{-k_x L_y} \to 0$ $\Rightarrow h_z(y) = I_0(0)m_z + I_1'(0)\frac{\partial m_z}{\partial y} \to 0$

$h_z(y) \to 0$ при $k_x L_y \gg 1$ – верно.

Вывод: pinning parameters d_x, d_z при $k_x L \gg 1$ выгоднее чистого обмена

SW спектр (78/VI) $\omega^2(\vec{k}) = \left[\omega_{Hi} + d\omega_M k^2 + \omega_M \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\right]\left[\omega_{Hi} + d\omega_M k^2 + \omega_M(1-f(kL))\right]$, $\omega_{Hi} = \gamma H_i$, $H_i = H_y + H_d^y$. ∞ – для κ с K_0 под $\log$

$h_x(\vec{k}) = -\omega_M \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)$ — dyn. dip. fields — $h_z(\vec{k}) = -\omega_M[1-f(kL)]$

В пределе $kL \gg 1$ имеем $f(kL) \to 1$, $h_x(\vec{k}) = -\omega_M \sin^2\theta_k$, $h_z(\vec{k}) = 0$.

Или динамич. $N_{\alpha\beta}(k)$, $N_{xx}(\vec{k}) = \sin^2\theta_k f(kL)$, $N_{zz}(\vec{k}) = 1 - f(kL)$.

Именно $h_z = 0$ и нужно было в b. cond. при $k_x L \gg 1$.

Вывод: Коэф. отражения $R = \frac{i\sqrt{k^2-k_x^2}+d}{i\sqrt{k^2-k_x^2}-d}$ на границе раздела FM/air $y=0$ получен на основе C.A. Ramos et al. PRB 46, 66 10-31 (2004) из решения интегрального F1/F2 exchange A_{12}. При $A_{12}=0$ из Eq. (20) следует $R=1$ при обычн. граничн. условиях.

Вывод reflection coefficient: $\vec{k}_1$ (y), $\vec{k}_2$ (x), $\vec{k}_i = (k_x, -k_y)$, $\vec{k}_2 = (k_x, k_y)$

$m_i(xy) = e^{i(k_x x - k_y y)}$, $m_2(xy) = e^{i(k_x x + k_y y)}$, $m_i, m_2 = m_{x,z}$.

Сопряжение на $y=0$ – нет, k_y меняет знак. $m(xy) = m_i + m_2 = e^{ik_x x}\left[e^{-ik_y y} + Re^{ik_y y}\right]$

Требуем $\frac{\partial m}{\partial y} + dm = 0\big|_{y=0}$, $-ik_y e^{-ik_y y} + ik_y Re^{ik_y y} + dR\left[e^{-ik_y y} + Re^{ik_y y}\right] = 0$, $y=0$

$(-ik_y + d) + R(ik_y + d) = 0$, $R = \frac{ik_y - d}{ik_y + d}$. В Eq. (1) – знак d и $\frac{\partial}{\partial n}$ – другой.

Но так как $\frac{\partial m_2}{\partial y} + d_d m_d = 0$ верно, то и $R_d = \frac{ik_y - d_d}{ik_y + d_d}$ решение для m_x, m_z.

Но это если $m_d(x,y) = e^{ik_x x}m_d(y)$, $m_d(y) \sim e^{ik_y y}$, что наверное не так вблизи edge ($y=0$) ...

(22/VI) Беседа и занятия велись в RTNSA program, Inv. Letters to PhD-students of V. Romanova, Kaliningrad. Обсужд. RTNSA с Julian, Skype conv. с Maciej: При d_x, d_y is anisotropic и reflect. coefficient $R(d)$ measured в planewave approx. (нюанс). Начали Sk-MPD RTNSA abstract и начали Sk-MPD poster.

Maciej сообщил, что по его оценке $k_x L_z \approx 0.5$, т.е. $k_x L_z \gg 1$ чтобы дать dyn. dipolar fields $h_x, h_z(\vec{m})$ не учитывать. $\lambda_{SW} \approx 60$ nm. Skype с Марком Гласс.

(23/VI) Согласно 21/VI: $h_z(x,y) = e^{ik_x x}\int dy' g_{zz}(yy')m_z(y')$, $h_x(xy) = e^{ik_x x}\int dy' g_{xx}(yy')m_x(y')$

g_{zz} и g_{xx} зависят от SW-k_x: $g_{zz}(y) = \frac{4}{L}\left[K_0(k_x\sqrt{L^2+y^2}) - K_0(k_x|y|)\right]$, $y = y' - y$,

$g_{xx}(y) = -4k_x^2\int_0^\infty dk_y \frac{\cos k_y y}{k_y^2 + k_x^2} f(\sqrt{k_x^2+k_y^2}\,L)$, $f(x) = 1 - (1-e^{-x})/x$. $f(kL) \underset{kL\gg 1}{\to} 1$ нежел.

Что более сингулярно / резко около edge $y=0$, $H_d(y) \sim \operatorname{arctg}\left(\frac{L}{2y}\right)$ или $h_{x,z}(y)$?

более резкая $H_d(y)$ или $h_x(y), h_z(y)$ и больше в B conditions.

$\operatorname{arctg}\left(\frac{L}{2y}\right) = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{2y}{L}\right)$ при $y\to 0$ – linear. исслед. $g_{zz}(y)$.

$I_0(y) = \frac{1}{vi}\int_{-y}^{L_y - y} dy\, g_{zz}(x_x, y)y'$; $I_0(y) \underset{y\to 0}{=} \int_{-y}^{L_y-y} dy\, g_{zz}(x_x, y) = \int_{-y}^{L_y+y} dy\left[K_0(k_x\sqrt{L^2+y^2}) - K_0(k_x|y|)\right]\frac{y}{L}$

$I_0(y) = \Phi(L_y - y) - \Phi(-y)$, $\Phi(L_y - y)$ особенности при $y=0$ не имеет, $y \ll L_y$. Check $\Phi(-y)$.

$I_0(y) \underset{y\to 0}{\sim} K_0(x_x L) - K_0(x_x y) = K_0(x_x L) + \ln\left(\frac{C}{2}y\right)$, $I_0'(y) \sim \int dy\left[K_0(x_x L) + \ln y + C_1\right] =$

$= \left[K_0(x_x L) + C_1\right]y + y\ln|y| - y\big|_{-y} = [\dots]y - y\ln|y| + y \approx -y\ln y$ при $y\to 0$ – это функционал. $y\ln y$ более резкая, чем static d.p. fields $\sim y$ при $y\to 0$.

$g_{00}(\eta) = -2\int dk_y \left[\ldots\right] e^{-k_y\eta}$, $g_{\nu\nu}(\eta) = -2\pi^\nu \int dk_y \frac{f(k_y)}{k_y^\nu} e^{-k_y\eta}$, $k^2 = x_+^2 + k_y^2$

$g_{\nu\nu}(\eta) + g_{\nu\nu}(\eta) + g_{00}(\eta) = -4\pi\delta(\eta)$, $g_{\nu\nu}(\eta) = -2\int dk_y \frac{k_y^2}{k^\nu} f(k_y) e^{-k_y\eta}$

$k\to\infty$ $K_0(x_+\sqrt{1+y^2}) - K_0(x_+ y) \sim \frac{\pi}{2x_+}e^{-x_+}$, $I_0(a) = 4\int_0^{\pi/2} d\varphi\, K_0'(a\sqrt{1+\varphi^2})\frac{1}{\sqrt{1+\varphi^2}}$

$= (-4)\int_0^{\pi/2} K_1(a\sqrt{1+\varphi^2})$, $I_0(a) = (-4)\int_a^{\sqrt{2}a} dq \frac{K_1(q)}{\sqrt{q^2-a^2}}$

Παρ. k_0: $I_0(\eta\to 0) = (-4)\Gamma(1/2)\frac{1}{(x_+ L)^{1/2}} K_{\frac12}(x_+ L)$, $K_{\frac12}(0) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}e^0$. Μάλ $K_{\frac12}(t) = \sqrt{\frac{\pi}{2t}}e^{-t}$

$I_0(\eta\to 0) = (-4)\Gamma(1/2)\frac{1}{(x_+ L)^{1/2}}\sqrt{\frac{\pi}{2x_+ L}}e^{-x_+ L}$ $(!)$, $I_0(0) \to +\infty$ δ

Εκτ. ανάλ. $I_0^2(0) \sim \frac{1}{x_+ L} + \alpha$, $x_+ L \gg 1$ σε 2η/3

Στην απ. $I_0^2(0)$ δείχνουμε ότι $\left(\frac{\partial x_0}{\partial y}\right)_{x_+}$, οπ $\int_0^\infty \frac{\partial x_0}{\partial x_+} - 2\pi\frac{e^{-x_+ L}}{x_+ L} + (2\pi - \frac{\pi}{L}x_+)x_0 = 0$

$\eta\to 0$, $I_0^2(\eta\to 0) = \frac{4}{L}\int_0^{x_+} dy\left[K_0(x_+\sqrt{1+y^2}) - K_0(x_+ y)\right] = \frac{4}{L}\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}x_+^{1/2}}\left[L^{1/2}K_{\frac12}(x_+ L) - \varepsilon^{1/2}K_{\frac12}(x_+\varepsilon)\right]$

$= \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}x_+^{1/2}}\frac{4}{L}\left[L^{1/2}\int_\varepsilon^{x_+ L}\frac{e^{-x}}{x^{1/2}}dx - \varepsilon^{1/2}\int_\varepsilon^{x_+ L}\frac{e^{-x}}{x^{1/2}}dx\right]$

Για $I_0^2(\eta\to 0) = -\frac{2\pi}{x_+ L}\left[1 - e^{-x_+ L}\right]$, $I_0^2(0) = \frac{2\pi}{x_+ L}$, $I_0^2(\infty) \to 0$ καθώς $\frac{1}{x_+ L}\to 0$

- για τον ίδιο λόγο: η ολοκλήρωση $x_+ L \to 0$ δίνει το $x_+ L \to +\infty$ σε 2η/3 $K_\nu = K_{-\nu}$

$I_\nu(\eta\to 0) = \frac{1}{\nu!}\int_0^{x_+ L} dy\, g_{00}(x_+, y)\, y^\nu = \frac{4}{L}\frac{1}{\nu!}\int_0^{x_+ L} dy\left[K_0(x_+\sqrt{1+y^2}) - K_0(x_+\sqrt{\varepsilon^2+y^2})\right]$

$= \left[\text{θέτω } y = \varepsilon\sinh\theta\right] = \frac{4}{L}\frac{1}{\nu!}\frac{2^{\nu/2}\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{x_+^{\nu+1/2}}\left[L^{(\nu+1)/2}K_{-\frac12(\nu+1)}(x_+ L) - \varepsilon^{(\nu+1)/2}K_{-\frac12(\nu+1)}(x_+\varepsilon)\right] =$

$= \frac{4}{L}\frac{\varepsilon^{(\nu+1)/2}}{\nu!}\frac{\sqrt{2\pi}}{2^{\nu/2}}(\nu-1)!!\frac{1}{x_+^{(\nu+1)/2}}\left[L^{(\nu+1)/2}\sqrt{\frac{\pi}{2x_+ L}}e^{-x_+ L}\sum_{k=0}^{\nu/2}\frac{a_{\nu,k}}{2^k(x_+ L)^k} - \varepsilon^{(\nu+1)/2}\sqrt{\frac{\pi}{2x_+\varepsilon}}e^{-x_+\varepsilon}\sum_{k=0}^{\nu/2}\frac{a_{\nu,k}}{2^k(x_+\varepsilon)^k}\right] =$

$= \frac{4}{L}\frac{1}{2^{\nu/2}\nu!}\sqrt{2\pi}(\nu-1)!!\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{x_+^{\nu/2+1}}\left[L^{\nu/2}e^{-x_+ L}\sum_{k=0}^{\nu/2}\frac{a_{\nu,k}}{2^k(x_+ L)^k} - \varepsilon^{\nu/2}e^{-x_+\varepsilon}\sum_{k=0}^{\nu/2}\frac{a_{\nu,k}}{2^k(x_+\varepsilon)^k}\right] \approx$

$= \frac{2\pi}{(x_+ L)}\frac{(\nu-1)!!}{\nu!}\frac{1}{x_+^{\nu/2}}\left[e^{-x_+ L}L^{\nu/2}\sum_{k=0}^{\nu/2}\frac{a_{\nu,k}}{2^k(x_+ L)^k} - a_{\nu,\frac{\nu}{2}}\frac{1}{2^{\nu/2}}\frac{1}{x_+^{\nu/2}}\right]$, $a_{\nu,k} = \frac{(\nu/2+k)!}{k!(\frac{\nu}{2}-k)!}$

Πάρε k_0 ($\nu = 2n$ - άρτιος): $I_\nu(\eta\to 0) = \frac{2\pi}{(x_+ L)}\frac{(\nu-1)!!}{\nu!}\frac{1}{x_+^{\nu/2}}\left[e^{-x_+ L}(x_+ L)^{\nu/2}\sum_{k=0}^{\nu/2}\frac{a_{\nu,k}}{2^k(x_+ L)^k} - \frac{1}{2^{\nu/2}}a_{\nu,\frac{\nu}{2}}\right]$

$I_\nu(\eta\to 0) = -\frac{2\pi}{(x_+ L)}\frac{(\nu-1)!!}{\nu!}\frac{1}{x_+^{\nu/2}2^{\nu/2}}\left[a_{\nu,\frac{\nu}{2}} - e^{-x_+ L}\sum_{k=0}^{\nu/2}a_{\nu,k}2^{-k+\frac{\nu}{2}}(x_+ L)^{\frac{\nu}{2}-k}\right]$

$I_2(\eta\to 0) = -\frac{2\pi}{x_+ L}\frac{1}{2}\frac{1}{x_+^2 2}\left[a_{2,1} - e^{-x_+ L}(a_{20}2x_+ L + a_{21})\right]$.

$L_y^2 I_2(0) = -\frac{2\pi}{x_+ L}\frac{1}{4}\frac{1}{(x_+ L_y)^2}\left[a_{21} - e^{-x_+ L}(2a_{20}x_+ L + a_{21})\right]$, $x_+ L_y = (x_+ L)\frac{L_y}{L} \gg 1$

$a_{21} = \frac{2!}{1!0!} = 2$, $a_{20} - \frac{1!}{0!1!} = 1$, $\frac{1}{L_y^2}I_2(0) = -\frac{2\pi}{(x_+ L)}\frac{1}{4}\left[1 - e^{-x_+ L}(x_+ L + 1)\right]\frac{1}{(x_+ L_y)^2}$

$\frac{1}{L_y^2}I_2(0) = -\frac{2\pi}{x_+ L}\frac{1}{2}\left[1 - e^{-x_+ L}(1 + x_+ L)\right]\frac{1}{(x_+ L)^2}\left(\frac{L}{L_y}\right)^2 \to 1$ γιατί $\frac{L}{L_y} \gg 1$, και $x_+ L \gg 1$

Πάρε ν - περιττό: $I_\nu(0) = \frac{4}{L}\frac{1}{\nu!}\frac{\varepsilon^{(\nu+1)/2}}{x_+^{(\nu+1)/2}}\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)\left[L^{(\nu+1)/2}K_{\frac12(\nu+1)}(x_+ L) - \varepsilon^{\frac{\nu+1}{2}}K_{\frac12(\nu+1)}(x_+\varepsilon)\right]$

$\nu = 2n-1$, $n = 1, 2, \ldots$

$= \frac{4}{L}\frac{1}{(2n-1)!}\frac{2^{n-1}}{x_+^n}\Gamma(n)\left[L^n K_n(x_+ L) - \varepsilon^n K_n(x_+\varepsilon)\right]$, $K_n(z) \underset{z\to 0}{\sim} (-1)^{n+1}\ln\left(e^{-\frac{\gamma}{2}}\frac{z}{2}\right)\frac{1}{n!}\left(\frac{z}{2}\right)^n$

$I_\nu(0) = \frac{4}{L}\frac{2^{n-1}\Gamma(n)}{(2n-1)!}\frac{L^n}{x_+^n}K_n(x_+ L) = \frac{4}{L}\frac{2^{n-1}(n-1)!}{(2n-1)!}\frac{L^{2n}}{(x_+ L)^n}K_n(x_+ L)$.

$\frac{1}{L_y^{2n-1}}\frac{I_\nu(0)}{\nu!2^{n-1}} = 2^{n-1}\frac{(n-1)!}{(2n-1)!}\frac{K_n(x_+ L)}{(x_+ L)^n}\left(\frac{L}{L_y}\right)^{2n-1} \to 0$ γιατί $\frac{L}{L_y}$ είναι, τ.τ. $\left(\frac{L}{L_y}\right)^{2n-1} \ll 1$.

δ.τ. και $I_\nu(0)$, και $I_0(0)$ με βάσεις $\cos k_y x$ δεν μπορούν να περιγράψουν τη μη μηδενική συμπεριφορά κοντά $y = 0$.

$I_0(0) = -\frac{2\pi}{x_+ L}(1 - e^{-x_+ L}) = -2\pi\left[1 - \delta(x_+ L) - 1\right] = -2\pi\left[1 - \delta(x_+ L)\right]$ δηλ. h_ν.

$h_\nu(y) = \sum_\nu m_\nu^{(\nu)}(y) I_\nu(y) = m_0(y) I_0(y)$

Escaneado con CamScanner

Pinning gne m_2: $\frac{Le^2}{L}\frac{\partial m_2}{\partial n} - 2\pi[1-f(x_1L)]m_2 + \left(2\pi - \frac{x_{cs}}{L}\right)m_2\Big|_{y=0} = 0$

$\frac{Le^2}{L}\frac{\partial m_2}{\partial y} + \left[2\pi f(x_1L) - \frac{x_{cs}}{L}\right]m_2 = 0$, $d_2(x_1) \underset{\text{finite } x_1}{=} \frac{L}{Le^2}\left[2\pi f(x_1L) - \frac{x_{cs}}{L}\right] \to 0$

обозначая $d_2 = 2\pi/\sqrt{\pi}$ for $\forall x_1$ - finite, the case $x_1 = 0$ was considered separately.

Pinning dy for finite x_x: $g_{xx}(y) = -4x_x^2\int_0^\infty dk_y \frac{1}{k^2}f(kL)\cos k_y y$, $k^2 = x_x^2 + k_y^2$:

$\frac{1}{k}f(kL) = \frac{1}{k}\left[1 - \frac{1}{kL}(1-e^{-kL})\right]$. $I_0^x(0) = \frac{1}{\nu!}\int_0^\infty dy\, g_{xx}(x_x, y)\, y^\nu$

$I_0^x(0) = \int_0^\infty dy\, g_{xx}(x_x,y) = (-4x_x^2)\int_0^\infty dy\left[\frac{1}{k^2}f(kL)\cos k_y y\, dk_y\right]$, $\int_0^\infty dy \cos k_y y = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^\infty dy\, e^{iky} = \pi\delta(k_y)$

$I_0^x(0) = (-4x_x^2)\int_0^\infty dk_y \frac{1}{k^2}f(kL)\pi\delta(k_y) = -2\pi x_x^2 \frac{1}{x_x^2}f(x_xL)$, $\int_0^\infty dx\, f(x)\delta(x) = \frac{1}{2}f(0)$

$I_0^x(0) = -2\pi\cdot f(x_xL)$: $I_\nu^x(0) = (-4x_x^2)\frac{1}{\nu!}\int_0^\infty dy\, y^\nu \int_0^\infty dk_y \frac{1}{k^2}f(kL)\cos k_y y$.

$y_y = \int_0^\infty dk_y \cos k_y y \frac{1}{k^2}\left[1 - \frac{1}{kL}(1-e^{-kL})\right] = \int_0^\infty dk_y \frac{\cos k_y y}{(\sqrt{k_y^2+x_x^2})^2} = \frac{1}{L}\int_0^\infty dk_y \cos k_y y \cdot \frac{(1-e^{-\sqrt{k_y^2+x_x^2}L})}{(k_y^2+x_x^2)^{3/2}} =$

$= K_0(x_xy) - \frac{1}{L} = \frac{\pi}{2x_x}e^{-x_xy} - \frac{1}{L}\int dk_y \frac{\cos k_y y}{(k_y^2+x_x^2)^{3/2}}\left[e^{-\sqrt{k_y^2+x_x^2}L} - e^{-\sqrt{k_y^2+x_x^2}L}\right]$

$y_c = \int_0^\infty dk \frac{\cos ky}{(k^2+x^2)^{3/2}} e^{-\sqrt{k^2+x^2}L}$, $\frac{\partial y_c}{\partial L} = -\int_0^\infty dk \frac{\cos ky}{k^2+x^2}e^{-\sqrt{k^2+x^2}L}$

(L)

$\frac{\partial^2 y_c}{\partial L^2} = \int_0^\infty dk \frac{\cos ky}{\sqrt{k^2+x^2}} e^{-\sqrt{k^2+x^2}L} = K_0\left(x\sqrt{L^2+y^2}\right)$.

$\frac{1}{L}y_c = \frac{1}{L}\int_0^\infty dk \frac{\cos ky}{(x^2+k^2)^{3/2}} e^{-L\sqrt{x^2+k^2}} = \frac{\sqrt{L^2+y^2}}{Lx}K_1\left(x\sqrt{L^2+y^2}\right) - \int dk \frac{\cos ky}{x^2+k^2}e^{-L\sqrt{x^2+k^2}}$

$\int_0^\infty dk \frac{e^{-L\sqrt{x^2+k^2}}}{\sqrt{x^2+k^2}}\cos ky = K_0\left(x\sqrt{L^2+y^2}\right)$, $\int_L^\infty dL\, e^{-KL} = +\frac{1}{K}e^{-KL}\Big|_L^\infty = -\frac{1}{K}e^{-KL}$.

$\int_0^\infty dk \frac{e^{-L\sqrt{x^2+k^2}}}{(x^2+k^2)}\cos ky = \int_L^\infty dL\, K_0\left(x\sqrt{L^2+y^2}\right)$ - вернемся чуть при $L \to 0$ (и/перед).

Найти хар $I_1^x(0)$. $\int dy\, y\cos k_y y = \frac{y}{k_y}\sin k_y y + \frac{1}{k_y^2}\cos k_y y$. Очевидно $y_e(L) \sim e^{-x_xL} \to 0$ $x_xL \gg 1$

$I_1^x(0) = (-4x_x^2)\int_0^\infty dy\, y\int dk_y \frac{f(kL)}{k^2}\cos k_y y = (-4x_x^2)\int_0^\infty dy\, y\, y_g(y)$, $y_g(y) = \int_0^\infty dk_y \frac{f(kL)}{k^2}\cos k_y y$

$y_g(y) = \frac{\pi}{2x_x}e^{-x_xy} - \frac{1}{L}\int_0^\infty dk_y \frac{\cos k_y y}{(k_y^2+x_x^2)^{3/2}}\left[1 - e^{-\sqrt{k_y^2+x_x^2}L}\right]$, $\frac{1}{K}(1-e^{-KL}) = \int_0^L dz\, e^{-Kz}$

$y_c = \int_0^\infty dk_y \frac{\cos k_y y}{k^3}\left[1-e^{-KL}\right] = \int_0^\infty dk_y \frac{\cos k_y y}{k^2}\int_0^L dz\, e^{-Kz} = \int_0^L dz \int dk_y\, e^{-\sqrt{k_y^2+x_x^2}z}\frac{\cos k_y y}{(k_y^2+x_x^2)}$

$y_y(y) = \frac{\pi}{2x_x}e^{-x_xy} + O\left(\frac{1}{x_xL}\right)$, но $y_y(y)$ и $I_1^x(0)$ нашли $\forall(x_xL)$ не нужд.

$I_1^x(0) \underset{x_xL\gg1}{\approx} (-4x_x^2)\int_0^\infty dy\, y\, y_y(y) = (-4x_x^2)\frac{\pi}{2x_x}\int_0^\infty dy\, y e^{-yx_x} = -4x_x^2\frac{\pi}{2x_x}\frac{1}{x_x^2} = -\frac{2\pi}{x_x}$ (совп. с $2\pi/x_xL \gg 1$)

$\frac{Le^2}{L}\frac{\partial m_x}{\partial n} - 2\pi f(x_xL)m_x + \left(-\frac{2\pi}{x_x}\right)\frac{\partial m_x}{\partial y} + \left[2\pi - \frac{x_{cs}}{L}\right]m_x = 0$

$\left(\frac{Le^2}{L} - \frac{2\pi}{x_x}\right)\frac{\partial m_x}{\partial y} + \left[2\pi(1-f(x_xL)) - \frac{x_{cs}}{L}\right]m_x = 0$, $d_x = \frac{2\pi(1+f(x_xL)) - \frac{x_{cs}}{L}}{\left[\frac{Le^2}{L} - \frac{2\pi}{x_x}\right]}$

$d_x(x_x) = \frac{L}{Le^2}\frac{2\pi\left[1-f(x_xL)\right] - \frac{x_{cs}}{L}}{\left[1 - \frac{2\pi L}{x_xLe^2}\right]}$ при finite x_x, но $x_xL \gg 1$ в $I_1(0)$ знач, в знаменателе, пренебрегаем - норма $\forall x_xL$

при $f(x_xL) = 1$, $\frac{1}{(x_xL)} \to 0$ можно знач $d_x = -\frac{x_{cs}}{Le^2}$ ср $2\pi/\sqrt{\pi}$.

Если сначала сумма $kL \gg 1$ в $f(kL)$, то $g_{xx}(x_x, y) = -2\pi x_x e^{-x_x|y|}$, $y' - y = y$

В районе $|y'-y| \approx L$ $g_{xx}(y)$ имеет [illegible] max, чтобы при $x_xL \gg 1$

Если оказ. max $g_{xx}(y)$ при $y \neq 0$ нет, то y_y dy надо убрать отдельно.

dipolar fields $-2\pi\delta(x_xL)$ и $(x_xL)^{-1}$, тогда функционально: $d_x = \frac{L}{Le^2}\left[2\pi - \frac{x_{cs}}{L}\right]$ Smooth $f_{x=0}$

Escaneado con CamScanner

Вывод: если у нас есть long. dynamic dip. fields, то $d_x = d_z = d$

$d = l_{sf}(2\pi - x_s/L)$. Все инвариантно. Если exch. limit $x_s L \gg 1$, то в d_z остаются coar. dipolar fields, а в d_x все dip. fields дают $\to$ в.с. несимметрично.

$d_x(x_s) = 0$, $d_z(x_s = 0) = 2\pi L / l_{sf}$ в exch. limit. $d_z L_y \gg 1$ – edge pinning like

Послали revised SW-GM paper file to Krawczyk.

24-25/VI получили ответ от Krawczyk с рисунками $d_{x,y}$ ~ 3L units, $H = 3J$ corr. Revised structure of IEEE Mag. Lett. Proof of PHT (Gaussian noise, что Exc. frequency «2» в diff. damping) принесена SK-MPD poster for RTNSA-ICM. Notes, typo-effect θ_s

26/VI получил с Exc. PHT proof, sk-damping и static sk-profile $\theta(z)$ – new. Ищем и Fuel. Parts в нас, где на RTNSA переписка

29/VI Pinning SW в rect. element – Krawczyk at $y=0$ inside (from edge) с $\vec{M}_0 \| \hat{y}$

$h_z(y)$ и $h_x(y)$ dyn dip. fields неравномерные. Дают ли обе комп. h_x, h_z вклад в pinning при $y=0$? $g_{zz}(y)$ singular при $y=0$, $y=y'$, что соответствует разложение $m_z(y')$ вблизи $y'=y$ по степ $(y'-y)^\nu$

$$I_0^2(y) = \int_{-y}^{L_y - y} dy\, g_{zz}(x_s, y) = \frac{y}{L} \int_{-y}^{L_y - y} dy \left[K_0\left(x_s \sqrt{L^2 + y^2}\right) - K_0(x_s |y|) \right], \quad x_s L = x, \ \frac{y}{L} \Rightarrow y$$

$$I_0^2(y) = 4 \int_{-y}^{\cdot} dy \left[K_0\left(x \sqrt{1 + y^2}\right) - K_0(xy) \right] = \Phi_z\left(\frac{L_y}{L} - y\right) - \Phi_z(-y)$$

y – в ед. L, L – thickness, изменение 13/VII

$I_0^2(y \to 0, L_y/L \to \infty) = -2\pi \left[1 - f(x) \right] = -2\pi \left[1 - f(x_s L) \right]$. $\Phi_z(y)$ первообразная

$I_0^2(y \to 0, L_y/L \to \infty) = \Phi_z(\infty) - \Phi_z(0) = F(x_s L)$ известно аналитически.

$$h_z(y) = \sum_{\nu=0} \frac{\partial^\nu m_z}{\partial y^\nu} I_\nu(y), \quad I_1(0) \underset{L_y/L \to \infty}{=} \frac{y}{L} \frac{L^2}{x_s L} K_1(x_s L) = \frac{y}{x_s} K_1(x_s L)$$

$$h_z(y) \underset{y \to 0}{\approx} -2\pi \left[1 - f(x_s L) \right] m_z(y) + \frac{\partial m_z}{\partial y} \frac{y}{x_s} K_1(x_s L) = [\cdots] m_z + \frac{\partial m_z}{\partial y} \frac{L}{L_y} \frac{y}{(x_s L)} K_1(x_s L)$$

здесь y в ед. L_y. $\frac{L e^2}{L L_y} \frac{\partial m_z}{\partial y} + (-2\pi)(1 - f) m_z + \frac{L}{L_y} \frac{y}{x_s L} K_1(x_s L) \frac{\partial m_z}{\partial y} + \left[2\pi - \frac{x_s}{L} \right] m_z = 0$

$\frac{1}{x} K_1(x) \sim 1$ for finite x. Оценим, когда при $\frac{\partial m_z}{\partial y}$: $\frac{L e^2}{L L_y}$ и $\frac{L}{L_y}$, $\frac{L e^2 / (L L_y)}{L / L_y} = \frac{L e^2}{L^2} = 85 \gg 1$

$\frac{1}{L_y^2} I_2^2(0) = -\frac{\pi}{(x_s L)^3} \left[1 - e^{-x_s L} (1 + x_s L) \right] \left(\frac{L}{L_y} \right)^2$ – можно пренебречь (при x_s – finite) т.к. $\left(\frac{L}{L_y}\right)^2 \ll 1$.

Тогда $K_1(1) = 0.602$, $\frac{1}{0.5} K_1(0.5) = 3.31$, даже $\frac{1}{0.1} K_1(0.1) = 98.54$

Поэтому члены с $\frac{K_1(x_s L)}{x_s L}$ можно пренебречь если при $x_s L \gg 1$

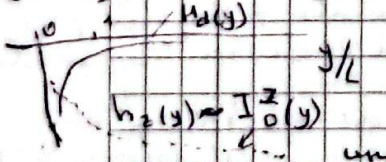
$$\frac{L}{L_y} \left[\frac{L e^2}{L^2} \left(\frac{\partial m_z}{\partial y} \right)^0 + \frac{y}{x_s L} K_1(x_s L) \right] \frac{\partial m_z}{\partial y} + \left[2\pi f(x_s L) - \frac{x_s}{L} \right] m_z = 0, \quad \frac{\partial m_z}{\partial y} + d_z m_z \Big|_{y=0} = 0$$

y в ед. L_y

$$d_z = \frac{L_y}{L} \frac{\left[2\pi f(x_s L) - x_s/L \right]}{\left[\frac{L e^2}{L^2} + y \frac{1}{x_s L} K_1(x_s L) \right]}$$ for finite x_s $(x_s \neq 0)$, $d_z = \frac{L_y L}{L e^2} \left[2\pi - \frac{x_s}{L} \right]$, при $x_s L \gg 1$, – dimensionless d_z.

$g_{zz}(y) = \frac{y}{L} \left[K_0\left(x_s \sqrt{L^2 + y^2}\right) - K_0(x_s y) \right]$ имеет $\ln$ – сингулярность при $y \to 0$.

$g_{xx}(y) = -4 x_s^2 \int_0^\infty dk_y \frac{f\left(\sqrt{x_s^2 + k_y^2} L\right)}{\left(k_y^2 + x_s^2\right)} \cos(k_y y)$ – при $y=0$ конечна и падает с ростом y как $e^{-x_s y}$



В ед. y/L, y в ед. L $H_d(y) = -4M_s \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2y}\right) \to -2\pi M_s$ при $y \to 0$

$h_z(y) \sim I_0^2(y)$ $I_0^2(y)$ изменяется от $-2\pi[1 - f(x)]$ до $-4\pi[1 - f(x)]$ на интервале $y \in [0, \infty]$. Если $x = x_s L \ll 1$ то имеется $H_d(y)$ и $I_0^2(y)$ практически одинаковы! и $H_d(y)$ и $h_z(y)$ дают отклик в pinning d_z

Если $x = x_s L \gg 1$, $1 - f(x) \approx 0$ и $h_z(y)$ const не дает вклада в δE_{coh}

29/VI – 3/VII RTNSA-2 Conf. in Ordizia. Posters – SK-MPD и Dot-nanowires-AFM, знакомство и беседы с A. Bramwell, postdoc candidate. Обсуждение Sk-dyn. с Оджаном, GM – Uzdin – H. Stoll

4 – 11/VII ICM-2015 Conf. in Barcelona. Poster – SK-MPD и inv. talk – compl. vortex dyn. Беседы с Abdulla, Sergio Stephanovich, Трофимов, Chantrell, Berkov, Buchanan, V. mass и exch. damping – Скрипальчик (JAP 1989 и Jmmm'94), Dorr. по V/sk-mass, sk-dyn, emergent fields. В поезде/ресторан к Fojas-Julian. Кодаранин 1000€ Julian на 4 года ранее

(12/VII) План с/ночных работ (до Aug 1, 2015):

1) Конверт. $ → € , зачислить иностран. „Santander", check new %
2) Билеты в Сеул Aug. 2 – Aug. 6 (?), Orig. see TNT-Toulouse
3) отправка – PRB Hairetdinov, JMMM – Zaspel, Mag Lett. , PRB Johnston, Kashy-NC, Beg – Sci.Rep.
4) Factura ann. paper Magn. Lett. – Sk. MPD
5) Travel Dec. B Kiev no MagIC project (Iraskin) – inv. lett. Gorobets CA, PA to Iraskin
6) 50% postdoc. Aranaya из MEC , Felipe M. Curie appl. , Stipend grant Volkan (?)
7) Фин. отчет MEC – FIS2010 project – Dec.
8) Подгот. poster Seoan – Magnonic „Giant dyn. mass of mag. V and Sk in ferromag. nanodots"
9) ICM-отчет , Зап. сек. отослан Гнеда и Зуярте – to Parxi
10) Sci. Reports papers handling , Ma-Feawa u Beg – Sk
11) RTNSA papers handling – 10 papers (Wait. Ai Ping, Julian, Prieto)

ICM interest. talks:
a) D. Inosov ... A. Schneidewind „Sk dyn. in Cu_2OSeO_3" – Нюрнберг
b) C. Moreau-Luchaire ... P. Warnicke „Sk in dots, room T – Rastrop Lille Symp.
c) D. Grundler ... C. Pfleiderer „6-FeNi Skyrmions" – Nat. Mat. 15 – не знаю
d) J. Iwasaki c. Schütte, N. Nagaosa „Sk-string" $\chi(2\pi)$ modes, Нюрнберг CCW-CW
e) D. Khomskii „coupled electricity and magnetism in solids" – Нюрнберг, Köln
f) O. Boulle, S. Pizzini ... G. Gaudin „x-ray observ. Bubble – Sk in square Pt/Co/MgO dots" $2R_s = 120$ nm, $T = 330$ K.
g) M. Romming ... R. Wiesendanger „Observ. Sk in Pt/Fe/Ir films, $\theta(\theta)$, $D = 4 \frac{mJ}{m^2}$, $K_1 = 2.5 \frac{MJ}{m^3}$
h) C. Moutafis, ... C. Günter „Msk u Sk-modes" 2 Nat. Ph. 2015
i) R. Streubel, U.K. Rößler, D. Makarov „Imprinting chiral textures", $M_V \sim G^2 R_c$ Zuci.

(13/VII) Contact Barcelo Steuer Munich (1230€) → купить билеты BIO-Munich Сам.
Scanned и отправить 2 facturas to UPV/EHU Rectorat, Revisar Peng-Vert. d. Mag. Lett.
E-mail to M. Ub. Fofrosky – inv. letter for O. Salkhoskaveets. E-mail to J. Gonzalez
O его travel expenses 2011 из моего гранта FIS2010-MEC. Переписка с R. Streubel
vortex mass. Comp. dept. UPV/EHU Собрание, что не могут купить заказ „laptops Dell".
Sci. Rep. Editor duties.

(14/VII) Запросить Virginia to send file of Bus ticket Madrid-Donostia-Jan. 2012, если есть.
Подготовка justification of MEC-FIS2010 project (yellow lines in Excel table).
E-mails to Virginia (Bus ticket 2012) и Julian Нюрнберг V. mass-paper Sci. Rep. на
изучение. Ref. list – Запросить Гнеда to do that и re-submit MS. Запрос inv. lett. Propers.

(15/VIII) С.П.-10. в Тулузе и Зоранту (appl. Peng. и какого ю.). Закончить и sent Justif.
заявка FIS2010 to UPV/EHU (Miguel). Сканнер на работает – оплачу. facturas под-
Finalize. Dec. inv. letter to IMAG. E-mails to Wang/Sci.Rep. и Zukhlova (Sk-dyn.) Зная.

(16/VIII) С.П. и ю. в Толоза (appl. – Пенсионное ю.) с ю. на неделю, С.П. „Lidl"
Оплатить, может хотел с П. на 26-31 July на море. Вилла.

(17/VIII) Подгот. финн. отчета проект MEC-FIS2010 по Зарплату Miguel, Rectorat UPV/EHU
Переписка с Miguel и Julian. Corrected Sk-files от Зуярте.

(18/VIII) Subm. ref. response to Zaspel Vortex-Sto, JMMM: Анализ RTNSA papers

(20/VIII) Meeting с Julian: финн. отчет и RTNSA-activity. Justifications for Miguel UPV/EHU

(24/VIII) Оплатить работу Beg (!) оставшуюся сделанную и послать to Miguel (кроме)
Inv. lett. Gibbs by seur", factura конкурс у Parxi? FIS2010 Анализ RTNSA-papers.
Запрос manuscripts у P. Prieto и Ai Ping. Нюрнберг to handle M. Beg-Sk paper.
Запрос в Sci. Rep. о статусе V. mass „manuscript, Printed PRB submit MS-Johnston.
Повторно hotel в Bilbao для Ai, Ю. (конф. в Bilbao Aurora).

(22/VIII) Послать copies of facturas to Miguel, UPV/EHU Rectorate. Прочесть new
papers по Skyrmions. Нюрнберг 3rd (!) quality check по „V. mass" из Sci. Rep.
Будет первое. Beg-Skyrmion statics paper-Sci. Rep. Запросить RTNSA-papers (10 шт).

(23/VIII) B.A. Ivanov, V.A. Stephanovich, Phys. Lett. A 141, 89-94 (1989). Two-dim. Soliton
dynamics in ferromagnets. Нюрнберг. Вычислить Soliton mass in 2D-FM „Easy axis"
$\vec{M}(\Theta, \Phi)$. Угловые. $\Theta = \Theta(\vec{r} - \vec{X}(t), t)$, $\Phi = \Phi[\vec{r} - \vec{X}(t), t]$ и $\vec{P} = -\frac{M_0}{\gamma} \int d^2\vec{s} (1 - \cos\Theta) \nabla\Phi$.
– FM magnetization field momentum, $2M_0/h = \gamma$.

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{M_0}{\gamma} \int d^2\vec{s} \left[\frac{\partial\Phi}{\partial t} \frac{\partial\Theta}{\partial x_i} - \frac{\partial\Theta}{\partial t} \frac{\partial\Phi}{\partial x_i} \right] \sin\Theta + \frac{M_0}{\gamma} \int d^2\vec{s} \sin\Theta \dot{X}_k \left[\frac{\partial\Theta}{\partial x_k} \frac{\partial\Phi}{\partial x_i} - \frac{\partial\Phi}{\partial x_k} \frac{\partial\Theta}{\partial x_i} \right]$$

Escaneado con CamScanner

$\vec{G} = \frac{M_s}{\gamma} L \int d^2\vec{s}\ (\partial\Phi \times \partial\Theta)\sin\Theta$ - гиромагнитный, $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_e + \vec{G}\times\dot{\vec{X}}$, $\vec{F}_e = -\frac{\partial E(\vec{X})}{\partial \vec{X}}$

$E(\vec{X})$ is the soliton energy

Ч.ш. $\frac{d\vec{P}_e}{dt} = \int d^2\vec{s}\left[\vec{e} + \dot{\vec{X}}\times\vec{b}\right] = \vec{E} + \dot{\vec{X}}\times\vec{B}$, $\vec{E}$ и $\vec{b}$ are emergent electromag. fields.

Lorentz force (in CGS): $\vec{F} = q\left[\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B}\right]$, $\mathcal{L} = \frac{1}{2}m(\dot{\vec{r}})^2 + \frac{q}{c}\vec{A}\cdot\dot{\vec{r}} - q\varphi$.

$\vec{A} = \vec{A}(\vec{r})$, $\varphi = \varphi(\vec{r})$, $0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}} = \frac{q}{c}\dot{\vec{r}}\cdot\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{r}} - q\nabla\varphi - \frac{d}{dt}\left[m\dot{\vec{r}} + \frac{q}{c}\vec{A}\right] = 0$

$m\ddot{x}_\alpha = \frac{q}{c}\dot{\vec{r}}\cdot\frac{\partial \vec{A}}{\partial x_\alpha} - q\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} - \frac{q}{c}\frac{d\vec{A}_\alpha}{dt} = -q\left[\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} + \frac{1}{c}\frac{\partial A_\alpha}{\partial t}\right] + \frac{q}{c}\dot{\vec{r}}\cdot\frac{\partial \vec{A}}{\partial x_\alpha}$

$\vec{A} = \vec{A}(\vec{r},t)$, $\varphi = \varphi(\vec{r},t)$, $\frac{dA_\alpha}{dt} = \frac{\partial A_\alpha}{\partial t}$, т.е. $m\ddot{x}_\alpha = -q\left[\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} + \frac{1}{c}\frac{\partial A_\alpha}{\partial t}\right] + \frac{q}{c}\dot{\vec{r}}\cdot\frac{\partial \vec{A}}{\partial x_\alpha}$

$\frac{dA_\alpha}{dt} = \frac{\partial A_\alpha}{\partial t} + \dot{\vec{r}}\cdot\nabla A_\alpha$. Ур. Лагранжа $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\vec{r}}} = 0$ если $\vec{A}$ не есть абсолютная $f(t)$,

т.е. $\frac{dA_\alpha}{dt} = \frac{\partial A_\alpha}{\partial t} \Rightarrow m\ddot{x}_\alpha = q\left[-\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{c}\frac{\partial A_\alpha}{\partial t}\right] + \frac{q}{c}\dot{\vec{r}}\cdot\frac{\partial \vec{A}}{\partial x_\alpha}$

$\vec{v}\times\vec{B} = \vec{v}\times\mathrm{rot}\vec{A} = \vec{v}\times(\nabla\times\vec{A}) = \nabla(\vec{A}\cdot\vec{v}) - \vec{A}(\nabla\cdot\vec{v}) = \vec{v}\cdot\nabla\vec{A} = (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{A}$ (?).

$(\vec{v}\times\vec{B})_\alpha = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}(\vec{A}\cdot\vec{v}) - \vec{A}_\alpha(\nabla\cdot\vec{v}) = \vec{v}\cdot\frac{\partial \vec{A}}{\partial x_\alpha}$. $(\vec{E}) = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{c}\frac{\partial A_\alpha}{\partial t}$, $\frac{q}{c}\vec{v}\cdot\frac{\partial \vec{A}}{\partial x_\alpha} = \frac{q}{c}(\vec{v}\times\vec{B})_\alpha$

$m\ddot{\vec{r}} = q\vec{E} + \frac{q}{c}\dot{\vec{r}}\times\vec{B}$ даже $\mathcal{L} \neq f(t)$ абсол. А какова общая $\mathcal{L}$?

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m(\dot{\vec{r}})^2 + \vec{j}\cdot\vec{A} + q\varphi$, $\vec{j} = \frac{q}{c}\dot{\vec{r}}$ $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}$, а $\mathcal{L}_{em} - ? \sim (E^2 + B^2)$?

См. расчет M_s через $E_{dm} \sim (\dot{\vec{X}})^2$ 2-3 / ии.

Zhang-Zhang PRL '2009: $E_i = \pm\frac{\hbar}{2e}\vec{m}\cdot(\dot{\vec{m}}\times\partial_i\vec{m})$, $B_i = \mp\frac{\hbar}{2e}\varepsilon^{ijk}\vec{m}\cdot(\partial_j\vec{m}\times\partial_k\vec{m})$

$\partial_i\vec{m}\times\partial_k\vec{m} = 4\vec{m}\left[A^\theta_\mu A^\varphi_\nu - A^\theta_\nu A^\varphi_\mu\right] = 4\vec{m}\cdot(-\frac{1}{2})(\frac{1}{2})\left[\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Theta - \partial_\nu\Phi\partial_\mu\Theta\right]_{\sin\Theta} =$

$= \vec{m}\cdot\left[\partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi - \partial_\mu\Phi\partial_\nu\Theta\right]\sin\Theta$, $\vec{m}\cdot\left[\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}\right] = \sin\Theta\left[\partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi - \partial_\mu\Phi\partial_\nu\Theta\right]$

$\frac{dP_i}{dt} = L\int d^2\vec{s}\,\frac{M_s}{\gamma}\left[\partial_i\vec{m}\times\partial_t\vec{m}\right]\cdot\vec{m} + \int d^2\vec{s}\,\frac{M_s}{\gamma}L\dot{X}_k\,\vec{m}\cdot\left[\partial_k\vec{m}\times\partial_i\vec{m}\right]$.

$G_z = \frac{M_s}{\gamma}L\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta\,(\nabla\Phi\times\nabla\Theta)_z = L\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\Theta}{\partial y} - \frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right] = \frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\vec{m}\cdot\left[\partial_x\vec{m}\times\partial_y\vec{m}\right]$

$B_z = (\hbar/2e)\,\varepsilon^{ijk}\,\vec{m}\cdot(\partial_j\vec{m}\times\partial_k\vec{m}) = \frac{\hbar}{2e}2\vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_y\vec{m}) = (\hbar/e)\,\vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_y\vec{m})$

$G_{ik} = \frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta\,(\partial_i\Phi\times\partial_k\Theta)$, $G_{ik}\dot{X}_k = G_{xy}\dot{y} - G_{xy}\dot{x} = G_{xy}\dot{y}$, $G_{xy} = G_z$

$\Lambda_i = \sum_k G_{ik}\dot{X}_k$, $\Lambda_x = G_z\dot{y}$, $\Lambda_y = G_{yx}\dot{x} = -G_z\dot{x}$, $\vec{\Lambda} = -\vec{G}\times\dot{\vec{X}}$. $G_{ik} \to -G_{ik} = G_{ki}$.

$G_{ik} = L\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta\left[\partial_i\Theta\times\partial_k\Phi\right] = L\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta\left[\partial_i\Theta\partial_k\Phi - \partial_k\Theta\partial_i\Phi\right] =$

$= \frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\vec{m}\cdot\left[\partial_i\vec{m}\times\partial_k\vec{m}\right]$, $G_{xy} = \frac{M_s}{\gamma}L\int d^2\vec{s}\,\vec{m}\cdot\left[\partial_x\vec{m}\times\partial_y\vec{m}\right] = L\frac{M_s}{\gamma}\int\frac{e}{\hbar}B_z d^2\vec{s} = G_z$

$\int d^2\vec{s}\,B_z = \frac{\gamma}{M_s}\frac{\hbar}{eL}G_z = \frac{1}{M_s}\frac{g\mu_B}{\hbar}\frac{\hbar}{eL}G_z = \frac{1}{M_s}\frac{g\mu_B}{eL}G_z$ $\vec{G}\times\dot{\vec{X}} = \int\frac{eM_s}{\gamma\hbar}\vec{B}\times\dot{\vec{X}}\,d^2\vec{s}\,L$.

$\left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_i = \frac{M_s}{\gamma}L\int d^2\vec{s}\left[\vec{m}\cdot(\partial_i\vec{m}\times\partial_t\vec{m}) + \sum_k\dot{X}_k g_{ik}(-1)\right] = \frac{M_s}{\gamma}L\int d^2\vec{s}\left[E_i\frac{2e}{\hbar} - \sum_k g_{ik}\dot{X}_k\right]$

$\lambda_i = \sum_k g_{ik}\dot{X}_k = \sum_k\dot{X}_k\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\sin\Theta\left[\partial_i\Theta\partial_k\Phi - \partial_k\Theta\partial_i\Phi\right] = \sum_k\dot{X}_k\frac{M_s}{\gamma}\vec{m}\cdot\left[\partial_i\vec{m}\times\partial_k\vec{m}\right]$.

$\lambda_x = g_{xy}\dot{y}$, $\lambda_y = g_{yx}\dot{x} = -g_{xy}\dot{x}$, $g_{xy} = \frac{M_s}{\gamma}\vec{m}\cdot\left[\partial_x\vec{m}\times\partial_y\vec{m}\right] = \frac{e}{\hbar}B_z\frac{M_s}{\gamma} = g_z$ $\vec{\lambda} = -\vec{g}\times\dot{\vec{X}}$

$= -\begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ 0 & 0 & g_z\\ \dot{x} & \dot{y} & 0\end{vmatrix} = \left(\hat{y}g_z\dot{x} - \hat{x}g_z\dot{y}\right)(-1)$. $\frac{d\vec{P}}{dt} = L\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\left[\frac{2e}{\hbar}\vec{E} + \dot{\vec{X}}\times\vec{B}\cdot\frac{e}{\hbar}\right]$ – гиротропная

Знаки и коэффициенты. Вводим знак $\frac{d\vec{P}}{dt} = L\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{s}\,\frac{e}{\hbar}\left[\vec{E} + \dot{\vec{X}}\times\vec{B}\right]$ SI

$\frac{M_s}{\gamma} = \frac{S}{a^2}\frac{\hbar}{e}$ для CuMnSi – имеем. Учитывая ускорение: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{S}{a^2}\int d^2\vec{s}\left[e\vec{E} + e\dot{\vec{X}}\times\vec{B}\right]$

Ур. Ландау-Лифшица в эффект. поле, Лоренц-сила с $q_{eff} = Se$? Ivanov PLA '84

потенциал $\vec{F}_e = -\frac{\partial E(\vec{X})}{\partial \vec{X}} = \frac{S}{a^2}\int d^2\vec{s}\,(e\vec{E})$ Вводим потенциал $E(\vec{X}) \to W(\vec{X})$.

В ансамбле: $-\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Theta} = \frac{\partial W}{\partial\Phi}$, $\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Phi} = \frac{\delta W}{\delta\Theta}$, $\left[\dot{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha} - \dot{\Theta}\frac{\partial\Theta}{\partial x_\alpha}\right]\sin\Theta\frac{M_s}{\gamma} = \frac{\delta W}{\delta\Theta}\frac{\partial\Theta}{\partial x_\alpha} + \frac{\delta W}{\delta\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha}$; $\frac{\partial\vec{r}}{\partial x_\alpha} = -\frac{\partial\vec{r}}{\partial x_i}\frac{\partial x_i}{\partial x_\alpha}$

Escaneado con CamScanner

$\frac{d\vec{P}}{dt} = \left(\frac{\delta W}{\delta t}\right)_{\vec{M}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}} = -\frac{\partial}{\partial \vec{X}} W(\vec{X}) + \vec{G}\times\dot{\vec{X}}$ $\quad F(\vec{r}) = (\delta r)^2 W(\vec{r}) \cdot \frac{2}{r^2} + \frac{\delta}{\delta \vec{r}}$

Т.е. ур-е $\dot{\vec{P}} = 0$ даже просто писать Лагранжиан $L(\vec{X}, \dot{\vec{X}})$

Лагранжиан $W(\vec{X}) = \frac{1}{2} M_0 (\dot{\vec{X}})^2 + U(\vec{X})$, тогда $\vec{P} = M_0 \dot{\vec{X}} + \vec{G}\times\vec{X}$.

Julian Angulo. Some new theoretical and

(24/VII) Поездка в Bilbao, IKERBASQUE. Лекция, семинар в ун-те, ужин в ресторане. Friends

в Exhibition Center, Barakaldo и ночевка в нем, ужин с Julian > 100 € (общее)

Poster M. paper to Reports (до Sat 31/VII) + Sk. Papers, Tech and Abstracts

$\vec{M}(\vec{r})$ + Ряд Тейлора в (ОРД) ($\vec{M}_0$) + $\vec{M}_1$ для $\vec{r}$ + Approx в Coll Case. A-Pug sent MS for J Ph D

Max Comm. Зарегистрировать гостиницу - Kealey 350. Eff. damping - MS - Upgrade in PHT, M10 (2/3)

(25-26/VII) Завтрак у Julian + Angel Alegría. Ikerbasque enthusiastic by Dept, Center, Physics

(27/VII) Gruszecki: статьи о ферромагнетиках Cur-PRB. Ant. Martinez: cells of MEC, grant + 20B euros

до Sept 30 (Submit Project to UPV/EHU до Sept 14). Отправить to Julian Gilbert in Ikerb.

Emails from K. Gustafsson (бывший сотрудник to Angel и др.) Signed Doc, trip for

4 Oct на 1 месяц в рамках RISE MagIC (+ Fellows). Тема: Orth. Solution Antoine's, 10 to a

(28/VII) Перелет на рейс Sk + Sk from APL, ICM to Kiev travel

(29/VII - 6/VIII) Отдых, общение С.А. и Л. RTNSA papers plus Revision DW paper - Ai-Ping (J. Ph. D.)

(1/VIII) Поездка домой на Maghnolies-15, Sceon, Germany

(2-6/VIII) Поездка в Seeon, Мюнхен + Tscherlingal (обычный сказочный домик на 6 человек)

Dora, Vogt + Winter не упоминание radial GW by V. Cerne in F/M/F dots. J AFM

Absorbe by Tikhonravich $\vec{M}(\vec{M}_0, \vec{S})$ уравнение для NL dynamics + canonic transf

Остальные разговоры / Сергей Sk / bubble domain и обе работы на M_0 и Sk - MRD.

(7/VIII - 8/VIII) Егорова Л. и Ю. Отчет, Seeon, Optica - Гриб и Зыра. Proms - PRB - Grunet

(9/VIII) Работа Л. и Ю. Рец. paper Kealey - Nat. Com. ~500 Переписка с Vogt и Adekunle

Пригласить M_0 + Sk Sci. Reports - Заполнение Forms на онлайн

(10/VII) С Л. и Ю. на ланче Ondarreta Nonlinear dynamics (T. Tarasevich)

Back: $\vec{M} = \left(1 - \frac{1}{2}\vec{S}\cdot\vec{S}\right)\vec{M}_0 + \sqrt{1 - \frac{1}{4}\vec{S}\cdot\vec{S}}\,\vec{S}$, $\vec{M}_0$ - ground state, $\vec{S}$ - excitation, may be nonlinear $\vec{S}\cdot\vec{M}_0 = 0$, $\vec{S}$ - 2D вектор в плоскости $\perp \vec{M}_0$.

$\vec{S} = \sum\left(a_0 \vec{S}_0 + a_j^+ \vec{S}_j^+\right)$ - разложение по собств. модам, a_0, a_j^+ - операторы рождения / уничтожения

Преобразование $\vec{M} \to \vec{S}$ каноническое, т.е. сохраняет Hamilton eqs. of motion. А $\vec{M} = \vec{M}_0\sqrt{1 - \vec{S}^2} + \vec{S}$ не каноническое (Back).

$\vec{M}^2 = \left(1 - \frac{1}{2}\vec{S}\cdot\vec{S}\right)^2 \vec{M}_0^2 + \left(1 - \frac{1}{4}\vec{S}\cdot\vec{S}\right)\vec{S}^2 = 1 - \vec{S}\cdot\vec{S} + \frac{1}{4}(\vec{S}^2)^2 + \vec{S}^2 - \frac{1}{4}(\vec{S}^2)^2 = 1$

при $\vec{M}_0^2 = 1$. $\vec{M} \to \vec{S}$ отображение это отображ. unit sphere на сферу $R_2 = 2$.

$\vec{M}_0(\vec{r})$ - не сами $\vec{M}_0(\vec{r}t)$ - не зависимость в gauge terms. $\vec{S}(\vec{r}, t)$. $|\vec{S}|^2 \le 2$.

$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = \vec{M}\times\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}}$ - LLG. $\dot{\vec{M}} = -\frac{1}{2}\dot{\vec{M}}_0 \frac{d(\vec{S}^2)}{dt} + \frac{1}{2\sqrt{(\cdot)}}\left(-\frac{1}{4}\right)\frac{d(\vec{S}^2)}{dt}\vec{S} + \sqrt{1 - \frac{1}{4}\vec{S}^2}\,\dot{\vec{S}} = \left|\frac{d}{dt}\vec{S}^2 = 0\right| =$

$= \sqrt{(\cdot)}\,\dot{\vec{S}}$. $\left(\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}}\right)_\perp = \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{S}}\cdot\frac{\partial \vec{S}}{\partial \vec{M}_\perp}$. $\vec{M}\times\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}} = (b\vec{M}_0 + b\vec{S})\times\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}} = \left|\vec{M}_0\times\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}} = 0 \text{ если } \vec{M}_0(\vec{r})\right| =$

$= b\vec{S} + \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}}$, $b = \sqrt{1 - \frac{1}{4}\vec{S}^2}$. $\dot{\vec{S}} = \dot{\vec{S}}\times\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}}$. $\frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{S}} = \left(-\frac{1}{2}\vec{M}_0\right)2\vec{S} + \frac{\partial b}{\partial \vec{S}}\cdot\vec{S} + b$

$\frac{\partial M_\alpha}{\partial S_\beta} = -M_0^\alpha S_\beta + \frac{\partial b}{\partial S_\beta}S_\alpha + b\frac{\partial S_\alpha}{\partial S_\beta}$ $\quad \vec{S} = \sum_\alpha \hat{x}_\alpha S_\alpha$, $\frac{\partial \vec{S}}{\partial S_\alpha} = \hat{x}_\alpha$, $\hat{x}_\alpha\cdot\frac{\partial \vec{S}}{\partial S_\beta} = 1$

$\frac{\partial b}{\partial S_\beta} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{(\cdot)}}\left(-\frac{1}{4}\right)\frac{\partial}{\partial S_\beta}\vec{S}^2 = -\frac{1}{b}\frac{1}{4}S_\beta$, $\frac{\partial S_\alpha}{\partial S_\beta} = \delta_{\alpha\beta}$.

$\frac{\partial M_\alpha}{\partial S_\beta} = -M_0^\alpha S_\beta - \frac{1}{4}\frac{1}{b}S_\alpha S_\beta + b\frac{\partial S_\alpha}{\partial S_\beta} = -S_\beta\left[M_0^\alpha + \frac{1}{4b}S_\alpha\right] + b\frac{\partial S_\alpha}{\partial S_\beta}$

Итак $\vec{M}_0\times\dot{\vec{S}} = \vec{M}_0\times\dot{\vec{S}}\times\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}} = \vec{S}\left(\vec{M}_0\cdot\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}}\right) - \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}}\left(\vec{M}_0\cdot\vec{S}\right) = \vec{S}\left(\vec{M}_0\cdot\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}}\right)$.

$\vec{M}_0\cdot\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{M}} = \sum_\alpha M_0^\alpha\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta M_\alpha} = \sum_\alpha M_0^\alpha\left(\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{S}}\cdot\frac{\partial \vec{S}}{\partial M_\alpha}\right) = \sum_{\alpha\beta} M_0^\alpha\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta S_\beta}\frac{\partial S_\beta}{\partial M_\alpha} = \sum_\beta\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta S_\beta}\left(\frac{\partial \vec{S}}{\partial \vec{M}}\cdot\vec{M}_0\right)$

Доказано (Back) $\vec{M}_0\times\dot{\vec{S}} = \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \vec{S}}\times\dots$ Как это можно в лаг. формулировке по $\vec{S}$?

Emergent fields

(11/VIII) Завтрак + разные (copyRight / Payment forms to Sci. Rep. не удалось

Анализ Azael Reports ICM, Seeon, Kaluga, Ondarreta. Созвон Sk, Новое Hotel Center.

(12/VIII) Сделал "review King-APL Sk interactions with SW in stripes" и послал Angelo report.

Можно расчет ск-ти инжекции в "ripes" и получить Angelo другой Limit.

Обсудил с Tuse Sk stabilization in grid (trivial network) metrics (работа Л. Шварца).

Emergent el. field $e_i \sim \vec{m}\cdot(\partial_i\vec{m}\times\dot{\vec{m}})$. $\dot{\vec{m}} = \vec{m}\times\frac{\delta W}{\delta \vec{m}}$. $e_i \sim \partial_i\vec{m}\cdot(\vec{m}\times\dot{\vec{m}}) =$

$= \partial_i\vec{m}\cdot\left(\vec{m}\times\vec{m}\times\frac{\delta W}{\delta\vec{m}}\right) = \partial_i\vec{m}\cdot\left[\vec{m}\left(\vec{m}\cdot\frac{\delta W}{\delta\vec{m}}\right) - \frac{\delta W}{\delta\vec{m}}(\vec{m}\cdot\vec{m})\right] = \left|\vec{m}\cdot\partial_i\vec{m} = \frac{1}{2}\frac{\partial\vec{m}^2}{\partial x_i} = 0\right| =$

$= -\frac{\delta W}{\delta\vec{m}}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_i} = -\frac{\partial W}{\partial x_i}$, $\left(e_i \sim \frac{\partial W}{\partial x_i}\right)$, W - плотность кин. энергии, $e_i \sim \frac{\delta W}{\delta x_i}$.

$W = W[\vec{M}(\vec{r},t)]$. $\delta W = \vec{H}_{eff} = \frac{2A}{M_s}\nabla^2\vec{m} + \vec{H}_m + \vec{H}_a + \vec{H}$.

$e_i \sim \vec{H}_{eff}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_i}$ обобщение $\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_i}$ в теории [illegible], тогда как $b_i \sim g_i$, $\vec{b}\sim\vec{G}$, emergent mag. field given by gravitoelectric $\vec{G}$ (mass charge) со энергией, равной нулю, т.е. более фундаментально (не зависит от силовых констант нат. постоянных).

Emergent el. $e_i = \vec{m}\cdot(\partial_i\vec{m}\times\dot{\vec{m}})$ и mag. fields $b_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\vec{m}\cdot(\partial_j\vec{m}\times\partial_k\vec{m})$ выходят из s-d exch. interaction Hamiltonian ($\vec{c}$ + magnetization) при SU(2)-rotations of $\vec{B}$ wave function ψ. Можно при O(3) - rotations given emergent $\vec{m}_v$ (slow) + $\vec{m}_{sw}$ (fast) и gauge potential и emergent fields будут другие?

(13/VIII) Один из Paris clean ICM и Goodenough по-разному. В Beenakker с N. и ID. [illegible] no gauge fields (H. Kleinert, A. Zee и др.) Подобрать rotations в local instant quantization axis $Oz' \parallel \vec{m}_v$ не коммутируют, non-Abelian gauge fields, другое определение тензор $F_{\mu\nu}$ и gauge-field energy $E_g \sim Tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})$. A_μ - операторы 3×3 матрицы, действующие на SW magnetization $\vec{m}_{sw}$.

(14/VIII) Теория нат. no gauge fields и path integral approach to stat physics (marg. исключение SW-variables by TDH, интерполяция на всех как по both degrees of freedom at finite T). E-mails to Julian и Hilbrands. Без ограничения общности Caldeira-Leggett и coupled system-bath dynamics. Till Skyrme

H. Kleinert, Gauge fields in Cond. Matter, v. 1. Gauge field non-Abelian

В электродинамике U(1) - transformations, global or local, $\varphi(\vec{r}) \to e^{i\alpha(\vec{r})}\varphi(\vec{r})$.

$\partial_i\varphi(\vec{r}) \to D_i\varphi(\vec{r}) = [\partial_i - iqA_i]\varphi(\vec{r})$, $D_i\varphi(\vec{r}) \to e^{iq\Lambda(\vec{r})}D_i\varphi(\vec{r})$, $A_i(\vec{r}) \to A_i(\vec{r}) + \partial_i\Lambda(\vec{r})$

$\Lambda(\vec{r}) = \frac{1}{q}\alpha(\vec{r})$. Curl of gauge field $F_{ij}(\vec{r}) = \partial_i A_j(\vec{r}) - \partial_j A_i(\vec{r})$ gauge potential $\sim \varepsilon_{ijk}B_k$ given observable magn. field energy $E_{mag} = \frac{1}{2}\int d^3\vec{r}\, F_{ij}^2 = \frac{1}{2}\int d^3\vec{r}\, B_k^2$ - Abelian case

Yang-Mills: U(1) group заменим на arbitrary continuous Lie group с генераторами l_a, $[l_a, l_b] = i f_{abc} l_c$, f_{abc} - structure constants Lie algebra

Lie group element $g = e^{i\alpha_a l_a} = e^{i\vec{\alpha}\vec{l}}$, где α_a - finite.

O(3) rotation group $(l_a)_{bc} = (S_a)_{bc} = -i\varepsilon_{abc}$ и $[S_a, S_b] = i\varepsilon_{abc}S_c$, при $S=1$.

Если $f_{abc} \neq 0$, то non-Abelian group.

$\vec{\varphi}(\vec{r}) \to \vec{\varphi}'(\vec{r}) = g\vec{\varphi}(\vec{r}) = e^{i\alpha_a l_a}\vec{\varphi}(\vec{r})$, $\alpha_a l_a = \sum_a \alpha_a l_a$ - вращение на угол $\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2}$ вокруг оси $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$

Требование $D_i\vec{\varphi}(\vec{r}) = [\partial_i - iqA_i]\vec{\varphi}(\vec{r}) = g(\vec{r})D_i\vec{\varphi}(\vec{r})$ или $\vec{\varphi}(\vec{r}) \to g\vec{\varphi}(\vec{r})$ дает

$A_i(\vec{r}) \to A_i'(\vec{r}) = g(\vec{r})A_i(\vec{r})g^{-1}(\vec{r}) + (iq)^{-1}\partial_i g(\vec{r})\cdot g^{-1}(\vec{r})$, $\partial_i g\cdot g^{-1} = -g\partial_i g^{-1}$

$A_i(\vec{r})$ is matrix in non-Abelian case. pure gauge field A_i^g

Eg. Covariant curl $F_{ij}(\vec{r}) = \partial_i A_j - \partial_j A_i - iq[A_i(\vec{r}), A_j(\vec{r})]$, $F_{ij} \to F_{ij}' = g F_{ij} g^{-1}(\vec{r})$

$F_{ij}(A^g) \equiv 0$, pure gauge field не имеет curl, $A_i^g = \frac{1}{(iq)}\partial_i g\cdot g^{-1} = -\frac{1}{(iq)}g\partial_i g^{-1}$.

Mag. energy in non-Abelian case $E_{mag} = \frac{1}{4}\int d^3\vec{x}\, tr(F_{ij}^2)$

Total energy $E(\vec{\varphi}, \vec{A}) = \int d^3\vec{x}\left[\frac{1}{2}|(\partial_i - iqA_i)\vec{\varphi}|^2 + V(\vec{\varphi}^+\vec{\varphi}) + \frac{1}{4}tr(F_{ij}^2)\right]$

Удобно $A_i = \sum A_{ia}l_a$ разложить по генераторам l_a группы Ли.

Найден F_{ij} дает для [illegible] + SW dynamics, $\vec{m} = \vec{m}_v + \vec{m}_s$ - Gus PRB 10 Gus S.: Rep. 15.

Ум. 1-2/VIII $D_\mu\vec{m} = (\partial_\mu - \hat{A}_\mu)\vec{m}$, $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1}$, $\hat{A}_\mu = \sum_a A_\mu^a G_a$, $a = x,y,z$, $\mu = t, x, y, z$.

Gus - $\vec{A}_\mu' = (-\sin\Phi\,\partial_\mu\Theta, \cos\Phi\,\partial_\mu\Theta, \partial_\mu\Phi) = (A_\mu^x, A_\mu^y, A_\mu^z)$, $D_\mu\vec{m} = D_\mu\vec{m}_v + D_\mu\vec{m}_s$ pregauge

$D_\mu\vec{m}_v = (\partial_\mu - \hat{A}_\mu)\vec{m}_v = \partial_\mu\vec{m}_v - \hat{A}_\mu\vec{m}_v = \partial_\mu\vec{m}_v - \vec{A}_\mu\times\vec{m}_v = \partial_\mu\vec{m}_v - \partial_\mu\vec{m}_v = 0$ (!), $\hat{A}_\mu\times\vec{m} = \partial_\mu\vec{m}$

Т.е. $D_\mu\vec{m} = D_\mu\vec{m}_s$, $D_\mu\vec{m}_v = 0$, gauge potential operator $\hat{A}_\mu$ целиком задан SW.

Kleinert $D_i\vec{\varphi} = [\partial_i - iqA_i]\vec{\varphi}$, у меня $D_\mu \vec{m} = (\partial_\mu - \hat{A}_\mu)\vec{m}$

$iqA_\mu^{Klein} = \hat{A}_\mu$, $A_i' = gA_i g^{-1} + \frac{1}{(iq)}\partial_i g\, g^{-1}$, $\cos\theta$. $A_\mu' = RA_\mu R^{-1} + \partial_\mu R \cdot R^{-1}$, $g = R$.

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1}$ – pure gauge field.

$F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i - iq[A_i, A_j]$, $F_{\mu\nu} = iqF_{\mu\nu}^{Klein} = \partial_\mu \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\mu - [\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu]$

$\hat{A}_\mu = \begin{pmatrix} 0 & -A_\mu^z & A_\mu^y \\ A_\mu^z & 0 & -A_\mu^x \\ -A_\mu^y & A_\mu^x & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{A}_\mu \hat{A}_\nu = \begin{pmatrix} 0 & -A_\mu^z & A_\mu^y \\ A_\mu^z & 0 & -A_\mu^x \\ -A_\mu^y & A_\mu^x & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -A_\nu^z & A_\nu^y \\ A_\nu^z & 0 & -A_\nu^x \\ -A_\nu^y & A_\nu^x & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{pmatrix}$

$B_{11} = -A_\mu^z A_\nu^z - A_\mu^y A_\nu^y$, $B_{12} = A_\mu^y A_\nu^x$, $B_{13} = +A_\mu^z A_\nu^x$, $B_{21} = A_\mu^x A_\nu^y$,

$B_{22} = -A_\mu^z A_\nu^z - A_\mu^x A_\nu^x$, $B_{23} = A_\mu^z A_\nu^y$, $B_{31} = A_\mu^x A_\nu^z$, $B_{32} = A_\mu^y A_\nu^z$, $B_{33} = -A_\mu^y A_\nu^y - A_\mu^x A_\nu^x$

Видно $B_{ii}(diag) = 0$ в $[\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu]$, $[\hat{A}_\mu, \hat{A}_\nu] = \begin{pmatrix} 0 & A_\mu^y A_\nu^x + A_\nu^y A_\mu^x & A_\mu^z A_\nu^x - A_\nu^z A_\mu^x \\ A_\mu^x A_\nu^y - A_\nu^x A_\mu^y & 0 & A_\mu^z A_\nu^y - A_\nu^z A_\mu^y \\ A_\mu^x A_\nu^z - A_\nu^x A_\mu^z & A_\mu^y A_\nu^z - A_\nu^y A_\mu^z & 0 \end{pmatrix}$

$A_\mu^y A_\nu^x - A_\nu^y A_\mu^x = \cos\Phi\partial_\mu\theta(-\sin\Phi\partial_\nu\theta) - \cos\Phi\partial_\nu\theta(-\sin\Phi\partial_\mu\theta) = 0$

$A_\mu^z A_\nu^x - A_\nu^z A_\mu^x = \partial_\mu\Phi\cdot(-\sin\Phi\partial_\nu\theta) - \partial_\nu\Phi(-\sin\Phi\partial_\mu\theta) = -\sin\Phi(\partial_\mu\Phi\partial_\nu\theta - \partial_\nu\Phi\partial_\mu\theta)$

$(F_{\mu\nu})_{11} = (\partial_\mu A_\nu^x - \partial_\nu A_\mu^x) = 0$

$(F_{\mu\nu})_{12} = \partial_\mu(-A_\nu^z) - \partial_\nu(-A_\mu^z) - 0 = 0$, $(F_{\mu\nu})_{13} = \partial_\mu(A_\nu^y) - \partial_\nu(A_\mu^y) + \sin\Phi(\partial_\mu\Phi\partial_\nu\theta - \partial_\nu\Phi\partial_\mu\theta) =$

$= \partial_\mu(\cos\Phi\,\partial_\nu\theta) - \partial_\nu(\cos\Phi\,\partial_\mu\theta) + \sin\Phi(\partial_\mu\Phi\partial_\nu\theta - \partial_\nu\Phi\partial_\mu\theta) = 0$, т.е. в согласии с Kleinert выходит $F_{\mu\nu} = 0$ если $F_{\mu\nu}(\hat{A}_\mu)$ вычислена на pure gauge field $\hat{A}_\mu$.

Но $A_\mu' = RA_\mu R^{-1} + \hat{A}_\mu$, $A_\mu \to A_\mu'$ при $\vec{m} \to \vec{m}' = R\vec{m}$, $m_i' = \sum_k R_{ik} m_k$, см. 2/VI.

$F_{\mu\nu} \to F_{\mu\nu}' = RF_{\mu\nu}R^{-1}$ согласно Kleinert $Oz \to Oz'$ при поворотах R.

$tr(F_{\mu\nu}^2) = tr(F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}) \Rightarrow tr(F_{\mu\nu}'F_{\mu\nu}') = tr(RF_{\mu\nu}R^{-1}RF_{\mu\nu}R^{-1}) = tr(RF_{\mu\nu}^2R^{-1}) = tr(F_{\mu\nu}^2)$ – т.е. инв. энергия $E_{mag} \sim tr(F_{\mu\nu}^2)$ is invariant (covariant formed) при поворотах R Системы Координат.

Вывод // Само калибровочное поле A_μ и его энергия – ненаблюдаемы, физичен только „pure gauge field" $\hat{A}_\mu$ которое не дает вклада в энергию сов. def. $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - [A_\mu, A_\nu]$ $F_{\mu\nu}(\hat{A}_\mu) \equiv 0$. Можно $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a G_a$ из $\hat{A}_\mu = A_\mu^a G_a$

В отличие от Abelian pure gauge field $\hat{A}_i = \frac{1}{q}\partial_i\xi$ $\left(\varphi \to e^{i\alpha(\vec{r})}\varphi(\vec{r})\right)$ в электродинамике, которое исключено, the non-Abelian pure gauge field $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1}$ приводится к $\vec{m}_0(\theta,\Phi)$, т.к. $R = R(\theta,\Phi)$.

SW as Both // Согласно Gus' PRB'10 $\mathcal{L}_{SW} + \mathcal{L}_{int} = \frac{M_s}{\gamma}ee\dot{\psi} + M_s\vec{m}_s\cdot\vec{H}_m + \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_v\, ee\dot{\Phi}_v$ SW as Both

$\vec{m}_s' = (ee, \psi, 0)$ в $x'y'z'$ с $Oz' \parallel \vec{m}_s$ $\sin\theta_v = 1$ вне ядра

$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\vec{G}\times\vec{X})\cdot\dot{\vec{X}} - W(\vec{X}) + \int d^3\vec{r}\left[ee\dot{\Phi}_v + ee\dot{\psi} + \gamma\vec{m}_s\cdot\vec{H}_m\right]\frac{M_s}{\gamma}$

$\mathcal{L} = \mathcal{L}_v(\vec{X}) + \frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\left[ee\dot{\Phi}_v + ee\dot{\psi} + \gamma\vec{m}_s\cdot\vec{H}_m\right]$, $\vec{H}_m(\vec{s},t) = M_s\int d^2\vec{s}'\,\hat{G}\,\vec{m}_s(\vec{s}',t)$

$\lambda_{SW} = \frac{M_s}{\gamma}ee\dot{\psi} + M_s\vec{m}_s\cdot\vec{H}_m$, $\vec{m}_s' = (ee, \psi, 0)$ – не похоже на oscillator Lagrangian, тоже применимо теорию Caldeira–Leggett.

SW amplitudes $a = \frac{1}{\sqrt{2(1+m_z)}}(m_x - im_y)$, $a^* = \frac{1}{\sqrt{2(1+m_z)}}(m_x + im_y)$.

В $x'y'z'$, $m_z' = 0$, $m_x' = ee$, $m_y' = \psi$ $a = \frac{1}{\sqrt{2}}(ee - i\psi)$, $a^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(ee + i\psi)$

$ee = (a+a^*)\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\psi = \frac{1}{i\sqrt{2}}(a^* - a)$, $ee\dot{\psi} = -\frac{i}{2}(a+a^*)(\dot{a}^* - \dot{a}) =$

$= -\frac{i}{2}\left[a\dot{a}^* - a^*\dot{a} + a^*\dot{a}^* - a\dot{a}\right] = \left| a\dot{a} = \frac{1}{dt}\frac{a^2}{2} \text{ не дает вкл. в } \int dt\mathcal{L} \right| = -\frac{i}{2}(a\dot{a}^* - a^*\dot{a})$

$\lambda_{SW} + \lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\left[-\frac{i}{2}(a\dot{a}^* - a^*\dot{a}) + \gamma\vec{m}_s\vec{H}_m + \frac{1}{\sqrt{2}}(a+a^*)\dot{\Phi}_v\right]$

15/VIII $a = u\beta + v\beta^*$ (Bogoliubov), $a^* = u^*\beta^* + v^*\beta$, $a + a^* = (u+v^*)\beta + (v+u^*)\beta^*$

$a\dot{a}^* - a^*\dot{a} = (u\beta + v\beta^*)(u^*\dot{\beta}^* + v^*\dot{\beta}) - (u^*\beta^* + v^*\beta)(u\dot{\beta} + v\dot{\beta}^*) = |u|^2\beta\dot{\beta}^* +$

$+ uv^*\beta\dot{\beta} + vu^*\beta^*\dot{\beta}^* + |v|^2\beta^*\dot{\beta} - |u|^2\beta^*\dot{\beta} - u^*v^*\beta^*\dot{\beta}^* - v^*u\beta\dot{\beta} - |v|^2\beta\dot{\beta}^* =$

$= (|v|^2 - |u|^2)\beta^*\dot{\beta} + (|u|^2 - |v|^2)\beta\dot{\beta}^* = (\beta\dot{\beta}^* - \beta^*\dot{\beta})$, т.к. $|u|^2 - |v|^2 = 1$ для Canonical transformation.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Caldeira-Leg. Борнуз (interaction) $\sim q\cdot\sum C_k q_k$ (q_k - coordinates of oscillators.

Лит q дает $\dot{q}$ (damping) член $b\dot{q}$ уд. Если q, если частоты $J(\omega)=\gamma\omega$ и имеет λ лит $\sim X$ - потенциал при $J(\omega)=\gamma\omega$ тогда $m_k\ddot{X}$, где масс M_k.
При $T\to 0$ дает $q(t)$ неограниченно уд-е квантовано по сверхпроводящему Bath.
Метод Фейнмана (комплекс, как в Бозонизации) $\int dt\,[q(t)-q(t')]^2$ дает при $J(\omega)=\gamma\omega$.
Частный случай метода Caldeira+Leggett [A.O. Caldeira, A.J. Leggett, Physica 121A, 587 (1983)]

Gauge field // Вернемся к $F_{\mu\nu}$ - тензор для gauge non-Abelian field.

$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu-[A_\mu,A_\nu]$, A_μ - (3×3) матрицы, $F_{\mu\nu}(\hat{A}_\mu)=0$ for pure gauge field $\hat{A}_\mu=\partial_\mu R\cdot R^{-1}$.

$\hat{A}_\mu=\sum_\alpha A_\mu^\alpha G_\alpha$, $\alpha=x,y,z$. $iJ_x=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&-1&0\end{pmatrix}$, $iJ_y=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$, $iJ_z=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$, $(J_\alpha)_{\beta\gamma}=-i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$

Zee: $U=e^{i\theta\cdot T}$ $\theta\cdot T=\theta_a T_a$, $A_\mu=A_\mu^a T_a$, $[T_a,T_b]=if_{abc}T_c$, $f_{abc}=\varepsilon_{abc}$ для $SU(2)$.

$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu+[A_\mu,A_\nu]$, $A_\mu\to -iA_\mu$, $F_{\mu\nu}\to -iF_{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu-i[A_\mu,A_\nu]$

$A_\mu=A_\mu^a T_a$, $F_{\mu\nu}=F_{\mu\nu}^a T_a\to F_{\mu\nu}^a=\partial_\mu A_\nu^a-\partial_\nu A_\mu^a+f_{abc}A_\mu^b A_\nu^c$

если Lee group constants $f_{abc}=\varepsilon_{abc}$, то $\varepsilon_{abc}A_\mu^b A_\nu^c=\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$ и

Wacabs $\vec{F}_{\mu\nu}=\partial_\mu\vec{A}_\nu-\partial_\nu\vec{A}_\mu+\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$, $\vec{A}_\mu=A_\mu^a=(A_\mu^x,A_\mu^y,A_\mu^z)$.

Ll. Kleinert: $g=e^{i\cdot\delta\cdot l}$, $\delta\cdot l=\sum_a\delta_a l_a$, $l_a=S_a$ $(j=1)$, $(l_a)_{bc}=-i\varepsilon_{abc}$, $[S_a,S_b]=i\varepsilon_{abc}S_c$

т.е. $T_a=l_a$ (совпадает у Zee и Kleinert). $T_a=S_a$.

Gus'PRB'10: $i(J_\alpha)_{\beta\gamma}=\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}=(G_\alpha)_{\beta\gamma}$, $iJ_\alpha=G_\alpha$, $\hat{A}_\mu=\sum_\alpha A_\mu^\alpha G_\alpha=\begin{pmatrix}0&\partial_\mu\Phi&-\cos\Phi\partial_\mu\theta\\-\partial_\mu\Phi&0&-\sin\Phi\partial_\mu\theta\\\cos\Phi\partial_\mu\theta&\sin\Phi\partial_\mu\theta&0\end{pmatrix}$

$G_x=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&-1&0\end{pmatrix}$, $G_y=\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$, $G_z=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$, $R=e^{i\Phi J_z}e^{i\theta J_y}$.

$\vec{A}_\mu=(-\sin\Phi\partial_\mu\theta,\cos\Phi\partial_\mu\theta,\partial_\mu\Phi)$ - далее, но used $\vec{A}_\mu=(\sin\Phi\partial_\mu\theta,-\cos\Phi\partial_\mu\theta,-\partial_\mu\Phi)$ (в PRB'10)

Gus'June'2: $R=e^{-i\Phi J_z}e^{-i\theta J_y}$ ($\varphi=\chi=0$ gauge)

$\vec{A}_\mu=(-\sin\Phi\partial_\mu\theta,\cos\Phi\partial_\mu\theta,\partial_\mu\Phi)$ при $G_\alpha=-G_\alpha$ (PRB'10). $\hat{A}_\mu=\begin{pmatrix}0&-\partial_\mu\Phi&\cos\Phi\partial_\mu\theta\\\partial_\mu\Phi&0&\sin\Phi\partial_\mu\theta\\-\cos\Phi\partial_\mu\theta&-\sin\Phi\partial_\mu\theta&0\end{pmatrix}$

$\vec{A}_\mu\times\vec{m}_\nu(\theta,\Phi)=\partial_\mu\vec{m}_\nu$ - это верно.

у Zee $D_\mu=\partial_\mu+A_\mu^{Mu}=\partial_\mu-iA_\mu$, у меня $D_\mu=\partial_\mu-\hat{A}_\mu$, $\hat{A}_\mu^{Gus}=iA_\mu^{Zee}$, $F_{\mu\nu}^{Gus}=iF_{\mu\nu}^{Zee}$

$F_{\mu\nu}^{Gus}=iF_{\mu\nu}^{Zee}=i\left[\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu-i[A_\mu,A_\nu]\right]=i\left(-i\partial_\mu A_\nu^G-(-i)\partial_\nu A_\mu^G-i\left[-iA_\mu^G,-iA_\nu^G\right]\right)=$

$\Leftarrow\partial_\mu A_\nu^G-\partial_\nu A_\mu^G-[A_\mu^G,A_\nu^G]$

$F_{\mu\nu}=F_{\mu\nu}^{Gus}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu-[A_\mu,A_\nu]$, $\hat{A}_\mu=\sum_\alpha A_\mu^\alpha G_\alpha$, $[\hat{A}_\mu,\hat{A}_\nu]=\sum_{\alpha\beta}A_\mu^\alpha A_\nu^\beta[G_\alpha,G_\beta]$

$[G_\alpha,G_\beta]=[iJ_\alpha,iJ_\beta]=(-1)[J_\alpha,J_\beta]=(-1)i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}J_\gamma=-\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\gamma$

$F_{\mu\nu}=\sum_\alpha F_{\mu\nu}^\alpha G_\alpha=\partial_\mu\sum_\alpha A_\nu^\alpha G_\alpha-\partial_\nu\sum_\alpha A_\mu^\alpha G_\alpha-\sum_{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\alpha A_\nu^\beta(-\varepsilon_{\alpha\beta\gamma})G_\gamma$

$\sum_{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\alpha A_\nu^\beta\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\gamma=\sum_{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\alpha A_\nu^\beta\varepsilon_{\gamma\beta\alpha}G_\alpha=\sum_\alpha G_\alpha\sum_{\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma\varepsilon_{\gamma\beta\alpha}=\sum_\alpha G_\alpha\sum_{\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma\varepsilon_{\beta\gamma\alpha}$ $\quad\varepsilon_{\beta\gamma\alpha}=\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$

$F_{\mu\nu}^\alpha=\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha+\sum_{\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$, $(\vec{F}_{\mu\nu}=\partial_\mu\vec{A}_\nu-\partial_\nu\vec{A}_\mu+\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)$.

Cor. 14/VIII $F_{\mu\nu}(\vec{A}_\mu)=0$, $\vec{F}_{\mu\nu}(\vec{A}_\mu)=0$ дает pure gauge field $\hat{A}_\mu$.

$\partial_\mu\vec{A}_\nu-\partial_\nu\vec{A}_\mu=-\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$. $\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu=\begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\-\sin\Phi\theta'_\mu&\cos\Phi\theta'_\mu&\Phi'_\mu\\-\sin\Phi\theta'_\nu&\cos\Phi\theta'_\nu&\Phi'_\nu\end{vmatrix}=\hat{x}\left(\cos\Phi\theta'_\mu\Phi'_\nu-\cos\Phi\Phi'_\mu\theta'_\nu\right)+$

$+\hat{y}\left(-\sin\Phi\Phi'_\mu\theta'_\nu+\sin\Phi\theta'_\mu\Phi'_\nu\right)+$

$+\hat{z}\left(-\sin\Phi\cos\Phi\theta'_\mu\theta'_\nu+\sin\Phi\cos\Phi\theta'_\mu\theta'_\nu\right)=(\hat{x}\cos\Phi+\hat{y}\sin\Phi)(\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi-\partial_\nu\Phi\partial_\nu\theta)$

$\vec{R}\to\vec{R}_{\mu\nu}=\partial_\mu\vec{A}_\nu-\partial_\nu\vec{A}_\mu=-\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu=-(\hat{x}\cos\Phi+\hat{y}\sin\Phi)(\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi-\partial_\nu\Phi\partial_\nu\theta)$

В общем: Zee $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu+i[A_\mu,A_\nu]$, $D_\mu=\partial_\mu-iA_\mu$, $F_{\mu\nu}=i[D_\mu,D_\nu]$, $F_{\mu\nu}^G=-[D_\mu,D_\nu]$

G. 't Hooft (scholarpedia.org): $F_{\mu\nu}=-F_{\mu\nu}$, $\mu,\nu=0,1,2,3$ - 6 независимых компонент - для электр. поля и для магнитного поля. Но $F_{\mu\nu}$ - инвариант, как определ. $\vec{E}$ и $\vec{B}$?

S (Yang-Mills) $=-\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\sum_{\mu\nu}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$. $i=1,2,3$

P. Frampton, Gauge fields theories, 2008: дает $SU(k)$ $\vec{A}_\mu\to\vec{A}_\mu+\vec{U}\times\vec{A}_\mu-\frac{1}{g}\partial_\mu\vec{U}$ (*)

$\vec{F}_{\mu\nu}\to\vec{F}_{\mu\nu}+\vec{U}\times\vec{F}_{\mu\nu}$, where $\varphi'=U\varphi$, $\vec{U}(x)=1-\frac{i}{2}\vec{\tau}\cdot\vec{\theta}$, τ_a - Pauli matrices

Escaneado con CamScanner

$\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu + g\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu$ и $\partial_\mu \vec{F}_{\mu\nu} + g\vec{A}_\mu \times \vec{F}_{\mu\nu} = 0 \to \partial_i \vec{A}_i = 0$ (Coloumb gauge)

$\vec{F}_{0i} \equiv \vec{F}^L_{0i} + \vec{F}^T_{0i}$, $\partial_i \vec{F}^T_{0i} = 0$ и $\varepsilon_{ijk}\partial_j \vec{F}^L_{0k} = 0$. Define generalized el field $\vec{E}_i = \vec{F}^T_{0i}$

$\mathcal{L} = \int d^3x\, L = \int d^3x \left[\frac{1}{2}\vec{E}_i^2 - \frac{1}{2}\vec{B}_i^2 + \frac{1}{2}(\nabla_k \vec{f})^2\right]$, Hamilt $\mathcal{H} = \frac{1}{2}\int d^3x \left[\vec{E}_i^2 + \vec{B}_i^2 + (\nabla_i \vec{f})^2\right]$

$B^a_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk} F^a_{jk}$ is generalized magnetic field, $\vec{F}^L_{0k} = -\nabla_k \vec{f}$.

Эл. и магнитное generalized fields введены по аналогии с Abelian U(1) – обычными эл. и маг. полями в электродинамике.

Coloumb gauge $\partial_i \vec{A}_i = 0$ часто применен в quantum gauge theories. Мат. поле (ток) есть источник для $F_{\mu\nu}$ – gauge fields $(D_\mu F_{\mu\nu})^a = g j^a_\nu$ (canonical), а само gauge field A_μ входит в матр. уравнения через covariant derivative $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$. Т.е. coupling gauge field с матр. field сидит в D_μ. У меня coupling SW-field с gauge vortex fields сидит в $D_\mu = \partial_\mu - A_\mu$.

$F_{\mu\nu}(A^3_\mu) \equiv 0$, поэтому $(D_\mu F_{\mu\nu})^a = g j^a_\mu$ сводится к равенству токов $j^a_\nu = 0$.

Так как тензор поля $F_{\mu\nu}(A^3_\mu) = 0$ для pure gauge field A^3_μ, то нет смысла вводить аналоги эл. и маг. полей типа $E^a_i = F^a_{0i}$, $F^a_{ij} = -\varepsilon_{ijk}H^a_k$ (Rubakov - Wilson)

Lorentz gauge $\partial_\mu A^a_\mu = 0$ неудобно для Cauchy problem solution.

Higgs mechanism: gauge field A_μ (vortex) приобретает массу из-за взаимодействия с Higgs field (SW). Кванты Higgs field = = Higgs bosons = magnons. Это так и в Abelian U(1) и non-Abelian SU(2) case. Но наличие массы of gauge fields (gauge bosons) есть

$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^2_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2 A_\mu A_\mu$ или $\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu} + \frac{m_v^2}{2}A^a_\mu A^a_\mu$ в U(1) и SU(2) cases.

Масса of gauge field есть m_v. Мое $\vec{A}_\mu = (-\sin\Phi\partial_\mu\theta,\ \cos\Phi\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\Phi)$ имеет вне V. core только A^3_μ – component. $A^a_\mu A^a_\mu = (A^3_\mu)^2 = \frac{1}{c^2}(\dot\Phi)^2 + (\nabla\Phi)^2$, $A^3_\mu = \partial_\mu\Phi$.

c – некая скорость, чтоб $x_\mu = ct, x, y, z$ the same dimension.

т.е. gauge mass term $\frac{1}{2}m_v^2 A^a_\mu A^a_\mu \approx \frac{1}{2}m_v^2 c^2(\dot\Phi)^2 \sim \frac{1}{2}M_v(\vec{X})^2$, $\dot\Phi \sim \dot x, \dot y$.

Higgs провоцирует ТВ по массам A^a_μ, φ (матр. field deviations from E-minimum)

У меня же $\hat{A}_\mu$ не масс, Здесь $F_{\mu\nu}(\hat{A}_\mu) = 0$. Но φ – аналогично SW.

У Higgs mass term A^2_μ появляется из $(D_\mu\varphi)^\dagger D_\mu\varphi$, у меня $D_\mu\varphi$ есть в $\mathcal{L}(A,\Phi)$ – только

См. Rubakov – Wilson. Classical theory of gauge fields, 2002.

(17/VIII) Читаю кн. Rubakov – Wilson (vortex, σ-model, Higgs mechanism). Ухожу в дела.

Согласно 2/VI верхней вид матрицы поворота R от xyz к $x'y'z'$ системе осей координ.

$R = \hat{R}(\alpha,\beta,\gamma) = e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z}$. Для поворота к оси $\vec{m}$ (Θ,Φ) надо использ.

$R = \hat{R}(\alpha=\Phi, \beta=\Theta, \gamma=0) = \hat{R}(\Phi,\Theta,0) = D(\Phi,\Theta,0)$, где $D(\alpha,\beta,\gamma)$ – функция Вигнера

Выбор $R = \hat{R}(0,\Theta,\Phi)$ должен быть физически оправданным.

$\hat{R}(\Phi,\Theta,0)$ – это $\psi=0$ калибровка Дирака (PRBOS, PRB)а, а $\hat{R}(0,\Theta,\Phi)$ это $\psi=0$ калибровка Дирака

$\psi=0$ – калибр. дает $\vec{A}^D_\mu = (-\sin\Theta\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\Theta,\ \cos\Theta\partial_\mu\Phi)$. Затем Дирака делал фигуру

$A^z_\mu = A_\mu$ – есть вектор-потенциал of gauge field $\hat{A}_\mu = \sum_\alpha A^\alpha_\mu G_\alpha$, а A^x_μ, A^y_μ не важны (!?)

Сом. 4/VI $A^z_\mu = \cos\Theta\partial_\mu\Phi$ ($\psi=0$ калибр.). $F^z_{xy} = \partial_x A_y - \partial_y A_x = \partial_x(\cos\Theta\partial_y\Phi) - \partial_y(\cos\Theta\partial_x\Phi) =$

$A^z_\mu = A_\mu = (A_0, A_i) = (A_0, \vec{A})$ $\Leftrightarrow -\sin\Theta(\partial_x\Theta\partial_y\Phi - \partial_y\Theta\partial_x\Phi) = -\sin\Theta(\nabla\Theta\times\nabla\Phi)_z$

$F^z_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \partial_\mu A^z_\nu - \partial_\nu A^z_\mu = \partial_\mu(\cos\Theta\partial_\nu\Phi) - \partial_\nu(\cos\Theta\partial_\mu\Phi) = -\sin\Theta[\partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\Theta\partial_\mu\Phi]$

$F^z_{ij} = -\sin\Theta[\partial_i\Theta\partial_j\Phi - \partial_j\Theta\partial_i\Phi]$, $\mu,\nu = t, x, y, z$ $(0,1,2,3)$. $F^\alpha_{\mu\nu} = 0$. $F^\alpha_{\mu\nu} = -F^\alpha_{0\sigma}$, $F^z_{xy} = -F^z_{yx} \neq 0$, $\partial_t = 0$

$F^z_{0\nu} = -\sin\Theta[\dot\Theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\Theta\dot\Phi] = \vec{m}\cdot(\partial_\nu\vec{m}\times\dot{\vec{m}}) = e_\nu$ – emergent el. field

No gauge fields $\vec{A}_\mu$, $\hat{A}_\mu$ is non-Abelian $\Rightarrow F^\alpha_{\mu\nu}(\hat{A}_\mu) = 0$, и как не пытаюсь использовать только часть $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu$ (pure gauge), а часто $\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu$ пренебрегать??

→ Note: для vortex in thin film dot $\vec{m}(x,y,z)$ и $\vec{G} = G\hat{z}$ – выделено направление?

Alternative to $M^3_{\mu\nu}$? Использовать.

Escaneado con CamScanner

Для ф-ло калибр. Дирака $\vec{A}_\mu = (-\sin\theta\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\partial_\mu\varphi)$

$$\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \cos\varphi\partial_\mu\theta & \sin\varphi\partial_\mu\theta & \partial_\mu\varphi \end{vmatrix} = \hat{x}\left[\cos\varphi\,\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi - \cos\theta\,\partial_\mu\varphi\partial_\nu\theta\right] +$$

$$+\hat{y}(-1)\cos\theta\sin\theta\left[\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - \partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi\right] + \hat{z}\left[\partial_\mu\varphi\partial_\nu\theta - \partial_\nu\varphi\partial_\mu\theta\right](-1)\sin^2\theta = (\hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta)\left[\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi - \partial_\mu\varphi\partial_\nu\theta\right]$$

т.е. $F^3_{\mu\nu}\neq 0$ для ф-ло калибр. Дирака как можно ввести тензор $F^2_{\mu\nu} = \partial A^2_\nu - \partial A^2_\mu + 0?$

Для ф-ло калибровки $\vec{A}_\mu = (-\sin\Phi\partial_\mu\theta,\ \cos\Phi\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\Phi)$ и $\vec{A}_\mu + \vec{A}_\nu = (\hat{x}\cos\Phi + \hat{y}\sin\Phi)\left[\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\Phi\partial_\mu\theta\right]$

$(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)_z = 0$ и $\partial_\mu A^3_\nu - \partial_\nu A^3_\mu = \partial_\mu\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\partial_\mu\Phi = 0$ $\Rightarrow F^3_{\mu\nu}$ не вводим.

$\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + (\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)$ оба всегда будет содержать $\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi$ и некоторые

т.ф. в зависимости от калибровки ($\varphi=0$ или $\Psi=0$) есть α, такое что $\partial_\mu A^1_\nu - \partial_\nu A^1_\mu = 0$ и $(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)_\alpha = 0$

не получится, т.к. $F^\alpha_{\mu\nu} = \partial_\mu A^\beta_\nu - \partial_\nu A^\beta_\mu - (\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)_\beta = 0$, но $(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)_\beta \neq 0$, $\partial_\mu A^\beta_\nu - \partial_\nu A^\beta_\mu \neq 0$

Определим $\vec{A}^2_\mu = \vec{A}_\mu + (A_0, \vec{A})$ и $F^2_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}$ (вообще-то это $\times$ эл.-м. $U(1)$ сам не

нулевой, когда $F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ не будет инвариантом. Check: $\mu,\nu = 0,1,2,3$

$$F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = F^2_{\mu\nu}F^2_{\mu\nu} = \sin^2\theta\left[\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\theta\partial_\mu\Phi\right]^2 = \sin^2\theta\left[(\partial_\mu\theta)^2(\partial_\nu\Phi)^2 + (\partial_\mu\Phi)^2(\partial_\nu\theta)^2 -\right.$$

$$\left. - 2\partial_\mu\theta\partial_\mu\Phi\,\partial_\nu\theta\partial_\nu\Phi\right] = \sin^2\theta\left[2(\nabla\theta)^2(\nabla\Phi)^2 - 2(\nabla\theta\cdot\nabla\Phi)^2 + 2\dot\theta^2(\nabla\Phi)^2 + 2\dot\Phi^2(\nabla\theta)^2 -\right.$$

$$\left. - 4\dot\theta\dot\Phi(\nabla\theta\cdot\nabla\Phi) + 2\dot\theta^2\dot\Phi^2 - 2(\dot\theta\dot\Phi)^2\right] = \sin^2\theta\left[2(\nabla\theta)^2(\nabla\Phi)^2 - 2(\nabla\theta\cdot\nabla\Phi)^2 + 2\left[\dot\theta\nabla\Phi - \dot\Phi\nabla\theta\right]^2\right]$$

$$\sin\theta\,\dot\theta\nabla\Phi = -\frac{\gamma}{M_s}\frac{\delta W}{\delta\Phi}\nabla\Phi,\quad \sin\theta\,\dot\Phi\nabla\theta = \frac{\gamma}{M_s}\frac{\delta W}{\delta\theta}\nabla\theta,\quad (\dot\theta\nabla\Phi - \dot\Phi\nabla\theta)\sin\theta = -\frac{\gamma}{M_s}\left(\frac{\delta W}{\delta\theta}\nabla\theta + \frac{\delta W}{\delta\Phi}\nabla\Phi\right)$$

$$\sin\theta\left(\dot\theta\nabla\Phi - \dot\Phi\nabla\theta\right) = -\frac{\gamma}{M_s}\frac{\partial W}{\partial z} \Rightarrow \sum_{\mu\nu}F^2_{\mu\nu} = 2\sin^2\theta\,(\nabla\theta\times\nabla\Phi)^2 + \frac{\gamma^2}{M_s^2}\left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2 - \text{скаляр.}$$

$\sin\theta\,\nabla\theta\times\nabla\Phi = \vec{b}$, $-\sin\theta\left[\dot\theta\nabla\Phi - \dot\Phi\nabla\theta\right] = \vec{e}$ – emergent fields

$\sum_{\mu\nu}F^2_{\mu\nu} = 2\vec{b}^2 + 2\vec{e}^2$ – есть инвариант. Помимо $(\vec{b}^2+\vec{e}^2)$ эл.-маг. энергии

но $F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ должна быть инвариантом относительно произвольных gauge transformations задаваемых by $SU(2)$ или $O(3)$, т.е. от $g = e^{i\vec{J}\vec{\theta}_x}$ преобразования $\vec{\theta}_J = \vec{\theta}_J(\vec{x})$.

8/VIII **Kleinhert** covariant curl $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - [A_\mu, A_\nu]$ п/ф $\vec{\varphi}\to\vec{\varphi}' = g\vec{\varphi}(\vec{x})$

преобразуется как $F_{\mu\nu}(\vec{x}) \to F'_{\mu\nu}(\vec{x}) = g(\vec{x})F_{\mu\nu}(\vec{x})g^{-1}(\vec{x})$, $gg^{-1}=1$, $\partial_\mu g\,g^{-1} = -g\partial_\mu g^{-1}$

$F_{\mu\nu}$ – матрица, т.к. A_μ – matrix. Energy $E = \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\left(F^2_{\mu\nu}\right)$, $g = e^{i\vec{\theta}\cdot\vec{l}}$, $\vec{\theta}\cdot\vec{l} = \sum_a \theta_a l_a$

$l_a = S_a\,(S=1)$ – генераторы группы не $SU(2)$ или $SO(3)$. $F_{\mu\nu} = \sum_a F^a_{\mu\nu}l_a$ – если брать

с-тично $F^2_{\mu\nu}$, то о $F_{\mu\nu}\to F'_{\mu\nu} = gF_{\mu\nu}g^{-1}$ речи было не идти, когда $F_{\mu\nu}$ и g – матрицы

но Tr не $\frac{1}{2}\sum_{\mu\nu}(F^2_{\mu\nu})^2 = \vec{b}^2 + \vec{e}^2$ похожа на инвариант, когда $\vec{m}_v(\theta,\Phi)$ не вращается,

а вращается SW $\vec{m}_s$. $\vec{m}$ $\theta,\Phi = \theta_v,\Phi_v$ задают gauge field, которое действует на $\vec{m}_s$

Лагранжиан density $\mathcal{L} = \vec{B}(\vec{m})\cdot\dot{\vec{m}} - W(\vec{m},\partial_\mu\vec{m})$, $\vec{B}\dot{\vec{m}}\to\vec{B}'\cdot\dot{\vec{m}}'$? Gilbert.

$\dot{\vec{m}}_s = \frac{\partial\vec{m}_s}{\partial t} \Rightarrow (\partial_0 - \hat{A}_0)\vec{m}_s = D_0\vec{m}_s = D_0\vec{m}_s\ (2/\mathrm{VI})$. $\vec{B}\cdot D_0\vec{m}_s \to \vec{B}'\cdot D_0\vec{m}'_s = \vec{B}'\cdot(\partial_0 - \hat{A}_0)\vec{m}'_s$

$\vec{B} = \frac{M_s}{\gamma}\frac{(\vec{n}\times\vec{m})}{1+\vec{m}\cdot\vec{n}}$, $\vec{B}' = \frac{M_s}{\gamma}\frac{(\vec{n}'\times\vec{m}')}{1+\vec{m}'\cdot\vec{n}'}$, $\vec{m} = \vec{m}_v + \vec{m}_s$, $\vec{m}' = \vec{m}'_v + \vec{m}'_s$, $\vec{m}'_v = (0,0,1)$

$\vec{m}'_{sw} = (m'_x, m'_y, 0)$

пусть $\vec{n}'\parallel\vec{m}'_v$, $\parallel Oz$, $\vec{n}'\times\vec{m}' = \vec{n}'\times\left[\vec{m}'_v + \vec{m}'_{sw}\right] = \vec{n}'\times\vec{m}'_s$. $\vec{B}'\cdot D_0\vec{m}'_s = \frac{M_s}{\gamma}\frac{\vec{n}'\times\vec{m}'_s}{1+\vec{m}'\cdot\vec{n}'}\cdot D_0\vec{m}'_s =$

$= \left|\text{в квадратных по } \vec{m}'_s \text{ пренебрегаем}\right| = \frac{M_s}{\gamma}\frac{1}{2}(\vec{n}'\times\vec{m}'_s)\cdot D_0\vec{m}'_s$, $\vec{n}'$ и $\vec{m}'_v$.

$\vec{n}'\times\vec{m}'_s = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & 1 \\ m'_x & m'_y & 0 \end{vmatrix} = \hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m'_{sy} + \vec{B}'\cdot D_0\vec{m}'_s = \frac{1}{2}\frac{M_s}{\gamma}\left(\hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m'_{sy}\right)\cdot D_0\vec{m}'_s$, $D_0 = \partial_0 - A_0$

$A_\mu\vec{m} = A_\mu\vec{m} \Rightarrow A_\mu\vec{m}'_s = A'_\mu\times\vec{m}'_s$. $\left(\hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m'_{sy}\right) + A'_\mu\times\vec{m}'_s = A'_\mu\cdot\left(\hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m'_{sy}\right) + \vec{m}'_s =$

$= \vec{A}'_\mu\cdot\hat{z}'(m'^2_{sx} + m'^2_{sy})(-1)$, $\vec{A}'_\mu\cdot\hat{z}' = (-\sin\Phi\partial_\mu\theta,\ \cos\Phi\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\Phi)\cdot\hat{z} = \partial_\mu\Phi$

$(-A_\mu\cdot\hat{z})$

$\vec{B}'\cdot D_0\vec{m}'_s = \frac{1}{2}\frac{M_s}{\gamma}\left(\hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m'_{sy}\right)(\partial_0 - A_0)\vec{m}'_s = \frac{1}{2}\frac{M_s}{\gamma}(\cdot)\dot{\vec{m}}'_s + \frac{1}{2}\frac{M_s}{\gamma}\dot\Phi\left(m'^2_{sx} + m'^2_{sy}\right)$ – ?

$\dot\Phi \sim \chi_{ij}$, т.е. interaction term надо выбросить? Неверно. Проверим. Так $\vec{B}'(\vec{m})\cdot D_0\vec{m}'_s = \left|D_0 = \partial_0 - A_0\right| = (\cdot) - \vec{B}'(\vec{m})\cdot A_0\vec{m}'_s = (\cdot) - \vec{B}'(\vec{m}_v)\cdot A_0\vec{m}'_s$

$\vec{B}'(\vec{m}_v) = \frac{M_s}{\gamma}\frac{(\vec{n}'\times\vec{m}'_v)}{1+\vec{m}'_v}$ см. работу Klein in May 2009. Видимо $\vec{n}$ и $\vec{n}'$ в $\vec{B}(\vec{n})$

надо считать функционалами, т.к. они не зависят от

Escaneado con CamScanner

(19/VIII) План работ (см. 12/VIII)

1) Конверт. $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$, дробная инверсия "Sandwich"
2) check gmo conf. for TMT & Tokina + корпус. фокусир. & Tokina for Sept. 5
3) Вич. (система наблюд. работ) St-MIPS + ext-Rep Mo-paper
4) Орг. Камера Вич. & Email & сервер GA, PA to Jacobsen
5) Работа Ирина. Алексея из MEC & Lund, разное: спрос Volker
6) Отчет сбор данных + MIPS проект до Sept. 14
7) Оценка Grace requests IX Colep & Dekker to Peter (Jacobsen etc. [Gecko), TMT-report
8) R+N'sA papers reviewing (один от и MPing домен + 1 paper)
9) Нач. интерфейс 2D-simulations with Lucy & Use TM Fe-Ba
10) Vortex/Skyrmion dynamics i) classical field theory approach (как Abelian Higgs) b) numerical/лабораторные по Bath-GW gmo Mo/Mote, c) подгруп. к Mo Ismia Sophronia
11) Conf. for, hotels, Bremen & Münchgen, UNC-2015, Oct. 13-23
12) St-dynamics + Ferrari

(19/VIII) С А в "Physics" - открытие стекла gmo COMPANTO S.L. Ко имеем Abelian Higgs
Теорема Нетер для работы по non-Abelian gauge fields $\varphi \to U\varphi$
$U = e^{i\theta\cdot T}$, $\theta\cdot T = \theta_a T_a$, T_a - генераторы группы вращений. $A_\mu = A_\mu^a T_a$ (здесь)
$A_\mu = iU\partial_\mu U^\dagger - ie^{i\theta T}\partial_\mu(e^{-i\theta\cdot T}) = ie^{i\theta\cdot T}(-i)\partial_\mu\theta^a e^{-i\theta T} T_a = \partial_\mu\theta_a T_a$. $A_\mu^a = \partial_\mu\theta_a$.

Бицентрация Пауки, т-1: $U(\psi,\vec{n}) = e^{-i\psi\vec{n}\cdot\vec{J}}$, $J=1$ comb 3x3 matrices.
ψ-угол вращения вокруг оси $\vec{n}$, $n^2=1$. $\vec{n} \parallel \hat{z}\times\hat{z}'$.

$\hat{z}\times\hat{z}' = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos\Phi\sin\theta & \sin\Phi\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} = \hat{y}\cos\Phi\sin\theta - \hat{x}\sin\Phi\sin\theta$, $\vec{n} = -\hat{x}\sin\Phi + \hat{y}\cos\Phi$, $\vec{n} = \hat{z}\times\hat{z}'/\sin\theta$
$\vec{n}\cdot\vec{J} = -J_x\sin\Phi + J_y\cos\Phi$, угол вращения $\psi = \theta_v$.
$\theta\cdot T = -\theta_v\vec{n}\cdot\vec{J} = \theta_v(J_x\sin\Phi_v - J_y\cos\Phi_v) = \sum\theta_\alpha J_\alpha$, $\vec{\theta} = (\sin\Phi_v, -\cos\Phi_v, 0)\theta$
$\vec{A}_\mu = \partial_\mu\vec{\theta} = \partial_\mu(\sin\Phi, -\cos\Phi, 0)\theta$; $\partial_\mu(\sin\Phi\theta) = \cos\Phi\partial_\mu\Phi\cdot\theta + \sin\Phi\partial_\mu\theta$
$\partial_\mu(\cos\Phi\theta) = -\sin\Phi\partial_\mu\Phi\theta + \cos\Phi\partial_\mu\theta$
$\vec{A}_\mu = (\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi + \sin\Phi\partial_\mu\theta, \theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi - \cos\Phi\partial_\mu\theta, 0) = (A_\mu^x, A_\mu^y, A_\mu^z)$
Note that $A_\mu^z = 0$ в этом подходе.

$\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi & A_\mu^y & 0 \\ A_\mu^x & A_\nu^y & 0 \end{vmatrix} = \hat{z}(A_\mu^x A_\nu^y - A_\nu^x A_\mu^y) = \hat{z}[\theta^2\cos\Phi\sin\Phi\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi -$
$-\theta\cos^2\Phi\partial_\mu\Phi\partial_\nu\theta + \theta\sin\Phi\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi - \cos\Phi\sin\Phi\partial_\mu\theta\partial_\nu\theta - \theta^2\cos\Phi\sin\Phi\partial_\nu\Phi\partial_\mu\Phi +$
$+\theta\cos^2\Phi\partial_\nu\Phi\partial_\mu\theta - \theta\sin\Phi\cos\Phi\partial_\nu\theta\partial_\mu\Phi + \cos\Phi\sin\Phi\partial_\nu\theta\partial_\mu\theta] = \theta\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi - \theta\partial_\nu\theta\partial_\mu\Phi$
$\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = \hat{z}\theta(\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\theta\partial_\mu\Phi)$.

$F_{\mu\nu}^x = \partial_\mu A_\nu^x - \partial_\nu A_\mu^x = \partial_\mu(\theta\cos\Phi\partial_\nu\Phi + \sin\Phi\partial_\nu\theta) - \partial_\nu(\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi + \sin\Phi\partial_\mu\theta) =$
$= \partial_\nu\Phi\cdot(\partial_\mu\theta\cos\Phi - \theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi) + \partial_\nu\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi - \partial_\mu\Phi(\partial_\nu\theta\cos\Phi - \theta\sin\Phi\partial_\nu\Phi) - \cos\Phi\partial_\mu\partial_\nu\theta +$
$F_{\mu\nu}^a = O(1)$, т.е. $\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = \hat{z}\theta(\partial_\mu\theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\theta\partial_\mu\Phi) + O(\cdot)$ $\quad \epsilon=0$ (!)
ex vac we $F_{\mu\nu}(\hat{A}_\mu) \to$ gmo pure "no gauge fields"?
А т.е. подход через вращение ψ - ось вращения gmo $\hat{A}_\mu$ gmo сохранения
Ось поворота $\vec{n} = -\hat{x}\sin\Phi + \hat{y}\cos\Phi = (n_x, n_y, n_z) = (-\sin\Phi, \cos\Phi, 0)$

Вращательная $\rho: SO$ - матричная поворота $a_{ik} = \cos\theta\delta_{ik} + (1-\cos\theta)n_i n_k - \sin\theta\varepsilon_{ikl}$
$\theta = \theta_v$ - угол поворота. $a_{ik} = (\hat{e}_i\cdot\hat{e}_k')$ с углами Эйлера
$\vec{n} = (\cos\Phi_n\sin\theta_n, \sin\Phi_n\sin\theta_n, \cos\theta_n) = (-\sin\Phi, \cos\Phi, 0)$, $\Rightarrow \theta_n = \pi/2$, $\Phi_n = \Phi + \pi/2$, $\cos\Phi_n = -\sin\Phi$, $\sin\Phi_n = \cos\Phi$

$\hat{a}(\theta,\vec{n}) = \begin{pmatrix} (1-\cos\theta)\sin^2\Phi + \cos\theta & -(1-\cos\theta)\sin\Phi\cos\Phi & \sin\theta\cos\Phi \\ -(1-\cos\theta)\cos\Phi\sin\Phi & (1+\cos\theta)\cos^2\Phi + \cos\theta & \sin\theta\sin\Phi \\ -\sin\theta\cos\Phi & -\sin\theta\sin\Phi & \cos\theta \end{pmatrix} =$
$= \begin{pmatrix} \sin^2\Phi + \cos\theta\cos^2\Phi & -(1-\cos\theta)\sin\Phi\cos\Phi & \sin\theta\cos\Phi \\ -(1-\cos\theta)\cos\Phi\sin\Phi & \cos^2\Phi + \cos\theta\sin^2\Phi & \sin\theta\sin\Phi \\ -\sin\theta\cos\Phi & -\sin\theta\sin\Phi & \cos\theta \end{pmatrix}$ - спиральная $\hat{a}(\theta,\vec{n})$ через углы

Escaneado con CamScanner

$\hat{a}(\theta,\hat{n}) = \hat{a}(\alpha\beta\gamma)$ если $\beta=0$, $\alpha=\Phi$, $\gamma=-\Phi$ (!) Оператор поворота системы координат $\hat{D}(\alpha,\beta,\gamma) = e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z}$. $\vec{m}' = \hat{D}(\alpha\beta\gamma)\vec{m}$, $m_i' = \sum_k a_{ik} m_k$ - компоненты вектора $\vec{m}$ в нов. $x'y'z'$ системе. $\hat{D}(\alpha\beta\gamma) = \hat{R}$. Нет $D(\alpha\beta\gamma)^{-1} = R^{-1}$ см. 2 Ang. сим. Euler

Дидаев'05: $\hat{R} = e^{i\psi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\Phi J_z}$, т.е. $\psi=-\delta$, $\theta_D=-\theta$, $\varphi=-\delta$.

$\begin{cases} A_i^z = -\partial_i\Phi + \cos\theta\,\partial_i\Phi = (\cos\theta - 1)\partial_i\Phi, & i=x,y,z \to \mu=1,2,3. \\ A_i^x = \sin\Phi\,\partial_i\theta + \sin\theta\cos\Phi\,\partial_i\Phi; \quad A_i^y = -\cos\Phi\,\partial_i\theta + \sin\theta\sin\Phi\,\partial_i\Phi. \end{cases}$ ($\varphi=\Phi$) ($\psi=-\Phi$)

$\hat{A}_i = \partial_i R \cdot R^{-1} \to \hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1}$, $\hat{A}_\mu = i A_\mu^a \hat{J}_a$

(Дидаев) (Gus)

Это $\hat{A}_\mu$ получено из $R^{new} = R^{-1}$ ($\psi = \Phi$, $\theta = -\theta$, $\varphi = -\Phi$)

$A_\mu^{new} = (A_\mu^x, A_\mu^y, A_\mu^z) = (\sin\Phi\,\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\Phi,\ -\cos\Phi\,\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\Phi,\ (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi)$

новая калибровка $\hat{A}_\mu$, отличная от Gus'10 ($\varphi=0$) и Дидаева ($\psi=0$).

20/VIII Покупки С.Л. на сум. CONSTANTO S.L. в "Bankia" 3.078 € депозит (1-ый транш - 1078 € 19/VIII). С.Л. в "Unnik" "Zalando" - посылки и книги Дидаевича. Gauge field Books.

21/VIII → Распечатка Gauge field papers и образцов Estatutos для S.L.

22/VIII С.Л. в Alcalecria „Lidl" и „Carefour". Описание времени и Yang-Mills gauge fields.

A_μ^{new} - калибровка плоха тем, что при $\cos\theta \to 0$, $\theta = \pi/2$, $\vec{A}_\mu^{new}$ имеет $\neq 0$ $A_\mu^{x,y,z}$ комп.

$\hat{R} = \hat{D}(\alpha,\beta,\gamma) = U(\theta,\hat{n})$, $\vec{m}' = \vec{m}\cos\theta + \vec{n}(\vec{n}\cdot\vec{m})(1-\cos\theta) + (\vec{n}\times\vec{m})\sin\theta$, $\vec{n}$ - ось вращ.

$\vec{m}' = \hat{R}\vec{m}$, $\hat{R} = \cos\theta + (1-\cos\theta)\vec{n}\vec{n} + \sin\theta\,\vec{n}\times$, $(\hat{R})_{ik} = a_{ik}$.

$R_{ik} = \cos\theta\,\delta_{ik} + (1-\cos\theta)n_i n_k - \sin\theta\,\epsilon_{ike} n_e$, $\hat{R}^{-1}(\theta,\vec{n}) = R(-\theta,\vec{n})$.

$(\hat{A}_\mu)_{ij} = (\partial_\mu \hat{R}\cdot\hat{R}^{-1})_{ij} = \sum_k (\partial_\mu R)_{ik}(R^{-1})_{kj}$ - можно и так описать, но длинно.

$\vec{n} = (-\sin\Phi, \cos\Phi, 0)$

$\vec{n}\cdot\vec{m} = -\sin\Phi\, m_x + \cos\Phi\, m_y = \hat{s}_x m_y - \hat{s}_y m_x = (\vec{s}\times\vec{m})_z$, $\vec{s} = (\cos\Phi, \sin\Phi)$.

Видимо $\alpha=\Phi$, $\beta=0$ достаточно. Угол $\gamma \neq 0$ лишь даст поворот $\vec{m}_{xy}$ в пл. $x'oy'$.

$\partial_\mu R \cdot R^{-1} = \partial_\mu\left[e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z}\right] R^{-1}$, $R^{-1} = R^{-1}(\gamma)R^{-1}(\beta)R^{-1}(\alpha) = R^{+}(\gamma)R^{+}(\beta)R^{+}(\alpha)$

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1} = \partial_\mu\left[e^{-i\Phi J_z} e^{-i\theta J_y}\right] R^{-1} = \left[-i\partial_\mu\Phi J_z e^{-i\Phi J_z} e^{-i\theta J_y} + e^{-i\Phi J_z}(-i)\partial_\mu\theta\, e^{-i\theta J_y} J_y\right] R^{-1}$

$= [\ldots] e^{i\Phi J_z} e^{i\theta J_y}$ (с помощью $e^{-i\Phi J_z} J_y e^{i\Phi J_z}$) $= -i\partial_\mu\Phi J_z - i\partial_\mu\theta\, e^{-i\Phi J_z} J_y e^{i\Phi J_z} =$

$= -iJ_z\partial_\mu\Phi - i\partial_\mu\theta(-J_x\sin\Phi + J_y\cos\Phi) = \sum_a A_\mu^a(-iJ_a)$, $\vec{A}_\mu = (-\sin\Phi\,\partial_\mu\theta, -\cos\Phi\,\partial_\mu\theta, -\partial_\mu\Phi)$

$\vec{A}_\mu^{Gus} = -(-\sin\Phi\,\partial_\mu\theta, \cos\Phi\,\partial_\mu\theta, \partial_\mu\Phi)$ - с точн. до знака (-) это совпадает $\vec{A}_\mu$ Gus'PRB'10.

$\vec{J}' = e^{-i\psi\vec{n}\cdot\vec{J}}\vec{J}e^{i\psi\vec{n}\cdot\vec{J}} = \vec{J}\cos\psi + (1-\cos\psi)\vec{n}(\vec{n}\cdot\vec{J}) - \vec{n}\times\vec{J}\sin\psi = \hat{R}(\psi)\vec{J}$

$\vec{n} = \hat{z}$, $\vec{J}' = \vec{J}\cos\psi + (1-\cos\psi)\hat{z}J_z - \sin\psi(\hat{y}J_x - \hat{x}J_y)$, $\vec{J}_y' = J_y\cos\psi - J_x\sin\psi$

// $\vec{A}_\mu = \pm(-\sin\Phi\,\partial_\mu\theta, \cos\Phi\,\partial_\mu\theta, \partial_\mu\Phi)$ совпад. $\alpha=\Phi$, $\beta=\theta$ (Euler) вполне разумен, имеет лишь $A_\mu^z \neq 0$ вне сферы $\theta = \pi/2$, узловой. $\hat{A}_\mu\vec{m}_\nu(\theta,\Phi) = \vec{A}_\mu\times\vec{m}_\nu(\theta,\Phi) = \partial_\mu\vec{m}_\nu(\theta,\Phi)$ (узловой)

- это дает $D_\mu\vec{m}' = D_\mu\vec{m}_3$, $\partial_\mu - \hat{A}_\mu = D_\mu$ (решение gauge field дает $\vec{m}_3$ только)

(Недостаток) особенность $\vec{A}_\mu$: не содержит $\cos\theta\partial_\mu\Phi$ ни в одной A_μ^a, т.е. не позволяет получить эл.з. topological field $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ с $\vec{B} \sim \vec{m}(\partial_x\vec{m}\partial_y\vec{m})$ A_μ^a с $\cos\theta = 0$, $\theta = \pi/2$ узловая для vortex, где скругление уменьшение нет.

по условию $\hat{A}_\mu\vec{m}_\nu = \partial_\mu\vec{m}_\nu(\theta,\Phi)$ отсюда сильно

$\vec{A}_\mu^{Dug} = (-\sin\theta\,\partial_\mu\Phi, \partial_\mu\theta, \cos\theta\,\partial_\mu\Phi)$, $\vec{A}_\mu^D \times \vec{m}_\nu = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ -s\theta\partial_\mu\Phi & \partial_\mu\theta & c\theta\partial_\mu\Phi \\ c\Phi s\theta & s\Phi s\theta & \cos\theta \end{vmatrix} =$

$= (\partial_\mu\theta\cos\theta - \sin\Phi\sin\theta\cos\theta\partial_\mu\Phi)\hat{x} +$

$+ (\cos\theta\sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi + \sin\theta\cos\theta\partial_\mu\Phi)\hat{y} + (-\cos\Phi\sin^2\theta\partial_\mu\theta - \sin^2\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi)\hat{z}$

$\partial_\mu\vec{m}_\nu = \partial_\mu(\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$. Очевидно $\vec{A}_\mu^{Dug}\times\vec{m}_\nu \neq \partial_\mu\vec{m}_\nu(\theta,\Phi)$ - это не годится как gauge field при $\vec{m} \to R\vec{m} = \vec{m}'$, $\vec{m}_\nu'(\theta,\Phi,1)$.

Зато $(A_\mu^c)^{Dug} = A_\mu = (\varphi, \vec{A})$ дает электродин. $U(1)$ topological fields из $\vec{A}$, φ.

$\varphi_B = \oint \vec{A}\,d\vec{z}$ дает topol. Bohm's phase для sw wave vector $\vec{k}$.

Зато $(\vec{A}_\mu^{c\,Dug})_x = (A_\mu^x)^{Dug} = -\sin\theta\,\partial_\mu\Phi$. $A_0^x = -\sin\theta\dot{\Phi}$ и $\dot{\Phi}$ и есть вне v. core.

$(A_0^x)^{Dug}$ вполне можно использ. для Joint (v-sw).

Escaneado con CamScanner

Нам удобно ввести gauge field $\hat{A}_\mu$ (covariant) так что $m^2 w$ и
topol. magn. field $b = m_v^2 (\partial_x w_y + \partial_y w_x)$ и topol. el field $e^2 = m_v^2 (\dot{w}_x + \partial_x \dot{w}_y)$
Вторая формула через ротор и скорость и ускорение. $\vec{e}^2$ можно выразить через
- а $\vec{e}^2 = \frac{\partial \vec{w}'(\vec{x})}{\partial t}$, $\vec{e} = \vec{x}^2 \frac{\partial w_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}$ int. c sw
- sw $\vec{b}^2$ topol. fields

Мы обобщаем gauge potential $\hat{A}_\mu$ чтобы V-sw interaction в Ayre vb. теории
через Abelian gauge field = Yang-Mills (field), т.е.
$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \mathrm{Tr}(F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}) + |D_\mu \varphi|^2 + V(\varphi)$, $F_{\mu\nu}$ Yang M. gauge field
$D_\mu = \partial_\mu - ig \hat{A}_\mu$ gauge covariant gauge field $\hat{A}_\mu$ matter fields
Тогда для обеих gauge fields $D_\mu F_{\mu\nu} = J_\nu$, а $\hat{A}_\mu$ будет в adjoint of SU gauge
matter fields обеих групп D_μ
Выберем $(A_i^a)^{Proj}$ вектор вращающихся полей в $U_{\hat{A}}^{sw}$, в sw - SU,
где в $D_0 = \partial_M - A_0^a$ деление Dirac принципиально отличается A_0^a (время-вектор)
а тем $(A_0^a)^{Proj}$ и вовсе не $(A_0^a)^{Proj}$ есть как в Klauder'10, Faddeev'81, Hong-
Jalam - Faddeev-symmetric. Moreover, Horalek'12'14, Hořejší-Bím'15 Jaroszewicz'96
для sw $i(\partial_t - i A_0^a) m_a$ ... обычное свойство $\dot{L}_{ik} = A_k^a m_p m_k$ выражение не зависит
- Это нетривиально для $\hat{A}_\mu$ тем, что $V(\varphi)$ обеспечивает, что $\langle \varphi \rangle \neq 0$ и A_0^a φ comp.
A_0^a вторые в sw SU как ортогональные тем (обе'17'18), а не тем $A_0^a m_a$ - единица
Однако A_0^a вообще не вводят, поскольку по симметрии Хиггса'64, теорема Голдстоуна
и симметрия в A_0^a время.
Faddeev'12'14 нашли инвариантную $\hat{A}_\mu^{Proj} = (-\sin\theta \partial_\varphi \Phi, \partial_\theta \theta, \cos\theta \partial_\varphi \Phi)$, в отличие от
где $A_\mu^a = \cos\theta \partial_\varphi \Phi$ будет в теории Ян.-М. полей, когда как $SU(2)$ инвариантно
нулевое gauge fields.

Note: Аналогичные non-Abelian gauge fields (Yang-Mills fields) in Hořejší
& see, P. Prampton, Rubakov - Wilson text books.

SW(2) = Vortex(2) нить.

(23/VIII) Вернемся к модели sw variables для реального (возм. - massive
от Aug. 15:

$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \sum_{\vec{r}} (\gamma_0 b_{\vec{r}}^* + \gamma_0^* b_{\vec{r}}) + \frac{M_0 V}{\delta} \sum_{\vec{r}} \varepsilon_{\vec{r}} b_{\vec{r}}^* b_{\vec{r}}$, $b_{\vec{r}}$ - annihilation SW

$\lambda_{sw}^{bin} = \frac{i}{2} \sum_{\vec{r}} [b_{\vec{r}}^* \dot{b}_{\vec{r}} - b_{\vec{r}} \dot{b}_{\vec{r}}^*]$, $b(t) = b e^{-i\omega t}$, $\dot{b} = -i\omega b$, $b^* \dot{b} = i\omega b^*$, $b_r b = b_r e^{i\omega t}$

$b^* \dot{b} - b \dot{b}^* = b^* (-i\omega) b - b\, i\omega b^* = -i\omega (b^* b + b b^*) = -2i\omega b^* b$ или $b_r b = b_r e^{i\omega t}$

$\lambda_{sw}^{bin} = \frac{i}{2} \sum_{\vec{r}} [b_{\vec{r}}^* \dot{b}_{\vec{r}} - b_{\vec{r}} \dot{b}_{\vec{r}}^*] = \frac{i}{2} (-2i) \omega \sum_{\vec{r}} b_{\vec{r}}^* b_{\vec{r}} = \omega \sum_{\vec{r}} b_{\vec{r}}^* b_{\vec{r}}$

$\lambda'_{sw} = \lambda_{sw} + \lambda_{int} = \lambda_{sw}^{bin} - \mathcal{H}_{sw} + \lambda_{int} = \frac{M_0 V}{\delta} \sum_{\vec{r}} (\omega - \omega_{\vec{r}}) b_{\vec{r}}^* b_{\vec{r}} + (int)$

где $\lambda'_{sw} = \frac{M_0 V}{\delta} \sum_{\vec{r}} [\omega - \omega_{\vec{r}}] b_{\vec{r}}^* b_{\vec{r}} - \sum_{\vec{r}} (\gamma_0 b_{\vec{r}}^* + \gamma_0^* b_{\vec{r}})$, где $\omega = \omega_{\vec{r}} + \frac{2\pi n}{\beta}$

→ V,N Popov functional integrals для generating functionals (с.м.)

$Z_0(\gamma, \gamma^*) = \frac{1}{B} \int \prod_{\vec{k}\omega} d\eta^*(\vec{k}\omega)\, d\eta(\vec{k}\omega) \exp\left\{ S_0 + \sum_{\vec{k}\omega} (\gamma^* \eta(\vec{k}\omega) + \gamma \eta^*(\vec{k}\omega)) \right\}$, $B = \int e^{S_0}$

$Z_0(\gamma, \gamma^*) = \exp\left\{ -\sum_{\vec{k}\omega} \gamma^*(\vec{k}\omega) \gamma(\vec{k}\omega) \frac{1}{i\omega - \omega_{\vec{k}}} \right\}$, $\omega = \omega_n$, $\sum_{\vec{k}\omega} \gamma^* \gamma \frac{1}{i\omega - \omega_{\vec{k}}}$ анало-
гично бозонам. Также в лагранжиан можно ввести по Bath осцилляторы d^*, d, $q \neq 0$

$T \sum_\omega \left(\frac{1}{i\omega - \omega_{\vec{k}}} \right) = \frac{1}{e^{\beta \omega_{\vec{k}}} - 1}$, $\omega = \omega_n = \frac{2\pi n}{\beta}$ и $\sum_\omega \to \sum_n (\dots)$, ср (3.47) Scr. $\gamma \eta(\vec{k}\omega)$

$\sum_{\vec{k}\omega} \frac{\gamma^*(\vec{k}\omega) \gamma(\vec{k}\omega)}{i\omega - \omega_{\vec{k}}} = |\gamma|^2 \sum_{\vec{k}\omega} \frac{1}{i\omega - \omega_{\vec{k}}} = |\gamma|^2 \beta \sum_{\vec{k}} \frac{1}{e^{\beta \omega_{\vec{k}}} - 1} = |\gamma|^2 \beta n_{\vec{k}}$, $n_{\vec{k}} = \sum_{\vec{k}} n_{\vec{k}}$ число
если $\beta \omega_{\vec{k}} \ll 1$, то $\sum_{\vec{k}\omega} \frac{\gamma^* \gamma}{(i\omega - \omega_{\vec{k}})} = |\gamma|^2 \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\omega_{\vec{k}}}$ - медленно растет $\sim \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k^2}$ - сингулярно

$\gamma \sim \frac{M_0}{\delta} \dot{\Phi} V$ $\Delta \mathcal{H} = \left(\frac{M_0 V}{\delta}\right)^2 (\dot{\Phi}^2)^2 \beta n_0$, $\int d^3\xi (\dot{\Phi}^2)^2 = \int d^3\xi\, m_0^2 [\dot{\chi}^2 \sin^2\varphi + \dot{\varphi}^2 \cos^2\varphi]^2$

$= \int d\xi\, \xi^2 d\xi\, m_0^2 [\dot{\chi}^2 \sin^2\varphi + \dot{\varphi}^2 \cos^2\varphi] = \pi (\dot{\chi}^2)^2 \int d\xi\, \xi^2 m_0^2(\xi) \to \Delta \mathcal{H} \sim (\dot{\chi}^2)^2$

Escaneado con CamScanner

$\Delta\mathcal{H} = \left(\frac{m_s V}{\gamma}\right)^2 \rho n_s \frac{\omega_0^2}{2}(\Phi)^2 = \left(\frac{m_s}{\gamma}\right)^2 V \omega_0 \rho n_s \pi \int dz\, m_s^2 \cdot (\dot{X})^2 = \frac{1}{2} M_v \dot{X}^2$, $\beta = 1/k_B T$

$M_v \approx 2\pi \left(\frac{m_s}{\gamma}\right)^2 V \omega_0 \rho n_s \int dz\, m_s^2$, $\int dz\, m_s^2 \approx \int dz \frac{1}{g^2} = \int \frac{dz}{\xi} = C_m \frac{R}{R_0} \sim 1$

$M_v \approx 2\pi \left(\frac{m_s}{\gamma}\right)^2 V \omega_0 \rho \sum_k \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_k} - 1} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{1}{k_B T} \left(2\pi m_s^2 V\right) \sum_k \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_k} - 1}$, $\hbar\omega_k \ll k_B T$

$M_v = \frac{1}{\gamma^2} (2\pi m_s^2 V) \sum_k \frac{1}{\hbar \omega_k}$, $\hbar\omega_v \approx \hbar s_v = 0.6 \cdot 10^{-27}\, erg\, s \cdot 10 \cdot 10^3 \frac{1}{s} = 6 \cdot 10^{-24} erg$

$2\pi m_s^2 V \approx 6 \cdot (4 \cdot 10^2\, G)^2 \pi (300\, nm)^2 10\, km = 30 \cdot 64 \cdot 10^4\, G^2 9 \cdot 10^{-10}\, cm^2 \cdot 10^6\, cm = 1{,}2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot 10^2\, erg$

$M_v \approx \frac{1}{\gamma^2} \frac{10^2\, erg}{10^{-16}\, erg} \approx \frac{1}{\gamma^2} \cdot 10^3$ — super giant vortex mass (!?), если $\rho\omega_v \ll 1$

Если $\rho\omega_v \gg 1$, то $\frac{1}{e^{\beta\hbar\omega_v} - 1} \approx e^{-\beta\hbar\omega_v}$ и $M_v(T=0) \approx \frac{1}{\gamma^2} (2\pi m_s^2 V) \rho \hbar \omega_v$

Полное (на 1 вихрь) кинетическое $\hbar\omega_v$ надо $\frac{m_s}{\gamma} V \omega_v \approx E_0$ — энергия кор. вихря.

$\frac{m_s}{\gamma} V \omega_v = 2 \cdot 10^2\, G \cdot 3 \cdot 10^6\, cm^2 \cdot 10^6\, cm \approx 2{,}4 \cdot 10^5 \frac{V}{cm^2} = \pi \cdot 9 \cdot 10^{-10}\, cm^2 \cdot 10^6\, cm \cdot 2{,}4 \cdot 10^5 \frac{erg}{cm^3} \approx 7 \cdot 10^{-10}\, erg$

$W_{кин}$ вихря $= \frac{1}{2} k_B T = 4 \cdot 10^{-16}\, erg \cdot 3 \cdot 10^2 K = 12 \cdot 10^{-14}\, erg$, $\Rightarrow \frac{m_s V \omega_v}{\gamma k_B T} \gg 1$ и

$M_v \approx \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{2\pi m_s^2 V}{k_B T}\right) \sum_k \exp\left(-\frac{m_s V^2 \omega_v}{\gamma k_B T}\right)$, $\frac{m_s V \omega_v}{\gamma k_B T} \approx \frac{7 \cdot 10^{-10}\, erg}{4 \cdot 10^{-14}\, erg} \approx 2 \cdot 10^4$

$2\pi m_s^2 = \frac{1}{2\delta} \omega_M$, $\frac{2\pi m_s^2 V}{k_B T} = \frac{1}{2\delta} \frac{m_s \omega_M V}{k_B T} = \frac{m_s V (\omega_M/2)}{k_B T} \approx \frac{m_s V \omega_v}{k_B T}$, т.к. $\omega_v \approx \frac{1}{2}\omega_M$

$M_v \approx \frac{1}{\gamma^2} x e^{-x}$, $\pi e^{-x} \approx 2 \cdot 10^4$, $x e^{-x} \approx 0$, т.е. такого M_v нет (точнее нужен более точный расчет с единицами в $\hbar$, δ, ξ).

Real $\int d\vec{v}\, e^{-\frac{1}{2}\vec{v}\cdot A\vec{v} + \vec{J}\cdot\vec{v}} = (2\pi)^{N/2} \frac{1}{\sqrt{\det A}} e^{\frac{1}{2}\vec{J}\cdot A^{-1}\vec{J}}$, $\vec{v}^2 = (\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_N)$, A — $N \times N$, $\vec{J} = (\vec{J}_1, \dots \vec{J}_N)$ матрица

Complex $\int d(\vec{v}', \vec{v}'') e^{-\frac{1}{2}\vec{v}^+ \hat{A} \vec{v} + \vec{w}^+ \vec{v} + \vec{v}^+ \vec{w}} = \pi^N \frac{1}{\det A} e^{\vec{w}^+ A^{-1} \vec{w}}$, $\vec{v}, \vec{w}$ — комплексные N-векторы

$v_i = v_i' + i v_i''$, $w_i = w_i' + i w_i''$, $i = 1, \dots N$, $d(\vec{v}', \vec{v}'') = \prod_i dv_i' dv_i''$

$$\int \mathcal{D}\vec{v}(x) \exp\left\{-\frac{1}{2}\int dx \int dx' A(xx') \vec{v}(x) \vec{v}(x) + \int dx \vec{j}(x) \vec{v}(x)\right\} \sim \frac{1}{\sqrt{\det A}} \exp\left\{\frac{1}{2}\int dx dx' A^{-1}(xx') \vec{j}(x) \vec{j}(x)\right\}$$

[Simons and Mattis]

(24/VIII) Окончена AXA автокорреляция на Aug. 2015 + Aug. 2016, CA на имена Ondarreta-Branka proof of MV Sci. Rep. papers. Done.

(25/VIII) Ранее correctness и окончание proofs to Sci. Rep. Update Ikerbasque w-site.

A. Rajaraman, гл. 3: Field tensor $G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g \varepsilon_{abc} A^b_\mu A^c_\nu$

Gauge potential $\hat{A}_\mu = A^a_\mu T_a$, $[T_a, T_b] = i\varepsilon_{abc} T_c$, $a = 1,2,3$. $D_\mu \varphi^a = \partial_\mu \varphi_a + g \varepsilon_{abc} A^b_\mu \varphi_c$

$\varphi_a = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ — isospin vector or Higgs field. $\varphi^a \to U_{ab} \varphi_b$, $U(x,t) = \exp\left(-i L_a \theta_a(x,t)\right)$

$A_\mu \to A'_\mu = U A_\mu U^{-1} + \frac{i}{g} U \partial_\mu U^{-1}$. Topological current $j_\mu = \frac{1}{8\pi} \varepsilon_{\mu\nu\sigma\lambda} \varepsilon_{abc} \partial^\nu \hat{\varphi}^a \partial^\sigma \hat{\varphi}^b \partial^\lambda \hat{\varphi}^c$

$\hat{\varphi}_a = \varphi^a / |\varphi|$, $|\varphi|^2 = \sum_a \varphi^a \varphi^a$. $\varphi \to \varphi' = U\varphi$ Total charge $Q = \int dx^3 j_0$

U — вращение $SU(2)$, $U(1)$ — подгруппа $SU(2)$, поэтому за счет сингулярного поля (монополь) Дирака можно выбрать A^a_μ, φ^a сингулярными (!) (t'Hooft) но инвариантно интересующее выражение для тензора напряженности $F_{\mu\nu}$ в терминах векторов A^a_μ и φ_a:

$$F_{\mu\nu} = \hat{\varphi}^a G^a_{\mu\nu} - \frac{1}{g} \varepsilon^{abc} \hat{\varphi}^a D_\mu \hat{\varphi}^b D_\nu \hat{\varphi}^c$$ t'Hooft Eq. (3.67)

Если выбрать $\hat{\varphi}^a = (0,0,1)$, то $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A^3_\nu - \partial_\nu A^3_\mu$, A^3_μ — безразличный, т.е. A^3_μ — не имеет отношения в конкретном $\hat{\varphi}^a = \delta_{a3}$. Можно $\hat{\varphi} = (1,0,0) \Rightarrow A^2_\mu \hat{\varphi}^2$

$\theta, \varphi = 0$ на сфере Дирака $A^3_\mu = \cos\theta \partial_\mu \Phi = A_\mu = (\varphi, \vec{A})$ + задает ориентацию $\vec{m}_s$ (ось вихря) для $\vec{\varphi} = \vec{m}_s \times$ произвольное $\vec{m}_s = (0,0,1)$ — фиксированное постоянное значение $\vec{m}_s \| \vec{m}_v$ т.е. ориентация $\vec{\omega}_v$, $\vec{v}_s$, $\vec{\omega}$, $\vec{\omega}_M$, $\vec{m}_s$ одна, $A^3_\mu = \cos\theta \partial_\mu \Phi$ — это не тензор, только поле, калибровочное преобразование на вихрях и Вторник в вихрях — L_v Lagrangian. Я gauge (калибровочное) $\varphi = v \cdot$ [illegible]

Маг. число вихр $F_{\mu\nu}$ есть $B_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk}$ и $\operatorname{div} \vec{B} = \frac{4\pi}{g} j_0$, $\vec{m} = \int d^3x \frac{j_0}{g} = \frac{Q}{g}$ – монополь Дирака, инвариантный Зарядовое же Дирак-монополя в $\vec{A}$-цветовой калибровке, т. $\vec{M} = 0$.

Но $\vec{B}_{sing} = \frac{x}{r^3}(\vec{r}\vec{A}) + \frac{1}{r}[\vec{r}\times\vec{A}]$ и $\operatorname{div} \vec{B}_{sing} = \operatorname{div}\left(\frac{\sin\theta}{r}\vec{e}_\theta \times \vec{e}_r\right) = \operatorname{div}\left(\frac{\cos\theta}{r}\vec{e}_\varphi\right) =$

$= -\operatorname{rot}\left(\frac{\cos\theta}{r}\right)\vec{e}_\varphi + \frac{\cos\theta}{r}\operatorname{rot}(\vec{e}_\varphi) = 0$, т.к. $\operatorname{rot}\,\text{grad} = 0$, $\operatorname{div} \vec{B}_{sing} = 0$, кроме точки сингулярности (singularity) в r-пространстве, где $\operatorname{div} \vec{B}_{sing} \neq 0$. $D_\mu \vec{\varphi} = \partial_\mu \vec{\varphi} + g\vec{A}_\mu \times \vec{\varphi}$

Но Дирак как обычно $\operatorname{div} \vec{B} = Q/g$ и $\operatorname{div} \vec{B}_{sing} = 0$.

И если $\vec{\varphi}_0 = (0,0,1)$ и $\vec{A}_\mu \times \vec{\varphi} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ A_\mu^1 & A_\mu^2 & A_\mu^3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \vec{e}_1 A_\mu^2 - \vec{e}_2 A_\mu^1$, $\varepsilon_{abc}\varphi_a D_\mu \varphi_b D_\nu \varphi_c =$

$= \vec{\varphi}\cdot D_\mu\vec{\varphi} \times D_\nu\vec{\varphi} = (D_\mu\vec{\varphi}\times D_\nu\vec{\varphi})_3 = g^2 \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ A_\mu^1 & -A_\mu^2 & 0 \\ A_\nu^1 & -A_\nu^2 & 0 \end{vmatrix} = g^2(A_\mu^1 A_\nu^2 - A_\mu^2 A_\nu^1)$

$F_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}^3 - \frac{1}{g} g^2 (A_\mu^1 A_\nu^2 + A_\mu^2 A_\nu^1) =$

$= \partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3 + g(\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu)_3 - g(A_\mu^1 A_\nu^2 - A_\mu^2 A_\nu^1)$ –

где-то тензор $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3$ имеет топологический смысл (U(1)) el.m. field.

For pure gauge field $G_{\mu\nu} = 0$ и t'Hooft $F_{\mu\nu} = -\frac{1}{g}\vec{\varphi}\cdot[D_\mu\vec{\varphi}\times D_\nu\vec{\varphi}] = -\frac{1}{g}(\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu)_3$, если $\vec{\varphi} = (0,0,1)$

If $\vec{\varphi}$ is arbitrary, $\vec{\varphi}\cdot[D_\mu\vec{\varphi}\times D_\nu\vec{\varphi}] = \vec{\varphi}\cdot(\partial_\mu\vec{\varphi} + g\vec{A}_\mu\times\vec{\varphi})\times(\partial_\nu\vec{\varphi} + g\vec{A}_\nu\times\vec{\varphi}) =$

$= \vec{\varphi}\cdot\{\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + g\partial_\mu\vec{\varphi}\times\vec{A}_\nu\times\vec{\varphi} + g\vec{A}_\mu\times\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + g^2(\vec{A}_\mu\times\vec{\varphi})\times(\vec{A}_\nu\times\vec{\varphi})\} =$

$= \vec{\varphi}\{\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + g\vec{A}_\nu(\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}) - g\vec{\varphi}(\partial_\mu\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\nu) - g\partial_\nu\vec{\varphi}(\vec{A}_\mu\cdot\vec{\varphi}) + g^2(\dots)\}$

$\vec{A}_\mu\times\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} = -\partial_\nu\vec{\varphi}\times\vec{A}_\mu\times\vec{\varphi} = -\vec{A}_\mu(\vec{\varphi}\cdot\partial_\nu\vec{\varphi}) + \vec{\varphi}(\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{\varphi})$

$\vec{A}_\mu\times\vec{\varphi}\times\vec{A}_\nu\times\vec{\varphi} = \vec{A}_\mu\times[\vec{A}_\nu(\vec{\varphi}\vec{\varphi}) - \vec{\varphi}(\vec{A}_\nu\vec{\varphi})] = |\vec{\varphi}^2 = 1| = \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu - \vec{A}_\mu\times\vec{\varphi}(\vec{A}_\nu\vec{\varphi})$

$\vec{\varphi}\cdot[D_\mu\vec{\varphi}\times D_\nu\vec{\varphi}] = \vec{\varphi}\cdot\{\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + g\vec{\varphi}(\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{\varphi}) - g\vec{\varphi}(\vec{A}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}) + g^2\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu\} =$

$= \vec{\varphi}\,\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + g(\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{\varphi}) - g(\vec{A}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}) + g^2\vec{\varphi}\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)$

$F_{\mu\nu} = \vec{\varphi}\cdot\vec{G}_{\mu\nu} = \vec{\varphi}\{\partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + g\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu\} - \frac{1}{g}[\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + g\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{\varphi} - g\vec{A}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{\varphi} + g^2\vec{\varphi}\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu] - \frac{1}{g}(\dots)$

① $\vec{G}_{\mu\nu} \neq 0$, t'Hooft case, $F_{\mu\nu} = \vec{\varphi}\cdot(\partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu) - \frac{1}{g}[\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + g\vec{A}_\mu\partial_\nu\vec{\varphi} - g\vec{A}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}]$

1a) $\vec{\varphi} = \text{const}$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a$, $\vec{\varphi} = (0,0,\underset{a}{1},0)$, $\varphi_a \neq 0$, $\varphi_\beta = 0$, $\beta \neq a$. El.m. field A^a

1б) $\vec{\varphi} \neq \text{const}$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu(\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\nu) - \partial_\nu(\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\mu) - \frac{1}{g}\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi}$, ср. $\vec{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + g\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$

Если сделать $\vec{\varphi} = \vec{m}_r$, то $\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi}$ – topol. маг. field, gluons не несут

② $\vec{G}_{\mu\nu} = 0$, pure gauge field, $F_{\mu\nu} = -\frac{1}{g}\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} - \partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + \vec{A}_\nu\partial_\mu\vec{\varphi} + (-g)\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$

$\vec{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + g\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = 0 \Rightarrow F_{\mu\nu} = -\frac{1}{g}\vec{\varphi}(\dots) - \vec{A}_\mu\partial_\nu\vec{\varphi} + \vec{A}_\nu\partial_\mu\vec{\varphi} + \vec{\varphi}[\partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu] =$

$= -\frac{1}{g}\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + \partial_\mu(\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\nu) - \partial_\nu(\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\mu)$ (!). т.е. t'Hooft $F_{\mu\nu}$ при произвольном $\vec{\varphi}$ + самое

не забывать от того будет ли $\vec{A}_\mu$ – pure gauge field ($G_{\mu\nu}^a = 0$) или нет.

$F_{\mu\nu} = -\frac{1}{g}\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} + \partial_\mu(\vec{\varphi}\vec{A}_\nu) - \partial_\nu(\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\mu)$ + el.m. field tensor.

Если $\vec{\varphi}$ – это $\vec{m}_r$, то именно $\vec{\varphi}\cdot\partial_\mu\vec{\varphi}\times\partial_\nu\vec{\varphi} \sim \varphi^3$ можно избежать при $|\vec{\varphi}| = 1$.

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu(\vec{\varphi}\vec{A}_\nu) - \partial_\nu(\vec{\varphi}\vec{A}_\mu)$, т.е. эл.-м. potential $\vec{A}_\mu = \vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\mu$

В новых обозначениях $\vec{\varphi}' = (e_1, \sin\theta\cdot\psi, 0)$, $A'_\mu = UA_\mu U^{-1} + \frac{i}{g}U\partial_\mu U^{-1} = \frac{i}{g}U\partial_\mu U^{-1}$ for pure gauge field

В новых обозначениях $A'_\mu = \hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1}$ $\vec{A}_\mu = \vec{\varphi}'\cdot\hat{A}_\mu = (e_1\sin\theta\psi, 0)$.

$(-e\sin\varphi\partial_\mu\theta, \cos\varphi\partial_\mu\theta, \partial_\mu\varphi) = -e\psi\sin\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\theta = \partial_\mu\theta(-m_x\sin\varphi + m_y\cos\varphi)$ Gius. A.

$\vec{A}_\mu^{Dirac} = (m_x, m_y, 0)(-e\sin\theta\partial_\mu\varphi, \partial_\mu\theta, \cos\theta\partial_\mu\varphi) = -m_x\sin\theta\partial_\mu\varphi + m_y\partial_\mu\theta$

// $D_\mu = \partial_\mu - \hat{A}_\mu$, даже $\vec{m}_r$ больше. $D_\mu\vec{m}_r = (\partial_\mu\vec{m}_r - \vec{A}_\mu\times\vec{m}_r) = 0$

$\vec{A}_\mu = a\vec{m} + \partial_\mu\vec{m} + b_\mu\vec{m}$, $\vec{A}_\mu\times\vec{m} = (a\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + b_\mu\vec{m})\times\vec{m} = a\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m}\times\vec{m} =$

$= a[\partial_\mu\vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{m}) - \vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\mu\vec{m})] = a\partial_\mu\vec{m}$, $a = 1$, b_μ – arbitrary $\Rightarrow \vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + b_\mu\vec{m}$

$\vec{m}^2 = \text{const}$

Escaneado con CamScanner

$\vec{m} = \vec{m}_v(\theta,\varphi) = (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta)$, $\partial_\mu\vec{m} = (\cos\theta\partial_\mu\theta\cos\varphi - \sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi,$
$\cos\theta\partial_\mu\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi,\ -\sin\theta\partial_\mu\theta) + (\partial_\mu m_x,\ \partial_\mu m_y,\ \partial_\mu m_z)$

$\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ s\theta c\varphi & s\theta s\varphi & c\theta \\ c\theta c\varphi\theta' - & c\theta s\varphi\theta' + & -s\theta\theta' \\ -s\theta s\varphi\varphi' & +s\theta c\varphi\varphi' & \end{vmatrix} = \hat{x}\left[-\sin^2\theta\sin\varphi\theta' - \cos^2\theta\sin\varphi\theta' - \cos\theta\sin\theta\cos\varphi\varphi'\right] +$
$+\hat{y}\left[\cos^2\theta\cos\varphi\theta' - \cos\theta\sin\theta\sin\varphi\varphi' + \sin^2\theta\cos\varphi\theta'\right] +$
$+\hat{z}\left[\sin\theta\cos\varphi(\cos\theta\sin\varphi\theta' + \sin\theta\cos\varphi\varphi') - \sin\theta\sin\varphi(\cos\theta\cos\varphi\theta' - \sin\theta\sin\varphi\varphi')\right] =$
$= \hat{x}\left[-\sin\varphi\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi\right] + \hat{y}\left[\cos\varphi\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi\right] +$
$+\hat{z}\left[\sin^2\theta\cos^2\varphi + \sin^2\theta\sin^2\varphi\right]\partial_\mu\varphi = -\left[\sin\varphi\partial_\mu\theta + \cos\theta\sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi\right]\hat{x} +$
$+\left[\cos\varphi\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi\right]\hat{y} + \sin^2\theta\partial_\mu\varphi\hat{z}$, см. 2/xi $\vec{A}_\mu\times\vec{m}_v = \partial_\mu\vec{m}_v$

$\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + B_\mu\vec{m} = (-\sin\theta\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\partial_\mu\varphi)$ — Duzaev's
$(-\sin\varphi\partial_\mu\theta,\ \cos\varphi\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\varphi)$ — Gus new - PRB corrected

$A_\mu^z = \partial_\mu\varphi = \sin^2\theta\partial_\mu\varphi + b_\mu\cos\theta$, $b_\mu = \cos\theta\partial_\mu\varphi$

$A_\mu^x = -\sin\varphi\partial_\mu\theta = -\sin\varphi\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi + \cos\theta\partial_\mu\varphi(\sin\theta\cos\varphi)$

$A_\mu^y = \cos\varphi\partial_\mu\theta = \cos\varphi\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi + \cos\theta\partial_\mu\varphi(\sin\theta\sin\varphi)$

Gus - $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}\cos\theta\partial_\mu\varphi$ - красиво. $\vec{A}_\mu^2$ этим свойством не обладает.

$\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s = \vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_v\times\vec{m}_s + \cos\theta(\dots) = \partial_\mu\vec{m}_v(\vec{m}_v\cdot\vec{m}_s) - \vec{m}_s(\vec{m}_v\cdot\partial_\mu\vec{m}_v) = 0$ ($\vec{m}=\vec{m}_v$)

$\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s = \cos\theta\partial_\mu\varphi\,\vec{m}_v\times\vec{m}_s$ — не обращается в 0, т.к. $\cos\theta=0$ лишь $\theta=\frac{\pi}{2}$ и т.д.

Goddard: $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}B_\mu$, $B_\mu = \cos\theta\partial_\mu\varphi$, $G_{\mu\nu} = \vec{m}F_{\mu\nu}$, а $F_{\mu\nu}$

Olive $F_{\mu\nu} = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ — тензор эл.-м. emergent field,

т.е. $B_\mu = \vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_v$ — соответствующее gauge potential $A_\mu = (A_\mu^a)$ в gauge $\vec{m}$, если emergent el.-m. field potential.

(26/VIII) Y.Shnir: $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu^a T^a = \partial_\mu + iQA_\mu^{em} \Rightarrow A_\mu^{em} = \frac{1}{v}A_\mu^a\varphi^a$ — эл.-м. potential,

Fn.S. $Q = \frac{g}{v}\varphi^a T^a$ — electric charge, $|\varphi| = v$ — vacuum value of field φ

Это из Georgi-Glashow model $\mathcal{L} = -\frac{1}{2}Tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) + Tr(D_\mu\varphi D_\mu\varphi) - V(\varphi)$ или

$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}Tr(F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a) + \frac{1}{2}D_\mu\varphi^a D_\mu\varphi^a - V(\varphi)$, $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a$, $\varphi = \varphi^a T^a$, $[T_a, T_b] = i\varepsilon_{abc}T_c$

$V(\varphi) = \frac{\lambda}{4}(\varphi^a\varphi^a - v^2)^2$ $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g\varepsilon_{abc}A_\mu^b A_\nu^c$ — field tensor.

Def. $E_j^a = F_{oj}^a$, $B_i^a = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F_{jk}^a$ — "color" electric and magnetic fields, $a = 1,2,3$.

$\vec{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ — ecm vacuum $\varphi_0 = v(0,0,1)$, то Higgs excitations $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, v)$,

$\mathcal{L}(\varphi) = \mathcal{L}(\varphi_0 + \delta\varphi)$ будет с точностью до $\delta\varphi^2$, $\delta\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, 0)$. ($\vec{m} = \vec{m}_v + \vec{m}_s$) $\varphi_{n2} \ll \varphi$.

Можно решение $D_\mu\varphi_a = 0$ если $A_\mu^a = \frac{1}{v^2 g}\varepsilon_{abc}\varphi_b\partial_\mu\varphi_c + \frac{1}{v}\varphi_a\Lambda_\mu$, $\Lambda_\mu = A_\mu^{em} = \frac{1}{v}\varphi_a A_\mu^a$

— см. [177]: E. Corrigan et al. Nucl. Phys. B106, 475 (1976). где $\varphi_a\varphi_a = v^2$

Gauge-invariant definition of el.-mag. field tensor — P. Goddard et al. Rep. Ph. Ph. 41, 1357 (1978)

Пусть $v=1$, φ_a - unit vector $\vec{\varphi}$. $\vec{A}_\mu = \frac{1}{g}\vec{\varphi}\times\partial_\mu\vec{\varphi} + \vec{\varphi}(\vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\mu)$, $A_\mu^{em} = \vec{\varphi}\cdot\vec{A}_\mu$ (Goddard)

В этой сингл $\vec{\varphi}\to\vec{m}$ ($g=1$) $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{A}_\mu)$, $\vec{m} = \vec{m}_v(\theta,\varphi)$, — это

и через 25/VIII $(\vec{m}\cdot\vec{A}_\mu) = B_\mu$ — emergent field potential. ecm

т.к. $D_\mu\vec{m} = (\partial_\mu - \vec{A}_\mu)\vec{m} = \partial_\mu\vec{m} - \vec{A}_\mu\times\vec{m} = 0$ можно решение $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{A}_\mu)$

$\vec{A}_\mu\times\vec{m} = (\vec{A}_\mu)[\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}B_\mu]\times\vec{m} = \partial_\mu\vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{m}) - \vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\mu\vec{m}) = \partial_\mu\vec{m}$ ($=1$, $=0$)

($\theta=\theta$, $\varphi=-\varphi$) gauge goes $\vec{A}_\mu^{new} = (\sin\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi,\ -\cos\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi,\ (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi)$ 19/VIII

$\vec{A}_\mu^{new}\cdot\vec{m}_v = (\sin\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi)\cos\varphi\sin\theta + (-\cos\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi)\sin\varphi\sin\theta +$
$+(\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi\cdot\cos\theta = \sin^2\theta\partial_\mu\varphi + (\cos^2\theta - \cos\theta)\partial_\mu\varphi = (1 - \cos\theta)\partial_\mu\varphi = -(A_\mu^{new})^2$

Escaneado con CamScanner

$A_\mu^x = \sin\varphi\,\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\varphi\,\partial_\mu\varphi = -\sin\varphi\,\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\theta\cos\varphi\,\partial_\mu\varphi + \sin\theta\cos\varphi(1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$

- будет компенсировано если $\vec{A}_\mu^{new} \to -\vec{A}_\mu^{new}$ $\quad A_\mu' = (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi = \sin^2\theta\,\partial_\mu\varphi + \cos\theta(1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$

$A_\mu^y = \cos\varphi\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\varphi\,\partial_\mu\varphi = \cos\varphi\,\partial_\mu\theta - \cos\theta\sin\theta\sin\varphi\,\partial_\mu\varphi + \sin\varphi\sin\theta(\cos\theta-1)\partial_\mu\varphi$ — вычтем

т.е. $\vec{A}_\mu^{new} = (-\sin\varphi\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\varphi\,\partial_\mu\varphi,\ \cos\varphi\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\varphi\,\partial_\mu\varphi,\ (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi)$ удовлетворяет

Удовлетворяет сопряжение $\vec{A}_\mu^{new} = (+\sin\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\,\partial_\mu\varphi)$

$\vec{A}_\mu^D \cdot \vec{m}_\nu = -\sin^2\theta\cos\varphi\,\partial_\mu\varphi + \sin\theta\sin\varphi\,\partial_\mu\theta + \cos^2\theta\,\partial_\mu\varphi$

$(\vec{A}_\mu^D)^2 = \cos\theta\,\partial_\mu\varphi \neq \sin^2\theta\,\partial_\mu\varphi + \cos\theta(\vec{A}_\mu^D \cdot \vec{m}_\nu)$, т.о. $\vec{A}_\mu^D$ не удовл. ур. Гаусса

Оба наши gauge potentials: $\vec{A}_\mu = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \cos\varphi\,\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\varphi)$ и $\vec{A}_\mu^{new}$ удовл. ур. Гаусса

$\vec{A}_\mu^{new}\cdot\vec{m}_\nu = (\cos\theta-1)\partial_\mu\varphi = A_\mu^{em}$, $\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_\nu = A_\mu^{em} = \cos\theta\,\partial_\mu\varphi$, какое A_μ^{em} нужно?

$\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s = \left[\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}B_\mu\right]\times\vec{m}_s = \partial_\mu\vec{m}_\nu(\vec{m}_\nu\cdot\vec{m}_s) - \vec{m}_s(\vec{m}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{m}_\nu) + B_\mu\vec{m}_\nu\times\vec{m}_s =$

$= B_\mu(\vec{m}_\nu\times\vec{m}_s)$, $\dot{\vec{m}}_\nu\times\vec{m}_s = \begin{vmatrix}\hat{x}&\hat{y}&\hat{z}\\ 0&0&1\\ m_x&m_y&0\end{vmatrix} = \hat{y}\,m_x' - \hat{x}\,m_y'$ — 0 если одно сечение

$\Phi_\nu = \Phi_0 + \varphi + m_0(x\sin\varphi - y\cos\varphi)$, $\dot{\Phi}_\nu = m_0(\dot{x}\sin\varphi - y\cos\varphi)$, $v\nabla\Phi = \left(\frac{\hat{s}}{s}\frac{\partial}{\partial s} + \frac{\hat{\varphi}}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\Phi_\nu =$

$= \frac{\hat{\varphi}}{s} + v(\delta\Phi)$, $v(\delta\Phi) = \hat{s}\,m_0'(x\sin\varphi - y\cos\varphi) + m_0\frac{\hat{\varphi}}{s}(x\cos\varphi + y\sin\varphi)$

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \partial_\mu\left[(\cos\theta+c)\partial_\nu\varphi\right] - \partial_\nu\left[(\cos\theta+c)\partial_\mu\varphi\right] = \partial_\mu\cos\theta\,\partial_\nu\varphi - \partial_\nu\cos\theta\,\partial_\mu\varphi$

$= -\sin\theta\left[\partial_\mu\theta\,\partial_\nu\varphi - \partial_\nu\theta\,\partial_\mu\varphi\right]$

Оказывается $\vec{A}_\mu^{em}$ и A_μ^{em} дают the same $F_{\mu\nu}$, $\Rightarrow$ the same el., mag energy and fields

Пусть $\vec{m}' = R\vec{m}$, убедимся, что инвар. $\mathcal{L}$ $\quad D_\mu\vec{m}' = D_\mu(R\vec{m}) = R\,D_\mu\vec{m}$

Def. $\vec{C}(\vec{m}) = \frac{(\vec{n}\times\vec{m})}{[1+\vec{n}\cdot\vec{m}]}$, $\mathcal{L}_{kin} = \vec{C}(\vec{m})\cdot D_t\vec{m}$, $\vec{m}\to\vec{m}' = R\vec{m}$ и убедимся $\mathcal{L}(\vec{m}) = \mathcal{L}(\vec{m}')$

$D_t = \partial/\partial t - \hat{A}_0$, $\hat{A}_0 = \dot{R}R^{-1}$, $D_t(\vec{m}') = D_t(R\vec{m}) = (\partial/\partial t - \dot{R}R^{-1})R\vec{m} = \dot{R}\vec{m} + R\dot{\vec{m}} - \dot{R}\vec{m} = R\dot{\vec{m}}$

$A_\mu' = RA_\mu R^{-1} + \partial_\mu R R^{-1}$, $D_\mu(\vec{m}') = D_\mu(R\vec{m}) = (\partial/\partial x_\mu - A_\mu')R\vec{m} = \left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} - RA_\mu R^{-1} - \partial_\mu R R^{-1}\right]$

$+R\vec{m} = \partial_\mu R\cdot\vec{m} + R\partial_\mu\vec{m} - RA_\mu\vec{m} - \partial_\mu R\cdot\vec{m} = R(\partial_\mu\vec{m} - A_\mu\vec{m}) = R\,D_\mu(\vec{m})$, $D_\mu(R\vec{m}) = RD_\mu(\vec{m})$

$\mathcal{L}(\vec{m}) = \vec{C}(\vec{m})\cdot D_t\vec{m}$, $\vec{m}\to\vec{m}' = R\vec{m}$ и убедимся $\mathcal{L}(\vec{m}') = \mathcal{L}(\vec{m})$

$\mathcal{L}(\vec{m}') = \vec{C}'(\vec{m}')\cdot D_t(\vec{m}') = R\vec{C}\cdot D_t(R\vec{m}) = R\vec{C}\cdot RD_t(\vec{m}) = \vec{C}\cdot D_t(\vec{m}) = \mathcal{L}(\vec{m})$

Доп. $R\vec{C}R = \vec{C}$, $R\vec{C} = (R^{-1}\vec{C}) = \vec{C}R^{-1}$, $R\vec{a}\cdot R\vec{b} = \vec{a}'\cdot\vec{b}' = \vec{a}\cdot\vec{b}$ — для скалярного произведения.

$\mathcal{L}(\vec{m}_\nu + \vec{m}_s) = \vec{C}(\vec{m})D_t(\vec{m}_\nu + \vec{m}_s) = \vec{C}\cdot D_t(\vec{m}_s) \to \mathcal{L}(\vec{m}') = \vec{C}'\cdot D_t(\vec{m}_s') =$

$= \vec{C}'\cdot(\partial/\partial t - A_0')\vec{m}_s' = \left|A_0' = RA_0R^{-1} + \partial_0 R\cdot R^{-1} = \dot{R}R^{-1}, \text{ т.к. } A_0\equiv 0\right| = \vec{C}'\cdot(\partial/\partial t - \hat{A}_0)\vec{m}_s'$

$\hat{A}_0 = \dot{R}R^{-1}$, $\mathcal{L}_{int} = -\vec{C}'\cdot\hat{A}_0\vec{m}_s'$ ибо $\mathcal{L}(\vec{m}') = \gamma(\vec{n}\times\vec{m})\cdot D_t\vec{m}$, $\gamma = (1+\vec{m}\cdot\vec{n})^{-1}$ — сканир.

$\mathcal{L}(\vec{m}) = \gamma\vec{n}\cdot(\vec{m}\times D_t\vec{m}) = \gamma\vec{n}\cdot(\vec{m}\times D_t\vec{m}_s) = \left|D_t m_\nu = 0\right| = \gamma\vec{n}\cdot(\vec{m}_\nu\times D_t\vec{m}_s) + \gamma\vec{n}\cdot(\vec{m}_s\times D_t\vec{m}_s)$

$\mathcal{L}_{int} = \gamma\vec{n}\cdot(\vec{m}_\nu\times D_t\vec{m}_s)$, $\vec{m}_\nu\times D_t\vec{m}_s \Rightarrow \vec{m}_\nu'\times D_t\vec{m}_s' = \vec{m}_\nu'\times[\partial/\partial t - \hat{A}_0]\vec{m}_s'$

$\mathcal{L}_{int} = \gamma\vec{n}'\cdot[\vec{m}_\nu'\times D_t\vec{m}_s'] = \gamma\vec{n}'\cdot[\vec{m}_\nu'\times(\dot{\vec{m}}_s' - \hat{A}_0\vec{m}_s')]$, $\vec{m}_\nu'\times\dot{\vec{m}}_s' = \hat{y}\dot{m}_{sx}' - \hat{x}\dot{m}_{sy}'$

$\vec{n}'\cdot(\vec{m}_\nu'\times\dot{\vec{m}}_s') = 0$ если $\vec{n}'\to\vec{n}' = (0,0,1)$, $\mathcal{L}_{int} = -\gamma\vec{n}'\cdot[\vec{m}_\nu'\times\hat{A}_0\vec{m}_s'] = 0$ если не сдв. $\vec{n}'\to\vec{n}$

$\vec{m}_\nu'\times\hat{A}_0\vec{m}_s' = \vec{m}_\nu'\times\vec{A}_0\times\vec{m}_s' = \vec{A}_0(\vec{m}_\nu'\cdot\vec{m}_s') - \vec{m}_s'(\vec{A}_0\cdot\vec{m}_\nu') = -\vec{m}_s'A_0'$

$\mathcal{L}_{int} = -\gamma\vec{n}'\cdot(-1)\vec{m}_s'A_0' = \gamma A_0'(\vec{n}'\cdot\vec{m}_s')$ — отлично от 0, вообще говоря.

(27/VIII)

Тождество $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})$ даёт $\vec{m}$ удовл. $D_\mu\vec{m} = \partial_\mu\vec{m} - \vec{A}_\mu\times\vec{m} = 0$, т.е. $\vec{m} = \vec{m}_\nu(t)$

$\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s = \vec{m}_\nu\times\partial_\mu\vec{m}_\nu\times\vec{m}_s + \vec{m}_\nu\times\vec{m}_s(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_\nu) = \partial_\mu\vec{m}_\nu(\vec{m}_\nu\cdot\vec{m}_s) - \vec{m}_s(\vec{m}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{m}_\nu) +$

$+\vec{m}_\nu\times\vec{m}_s(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_\nu) = (\vec{m}_\nu\times\vec{m}_s)(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_\nu) = (\vec{m}_\nu\times\vec{m}_s)B_\mu$

$\mathcal{L} = \gamma\vec{C}(\vec{m})\cdot D_t\vec{m} = \gamma(\vec{n}\times\vec{m})\cdot D_t\vec{m} = \gamma(\vec{n}\times\vec{m})\cdot[\dot{\vec{m}}_s - \vec{A}_0\times\vec{m}_s] = \gamma(\vec{n}\times\vec{m})\dot{\vec{m}}_s -$

$-\gamma(\vec{n}\times\vec{m})\cdot(\vec{m}_\nu\times\vec{m}_s)B_0 = \left|(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D}) = (\vec{A}\cdot\vec{C})(\vec{B}\cdot\vec{D}) - (\vec{A}\cdot\vec{D})(\vec{B}\cdot\vec{C})\right| = (\cdot) - \gamma\left[(\vec{n}\cdot\vec{m}_\nu)(\vec{m}\cdot\vec{m}_s) -\right.$

$\left.-(\vec{n}\cdot\vec{m}_s)(\vec{m}\cdot\vec{m}_\nu)\right]B_0 = \left|\vec{m} = \vec{m}_\nu + \vec{m}_s,\ \vec{m}_\nu\cdot\vec{m}_s = 0\right| = (\cdot) + \gamma(\vec{n}\cdot\vec{m}_s)B_0 = (\cdot) + \gamma m_s^2 B_0 = (\cdot) - \gamma\sin\theta\,\dot{\varphi}\,B_0$

$B_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_\nu) = A_\mu^{em} = (\cos\theta-1)\partial_\mu\varphi$, $B_0 = (\cos\theta-1)\dot{\varphi} = -\dot{\Phi}$, $\mathcal{L}_{int} = \gamma\sin\theta\,\dot{\varphi}\,\Phi$, $\gamma = 1$ для сферы

Escaneado con CamScanner

$\vec{m}_s' = \begin{pmatrix} m_{sx}' \\ m_{sy}' \\ m_{sz}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon\varepsilon \\ \psi \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$ — вектор $\vec{m}_s$ после $\gamma=0$, сам $\vec{m}_s$ повернут на γ в плоскости $x'Oy' \perp Oz$ ($\vec{m}_s'$)

$\vec{m}_s'(\gamma=0) = (\varepsilon\varepsilon, \psi\sin\theta, 0)$ — спин. ППВ'10 и Sci. Rep. '15, $\gamma=0$ — gauge.

Будем $R_D(\psi,\theta,\varphi) = e^{i\psi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}$ — это passive вращение.

$R_D(\varphi,\theta,0) = \hat{D}(-\psi,-\theta,-\varphi) = \hat{D}^{-1}(\varepsilon,\theta,\psi) = \hat{D}^{\dagger}(\varepsilon\theta\psi) = \left(e^{-i\psi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}\right)^{+}$

$= e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\psi J_z}$.

Чтобы $R(\theta,\varphi)$ поворачивало новую сист. коорд. так $\vec{n}(\theta,\varphi)$ было $\to Oz$, а $x''y''$ — новое на θ (вдоль) вокруг Oy'' — будет $x'y'z' = \vec{m}(\theta,\varphi) \parallel Oz$.

Явно $R(\theta,\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \end{pmatrix}$

Проверим. $\vec{m}_v' = \hat{R}(\theta,\varphi)\vec{m}_v$, $\vec{m}_v = (\cos\varphi\sin\theta, \sin\varphi\sin\theta, \cos\theta)$ и $\vec{m}_v' = (0,0,1)$ — верно.

$R(\theta,\varphi) = D(\underset{\alpha}{0}, -\underset{\beta}{\theta}, -\underset{\gamma}{\varphi})$ если $D(\alpha\beta\gamma)$ как в Варшаловиче — Eq. (54), $\alpha=0$, $\beta=-\theta$, $\gamma=-\varphi$ — верно.

При таком $R(\theta,\varphi)$ явно $\vec{m}_s' = \vec{m}_s'(\alpha=0) = (\varepsilon\varepsilon, \sin\theta\,\psi, 0)$ и $\vec{m}_s' \cdot \vec{m}_v = 0$

— такого поворота $R(\theta,\varphi)$ я нигде ранее (ППВ 2009 г. (R_A), ППВ 2012 г. (R_B)) не видел.

$R(\pi/2,\varphi) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\cos\varphi & \sin\varphi & 0 \end{pmatrix}$, $R^{-1}(\pi/2,\varphi) = \frac{1}{\det R}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \end{pmatrix}$ — транспон.

Вектор собственный $\pi/2$

$\det R = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$. $RR^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\cos\varphi\,\partial\varphi & -\sin\varphi\,\partial\varphi & 0 \\ -\sin\varphi\,\partial\varphi & \cos\varphi\,\partial\varphi & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \partial_\mu\varphi \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \partial_\mu\varphi\, G_x$, $G_x = i J_x$.

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu\varphi G_x$ — ковектор. откуда это? $A_\mu^x = A_\mu = (A_\mu^x, 0, 0)$

$\vec{A}_\mu^D = (-\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\,\partial_\mu\varphi)$, $\vec{A}_\mu^D(\theta=\pi/2) = (-\partial_\mu\varphi, 0, 0)$ — и нужно $\partial_\mu\varphi$.

Вариационно: $m_i' = \sum_k a_{ik} m_k$, m_k — комп. $\vec{m}$ в xyz, m_i' — то же самое $\vec{m}$ в $x'y'z'$.

$a_{ik} = (\vec{e}_i' \cdot \vec{e}_k)$ — Eq. (52) для $\vec{m}' = \sum_j m_j' \vec{e}_j' = \vec{m} = \sum_k m_k \vec{e}_k$ $\cdot \vec{e}_i'$ и получим

$m_i' = \sum_k (\vec{e}_k \cdot \vec{e}_i') m_k = \sum a_{ik} m_k$, где верхние $a_{ik} = (\vec{e}_k \cdot \vec{e}_i') = a_{ki}^{\text{Варш}}$.

Т.е. Eq. (47), (52) — Варшалович неверны, они соответ. описывают вращение.

$m_i' = \sum_k a_{ik} m_k$ — passive case и $a_{ik} = a_{ki}^{\text{Варш}}$, $\hat{a} = (\hat{a}^T)_{\text{Варш}}$, $\hat{a}_{\text{Варш}}$ — Eq. (54)

При малых $\delta\varphi$, $\hat{S}_u = (\hat{S}\cdot\vec{u})$, $\hat{S}_u^2 = S_u$ и $e^{-i\varphi S_u} = 1 - \sin\varphi\,\hat{S}_u - (1-\cos\varphi)\hat{S}_u^2$

Мессиах, т. XIII: $R_{ij} = (\hat{e}_i \cdot \hat{e}_j')$, $e_j' = R_{ji} e_i \to (\vec{V})_i = R_{ij} V_j'$ и $V_k' = R_{jk} V_j$, т.е.

Мессиах отлич. от Варшаловича, где $V_i' = a_{ij} V_j$

Явно $\hat{e}_1' = \hat{e}_1 \cos\varphi\cos\theta + \sin\varphi\cos\theta\,\hat{e}_2 - \sin\theta\,\hat{e}_3$, $\hat{e}_2' = -\hat{e}_1\sin\varphi + \hat{e}_2\cos\varphi$, $\hat{e}_3' = \vec{m}$

$\hat{e}_3' = \hat{e}_1\cos\varphi\sin\theta + \hat{e}_2\sin\varphi\sin\theta + \hat{e}_3\cos\theta$.

// Варшалович декларировал ... passive, а a_{ik} и $D(\alpha\beta\gamma)$ записал для active — ошибка, разница в транспонировании. $\tilde{R} = R^{-1}$, $R = R^*$, см. 1-2/vi.

Вернемся $\hat{R}$ для $\vec{m}' = R\vec{m}$ — passive $R = D^{-1}(\alpha\beta\gamma) = D(-\gamma, -\beta, -\alpha)$, где $D(\alpha\beta\gamma)$ — матрица в определении Варшаловича — Eq. (54). $R = D(0,-\theta,\varphi)$

$R(\theta,\varphi) = D(0,-\theta,-\varphi) = e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}$, а это $R^{Dug}(\psi=0, \theta=\theta, \varphi=\varphi) = R^D(0,\theta,\varphi)$.

т.е. $\psi=0$ калибровка Дуды — верная. Ранее ψ опис. поворот $\vec{m}_s$ в $x'Oy'$.

Если $\alpha = \psi = 0$, то $\vec{m}_s' = (\varepsilon\varepsilon, \sin\theta\,\psi, 0)$ — приближение. α — произвольно, вернемся $\alpha=0$

$\vec{A}_\mu^D = (-\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\,\partial_\mu\varphi) \to \vec{A}_0 \times \vec{m}_s = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_0^x & 0 & 0 \\ m_{sx}' & m_{sy}' & 0 \end{vmatrix} = \hat{z}\, A_0^x m_{sy}'$

$\vec{A}_0 \times \vec{m}_s = A_0^x(m_{sy}\hat{z} - m_{sz}\hat{y})$, Итак $\sim (\vec{n}\times\vec{m})(\vec{A}_0 \times \vec{m}_s) = \vec{n}\cdot\vec{m}\,(\vec{A}_0 \times \vec{m}_s) = \hat{x}\cdot\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ m_x & m_y & m_z \\ 0 & -m_{sz} & m_{sy} \end{vmatrix} A_0^x = +m_x m_{sz} A_0^x \sim \cos\varphi\sin\theta\ \delta\sin\theta\,\varepsilon + \sin\theta\,\delta\varphi \sim \cos\varphi\, i\varepsilon\Phi$?

$\theta = \pi/2$.

Escaneado con CamScanner

28/VIII $\hat{A}^D_\mu = (-\sin\theta\partial_\varphi\Phi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\partial_\mu\varphi)$ – Сферич. и сооотвес. R, $\vec{m}' = R\vec{m}$, $R(\theta\varphi)$ – 1/VI, 27/VIII

Если есть $\hat{A}^{new}_\mu$ (19/VIII), сооотвес. $\pm\Phi, \gamma \neq -\Phi$ калибровка симметр., надо исследовать его.

$\hat{A}^D_\mu$ на ядре: $\hat{A}_\mu \times \vec{m} = \partial_\mu \vec{m}$ и теорема Сонгуан (26/VIII) $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}(\vec{m}, \vec{A}_\mu)$, $(D_\mu\vec{m} = 0)$

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R R^{-1}$. Если $A_\mu(R)$ сооотвес. ген-ции, то $\tilde{R}$, $\tilde{R}_i = R^{-1}$, то $\vec{m}' = R^{-1}\vec{m}$

Точнее $\hat{A}_\mu(R) = \partial_\mu R R^{-1}$, но $\vec{m} = R\vec{m}'$, а не фикс. вектор $\vec{m}' = R\vec{m}'$, то $\vec{m} = R\vec{m}'$

$D_\mu\vec{m} = (\partial_\mu - \hat{A}_\mu)\vec{m} = (\partial_\mu - \partial_\mu R\cdot R^{-1})R\vec{m}' = (\partial_\mu R - \partial_\mu R)\vec{m}' = 0$, $\vec{m}' = \vec{m}_v$, так и нашли для A^{sw}_μ, A^{new}_μ, $\partial_\mu\vec{m} = \hat{A}_\mu\times\vec{m}$, A^D_μ не удов-т. $\partial_\mu\vec{m} = \vec{A}_\mu\times\vec{m}$, $D_\mu\vec{m} = 0$, и уже фиксим, ведь $D_\mu\vec{m} = (\partial_\mu - \partial_\mu R\cdot R^{-1})\vec{m} = (\partial_\mu + \partial_\mu R R^{-1})R^{-1}\vec{m}' \neq 0$, $\vec{m}' = R\vec{m}$.

Зато $D_\mu\vec{m}' = (\partial_\mu - \partial_\mu R R^{-1})\vec{m}' = (\partial_\mu - \partial_\mu R R^{-1})R\vec{m} = (\partial_\mu R - \partial_\mu R)\vec{m}' = 0$ $\forall R$, где $A_\mu(R)$ и $\vec{m}' = R\vec{m}$. $(D_\mu\vec{m}'_v = 0$ – фундам. полюсное, $\vec{m}'_v = (0,0,1)$ – вакуумн., на фоне которого будем рассматривать sw – $\vec{m}'_s = (\varepsilon\varepsilon, \sin\theta_v, \varphi, 0)$, $\vec{m}'_v\cdot\vec{m}'_s = 0$

$\hat{A}_\mu\times\vec{m}' = \partial_\mu\vec{m}' = 0$, $\vec{m}' = \vec{m}'_v$. $\hat{A}_\mu\times\vec{m}'_v = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ -\sin\Phi' & 0' & \cos\Phi' \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{x}\,\partial_\mu\theta + \sin\theta\,\partial_\mu\varphi \neq 0$ $= \partial_\mu\vec{m}'$

$\hat{A}'_\mu$ надо найти.

$\hat{A}_\mu = A^a_\mu G_a$, $\vec{G} = (G_x, G_y, G_z) = -i\vec{J}$ – генераторы в исход. xyz системе коорд.

$\vec{G}' = R\vec{G}$, G'_a компоненты $\vec{G}$ в нов. $x'y'z'$ системе координат. $G'_\alpha = \sum_{a'} R_{\alpha a'} G_{a'}$

Имп $\hat{A}'_\mu = R\hat{A}_\mu$. $\begin{pmatrix} A^{x'}_\mu \\ A^{y'}_\mu \\ A^{z'}_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\Phi & \cos\theta\sin\Phi & -\sin\theta \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \\ \cos\Phi\sin\theta & \sin\Phi\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A^x_\mu \\ A^y_\mu \\ A^z_\mu \end{pmatrix}$

$A^{x'}_\mu = \cos\theta\cos\Phi(-\sin\theta\partial_\mu\Phi) + \cos\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\theta\partial_\mu\Phi = \cos\theta\left[\sin\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta(1+\cos\Phi)\partial_\mu\Phi\right]$

$A^{y'}_\mu = -\sin\Phi(-\sin\theta\partial_\mu\Phi) + \cos\Phi\partial_\mu\theta$, $A^{z'}_\mu = \cos\Phi\sin\theta(-\sin\theta)\partial_\mu\Phi + \sin\Phi\sin\theta\partial_\mu\theta + \cos^2\theta\partial_\mu\Phi$?

$\hat{A}_\mu = \sum_a A^a_\mu G_a = \vec{A}_\mu\cdot\vec{G} = \vec{A}'_\mu\cdot\vec{G}' = A^{x'}_\mu G'_x + A^{y'}_\mu G'_y + A^{z'}_\mu G'_z$, $\vec{G} = R\vec{G}$. $\vec{G} = R^{-1}\vec{G}'$.

$\hat{A}_\mu = \sum_\alpha A^\alpha_\mu G_\alpha = \sum_a A^a_\mu \sum_\beta (R^{-1})_{a\beta} G'_\beta = \sum_\beta A^\beta_\mu G'_\beta$, $A^{\beta'}_\mu = \sum_a (R^{-1})_{a\beta} A^a_\mu = \sum_a R_{\beta a} A^a_\mu$ $R^{-1} = \tilde{R}$

$\vec{A}' = R\vec{A}_\mu$

$\hat{A}_\mu\vec{m}' = \begin{pmatrix} 0 & -\cos\Phi' & \theta' \\ \cos\Phi' & 0 & \sin\theta\Phi' \\ -\theta' & -\sin\theta\Phi' & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta' \\ \sin\theta\Phi' \\ 0 \end{pmatrix} = \partial_\mu\vec{m}'$, $\partial_\mu\vec{m}' = (\partial_\mu\theta,\ \sin\theta\partial_\mu\Phi, 0)$

$\vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' = 0$ $\quad$ сооб. $\vec{m}'_c = (\varepsilon\varepsilon, \sin\theta_v\varphi, 0)$

Тождество Сонгуан: $\vec{A}_\mu = \vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + \vec{m}'(\vec{m}'\cdot\vec{A}_\mu)$, $\vec{m}' = (0,0,1)$, $\partial_\mu\vec{m}' = (\partial_\mu\theta, \sin\theta\partial_\mu\Phi, 0)$

$\vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & 1 \\ \partial_\mu\theta & \sin\theta\partial_\mu\Phi & 0 \end{vmatrix} = \hat{y}'\partial_\mu\theta - \hat{x}'\sin\theta\partial_\mu\Phi$, $\vec{m}'\cdot\vec{A}_\mu = A^{z'}_\mu = \cos\theta\partial_\mu\Phi$

$\vec{m}' = R\vec{m}$ $\quad$ $\vec{A}_\mu = \vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + \vec{m}' A^{z'}_\mu$ $\quad$ $A^{em}_\mu = (\vec{m}'\cdot\vec{A}_\mu)$ – emergent field P.

$\vec{m}' = \vec{m}'_v$

$\mathcal{L}_{kin} = -\cos\theta\dot{\Phi} = -A^{z'}_0$. $\mathcal{L}_{kin} = \vec{C}'\cdot D_0\vec{m}' = \vec{C}'\cdot D_0\vec{m}'_s = \vec{C}'\cdot(\vec{m}'_s - \hat{A}_0\vec{m}'_s)$

$\vec{C} = \gamma(\vec{n}\times\vec{m})$, $\vec{C}' = \gamma(\vec{n}\times\vec{m})'$, $\hat{A}_0\vec{m}'_s = \vec{A}_0\times\vec{m}'_s = [\vec{m}'_v\times\dot{\vec{m}}'_v + \vec{m}'_v A^{z'}_0]\times\vec{m}'_s =$

$= \dot{\vec{m}}'_v(\vec{m}'_v\cdot\vec{m}'_s) - \vec{m}'_s(\dot{\vec{m}}'_v\cdot\vec{m}'_v) + (\ldots) = A^{z'}_0\,\vec{m}'_v\times\vec{m}'_s$, $\vec{m}'_v\times\vec{m}'_s = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & 1 \\ m'_{sx} & m'_{sy} & 0 \end{vmatrix} = \hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m'_{sy}$

$\mathcal{L}_{int} = -\vec{C}'\cdot\hat{A}_0\vec{m}'_s = -A^{z'}_0\,\vec{C}'\cdot(\hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m'_{sy})$, $\vec{C}'$ взаим. $\vec{m}'_s$: $\vec{m}'_s = 0$.

$\vec{C}' \sim \vec{n}\times\vec{m}_v = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ n_x & n_y & n_z \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{x}'n_y - \hat{y}'n_x$, ибо $\vec{n}\times\vec{m}'_v = \hat{z}\times\hat{z}' = \hat{y}'\sin\theta_v$

$\mathcal{L}_{int} = \gamma\,\varepsilon_{\hat{z}\hat{x}'\hat{z}'}(-1)A_0 m'_{sx}\sin\theta_v = -\gamma\hat{y}'A^{z'}_0(\hat{y}'m'_{sx} - \hat{x}'m_{sx}) = -\gamma A^{z'}_0 m'_{sx}\sin\theta_v$

$\gamma = [1+\cos\theta_v]^{-1} \approx 1$ вне core. $\mathcal{L}_{int} \approx \left(\frac{M_s}{\gamma}\right)(-1)A^{z'}_0 m'_{sx} = -\frac{M_s}{\gamma}\cos\theta_v\dot{\Phi}_v$ ee $\sin\theta_v$

$A^{z'}_0 = \cos\theta_v\dot{\Phi}_v$ надо заменить на $(\cos\theta - 1)\dot{\Phi}$, иначе $\mathcal{L}_{int} \neq 0$ вне core

$\mathcal{L}_{int} = -\frac{M_s}{\gamma}(\cos\theta_v - 1)\dot{\Phi}_v$ ee $\sin\theta_v \approx |\theta_v = \pi/2$ вне core$| = \frac{M_s}{\gamma}$ ee $\dot{\Phi}_v$ как в PRB '10.

$A^{em}_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$ и $\cos\theta\partial_\mu\Phi$ дают одинаковые emergent el. mag. fields.

Но полный $\mathcal{L}^{kin}_{int} = M_s$ ee $\dot{\Phi}_v$ есть еще dip.-dip. V-sw interaction, с которым я это связался в PRB'10 и Sci. Rep. '15, вижу его.

Escaneado con CamScanner

(29/III) Оценка Vortex внизу в SW - YD за стат dip - dip interaction, стр. 13/1

$\Phi = \Phi_0 + \psi$, $\Theta = \Theta_0 + \varepsilon\varepsilon$, $\vec{m}_s = (-\psi \sin\Phi_v \sin\Theta_v + \varepsilon\varepsilon \cos\Theta_v \cos\Phi_v,\ \cos\Phi_v \sin\Theta_v \psi + \sin\Phi_v \cos\Theta_v \varepsilon\varepsilon,\ -\varepsilon\varepsilon \sin\Theta_v)$

Считаем $\Phi_0 = \Phi_v(\vec{s}', t)$, $\Theta_0 = \Theta_v(\vec{s}', t)$. 13/1 и ранее брали $\Phi_0(\vec{s}')$, $\Theta_0(\vec{s}')$. — $\sin\Theta_v \varepsilon\varepsilon$ — give static vortex/skyrmion. $\Phi_v = \Phi_v(\vec{s}, \vec{X}(t))$, $\Theta_v = \Theta_v(\vec{s}, \vec{X}(t))$, $\vec{X}(t)$ - v. center position.

$\vec{H}^0_m$ (13/2) — это dip field от vortex, не содержащее SW - angles $(\varepsilon\varepsilon, \psi)$.

Если $\vec{m}_v = \vec{m}_0$ не есть $f(z)$, то $\int ds \int ds' G_{zz}(\vec{s}\vec{s}', z') = 0$, т.к. $\vec{s}$ - thin dot on $z=0$ plane

Расчет делали в xyz + система с $Oz \perp$ dot plane, иначе с $G_{\alpha\beta}$, $\alpha\beta = x', y', z'$ (в осях координат) $Oz' \parallel \vec{m}_v$ произвольно

Вне ядра, аксиально симметричный vortex/skyrmion $\Phi = \Phi_0 = (\frac{\pi}{2} + \varphi)$, $\Theta_v = \Theta_0(s)$ если только $H^0_z \neq 0$

$H^z_0(\vec{s}) = M_s \int d^2s'\, g_{zz}(\vec{s}\vec{s}')\, m^0_z(s')$, $m^0_z(s) = \cos\Theta_0(s)$ и $H^z_0 = H^z_0(s)$ не зависит от φ.

$\vec{m}_v = \vec{m}^0_\varphi + \vec{\mu} = \vec{m}^0 + \vec{\mu}$, $\vec{\mu} \sim \vec{X}(t)$ $\vec{m}^0 = (0, 0, m^0_z)$, $m^0_z = \cos\Theta_0(s)$

Вне ядра для SW ($\Theta_0 = \pi/2$) $\vec{m}_s = (-\psi \sin\Phi_v,\ \cos\Phi_v \psi,\ -\varepsilon\varepsilon)$, $m^\varphi_s = m^x_s \cos\varphi + m^y_s \sin\varphi =$

$= \psi[-\sin\Phi_v \cos\varphi + \cos\Phi_v \sin\varphi] = -\psi \sin(\Phi_v - \varphi)$, $m^\varphi_s = -m^x_s \sin\varphi + m^y_s \cos\varphi =$

$= \psi[\sin\Phi_v \sin\varphi + \cos\Phi_v \cos\varphi] = \psi \cos(\Phi_v - \varphi)$, $\Phi_v - \varphi = C\frac{\pi}{2} + O(\chi) \Rightarrow \begin{cases} m^\varphi_s = -C\psi \\ m^{\varphi\varphi}_s = 0 \end{cases}$ в YD

Chirality $C = +1$. $\vec{m}_s = (-\psi,\ 0,\ -\varepsilon\varepsilon) = (m^\varphi_s,\ m^{\varphi\varphi}_s,\ m^z_s)$ вне ядра

Magnetostatic field $\vec{H} = \vec{H}^v + \vec{h}$, $\vec{h}$ ~ dynamic SW field. $\vec{H}^v = \vec{H}^0 + \vec{h}^v$, $\vec{h}^v \sim \vec{X}(t)$ dyn. vortex field

$\vec{m} = (\sin\Theta\cos\Phi,\ \sin\Theta\sin\Phi,\ \cos\Theta) = \vec{m}_v + \vec{m}_s = \vec{m}^0 + \vec{\mu} + \vec{m}_s$, $\Theta_v = \Theta_0 + \delta\Theta$

$m_s = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi = \sin\Theta\cos(\Phi - \varphi) = \sin(\Theta_v + \varepsilon\varepsilon)\cos(\Phi_v - \varphi + \psi) = |\Phi_v = \frac{\pi}{2} + \varphi + \delta\Phi| =$

$= [\sin\Theta_v \cdot 1^\varphi + \cos\Theta_v \varepsilon\varepsilon][\cos(\frac{\pi}{2} + \delta\Phi) - \sin(\frac{\pi}{2} + \delta\Phi)\psi] = [\sin\Theta_0 + \cos\Theta_0\delta\Theta + \cos\Theta_0 \varepsilon\varepsilon] \cdot$

$\cdot[-\delta\Phi - \psi] = |$ лин. ошибк. по $\delta\Theta, \delta\Phi, \varepsilon\varepsilon, \psi$ в YD$| = -\sin\Theta_0(\delta\Phi + \psi) = m_s$

$m_\varphi = -m_x\sin\varphi + m_y\cos\varphi = \sin\Theta\sin(\Phi - \varphi) = [\sin\Theta_0 + \cos\Theta_0\delta\Theta + \cos\Theta_0 \varepsilon\varepsilon][1 + O(\delta\Phi^2, \psi^2)]$

$m_z = \cos(\Theta_0 + \delta\Theta + \varepsilon\varepsilon) = \cos\Theta_0(\delta\Theta + \varepsilon\varepsilon)^0 - \sin\Theta_0(\delta\Theta + \varepsilon\varepsilon)$

Вне ядра ($\Theta_0 = \pi/2$) $\vec{m}$: $m_s = -\delta\Phi - \psi$ (dyn.), $m_\varphi = \sin\Theta_0 = 1$ (Thiele statics), $m_z = -\delta\Theta - \varepsilon\varepsilon$ (dyn.)

$\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Phi} = \frac{\partial}{\partial\Phi}(\sin\Theta\cos(\Phi - \varphi),\ \sin\Theta\sin(\Phi - \varphi),\ \cos\Theta) = (-\sin\Theta\sin(\Phi - \varphi),\ \sin\Theta\cos(\Phi - \varphi),\ 0) =$

$= (-m_\varphi,\ m_s,\ 0) = (-1,\ -\delta\Phi - \psi,\ 0)$

В SW: $\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Phi} = H_s(-1) + H_\varphi(-1)(\delta\Phi + \psi) = -H_s - H^0_\varphi(\delta\Phi + \psi) = |H^0_\varphi = 0| = -H_s = -h^v_s - h_s$

$\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta} = \frac{\partial}{\partial\Theta}(\sin\Theta\cos(\Phi - \varphi),\ \sin\Theta\sin(\Phi - \varphi),\ \cos\Theta) = (\cos\Theta\cos(\Phi - \varphi),\ \cos\Theta\sin(\Phi - \varphi),\ -\sin\Theta)$

$(\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta})_s = \cos\Theta\cos(\Phi - \varphi) = \cos(\Theta_0 + \delta\Theta + \varepsilon\varepsilon)(-1)(\delta\Phi + \psi) = -\cos\Theta_0(\delta\Phi + \psi) \to 0$ вне v. core

$(\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta})_\varphi = \cos\Theta\sin(\Phi - \varphi) = \cos(\Theta_0 + \delta\Theta + \varepsilon\varepsilon)\cdot 1 = \cos\Theta_0 - \sin\Theta_0(\delta\Theta + \varepsilon\varepsilon)$, $(\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta})_z = -\sin(\Theta_0 + \delta\Theta + \psi)$

$= -\sin\Theta_0 + \cos\Theta_0(\delta\Theta + \psi)$

YD 13/1 теперь: $-\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Theta} = (\text{exch.}) - \vec{H}M_s\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Phi} = (\text{exch.}) + M_s(h^v_s + h_s)$ (1)

(2) $\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Phi} = (\text{exch.}) + M_s\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial\Theta} = (\text{exch.}) - M_s[H_s\cdot 0 + H_\varphi(\cos\Theta_0 - \sin\Theta_0(\delta\Phi + \psi)) + H_z(-\sin\Theta_0 - \cos\Theta_0(\delta\Phi + \psi))]$

Вне ядра $H_\varphi(\cos\Theta_0 - \sin\Theta_0(\delta\Phi + \psi)) = -H_\varphi(\delta\Phi + \psi) = -H^0_\varphi(\delta\Phi + \psi) = 0$. $H_z(\dots) = -H_z = -(H^0_z + h^v_z + h_z)$

($\Theta_0 = \pi/2$)

(1) $-\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Theta} = (\text{exch.}) + M_s(h^v_s + h_s)$; (2) $\frac{M_s}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Phi} = (\text{exch.}) + M_s(H^0_z + h^v_z + h_z)$ H^0_z уравновешивается

В YD для SW (Φ, ψ) начали динамич. vortex dip. fields h^v_s, h^v_z.

$h^v_s = \int d^2s'[g_{ss}\mu_s + g_{s\varphi}\mu_\varphi + g_{sz}\mu_z]$, $\mu^v_s = -\delta\Phi$, $\mu^v_\varphi = \cos\Theta_0\delta\Theta = 0$ ($\int g_{sz}(\dots) = 0$ из-за $\int g_{zz}(\dots) = 0$)

$h^v_z = \int d^2s'[g_{zs}\mu_s + g_{z\varphi}\mu_\varphi + g_{zz}\mu_z]$, $\mu^v_z = -\sin\Theta_0\delta\Theta = -\delta\Theta$ ($\int g_{zz}(\dots) = 0$)

т.е. $h^v_s = -\int d^2s'\, g_{ss}\,\delta\Phi(\vec{s}', t)$, $h^v_z = -\int d^2s'\, g_{zz}\,\delta\Theta(\vec{s}', t)$ в YD $\begin{cases} -\frac{1}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Theta} = (\text{exch.}) + h^v_s + h_s \\ \frac{1}{\gamma}\sin\Theta\dot{\Phi} = (\text{exch.}) + h^v_z + h_z \end{cases}$

$-\frac{1}{\gamma}\dot{\Theta} = (\text{exch.}) - \int d^2s'\, g_{ss}[\delta\Phi + \psi] + \frac{1}{\gamma}\dot{\Phi} = (\text{exch.}) + \int d^2s' g_{zz}[\delta\Theta + \varepsilon\varepsilon]$

// Видно, что в рабочей части YD, в собственной "норме" vortex координат системе с $\vec{m}_v \parallel Oz'$ $\delta\Theta$ и $\delta\Phi$ не линейно связаны, они нелокальны во SW, т.е. $\delta\Phi + \psi \to \psi$, $\delta\Theta + \varepsilon\varepsilon \to \varepsilon\varepsilon$

$\Phi = \dot{\psi} + \Phi_v$, Φ_v (gauge field) здесь V - SW YD скорость. Θ_v не входит из-за вспомогат. $\int d\vec{s}\, \vec{m}_s = -m_s\Phi$

Escaneado con CamScanner

$\mathcal{L}_{kin} = -\cos\theta\dot\varphi = -m_z\dot\varphi$ pero $\mathcal{L}_{int} = \sin\theta_v\dot\varphi_v\hat e_z \cdot m_z\dot\varphi = \frac{d}{dt}(m_z\varphi) - \varphi\dot m_z$.

$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{d}{dt}(m_z\varphi) + \varphi\dot m_z$ pero $\mathcal{L}_{int} = \left[-\varphi\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\right]_{int} = -\left[(\varphi_v+\varphi)\sin(\theta_v+\theta)(\dot\theta_v+\dot\theta)\right]_{int} =$

$= -\left[(\varphi\sin\theta_v + \varphi_v\cos\theta_v\theta)(\dot\theta_v+\dot\theta)\right]_{int} = -(\varphi\sin\theta_v + \varphi_v\cos\theta_v\theta)\dot\theta_v \approx -\sin\theta_v\dot\theta_v\varphi$.

Buscando datos sobre skyrmion propio $\mathcal{L}_{int} = \sin\theta_v\dot\varphi_v\hat e_z$, una cantidad $\dot\theta_v$ no, pero $\dot\varphi_v$ sí.

Ojo: V-SW dip.-dip. interaction fields no ajustan bien YD (ver Phys. Rev. B 10.

Para vortex-YD interaction V-SW observo κ pero no $\dot\varphi_v$ (propio int.) + dip.-dip. interaction secundaria.

Buscar vortex YD pero $X(t)$.

Referencia a lo escrito antes (pág 11).

$\mathcal{L}(\vec m') = \mathcal{L}_{kin}(\vec m') - \partial_i\vec m'\cdot\partial_i\vec m' - W_m(\vec m') \Rightarrow \mathcal{L}_{kin} = D_i\vec m'\cdot D_i\vec m' - W_m(\vec m')$

$\mathcal{L}_{kin} = \vec C(\vec m')\cdot D_0\vec m'$. Escogemos $\vec m = \vec m_v + \vec m_v' = (0,0,1)$. $D_{0\nu}\vec m_v' = 0$ y

$\mathcal{L}(\vec m') = -W'(\vec m')$ donde $\vec m'$ es variable, $W(\vec m')$ es mínimo. W_m = local magnetostat.

Hemos de $W(\vec m') = a(\vec m'^2 - \vec m_0'^2)$ o $W(\vec m') = a(\vec m'^2 - \vec m_0'^2)^2$?

$D_\mu\vec m' = (\partial_\mu - \hat A_\mu)\vec m' = 0$, $\hat A_\mu = A_\mu^a G_a$ pero $A_\mu^a = \vec m'\cdot\partial_\mu\vec m' + \vec m'\cdot(\vec A_\mu\cdot\vec m')$, $A_\mu^a = \vec A_\mu^a\cdot\vec m'$

Pero $\vec A_\mu = \hat A_\mu^\dagger = (-\sin\theta\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\partial_\mu\varphi)$, $\partial_\mu\vec m' = (\partial_\mu\theta, \sin\theta\partial_\mu\varphi, 0)$.

$\hat A_\mu = \partial_\mu R R^{-1}$, $R(\theta\varphi) = e^{i\theta J_y}e^{i\varphi J_z}$ y $\vec m' = R\vec m$, R = matriz de cambio de xyz a $x'y'z'$.

$R\in SO(3)$

Recap: Hamiltoniano $\to$ dos matrices $D_\mu = I\partial_\mu - \hat A_\mu$, $D_\mu^{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\partial_\mu - A_\mu^{\alpha\beta}$,

$A_\mu^{\alpha\beta} = A_\mu^a G_a^{\alpha\beta}$, $a = x,y,z$. $\alpha\beta$ = resp. elementos (3×3) matrices. $A_\mu^a \to \vec A_\mu$.

Excited field $\vec m = \vec m_v' + \vec m_s' = (m_{sx}, m_{sy}, 1)$. $\vec C(\vec m)\cdot D_0\vec m = \vec C(\vec m_v'+\vec m_s')\cdot D_0\vec m_s'$

$\mathcal{L}(\vec m) = \vec C(\vec m_v'+\vec m_s')\cdot D_0\vec m_s' - D_i\vec m_s'\cdot D_i\vec m_s' - W(\vec m_v'+\vec m_s') \to C_\alpha(\vec m_v'+\vec m_s') =$

$= \frac{\partial C_\alpha}{\partial\vec m}\Big|_{\vec m=\vec m_v'}\cdot\vec m_s + C_\alpha(\vec m_v') + O(m_s^2)$. $\vec C\cdot D_0\vec m_s' = \gamma(\vec m\times\vec m)\cdot D_0\vec m_s' = \gamma\vec m\cdot(\vec m\times D_0\vec m_s) = |\vec m=\hat z|$

$= \gamma\vec m\cdot(\vec m_s\times D_0\vec m_s') + \gamma\vec m\cdot(\vec m_v'\times\partial_0\vec m_s) = \mathcal{L}_{kin}(\vec m_s') + \gamma\vec m\cdot(\vec m_v'\times D_0\vec m_s')$

$\vec m_v'\times D_0\vec m_s' = \vec m_v'\times(\partial_0\vec m_s' - \vec A_\mu\times\vec m_s') = \vec m_v'\times\vec m_s' - \vec m_v'\times\vec A_\mu\times\vec m_s' = \vec m_v'\times\vec m_s' -$

$- A_\mu(\vec m_v'\cdot\vec m_s') + \vec m_s'(\vec A_\mu\cdot\vec m_v')$ ($\vec m_v'\cdot\vec m_s' = 0$)

$\mathcal{L}_{kin}(\vec m) = \vec C(\vec m_v'+\vec m_s')\cdot D_0\vec m_s' = \mathcal{L}_{kin}(\vec m_s') + \gamma\vec m\cdot\left[\vec m_v'\times\vec m_s' + \vec m_s'(\vec A_\mu\cdot\vec m_v')\right]$ ($\vec A_\mu\cdot\vec m_v' = 0$)

$\partial_0\vec m_s' = \vec A_0\times\vec m_s' = \left[\vec m_v'\times\partial_0\vec m_s' + \vec m_s'(\vec A_0\cdot\vec m_v')\right] + \vec m_s' = \partial_0\vec m_s'(\vec m_v'\cdot\vec m_v') - \vec m_s'(\vec m_v'\cdot\partial_0\vec m_v') + \vec m_v'\times\vec m_s'(\vec A_0\cdot\vec m_v')$

$= (\vec A_0\cdot\vec m_v')\,\vec m_v'\times\vec m_s'$; $\vec m_v'\times D_0\vec m_s' = \vec m_v'\times\vec m_s' - \vec m_v'\times\left[\vec A_0\times\vec m_s'\right] = \vec m_v'\times\vec m_s' - \vec m_v'\times\vec m_v'\times\vec m_s'(\vec A_0\cdot\vec m_v') =$

$= \vec m_v'\times\vec m_s' - (\vec A_0\cdot\vec m_v')\left[\vec m_v'(\vec m_v'\cdot\vec m_s') - \vec m_s'(\vec m_v'\cdot\vec m_v')\right] = \vec m_v'\times\vec m_s' + \vec m_s'(\vec A_0\cdot\vec m_v')$

$\mathcal{L}_{kin}(\vec m) = \mathcal{L}_{kin}(\vec m_s') + \gamma\vec m\cdot\left[\vec m_v'\times\vec m_s' + \vec m_s'(\vec A_0\cdot\vec m_v')\right]$, $\begin{cases}\vec m_s' = (\cos\theta, \sin\theta\varphi, 0)\\ \vec m_s = (m_{sx}, m_{sy}, -\sin\theta\cos\theta)\end{cases}$

$\vec m\cdot\vec m_s' = \hat z\cdot\vec m_s' = \hat z\cdot\vec m_s = m_{sz} = -\sin\theta\cos\theta$

$\vec m_s' = \frac{d}{dt}(\cos\theta, \sin\theta\varphi, 0)$ $\quad \vec m_v'\times\vec m_s' = \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ 0 & 0 & 1 \\ m_{sx}' & m_{sy}' & 0\end{vmatrix} = \hat y' m_{sx}' - \hat x' m_{sy}'$

$\vec m\cdot\vec m_v'\times\vec m_s' = (\hat z\cdot\hat y')m_{sx}' - (\hat z\cdot\hat x')m_{sy}' = \sin\theta\, m_{sy}' = \sin\theta\frac{d}{dt}(\sin\theta\varphi) = \sin^2\theta\dot\varphi + \cos\theta\sin\theta\dot\theta$

$\mathcal{L}_{kin}' = \gamma\vec m\cdot\vec m_v'\times\vec m_s' = \frac{1}{1+\cos\theta}\left[\sin^2\theta\dot\varphi + \varphi\cos\theta\sin\theta\dot\theta\right] = (1-\cos\theta)\dot\varphi + \frac{\cos\theta\sin\theta}{1+\cos\theta}\dot\theta\varphi =$

$= (1-\cos\theta)\dot\varphi + \cos\theta\tan\frac{\theta}{2}\dot\theta\varphi$

$\begin{cases}\hat z' = \hat x\sin\theta\cos\varphi + \hat y\sin\theta\sin\varphi + \hat z\cos\theta\\ \hat y' = -\hat x\sin\varphi + \hat y\cos\varphi\\ \hat x' = \hat x\cos\varphi\cos\theta + \hat y\sin\varphi\cos\theta - \hat z\sin\theta\end{cases}$ $R = e^{i\theta J_y}e^{i\varphi J_z}$. Pero $\mathcal{L}_{kin}'$ usando $\mathcal{L}_{kin}'$ y φ'.

Cobn. $(\hat x'\hat y'\hat z') = (\hat x\hat y\hat z)$?

$\mathcal{L}_{kin}' = \frac{1}{(\cos\theta)+1}\sin\theta\frac{d}{dt}(\sin\theta\varphi) = |udv = d(uv) - vdu| =$

$= \gamma\sin\theta\frac{d}{dt}(\sin\theta\varphi) - \frac{d}{dt}(\gamma\sin\theta\varphi) - \sin\theta\varphi\frac{d}{dt}\left(\tan\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d}{dt}(\cdot) - \varphi\sin\theta\frac{\dot\theta}{2\cos^2\frac{\theta}{2}} = \frac{d}{dt}(\cdot) - \tan\frac{\theta}{2}\dot\theta\varphi$

$\mathcal{L}_{kin}' = \gamma\vec m\cdot\vec m_v'\times\vec m_s' = \frac{d}{dt}\left[(1-\cos\theta)\varphi\right] - \tan\frac{\theta}{2}\dot\theta\varphi$

Ojo 29/Mar gauge SW: $\begin{cases}-\frac{1}{\gamma}\sin\theta\dot\theta = h_s^{sys}\\ \frac{1}{\gamma}\sin\theta\dot\varphi = h_s^{cos}\end{cases}$ Longitudinal. Coherente $h_s^z = \frac{1}{\gamma}\sin\theta\dot\varphi$, $\varphi = \varphi_v + \varphi$

$\mathcal{L}_{kin}' = -\cos\theta\dot\varphi$ (gauge SW $\frac{\partial w}{\partial\varphi}(\theta,\dot\theta)$) $= -\cos(\theta_v+\theta)(\dot\varphi_v+\dot\varphi) = -\left[\cos\theta_v - \sin\theta_v\theta\right]\left[\dot\varphi_v+\dot\varphi\right] =$

$= -\cos\theta_v\dot\varphi - \cos\theta_v\dot\varphi_v + \sin\theta_v\theta\dot\varphi_v + \sin\theta_v\theta\dot\varphi$. $\mathcal{L}_{kin}^{int} = \sin\theta_v\theta\dot\varphi_v - \cos\theta_v\dot\varphi$

$-\cos\theta_v\dot\varphi = -\frac{d}{dt}(\cos\theta_v\varphi) + \varphi\frac{d}{dt}(\cos\theta_v) = \frac{d}{dt}(\cdot) - \varphi\sin\theta_v\dot\theta_v \to \mathcal{L}_{kin}^{int} = \sin\theta_v\theta\dot\varphi_v - \sin\theta_v\varphi\dot\theta_v$ (!)

Escaneado con CamScanner

$\frac{\gamma}{M_S} \mathcal{L}^{int}_{kin} = \sin\theta_v \cos\Phi_v - \sin\theta_v \dot{\Phi}_v$ А дал. интеграл V по Φ_v даст только $\cos\Phi_v$

Далее выражение $\dot{\Theta}_v$ можно было не знать

$\mathcal{L}^0_{kin} + \dots = -\cos\theta\dot{\Phi} = -\frac{d}{dt}(\cos\theta\Phi) + \Phi\frac{d}{dt}\cos\theta = \frac{d}{dt}(\dots) - \Phi\sin\theta\dot{\theta} = (\dots) - (\Phi_v + \Psi)\sin\theta_v\cos\Phi_v \cdot (\dot{\Theta}_v + \dot{\theta}) = -(\Phi_v + \Psi)[\sin\theta_v + \cos\theta_v\cos\Phi_v](\dot{\Theta}_v + \dot{\theta}) = -\Phi_v\sin\theta_v\dot{\theta}_v - \Phi_v(\sin\theta\dot{\theta} + \cos\theta\cos\Phi_v\dot{\theta}) - \sin\theta\cos\Phi_v\dot{\Theta}_v + (\Phi_v\cos\theta + \sin\theta)\cos\Phi_v\dot{\theta}$

$= -\Phi_v\frac{d}{dt}(\sin\theta\theta) - \sin\theta_v\cos\Phi_v\dot{\Theta}_v + \frac{d}{dt}(\sin\theta_v\Phi_v\cos\Phi_v)(-1) + \Phi_v\sin\theta_v\cos\Phi_v - \sin\theta_v\cos\Phi_v\dot{\Theta}_v$

$\frac{\gamma}{M_S}\mathcal{L}^{int}_{kin}(\theta, \text{угол}) = \sin\theta_v\cos\Phi_v\dot{\Phi}_v - \sin\theta_v\cos\Phi_v\dot{\Theta}_v$ в общем виде $\mathcal{L}_{kin}$ будет иметь $\sin\theta_v\cos\Phi_v\dot{\Phi}_v$, т.е. член $\mathcal{L}_{kin} = \chi\vec{n}\cdot(\vec{m}'\times\dot{\vec{m}}_S)$ содержит $\dot{\Theta}_v$

Далее можно будет $\dot{\Theta}_v$ исключить (в каком-то приближении), для ферромагнетика — НЕТ.

$\mathcal{L}_{kin}(\vec{m}) = \mathcal{L}_{kin}(\vec{m}_S) + \delta(\vec{n}-\vec{m}'_S)(\vec{A}_0\cdot\vec{m}') + \mathcal{L}'_{kin} = \mathcal{L}^{kin}_{kin} + \mathcal{L}^{int}_{kin} + \mathcal{L}'_{kin}$

$\mathcal{L}^{int}_{kin} = \gamma(\vec{n}\cdot\vec{m}'_S)(\vec{A}_0\cdot\vec{m}') = -\gamma\sin\theta\cos(\vec{A}_0\cdot\vec{m}') = -\frac{1}{(1+\cos\Theta_v)}\sin\theta_v\cos A^{2'}_0$,

$A^{2'}_0 = \cos\theta\Phi$ или $(\cos\theta - 1)\Phi$ т.к. $\Theta_v = \pi/2$ фиксировано $\mathcal{L}^{int}_{kin} \sim \cos\Phi_v\left(\frac{M_S}{\gamma}\right)$.

→ Татаринов '2008: sd-model, $\vec{m}(\vec{r},t)$ + e^- conductivity — SU(2) model.

$U^+(\vec{m}\cdot\vec{\sigma})U = \sigma_z$, $U = \vec{n}\cdot\vec{\sigma}$, $S = 1/2$ и $\vec{n} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\Phi, \sin\frac{\theta}{2}\sin\Phi, \cos\frac{\theta}{2})$

$U^2 = 1$, $U = U^+$ (!) поэтому $\Phi \to -\Phi$ наблюдает в формулах

$D_\mu = \partial_\mu + iA_\mu$, $iA_\mu = U^{-1}\partial_\mu U$, $A_\mu = (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{\sigma} = A^a_\mu\sigma_a \to \vec{A}_\mu$.

$\vec{A}_\mu = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -\sin\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi \\ \cos\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi \\ (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi \end{pmatrix}$, $\vec{A}_\mu = -A^{new}_\mu$ (1 в (VIII)), $\vec{A}_\mu = (A^1_\mu, A^2_\mu, A^3_\mu)$

Фокус в переключении на орт $\vec{m} = \vec{z}'$, $\vec{e}_\theta$ и $\vec{e}_\varphi$ ортогональны сфер. базису.

$\vec{e}_i\cdot\vec{e}_j = \delta_{ij}$ $\begin{cases} \vec{e}_r = \vec{e}_x\sin\theta\cos\Phi + \vec{e}_y\sin\theta\sin\Phi + \vec{e}_z\cos\theta, \quad \vec{e}_\varphi = -\vec{e}_x\sin\varphi + \vec{e}_y\cos\varphi \\ \vec{e}_\theta = \vec{e}_x\cos\theta\cos\varphi + \vec{e}_y\cos\theta\sin\Phi - \vec{e}_z\sin\theta \end{cases}$ — вариант.

$2A^\theta_\mu = 2\vec{A}_\mu\cdot\vec{e}_\theta = (-\sin\Phi\theta' - \sin\theta\cos\Phi\Phi')\cos\theta\cos\Phi + (\cos\Phi\theta' - \sin\theta\sin\Phi\Phi')\cos\theta\sin\Phi + (1-\cos\theta)\Phi'(-1)\sin\theta = -\sin\theta\cos\theta(\cos^2\Phi + \sin^2\Phi)\Phi' - \sin\theta(1-\cos\theta)\Phi' = -\sin\theta\partial_\mu\Phi$.

$\vec{A}_\mu = A^\theta_\mu\hat{e}_\theta + A^\varphi_\mu\hat{e}_\varphi - A^z_\mu\hat{z}$, $A^\theta_\mu = -\frac{1}{2}\sin\theta\partial_\mu\Phi$, $A^\varphi_\mu = \frac{1}{2}\partial_\mu\theta$ — Татаринов

$\vec{A}_\mu = \frac{1}{2}\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} - B_\mu\vec{m}$, $B_\mu = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)\partial_\mu\Phi = -\vec{A}_\mu\cdot\vec{m} = A^{dm}_\mu$ — эффективное

Сделав деривативы D_μ ковариантно и сравнивая eq. фаза ферромагнетика — см. Eqs (150) + (160).

19/VIII я сделал поворот систем. координат xyz и направление $\vec{m} = \vec{m}' = (0,0,1)$ вокруг оси $\vec{n} = -\hat{x}\sin\Phi + \hat{y}\cos\Phi$ на угол θ, сравнив $\hat{d}(\theta,\vec{n})$ с $\hat{d}(\alpha,\beta,\gamma)$; это даст $\alpha = \Phi$, $\beta = \theta$, $\gamma = -\Phi$

$D_{\vec{n}}(\alpha,\beta,\gamma \to \Phi,\theta) = e^{-i\Phi J_z}e^{-i\theta J_y}e^{i\Phi J_z} = R^{-1}$ → $\overline{R(\theta,\Phi) = e^{-i\Phi J_z}e^{i\theta J_y}e^{i\Phi J_z}}$ — это $\alpha = \Phi$, $\beta = \theta$, $\gamma = \Phi$

$R(\theta,\Phi) = R^D(\Psi = -\Phi, \theta, \varphi = \Phi)$, $R^{-1}_{(\theta)} = e^{-i\Phi J_z}e^{-i\theta J_y}e^{i\Phi J_z} = R(-\theta)$, $R^{-1}(\theta,\Phi) = R(\theta,\Phi)$

$\vec{A}^{new}_{\mu(\theta)} = (-\sin\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ \cos\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi)$

Надо $\vec{A}^{new}_\mu = (-\sin\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ \cos\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi)$ — такая же как у Татарова.

из Eq (7) Дудаев не выходит. Но $\theta \to -\theta$, в $A^{new}_\mu(\theta)$ будет, и даст на (-1)

→ $\vec{A}^{new}_\mu = (+\sin\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ -\cos\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi)\cdot(-1)$

$A^\varphi_\mu = \vec{A}_\mu\cdot\hat{e}_\varphi = (-\sin\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi)(-1)\sin\Phi + (-\cos\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi)\cos\Phi(-1) = \partial_\mu\theta$

$A^\theta_\mu = \vec{A}_\mu\cdot\hat{e}_\theta = -\sin\theta\partial_\mu\Phi$, $A^{z'}_\mu = \vec{A}_\mu\cdot\hat{z}' = (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$ $\hat{z}' = \hat{z}\ \|\vec{m}'$

$A^z_\mu = A^{z'}_\mu = \vec{A}_\mu\cdot\hat{e}_z = (-\sin\Phi\theta' - \sin\theta\cos\Phi\Phi')\sin\theta\cos\Phi + (+\cos\Phi\theta' - \sin\theta\sin\Phi\Phi')\sin\theta\sin\Phi + (1-\cos\theta)\Phi'\cos\theta = -\sin^2\theta\cos^2\Phi\Phi' - \sin^2\theta\sin^2\Phi\Phi' + (\cos\theta + \cos^2\theta)\Phi' = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$

Escaneado con CamScanner

$A^\theta_\mu = -\sin\theta\,\partial_\mu\varphi$, $A^\varphi_\mu = \partial_\mu\theta$, $A^z_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi \Rightarrow \vec{A}^{(new)}_\mu = (-\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ (\cos\theta-1)\partial_\mu\varphi) = \vec{A}^{tot}_\mu$

$\vec{A}^D_\mu = (-\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\,\partial_\mu\varphi)$ — нужно на $\vec{A}_\mu = (A^\theta_\mu, A^\varphi_\mu, A^z_\mu)$, но A^z_μ содержит $(\cos\theta - 1)$, который в начале xyz Дирак исключает этим членом.

В xyz $\vec{A}_\mu = (A^x_\mu, A^y_\mu, A^z_\mu) = (-\sin\varphi\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \cos\varphi\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\varphi\,\partial_\mu\varphi,\ (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi)$

$\vec{A}_\mu = -\partial_\mu\vec{m}\times\vec{m} + a\vec{m}$

$\vec{A}_\mu\cdot\vec{m} = a(\vec{m})^2 = a$. $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})\vec{m}$ — вычисли для $\vec{m} = \vec{m}_\nu(\theta,\varphi)$.

Угол ψ — Дирака'ов не имеет gauge transform. + это угол перехода в $x'y'z'$, так что x' и y' $\parallel \hat\theta$ и $\hat\varphi$ — сферич. системы координат с $Oz' \parallel \vec{m}'$. $A^{gin}_\mu = -A^z_\mu = (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$

Note: topological fields in S.M. Girvin preprint-1999.

→ Выход: $\varphi - (-\varphi)$ при rotation это переход в $x'y'z'$-систему, а именно — переход в сферич. систему координат $(\theta,\varphi)(?)$ Выходит: $\cos\theta \to (\cos\theta - 1)$ в A^z_μ и A^z_μ, что важно для 3d U gauge interaction, подсчитаем $\vec{m}'_3 = (\theta, \varphi'\sin\theta, 0)$ успокоимся, т.к. если ещё один φ — поворот в R. $\vec{m}' = R\vec{m}$.

$\vec{m}'_r = 1$, $m'_\theta = 0$, $m'_\varphi = 0$ если $\vec{m} = (\cos\varphi\sin\theta,\ \sin\varphi\sin\theta,\ \cos\theta)$, $\hat{R}(\theta,\varphi) = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{pmatrix}$ — вариант

$\vec{m} = (\cos\varphi\sin\theta,\ \sin\varphi\sin\theta,\ \cos\theta)$, θ_v, φ_v — здесь. $R^{-1} = \hat{R}$.

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R R^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi\,\theta' - \sin\theta\sin\varphi\,\varphi' & \cos\theta\sin\varphi\,\theta' + \sin\theta\cos\varphi\,\varphi' & -\sin\theta\,\theta' \\ -\sin\theta\cos\varphi\,\theta' - \cos\theta\sin\varphi\,\varphi' & -\sin\theta\sin\varphi\,\theta' + \cos\theta\cos\varphi\,\varphi' & -\cos\theta\,\theta' \\ -\cos\varphi\,\varphi' & -\sin\varphi\,\varphi' & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s\theta c\varphi & c\theta c\varphi & -s\varphi \\ s\theta s\varphi & c\theta s\varphi & c\varphi \\ c\theta & -s\theta & 0 \end{pmatrix}$

$(\hat{A}_\mu)_{12} = -A^z_\mu = \partial_\mu\theta\left[\cos^2\theta\cos^2\varphi + \cos^2\theta\sin^2\varphi + \sin^2\theta\right] + \partial_\mu\varphi\left[-\cos\theta\sin\theta\cos\varphi\sin\varphi + \cos\theta\sin\theta\sin\varphi\cos\varphi\right] = \partial_\mu\theta$

$(\hat{A}_\mu)_{13} = A^y_\mu = \partial_\mu\theta\left[\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta - \sin\theta\sin\varphi\cos\varphi\right] + \partial_\mu\varphi\left[\cos\theta\sin^2\varphi + \cos\theta\cos^2\varphi\right] = \cos\theta\,\partial_\mu\varphi$ — уже

$(\hat{A}_\mu)_{23} = -A^x_\mu = \partial_\mu\theta[0] + \partial_\mu\varphi[-] = \partial_\mu\theta\left[\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta + \sin\theta\sin^2\varphi\right] + \partial_\mu\varphi\left[\cos\theta\sin^2\varphi + \cos\theta\cos^2\varphi\right] =$
$= \partial_\mu\theta\sin\theta(0) = \partial_\mu\varphi\cdot\cos\theta$.

$\vec{A}_\mu = (A^x_\mu, A^y_\mu, A^z_\mu) = (-\cos\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \cos\theta\,\partial_\mu\varphi,\ -\partial_\mu\theta)$ — проверить.

$A^z_\mu = A^x_\mu\sin\theta\cos\varphi + A^y_\mu\sin\theta\sin\varphi + A^z_\mu\cos\theta = (-\cos\theta\,\partial_\mu\varphi)\sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\,\partial_\mu\varphi\sin\theta\sin\varphi +$
$+ (-\partial_\mu\theta)\cos\theta$ — что за ерунда? Видимо $\hat{R}(\theta\varphi)$ — вариационный — описывает не верный (active).

$(\hat{A}_\mu)_{13} = \partial_\mu\theta\left[-\sin\varphi\cos\varphi\cos\theta + \sin\varphi\cos\varphi\cos\theta\right] + \partial_\mu\varphi\left[\sin\theta\sin^2\varphi + \sin\theta\cos^2\varphi\right] = \sin\theta\,\partial_\mu\varphi = A^y_\mu$ —
→ не изменяемое A^z_μ. Если $\vec{m}' = R\vec{m}$ в сферич. от (xyz) в $(r\theta\varphi)$ $\begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\varphi \end{pmatrix} = \hat{R}\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$,
$\vec{m}' = (m_r, m_\theta, m_\varphi)$ в сферич. (сферо) системе вектора $\vec{m}$ по новым ее $\hat{r}, \hat\theta, \hat\varphi$

$(\hat{A}_\mu)_{12}$, $(\hat{A}_\mu)_{13}$, $(\hat{A}_\mu)_{23}$ не есть $-A^z_\mu$, A^y_μ, $-A^x_\mu$, соответственно.

Если $\vec{A}_\mu = (A^r_\mu, A^\theta_\mu, A^\varphi_\mu) = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi,\ -\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta)$, $\partial_\mu\theta = (\hat{A}_\mu)_{12}$
то $(\hat{A}_\mu)_{23} = \cos\theta\,\partial_\mu\varphi$ стало, а A^z_μ. Почему? $\hat{R}(\theta,\varphi)$ Верная. $\sin\theta\,\partial_\mu\varphi = (\hat{A}_\mu)_{13}$
$(\hat{r}, \hat\theta, \hat\varphi) = (\hat{x}'_1, \hat{x}'_2, \hat{x}'_3)$. Надо найти явно $\hat{A}_\mu$ и A^a_μ → Rodrigues – eq.

Christoffel-Symb. → D_μ

Метрич. tensor for spherical coord. (Arfken, ch.2) $g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2\sin^2\theta \end{pmatrix}$, $g^{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/r^2\sin^2\theta \end{pmatrix}$

Ковар. вектор $V'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial q^j}V^j = \frac{\partial x'^i}{\partial q^j}V^j$, $d\vec{r} = \vec{\varepsilon}_j dq^j$, $\vec{\varepsilon}_i = \left(\frac{\partial x^1}{\partial q^i}, \frac{\partial x^2}{\partial q^i}, \frac{\partial x^3}{\partial q^i}\right)$ $x_i(q_j)$, $\vec{\varepsilon}_i = \frac{\partial\vec{r}}{\partial q^i}$

$\vec{r}(x_1, x_2, x_3)$ — new coordinates, (q_1, q_2, q_3) — старые. $\vec{\varepsilon}_r = \hat{r}$, $\vec{\varepsilon}_\theta = r\hat\theta$, $\vec{\varepsilon}_\varphi = r\sin\theta\,\hat\varphi$.

$g_{ij} = \vec{E}_i\cdot\vec{E}_j$. $(ds)^2 = g_{ij}\,dq^i dq^j$. $\vec{V} = V^i\vec{\varepsilon}_i \Rightarrow \frac{\partial\vec{V}}{\partial q^j} = \left(\frac{\partial V^i}{\partial q^j} + V^k\Gamma^i_{kj}\right)\vec{\varepsilon}_i$ —
ковариантная производная. $D_j V^i = \frac{\partial V^i}{\partial q^j} + V^k\Gamma^i_{kj}$, Γ^i_{kj} — Christoffel Symb.
$\Gamma^k_{ij} = \frac{1}{2}g^{kl}\left[\frac{\partial g_{jl}}{\partial q^i} + \frac{\partial g_{il}}{\partial q^j} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial q^l}\right]$. Если сферич. координаты x_i g_{ij} и g^{ij} diag

Escaneado con CamScanner

$\Gamma^s_{ii} = \frac{1}{2} g^{ii} \left[\frac{\partial g_{ii}}{\partial q^i} \right]$, $\Gamma^k_{kk} = \frac{1}{2} g^{kk} \frac{\partial g_{kk}}{\partial q^k}$, $\Gamma^1_{11} = \frac{1}{2} 1 \frac{\partial (1)}{\partial q^1} = 0$, $\Gamma^2_{22} = \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial q^2} (r^2)$

$= \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2)}{\partial q^2} = \left| r^2 = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2, \vec{r}(x,y,z) \right| = \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} 2 q_2 = \frac{q_2}{r^2}$, $\Gamma^3_{33} = \frac{1}{2} \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}$ ×

× $\frac{\partial}{\partial q^3} (r^2 \sin^2\theta) = (\cdot) \left[2 q^3 \sin^2\theta + r^2 2 \sin\theta \cos\theta \frac{\partial \theta}{\partial q^3} \right] = \frac{q_3}{r^2} + \operatorname{ctg}\theta \frac{\partial \theta}{\partial q^3}$.

$\vec{A}_{ij} = V^k \Gamma^i_{kj} \vec{E}_i = V^k \Gamma^k_{kk} \vec{E}_k = V^2 \Gamma^2_{22} \vec{E}_2 + V^3 \Gamma^3_{33} \vec{E}_3 = V^2 \frac{y}{r^2} z \hat{\theta} + V^3 \frac{z}{r^2} z \sin\theta \hat{\varphi}$ - н

$\vec{A}_2 = \sum_{ki} V^k \Gamma^i_{k2} \vec{E}_i = \sum_k V^k \Gamma^k_{k2} \vec{E}_k = V^2 \Gamma^2_{22} \vec{E}_2 = V^y \frac{y}{r^2} \hat{\theta} = V_y \sin\varphi \sin\theta \hat{\theta}$

$\vec{A}_3 = V^3 \Gamma^3_{33} \vec{E}_3 = V_z \cdot \frac{z}{r^2} \cdot z \sin\theta \hat{\varphi} = V_z \sin\theta \cos\theta \hat{\varphi}$, $\frac{\partial \vec{V}'}{\partial q^i} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial q^i} + \vec{A}_i$

$\frac{\partial \vec{V}'}{\partial x} + \left| x = q^1, y = q^2, z = q^3 \right| = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x}$, $\frac{\partial \vec{V}'}{\partial y} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + V_y \sin\varphi \sin\theta \hat{\theta}$, $\frac{\partial \vec{V}'}{\partial z} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} +$ (

$V'_i = \sum_j a_{ij} V_j$, + не видно помощь от добавок $\vec{A}_j$.

Матрицы $R_n(\theta,\varphi) = e^{-i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}$ и $\hat{R}(\theta,\varphi)$ отличаются. $R_n(0,\varphi) = 1$

Разве переход от $\hat{x}\hat{y}\hat{z} \to \hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi}$ не есть ортогональное преобраз., $\hat{R}(0,\varphi) \neq 1$.

Описывается by Euler angles δ,β,γ?

Kogenman'17 отвергнув $SU(2)$ - rotating, сно нужна. Kogenman'17 далее $\vec{m}' = R\vec{m}$ и имея $\vec{B}\vec{C}$ и получает $\left(\frac{\partial}{\partial t} - A_0 z\right) s_+ = -$ как канал 11,14. Логично далее трансформ $\vec{m}' = R\vec{m}$ делать в лагранжиан, требуя инвариантность, как Gus, PRB'10 Dzyaloshinskii'05

Согласно Rose'1995 $\vec{m}' = M(\alpha\beta\gamma)\vec{m}$

$M(\alpha\beta\gamma) = M_z(\gamma) M_y(\beta) M_z(\alpha) \to \hat{M} = \begin{pmatrix} \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - \sin\alpha\sin\gamma & \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma + \cos\alpha\sin\gamma & -\sin\beta\cos\gamma \\ -\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\beta\sin\gamma \\ \cos\alpha\sin\beta & \sin\alpha\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}$

Две passive rotations

$M = \hat{a}$ - Варш. $M = D^1(\alpha\beta\gamma) = e^{i\gamma J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\alpha J_z}$

$D^{-1}(\alpha\beta\gamma) = \bar{D}(\alpha\beta\gamma) = D(-\gamma,-\beta,-\alpha)$. $M(\alpha,0,\gamma) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha+\gamma) & \sin(\alpha+\gamma) & 0 \\ -\sin(\alpha+\gamma) & \cos(\alpha+\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и Zyaб

$M(\alpha,0,\gamma) = I$ надо $\alpha+\gamma = 0$.

тогда как $\hat{R}(0,\varphi) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{pmatrix}$ к $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ не сводится. $\hat{R}$ и $M(\alpha\beta\gamma)$ не эквивалентны

Вернемся к 19/VIII и попробуем выразить R через углы поворота θ и ось

Eq. (56) - Варш. для active a_{ik}, passive a_{ik} при $\theta \to -\theta$ в (56) поворот

$a_{ik} = \cos\theta (I) \delta_{ik} + (1-\cos\theta) n_i n_k + \sin\theta \varepsilon_{ikl} n_l$, $\vec{n} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$

$\vec{n} = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0)$

$\hat{a} = \cos\theta I + (1-\cos\theta) \begin{pmatrix} \sin^2\varphi & -\sin\varphi\cos\varphi & 0 \\ -\sin\varphi\cos\varphi & \cos^2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \sin\theta \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 0 & \cos\varphi \\ \sin\varphi & -\cos\varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos\varphi \\ 0 & 0 & \sin\varphi \\ -\cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{a} = \cos\theta I + (1-\cos\theta) \begin{pmatrix} \sin^2\varphi & -\sin\varphi\cos\varphi & 0 \\ -\sin\varphi\cos\varphi & \cos^2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \sin\theta \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos\varphi \\ 0 & 0 & \sin\varphi \\ -\cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \end{pmatrix} = R(\theta\varphi)$

$\vec{n} = (\sin\theta_n \cos\varphi_n, \sin\theta_n \sin\varphi_n, \cos\theta_n)$ $\theta_n = \pi/2$, $\varphi_n = \frac{\pi}{2} + \varphi$

$\hat{a} = R(\theta,\varphi) = \cos\theta I + \begin{pmatrix} (1-c\theta)\sin^2\varphi & -(1-c\theta)\sin\varphi\cos\varphi & -\sin\theta\cos\varphi \\ -(1-c\theta)\sin\varphi\cos\varphi & (1-c\theta)\cos^2\varphi & -\sin\theta\sin\varphi \\ \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & 0 \end{pmatrix}$ -

- сравн. с $\hat{M}(\alpha\beta\gamma)$.

$\beta = \theta$. $\cos\theta + (1-\cos\theta)\sin^2\varphi = \cos\alpha\cos\theta\cos\gamma - \sin\alpha\sin\gamma = \cos\theta + (1-\cos\theta)(1-\cos^2\varphi) =$

$\alpha = \pm\varphi$, $\gamma = \pm\varphi$, $-\sin\alpha\sin\gamma = \sin^2\varphi \Rightarrow \alpha+\gamma = 0$ $\Leftarrow \cos\theta\cos^2\varphi + \sin^2\varphi$

$\cos\theta\cos\varphi\sin\alpha + \cos\varphi\cos\gamma = -(1-\cos\theta)\sin\varphi\cos\varphi$, $\gamma = -\varphi$, $\alpha = \varphi$, $-\sin\theta\cos\varphi = -\sin\theta\cos\varphi$

$-\cos\varphi\cos\theta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\varphi = -(1-\cos\theta)\sin\varphi\cos\varphi$, $\gamma = -\varphi$, $\alpha = \varphi$.

Т.е. метод оси вращения позволяет найти $R(\theta,\varphi) = \hat{M}(+\varphi,\theta,-\varphi) = e^{-i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}$

$R^{-1}_{(\theta\varphi)} = \left(e^{-i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}\right)^{-1} = e^{-i\varphi J_z} e^{-i\theta J_y} \exp(+i\varphi J_z) = R(\varphi,-\theta)$, и $U^{-1} = U$ такие не симм.

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1} = \left[-i\partial_\mu\varphi J_z e^{-i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z} + e^{-i\varphi J_z}(+i)\partial_\mu\theta J_y e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z} + e^{-i\varphi J_z} e^{i\theta J_y}(i\partial_\mu\varphi) J_z\right] R^{-1} =$

$= -i\partial_\mu\varphi J_z + i\partial_\mu\theta e^{-i\varphi J_z} J_y e^{i\varphi J_z} + i\partial_\mu\varphi e^{-i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} J_z e^{-i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}$

Бидемхарн-Луук. $\vec{J}' = e^{-i\psi \vec{n}\cdot\vec{J}} \vec{J} e^{i\psi \vec{n}\cdot\vec{J}} = \vec{J}\cos\psi + (1-\cos\psi)\vec{n}(\vec{n}\vec{J}) - \sin\psi(\vec{n}\times\vec{J})$.

$e^{-i\varphi J_z} J_y e^{i\varphi J_z} = \left|\psi = \varphi, \vec{n} = \hat{z}\right| = J_y\cos\varphi + (1-\cos\varphi)(\hat{z})_y (\vec{n}\vec{J}) - \sin\varphi(\hat{y}J_x - \hat{x}J_y)_y =$

Escaneado con CamScanner

$= J_y\cos\Phi - J_x\sin\Phi$. $e^{i\Theta J_y} J_z e^{-i\Theta J_y} = \left|\psi=-\theta,\ \vec n=\hat y\right| = J_z\cos\Theta + (1-\cos\Theta)\hat y_z(\vec n\vec J_y) + \sin\Theta(\vec n\times\vec J)_z = J_z\cos\Theta + \sin\Theta \begin{vmatrix} \hat x & \hat y & \hat z \\ 0 & 1 & 0 \\ J_x & J_y & J_z \end{vmatrix}_z = J_z\cos\Theta - J_x\sin\Theta$.

$e^{-i\Phi J_z}\left[e^{i\Theta J_y} J_z e^{-i\Theta J_y}\right] e^{i\Phi J_z} = e^{-i\Phi J_z}\left[J_z\cos\Theta - J_x\sin\Theta\right] e^{i\Phi J_z} =$

$= J_z\cos\Theta - \sin\Theta\, e^{-i\Phi J_z} J_x e^{i\Phi J_z} = J_z\cos\Theta - \sin\Theta\left[J_y\cos\Phi - \sin\Phi(\hat z\times\vec J)_x\right] = J_z\cos\Theta - \sin\Theta\cos\Phi J_x + \sin\Theta\sin\Phi(-1) J_y$; $\hat A_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1} = -i\partial_\mu\Phi\cdot J_z + i\partial_\mu\Theta\left(J_y\cos\Phi - J_x\sin\Phi\right) + i\partial_\mu\Phi\left[J_z\cos\Theta - \sin\Theta\cos\Phi J_x - \sin\Theta\sin\Phi J_y\right] = \left|iJ_a = G_a\right| = G_x\left[-\partial_\mu\Theta\sin\Phi - \sin\Theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi\right] + G_y\left[\partial_\mu\Theta\cos\Phi - \sin\Theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi\right] + G_z\left[-\partial_\mu\Phi + \partial_\mu\Phi\cos\Theta\right] = A^a_\mu G_a$, $a = x, y, z$.

$\Rightarrow \vec A_\mu = \left(-\sin\Phi\partial_\mu\Theta - \sin\Theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ \cos\Phi\partial_\mu\Theta - \sin\Theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi\right) = (A^x_\mu, A^y_\mu, A^z_\mu)$ — сферич. координаты

Сферич. координаты $\hat e \parallel \vec m$: $A^z_\mu = (\vec A_\mu\cdot\hat e) = \left(-\sin\Phi\Theta' - \sin\Theta\cos\Phi\Phi'\right)\sin\Theta\cos\Phi + \left(\cos\Phi\Theta' - \sin\Theta\sin\Phi\Phi'\right)\sin\Theta\sin\Phi + (\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi\cos\Theta = -\sin^2\Theta\left(\cos^2\Phi + \sin^2\Phi\right)\partial_\mu\Phi + (\cos^2\Theta - \cos\Theta)\partial_\mu\Phi = (\cos 2\Theta - \cos\Theta)\partial_\mu\Phi$ — это $A^z_\mu = A^{Cm}_\mu$ при $\gamma=-\Phi$, $\beta=\Theta$, $\alpha=\Phi$, A^{new}_μ

$A^\Theta_\mu = (\vec A_\mu\hat\Theta) = \left(-\sin\Phi\Theta' - \sin\Theta\cos\Phi\Phi'\right)\cos\Theta\cos\Phi + \left(\cos\Phi\Theta' - \sin\Theta\sin\Phi\Phi'\right)\cos\Theta\sin\Phi + (\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi(-\sin\Theta) = -\sin\Theta\cos\Theta\cos^2\Phi\Phi' - \sin\Theta\cos\Theta\sin^2\Phi\Phi' - \sin\Theta(\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi = -\sin\Theta\left[\cos\Theta + \cos\Theta - 1\right]\partial_\mu\Phi = \sin\Theta(1-2\cos\Theta)\partial_\mu\Phi$

$A^\Phi_\mu = (\vec A_\mu\cdot\hat\Phi) = \left(-\sin\Phi\Theta' - \sin\Theta\cos\Phi\Phi'\right)(-1)\sin\Phi + \left(\cos\Phi\Theta' - \sin\Theta\sin\Phi\Phi'\right)\cos\Phi =$

$= e'_\mu = \partial_\mu\Theta$. $\vec A_\mu = (A^z_\mu, A^\Theta_\mu, A^\Phi_\mu) = \left((\cos 2\Theta - \cos\Theta)\partial_\mu\Phi,\ \sin\Theta(1-2\cos\Theta)\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\Theta\right)$

$\vec A^{Takago}_\mu = [A^z_\mu, A^\Theta_\mu, A^\Phi_\mu) = \frac12\left((\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi,\ -\sin\Theta\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\Theta\right)$ для $Su(2)$, $S=1/2$.

$\vec A^{Dug}_\mu\ (\psi=-\Phi, \theta=\Theta, \varphi=\Phi) = \left(-\sin\Phi\partial_\mu\Theta - \sin\Theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ \cos\Phi\partial_\mu\Theta - \sin\Theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi\right)$

A'^{Dug}_μ с $R = e^{i\gamma J_z} e^{i\Theta J_y} e^{i\alpha J_z} = D^{-1}(\alpha,\beta,\gamma)$ — проверим, оно верное.

Но и $\vec A^{Gus-new}_\mu$ и $\vec A^{Dug}_\mu$ не совпадают с Такаго'2008. Разница в $\Theta\to-\Theta$.

Т.е. либо $\vec A^{Tak}_\mu$ неверен, либо он специфичен для $S=1/2$ и к $S=1$ неприменим.

У такаго $U = \vec n\vec\sigma = n_x\sigma_x + n_y\sigma_y + n_z\sigma_z = \begin{pmatrix} n_z & n_x - in_y \\ n_x + in_y & -n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\frac\Theta2 & \sin\frac\Theta2 e^{-i\Phi} \\ \sin\frac\Theta2 e^{i\Phi} & -\cos\frac\Theta2 \end{pmatrix}$

$\vec m'\cdot\vec\sigma = \sigma_z = U^+(\vec m\cdot\vec\sigma)U$ соответ. $\vec m' = R\vec m$

$\vec m = (\sin\Theta\cos\Phi, \sin\Theta\sin\Phi, \cos\Theta)$, $\vec m' = (0,0,1)$. $U^+(\vec m\vec\sigma)U = \begin{pmatrix} c & se^{-i\Phi} \\ se^{i\Phi} & -c \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} m_z & m_x - im_y \\ m_x + im_y & -m_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & se^{-i\Phi} \\ se^{i\Phi} & -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & se^{-i\Phi} \\ se^{i\Phi} & -c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m_z c + (m_x - im_y)se^{i\Phi} & m_z se^{-i\Phi} - cm_- \\ cm_+ - m_z se^{i\Phi} & m_+ se^{-i\Phi} + cm_z \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} c & se^{-i\Phi} \\ se^{i\Phi} & -c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m_z c + \sin\Theta s & m_z se^{-i\Phi} - cm_- \\ cm_+ - m_z se^{i\Phi} & \sin\Theta s + cm_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_z c^2 + 2cs\sin\Theta - m_z s^2 & \times \\ m_z s^2 - 2cs\sin\Theta - m_z c^2 & \times \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \times \\ 0 & \times \end{pmatrix}$

$U^+(\vec m\vec\sigma)U = \sigma_z$. $U(\alpha\beta\gamma) = \begin{pmatrix} \cos\frac\beta2 e^{-i(\alpha+\gamma)/2} & -\sin\frac\beta2 e^{i(\gamma-\alpha)/2} \\ \sin\frac\beta2 e^{i(\alpha-\gamma)/2} & \cos\frac\beta2 e^{i(\alpha+\gamma)/2} \end{pmatrix}$ — общий вид $Su(2)$ эл.

У такаго в (12) эл. U_{12} знак при $\sin\Theta/2$ не тот. $-\Theta$ U_{22} тоже

Т.е. $U = \vec n\vec\sigma = \begin{pmatrix} \cos\Theta/2 & \sin\Theta/2 e^{-i\Phi} \\ \sin\Theta/2 e^{i\Phi} & -\cos\Theta/2 \end{pmatrix}$ — не явл. операцией вращения.

К тому же $U = U^+$ эрмитова, а должна быть унитарна $U^+ = U^{-1}$.

$\vec A^{Tak}_\mu$ вращением не получить. Специфичность $Su(2)$, $S=1/2$ не должно быть, т.к. $Su(2)$ и $So(3)$, $S=1$ — изоморфны. Это и преобр. в сферич. системе с $\hat e\parallel\vec m$.

Общий элемент $Su(2)$ в наших представл. $U = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\frac\beta2 e^{-\frac i2(\alpha+\gamma)} & -\sin\frac\beta2 e^{\frac i2(\gamma-\alpha)} \\ \sin\frac\beta2 e^{\frac i2(\alpha-\gamma)} & \cos\frac\beta2 e^{\frac i2(\alpha+\gamma)} \end{pmatrix}$

У такаго $U(\Theta\Phi) = \begin{pmatrix} \cos\Theta/2 & \sin\Theta/2 e^{-i\Phi} \\ \sin\Theta/2 e^{i\Phi} & -\cos\Theta/2 \end{pmatrix}$ не есть вращение.

$U(\Phi\Theta)$ так назыв. Из $U(\alpha\beta\gamma)$ при $\alpha+\gamma=\pi$, $\alpha-\gamma = 2\Phi+\pi$, т.е. $\alpha=\Phi$, $\gamma=-\pi-\Phi$

т.е. $R(\Phi\Theta)$ Такаго можно формально трактовать как вращение ($S=1/2$).

Ранее зафиксировано совпадение $\vec A^{Tak}_\mu = -\vec A^{new}_\mu$ было из-за неверного знака $\sin(\Theta)$ в A^Φ_μ при верном знаке Θ. $\vec A^{new}_\mu(\Theta,\Phi) = A^\Theta_\mu(\psi=-\Phi, \theta=\Theta, \varphi=\Phi)$ не совп. с $\vec A_\mu$ — Такаго.

Escaneado con CamScanner

$A_\mu^{yD}(\psi=-\pi-\Phi,\theta,\varphi=\Phi) = \sin\Phi\,\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\Phi$, $R_\beta = e^{i\psi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z} = e^{i\alpha J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\gamma J_z} = R(\alpha\beta\gamma)$

$A_\mu^{yD}(\psi=-\pi-\Phi,\theta,\varphi=\Phi) = -\cos\Phi\,\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\Phi$, $A_\mu^{zD} = (\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi$

$\vec{A}_\mu^{tot} = -\vec{A}_\mu^{D}(\psi=\pi-\Phi,\theta,\varphi=\Phi),\theta=\theta$ также $\vec{A}_\mu^{tot}(\theta,\Phi) = -\vec{A}_\mu^{D}(\psi=-\Phi,\theta=-\theta,\varphi=\Phi)$.

Т.е. даже для $SO(3)$ A_μ^{tot} можно получить из фундаментального $R(\alpha\beta\gamma) = e^{i\psi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z}$ в разных углах. Берем набор $\gamma=-\pi+\Phi, \beta=\theta$ или $\gamma=-\Phi, \beta=-\theta$ или $\alpha=\Phi$.

Набор с $\beta=-\theta$ нельзя использовать, общая точка $R(\alpha\beta\gamma)$ должна быть одной и той же, а набор $\beta=\theta$, $\gamma=-\pi-\Phi$ – можно, т.к. γ произвольно, задавая только ось z' оси magnetization $\vec{m}_s$.

(1/IX) Визит в Notary + Tolosa, Maria Valentina: она сказала, что будет 3.1 или 3.2 самым большим замечанием в ходе квалификационной работы, и предложила в Советник Ухе обратиться, что именно будет. А то нет. Обсудить. = Окс ее работы и возможного визита в Kiev with magIC project. Ehrenf. Webb с Л., Ю. Ашкинази?)

Глеб два направления по Skyrmions: 1) artificial Sk. Lattices CoNi/PdAl (новый сделан рисунок, Adekunle только Эксп.), 2) Asim, SW in thick dot Simulations (без – нет пересечений $W_{m_1,m}$ + SW с ∂_n – ТМ. // Petri net ТМ для них нужен.

(2/XI) Отдых. + Окс. travel to Kiev. E-mail Zanfor to Gorobets Chaoming, Ying, Yi. Отдых. + Окс. Faculty lecture Sci. Rep. + Занфорт Saldo MEC Skyrmion Event.

На conf. экуклид в Nonlinear. incons., беседа с Л. Звездиным и Богдановым (Ар. UMC-2015, Nijmegen – deadline registration – Sept. 15, 2015, Reg-fee 100 €, One side 150

(3/IX) E-mails to Arantxa, Окс. Ур $D_\mu = \partial_\mu + i A_\mu^a J_a$, particle-gauge field interaction $= j_\mu^a$ where j_μ^a is isotopic spin current density. Так $j_\mu^a = j_\mu$ для SW? $\partial_\mu F_{\mu\nu} = j_\nu$, но для pure gauge field $F_{\mu\nu}=0$ и $\partial_\mu j_\mu = 0$, так что (interaction) $= j_\mu$. Eq. of motion of gauge fields A_μ // Верно ли что $j_0 \vec{A}_0$ дает SW interaction? не проходит, и.м. как в SS-GMR theory оставили j_μ и ввели $\vec{j} = (j_x^s, j_y^s, j_z^s)$ и j_0^s?

E. Zeidler. Quantum field theory III Gauge fi. $D_\mu \psi^i = \partial_\mu \psi^i + \Gamma^i_{\mu\nu}\psi^\nu$, $\psi = (\psi^1, \psi^2, \ldots)$ и $D_\mu \Psi = \partial_\mu \Psi + \hat{A}_\mu \Psi$, где дает сверху $\hat{A}_\mu$ с Christoffel symbols $\Gamma^i_{\mu\nu}$ (5.6.2).

Dubrovin, Fomenko, Novikov: $\hat{A}_\mu = A_\mu^a X_a$ и $\delta\Phi = 0 \to F_{\mu\nu}=0$ и $\partial_\mu A_\mu^i = 0$. (Abe gauge)

Предположим для $A_\mu^z = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi = (A_0^z, A_x^z, A_y^z, A_z^z) = A_\mu = (A_0, \vec{A})$ – el. m. potential

$\partial_\mu A_\mu^z = \sum_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu}(\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi = \sum_\mu [-\sin\theta\,\partial_\mu\theta\,\partial_\mu\Phi + \cos\theta\,\partial_\mu\partial_\mu\Phi - \partial_\mu\partial_\mu\Phi] =$

$= -\sin\theta\,\dot{\theta}\dot{\Phi} - \sin\theta(\nabla\theta\cdot\nabla\Phi) + (\cos\theta-1)[\ddot{\Phi} + \nabla^2\Phi] = 0$? Когда верно? $\Phi = \Phi_{r_i}$ = const, $\theta = \theta_{r_i}(t)$

Две соответствующие точки $\dot{\Phi}=0, \dot{\theta}=0$, $\nabla^2\Phi = 0$ $\partial_\mu A_\mu^z \neq 0$, т.к. $\nabla\theta\cdot\nabla\Phi = \theta'(s)\dot{\Phi}\cdot\frac{\partial}{\partial s} = 0$

→ Вопрос (31/VIII): $R = e^{i\gamma J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\alpha J_z}$ задает passive rotation $\vec{m}' = R\vec{m}$, $\vec{m}' = (0,0,1)$.

$R = R(\alpha\beta\gamma)$. $\alpha = \Phi$, $\beta = \theta$, а для γ есть свобода: ⓐ $\gamma = -\Phi$ дает $\vec{A}_\mu^{new} = \vec{A}_\mu^D$

ⓑ $\gamma = -\pi - \Phi$ дает $\vec{A}_\mu^{нового}$ (скорее)

$R_\gamma(\theta,\Phi) = R(\Phi,\theta,\gamma)$ выбрали так, чтобы $A_\mu^z = \pm(1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$, что верно для $\xi = 1$, т.е. дает верное V-SW coupling/interaction даже при $\theta = \theta_v = \pi/2$.

Выбор $\gamma=0$ как Kovalev'14, Hoogdalem'13 рекомендовали, $A_\mu^z = \cos\theta\,\partial_\mu\Phi \to 0$

Vortex $\vec{m} = (0,0,1)$ задает вакуум, а SW с $\vec{m}_s \neq 0$. линейное возбуждение над $\vec{m}_s$ – measurable field. Vortex gauge field $\vec{A}_\mu$ вдавливает в мат. SW field $D_\mu = (\partial_\mu - \vec{A}_\mu)$ – covariant derivatives. $(\vec{A}_\mu \cdot \vec{m}') = A_\mu^{em}$ задает emergent electromag. field potential. $\vec{B}$ – emergent is topological field (generates gyrovector $\vec{C}$). т.е. deg. emergent el.m. field potential A_μ^{em} – чтобы вычислить $\vec{A}_\mu$ gauge field нет обр. вакуум-SW

квантовать $\vec{m}' = \vec{m}_v(\vec{r},t)$.

$\mathcal{L}_{kin} = \frac{(\vec{z}\times\vec{m})}{1+\vec{z}\cdot\vec{m}} \cdot D_\mu\vec{m} = |\vec{m} = \vec{m}_v + \vec{m}_s| \to \gamma(\hat{z}\times\vec{m}')\cdot D_\mu\vec{m}' = \{D_\mu\vec{m}_v' = 0\} = \gamma(\hat{z}\times\vec{m}')D_\mu\vec{m}_s'$

$\mathcal{L}_{kin}^{int} = \gamma(\hat{z}\times\vec{m}_v')\cdot D_\mu\vec{m}_s' = \gamma(\hat{z}\times\vec{m}_v')\cdot[\vec{m}_s' - \vec{A}_0\times\vec{m}_s'] = \gamma\hat{z}\cdot[\vec{m}_v'\times\vec{m}_s' + (\vec{A}_0\cdot\vec{m}_v')\vec{m}_s'] + \ldots$

это interaction betw. gauge field component $(\vec{A}_0\cdot\vec{m}_v')$ и non-gauge term $\vec{m}_s'$.

Escaneado con CamScanner

$\vec{A}^{tot}_{\mu}(\vec{m}'+\vec{m}'_0) = \gamma\left[(\hat{z}\times\vec{m}')\cdot\vec{m}'_0 + (\vec{A}_0\cdot\vec{m}')(\hat{z}\cdot\vec{m}'_0)\right]$, $\gamma = [1+\hat{z}\cdot\vec{m}']^{-1}$

$\vec{m}'_0 = m'_{0x}\hat{x}' + m'_{0y}\hat{y}'$, $\hat{x}'=\hat{y}'$ через $R(\alpha,\beta,\gamma)$ с $\gamma=0$, $\alpha=\Phi$, $\beta=\Theta$, $\gamma=0$

Чтобы $\vec{A}^{new}_{\mu}$ было $\vec{A}^{tot}_{\mu}$, надо $R(\alpha,\beta,\gamma) = (\Phi,\Theta,0)$ с каким-то $\vec{m}'_0 = (a\sin\Theta, 0, 0)$

Для gauge field ровно $\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = 0$ $\Rightarrow$ $\partial_\mu\vec{A}_\nu = 0$.

Хватит ли этих уравнений, чтоб найти $\vec{A}_\mu$? Или надо $(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')$?

$\vec{A}_\mu = A^a_\mu G_a$, $G = (G_x, G_y, G_z)$ в xyz с базис. вектор. $\vec{e}_a$

Вращение $\vec{A}^{new}_\mu$ с $\gamma=\Phi$, $\alpha=\Phi$, $\beta=\Theta$ $R(\Theta,\Phi) = M(\Phi,\Theta,0) =$

$$\begin{pmatrix} \cos^2\Phi\cos\Theta + \sin^2\Phi & (\cos\Theta-1)\sin\Phi\cos\Phi & -\sin\Theta\cos\Phi \\ (\cos\Theta-1)\sin\Phi\cos\Phi & \sin^2\Phi\cos\Theta + \cos^2\Phi & -\sin\Theta\sin\Phi \\ \sin\Theta\cos\Phi & \sin\Theta\sin\Phi & \cos\Theta \end{pmatrix}$$

$R(\Theta,\Phi) = R(\Theta,\Phi)$ $\Rightarrow$ $R_{ik} = (\hat{e}_i\cdot\hat{e}_k)$

$$\begin{pmatrix}\hat{e}'_1\\ \hat{e}'_2\\ \hat{e}'_3\end{pmatrix} = R\begin{pmatrix}\hat{e}_1\\ \hat{e}_2\\ \hat{e}_3\end{pmatrix}$$

$(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\hat{z}') = \partial_\mu A^{z'}_\nu - \partial_\nu A^{z'}_\mu + \hat{z}'\cdot\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = 0$, $\hat{z}' = \vec{m}' = (0,0,1)$, $\hat{z}' = \hat{e}_3$

$\hat{z}'\cdot\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = \begin{vmatrix} \hat{e}_1 & \hat{e}_2 & \hat{e}_3 \\ A^x_\mu & A^y_\mu & A^z_\mu \\ A^x_\nu & A^y_\nu & A^z_\nu \end{vmatrix} = A^x_\mu A^y_\nu - A^y_\mu A^x_\nu =$

$= \sin\Theta(1-\cos\Theta)\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Theta - \sin\Theta(1-\cos\Theta)\partial_\nu\Phi\partial_\mu\Theta = (\sin\Theta-\sin\Theta\cos\Theta)\left[\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Theta - \partial_\nu\Phi\partial_\mu\Theta\right]$, $A^{z'}_\mu = A^z_\mu$

$\partial_\mu A^{z'}_\nu - \partial_\nu A^{z'}_\mu = \partial_\mu\left[(\cos2\Theta-\cos\Theta)\partial_\nu\Phi\right] - \partial_\nu\left[(\cos2\Theta-\cos\Theta)\partial_\mu\Phi\right] = -(2\sin2\Theta-\sin\Theta)\left[\partial_\mu\Theta,\Phi-\partial_\nu\Theta\partial_\mu\Phi\right]$

Однако z' внешнее $\Rightarrow$ правильно $A^{z'}_\mu$ компоненты x,y,Θ,Φ от Θ и Φ.

1/IX Утром дома. А.К. звездочки + нам в наш: обсудить, когда gauge fields для U-ев одинак.

5/IX С.А. в Lille, недавно к trip to Toulouse, TNT-2015.

Будем из $\vec{A}^{tot}_\mu$ удовл. $\vec{F}_{\mu\nu}=0$. Для $\vec{A}^{tot}_\mu$ $\gamma = \pm\pi - \Phi$, $\alpha=\Phi$, $\beta=\Theta$, $\cos\gamma = -\cos\Phi$, $\sin\gamma = \sin\Phi$

$$R_{tot}(\Theta,\Phi) = M(\Phi,\Theta,\pm\pi-\Phi) = \begin{pmatrix} -\cos^2\Phi\cos\Theta - \sin^2\Phi & \sin\Phi\cos\Phi(1-\cos\Theta) & \sin\Theta\cos\Phi \\ \sin\Phi\cos\Phi(1+\cos\Theta) & -\sin^2\Phi\cos\Theta - \cos^2\Phi & \sin\Theta\sin\Phi \\ \cos\Phi\sin\Theta & \sin\Phi\sin\Theta & \cos\Theta \end{pmatrix}$$

$R(\Theta,\Phi) - I = ?$

$z'\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu) = |z'=\hat{z}| = A^\Theta_\mu A^\Phi_\nu - A^\Theta_\nu A^\Phi_\mu = -\sin\Theta\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Theta + \sin\Theta\partial_\nu\Phi\partial_\mu\Theta = \sin\Theta\left[\partial_\nu\Theta\partial_\mu\Phi - \partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi\right]$

$(\vec{A}^{tot}_\mu\cdot\hat{z}') = A^{z'}_\mu = (\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi$; $\partial_\mu A^{z'}_\nu - \partial_\nu A^{z'}_\mu = \partial_\mu\left[(\cos\Theta-1)\partial_\nu\Phi\right] - \partial_\nu\left[(\cos\Theta-1)\partial_\mu\Phi\right] =$

$= -\sin\Theta\left[\partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\Theta\partial_\mu\Phi\right]$ и $F^{z'}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^{z'}_\nu - \partial_\nu A^{z'}_\mu + \hat{z}'\cdot\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu \equiv 0$ (!) - для $\vec{A}^{Tot}_\mu$.

Почему все $F^{z'}_{\mu\nu} \neq 0$ для $\vec{A}^{new}_{\mu\nu}$?

$M(\alpha\beta\gamma) = e^{i\gamma J_z}e^{i\beta J_y}e^{i\alpha J_z}$ и $M(\alpha,\Theta,\gamma) = e^{i(\alpha+\gamma)J_z} = \begin{cases}\alpha+\gamma=0 \text{ для } A^{new}_\mu \\ \alpha+\gamma=-\pi \text{ для } A^{Tot}_\mu\end{cases} = \begin{Bmatrix}1\\-1\end{Bmatrix}_I$.

Тем мог $\vec{A}^D_\mu$ с $\gamma=0$, $\beta=\Theta$, $\alpha=\Phi$? $\vec{A}^D_\mu = (-\sin\Theta\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\Theta,\ \cos\Theta\partial_\mu\Phi) = (A^x_\mu, A^y_\mu, A^z_\mu)$

Всегда инвариантно $(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')$ для $\forall\alpha,\beta,\gamma$. Note: $\hat{z}'=\hat{r}$, $\hat{x}'=\hat{\Theta}$, $\hat{y}'=\hat{\Phi}$ для $R(\Theta,\Phi)$ с $\gamma=0$, см. 30/VIII

$A^{z'}_\mu = \vec{A}^D_\mu\cdot\hat{z}' = (-\sin\Theta\partial_\mu\Phi)\sin\Theta\cos\Phi + (\partial_\mu\Theta)\sin\Theta\sin\Phi + (\cos\Theta\partial_\mu\Phi)\cos\Theta$, на осн. $(1-\cos\Theta)\partial_\mu\Phi$ не зависим.

$A^\Theta_\mu = \vec{A}^D_\mu\cdot\hat{\Theta} = (+\sin\Theta\partial_\mu\Phi)\cos\Phi\cos\Theta + (\partial_\mu\Theta)\sin\Phi\cos\Theta + (\cos\Theta\partial_\mu\Phi)(-\sin\Theta)$ не зависим.

$A^\Phi_\mu = \vec{A}^D_\mu\cdot\hat{\Phi} = (-\sin\Theta\partial_\mu\Phi)(-1)\sin\Phi + (\partial_\mu\Theta)\cos\Phi$, не зависим.

т.е. несмотря на то $R(\Theta,\Phi) = M(\Phi,\Theta,\Phi)$ есть преобр. $xyz \to x'y'z'$ с $z'=\vec{r}$, $\hat{x}'=\hat{\Theta}$, $\hat{y}'=\hat{\Phi}$,

$\vec{m} = (0,0,1) = (1,0,0)$, $A^{z'}_\mu, A^\Theta_\mu, A^\Phi_\mu$ не выписываем явно.

Будем $R = M(\alpha\beta\gamma) = e^{i\gamma J_z}e^{i\beta J_y}e^{i\alpha J_z}$ сделаем для arbitrary α,β,γ и получим

$A^x_\mu = \sin\gamma\partial_\mu\beta - \sin\beta\cos\gamma\partial_\mu\alpha$; $A^y_\mu = \cos\gamma\partial_\mu\beta + \sin\beta\sin\gamma\partial_\mu\alpha$, $A^z_\mu = \partial_\mu\gamma + \cos\beta\partial_\mu\alpha$, xyz исход.

Хотим $(\vec{A}_\mu\cdot\vec{r}) \sim (1-\cos\Theta)\partial_\mu\Phi$. $A^{z'}_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\hat{\vec{r}}) = A^x_\mu(\hat{r})_x + A^y_\mu(\hat{r})_y + A^z_\mu(\hat{r})_z = |\hat{r}=\vec{m}'(\Theta,\Phi)| =$

$= (\sin\gamma\partial_\mu\beta - \sin\beta\cos\gamma\partial_\mu\alpha)\sin\Theta\cos\Phi + (\cos\gamma\partial_\mu\beta + \sin\beta\sin\gamma\partial_\mu\alpha)\sin\Theta\sin\Phi +$

$+ (\partial_\mu\gamma + \cos\beta\partial_\mu\alpha)\cos\Theta = |\alpha=\Phi| = a(1-\cos\Theta)\partial_\mu\Phi$; $\partial_\mu\beta$: $\sin\gamma\cos\Phi + \cos\gamma\sin\Phi = 0$

$\partial_\mu\alpha$: $-\sin\beta\cos\gamma\sin\Theta\cos\Phi + \sin\beta\sin\gamma\sin\Theta\sin\Phi + \cos\beta\cos\Theta = a(1-\cos\Theta)$

$\partial_\mu\gamma$: $\cos\Theta = 0$, поэтому: $\forall\beta\cdot(\dots)\partial_\mu\beta = 0$ даст $\sin(\gamma+\Phi) = 0$

$\partial_\mu\gamma \to$ зависимое от $\partial_\mu\alpha = \partial_\mu\Phi$.

Escaneado con CamScanner

∂_μ d: $-\sin\beta\sin\theta\cos(\gamma+\Phi) + \cos\beta\cos\theta = a(1-\cos\theta)$ дроби содержат $\partial_\mu\gamma$

$\sin(\gamma+\Phi)=0$ дает $-\cos(\gamma+\Phi)(\partial_\mu\Phi+\partial_\mu\gamma)=0$, поэтому $\partial_\mu\gamma = -\partial_\mu\alpha = -\partial_\mu\Phi$.

∂_μ d: $-\sin\beta\sin\theta\cos(\gamma+\Phi) + \cos\beta\cos\theta - \cos\theta = a(1-\cos\theta)$. Видно $\gamma = -\Phi+\pi n$, $n=0,\pm1,\dots$

$\cos(\gamma+\Phi) = \cos(\pi n) = (-1)^n$ и $-\sin\beta\sin\theta(-1)^n + \cos\beta\cos\theta - \cos\theta = a(1-\cos\theta)$, $a=1$

$-\sin\beta\sin\theta(-1)^n + \cos\beta\cos\theta = 1 \Rightarrow$ { n-чет. $\cos(\beta+\theta)=1$; n-нечет. $\cos(\beta-\theta)=1$ }

1) n-чет $\beta = -\theta + 2\pi k \to \beta = -\theta$, т.к. $\sin\beta, \cos\beta$ имеют период $2\pi k$ и $\gamma = -\Phi \pm \pi\cdot(\text{чет}) = -\Phi$ ($\sin\gamma, \cos\gamma$ имеют период $2\pi n$)

2) n-нечет. $\beta = \theta + 2\pi k$, $\beta = \theta$ и $\gamma = -\Phi \pm \pi$.

Берем general $R(\alpha\beta\gamma) = e^{i\gamma J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\alpha J_z}$, $\vec{m}' = R\vec{m}$, $A_\mu = A_\mu^a G_a$ и продиф. $(\vec{A}_\mu \cdot \hat{z}) = a(1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$

$\hat{z} = \hat{z}' = \hat{x}\sin\theta\cos\Phi + \hat{y}\sin\theta\sin\Phi + \hat{z}\cos\theta$, $\vec{m}(\theta,\Phi)$, $a = x,y,z$, нам нужны два типа вектора, начало $\alpha = \Phi$: ① $\beta = -\theta$, $\gamma = -\Phi$ и ② $\beta = \theta$, $\gamma = -\Phi \pm \pi$

① $M(\Phi, -\theta, -\Phi)$ не совпадает с R xyz → $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi}$, и $M(\Phi, \theta, \pm\pi - \Phi)$ тоже не совпадает с R xyz → $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi}$

матрица вращ. xyz → $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi}$

$$\begin{pmatrix} \hat{z}' \\ \hat{x}' \\ \hat{y}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\Phi & \sin\theta\sin\Phi & \cos\theta \\ \cos\Phi\cos\theta & \sin\Phi\cos\theta & -\sin\theta \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{pmatrix}$$

$R(\alpha\beta\gamma) = e^{i\alpha J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\gamma J_z} = \begin{pmatrix} \cos\Phi\cos\theta & \sin\Phi\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \\ \cos\Phi\sin\theta & \sin\Phi\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ — с поворотом

Вывод: $(\vec{A}_\mu \cdot \vec{m}') = (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$ дает с $\vec{m}' = R\vec{m}$, $R = e^{i\gamma J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\alpha J_z}$ два набора

① $\beta = -\theta$, $\gamma = +\Phi$ и ② $\beta = \theta$, $\gamma = \pm\pi - \Phi$, при $\alpha = \Phi$. Какой выбрать?

В исх. координатах (xyz) ① дает $\vec{A}_\mu = (\sin\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ -\cos\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi)$

② дает $\vec{A}_\mu = (+\sin\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ -\cos\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi)$ —

— оба $\vec{A}_\mu$ обладают и $\vec{A}_\mu = -2\vec{A}_\mu^{\text{такого}}$ ($s=1/2$), т.е. из-за $s=1/2$, а $\pm$ из-за $\text{sign}(G_a)$, допустимо см. 15/12

$\vec{A}_\mu$ удовл. $\vec{F}_{\mu\nu} = 0$. $A_\mu^z = A_\mu^{z'} = (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$

$A_\mu^\theta = \vec{A}_\mu \cdot \hat{\theta} = (\sin\Phi\theta' + \sin\theta\cos\Phi\Phi')\cos\Phi\cos\theta + (-\cos\Phi\theta' + \sin\theta\sin\Phi\Phi')\sin\Phi\cos\theta + (\cos\theta-1)\Phi(-\sin\theta) =$

$= \sin\theta\cos\theta(\cos^2\Phi + \sin^2\Phi)\Phi' - \sin\theta(\cos\theta-1)\Phi' = \sin\theta\,\partial_\mu\Phi$

$A_\mu^\varphi = (\vec{A}_\mu \cdot \hat{\varphi}) = (\sin\Phi\theta' + \sin\theta\cos\Phi\Phi')(-\sin\Phi) + (-\cos\Phi\theta' + \sin\theta\sin\Phi\Phi')\cos\Phi = -\partial_\mu\theta$

В $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi}$ системе $\vec{A}_\mu = ((1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi,\ \sin\theta\partial_\mu\Phi,\ -\partial_\mu\theta)$, $\vec{A}_\mu = -2\vec{A}_\mu^{\text{такого}}$

Ответ: $\gamma = 0$ неверно. $\gamma = 0$ делали Ковалев 11'14, Неогдалем '13. $\hat{z} = \hat{M}$.

$$\vec{A}_\mu \times \vec{m}' = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi} \\ A_\mu^r & A_\mu^\theta & A_\mu^\varphi \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (\hat{r}A_\mu^\theta - A_\mu^r\hat{\theta})\hat{\theta}A_\mu^\varphi - A_\mu^\theta\hat{\varphi} = \hat{\theta}(-\partial_\mu\theta) - \sin\theta\,\partial_\mu\Phi\,\hat{\varphi}$$

$\partial_\mu\vec{m}' = \partial_\mu\theta\hat{\theta} + \partial_\mu\Phi\cdot\sin\theta\hat{\varphi}$. Тогда видно.

$\vec{A}_\mu \times \vec{m}' = \partial_\mu\vec{m}'$, надо сменить знак $\vec{A}_\mu$. $D_\mu\vec{m}' = (\partial_\mu - \vec{A}_\mu\times)\vec{m}' = 0$

→ $\vec{A}_\mu = (-\sin\Phi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi,\ \cos\Phi\partial_\mu\theta - \sin\theta\sin\Phi\partial_\mu\Phi,\ (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi) = (A_\mu^x, A_\mu^y, A_\mu^z)$

$\vec{A}_\mu = ((\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi,\ -\sin\theta\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\theta) = (A_\mu^z, A_\mu^\theta, A_\mu^\varphi)$. ЭТО gauge potential

$(\hat{z}\cdot\vec{m}_s') = |\vec{m}_s = \vec{m}_s'$ alpha passive rotation$| = (\hat{z}\cdot\vec{m}_s) = -\sin\theta\cdot\text{cc}$ см. 27/III

$\vec{A}_\mu = \vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')\vec{m}' = \partial_\mu\theta\hat{\Phi} - \sin\theta\,\partial_\mu\Phi\hat{\theta} + A_\mu^z\hat{z}$, $A_\mu^z = (\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi$.

$\mathcal{L}_{\text{kin}}^{\text{int}} = \gamma(\hat{z}\times\vec{m}')\dot{\vec{m}}_s' + \gamma(\vec{A}_0\cdot\vec{m}')(\hat{z}\cdot\vec{m}_s') = \gamma(\dots) + \gamma(\cos\theta-1)\partial_t\Phi(-\sin\theta\,\text{cc}) =$

$= \gamma(\dots) + \left(\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\right)\sin\theta\dot{\Phi}\,\text{cc}$, $\mathcal{L}_{\text{kin}}^{\text{int}}(\text{gauge}) = \text{tg}^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\dot{\Phi}\,\text{cc}$ — верно.

$(\hat{z}\times\vec{m}')\dot{\vec{m}}_s' = (\hat{z}\times\vec{m})\cdot\dot{\vec{m}}_s = \dot{n}_s\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 1 \\ m_x & m_y & m_z \end{vmatrix} = (\hat{y}m_x - \hat{x}m_y)\cdot\dot{\vec{m}}_s$

$\dot{\vec{m}}_s = (-\dot{\psi}\sin\Phi_0\sin\theta_0 + \dot{\theta}\cos\theta_0\cos\Phi_0,\ \cos\Phi_0\sin\theta_0\dot{\psi} + \sin\Phi\cos\theta_0\,\text{cc},\ -\sin\theta_0\,\text{cc})$ — $\dot{\theta}$ тоже

$(\hat{z}\times\vec{m}')\cdot\dot{\vec{m}}_s' = -(\cos\Phi_0\sin\theta_0\dot{\psi} + \sin\Phi_0\cos\theta_0\,\text{cc})(-\dot{\psi}\sin\Phi_0\sin\theta_0 + \dot{\theta}\cos\theta_0\cos\Phi_0) +$

$+ (\cos\Phi_0\cdots)$ — не то. $(\hat{z}\times\vec{m}')\dot{\vec{m}}_s' = m_{0x}\dot{m}_{sy} - m_{0y}\dot{m}_{sx} = \sin\theta\cos\Phi(\dot{m}_{sy}) - \sin\theta\sin\Phi\dot{m}_{sx}$

$\vec{m}_s \overset{\text{для см. } \theta_0 = \pi/2}{\approx} (-\psi\sin\Phi,\ \cos\Phi\dot{\psi},\ -\dot{\theta}\,\text{cc})$, $\dot{\vec{m}}_s = (-\dot{\psi}\sin\Phi - \psi\cos\Phi\dot{\Phi},\ \dot{\psi}\cos\Phi - \psi\sin\Phi\dot{\Phi},\ -\dot{\theta}\,\text{cc})$

Escaneado con CamScanner

$(\hat{z}\times\vec{m}')\cdot\dot{\vec{m}}_s' = \cos\Phi\left(\dot{\psi}\cos\Phi - \psi\sin\Phi\dot{\Phi}\right) - \sin\Phi\left(-\dot{\psi}\sin\Phi - \psi\cos\Phi\dot{\Phi}\right) = \dot{\psi}$, $\gamma = 1$ вне core.

$\mathcal{L}^{int}_{kin} = \tg^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\dot{\Phi}ee + \dot{\psi}$ + (not gauge terms, $\to 0$ при $\theta_v = \pi/2$ вне core), но $\dot{\psi}$ на gauge вклад.

$\mathcal{L}^{int}_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}\tg^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\dot{\Phi}ee$ для vortex. Для Skyrmion $\cos\theta$ то сюда добавится вне core + not gauge terms $\sim(\hat{z}\times\vec{m}')\dot{\vec{m}}_s'$ к $\mathcal{L}^{int}_{kin}$.

$A^z_\mu = A^{z'}_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}') = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi = A^{em}_\mu$ и дает emergent fields. Только A^z_μ вклад в $\mathcal{L}^{int}_{kin}$. В exch. term $D_\mu\vec{m}\cdot D_\mu\vec{m} = D_\mu\vec{m}_s\cdot D_\mu\vec{m}_s = (\partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu\times\vec{m}_s)^2$

$\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s' = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi} \\ A^r_\mu & A^\theta_\mu & A^\varphi_\mu \\ 0 & m^\theta_s & m^\varphi_s \end{vmatrix} = \hat{r}\left(A^\theta_\mu m^\varphi_s - m^\theta_s A^\varphi_\mu\right) - m^\varphi_s A^z_\mu\hat{\theta} + m^\theta_s A^z_\mu\hat{\varphi}$

$(D_\mu\vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu\vec{m}_s')^2 - 2\partial_\mu\vec{m}_s'\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s') + (\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s')^2$ есть вне компоненты $\vec{A}_\mu$.

$\tg\frac{2\theta}{2}\sin\theta = \tg\frac{\theta}{2}\frac{\sin\theta/2}{\cos\theta/2}2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2} = 2\sin^2\frac{\theta}{2}\tg\frac{\theta}{2} = (1-\cos\theta)\tg\frac{\theta}{2}$, $\Rightarrow$

$\mathcal{L}^{int}_{kin}(gauge) = \frac{M_s}{\gamma}\cdot(1-\cos\theta)\cdot\tg\frac{\theta}{2}\dot{\Phi}ee \cdot A^z_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$ удобен, т.к. дает и emerg. fields $A^{em}_\mu = A^z_\mu$ и при $\theta_v \to \pi/2$ (вне v core) дает V-SW interaction $\sim\dot{\Phi}ee$.

Note: Требование $A^z_\mu \sim (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$ сводит $\vec{A}_\mu$ к potential Tchernyshyov'ов, нашу. для SU(2), обобщение на SO(3). Новый момент, беседа SU(2) и SO(3) изоморфны, одному элементу U из SO(3) соответствуют два элемента $+U$, $-U$ из SU(2).

(VIII) С 1. приехали на нам. в Toulouse на TNT-2015.

(VII) Основные TNT, обсуждения TNT - из значимых - Vavassori и V. Rose (AAM), с 1. „Carrefour" приехали. TNT-доклад по Eff-vortex damping.

(IX) Формально при интегрировании $\frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\theta)\Phi$ выходит $\mathcal{L}^{int}_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_v\dot{\Phi}_v ee$, а не $\mathcal{L}^{kin}_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\tg^2\frac{\theta_v}{2}\sin\theta_v\dot{\Phi}_v ee$. Хотя вне core $\theta_v = \pi/2$ обе формы совпадают. Надо проверить вид $\vec{A}_\mu = \vec{A}^{tot}_\mu$ от 5/IX вычисляя W_{ex} прямо и через A^q_μ.

Note: разлет TM vortex modes July 20 - Aug. 20, Oct. 7-8, 2014 thick dot надо превратить в paper.

Note: в range w_0 - thick dot можно отказаться от diag. approximation или у core $x(z,t)$ и $M_0(z,t)$, что дает $(n-n')$ TM mode interaction $\to$ TM modes hybridization - Oct. 2014. Carrefour с n.

(X) Надо. доклад. „Eff. vortex damping". Carrefour с n. Conf. dinner в Toulouse restaurant (SSE).

(X) Обзор previous работ по TM-vortex thick dot и Gauge field.

Exchange energy

$W_{ex} \sim (D_\mu\vec{m}')^2 = (D_\mu\vec{m}_s')^2 = \left[\partial_\mu\vec{m}_s' - \vec{A}_\mu\vec{m}_s'\right]^2 = \left[\partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu\times\vec{m}_s'\right]^2 =$ ($\vec{m}_s$)

$= (\partial_\mu\vec{m}_s')^2 - 2\partial_\mu\vec{m}_s'\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s') + (\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s')^2$. $\partial_\mu\vec{m}' = \partial_\mu\theta\hat{\theta} + \sin\theta\partial_\mu\Phi\hat{\Phi}$ в $(\hat{r}\hat{\theta}\hat{\Phi})$ сферич. координаты $\hat{r}\parallel\vec{m}'$

$\vec{A}_\mu = \vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + (A_\mu\cdot\vec{m}')\vec{m}'$ или $\vec{A}_\mu = (A^\theta_\mu, A^\varphi_\mu, A^z_\mu)$ в базисе сфер. $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi}$.

SW $\underset{(xyz)}{\vec{m}_s'} = \left(-\psi\sin\Phi\sin\theta + ee\cos\Phi\cos\theta,\ \cos\Phi\sin\theta\psi + \sin\Phi\cos\theta ee,\ -\sin\theta ee\right)$, $\Phi = \Phi_v + \psi$, $\theta = \theta_v + ee$

$(\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi})$ сферич. коорд. с $\vec{m}'\parallel\hat{r}$, $\vec{m}' = \hat{r}$, $\vec{m}_s' = \vec{m}_s = \underset{\hat{\theta}}{(ee}, \underset{\hat{\varphi}}{\sin\theta\psi}, \underset{\hat{r}}{0})$, $\vec{m}'(\theta\Phi) = \vec{m}_v$,

$(x'y'z)$ система коорд. defined by R: $\vec{m}' = R\vec{m}$, $R(\alpha\beta\gamma) = e^{i\gamma J_z}e^{i\beta J_y}e^{i\alpha J_z}$, $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1}$, не совпадает, в общ. случае, с $(\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi})$ системой, только $\hat{z}' = \hat{z}$.

$\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s' = \left[\vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')\vec{m}'\right]\times\vec{m}_s' = \left|\partial_\mu\vec{m}'(\vec{m}'\cdot\vec{m}_s') - \vec{m}_s'(\vec{m}'\cdot\underset{=0}{\partial_\mu\vec{m}'})\right| = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')\vec{m}'\times\vec{m}_s'$

$(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}') = A^z_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$, $\vec{m}'\times\vec{m}_s' = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & ee & \sin\theta\psi \end{vmatrix} = \hat{\varphi}ee - \hat{\theta}\sin\theta\psi$

$\partial_\mu\vec{m}_s'\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{m}_s') = A^z_\mu\,\partial_\mu\vec{m}_s'\cdot(\vec{m}'\times\vec{m}_s') = \underbrace{\begin{vmatrix} \partial_\mu\theta & \partial_\mu(\sin\theta\psi) & 0 \\ 0 & ee & \sin\theta\psi \end{vmatrix}}_{\hat{r}} \to = A^z_\mu\cdot(\underset{\hat{\theta}}{\partial_\mu\theta}, \underset{\hat{\varphi}}{\partial_\mu(\sin\theta\psi)}, \underset{\hat{r}}{0})\cdot(\underset{\hat{\theta}}{-\sin\theta\psi\hat{\theta}}, \underset{\hat{\varphi}}{ee}, \underset{\hat{r}}{0}) =$

$= \partial_\mu\theta(-\sin\theta\psi)A^z_\mu + ee\,\partial_\mu(\sin\theta\psi)A^z_\mu = -\sin\theta\psi\,\partial_\mu\theta A^z_\mu ee\left[+\cos\theta\partial_\mu\theta\,\psi + \sin\theta ee\,\partial_\mu\psi\right]A^z_\mu$.

$W_{ex} \sim (\partial_\mu\vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu\vec{m}_s')^2 - 2\left\{\sin\theta(ee\,\partial_\mu\psi - \psi\partial_\mu ee) + ee\psi\cos\theta\partial_\mu\theta\right]A^z_\mu + (A^z_\mu)^2\left[ee^2 + \sin^2\theta\psi^2\right]$,

если $\partial_\mu\vec{m}_s' = \partial_\mu\left[\hat{\theta}ee + \sin\theta\psi\hat{\varphi}\right] = \hat{\theta}\partial_\mu\theta + \hat{\varphi}\partial_\mu(\sin\theta\psi)$, т.е. $\partial_\mu\hat{\theta} = 0$ и $\partial_\mu\hat{\varphi} = 0$, $\mu = x,y,z$.

т.к. $\hat{\theta},\hat{\varphi},\hat{r}$ орты криволин. системы координат, то $\partial_\mu\theta$, $\partial_\mu\hat{\varphi}$, $\partial_\mu\hat{r} \neq 0$.

Escaneado con CamScanner

$\frac{1}{A_\mu^2}\partial_\mu \vec{m}_s' \cdot (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s') = \left[\hat{\theta}\,\partial_\mu \varphi + \hat{\varphi}\,\partial_\mu(\sin\theta\,\psi) + \varphi\,\partial_\mu\hat{\theta} + \sin\theta\,\psi\,\partial_\mu\hat{\varphi}\right]\left[-\sin\theta\,\psi\,\hat{\theta} + \varphi\,\hat{\varphi}\right] = \left|\begin{matrix}\hat{\varphi}\cdot\partial_\mu\hat{\varphi}=0\\ \hat{\theta}\cdot\partial_\mu\hat{\theta}=0\end{matrix}\right| =$

$= \sin\theta\left(\varphi\,\partial_\mu\psi - \psi\,\partial_\mu\varphi\right) - \varphi\psi\cos\theta\,\partial_\mu\theta + \varphi^2\,\partial_\mu\hat{\theta}\cdot\hat{\varphi} - \sin^2\theta\,\psi^2\,\partial_\mu\hat{\varphi}\cdot\hat{\theta}$

$W_{Ek} \sim (D_\mu \vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s' - A_\mu^2 \vec{m}' \times \vec{m}_s')^2 = \left[(\partial_\mu - A_\mu^2 \vec{m}' \times)\vec{m}_s'\right]^2 = \left[(\partial_\mu - \vec{\Lambda}_\mu \times)\vec{m}_s'\right]^2$

Тогда и $\vec{\Lambda}_\mu = \vec{m}' \times \partial_\mu \vec{m}' + A_\mu^2 \vec{m}'$, при действии на $\vec{m}_s'$ остается лишь A_μ^2 компонента, т.е. $\vec{\Lambda}_\mu + A_\mu^2 \vec{m}'$, A_μ^θ и A_μ^φ в $D_\mu \vec{m}_s'$ входят не сразу (!!!). $\vec{\Lambda}_\mu = (A_\mu^2, A_\mu^\theta, A_\mu^\varphi)$

Все в ортонормированной, $\vec{m}' \cdot \vec{m}_s' = 0$ и $\partial_\mu(\vec{m}'^2) = 0$

$W_{Ek} \sim \left(\partial_\mu \vec{m}_s' - \vec{\Lambda}_\mu^2 \vec{m}' \times \vec{m}_s'\right)^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s')^2 - 2A_\mu^2\left[\sin\theta\left(\varphi\,\partial_\mu\psi - \psi\,\partial_\mu\varphi\right) + \varphi\psi\cos\theta\,\partial_\mu\theta\right] +$

$+ (A_\mu^2)^2(\varphi^2 + \sin^2\theta\,\psi^2)$

Далее $2\,\partial_\mu \vec{m}_s' \cdot (\vec{A}_\mu \times \vec{m}_s') = 2\vec{A}_\mu^{\,\alpha}\left(\vec{m}_s' \times \partial_\mu \vec{m}_s'\right) = 2A_\mu^\nu\,(\vec{m}_s' \times \partial_\mu \vec{m}_s')_\alpha \equiv 2A_\mu^{\alpha\nu}\,(\vec{m}_s' \times \partial_\mu \vec{m}_s')_\alpha =$

$= A_\mu^{\alpha\nu} j_{\mu\nu}$, где как ввел $j_{\mu\nu} = 2\,(\vec{m}_s' \times \partial_\mu \vec{m}_s')_\alpha = 2\,(\vec{m}_s' \times \partial_\mu \vec{m}_s')_\alpha$

$A_\mu^2 = A_\mu^{\alpha=\varphi} = (\cos\theta - 1)\,\partial_\mu\varphi = (A_0, \vec{A})$, $A_0 = (\cos\theta - 1)\dot{\varphi}$ и $\vec{A} = (\cos\theta - 1)\nabla\varphi$

Тогда $j_\mu = 2\hat{\imath}\cdot(\vec{m}_s' \times \partial_\mu \vec{m}_s') = 2\hat{\imath}\cdot\begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi} \\ 0 & \varphi & \sin\theta\,\psi \\ a_r & a_\theta & a_\varphi \end{vmatrix} = 2\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}\,(\varphi a_\varphi - \sin\theta\,\psi\,a_\theta)$, $\vec{a} = \partial_\mu \vec{m}_s'$

$\vec{a} = \partial_\mu \vec{m}_s' = \hat{\theta}\,\partial_\mu\varphi + \hat{\varphi}\,(\sin\theta\,\partial_\mu\psi + \psi\cos\theta\,\partial_\mu\theta) + \varphi\,\partial_\mu\hat{\theta} + \sin\theta\,\psi\,\partial_\mu\hat{\varphi}$, также $\partial_\mu\hat{\theta}, \partial_\mu\hat{\varphi}$ $\mu = x,y,z$

Проверка для сферы, $\theta = \theta_0 = \pi/2$, $A_\mu^2 = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi \equiv -(\nabla\Phi_0)_\mu$, $\vec{A} = -\nabla\Phi_0 = -\frac{\hat{\varphi}}{\rho}$

$W_{Ek} \sim (\partial_\mu \vec{m}_s')^2 - 2A_\mu^2\,(\varphi\,\partial_\mu\psi - \psi\,\partial_\mu\varphi) + (A_\mu^2)^2\,(\varphi^2 + \psi^2)$, $(A_\mu^2)^2 = (\nabla\Phi_0)^2 = \frac{1}{\rho^2}$

$A_\mu^2\,\partial_\mu\psi = -\partial_\mu\Phi_0 \cdot \partial_\mu\psi = -(\nabla\Phi_0 \cdot \nabla\psi) = -\frac{1}{\rho}(\nabla\psi)_\varphi = -\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$ в цилин. коорд.

$W_{Ek}(\theta_0 = \pi/2) \sim (\partial_\mu \vec{m}_s')^2 + \frac{2}{\rho^2}\left(\varphi\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \psi\frac{\partial\varphi}{\partial\varphi}\right) + \frac{1}{\rho^2}(\varphi^2 + \psi^2)$, что совп. с W_{Ek} 3-го слоя, тогда и аналогично: $\vec{A}_\mu = (0, 0, -\partial_\mu\Phi)$ в xyz и $\vec{m}_s' = (0,0,1)$ в $x'y'z'$, где 2х параметр. семейство R.

$W_{Ek} \sim (\partial_\mu \vec{m}_s')^2 - 2A_\mu^2\left[\sin\theta\,(\varphi\,\partial_\mu\psi - \psi\,\partial_\mu\varphi) + \psi\varphi\cos\theta\,\partial_\mu\theta + \varphi^2\,\partial_\mu\hat{\theta}\cdot\hat{\varphi} - \sin^2\theta\,\psi^2\,\partial_\mu\hat{\varphi}\cdot\hat{\theta}\right] + (A_\mu^2)^2\left[\varphi^2 + \sin^2\theta\,\psi^2\right]$

$(\partial_\mu \vec{m}_s')^2 = \left[\hat{\theta}\,\partial_\mu\varphi + \hat{\varphi}\,\partial_\mu(\sin\theta\,\psi) + \varphi\,\partial_\mu\hat{\theta} + \sin\theta\,\psi\,\partial_\mu\hat{\varphi}\right]^2 = (\partial_\mu\varphi)^2 + \left[\partial_\mu(\sin\theta\,\psi)\right]^2 +$

$+ \varphi^2(\partial_\mu\hat{\theta})^2 + \sin^2\theta\,\psi^2(\partial_\mu\hat{\varphi})^2 + 2\sin\theta\,\psi\,\partial_\mu\varphi\,\hat{\theta}\cdot\partial_\mu\hat{\varphi} + 2\partial_\mu(\sin\theta\,\psi)\,\varphi\,\hat{\varphi}\cdot\partial_\mu\hat{\theta} + \varphi\psi\sin\theta\,\partial_\mu\hat{\theta}\cdot\partial_\mu\hat{\varphi}$

Вычисление производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} = \sin\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta\cos\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} - \frac{\sin\varphi}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial y} = \sin\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta\sin\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\varphi}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial z} = \cos\theta\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} \end{cases}$$

$\frac{\partial\hat{r}}{\partial\theta} = \hat{\theta}$, $\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial\theta} = -\hat{r}$

$\frac{\partial\hat{r}}{\partial\varphi} = \hat{\varphi}\sin\theta$, $(\hat{r}\hat{\theta}\hat{\varphi})$ орты

$\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial\varphi} = -\hat{r}\sin\theta - \hat{\theta}\cos\theta$ $\quad \frac{\partial\hat{\theta}}{\partial\varphi} = \hat{\varphi}\cos\theta$; остальные производные $= 0$

$\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial x} = \frac{1}{r}\cos\theta\cos\varphi\,(-\hat{r}) - \frac{1}{r}\frac{\sin\varphi}{\sin\theta}\hat{\varphi}\cos\theta$, $\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial y} = \frac{1}{r}\cos\theta\sin\varphi\,(-\hat{r}) + \frac{1}{r}\frac{\cos\varphi}{\sin\theta}\hat{\varphi}\cos\theta$, $\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial z} = \frac{\hat{r}}{r}\sin\theta$

$\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial x} = -\frac{1}{r}\frac{\sin\varphi}{\sin\theta}(-\hat{r}\sin\theta - \hat{\theta}\cos\theta)$, $\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial y} = \frac{1}{r}\frac{\cos\varphi}{\sin\theta}(-\hat{r}\sin\theta - \hat{\theta}\cos\theta)$; $\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial z} = 0$

$\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial x}\cdot\hat{\varphi} = -\frac{1}{r}\sin\varphi\,\mathrm{ctg}\theta$, $\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial y}\cdot\hat{\varphi} = \frac{1}{r}\cos\varphi\cdot\mathrm{ctg}\theta$, $\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial z}\cdot\hat{\varphi} = 0$

$\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial x}\cdot\hat{\theta} = \frac{1}{r}\sin\varphi\,\mathrm{ctg}\theta$, $\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial y}\cdot\hat{\theta} = -\frac{1}{r}\cos\varphi\,\mathrm{ctg}\theta$, $\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial z}\cdot\hat{\theta} = 0$

$-2A_\mu^2\left[\sin\theta(\ldots) - \psi\varphi\cos\theta\,\partial_\mu\theta + \varphi\varphi^2\,\partial_\mu\hat{\theta}\cdot\hat{\varphi} - \sin^2\theta\,\psi^2\,\partial_\mu\hat{\varphi}\cdot\hat{\theta}\right]$, $A_\mu^2 \Rightarrow \vec{A} = (\cos\theta - 1)\nabla\varphi$

$A_\mu^2\,\partial_\mu\hat{\theta}\cdot\hat{\varphi} = \sum_\mu \frac{\partial A^\varphi}{\partial x_\mu}\cdot\partial_\mu\hat{\theta}\cdot\hat{\varphi} = (\cos\theta - 1)\sum_\mu \frac{\partial\Phi}{\partial x_\mu}\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial x_\mu}\cdot\hat{\varphi}$, в полярных координатах (ρ,φ) $\mu = x,y,z$, $A_\mu^2 = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi$

$\frac{\partial\hat{\theta}}{\partial x}\cdot\hat{\varphi} = -\frac{1}{r}\frac{\sin\varphi\cos\theta}{\sin\theta} = -\frac{1}{\rho}\sin\varphi\cdot\frac{z}{r} = -\frac{\sin\varphi}{\rho\sqrt{\rho^2+z^2}}z$, $\nabla\Phi_0 = \frac{1}{\rho}\hat{\varphi}$ — не на ρ

Нужно $\vec{m}' = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta) \equiv (m_x, m_y, m_z)$ в декартовых координатах (ρ,φ) параметризуется θ, φ сферическими углами и по аналогии радиус-вектор $\vec{r} = (x,y,z)$, $\vec{r} = (\rho,\varphi,z)$ цилиндрическими $\vec{r} = (r,\theta,\varphi)$. $\vec{m}_s' = \hat{\theta}\,\varphi + \sin\theta\,\psi\,\hat{\varphi}$, $\hat{\theta}\hat{\varphi}$ орты на сф. $r^2 = 1$ — m'-пространство.

Поэтому $\partial_\mu \vec{m}_s' = \frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\hat{\theta}\,\varphi + \hat{\varphi}\sin\theta\,\psi\right) = \partial_\mu\varphi\,\hat{\theta} + \partial_\mu(\sin\theta\,\psi)\,\hat{\varphi}$. $\hat{\theta}, \hat{\varphi} = f(\theta,\varphi,M)$ — M — число $f(\vec{r})$

Escaneado con CamScanner

$$W_{ex} \sim (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 - 2A_\mu^2 \left[\sin\theta \left(\varepsilon\varepsilon \partial_\mu \varphi' - \varphi' \partial_\mu \varepsilon \right) + \varphi' \varepsilon \cos\theta \partial_\mu \theta \right] + (A_\mu^2)^2 \left[\theta^2 + \sin^2\theta \varphi'^2 \right]$$

$$(\partial_\mu \vec{m}_s) \cdot (\partial_\mu \vec{m}_s) = (\partial_\mu \varepsilon)^2 + \left[\partial_\mu (\sin\theta \varphi') \right]^2 = \left[\partial_\mu \theta \cdot \partial_\mu \theta \cdot \partial_\mu \varphi \cdot \partial_\mu \varphi \right] = (\partial\varepsilon)^2 + \left[\partial (\sin\theta \varphi') \right]^2$$

$A_\mu^2 = (\cos\theta - 1) \partial_\mu \varphi$. Si $\varepsilon(x,y,z)$ se mide en (ξ, φ, ζ) sistema coordenado ligado $\varphi = \varphi'_0 = \varepsilon \cos\varphi + \varphi \sin\varphi$ [$\varphi'_0 = \varphi$ gira φ sistema ligado]

$m_\xi = m_x \cos\varphi + m_y \sin\varphi = \sin\theta \cos(\varphi - \varphi)$

$m_\varphi = -m_x \sin\varphi + m_y \cos\varphi = \sin\theta \sin(\varphi - \varphi)$. $\vec{A} = (\cos\theta - 1) \nabla\varphi = (\cos\theta_0 - 1) \nabla\varphi_0$

$\nabla\varphi_0 = \left(\hat{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} \hat{\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \hat{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \left(\varepsilon \frac{\varphi_0}{\xi} + \frac{\varphi}{\xi} \right) = \frac{\varphi}{\xi}$ [$\varphi = \varphi_0 + f(\varepsilon)$, $m_{\xi_0} \neq f(\varepsilon)$ no det]

Para evitar $\vec{m}_0 = \hat{\xi} + \varphi \hat{\varphi} + \zeta \hat{\zeta}$ [$\varepsilon = 2\pi\varepsilon$ sistema inicial, $\varepsilon = \frac{\varepsilon}{2\pi}$, $\varepsilon \in [\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ singularidad en $\varepsilon = \pm\frac{1}{2}$]

$\nabla\varphi_0 = \nabla \left(\varepsilon \frac{\varphi}{\xi} + \varphi + \zeta \theta \right) = \frac{\varphi}{\xi} \hat{\xi} + \zeta \hat{\varphi}$ y $\vec{A} = (\cos\theta_0 - 1) \left(\frac{\varphi}{\xi} \hat{\xi} + \zeta \hat{\varphi} \right)$, $\theta_0 = \theta_0(\xi, \theta)$ [φ no hay]

$(A_\mu^2)^2 = (\cos\theta_0 - 1)^2 \left(\frac{\varphi}{\xi^2} + \zeta^2 \right)$, $A_\mu^2 \partial_\mu \varphi' = \vec{A} \cdot \nabla\varphi' = (\cos\theta_0 - 1) \left(\frac{\varphi}{\xi} \hat{\xi} + \zeta \hat{\varphi} \right) \left(\hat{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\hat{\varphi}}{\xi} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \hat{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \varphi' =$

$= (\cos\theta_0 - 1) \left[\frac{\varphi}{\xi^2} \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi} + \zeta \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \right]$; $A_\mu^2 \partial_\mu \theta = \vec{A} \cdot \nabla\theta_0 = (\cos\theta_0 - 1) \left(\frac{\varphi}{\xi} + \zeta \hat{\varphi} \right) \left(\hat{\xi} \frac{\partial \theta_0}{\partial \xi} + \frac{\hat{\varphi}}{\xi} \frac{\partial \theta_0}{\partial \varphi} + \hat{\zeta} \frac{\partial \theta_0}{\partial \zeta} \right) =$

$= (\cos\theta_0 - 1) \zeta \frac{\partial \theta_0}{\partial \zeta}$

$$\frac{1}{A} W_{ex} = (\partial\varepsilon)^2 + \left[\varphi (\sin\theta_0 \varphi') \right]^2 - 2\sin\theta_0 \left(\varepsilon\varepsilon A_\mu^2 \partial_\mu \varphi' + \varphi' A_\mu^2 \partial_\mu \varepsilon \right) + 2\varphi' \varepsilon\varepsilon \cos\theta_0 A_\mu^2 \partial_\mu \theta + (A_\mu^2)^2 (\ldots) =$$

$$= (\partial\varepsilon)^2 + \left[\varphi (\sin\theta_0 \varphi') \right]^2 - 2\sin\theta_0 (\cos\theta_0 - 1) \left[\varepsilon\varepsilon \left(\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi} + \zeta \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \right) - \varphi' \left(\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial \varepsilon\varepsilon}{\partial \varphi} + \zeta \frac{\partial \varepsilon\varepsilon}{\partial \zeta} \right) \right] +$$

$$+ 2\varphi' \varepsilon\varepsilon \cos\theta_0 (\cos\theta_0 - 1) \zeta \frac{\partial \theta_0}{\partial \zeta} + (\cos\theta_0 - 1)^2 \left(\frac{1}{\xi^2} + \zeta^2 \right) \left[\theta^2 + \sin^2\theta_0 \varphi'^2 \right]$$

Tenemos $\vec{A}$ de tal manera que $\cos\theta_0 = +1$, $\theta_0 = 0$, $A_\mu^2 = 0$, pero gauge fields more general. Pero sus valores $\theta_0 \neq 0$ - ver $\vec{A}$ & Bourgin - cambio. En $\varphi' = 0$, hay $\vec{A}$, pero no $\vec{A}$ & Bourgin mismo valores $\theta_0(0) = \pi$, $\theta_0(\xi \to \infty) = 0$ [θ_0 — π — 0, ξ — ∞] $\theta_0(\xi)$ monótona

Para $\varphi' = 0$: $\frac{1}{A} W_{ex} = (\partial\varepsilon)^2 + \left[\varphi (\sin\theta_0 \varphi') \right]^2$

$- \frac{2}{\xi^2} \sin\theta_0 (\cos\theta_0 - 1) \left[\varepsilon\varepsilon \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi} - \varphi' \frac{\partial \varepsilon\varepsilon}{\partial \varphi} \right] + \frac{1}{\xi^2} (\cos\theta_0 - 1)^2 \left[\varepsilon^2 + \sin^2\theta_0 \varphi'^2 \right]$. Hemos $\mu = \sin\theta \varphi'$, $\theta = \theta_0(\xi)$

$\rightarrow \frac{1}{A} W_{ex} = (\partial\varepsilon)^2 + (\partial\mu)^2 + \frac{2}{\xi^2} (\cos\theta_0 - 1) \left[\varepsilon\varepsilon \frac{\partial \mu}{\partial \varphi} - \mu^2 \frac{\partial \varepsilon\varepsilon}{\partial \varphi} \right] + \frac{1}{\xi^2} (\cos\theta_0 - 1)^2 \left[\varepsilon^2 + \mu^2 \right]$.

$$\mathcal{I}_{kin} = \gamma (\hat{z} \times \vec{m}) \cdot D_\mu \vec{m} = \gamma \hat{z} \left(\vec{m} \times D_\mu \vec{m} \right) = \left[\vec{m}' = R\vec{m} \right] \Rightarrow \gamma \hat{z} \cdot (\vec{m}' \times \partial_\mu \vec{m}') = \gamma \hat{z} \cdot \left[R\vec{m} \times D_\mu (R\vec{m}) \right] =$$

$= \gamma \hat{z} \cdot \left[R\vec{m} \times R D_\mu \vec{m} \right] = \left[R \text{ - pasiva rotación} \right] = \gamma \hat{z} \cdot \left[\vec{m} \times D_\mu \vec{m} \right]$ - ambas funciones $\mathcal{I}$ son iguales $\vec{m} \to \vec{m}' = R\vec{m}$

$\mathcal{I}_{kin} = \gamma \hat{z} \cdot \left(\vec{m}' \times D_\mu \vec{m}' \right) = \gamma \hat{z} \cdot \left[\vec{m}'_\nu + \vec{m}'_s \right) \times D_\mu \vec{m}'_s \Big]$, $\mathcal{I}_{kin}^{int} = \gamma \hat{z} \cdot \left(\vec{m}'_\nu \times D_\mu \vec{m}'_s \right)$

$\vec{m}'_\nu \times D_\mu \vec{m}'_s = \vec{m}' \times \left[\partial_\mu \vec{m}'_s - A_\mu^2 \times \vec{m}'_s \right]$, $\vec{m}' \times \left(\vec{A}_\mu \times \vec{m}'_s \right)$ no actúa

$\vec{A}_\mu \times \vec{m}'_s = A_\mu^2 \vec{m}' \times \vec{m}'_s$, $\vec{m}' \times (\vec{A}_\mu \times \vec{m}'_s) = A_\mu^2 \vec{m}' \times (\vec{m}' \times \vec{m}'_s) = A_\mu^2 \left[\vec{m}' (\vec{m}' \cdot \vec{m}'_s) - \vec{m}'_s (\vec{m}' \cdot \vec{m}') \right] =$

$= -A_\mu^2 \vec{m}'_s$, $\mathcal{I}_{kin}^{int} = \gamma \hat{z} \cdot \left[\vec{m}' \times \partial_\mu \vec{m}'_s + A_\mu^2 \vec{m}'_s \right]_{\theta=0} = \gamma \hat{z} \left[\vec{m}' \times \partial_\mu \vec{m}'_s + A_0^2 \vec{m}'_s \right]^{\theta=0}$

$\vec{m}' \cdot \partial_\mu \vec{m}'_s = \begin{vmatrix} \hat{\xi} & \hat{\varphi} & \hat{\zeta} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial\varepsilon\varepsilon & \partial(\sin\theta\varphi') \end{vmatrix} = \hat{\varphi} \partial_\mu \varepsilon\varepsilon + \hat{\theta} \partial_\mu (\sin\theta \varphi')$

$\hat{z} \cdot (\vec{m}' \times \partial_\mu \vec{m}'_s) = (\hat{z} \cdot \hat{\varphi}) \partial_\mu \varepsilon\varepsilon - (\hat{z} \cdot \hat{\theta}) \partial_\mu (\sin\theta \varphi') = \sin\theta \partial_\mu (\sin\theta \varphi)$, $\vec{m}' = [1 + \cos\theta]^{-1}$

$\hat{z} \cdot \vec{m}'_s = \hat{z} \cdot (\hat{\varphi} \varepsilon\varepsilon + \hat{\theta} \sin\theta \varphi') = (\hat{z} \cdot \hat{\theta}) \varepsilon\varepsilon + (\hat{z} \cdot \hat{\varphi}) (\ldots) = -\sin\theta \varepsilon\varepsilon$

$-\mathcal{I}_{kin}^{int} = \gamma \sin\theta \partial_\mu (\sin\theta \varphi') + \gamma A_0^2 (-\sin\theta) \varepsilon\varepsilon = \gamma \sin\theta \left[\sin\theta \dot{\varphi}' + \cos\theta \dot{\theta} \varphi' \right] -$

$- \gamma \sin\theta (\cos\theta - 1) \dot{\varphi} \varepsilon\varepsilon = (1 - \cos\theta) \dot{\varphi}' + \frac{\sin\theta \cos\theta}{(1 + \cos\theta)} \dot{\theta} \varphi' + \frac{(1 - \cos\theta)}{(1 + \cos\theta)} \sin\theta \dot{\varphi} \varepsilon\varepsilon$, $\theta = \theta_0$ fijo

$\gamma \sin\theta \frac{d}{d\varphi} (\sin\theta \varphi') = (1 + \cos\theta) \frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\varphi} (\sin\theta \varphi') = (1 - \cos\theta) \varphi' + (1 - \cos\theta) \operatorname{ctg}\theta \dot{\theta} \varphi' \to \varphi'$ sólo $\cos\theta_0 = 0$, lo que descartamos $\theta_0 \neq \pi/2$.

(14/2) TMT - generación en "Eff. damping" by gauge field. Incompresible & Tan Cache.

(24/2) C. A. & M. de Maxwell - Lorentz & Gauge, c. A. & "A" Campo - Gauge field asign.

(3/3) Aharonov-Bohm (1959) - Polyakov - Gauge fields - Thm - a) Gen. theor. energy (divergencia)

- ver $\vec{E}^2 + \vec{B}^2$, $\vec{E}, \vec{B}$ - energía de los fields; a) yukawa, pasar $A_\mu^{ex} = (m^2 - \partial_\mu^2) A_\mu$ aplicar

- b) el. m. field in a Coulomb. Goddard v/s el "angel de Maxwell"; c) Quiral Symmetry; d) Quiral Symmetry

3. en γ eliminar en $A_\mu = A_\mu^\perp$

a) reparación $A_\mu^{ex} = A_\mu^\perp - (\cos\theta - 1) \partial_\mu \varphi$ y $\Gamma_{\mu\nu}^{ex} = \partial_\mu A_\nu^{ex} - \partial_\nu A_\mu^{ex} = \partial_\mu \left[(\cos\theta - 1) \partial_\nu \varphi \right] - \partial_\nu \left[(\cos\theta - 1) \partial_\mu \varphi \right]$

$= -\sin\theta \partial_\mu \theta \partial_\nu \varphi + \sin\theta \partial_\nu \theta \partial_\mu \varphi = \sin\theta \left[\partial_\nu \varphi \partial_\mu \theta + \partial_\theta \partial_\nu \varphi \right] = \Gamma_{\mu\nu}$ - tensor el. m. field.

Escaneado con CamScanner

$\vec{A}_\mu = (A^1_\mu, A^2_\mu, A^3_\mu) = \big((\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi,\ -\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta\big)$, $F_{\mu\nu} = A^\varphi_\mu A^\theta_\nu - A^\theta_\mu A^\varphi_\nu = -(\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu)_z$

Non-Abelian field tensor $G_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu + \vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu$, $\hat{A}_\mu = A^a_\mu T_a$ и $G_{\mu\nu} = G^a_{\mu\nu} T_a$ те же

$F_{\mu\nu}$ vs $G_{\mu\nu}\cdot\vec{n} = \partial_\mu A^3_\nu - \partial_\nu A^3_\mu + (\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu)\vec{n} = 0$, т.к. $G_{\mu\nu} = 0$ for pure gauge fields $\hat{A}_\mu$, $G_{\mu\nu}$

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A^3_\nu - \partial_\nu A^3_\mu = -(\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu)_z$, $\vec{n} = \vec{m}'$ - ось квантования, $\vec{m}' = (1, 0, 0)$

$A^\theta_\mu A^\varphi_\nu - A^\varphi_\mu A^\theta_\nu = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m} \times \partial_\nu\vec{m}) = -F_{\mu\nu} = -\sin\theta\,[\partial_\mu\varphi\,\partial_\nu\theta - \partial_\mu\theta\,\partial_\nu\varphi]$ в θ, φ

Dual gauge field $D_\mu\vec{m} = (\partial_\mu - \vec{A}_\mu\times)\vec{m} = 0$, $\vec{m} = \vec{m}_\nu(\theta, \varphi)$. $\partial_\mu\vec{m} = \vec{A}_\mu \times \vec{m}$

$\vec{A}_\mu \times \vec{m} + \partial_\nu\vec{m} = \vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{m}) - \partial_\nu\vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}) = \big|$ нормир. $\vec{m}$ $\big| = (\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{m})$, $\vec{m} = \vec{m}'$ здесь

$-F_{\mu\nu} = \vec{m}(\partial_\mu\vec{m} \times \partial_\nu\vec{m}) = \vec{m}\cdot[(\vec{A}_\mu\times\vec{m}) \times \partial_\nu\vec{m}] = (\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{m})$, $\partial_\mu\vec{m} = \big(0, \partial_\mu\theta, \sin\theta\,\partial_\mu\varphi\big)$ в r, θ, φ

$\theta = \theta(\vec{r}, \vec{X}(t))$, $\varphi = \varphi(\vec{r}, \vec{X}(t))$. $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$ - антисим. $\mu, \nu = x, y, z$ или $\mu = x, y, z$, $\nu = t$

$F_{\mu 0} = \sin\theta\,(\partial_\mu\varphi\,\dot{\theta} - \partial_\mu\theta\,\dot{\varphi}) = \sin\theta\,[\partial_\mu\varphi\,\nabla_{\vec{X}}\theta\cdot\dot{\vec{X}} - \partial_\mu\theta\,\nabla_{\vec{X}}\varphi\cdot\dot{\vec{X}}]$

$W \sim \sum_{\mu\nu} F_{\mu\nu}^2 = \sin^2\theta \sum_{\mu\nu}[\partial_\mu\varphi\,\partial_\nu\theta - \partial_\mu\theta\,\partial_\nu\varphi]^2 = \sin^2\theta \sum_{\mu\nu}\big[(\partial_\mu\varphi)^2(\partial_\nu\theta)^2 + (\partial_\mu\theta)^2(\partial_\nu\varphi)^2$

$- 2\,\partial_\mu\theta\,\partial_\nu\theta\,\partial_\mu\varphi\,\partial_\nu\varphi\big] = 2\sin^2\theta \sum_{\mu\nu}\big[(\partial_\mu\varphi)^2(\partial_\nu\theta)^2 - \partial_\mu\theta\,\partial_\mu\varphi\,\partial_\nu\theta\,\partial_\nu\varphi\big] = \big|\partial_\mu\varphi = a_\mu,\ \partial_\mu\theta = b_\mu\big| =$

$= 2\sin^2\theta \sum_{\mu\nu}\big[a_\mu^2 b_\nu^2 - a_\mu b_\mu a_\nu b_\nu\big] = 2\sin^2\theta\,\big[\vec{a}^2\vec{b}^2 - (\vec{a}\cdot\vec{b})^2\big] = 2\sin^2\theta\,[\vec{a}\times\vec{b}]^2$

Хотим $\int d^3x\, W = \frac{1}{2}(\vec{G}\times\dot{\vec{X}})\cdot\dot{\vec{X}} + W_0(\vec{X})$. Как получить?

2) $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1} = A^a_\mu T_a$, $(\vec{m}'\cdot\vec{A}_\mu) = A^z_\mu$. $A^z_\mu = A^x_\mu\sin\theta\cos\varphi + A^y_\mu\sin\theta\sin\varphi + A^z_\mu\cos\theta$

$R_{ik} = (\hat{e}_i\cdot\hat{e}_k)$, $\vec{m}' = R\vec{m}$ - passive rotation. $R^{-1} = \tilde{R} = (R_{ki})$. $(R^{-1})_{kj} = (\tilde{R})_{kj} = R_{jk}$

$(\hat{A}_\mu)_{ij} = \sum_k (\partial_\mu R)_{ik}(R^{-1})_{kj} = \sum_k (\partial_\mu\vec{e}_i\cdot\vec{e}_k)(\vec{e}_j\cdot\vec{e}_k) = (\vec{e}'_i\cdot\vec{e}'_j)$ - матрица connections [Auerbach].

$(\hat{A}_\mu)_{ab} = (\partial_\mu\vec{e}'_a\cdot\vec{e}'_b)$ connection $\vec{e}'_a = \vec{e}'^{\,k}_a$ - new coordinate basis vectors, их не знаем пока R не задано

Дуал антисим. $C_{ij} = -C_{ji}$, dual vector $C_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}C_{jk}$, $\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & C_{12} & -C_{31} \\ -C_{12} & 0 & C_{23} \\ C_{31} & -C_{23} & 0 \end{pmatrix}$

$\vec{C} = (C_1, C_2, C_3) = (C_{23}, C_{31}, C_{12})$. $\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & C_z & -C_y \\ -C_z & 0 & C_x \\ C_y & -C_x & 0 \end{pmatrix}$ Аффин.

$S_z = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $S_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$, $S_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$. $G_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $G_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $G_z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$R_z = e^{i\varphi S_z}$, $iS_a = G_a$ - генераторы $SO(3)$.

$\hat{C} = C_x G_x + C_y G_y + C_z G_z$. $\hat{A} = \sum_a A^a_\mu G_a \to \vec{A}_\mu = (A^x_\mu, A^y_\mu, A^z_\mu)$. $(G_a)_{bc} = \varepsilon_{abc}$

дуал $\vec{C}$ (C_x, C_y, C_z). $A^z_\mu = \hat{A}^{12}_\mu$, $A^x_\mu = \hat{A}^{23}_\mu$, $A^y_\mu = \hat{A}^{31}_\mu$ и $\vec{A}_\mu = (\hat{A}^{23}_\mu, \hat{A}^{31}_\mu, \hat{A}^{12}_\mu)$

$(\hat{A}_\mu)_{12} = (\partial_\mu\vec{e}'_1\cdot\vec{e}'_1)$. $\vec{e}'_1 = \hat{\theta}$, $\vec{e}'_2 = \hat{\varphi}$, $\vec{e}'_3 = \hat{r}$ - даже сферич. система, коэфф.

$A^{em}_\mu = A^z_\mu = (\hat{A}_\mu)_{23}\sin\theta\cos\varphi + (\hat{A}_\mu)_{31}\sin\theta\sin\varphi + (\hat{A}_\mu)_{12}\cos\theta = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}') = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})$.

На поверхности сферы $\vec{m}^2 = 1$ $d\vec{m} = \hat{r}\,dr + \hat{\theta}\,r\,d\theta + \hat{\varphi}\,r\sin\theta\,d\varphi = \hat{\theta}\,d\theta + \hat{\varphi}\sin\theta\,d\varphi$

$\partial_\mu\vec{m} = \hat{\theta}\,\partial_\mu\theta + \hat{\varphi}\sin\theta\,\partial_\mu\varphi$ $dr = dm = 0$, $r = 1$

$\vec{A}_\mu = \vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')\vec{m}'$, $\vec{m}' = \vec{m}$, но $\vec{m}(m_x, m_y, m_z)$, а $\vec{m}' = (1, 0, 0)$ - вдоль $\hat{x}$ сферич. коорд.

$\vec{m}' = R\vec{m}$ имеет несколько другой смысл $\vec{m}' \parallel Oz'$, $\vec{m} = (0, 0, 1)$ в x', y', z', но x', y' не совпадают с $\hat{\theta}, \hat{\varphi}$, только $\hat{z}' = \hat{r}$. Нам надо более общее вращение $R = e^{i\gamma J_z}e^{i\theta J_y}e^{i\varphi J_z}$, где x', y' уже не совп. с $\hat{\theta}, \hat{\varphi}$.

$\vec{m} = (m_x, m_y, m_z) = (\cos\varphi\sin\theta,\ \sin\varphi\sin\theta,\ \cos\theta)$ в xyz

$\vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi} \\ 0 & 0 & 0 \\ a_r & a_\theta & a_\varphi \end{vmatrix} = \hat{\theta}(-\sin\theta\,\partial_\mu\varphi) + \hat{\varphi}\,\partial_\mu\theta$, $\vec{A}_\mu = (A^x_\mu, -\sin\theta\,\partial_\mu\varphi,\ \partial_\mu\theta)$

$F_{\mu\nu} = A^\varphi_\mu A^\theta_\nu - A^\theta_\mu A^\varphi_\nu = \sin\theta\,[\partial_\mu\varphi\,\partial_\nu\theta - \partial_\mu\theta\,\partial_\nu\varphi]$ найти легко, само A^z_μ найти труднее, хотя $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A^z_\nu - \partial_\nu A^z_\mu$. $A^z_\mu = f(\theta)\partial_\mu\varphi$ или $-f(\Phi)\partial_\mu\theta$.

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu[f\partial_\nu\varphi] - \partial_\nu[f\partial_\mu\varphi] = f'(\theta)[\partial_\mu\theta\,\partial_\nu\varphi - \partial_\nu\theta\,\partial_\mu\varphi] = -\sin\theta\,[\partial_\mu\theta\,\partial_\nu\varphi - \partial_\mu\varphi\,\partial_\nu\theta]$,

$f'(\theta) = -\sin\theta$, $f(\theta) = \cos\theta + C$, именно на константе C и идет игра. Надо $C = -1$.

Все сделано на $D_\mu\vec{m}' = 0$, $D_\mu\vec{m}' = (\partial_\mu - \partial_\mu R R^{-1})R\vec{m} = (\partial_\mu\vec{m} - \partial_\mu\vec{m}') = 0 \to$ Eng $\vec{A}_\mu, F_{\mu\nu}$.

По сути $C = -1$ выбирается из условия $(1 - \cos\theta)\dot{\varphi} = \big|\begin{matrix}\theta = \theta_v + \varepsilon\dot{\theta} \\ \varphi = \varphi_v + \varepsilon\dot{\varphi}\end{matrix}\big| = \varepsilon\dot{\varphi}_v$ при $\theta_v = \pi/2$.

Escaneado con CamScanner

Дис рите gauge field $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1}$ из $G_{\mu\nu} = 0$ или $\vec{G}_{\mu\nu} = 0$ следует $D_\mu \vec{m}_\nu = 0$?
Им подобует? Что нов свежо?

14/IX Quant. phys. Sov. – 1/2 имеет ли уровень A в UPV/EHM. Ищите к коллоидам Maria Valentina – ремонт. усилий SL. Квантика обещает 2 вечера в. усилий в Reg. Mercantil и налог. инспекции (временный CIF). New Hampshire работ. CONSTANTO S.L. Инспекция. доход по MEC – 3 Hampton граф.

→ Y. T. Oh et al. PRB 91, 104435 (2015) : доказ., что $R_{\alpha\beta} = 2n_\alpha n_\beta - \delta_{\alpha\beta}$ с $\vec{n} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi, \cos\frac{\theta}{2})$ как у Татаринова привязано к $R\hat{z} = \vec{m}_0$, $R\vec{m}_0 = \hat{z}$ и A^q_μ как у Татаринова (с заменой $\varphi = \pi/2$ на $\varphi = 0$). $\vec{m}_0 = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$

R^{Oh} не просто вращения как у Татаринова, она еще и вещественная, т.е. симметричная.

$$R^{Oh} = \begin{pmatrix} 2\sin^2\frac{\theta}{2}\cos^2\varphi - 1 & 2\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\varphi\sin\varphi & \sin\theta\cos\varphi \\ 2\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\varphi\sin\varphi & 2\sin^2\frac{\theta}{2}\sin^2\varphi - 1 & \sin\theta\sin\varphi \\ \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & 2\cos^2\theta - 1 \end{pmatrix} = R^{Oh}(\theta,\varphi).$$

$2\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - \cos\theta$

$2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1 = \cos\theta$

$$R^{Oh} = \begin{pmatrix} -\cos\theta\cos^2\varphi - \sin^2\varphi & (1+\cos\theta)\cos\varphi\sin\varphi & \sin\theta\cos\varphi \\ (1-\cos\theta)\cos\varphi\sin\varphi & -\cos\theta\sin^2\varphi - \cos^2\varphi & \sin\theta\sin\varphi \\ \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \end{pmatrix} = R^{Tat}(\theta,\varphi), \text{ см. 5/IX}$$

и $R^{Oh}(\theta,\varphi) = M(\alpha=\varphi, \beta=\theta, \gamma=\pm\pi-\varphi) \quad M(\varphi,\theta,\pm\pi-\varphi) = e^{i(\pm\pi-\varphi)J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z} = O$

$O^{-1} = (e^{i(\pm\pi-\varphi)J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\varphi J_z})^{-1} = e^{-i\varphi J_z} e^{-i\theta J_y} e^{-i(\pm\pi-\varphi)J_z} = e^{-i\varphi J_z} e^{-i\theta J_y} e^{\mp i\pi J_z} e^{i\varphi J_z}$

$O = O^{-1}$ если $e^{\pm i\pi J_z} e^{i\theta J_y} = e^{-i\theta J_y} e^{\mp i\pi J_z}$, $e^{i\alpha J_z} e^{i\theta J_y} = e^{-i\theta J_y} e^{-i\alpha J_z}$

$e^{\pm i\pi J_z} e^{i\theta J_y} e^{\pm i\pi J_z} = e^{-i\theta J_y}$, т.к. $e^{\pm 2\pi i J_z} = 1$.

$\mathrm{Tr}(R^{Tat}) = -\cos\theta\cos^2\varphi - \sin^2\varphi - \cos\theta\sin^2\varphi - \cos^2\varphi + \cos\theta = -1$

$R^{Tat}(0,0) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, где $R(0,0) = I$, если R – матрица вращения.

т.е. $R^{Tat}(\theta,\varphi)$ не есть матрица вращения.

Бидленхарн–Лаудж: $U = a_0 I - i\vec{a}\vec{\sigma}$ из $su(2)$ соответ. $R(a_0, \vec{a})$ из $SO(3)$:

$$R = \begin{pmatrix} a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 & 2a_1a_2 & 2a_1a_3 \\ 2a_1a_2 & a_2^2 - a_3^2 - a_1^2 & 2a_2a_3 \\ 2a_1a_3 & 2a_2a_3 & a_3^2 - a_1^2 - a_2^2 \end{pmatrix}, \quad R_{ij} = 2a_ia_j - \delta_{ij} \text{ – как Hoogdalem '13}$$

$(a_0 = 0)$

$\sum_i a_i^2 = 1$

$U = -i\begin{pmatrix} a_3 & a_1 - ia_2 \\ a_1 + ia_2 & -a_3 \end{pmatrix} = \vec{n}\vec{\sigma}$

Установлена $U = \vec{n}\cdot\vec{\sigma}$, $\vec{n} = -i\vec{a}$. $U = \begin{pmatrix} a_0 - ia_3 & -ia_1 - a_2 \\ -ia_1 + a_2 & a_0 + ia_3 \end{pmatrix}$ можно $= U(\alpha\beta\gamma) = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i}{2}(\alpha+\gamma)}\cos\frac{\beta}{2} & -e^{-\frac{i}{2}(\alpha-\gamma)}\sin\frac{\beta}{2} \\ e^{\frac{i}{2}(\alpha-\gamma)}\sin\frac{\beta}{2} & e^{\frac{i}{2}(\alpha+\gamma)}\cos\frac{\beta}{2} \end{pmatrix}$

$U(\alpha\beta\gamma) = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i}{2}(\alpha+\gamma)}\cos\frac{\beta}{2} & -e^{\frac{i}{2}(\gamma-\alpha)}\sin\frac{\beta}{2} \\ e^{\frac{i}{2}(\alpha-\gamma)}\sin\frac{\beta}{2} & e^{\frac{i}{2}(\alpha+\gamma)}\cos\frac{\beta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta^* & \alpha^* \end{pmatrix}$, $\vec{a} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \cos\frac{\theta}{2})$

Класс $a_0 = 0$ зав. остается зав. $U(a_0\vec{a})$ будет матр. вращения, когда $e^{-\frac{i}{2}(\alpha+\gamma)}\cos\frac{\beta}{2} = a_0 - ia_3$

или $a_0 = 0$ $\left[\cos\frac{1}{2}(\alpha+\gamma) - i\sin\frac{(\alpha+\gamma)}{2}\right]\cos\frac{\beta}{2} = -ia_3 = -i\cos\frac{\theta}{2}$, $\cos\frac{1}{2}(\alpha+\gamma) = 0$, $\sin\frac{1}{2}(\alpha+\gamma) = 1$

см. выше $\alpha+\gamma = \pm\pi$. зав. зав. $\gamma = \pm\pi - \varphi$, $\alpha = \varphi$.

$$(\hat{A}_\mu)_{ij} = (\partial_\mu R \cdot R^{-1})_{ij} = \partial_\mu(2n_in_j - \delta_{ij})(2n_in_j - \delta_{ij}) - \text{нет} - (\partial_\mu R \cdot R^{-1})_{ij} = \sum_k \partial_\mu R_{ik} R^{-1}_{kj} = \sum_{k,\beta=\theta}$$

$$= \sum_k \partial_\mu(2n_in_k - \delta_{ik})(2n_kn_j - \delta_{kj}) = 2\sum_k (\partial_\mu n_i \cdot n_k + \partial_\mu n_k \cdot n_i)(2n_kn_j - \delta_{kj}) =$$

$$= 2\sum_k \left[2n_k^2 n_j \partial_\mu n_i + 2n_in_jn_k\partial_\mu n_k\right] - 2(\partial_\mu n_i \cdot n_j + \partial_\mu n_j \cdot n_i) = 4n_j\partial_\mu n_i - 2n_j\partial_\mu n_i - 2n_i\partial_\mu n_j$$

$(\hat{A}_\mu)_{ij} = 2[n_j\partial_\mu n_i - n_i\partial_\mu n_j]$, $\vec{A}^{ij}_\mu = (\hat{A}^{23}_\mu, \hat{A}^{31}_\mu, \hat{A}^{12}_\mu)$, $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$

$\vec{n} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi, \cos\frac{\theta}{2})$

$A^z_\mu = A^x_\mu \sin\theta\cos\varphi + A^y_\mu \sin\theta\cos\varphi + A^z_\mu \cos\theta = \vec{A}_\mu \cdot \vec{m}$. $(\vec{A}_\mu = 2\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}$, $\vec{n} = \vec{a}$, $U = -i\vec{a}\vec{\sigma})$

$\to A^{\vec{n}}_\mu = A^{em}_\mu = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})\cdot\vec{m}$

Dugaev et al. PRL 93, 096 806 (2004) : $T^+(\vec{\sigma}\cdot\vec{m})T = \sigma_z$, sd-model не дано

$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} - g\vec{\sigma}\cdot\vec{m} \to \mathcal{H}' = -\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial}{\partial z} - \frac{ie}{\hbar c}\vec{A}\right]^2 - g\sigma_z$, $A_i = -2\pi i\Phi_0 T^+\partial_i T$ $\Phi_0 = hc/|e|$.

Остается $s = \pm 1/2$ sub band и adiabatic approx. $\mathcal{H}' = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{ie}{\hbar c}\vec{a}\right)^2 + \frac{\hbar^2}{8m}(\partial_i m_\mu)^2$ из A_μ^2 членов

$(\vec{a})_i = \pi\Phi_0 \frac{[m_x\partial_i m_y - m_y\partial_i m_x]}{(1+m_z)} = \pi\Phi_0 \frac{(\vec{m}\times\partial_i\vec{m})\cdot\vec{z}}{1+m_z} = \pi\Phi_0(1-\cos\theta)\partial_i\varphi$

Escaneado con CamScanner

15/IX См. обзор Fujita et al. „Gauge field in spintronics" JAP'2011, где $\vec{A}_\mu$ вычисляется как Tatara'08
Видимо $U = \vec{n}\cdot\vec{\sigma}$ для SU(2) впервые сам использ. Tatara, PRL'04'05, PRB 94,
Ref. to Tatara, RMP'2008 Возможно, точнее Phys. Reports'2008
Tatara вперв использ. $c = Ua$, c, a - el. creation - anihil. operators для
diagonalization s-d Hamiltonian $\mathcal{H}_{sf} = -J\int d^3x\, c^+\vec{\sigma}c\cdot\vec{S}(x,t)$ и прост.

в $U = \vec{n}\cdot\vec{\sigma}$ подбирает $\vec{n}$, чтоб $U^+(\vec{S}\cdot\vec{\sigma})U = \sigma_z \rightarrow A_\mu = -iU^{-1}\partial_\mu U = (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\vec{\sigma}$

$A_\mu = A_\mu^a\sigma_a$, $A_\mu = \vec{n}\times\partial_\mu\vec{n}$, $\vec{n} = \left(\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi,\ \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi,\ \cos\frac{\theta}{2}\right)$

$\begin{pmatrix} m_x' \\ m_y' \\ m_z' \end{pmatrix} = R^{Tat}(\theta\varphi)\cdot\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} \Rightarrow m_z' = \sin\theta\cos\varphi\sin\theta\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi\cdot\sin\theta\sin\varphi + \cos^2\theta = 1$

Note $R_{iz} = R_{zi} = 2n_i n_z - \delta_{iz} = 2n_i\cos\frac{\theta}{2} - 1\cdot\delta_{iz} = m_i$, $m_z' = \sum_i R_{zi}m_i = m_z$

$m_x' = \left[-\cos\theta\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right]\sin\theta\cos\varphi + (1-\cos\theta)\cos\varphi\sin\varphi\sin\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos\varphi\cos\theta = 0$, $m_y' = 0$

т.е. $R^{Tat}(\theta\varphi)\vec{m} = \vec{m}' = (0,0,1)$, $m_z' = 1$, $m_{x,y} = 0$. Но U не есть преобразование $\vec{n}$

General $U(dpg) = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix}$, у Tatara $U = -i\begin{pmatrix} \alpha_3 & \alpha_1 - i\alpha_2 \\ \alpha_1 + i\alpha_2 & -\alpha_3 \end{pmatrix} = -i\vec{\alpha}\vec{\sigma}$, $\vec{n} = -i\vec{\alpha}$

$a = -i\alpha_3$, $b = -\alpha_2 - i\alpha_1$ и $U = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & -a \end{pmatrix}$, $\det U = |a|^2 + |b|^2 = 1$

$A_\mu^T = -iU^{-1}\partial_\mu U = (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\vec{\sigma}$, $U = \vec{n}\cdot\vec{\sigma}$, $s = 1/2$ $\rightarrow \vec{A}_\mu^T = \vec{n}^T\times\partial_\mu\vec{n}^T$

У меня $A_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1}$, $R_{ij} = \alpha_i\alpha_j - \delta_{ij}$ и $A_\mu = A_\mu^a G_a$, $\vec{A}_\mu = \partial_\mu\vec{\alpha}\times\vec{\alpha}$

$\vec{A}_\mu^T = \vec{n}^T\times\partial_\mu\vec{n}^T = (-i\vec{\alpha})\times\partial_\mu(-i\vec{\alpha}) = -\vec{\alpha}\times\partial_\mu\vec{\alpha} = \partial_\mu\vec{\alpha}\times\vec{\alpha}$. совп с моим

при $\vec{n}^T = -i\vec{\alpha}$. Но Tatara далее использ. $U = (\vec{n}^T\cdot\vec{\sigma}) = (\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma})$.

$U = -i(\vec{\alpha}\cdot\vec{\sigma})$ Но использует

$A_\mu^T = -i\,U^{-1}\partial_\mu U = -i\,U^+\partial_\mu U = -i\left[i\vec{\alpha}\vec{\sigma}\right]\partial_\mu(-i\vec{\alpha}\vec{\sigma})] = -i(\vec{\alpha}\vec{\sigma})\partial_\mu(\vec{\alpha}\vec{\sigma})$

Но $\vec{A}_\mu^T = \vec{n}^T\times\partial_\mu\vec{n}^T$, тогда как $\vec{A}_\mu = \partial_\mu\vec{\alpha}\times\vec{\alpha}$ при использ $\vec{\alpha}$ - Кэли-Кляйна

Хоть Tatara и пишет $\vec{n}^T = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \ldots)$, на самом деле $\vec{n}^T = -i\vec{\alpha} = -i(\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \ldots)$ $\vec{\alpha} = \vec{n}\cdot i$

$\vec{n}^T \rightarrow \vec{A}_\mu^T = \vec{n}^T\times\partial_\mu\vec{n}^T$, а должно $\vec{A}_\mu = \partial_\mu\vec{\alpha}\times\vec{\alpha}$ с $\vec{\alpha} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \ldots)$

→ Вывод: из-за неверно определения $\vec{n}^T$, Tatara ошибся в знаке $\vec{A}_\mu$, см. в ур. $\vec{A}_\mu = \vec{n}\times$

16/IX Отчет Sk. project MINECO. Отчет за TNT-2015 travel.

SU(2): $e^{i\varphi\frac{1}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{n}} = I\cos\frac{\varphi}{2} + i(\vec{n}\cdot\vec{\sigma})\sin\frac{\varphi}{2} = I\alpha_0 + i(\vec{\alpha}\vec{\sigma})$, $\begin{cases}\alpha_0 = \cos\frac{\varphi}{2} \\ \vec{\alpha} = \vec{n}\sin\frac{\varphi}{2}, \ \vec{n}^2 = 1\end{cases}$

$\alpha_0^2 + \vec{\alpha}^2 = \cos^2\frac{\varphi}{2} + n^2\sin^2\frac{\varphi}{2} = 1$, $(\alpha_0, \vec{\alpha})$ - параметры Эйлер-Родригес.

Можно $R = \begin{pmatrix} \alpha_0^2+\alpha_1^2-\alpha_2^2-\alpha_3^2 & 2(\alpha_1\alpha_2 - \alpha_0\alpha_3) & 2(\alpha_1\alpha_3 + \alpha_0\alpha_2) \\ 2(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_0\alpha_3) & \alpha_0^2+\alpha_2^2-\alpha_1^2-\alpha_3^2 & 2(\alpha_2\alpha_3 - \alpha_0\alpha_1) \\ 2(\alpha_1\alpha_3 - \alpha_0\alpha_2) & 2(\alpha_2\alpha_3 + \alpha_0\alpha_1) & \alpha_0^2+\alpha_3^2-\alpha_1^2-\alpha_2^2 \end{pmatrix}$ $\vec{x}' = (\alpha$

в SO(3)

как в Бюденхарн-Лаук,

Хоть сам и $U = \alpha_0 I - i(\vec{\alpha}\vec{\sigma})$. Дикольато следует Tatara брал α_0 - это сохр. ур. времени $\alpha_0 = \cos\varphi/2 = 0$, $\varphi = \pi$. $R_{ij} = 2\alpha_i\alpha_j - \delta_{ij}$

Взяв $\alpha_0 = 0$, получим $\vec{\alpha} = \vec{n}$, $\vec{n}^2 = 1$. и тогда ранее $\cos\varphi\vec{n} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi, \cos$

$\alpha_0^2 + \alpha_1^2 - \alpha_2^2 - \alpha_3^2 = 2(\alpha_0^2 + \alpha_1^2) - 1 = 2(\cos^2\frac{\varphi}{2} + n_x^2\sin^2\varphi/2) - 1 =$

$= \cos\varphi + 2n_x^2\sin^2\frac{\varphi}{2} = \cos\varphi + n_x^2(1-\cos\varphi)$; $2(\alpha_1\alpha_2 - \alpha_0\alpha_3) = 2n_x n_y\sin^2\frac{\varphi}{2} -$

$- 2\cos\frac{\varphi}{2}n_z\sin\frac{\varphi}{2} = n_x n_y(1-\cos\varphi) - 2n_z\sin\varphi$ и т.д. Получили из матр

$R(\alpha_0\vec{\alpha})$ Эйлер-Родригес матрицу Родригес $R(\vec{n},\varphi) = I\cos\varphi + \sin\varphi[\vec{n}] +$

$R(\vec{n},\varphi) = I + \hat{N}\sin\varphi + \hat{N}^2(1-\cos\varphi) = e^{\varphi\hat{N}}$, $+(1-\cos\varphi)\vec{n}\otimes\vec{n}$, $\vec{n}\otimes\vec{n} =$

$-\vec{G}\cdot\vec{n} = [\vec{n}]_x = \begin{pmatrix} 0 & -n_z & n_y \\ n_z & 0 & -n_x \\ -n_y & n_x & 0 \end{pmatrix}$, $R(\vec{n},\varphi)$ - опис поворот на угол φ вокруг оси $\vec{n}$.

Формулу Родригес для $R(\vec{n},\theta)$ в частном случае $\vec{n} = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0$

я использ. 19/VIII для вывода $\vec{A}$ new.

В 3D: $e^{-i\theta(\vec{n}\cdot\vec{J})} = |i\vec{J} = \vec{G}| = e^{-\theta(\vec{n}\vec{G})} = I + \sin\theta(-i)(\vec{n}\cdot\vec{G}) + (1-\cos\theta)(\vec{n}\cdot\vec{G})^2$

G_a - генераторы SO(3). $R(\vec{n}\theta) = I + \sin\theta\hat{N} + (\hat{N}^2\ldots)(1-\cos\theta)$, $\hat{N} = -(\vec{n}\cdot$

Т.е., ф. Родригеса следует из $J=1$ разложения $e^{\theta\hat{N}}$ по $\hat{N}$ - степеням.

Escaneado con CamScanner

$R(\vec{n},\theta) = e^{-i\theta(\vec{n}\cdot\vec{J})} = e^{-\theta(\vec{n}\cdot\vec{G})} = I - \sin\theta(\vec{n}\cdot\vec{G}) + (1-\cos\theta)(\vec{n}\cdot\vec{G})^2$ כאשר $J=1$.

$\partial_\mu R = \left(-1\sin\theta\,\partial_\mu\theta\right) - \cos\theta\,\partial_\mu\theta\,(\vec{n}\cdot\vec{G}) - \sin\theta\,(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) + \sin\theta\,\partial_\mu\theta\,(\vec{n}\vec{G})^2 +$
$+ (1-\cos\theta)\,2(\vec{n}\vec{G})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})$, $N^3 = N$, $(\vec{n}\vec{G})^3 = (\vec{n}\vec{G})(-1) + (\vec{J}\cdot\vec{n})^3 = (\vec{J}\cdot\vec{n})$

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1} = \Big[-\cos\theta\,\partial_\mu\theta\,(\vec{n}\cdot\vec{G}) - \sin\theta(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) + \sin\theta\,\partial_\mu\theta(\vec{n}\vec{G})^2 +$
$+ (1-\cos\theta)\,2(\vec{n}\vec{G})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})\Big]\Big[1 + \sin\theta(\vec{n}\cdot\vec{G}) + (1-\cos\theta)(\vec{n}\cdot\vec{G})^2\Big] =$
$= \cos\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G}) + \cos\theta\sin\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G})^2 + \cos\theta(1-\cos\theta)\theta'(\vec{n}\vec{G}) - \sin\theta(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) + \sin^2\theta\,(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\cdot\vec{G}) -$
$- \sin\theta(1-\cos\theta)(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\cdot\vec{G})^2 + 2(1-\cos\theta)(\vec{n}\vec{G})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) - 2\sin\theta(1-\cos\theta)(\vec{n}\vec{G})^2(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) -$
$- 2(1-\cos\theta)^2(\vec{n}\cdot\vec{G})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) + \cos^2\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G}) + \cos\theta\sin\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G})^2 - \sin\theta(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) +$
$+ (\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\vec{G})\left[\sin^2\theta + 2(1-\cos\theta) - 2(1-\cos\theta)^2\right] - 3\sin\theta(1-\cos\theta)(\vec{n}\vec{G})^2(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})$
$+ (\vec{n}\vec{G})^2(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) = \partial_\mu(\vec{n}\vec{G})^2 = \partial_\mu\left[-\vec{G}\cdot\vec{n}\right] = -(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})$

$\hat{A}_\mu = -\cos^2\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G}) + \cos\theta\sin\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G})^2 + \sin\theta(\partial_\mu\vec{n}\vec{G}) + \sin\theta(1-\cos\theta)(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) +$
$+ (\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\vec{G})\left[\sin^2\theta + 2 - 2\cos\theta - 2 + 2\cos\theta - 2\cos^2\theta\right] = -\cos^2\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G}) + \cos\theta\sin\theta\,\theta'(\vec{n}\vec{G})^2 -$
$- \sin\theta\cos\theta\,(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) + (\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\vec{G})(1-\cos\theta)(2\cos\theta+1)$ מצד שני $\hat{A}_\mu$ יצא אותו דבר.

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1} = \left[-\cos\theta\,\theta'(nG) - \sin\theta(\partial_\mu n\cdot G) + \sin\theta\,\theta'(nG)^2 + 2(1-\cos\theta)(nG)(\partial_\mu nG)\right]\times$
$\times\left[1 + \sin\theta(nG) + (1-\cos\theta)(nG)^2\right] = -\cos\theta\,\theta'(nG) - \sin\theta\cos\theta\,\theta'(nG)^2 - \cos\theta\,\theta'(1-\cos\theta)\times$
$- \sin\theta(\partial_\mu n\cdot G) - \sin^2\theta(nG)(\partial_\mu nG) + \sin\theta(1-\cos\theta)(\partial_\mu nG)(nG)^2 + \sin\theta\,\theta'(nG)^2 +$ $(nG)^3$
$+ \sin^2\theta(nG)^3\theta' + \sin\theta\,\theta'(1-\cos\theta)(nG)^2 + 2(1-\cos\theta)(nG)(\partial_\mu nG) + 2\sin\theta(1-\cos\theta)(nG)^2(\partial nG) +$
$+ 2(1-\cos\theta)^2(nG)^3(\partial_\mu nG) = -\cos\theta\,\theta'(nG) + \cos\theta\,\theta'(1-\cos\theta)(nG) - \sin\theta(\partial_\mu nG) -$
$- \sin^2\theta(nG)(\partial_\mu nG) - \sin\theta(1-\cos\theta)(\partial_\mu n\cdot G)(nG)^2 - \sin^2\theta\,\theta'(nG) + 2(1-\cos\theta)(nG)(\partial_\mu nG) +$
$+ 2\sin\theta(1-\cos\theta)(nG)^2(\partial_\mu n\cdot G) - 2(1-\cos\theta)^2(nG)(\partial_\mu nG) = -\cos^2\theta\,\theta'(nG) - \sin^2\theta\,\theta'(nG) -$
$- \sin\theta(\partial_\mu n\cdot\theta) + (nG)(\partial_\mu nG)\left[-\sin^2\theta + 2(1-\cos\theta) - 2(1-\cos\theta)^2\right] + \sin\theta(1-\cos\theta)(nG)^2(\partial_\mu nG) =$
$= -(1-\cos\theta)^2$
$= -\theta'(nG) - \sin\theta(\partial_\mu nG) - (1-\cos\theta)^2(nG)(\partial_\mu nG) + \sin\theta(1-\cos\theta)(nG)^2(\partial_\mu nG)$

$\hat{A}_\mu = -\partial_\mu\theta\,(\vec{n}\vec{G}) - \sin\theta(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) + (1-\cos\theta)(\vec{n}\vec{G})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})\left[-1+\cos\theta+\sin\theta\,(\vec{n}\vec{G})\right]$

הגזרה נעשתה ע"י הפעלת הנוסחאות $[(\vec{a}\vec{J})\cdot(\vec{b}\vec{J})] = i(\vec{a}\times\vec{b})\vec{J}$ כאשר $\vec{G} = i\vec{J}$.

(1/7/15) Ονομαστικό 500€ Zagatos/deposit Notary Tolosa 2a pemcr. S.L. „Constanto. & Reg. mercantile u Hator. unenoxuum age 500€ incl. retropay Notary 2a Pemcr. Ycealid. Uploaded MINECO - Ole grant ὁσιεν 2a Jan. 2014 - June 2015. Ορεση Ο τάξιδι κλίφ Γυεσα u Βρυξελλες.

$R(\vec{n},\theta) = e^{-\theta(\vec{n}\vec{G})} = I - \sin\theta(\vec{n}\cdot\vec{G}) + (1-\cos\theta)(\vec{n}\vec{G})^2$ $i\vec{J} = \vec{G}$ - ποσπαγμα Ροχρωνε $\vec{G} = i\vec{J}$

Όμως $J=1$, $SO(3)$ δουλεύει. $(\vec{J}\cdot\vec{n})^{2k+1} = (\vec{J}\cdot\vec{n})$, $(\vec{J}\cdot\vec{n})^{2k} = (\vec{J}\cdot\vec{n})^2$. $(\vec{G}\cdot\vec{n})^3 = -(\vec{G}\cdot\vec{n})$, $(\vec{G}\cdot\vec{n})^4 = -(\vec{G}\cdot\vec{n})^2$

Χρησιμοποιώ $(\vec{n}\vec{G}) = G_n = G$, $(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) = G_{n'} = G'$

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1} = \left[-\cos\theta\,\theta' G - \sin\theta G' + \sin\theta\,\theta' G^2 + 2(1-\cos\theta)GG'\right]\left[1 + \sin\theta\,G + (1-\cos\theta)G^2\right] =$
$= -\cos\theta\,\theta' G - \sin\theta\cos\theta\,\theta' G^2 + \cos\theta(1-\cos\theta)\theta' G - \sin\theta G' - \sin^2\theta\,G'G - \sin\theta(1-\cos\theta)G'G^2 +$
$+ \sin\theta\,\theta' G^2 - \sin^2\theta\,\theta' G - \sin\theta\,\theta'(1-\cos\theta)G^2 + 2(1-\cos\theta)GG' + 2\sin\theta(1-\cos\theta)GGG + 2(1-\cos\theta)^2GG'G^2 =$
$= -\theta' G - \sin\theta G' - \sin^2\theta\,G'G - \sin\theta(1-\cos\theta)G'G^2 + 2(1-\cos\theta)GG' + 2\sin\theta(1-\cos\theta)GGG +$
$+ 2(1-\cos\theta)^2GG'G^2$. $\left[(\vec{a}\vec{G}),(\vec{b}\cdot\vec{G})\right] = -(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{G}$, $GG' - G'G = -(\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{G}$

$\hat{A}_\mu = -\theta' G - \sin\theta G' - \sin^2\theta\left[GG' + (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\vec{G}\right] + 2(1-\cos\theta)GG' - \sin\theta(1-\cos\theta)\left[GG' +\right.$
$\left. - (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\vec{G}\right]\cdot G + 2\sin\theta(1-\cos\theta)GG'G + 2(1-\cos\theta)^2\left[G'G + (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\vec{G}\right]G^2 =$
$= -\theta' G - \sin\theta G' - \sin^2\theta(\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{G} - \sin\theta(1-\cos\theta)(\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{G}\,G - 2(1-\cos\theta)^2(\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})G'G^2 +$
$+ GG'\left[-\sin^2\theta + 2(1-\cos\theta)\right] - \sin\theta(1-\cos\theta) + GG'G\left[-\sin\theta(1-\cos\theta) + 2\sin\theta(1-\cos\theta)\right] +$
$+ 2(1-\cos\theta)^2G'(-G) = -\theta' G - \sin\theta G' + (1-\cos\theta)(\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\vec{G}\left[-(1+\cos\theta) - \sin\theta\,G - 2(1-\cos\theta)G^2\right] +$
$+ GG'(1-\cos\theta)\left[-(1+\cos\theta) + 2\right] + GG'G\sin\theta(1-\cos\theta) - 2(1-\cos\theta)^2\left[GG' + (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{G}\right] =$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

8/IX Найдем $\hat{A}_\mu$: $(\partial_\mu \vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\cdot\vec{G}) = (n'_\alpha G_\alpha) n_\beta G_\beta = \sum_{\alpha\beta} n'_\alpha n_\beta G_\alpha G_\beta = \left| G_\alpha = i J_\alpha \right| =$

$= -\sum_{\alpha\beta} n'_\alpha n_\beta J_\alpha J_\beta = -\sum_{\alpha\beta} n'_\alpha n_\beta \left[\frac{2}{3} I \delta_{\alpha\beta} + \frac{i}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\gamma + Q_{\alpha\beta} \right]$, $\sum_{\alpha\beta} n'_\alpha n_\beta \delta_{\alpha\beta} = \sum_\alpha n'_\alpha n_\alpha = \frac{1}{2}(n^2)'_\alpha = 0$

$\sum_{\alpha\beta} n'_\alpha n_\beta Q_{\alpha\beta} = n'_x n_x Q_{xx} + n'_y n_y Q_{yy} + n'_z n_z Q_{zz} + (n'_x n_y + n'_y n_x) Q_{xy}$

$+ (n'_x n_z + n'_z n_x) Q_{xz} + (n'_y n_z + n'_z n_y) Q_{yz}$

$= \sum_\alpha n'_\alpha n_\alpha Q_{\alpha\alpha} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2n'_x n_x + n'_y n_y + n'_z n_z & n'_x n_y - 2n'_y n_x - n'_z n_z & n'_x n_z + n'_y n_y - 2n'_z n_z \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$ (1)

$n'_\alpha n_\alpha = \vec{n}'\cdot\vec{n} = \partial_\mu \vec{n}\cdot\vec{n} = \frac{1}{2}\partial_\mu(\vec{n}^2) = 0$. $D_{ij} = -n'_i n'_j \delta_{ij}$

$n'_x n_x = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi)' \sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi = \left[+\frac{1}{2}\cos\frac{\theta}{2}\theta'\cos\varphi - \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi\varphi' \right]\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi$

$\sum_{\alpha\beta} n'_\alpha n_\beta \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\gamma = (\partial_\mu \vec{n}\times\vec{n})\cdot\vec{J}$. Если ноль выбросить только с $Q_{\alpha\beta}$, то

$(\partial_\mu \vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\cdot\vec{G}) = -\frac{i}{2}\sum_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} n'_\alpha n_\beta J_\gamma = -\frac{i}{2}(\vec{n}'\times\vec{n})\cdot\vec{J} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})\cdot\vec{G}$ и

$\hat{A}_\mu = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})\vec{G} = \hat{A}^a_\mu G_a$, $A^a_\mu = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})$

$\vec{n} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi, \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi, \cos\frac{\theta}{2})$, $\partial_\mu\vec{n} = \left(\frac{1}{2}\theta'\cos\theta\cos\varphi - \sin\frac{\theta}{2}\varphi'\sin\varphi, \frac{1}{2}\theta'\cos\frac{\theta}{2}\sin\varphi + \sin\frac{\theta}{2}\varphi'\cos\varphi, -\frac{1}{2}\theta'\sin\frac{\theta}{2}\right)$

$A^z_\mu = 2(n'_x n_y - n'_y n_x) = 2\left[\left(\frac{1}{2}\theta'\cos\frac{\theta}{2}\cos\varphi - \sin\frac{\theta}{2}\varphi'\sin\varphi\right)\sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi - \right.$

$\left. - \left(\frac{1}{2}\theta'\cos\frac{\theta}{2}\sin\varphi + \sin\frac{\theta}{2}\varphi'\cos\varphi\right)\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi \right] = 2\left[-\sin^2\frac{\theta}{2}\varphi'\sin^2\varphi - \sin^2\frac{\theta}{2}\varphi'\cos^2\varphi \right] \Rightarrow$

5/IX получено $A^z_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi$ $\Leftarrow -2\sin^2\frac{\theta}{2}\varphi' = -(1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$

из $\alpha=\varphi, \beta=\theta, \gamma=z$ получаем

$A^x_\mu = 2(n'_y n_z - n'_z n_y) = 2\left[\left(\frac{1}{2}\theta'\cos\frac{\theta}{2}\sin\varphi + \sin\frac{\theta}{2}\varphi'\cos\varphi\right)\cos\frac{\theta}{2} + \frac{1}{2}\theta'\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi\right)\right] =$

$= \partial_\mu\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos\varphi\,\partial_\mu\varphi$ — совп. с A^x_μ от 5/IX. $\vec{G} = i\vec{J}$.

$\vec{A}_\mu = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}) \Rightarrow \vec{A}_\mu = (\sin\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\cos\varphi\partial_\mu\varphi,\ -\cos\varphi\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\varphi\partial_\mu\varphi,\ (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi)$ как 5/IX.

$\vec{A}_\mu = -2\vec{A}^{rot}_\mu (s=1/2)$ и у нас $\vec{A}_\mu(s=1/2)$ верно, но неверный знак из-за неправ. $\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}$.

$(\partial_\mu\vec{n}\vec{G})(\vec{n}\vec{G}) = (\vec{n}\vec{G})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G}) + (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{G}$, $\hat{A}_\mu = -4(\partial_\mu\vec{n}\vec{G})(\vec{n}\vec{G}) = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})\cdot$ неправ. $\cdot\vec{G} + 2\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}\cdot(Q)$.

$\hat{A}_\mu = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})\vec{G} + 4\sum \partial_\mu n_\alpha n_\beta Q_{\alpha\beta}$, $R = 1 + 2(\vec{n}\vec{G})^2$

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R R^{-1} = 4(\vec{n}\vec{G})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})\left[1 + 2(\vec{n}\vec{G})^2\right] = 4\left[(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{G})(\vec{n}\cdot\vec{G}) - (\vec{n}\times\vec{n}')\cdot\vec{G}\right]\times$

$\times\left[1 + 2(\vec{n}\vec{G})^2\right] = 4G^1\left[G + 2G^3\right] - 4(\vec{n}\times\vec{n}')\cdot\vec{G}\left[1 + 2G^2\right] = \left|\begin{matrix} G^3 = -G \\ G^4 = -G^2 \end{matrix}\right| =$

$= -4G^1 G - 4(\vec{n}\times\vec{n}')\vec{G}\left[1 + 2G^2\right]$

$\hat{A}_\mu = -4(\vec{n}\vec{J})(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{J})\left[1 - 2(\vec{n}\vec{J})^2\right] = -4(\vec{n}\vec{J})(\vec{n}'\vec{J})\left[1 - 2(\vec{n}\cdot\vec{J})^2\right]$ учтено, что $(\vec{n}\vec{J})^3 = (\vec{n}\vec{J})$, $[(\vec{J}\cdot\vec{n}), (\vec{J}\cdot\vec{n}')] = i(\vec{n}\times\vec{n}')\vec{J}$ для $J=1$.

$\hat{A}_\mu = -4\left[J_{n'}J_n + i(\vec{n}\times\vec{n}')\vec{J}\right]\left[1 - 2J_n^2\right] = 4J_{n'}J_n - 4i(\vec{n}\times\vec{n}')\vec{J}\left[1 - 2J_n^2\right]$ $J_n J_{n'} - J_{n'}J_n = i(\vec{n}\times\vec{n}')\vec{J}$

$\vec{n}\cdot\partial_\mu\vec{n} = \frac{1}{2}\partial_\mu(\vec{n}^2) = 0$. Сделаем $\vec{n} = \hat{z}$, $\hat{x} = \vec{n}' + \partial_\mu\vec{n}$, $\hat{y} = \vec{n}\times\partial_\mu\vec{n}$, $\hat{y} = \hat{z}\times\hat{x}$, $\hat{z} = \hat{x}\times\hat{y}$

$\hat{x} = \hat{y}\times\hat{z}$.

$\hat{A}_\mu = -4J_z J_x\left[1 - 2J_z^2\right] = 4J_x J_z - 4iJ_y(1 - 2J_z^2)$

$J_y J_z^2 = \frac{1}{2}J_y + iQ_{zz} = \frac{1}{2}J_y + (J_z^2 - \frac{2}{3}I)i$, $\hat{A}_\mu = 4J_x J_z - 4iJ_y + 8i\left[\frac{1}{2}J_y + i(J_z^2 - \frac{2}{3}I)\right]$?

$\hat{A}_\mu = -4J_z J_x + 8J_z J_x J_z^2 = -4J_z J_x + 8J_z\left[\frac{1}{2}J_x - \frac{i}{2}(J_y J_z + J_z J_y)\right] = -J_z J_x + J_z J_x -$

$-4iJ_z(J_y J_z + J_z J_y) = [J_z, J_x]0 - 4i[\ ] = -8iJ_z Q_{yz} = -8i\left[\frac{1}{4}(\partial_y) + \frac{i}{2}\varepsilon_{zyx}Q_{zx}\right] =$

$= -2iJ_y - 8i\cdot\frac{1}{2}(-1)\frac{1}{2}(J_z J_x + J_x J_z) = -2iJ_y - 2(J_z J_x + J_x J_z)$ $J_y = (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{J}$.

В сферич. базисе $\hat{A}_\mu = -4\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\left[I - 2\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\right] = -\frac{4}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix} =$

$= -\frac{4}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix} = \left|\text{нет ненулевого недиагонального}\right| = -\frac{4}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix} =$

$= -\frac{4}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&-1\\0&1&0\end{pmatrix} = -\frac{4}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}$. Сделаем в сферич. базисе. $J_z^2 = i^2\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} = -\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

$\hat{A}_\mu = -4i^2\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-1\\0&-1&0\end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ — ответ

не выходит $\hat{A}_\mu \sim J_y = (\vec{n}\times\partial_\mu\vec{n})\cdot\vec{J}$.

Escaneado con CamScanner

$R = e^{i\pi(\vec{J}\cdot\vec{n})} \to R^2 = e^{i2\pi(\vec{n}\vec{J})} = I \to \hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1} = \partial_\mu R \cdot R = \frac{1}{2}\partial_\mu(R^2) = 0$

С другой стороны $R = I + 2(\vec{n}\vec{G})^2$, $R^2 = (1+2\vec{G}^2)^2 = 1 + 4\vec{G}^2 + 4\vec{G}^4 = 1 + 4(\vec{G}^2 + \vec{G}^4) = I$

Т.е. поле $(\vec{n}\vec{J})$ – это такое поле, которое $\hat{A}_\mu$ не меняет, а поле $(\vec{G}^2 = -G^2,\ G^3 = -\theta)$ $(\vec{n}\vec{J})$ – меняется поворотом – такое $\hat{A}_\mu$ не меняет ($\hat{A}_\mu = 0$ в таком повороте)

$(\vec{n}\vec{G}) = n_x G_x + n_y G_y + n_z G_z = \begin{pmatrix} 0 & n_z & -n_y \\ -n_z & 0 & n_x \\ n_y & -n_x & 0 \end{pmatrix}$, $(\vec{n}\vec{G})^2 = \begin{pmatrix} 0 & n_z & -n_y \\ -n_z & 0 & n_x \\ n_y & -n_x & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & n_z & -n_y \\ -n_z & 0 & n_x \\ n_y & -n_x & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -n_z^2-n_y^2 & n_x n_y & n_x n_z \\ n_x n_y & -n_z^2-n_x^2 & n_y n_z \\ n_x n_z & n_y n_z & -n_y^2-n_x^2 \end{pmatrix}$, $R = I + 2(\vec{n}\vec{G})^2 = \begin{pmatrix} n_x^2-n_y^2-n_z^2 & 2n_1n_2 & 2n_1n_3 \\ 2n_1n_2 & n_y^2-n_x^2-n_z^2 & 2n_2n_3 \\ 2n_1n_3 & 2n_2n_3 & n_z^2-n_x^2-n_y^2 \end{pmatrix}$

$R_{ik} = [I + 2(\vec{n}\vec{G})^2]_{ik} = 2n_i n_k - \delta_{ik}$, $R = 2\vec{n}\otimes\vec{n} - I$

Поворот $R(\omega\vec{n}) = I\cos\omega + \sin\omega[\vec{n}]_\times + (1-\cos\omega)\vec{n}\otimes\vec{n}$, $[\vec{n}]_\times = (\vec{n}\vec{G})$

$R(\pi\vec{n}) = 2\vec{n}\otimes\vec{n} - I$ при $\omega = \pi$ вокруг $\vec{n}$, у нас $\vec{n} = (\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi,\ \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi,\ \cos\frac{\theta}{2})$

Формула $R = I + 2(\vec{n}\vec{G})^2$ – верная, потому что не выполняет $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1}$ из нее?

$(\hat{A}_\mu)_{ik} = \sum_j (\partial_\mu R)_{ij} R_{jk} = \sum_j \partial_\mu(2n_in_j - \delta_{ij})(2n_jn_k - \delta_{jk}) = 2\sum_j(\partial_\mu n_i n_j + \partial_\mu n_j n_i)(2n_jn_k - \delta_{jk})$

$= 4\sum_j[\partial_\mu n_i n_j n_k n_j + \partial_\mu n_j n_j n_i n_k] - 2\sum_j(\partial_\mu n_i n_j + \partial_\mu n_j n_i)\delta_{jk} = 4\partial_\mu n_i n_k - 2\partial_\mu n_i n_k -$

$(\sum n_j^2 = 1,\ \sum \partial_\mu n_j n_j = 0)$

$-2\partial_\mu n_k n_i = 2\partial_\mu n_i n_k - 2\partial_\mu n_k n_i = 2[\partial_\mu n_i n_k - \partial_\mu n_k n_i] = (\hat{A}_\mu)_{ik}$

$\vec{A}_\mu = (A^x_{23}, A^y_{31}, A^z_{12})$, $A^x_\mu = 2[\partial_\mu n_2 n_3 - \partial_\mu n_3 n_2] = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})_x \to \vec{A}_\mu = 2\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}$

$\vec{A}_\mu = \vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')\vec{m}'$, $A^{em}_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}') = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})\cdot\vec{m}'$

$\partial_\mu\vec{m}' = \vec{A}_\mu\times\vec{m}' = 2(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n})\times\vec{m}' = 2\vec{n}(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{m}') - 2\vec{m}'(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{n}) = 2\vec{n}(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{m}') =$

$= \hat{\theta}\partial_\mu\theta + \hat{\varphi}\sin\theta\partial_\mu\varphi$, $2\vec{n}_\varphi(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{m}') = \sin\theta\partial_\mu\varphi$, $2\vec{n}_\theta(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{m}') = \partial_\mu\theta$ ($2\vec{m}'\perp\vec{n}$?)

$A^z_\mu = 2\vec{m}'\cdot(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}) = 2\vec{n}\cdot(\vec{m}'\times\partial_\mu\vec{n})$, $2n_\varphi\partial_\mu n_\theta = \sin\theta\partial_\mu\varphi$ и $2n_\theta\partial_\mu n_\varphi = \partial_\mu\theta$

$\vec{n} = (n_r, n_\theta, n_\varphi)$ можно найти и обычно. $(\partial_\mu\vec{m}')^2 = (\vec{A}_\mu\times\vec{m}')^2 = \vec{A}_\mu^2 - (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')^2$

Вуз $A^z_\mu = 2\vec{m}'\cdot(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}) = 2\begin{vmatrix} m_x & m_y & m_z \\ \partial_\mu n_x & \partial_\mu n_y & \partial_\mu n_z \\ n_x & n_y & n_z \end{vmatrix} = \vec{m}\cdot\vec{A}_\mu$, $R = I + 2(\vec{n}\vec{G})^2 = 2\vec{n}\otimes\vec{n} - I$

$(\vec{n}\vec{G})^2 = [\vec{n}]_\times^2 = \vec{n}\otimes\vec{n} - I$

Прямо: $R = e^{i\pi(\vec{J}\cdot\vec{n})}$, $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1} = i\pi(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{J})e^{i\pi J_n}e^{-i\pi J_n}$ – нет, $\hat{A}_\mu = i\pi e^{i\pi J_n}(\partial_\mu\vec{n}\vec{J})e^{-i\pi J_n} =$

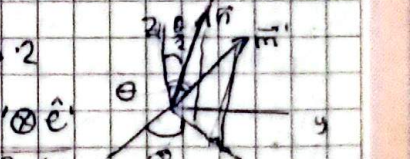
$= i\pi e^{i\pi J_n} J_{n'} e^{-i\pi J_n} = i\pi[J_{n'}\cos(-\pi) - \vec{n}J_n(1-\cos(-\pi)) - \vec{n}\times\vec{J}\sin\pi]$ $\quad$ $\vec{n}\cdot\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{J}$

$e^{-i\psi\vec{n}\cdot\vec{J}}\vec{J}e^{i\psi\vec{n}\cdot\vec{J}} = \vec{J}\cos\psi - (\vec{n}\times\vec{J})\sin\psi + \vec{n}(\vec{n}\cdot\vec{J})(1-\cos\psi)$

$e^{-i\psi\vec{n}\cdot\vec{J}}(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{J})e^{i\psi\vec{n}\cdot\vec{J}} = (\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{J}) - \partial_\mu\vec{n}\cdot(\vec{n}\times\vec{J})\sin\psi + (\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{n})(\vec{n}\cdot\vec{J})(1-\cos\psi) = (\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{J})$ при $\psi = -\pi$

$\hat{A}_\mu = i\pi(\partial_\mu\vec{n}\cdot\vec{J})$ – оно работает при $R = e^{i\pi\vec{n}\cdot\vec{J}}$ правильно вычисляется

$A^z_\mu = 2\vec{m}'(\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n}) = 2\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \partial_\mu n_r & \partial_\mu n_\theta & \partial_\mu n_\varphi \\ n_r & n_\theta & n_\varphi \end{vmatrix} = 2\partial_\mu n_\theta n_\varphi - \partial_\mu n_\varphi n_\theta\cdot 2$



$\partial_\mu\vec{m}' = 0$, $\hat{A}_\mu\times\vec{m}' = \partial_\mu\vec{m}'$ $\quad$ $R_{ik} = (\hat{e}_i'\cdot\hat{e}_k)$ $\quad$ $\hat{A}_\mu = \partial_\mu\hat{e}'\otimes\hat{e}'$

$\begin{cases} \hat{e}_1' = (2n_1^2-1)\hat{e}_1 + 2n_1n_2\hat{e}_2 + 2n_1n_3\hat{e}_3 \\ \hat{e}_2' = 2n_1n_2\hat{e}_1 + (2n_2^2-1)\hat{e}_2 + 2n_2n_3\hat{e}_3 \\ \hat{e}_3' = 2n_1n_3\hat{e}_1 + 2n_2n_3\hat{e}_2 + (2n_3^2-1)\hat{e}_3 \end{cases}$ $\quad$ Мы доверяем $(\hat{A}_\mu)_{ab} = (\partial_\mu\hat{e}_a'\cdot\hat{e}_b')$ – это верно.

$(\hat{A}_\mu)_{ij} = \sum_k(\partial_\mu R)_{ik}R_{jk} = \sum_k(\partial_\mu R_{ik})(R^{-1})_{kj}$, $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1}$, т.к. $R^{-1} = \tilde{R}$.

$(\hat{A}_\mu)_{ab} = A^\gamma_\mu(G_\gamma)_{ab} = \sum_\gamma \varepsilon_{\gamma ab}A^\gamma_\mu$ – опр. $\vec{A}_\mu$.

$(\hat{A}_\mu)_{12} = \partial_\mu\hat{e}_1'\cdot\hat{e}_2' = [\partial_\mu R_{11}\hat{e}_1 + \partial_\mu R_{12}\hat{e}_2 + \partial_\mu R_{13}\hat{e}_3]\cdot[R_{21}\hat{e}_1 + R_{22}\hat{e}_2 + R_{23}\hat{e}_3] = \partial_\mu R_{11}R_{21} + \partial_\mu R_{12}R_{22} + \partial_\mu R_{13}R_{23}$

В(rθφ) $n_r = n_x\sin\theta\cos\varphi + n_y\sin\theta\sin\varphi + n_z\cos\theta = \sin\frac{\theta}{2}\sin\theta(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) + \cos\frac{\theta}{2}\cos\theta = \cos\frac{\theta}{2}$

$n_\theta = n_x\cdot\cos\theta\cos\varphi + n_y\cos\theta\sin\varphi - n_z\sin\theta = \sin\frac{\theta}{2}\cos\theta(\cos^2\varphi+\sin^2\varphi) - \cos\frac{\theta}{2}\sin\theta = -\sin\frac{\theta}{2}$

$n_\varphi = -n_x\sin\varphi + n_y\cos\varphi = -\sin\frac{\theta}{2}\cos\varphi\sin\varphi + \sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi\cos\varphi = 0$, $\vec{n} = (\cos\frac{\theta}{2}, -\sin\frac{\theta}{2}, 0)_{r\theta\varphi}$

$\vec{A}_\mu(r\theta\varphi) = 2\partial_\mu\vec{n}\times\vec{n} = 2\begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi} \\ n_r' & n_\theta' & n_\varphi' \\ n_r & n_\theta & n_\varphi \end{vmatrix} = 2[\hat{\varphi}n_r'n_\theta + \hat{\theta}n_\varphi'n_r - \hat{\varphi}n_r n_\theta' - \hat{r}n_\varphi' n_\theta]$

$A^z_\mu(r\theta\varphi) = -2\partial_\mu n_\varphi\cdot n_\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\partial_\mu n_\varphi$, $\partial_\mu\vec{n}$ – вычисл. отнимаем $\partial_\mu n_\varphi = (\partial_\mu\vec{n})_\varphi = \pm\sin\frac{\theta}{2}\partial_\mu\varphi$

$A^z_\mu = \pm 2\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\partial_\mu\varphi = \pm(1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$, $(\partial_\mu\vec{n})_\varphi = (\partial_\mu\vec{n})_x(-\sin\varphi) + (\partial_\mu\vec{n})_y\cos\varphi = +\sin\frac{\theta}{2}\partial_\mu\varphi$.

Escaneado con CamScanner

(19/IX) Начинаю статью по Gauge fields с А. и Ю. в L. Menlo, „Al Campo" Frosh "Tokyo, Low Corrections

(20/IX) Сов. 31/VIII R вращается через $M(\alpha\beta\gamma) = M_z(\gamma) M_y(\beta) M_z(\alpha) = e^{i\gamma J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\alpha J_z}$

Все различные параметризации используют $\alpha = \varphi$, $\beta = \theta$ и одно сводится к выбору γ ($\gamma = \pi - \varphi$ etc.) из начало удо. Требование — вид $\hat{f}$ ket или $A_\mu = A_\mu^{tot}$

III задаются кроме γ углами оси вращения θ, Φ.

Если γ-rotation не нужно, то $M(\Phi, \theta, 0) = \begin{pmatrix} \cos\Phi\cos\theta & \sin\Phi\cos\theta & -\sin\theta \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \\ \cos\Phi\sin\theta & \sin\Phi\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ coordin. переходят $(xyz) \to (x'y'z')$ - 30/VIII в сферич.

Система координат с $\hat{z}' \parallel \vec{m}$, $R_{ik} = (\hat{e}_i' \cdot \hat{e}_k)$ - passive.

$\hat{z}' = \hat{r}$, $\hat{y}' = \hat{\Phi}$, $\hat{x}' = \hat{\theta}$ или др. выбор.

$R = e^{i\gamma J_z} R_2(\theta, \Phi)$, $R_2(\theta\Phi) = M(\Phi\theta 0)$

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu R \cdot R^{-1} = \partial_\mu (e^{i\gamma J_z} R_2) R_2^{-1} e^{-i\gamma J_z} = \left[i\partial_\mu\gamma J_z e^{i\gamma J_z} R_2 + e^{i\gamma J_z} \partial_\mu R_2 \right] R_2^{-1} e^{-i\gamma J_z} =$

$= i\partial_\mu\gamma J_z + e^{i\gamma J_z} (\partial_\mu R_2 R_2^{-1}) e^{-i\gamma J_z}$ $\partial_\mu R_2 R_2^{-1} = \hat{A}_{2\mu}$, $R_2 = e^{i\theta J_y} e^{i\Phi J_z}$

$\partial_\mu R_2 = \partial_\mu (e^{i\theta J_y} e^{i\Phi J_z}) = i\partial_\mu\theta J_y e^{i\theta J_y} e^{i\Phi J_z} + e^{i\theta J_y} i\partial_\mu\Phi J_z e^{i\Phi J_z}$

$A_{2\mu} = \partial_\mu R_2 \cdot R_2^{-1} = [\dots] e^{-i\Phi J_z} e^{-i\theta J_y} = i\partial_\mu\theta J_y + i\partial_\mu\Phi e^{i\theta J_y} J_z e^{-i\theta J_y}$

Бидерхарн-Лаук Eq. (3.40) $e^{i\theta \vec{n}\cdot\vec{J}} \vec{J} e^{-i\theta \vec{n}\cdot\vec{J}} = \vec{J}\cos\theta + \vec{n}(\vec{n}\cdot\vec{J})(1-\cos\theta) + \sin\theta(\vec{n}\times\vec{J})$

$\vec{n} = \hat{y}$, $\vec{n}\times\vec{J} = \hat{x} J_z - \hat{z} J_x$, $e^{i\theta J_y} J_z e^{-i\theta J_y} = J_z\cos\theta + \sin\theta (\vec{n}\times\vec{J})_z = J_z\cos\theta - J_x\sin\theta$ (вращение на $\hat{z}$)

$A_{2\mu} = i\partial_\mu\theta J_y + i\partial_\mu\Phi [J_z\cos\theta - J_x\sin\theta]$; $\vec{A}_{2\mu} = (-\sin\theta\partial_\mu\Phi, \partial_\mu\theta, \cos\theta\partial_\mu\Phi)$, $iJ_a = G_a$.

$A_{2\mu}$ - это potential Dugaev'os при $\psi = 0$.

Вернемся $A_\mu = i\partial_\mu\gamma J_z + e^{i\gamma J_z} A_{2\mu} e^{-i\gamma J_z}$. $e^{i\gamma J_z} [i\partial_\mu\theta J_y + i\cos\theta\partial_\mu\Phi J_z - i\partial_\mu\Phi\sin\theta J_x] e^{-i\gamma J_z}$

$e^{i\gamma J_z} J_y e^{-i\gamma J_z} = |\vec{n} = \hat{z}, \text{ } y\text{-comp.}| = J_y\cos\gamma + \sin\gamma (\hat{z}\times\vec{J})_y = J_y\cos\gamma + J_x\sin\gamma$

$e^{i\gamma J_z} J_x e^{-i\gamma J_z} = |\vec{n} = \hat{z}, \hat{x}\text{-comp.}| = J_x\cos\gamma + \sin\gamma (\hat{z}\times\vec{J})_x = J_x\cos\gamma - J_y\sin\gamma$

$A_\mu = i\partial_\mu\gamma + e^{i\gamma J_z} [i\partial_\mu\theta J_y + i\cos\theta\partial_\mu\Phi J_z - i\partial_\mu\Phi\sin\theta J_x] e^{-i\gamma J_z} = i\partial_\mu\gamma J_z + i\partial_\mu\theta [J_y\cos\gamma + J_x\sin\gamma] +$

$+ i\cos\theta\partial_\mu\Phi J_z - i\partial_\mu\Phi\sin\theta (J_x\cos\gamma - J_y\sin\gamma) = [\partial_\mu\theta\sin\gamma - \partial_\mu\Phi\sin\theta\cos\gamma] i J_x +$

$+ [\partial_\mu\theta\cos\gamma + \partial_\mu\Phi\sin\theta\sin\gamma] i J_y + [\partial_\mu\gamma + \cos\theta\partial_\mu\Phi] i J_z$ - coordes. A_μ^{Dug} - PRB'05.

$\vec{A}_\mu(\vec{n}) = (\sin\gamma\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\gamma\partial_\mu\Phi, \cos\gamma\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\gamma\partial_\mu\Phi, \partial_\mu\gamma + \cos\theta\partial_\mu\Phi)$

$A_\mu^{em}(\vec{n}) = (\vec{A}_\mu \cdot \vec{m}') = [\sin\gamma\partial_\mu\theta - \sin\theta\cos\gamma\partial_\mu\Phi]\sin\theta\cos\Phi + [\cos\gamma\partial_\mu\theta + \sin\theta\sin\gamma\partial_\mu\Phi]\sin\theta\sin\Phi +$ (при $\alpha = \Phi, \beta = \theta$)

$+ [\partial_\mu\gamma + \cos\theta\partial_\mu\Phi]\cos\theta = \partial_\mu\theta\sin\theta\sin(\gamma+\Phi) + \partial_\mu\Phi[-\sin^2\theta\cos(\gamma+\Phi) + \cos^2\theta] + \cos\theta\partial_\mu\gamma$

$F_{\mu\nu}^{em} = \partial_\mu A_\nu^{em} - \partial_\nu A_\mu^{em} = |A_\mu^{em} \to A_\mu^{em} + \partial_\mu f| = \partial_\mu(A_\nu^{em} + \partial_\nu f) - \partial_\nu(A_\mu^{em} + \partial_\mu f) = F_{\mu\nu}^{em}$ invariant

$A_\mu^{em}(\gamma = 0) = \partial_\mu\theta\sin\theta\sin\Phi + \partial_\mu\Phi[-\sin^2\theta\cos\Phi + \cos^2\theta]$ $\partial_\mu\partial_\nu f = \partial_\nu\partial_\mu f$.

Из $A_\mu^{em}(\gamma)$ видно. Что сингулярность $\gamma + \Phi = 0$ или $\gamma + \Phi = \pm\pi$ - особые.

$A_\mu^{em}(\gamma = -\Phi) = \partial_\mu\Phi\cos 2\theta - \partial_\mu\Phi\cos\theta = [\cos 2\theta - \cos\theta]\partial_\mu\Phi$ - coordes. $\vec{A}_\mu^{new}$.

$A_\mu^{em}(\gamma = \pm\pi - \Phi) = \partial_\mu\Phi[\sin^2\theta + \cos^2\theta] + \cos\theta(-1)\partial_\mu\Phi = (1 - \cos\theta)\partial_\mu\Phi$ - coordes. $\vec{A}_\mu^{rot}$

Вращение вокруг оси $\hat{z}' = \vec{m} = \vec{m}'$ не должно менять $(\vec{A}_\mu \cdot \vec{m}) = A_\mu^{em}$, но оно меняет. Только вращение на γ вокруг $\hat{z}'$ (на угол γ) не должно менять $\vec{E}$ и $\vec{B}$ emergent fields, $A_\mu^{em} \to A_\mu^{em} + \partial_\mu\gamma$.

Можно ли $A_\mu^{em}(\gamma) = A_\mu^{em}(\gamma = 0) + \partial_\mu f$ с некой f? $f(\theta\Phi\gamma) = f$.

$A_\mu^{em}(\gamma) = A_\mu^{em}(0) + \sin\gamma\partial_\mu\theta + (1 - \cos\gamma)\sin^2\theta\cos\Phi\partial_\mu\Phi + (\cos\gamma - 1)\partial_\mu\theta + \sin^2\theta\sin\Phi\sin\gamma\partial_\mu\Phi +$

$+ \cos\theta\partial_\mu\gamma = A_\mu^{em}(0) + \sin\gamma\partial_\mu\theta + (\cos\gamma - 1)\partial_\mu\theta + \cos\theta\partial_\mu\gamma + \sin^2\theta\partial_\mu\Phi\left[(1-\cos\gamma)\cos\Phi + \sin\gamma\sin\Phi\right] =$

$= A_\mu^{em}(0) + 2\sin\frac{\gamma}{2}\cdot\sqrt{2}\cos\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\partial_\mu\theta + \cos\theta\partial_\mu\gamma + \sin^2\theta\partial_\mu\Phi \cdot 2\sin\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right)\sin\frac{\gamma}{2}$

$\partial_\mu f = f'_\theta\partial_\mu\theta + f'_\Phi\partial_\mu\Phi + f'_\gamma\partial_\mu\gamma$. $f'_\theta = \frac{\partial f}{\partial\theta} = \sin\gamma + \cos\gamma - 1$, $f'_\Phi = 2\sin^2\theta\sin\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right)\sin\frac{\gamma}{2}$

$f = \gamma\cos\theta + f_1(\theta\Phi)$, $\frac{\partial f}{\partial\gamma} = \cos\theta$. $f = [\sin\gamma + \cos\gamma - 1]\theta + f_2(\Phi\gamma)$, $f = 2\sin^2\theta\sin\frac{\gamma}{2}\cos\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right)(-1) + f_3(\theta\gamma)$

(θ, Φ, γ). Видно, например при $\gamma = 0$, $f(\theta, \Phi, 0) = f_2(\Phi, 0) = f_3(\theta, 0)$. Что это уравнение для $f(\theta, \Phi, \gamma)$ несовместимо. $f(\theta, \Phi, \gamma)$ не подобрать, чтоб $A_\mu^{em}(\gamma) = A_\mu^{em}(0) + \partial_\mu f$.

Escaneado con CamScanner

Надо расчи $B\Phi$-ии $\Psi \to \Psi e^{i\gamma}$ преобразование. В сферич. системе $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\Phi}$ и $\hat{x}\hat{y}\hat{z}$ $\hat{y}=\hat{\Phi}$, $\hat{x}=\hat{\theta}$, $\vec{m}_s = \left(\frac{\hat{x}}{\hat{r}}, -\sin\theta\psi', \frac{\hat{y}}{\hat{r}}\right)$. $\Psi = m_\theta + i m_\Phi = m_x + i m_y = e^{i\psi}\sin\theta$ ($\hat{r}\hat{\theta}\hat{\Phi}$) Вспомним что $R_z(\Phi\Theta) = e^{i\Phi J_z} e^{i\Theta J_y} e^{i\Phi J_z}$ поворот. $R = e^{-i\gamma J_z} R_z(\Phi\Theta) = M(\Phi\Theta\gamma)$

Пусть $M_z(\gamma) = e^{-i\gamma J_z}$ вращение $\hat{x}' = \hat{r}$, $\Psi' \to \Psi e^{i\gamma} = (m_x + i m_y)(\cos\gamma + i\sin\gamma) =$
$= m_{x'} + i m_{y'}$, $m_{x'} = m_x\cos\gamma - m_y\sin\gamma$, $m_{y'} = m_x\sin\gamma + m_y\cos\gamma$ – ответ. $\vec{m}_s'$ в $x'y'z'$ точке через повороты $M(\Lambda\beta\gamma) = M(\Phi\Theta\gamma)$. Т.к. $\Lambda\beta\gamma$, где надо $\Phi \to \gamma$.
$\vec{m}_{s'} = \left(\cos\gamma - \sin\theta\psi'\sin\gamma,\ \cos\gamma + \sin\theta\psi'\cos\gamma,\ 0\right) = e^{i\gamma J_z}\vec{m}_s$ (в $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\Phi}$ точке)

Если $\Psi \to \Psi e^{i\gamma}$ даже $\Im$ $B\Phi$, то доказано $A_\mu^{em} \to A_\mu^{em} + \partial_\mu\gamma$ при $(\hat{r}\hat{\theta}\hat{\Phi}) \to (\hat{x}'\hat{y}'\hat{z}')$ поворот.

$A_\mu^{em}(0) \to A_\mu^{em}(\gamma) = A_\mu^{em}(0) + \cos\theta\,\partial_\mu\gamma + [\sin\gamma + \cos\gamma - 1]\partial_\mu\theta + 2\sin^2\theta\sin(\Phi + \frac{\gamma}{2})\sin\frac{\gamma}{2}\partial_\mu\Phi$
Не нужно ли $A_\mu^{em}(0) \to A_\mu^{em}(0) + \partial_\mu\gamma$. $A_\mu^{em}(\gamma) = A_\mu^{em}(0) + \Delta A_\mu^{em}(\gamma)_{\theta\Phi}$

Здесь $\Delta A_\mu^{em}(\gamma = \pi - \Phi,\ \theta, \Phi) = \cos\theta(-\partial_\mu\Phi) + [\sin\Phi - \cos\Phi - 1]\partial_\mu\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\frac{\Phi}{2}\partial_\mu\Phi \neq \partial_\mu\gamma = -\partial_\mu\Phi$
т.е. $A_\mu^{em} = (\vec{A}_\mu \cdot \vec{m}_s)$ не обл. инвариантным с точностью до $\partial_\mu\gamma$ при $M_z(\gamma) = e^{i\gamma J_z}$ поворот

$\hat{A}_\mu(\gamma=0) = R_2 R_2^{-1}$, $\hat{A}_\mu(\gamma) = i\partial_\mu\gamma J_z + e^{i\gamma J_z}(\partial_\mu R_2 R_2^{-1})e^{-i\gamma J_z}$ – ?
γ-калибровка $\hat{A}_\mu(\gamma) = i J_z\partial_\mu\gamma + e^{i\gamma J_z}\hat{A}_\mu(0)e^{-i\gamma J_z} = A_\mu^a G_a = A_\mu^a(\gamma) G_a$, $\hat{A}_\mu(0) = A_\mu^a(0) G_a$

$\vec{A}_\mu(\gamma) = \hat{e} J_z\partial_\mu\gamma + e^{i\gamma J_z}\sum A_\mu^a(0) G_a e^{-i\gamma J_z} = i J_z\partial_\mu\gamma + \sum_a A_\mu^a(0)\, e^{i\gamma J_z} G_a e^{-i\gamma J_z}$, $i\vec{J} = \vec{G}$

$e^{i\gamma J_z} J_a e^{-i\gamma J_z} = (\vec{J}\cdot\hat{a})\cos\gamma + (\hat{a}\cdot\hat{z})J_z(1-\cos\gamma) + \sin\gamma\cdot\hat{a}\cdot(\hat{z}\times\vec{J})$, $\hat{a} = \hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ здесь.
$\hat{a}\cdot(\hat{z}\times\vec{J}) = \vec{J}\cdot(\hat{a}\times\hat{z}) = J_x a_y - J_y a_x$, $\hat{a} = (a_x, a_y, a_z) \to (1,0,0), (0,1,0)$ или $(0,0,1)$
$e^{i\gamma J_z} J_z e^{-i\gamma J_z} = J_z$, $e^{i\gamma J_z} J_x e^{-i\gamma J_z} = J_x\cos\gamma - J_y\sin\gamma$, $e^{i\gamma J_z} J_y e^{-i\gamma J_z} = J_x\sin\gamma + J_y\cos\gamma$

$A_\mu^z(\gamma) = A_\mu^z(0) + \partial_\mu\gamma$, $A_\mu^x(\gamma) = A_\mu^x(0)[\cos\gamma] + A_\mu^y(0)\sin\gamma$; $A_\mu^y(\gamma) = A_\mu^y(0)\cos\gamma - A_\mu^x(0)\sin\gamma$

Т.е. только $A_\mu^z(\gamma) = A_\mu^z(0) + \partial_\mu\gamma$ по самому закону, $A_\mu^{x,y}(\gamma)$ инвариантно. $U(1)$ калибр.

$A_\mu^{em}(\gamma) = \vec{A}_\mu(\gamma)\cdot\vec{m} = \left[A_\mu^x(0)\cos\gamma + A_\mu^y(0)\sin\gamma\right]\sin\theta\cos\Phi + \left[A_\mu^y(0)\cos\gamma - A_\mu^x(0)\sin\gamma\right]\sin\theta\sin\Phi +$
$+ [A_\mu^z(0) + \partial_\mu\gamma]\cos\theta$
$\vec{A}_\mu(0) = \vec{A}_{2\mu} = (-\sin\theta\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\partial_\mu\Phi)$

В $U(1)$: $D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu$ и $A_\mu = (A_0, \vec{A})$ – 4х-вектор. $D_\mu\Psi' = D_\mu\Psi e^{i\gamma} = D_\mu e^{i\gamma}\Psi =$
$= (\partial_\mu - iA'_\mu)e^{i\gamma}\Psi = (e^{i\gamma}\partial_\mu\Psi + i\partial_\mu\gamma\Psi e^{i\gamma} - iA'_\mu e^{i\gamma}\Psi) = |A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\gamma$ если$| = e^{i\gamma}\partial_\mu\Psi - iA_\mu\Psi e^{i\gamma} =$
$= e^{i\gamma}(\partial_\mu\Psi - iA_\mu\Psi) = e^{i\gamma}(\partial_\mu - iA_\mu)\Psi = e^{i\gamma}D_\mu\Psi$, т.е. $D_\mu(\Psi e^{i\gamma}) = e^{i\gamma}D_\mu\Psi$ при $A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\gamma$.

В $SO(3)$: $D_\mu\vec{m}_s' = (\partial_\mu - \hat{A}_\mu)\vec{m}_s' = (\partial_\mu - \vec{A}_\mu\times)\vec{m}_s' = \partial_\mu\vec{m}_s' - [\vec{m}'\times\partial_\mu\vec{m}' + A_\mu^z\vec{m}']\times\vec{m}_s' =$
$= \partial_\mu\vec{m}_s - A_\mu^z\vec{m}'\times\vec{m}_s' = (\partial_\mu - A_\mu^z\vec{m}'\times)\vec{m}_s'$, $A_\mu^z = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}') = A_\mu^{em}$, см. 10/IX.

Нельзя ли $D_\mu = (\partial_\mu - B_\mu)$ подобно $U(1)$? В $\hat{r}\hat{\theta}\hat{\Phi}$ $\vec{m}_s' = (\cos\psi', \sin\theta\psi', 0)$

$W_{ex} \sim (D_\mu\vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu\vec{m}_s')^2 + (A_\mu^z)^2(\vec{m}_s')^2 - 2A_\mu^z[\sin\theta(\cos\psi\partial_\mu\psi - \psi\partial_\mu\cos\psi) - \psi\cos\theta\partial_\mu\theta]$

$(D_\mu\vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu\vec{m}_s' - B_\mu\vec{m}_s')^2 = (\partial_\mu\vec{m}_s')^2 + B_\mu^2(\vec{m}_s')^2 - 2B_\mu\vec{m}_s'\cdot\partial\vec{m}_s' = (\cdot)^2 + (\cdot)^2 -$
$- 2B_\mu[\cos\psi\hat{x}' + \sin\theta\psi\hat{y}']\cdot[\partial_\mu\cos\psi\hat{x}' + \hat{y}'(\sin\theta\partial_\mu\psi' + \psi'\cos\theta\partial_\mu\theta)] = (\cdot)^2 + (\cdot)^2 - 2B_\mu[\cos\psi\partial_\mu\cos\psi +$
$+ \sin^2\theta\psi\partial_\mu\psi + \sin\theta\cos\theta\psi^2\partial_\mu\theta]$ – ответ. от $(D_\mu\vec{m}_s')^2 = [(\partial_\mu - A_\mu^z\vec{m}'\times)\vec{m}_s']^2$

$D_\mu\vec{m}_s' = (\partial_\mu - A_\mu^z\vec{m}'\times)\vec{m}_s'$ и $(\partial_\mu - B_\mu)\vec{m}_s'$ отличаются даже при $(D_\mu\vec{m}_s')^2$.

А если $\sum_\mu[(\partial_\mu - B_\mu)\vec{m}_s']^2 = \sum_\mu[(\partial_\mu - B_\mu)\cos\psi]^2 + \sum_\mu[(\partial_\mu - B_\mu)\sin\theta\psi]^2 = [(\vec{v} - \vec{B})\cos\psi]^2 +$
$+ [(\vec{v} - \vec{B})\sin\theta\psi]^2$?

$\sum_\mu[(\partial_\mu - A_\mu^z\vec{m}'\times)\vec{m}_s']^2 \neq \sum_\mu[(\partial_\mu - B_\mu)\vec{m}_s']^2$, т.к. $\vec{m}'\times\vec{m}_s' = -\hat{x}'\sin\theta\psi' + \hat{y}'\cos\psi$ не $\parallel \vec{m}_s'$
$A_\mu^z\vec{m}'\times\vec{m}_s' \neq B_\mu\vec{m}_s'$, см. 10/IX. $\vec{m}_s' = \hat{x}'\cos\psi + \hat{y}'\sin\theta\psi$.

А все в $\forall D$ $\nabla^2\Psi \to (\nabla - \vec{A})^2\Psi$ наверное можно, где $\vec{A} = (A_x^{em}, A_y^{em}, A_z^{em}) \Rightarrow A_\mu^{em} = (A_0^{em}, \vec{A})$

(21/IX) Отдача Petri travel отдача Toulouse-TNT'2015 и Gleb RTNSA'15. Zakharov gen. Встреча с Julian: будем в Oct. 2015 подавать Joint Consolider grant

$A_\mu^{em}(\gamma) = \sin\theta\sin(\gamma + \Phi)\partial_\mu\theta + [\cos^2\theta - \sin^2\theta\cos(\gamma + \Phi)]\partial_\mu\Phi + \cos\theta\partial_\mu\gamma$ – нужно уточнить
при $\Phi + \gamma = \pi$ $A_\mu^{em} = (1 - \cos\theta)\partial_\mu\Phi$. $F_{\mu\nu}^{em} \sim \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$, $\vec{m} = \vec{m}_s(\Theta\Phi)$ – нужно ещё $\vec{e}_{x,y,z}$ t'Hooft

Escaneado con CamScanner

Вариант с Кагеманом PRB 1977 $\hat{S}_B = A\hat{e}_z$ $R = A^{-1}$ всем $\vec{m}' = R\vec{m}$, $\vec{B}_0(0,T)$

$A^{-1}\partial_\mu A = R\partial_\mu R^{-1} = -\partial_\mu R\cdot R^{-1}$ $\vec{a} = (a_\mu)$, $a_\mu = a_\mu^x + i a_\mu^y$, $\vec{a}^* \vec{b}_\mu = a_\mu b_\mu$ =>

$\Rightarrow a_\mu^* b_\mu + a_\mu b_\mu = (a_\mu^x - i a_\mu^y)(b_\mu^x + i b_\mu^y) + (a_\mu^x + i a_\mu^y)(b_\mu^x - i b_\mu^y) = 2 a_\mu^x b_\mu^x + 2 a_\mu^y b_\mu^y$

$-\partial_\mu R\cdot R^{-1} = -2i g_\mu L_x + 2i a_\mu^y L_z + 2i a_\mu^z L_y$ [R вид вокруг оси] $= -A_\mu^x L_x - A_\mu^y L_y - A_\mu^z L_z$

Т.е. $A_\mu^z = 2g_\mu$, $A_\mu^x = -2a_\mu^y$, $A_\mu^y = -2a_\mu^x$, где $a_\mu = a_\mu^x + i a_\mu^y = \frac{1}{2}[\partial_\mu\Phi\cdot\sin\theta - i\partial_\mu\theta]e^{-i\Phi}$, $g_\mu = \frac{1}{2}(\partial_\mu\theta + \cos\theta\partial_\mu\Phi)$ => $A_\mu^z = \partial_\mu\theta + \cos\theta\partial_\mu\Phi$

$A_\mu^x = -2a_\mu^y = (-2)\,\mathrm{Re}\,\frac{1}{2}[\partial_\mu\Phi\sin\theta - i\partial_\mu\theta]e^{-i\Phi} = -\sin\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\Phi + \sin\Phi\,\partial_\mu\theta$

$A_\mu^y = -2a_\mu^x = (-2)\,\mathrm{Im}\,\frac{1}{2}[\partial_\mu\Phi\sin\theta - i\partial_\mu\theta]e^{-i\Phi} = \sin\Phi\sin\theta\,\partial_\mu\Phi + \cos\Phi\,\partial_\mu\theta$

$\vec{A}_\mu^{\text{Kar}} = (-\sin\theta\cos\Phi\,\partial_\mu\Phi + \sin\Phi\,\partial_\mu\theta,\ \sin\theta\sin\Phi\,\partial_\mu\Phi + \cos\Phi\,\partial_\mu\theta,\ \partial_\mu\Phi + \cos\theta\,\partial_\mu\Phi)$, $\Phi = \varphi$

(уравн. Кагемана в виде уравн. на новой сетке с $\vec{z}' \parallel \vec{m}(\theta,\Phi)$, с углами $\theta = \varphi$, $\Phi + e^{i\varphi J_z} e^{i\theta J_y} e^{-i\Phi J_z}$ $\vec{A}_\mu^{\text{Kar}}$ сводится к $\vec{A}_\mu^{\text{Lang}}$ - PRB'6, с полюсом $\partial_\mu = \partial/\partial\mu \times J_z$

Eq (13)-Karen $i\dot{\vec{a}} = -(\vec{\Phi} + 2i\vec{g})\cdot\vec{a} = -\partial_\mu a_\mu - 2i g_\mu a_\mu$, $\vec{a} = \frac{1}{2}(\Phi\sin\theta + i\dot{\theta})e^{-i\Phi}$

$i\frac{1}{2}(\dot{\Phi}\sin\theta - i\dot{\theta})e^{-i\Phi} = -\partial_\mu(a_\mu^x + i a_\mu^y) - 2ig_\mu(a_\mu^x + i a_\mu^y) = -\partial_\mu\frac{1}{2}[\partial_\mu\Phi\sin\theta - i\partial_\mu\theta]e^{-i\Phi}$

$-2i\frac{1}{2}(\partial_\mu\theta + \cos\theta\,\partial_\mu\Phi)\frac{1}{2}[\partial_\mu\Phi\sin\theta - i\partial_\mu\theta]e^{-i\Phi}$

$i[\dot{\Phi}\sin\theta - i\dot{\theta}] = -e^{+i\Phi}\left[(\partial_\mu\partial_\mu\Phi\cdot\sin\theta + \cos\theta\,\partial_\mu\theta\,\partial_\mu\Phi - i\partial_\mu^2\theta)e^{-i\Phi} + (\partial_\mu\Phi\sin\theta - i\partial_\mu\theta)(-i\partial_\mu\theta)e^{-i\Phi}\right] -$

$- 2i(\partial_\mu\theta + \cos\theta\,\partial_\mu\Phi)(\partial_\mu\Phi\sin\theta - i\partial_\mu\theta) = -\left[\nabla^2\Phi\cdot\sin\theta + \cos\theta\,\nabla\theta\cdot\nabla\Phi - i\nabla^2\theta + \right.$

$\left. + (-1)(\nabla\theta\cdot\nabla\Phi\sin\theta - i\nabla\theta\cdot\nabla\theta)\right] - 2i\left[\nabla\theta\cdot\nabla\Phi\cos\theta + \cos\theta\sin\theta(\nabla\Phi)^2 - i\nabla\theta\cdot\nabla\theta - i\cos\theta\,\nabla\Phi\cdot\nabla\theta\right]$

$i[\dot{\Phi}\sin\theta - i\dot{\theta}] = -\sin\theta\,\dot{\Phi}\Phi - \cos\theta\,\dot{\theta}\nabla\Phi + i\nabla^2\theta - i\cos\theta\sin\theta(\nabla\Phi)^2 - \cos\theta\,\nabla\Phi\nabla\theta$

$\dot{\theta} = -\sin\theta\,\nabla^2\Phi - 2\cos\theta\,\nabla\theta\cdot\nabla\Phi$, $\dot{\Phi}\sin\theta = \nabla^2\theta - \cos\theta\sin\theta(\nabla\Phi)^2$

Ур-е Ланд. 13/2 (Kar. H=0) $-\frac{M_S}{2BA}\sin\theta\dot{\theta} = -\nabla^2\Phi\cdot\sin^2\theta - (\nabla\Phi\cdot\nabla\theta)\sin\theta\cos\theta + \frac{M_S}{2BA}\sin\theta\dot{\Phi} = (\nabla\Phi)^2\sin\theta\cos\theta - \nabla^2\theta$

Ур-е Кагемана PRB 77 (III) $i\dot{a}_\mu = -(\partial_\mu + 2ig_\mu)a_\mu$ совпадает с Exch.-LLG (Gilbert) $\dot{\vec{m}} = \frac{\partial\vec{m}}{\partial t} \to -\dot{\theta}/\gamma$

для $\vec{b} = \gamma\vec{b}$ в LLG для background $\vec{H}_{\text{eff}}$ на бегущем. $\mu = x, y, z$.

$D_\mu = \partial_\mu + 2ig_\mu$ - covariant derivative у Кагемана. $a_\mu = a_\mu^x + i a_\mu^y = -\frac{1}{2}(A_\mu^x + iA_\mu^y)$

$D_\mu = \partial_\mu + 2ig_\mu = \partial_\mu + iA_\mu^z$, $a_0 = -\frac{1}{2}(A_0^x + iA_0^y)$, $A_0^x + iA_0^y = -(\partial_\mu + iA_\mu^z)(A_\mu^x + iA_\mu^y)$ -

- Уравнения вторые Exch.-LLG для $\vec{m}(\Theta,\Phi)$ $\begin{cases} -A_0^x = \partial_\mu A_\mu^x - A_\mu^z A_\mu^y \\ -A_0^y = \partial_\mu A_\mu^y + A_\mu^z\cdot A_\mu^x \end{cases}$ $\mu = x, y, z$, ∂_μ

Итог: уравн. fields у Кагемана 77 бегущ. на $\vec{S}_B = \vec{S}_0 \times \nabla^2\vec{S}_0$ сводятся при $\vec{S} = \vec{S}\times\nabla^2\vec{S} + \vec{S}\times\vec{H}$, $\vec{S} = \vec{S}_E + \vec{S}_{(Sw)}$ - работает на бегущ., у меня back. fields $\vec{S}_E \to \dot{\vec{x}}$ - мало, работает с S-Sw.

Кагеманом разделяется на ∂_z, $\partial_{x,y} = \frac{1}{2}\partial_z$, $\partial_{x\pm y}$, где $\hat{z}$ - ось вдоль $\vec{m}'$ (это моё). Когда ввёл свои Татаев мой $\vec{m}'$ $A_\mu^{\text{Kar}} = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}) = A_\mu^z$. Но $A_\mu^z \to A_\mu^z + g_\mu$.

Note. (α,β,γ) или $(\vec{e},\vec{n})$ где $\vec{m}' = R\vec{m}$, $\vec{m}' = (0,0,1)$ можно найти решая решая систему $R_{ij}m_j(\theta,\Phi) = \delta_{iz}$ $(i = x,y,z)$. Т.к. ур-я где неизвестными (α,β,γ) или ψ, $(n_1,n_2,n_3) = \vec{n}$ с учетом $n^2 = 1$. $\vec{m}(\theta,\Phi) = (\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\theta)$ задано.

22/IX Вчера в Утр. семинар. записаться BIO $\rightleftarrows$ Amsterdam, UMC-Locs. Res. можно где Окс. на Sequencia statics в модели D. Гарнова-2008 exch. Solution.

Y. Shpiz: $A_\mu^a = \varepsilon_{abc}\varphi_b\partial_\mu\varphi_c + \varphi_a(\partial_\mu A_\mu^a)$, $A_\mu^{Em} = \varphi_a A_\mu^a - U(\varphi)$ potential of e.mag. field

Нарушена A_μ^a уравн. $\partial_\mu\varphi^a = 0$ в definition of $F_{\mu\nu}$ получим $F_{\mu\nu}^a = F_{\mu\nu}\varphi_a$,

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + \varepsilon_{abc}\varphi_a\partial_\mu\varphi_b\partial_\nu\varphi_c$ - el. m. field tensor. $D_\mu = \partial_\mu + iA_\mu$

't-Hooft $\hat{F}_{\mu\nu} = \hat{\varphi}^a F_{\mu\nu}^a + \varepsilon_{abc}\hat{\varphi}_a D_\mu\hat{\varphi}_b D_\nu\hat{\varphi}_c$ - gauge covariant el.m. tensor, $\hat{\varphi}_a = \frac{\varphi_a}{|\varphi|}$

Райзаманн (3.64) где 't-Hooft $F_{\mu\nu} = \hat{\varphi}_a G_{\mu\nu}^a - \varepsilon_{abc}\hat{\varphi}_a D_\mu\hat{\varphi}_b D_\nu\hat{\varphi}_c$ - 't Hooft, $D_\mu\varphi = \partial_\mu + A_\mu$

15/VIII $\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$, $\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})\vec{m}$, $(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}) = A_\mu^z$

$\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = [\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + A_\mu^z\vec{m}][\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + A_\nu^z\vec{m}] \neq (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + A_\mu^z A_\nu^z\vec{m}^2$

Escaneado con CamScanner

$\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu = (\vec{m}\cdot\vec{m})(\partial_\mu\vec{m}\cdot\partial_\nu\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\partial_\nu\vec{m})(\partial_\mu\vec{m}\cdot\vec{m}) + A_\mu^z A_\nu^z = $ (векторное произведение)

$\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu = (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})\times(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})A_\nu^z + \vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}\,A_\mu^z + A_\mu^z A_\nu^z\,\vec{m}\times\vec{m} =$

$= \partial_\mu\vec{m}\,[\vec{m}\cdot(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})] - \vec{m}\,[\partial_\mu\vec{m}\cdot(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})] + A_\nu^z\,[\partial_\mu\vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{m}) - \vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\mu\vec{m})] + A_\mu^z\,[\vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\nu\vec{m}) - \partial_\nu\vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{m})] =$

$= -\vec{m}\,[\partial_\mu\vec{m}\cdot(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})] + A_\nu^z\partial_\mu\vec{m} - A_\mu^z\partial_\nu\vec{m} = -\vec{m}\,[\vec{m}\cdot(\partial_\nu\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})] + A_\nu^z\partial_\mu\vec{m} - A_\mu^z\partial_\nu\vec{m}$

$\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu[\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + A_\nu^z\vec{m}] - \partial_\nu[\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + A_\mu^z\vec{m}] + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = \partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + \vec{m}\times\partial_\mu\partial_\nu\vec{m} -$

$- \partial_\nu\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} - \vec{m}\times\partial_\nu\partial_\mu\vec{m} - \partial_\nu\vec{m}\,A_\mu^z + \vec{m}\,[\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})] + A_\nu^z\partial_\mu\vec{m} - A_\mu^z\partial_\nu\vec{m} + \partial_\nu A_\mu^z\cdot\vec{m} +$

$+ A_\nu^z\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}\,\partial_\nu A_\mu^z = 2\,\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} - 2A_\mu^z\partial_\nu\vec{m} + 2A_\nu^z\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}\,\partial_\mu A_\nu^z - \vec{m}\,\partial_\nu A_\mu^z +$

$+ \vec{m}\,[\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})]$, $(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = 2\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + \partial_\mu A_\nu^z - \partial_\nu A_\mu^z + \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$

Проверим знак при $\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$ в $\vec{F}_{\mu\nu}$. $\hat{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\hat{A}_\nu - \partial_\nu\hat{A}_\mu - [\hat{A}_\mu,\hat{A}_\nu]$ – формула Кёлинга (141 стр)

$[\hat{A}_\mu,\hat{A}_\nu] = \left[\sum_\alpha A_\mu^\alpha G_\alpha, \sum_\beta A_\nu^\beta G_\beta\right] = \sum_{\alpha\beta} A_\mu^\alpha A_\nu^\beta\,[G_\alpha,G_\beta]$, $[G_\alpha,G_\beta] = |iJ_\alpha = G_\alpha| =$

$= i\,i\,[J_\alpha,J_\beta] = -[J_\alpha,J_\beta] = -i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}J_\gamma = -\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\gamma$, $[\hat{A}_\mu,\hat{A}_\nu] = -\sum_{\alpha\beta} A_\mu^\alpha A_\nu^\beta\,\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\gamma =$

$= -\vec{A}_\mu\cdot(\vec{A}_\nu\times\vec{G}) = -\vec{G}\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)$, $F_{\mu\nu} = \vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{G} = \partial_\mu(\vec{A}_\nu\cdot\vec{G}) - \partial_\nu(\vec{A}_\mu\cdot\vec{G}) + \vec{G}(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu)$

$\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{A}_\nu - \partial_\nu\vec{A}_\mu + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu \to (\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = \partial_\mu A_\nu^z - \partial_\nu A_\mu^z + \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$

Если вместо $-\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$ в $\vec{F}_{\mu\nu}$, то $(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = \partial_\mu A_\nu^z - \partial_\nu A_\mu^z + \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$

У Шпиро / Shnir $F_{\mu\nu}^{em} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + \varphi\cdot(\partial_\mu\vec{e}\times\partial_\nu\vec{e})$, вводимо $A_\mu\to A_\mu^z$, $\varphi\to\vec{m}$.

$A_\mu^z = (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$, $\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = -\partial_\mu(\cos\theta\partial_\nu\varphi) + \partial_\nu(\cos\theta\partial_\mu\varphi) = \sin\theta[\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi - \partial_\nu\theta\partial_\mu\varphi]$

$\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_\mu\theta & \sin\theta\partial_\mu\varphi \\ 0 & \partial_\nu\theta & \sin\theta\partial_\nu\varphi \end{vmatrix} = \sin\theta\,[\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi - \partial_\nu\theta\partial_\mu\varphi]$

$\partial_\mu\vec{m} = \partial_\mu\theta\,\hat{\theta} + \sin\theta\partial_\mu\varphi\,\hat{\varphi}$ $\quad \vec{A}_\mu^n = -\vec{A}_\mu^n$ даст или $\vec{F}_{\mu\nu} = -\vec{F}_{\mu\nu}^n$

$\vec{F}_{\mu\nu} = -\partial_\mu\vec{A}_\nu^n + \partial_\nu\vec{A}_\mu^n + \vec{A}_\mu^n\times\vec{A}_\nu^n$, $\vec{F}_{\mu\nu}^n = \partial_\mu\vec{A}_\nu^n - \partial_\nu\vec{A}_\mu^n - (\vec{A}_\mu^n\times\vec{A}_\nu^n)$, здесь $\vec{m} = \vec{m}'$

только $(2-1)\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$, а не $(2+1)$ и $(\vec{F}_{\mu\nu}^n\cdot\vec{m}) = \partial_\mu A_\nu^z - \partial_\nu A_\mu^z + \vec{m}(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$

Но $A_\mu^z = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi$, $0 = (\vec{F}_{\mu\nu}^n\cdot\vec{m}) = -\sin\theta[\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi - \partial_\nu\theta\partial_\mu\varphi] + \sin\theta[\partial_\mu\theta\partial_\nu\varphi - \partial_\nu\theta\partial_\mu\varphi]$

Т.е. формально ед. инв. т'Хоофта $(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = F_{\mu\nu}^{em} = \partial_\mu A_\nu^z - \partial_\nu A_\mu^z + \vec{m}(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$

Для $\hat{A}_\mu = \partial_\mu R\cdot R^{-1}$ – pure gauge field $F_{\mu\nu} = 0$, $(\partial_\mu A_\nu^z - \partial_\nu A_\mu^z + \vec{m}(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) = 0$

выполняется тождественно, если $A_\mu^z = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\varphi$. // Можно было: ∂_μ у V-рабочая

(23/IX) Записки и среда Ратхи: appl. на компьютерную физику. Общение с Ратхи

сосл. Записка 2-х компьютеров Dell. Plan papers с Kakazu: Magnetic skyrmions in CoPd(IX)/Pd patterned films (Portugal, postdoc, Kakazu, Ivanov, Cus); 2) TM и SW in thick eye-dots (Korba, Kakazu, Cus). Korba и Ivanov – IMag Kiev – nothing to come as corp no MagIC – horizon project // Записка в Ричмонд о Зин. Azamtya.

Описание ин-рианты

// Условие $(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = \partial_\mu A_\nu^z - \partial_\nu A_\mu^z + \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) = 0$ дает условие выбора угла γ – зависит, через $Q = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$ на $\vec{m}(\theta,\varphi)$ от γ не зависит.

$A_\mu^z(\gamma) = \sin\theta\sin(\gamma+\varphi)\partial_\mu\theta + [\cos\theta - \sin^2\theta\cos(\gamma+\varphi)]\partial_\mu\varphi + \cos\theta\,\partial_\mu\gamma$, или $(\vec{F}_{\mu\nu}\vec{m}) = 0$

даст $\gamma = \pi - \varphi$, $A_\mu^z = (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$ – особая инвариантная форма.

// если считать, что A_μ^{em} есть диаг. компонента от $\hat{A}_\mu = A_\mu^x G_x + A_\mu^y G_y + A_\mu^z G_z$, то $\operatorname{diag}\hat{A}_\mu \neq 0$. Некоторые считают $A_\mu^{em} = A_\mu^z = (\vec{A}_\mu\cdot\hat{z})$. Надо $A_\mu^{em} = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})$, $\vec{m}(\theta,\varphi)$, т.к. только $A_\mu^z = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})$ дает вклад на SU-магнетизм.

$iJ_\alpha = G_\alpha$ имеют диаг. компоненты лишь в представлении базиса $|Sm\rangle$, в котором J_z диагонален

В $SO(3)$ $D_\mu m_s' = (\partial_\mu - A_\mu^z\vec{m}'\times)\vec{m}_s'$, $\vec{m}_{s'} = (\cos\varphi, \sin\theta\varphi, 0)$, $\Psi = m_\theta + im_\varphi = e^{i\varphi} + i\sin\theta\varphi$ –

– аналогично вр. Ψ. $\vec{m}'\times\vec{m}_s' = \begin{vmatrix} i & \theta & \varphi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & m_\theta & m_\varphi \end{vmatrix} = \hat{\varphi}\,m_\theta - m_\varphi\hat{\theta}$. $\Psi' = e^{i\delta}\Psi =$

$= (\cos\delta + i\sin\delta)(m_\theta + im_\varphi) = \cos\delta\,m_\theta - \sin\delta\,m_\varphi + i(m_\theta\sin\delta + m_\varphi\cos\delta)$, $\Psi\to\Psi'$

$m_\theta\to(m_\theta\cos\delta - m_\varphi\sin\delta)$, $m_\varphi\to(m_\varphi\cos\delta + m_\theta\sin\delta)$. $D_\mu\Psi' = \partial_\mu(m_\theta' + im_\varphi') -$

$- A_\mu^z(-m_\varphi' + im_\theta') = e^{i\delta}D_\mu\Psi$, $\vec{m}'\times\vec{m}_s'$ инвариант, $i\cdot\Psi = i(m_\theta + im_\varphi) = -m_\varphi + im_\theta$

Escaneado con CamScanner

$D_\mu \vec{m}' \to D_\mu \psi = (\partial_\mu - i A^z_\mu)\psi$. $D_\mu(e^{i\delta}\psi) = (\partial_\mu - iA^z_\mu)e^{i\delta}\psi = e^{i\delta}\left[i\partial_\mu\delta - iA^z_\mu\right]\psi =$

$= e^{i\delta} D_\mu\psi$ т.к. $i\partial_\mu\delta - i(A^z_\mu + \Delta A^z_\mu) = 0$, $\Delta A^z_\mu = \partial_\mu\delta$, $D_\mu(e^{i\delta}\psi) = e^{i\delta} D_\mu(\psi) = e^{i\delta}\left[\partial_\mu - iA^z_\mu\right]\psi$

где $A_\mu^z \to A_\mu^z + \partial_\mu\delta$, т.е. A^z_μ - эл. м. потенциал, при калибровочных отношениях

если $\vec{m}$ не зависит δ, $\psi \to e^{i\delta}\psi$ соответ. $A^z_\mu \to A^z_\mu + \partial_\mu\delta$, $F^{em}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^z_\nu - \partial_\nu A^z_\mu$ не изменится

т.е. A^z_μ можно считать U(1) эл. м. потенциал, gauge invariance дает $F^{em}_{\mu\nu}$ при

преобразовании на $\delta(x,t)$ вектора $\vec{m}(x,t)$ вокруг оси z. Этот подход ψ тут не нужен.

γ соответ. вращению $e^{i\gamma J_z}$ вокруг оси Oz - xyz laboratory coordinate system.

$\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu + \vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu$, $\vec{m}\cdot(\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu) = -\vec{A}_\mu\cdot(\vec{m}\times\vec{A}_\nu) = -\vec{A}_\mu\cdot\left[\vec{m}\times\left(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + A^z_\nu\vec{m}\right)\right]$

$= -A^z_\mu\cdot\left[\vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\nu\vec{m}) - \partial_\nu\vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{m})\right] = \partial_\nu\vec{m}\cdot\left[\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + A^z_\mu\vec{m}\right] = \partial_\nu\vec{m}\cdot(\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m}) = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$

$(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = \partial_\mu A^z_\nu - \partial_\nu A^z_\mu + \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) = 0 \Rightarrow \partial_\mu A^z_\nu - \partial_\nu A^z_\mu = -\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) =$

$= -\sin\theta\left[\partial_\mu\theta\,\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\theta\,\partial_\mu\Phi\right]$, $\partial_\mu A^z_\nu - \partial_\nu A^z_\mu = \partial_\mu(\cos\theta)\partial_\nu\Phi - \partial_\nu(\cos\theta)\partial_\mu\Phi \to$

$\to$ это уравнение на A^z_μ $\to A^z_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$ даже $\partial_\mu\left[(\cos\theta-1)\partial_\nu\Phi\right] - \partial_\nu\left[(\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi\right] =$

$A^z_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$ удов. ур. $(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = 0$. $= \partial_\mu(\cos\theta)\partial_\nu\Phi - \partial_\nu(\cos\theta)\partial_\mu\Phi$

Таким A^z_μ совпал. ранее на 5/IX, 12/IX (II) и $\mathcal{L}^{int}_{Berry} = +\dot{\Phi}\Theta$, что согл. по знаку с 12/IX (2) и 20/IX.

Eq. by t'Hooft $F_{\mu\nu} = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$ для pure gauge potential $F^a_{\mu\nu} = 0$.

$F_{\mu\nu} = \vec{m}\cdot(\partial_\mu - \vec{A}_\mu)\vec{m}\times(\partial_\nu - \vec{A}_\nu)\vec{m} = \vec{m}\cdot\left[\partial_\mu\vec{m} - \vec{A}_\mu\times\vec{m}\right]\times\left[\partial_\nu\vec{m} - \vec{A}_\nu\times\vec{m}\right] = 0$, т.к. $D_\mu\vec{m} = 0$.

$0 = \vec{m}\cdot\left[\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} - \partial_\mu\vec{m}\times\vec{A}_\nu\times\vec{m} - \vec{A}_\mu\times\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + (\vec{A}_\mu\times\vec{m})\times(\vec{A}_\nu\times\vec{m})\right] =$

$= \vec{m}\cdot\left[\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} - \vec{A}_\nu(\partial_\mu\vec{m}\cdot\vec{m}) + \vec{m}(\vec{A}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{m}) - \vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{m}) + \partial_\nu\vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}) +\right.$

$\left. + \vec{m}\left\{\vec{A}_\mu\cdot(\vec{A}_\nu\times\vec{m})\right\} - \vec{A}_\mu\left\{\vec{m}\cdot(\vec{A}_\nu\times\vec{m})\right\}\right] = \vec{m}\left[\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + \vec{m}(\vec{A}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{m}) - \vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{m}) +\right.$

$\left. + \partial_\nu\vec{m}(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}) + \vec{m}\left\{\vec{A}_\mu\cdot(\vec{A}_\nu\times\vec{m})\right\}\right] = \vec{m}(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + \vec{A}_\nu\cdot\partial_\mu\vec{m} - \vec{A}_\mu\cdot\partial_\nu\vec{m} +$

$+ \vec{A}_\mu\cdot(\vec{A}_\nu\times\vec{m}) = \vec{m}(\cdot) + (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})\cdot\partial_\nu\vec{m} - (\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})\cdot\partial_\mu\vec{m} + \vec{m}\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu) =$

$= -\vec{m}(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + \vec{m}\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu) = -\vec{m}(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) = 0$, т.е.

предложил t'Hooft даже эл.-м. тензор $F_{\mu\nu}$ исчезающ., т.к. даже $F_{\mu\nu}=0$ дает pure gauge field. Надо $F_{\mu\nu}\cdot(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = 0$ дает калибровочное A^z_μ.

Проверка. Дано $D_\mu\vec{m} = 0$ на $\vec{m}(\theta,\Phi)$ $\partial_\mu\vec{m} = \vec{A}_\mu\times\vec{m} = \left[\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + A^z_\mu\vec{m}\right]\times\vec{m} =$

$= \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m}\times\vec{m} = \partial_\mu\vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{m}) - \vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\mu\vec{m}) = \partial_\mu\vec{m}$, $\partial_\mu\vec{m} = \hat{\theta}\,\partial_\mu\theta + \hat{\Phi}\sin\theta\,\partial_\mu\Phi$

$\vec{A}_\mu\times\vec{m} = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\Phi} \\ A^r_\mu & A^\theta_\mu & A^\Phi_\mu \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{\theta}A^\Phi_\mu - \hat{\Phi}A^\theta_\mu \Rightarrow A^\Phi_\mu = \partial_\mu\theta$, $A^\theta_\mu = -\sin\theta\,\partial_\mu\Phi$

$\vec{A}_\mu = (A^r_\mu, A^\theta_\mu, A^\Phi_\mu) = \left((\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi,\ -\sin\theta\,\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\theta\right)$ - как 5/IX

Note, после 2-х др. вычислений 20/IX $\vec{A}_{2\mu} = (-\sin\theta\,\partial_\mu\Phi,\ \partial_\mu\theta,\ \cos\theta\,\partial_\mu\Phi)$, т.е. $\hat{x}=\hat{\theta}$, $\hat{y}=\hat{\Phi}$

как при переходе в сферич. системе $\hat{z}=\vec{m}$, после 3-го, γ-поворота 20/IX (xyz)→(ijk)

$\vec{A}_\mu = \left(A^x_\mu, A^y_\mu, \partial_\mu\gamma + \cos\theta\,\partial_\mu\Phi\right)$, $A^z_\mu = \partial_\mu\gamma + \cos\theta\,\partial_\mu\Phi = \left|\gamma = \pi - \Phi\right| = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$.

Если $A^z_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}')$, то $A^z_\mu = (1-\cos\theta)\partial_\mu\Phi$, иначе $A^z_\mu = (\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$ после (2 раб) инварианта.

(24/IX) Встреча в hotel "Mercure" Igelda (Natalia). Затем посещение библиотеки Hall, бассейна, ocean view, везде нашлись комплексы Dole - то Natxi interesting. Оказалось UNIVERSITY parking.

Тест-вопрос: 1) он отвечал Figs - simulations через gyrM - think dot самодельно;

2) Заложить simulations об all "dynamics" до Oct. 1.

ND Vlasti et al. PRB 2012, topol. current $j_\alpha = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{\mu\nu}\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$, $\partial_\alpha j_\alpha = 0$

см. S.M. Girvin Book. Topol. charge $Q = \int 2\pi\times j_0$.

Проверим что $\vec{m} = \vec{m}_\nu\sqrt{1-m_{\nu s}^2} + \vec{m}_{\nu s}$ не нарушает $\vec{m}^2$ в квадратичном по $\vec{m}_{\nu s}$ приближ.

$D_\mu\vec{m} = D_\mu\left[\vec{m}_\nu\left(1 - \frac{1}{2}m_{\nu s}^2\right) + \vec{m}_{\nu s}\right] = \vec{m}_\nu D_\mu\left(1 - \frac{1}{2}m_{\nu s}^2\right) + D_\mu\vec{m}_{\nu s}$, NL-σ model

$D_\mu\left(1 - \frac{\vec{m}_{\nu s}^2}{2}\right) = (\partial_\mu - \hat{A}_\mu)\left(1 - \frac{1}{2}m_{\nu s}^2\right)$ нас. $D_\mu(\vec{m}_\nu\cdot\vec{q}) = (\partial_\mu - \vec{A}_\mu\times)\vec{m}_\nu\vec{q} = \partial_\mu(\vec{m}_\nu\vec{q}) -$

$- \vec{q}\,\vec{A}_\mu\times\vec{m}_\nu = \vec{q}\,\partial_\mu\vec{m}_\nu + \vec{m}_\nu\partial_\mu\vec{q} - \vec{q}\,\vec{A}_\mu\times\vec{m}_\nu = \vec{m}_\nu\partial_\mu\vec{q} = -\vec{m}_\nu(\vec{m}_{\nu s}\cdot\partial_\mu\vec{m}_{\nu s})$

$\vec{m}_{\nu s} = (\varepsilon\varepsilon, \sin\theta\psi, 0)$, $\partial_\mu\vec{m}_{\nu s} = (\partial_\mu\varepsilon\varepsilon, \partial_\mu(\cdot), 0)$; $\frac{1}{2}\partial_\mu(m_{\nu s}^2) = \frac{1}{2}\left(\varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta\psi^2\right)' = \varepsilon\partial_\mu\varepsilon + \frac{1}{2}\sin 2\theta\,\psi^2\partial_\mu\theta +$

$+ \sin^2\theta\,\psi\partial_\mu\psi$

Escaneado con CamScanner

$(\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m}_s) = \frac{1}{2}\partial_\mu(\vec{m}_s^2) = ee\,\partial_\mu ee + \frac{1}{2}\sin 2\theta\,\psi^2\partial_\mu\theta + \sin^2\theta\,\psi\,\partial_\mu\psi$. $q = 1 - \frac{1}{2}\vec{m}_s^2$

$\mathcal{L}_{kin} = \gamma(\hat{z}\times\vec{m})D_\mu\vec{m} = \gamma(\hat{z}\times\vec{m})\partial_\mu\vec{m} = \gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}\times D_\mu\vec{m}) = \gamma\hat{z}\cdot\left[(\vec{m}_v + \vec{m}_s)\times\left(-\vec{m}_v(\vec{m}_s\partial_\mu\vec{m}_s) + D_\mu\vec{m}_s\right)\right] =$

$= \gamma\hat{z}\left[q\vec{m}_v\times D_\mu\vec{m}_s + \vec{m}_s\overset{0}{\times}D_\mu\vec{m}_s\right] + O(\vec{m}_s^3)$ т.е. $q\neq 1$ не изменяет вида $\mathcal{L}_{kin}$, до $\vec{m}_s^2$. $(\mu=0)$

Если $\mu = j = x,y,z$. $(D_\mu\vec{m})^2 = \left[-\vec{m}_v(\partial_\mu\vec{m}_s\cdot\vec{m}_s) + D_\mu\vec{m}_s\right]^2 = (D_\mu\vec{m}_s)^2 + O(\vec{m}_s^3)$ - exch energy

далее не изменяется при $q\neq 1$, $q = 1 - \frac{1}{2}\vec{m}_s^2$

→ Вывод: учет $\vec{m} = \vec{m}_v\sqrt{1-\vec{m}_s^2} + \vec{m}_s$ не изменяет $\mathcal{L}$ ($\mathcal{L}_{kin}, \mathcal{L}_{exch}$) в квадр. приближении по $\vec{m}_s$

$\vec{m}_v\times D_\mu\vec{m}_s = \vec{m}_v\times\left[\partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu\times\vec{m}_s\right] = \vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu(\vec{m}_v\cdot\vec{m}_s) + \vec{m}_s(\vec{m}_v\cdot\vec{A}_\mu) =$

$= \vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s + \vec{m}_s A_\mu^2$. $\mathcal{L}_{kin} = \gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s) + \gamma(\hat{z}\cdot\vec{m}_s)A_\mu^2 + \gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}_s\times D_\mu\vec{m}_s)$

$\gamma = \frac{1}{(1+\hat{z}\cdot\vec{m})}$. $\gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s) = \frac{1}{(1+\hat{z}\vec{m}_v)}\left[1 + \frac{(\hat{z}\cdot\vec{m}_s)}{1+\hat{z}\cdot\vec{m}_v}\right]\hat{z}\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s)$

$\hat{z}\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s) = (\hat{z}\hat{\Phi})m_{s\theta} - (\hat{z}\hat{\theta})m_{s\Phi} \neq +\sin\theta\, m_{s\Phi} = \sin\theta(\sin\theta\,\psi) = \sin^2\theta\,\psi$ - нет.

$-\gamma\hat{z}\cdot(\partial_\mu\vec{m}_s\times\vec{m}_v) = \frac{1}{(1+\cos\theta)}\left[1 + \frac{\hat{z}\cdot\vec{m}_s}{1+\cos\theta}\right]\sin^2\theta\cdot\dot{\psi}$, $\hat{z}\cdot\vec{m}_s = \hat{z}(\hat{\theta}ee + \hat{\Phi}\sin\theta\psi) = (\hat{z}\cdot\hat{\theta})ee +$

$+(\hat{z}\cdot\hat{\Phi})\sin\theta\psi = -\sin\theta\,ee$, $(\hat{z}\cdot\hat{\Phi}) = 0$, $(\hat{z}\cdot\hat{\theta}) = -\sin\theta$.

$\gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s) = (1-\cos\theta)\left[1 - \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}ee\right]\dot{\psi}$; $(\hat{z}\cdot\vec{m}_s) = -\sin\theta\,ee$.

$\gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}_s\times D_\mu\vec{m}_s) = \frac{1}{1+\cos\theta}\hat{z}\cdot\left[\vec{m}_s\times(\partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu\times\vec{m}_s)\right] = \frac{1}{1+\cos\theta}\hat{z}\cdot\left[\vec{m}_s\times\partial_\mu\vec{m}_s - \vec{A}_\mu\vec{m}_s^2 + \vec{m}_s(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_s)\right]$

$\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_s = (-\partial_\mu\vec{m}_v\times\vec{m}_v + A_\mu^2\vec{m}_v)\cdot\vec{m}_s = \vec{m}_s\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_v)$

$\partial_\mu\vec{m}_s = (\partial_\mu ee\,,\ \cos\theta\partial_\mu\theta\,\psi + \sin\theta\partial_\mu\psi\,,\ 0)$, $\vec{m}_s\times\partial_\mu\vec{m}_s = \hat{z}\left(ee\cos\theta\partial_\mu\theta\psi - \sin\theta\,\psi\,\partial_\mu ee\right)$

($\hat{\theta}$, $\hat{\Phi}$, $\hat{z}$)

$\gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}_s\times\partial_\mu\vec{m}_s) = \frac{1}{1+\cos\theta}\left[\cos\theta\cdot\psi\,(ee\cos\theta\partial_\mu\theta + \sin\theta\partial_\mu ee) - A_\mu^2\vec{m}_s^2 + (\vec{z}\cdot\vec{m}_s)(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_s)\right] =$

$= \frac{1}{1+\cos\theta}\left[\psi\cos\theta(ee\cos\theta\partial_\mu\theta - \sin\theta\partial_\mu ee) - (\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi\vec{m}_s^2 - \sin\theta\,ee(\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}_s)\right] = \left|\mu=0\right| =$

$\simeq \frac{1}{(1+\cos\theta)}\left[-\sin\theta\cos\theta\,\psi\partial_\mu ee - \sin\theta\,ee\,\vec{m}_s\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_v)\right] = -\frac{\sin\theta\cos\theta}{(1+\cos\theta)}\psi\partial_\mu ee$

$-\vec{m}_s\cdot(\partial\vec{m}_v\times\vec{m}_v) = \vec{m}_s\cdot(\hat{\Phi}\partial_\mu\theta - \hat{\theta}\sin\theta\partial_\mu\Phi) \sim m_s\dot{x}_\alpha$

$\gamma(\hat{z}\cdot\vec{m}_s)A_\mu^2 = \frac{1}{1+\cos\theta}(-1)\sin\theta\,ee\,(\cos\theta-1)\partial_\mu\Phi = \sin\theta\left(\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\right)ee\,\partial_\mu\Phi$

$\mathcal{L}_{kin} = (1-\cos\theta)\left[1 - \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}ee\right]\dot{\psi} + \sin\theta\left(\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\right)ee\dot{\Phi} - \frac{\sin\theta\cos\theta}{(1+\cos\theta)}\psi\partial_\mu ee$

Точнее $\hat{z}\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s) = \hat{z}\cdot\left[\hat{\Phi}(\partial_\mu\vec{m}_s)_\theta - \hat{\theta}(\partial_\mu\vec{m}_s)_\Phi\right] = (\hat{z}\hat{\Phi})\partial_\mu ee - (\hat{\theta}\cdot\hat{z})\left[\cos\theta\partial_\theta\psi + \sin\theta\partial_\mu\psi\right]$

$= \sin\theta\,\psi^\circ\left[\cos\theta\partial_\mu\theta\cdot\psi + \sin\theta\partial_\mu\psi\right]$ и $\gamma\hat{z}\cdot(\vec{m}_v\times\partial_\mu\vec{m}_s) = \frac{1}{1+\cos\theta}\left[1 - \frac{\sin\theta\,ee}{1+\cos\theta}\right]\sin\theta\left[\cos\theta\dot{\theta}\psi + \sin\theta\dot{\psi}\right]$

Исправим 1-ый член в $\mathcal{L}_{kin}$.

$\mathcal{L}_{kin} = (1+\cos\theta)\left[1 - \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}ee\right]\sin\theta\left(\cos\theta\dot{\theta}\psi + \sin\theta\cdot\dot{\psi}\right) + \sin\theta\left(\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\right)ee\dot{\Phi} - \frac{\sin\theta\cos\theta}{(1+\cos\theta)}\psi\dot{ee} =$

$= \frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)}\left[\left(1 - \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}ee\right)(\cos\theta\dot{\theta}\psi + \sin\theta\dot{\psi}) + (1-\cos\theta)ee\dot{\Phi} - \cos\theta\psi\dot{ee}\right] = \left|\underbrace{\theta_\Phi = \theta_v\Phi_v}_{\text{здесь}}\right| =$

$= \frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)}\left[\cos\theta\dot{\theta}\psi + \sin\theta\dot{\psi} - \frac{\sin^2\theta}{(1+\cos\theta)}ee\dot{\psi} - \cos\theta\psi\dot{ee} + (1-\cos\theta)ee\dot{\Phi}\right] = (1-\cos\theta)\dot{\psi} +$

$+ \frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)}\left[\cos\theta\dot{\theta}\psi - (1-\cos\theta)ee\dot{\psi} - \cos\theta\psi\dot{ee} + (1-\cos\theta)ee\dot{\Phi}\right] = (1-\cos\theta)\dot{\psi} +$

$+ \frac{\sin\theta_0}{(1+\cos\theta_0)}\left[\cos\theta_0\dot{\theta}\psi - ee\dot{\psi} + \cos\theta_0(ee\dot{\psi} - \psi\dot{ee}) + (1-\cos\theta_0)ee\dot{\Phi}\right]$

$\mathcal{L}_{kin}^{int} = (1-\cos\theta)\dot{\psi} + \frac{\sin\theta_0}{(1+\cos\theta_0)}\left[\cos\theta_0\dot{\theta}\psi + (1-\cos\theta_0)ee\dot{\Phi}\right]$, $\mathcal{L}_{kin}^{int}(\theta=\frac{\pi}{2}) = \dot{\psi} + ee\dot{\Phi}$ - верно.

→ Прежде разложение ($\mathcal{L}_{kin} = -\cos\theta\dot{\Phi} \div \left|\begin{matrix}\theta=\theta_v+ee\\ \Phi=\Phi_v+\psi\end{matrix}\right| = \underbrace{-\cos\theta_v\dot{\Phi}_v}_{\text{вектор}} + \underbrace{\sin\theta_v\,ee\dot{\psi}}_{\text{sw}} \underbrace{-\cos\theta_v\dot{\psi}}_{\text{sw}} + \underbrace{\sin\theta_v\,ee\dot{\Phi}_v}_{\text{взаимодействие}}$

$\mathcal{L}_{kin}^{int} = -\cos\theta_v\dot{\psi} + \sin\theta_v\,ee\,\dot{\Phi}_v$ (это VIII).

$\mathcal{L}_{kin}^{int}$ - правого разложения ($\mathcal{L}_{kin} = (1-\cos\theta)\dot{\Phi}$) и $\mathcal{L}_{kin}^{int}$ из $\mathcal{L}_{kin} = \vec{C}(\vec{m})\cdot D_0\vec{m}$, $\vec{C} = \gamma(\vec{n}\times\vec{m})$ совпадают лишь при $\theta_v = \pi/2$. Или ошибка в $\mathcal{L}_{kin}^{int}(\vec{C})$, или $\mathcal{L}_{kin}^{int}$ - более симметрич.

Escaneado con CamScanner

25/IX С П. Б. „Lidl" и „Carrefour" Olaberria. С П. и Ю. в Bayonne, France: Baby2" shopping mall, „Carrefour", IKEA (хорошо красиво в смысле).

26/IX Классика Gauge-field paper.

$\mathcal{L}^V_{kin} = (1-\cos\Theta)\dot\Phi$. Цилиндр "rigid model" $\Theta(\vec x - \vec X(t))$, $\Phi(\vec x - \vec X(t))$. $\dot\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}\dot X_\alpha$

$\frac{\partial}{\partial X_\alpha} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}$ и $\mathcal{L}^V_{kin} = -(1-\cos\Theta)\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha}\dot X_\alpha = \pm A^e_\alpha \dot X_\alpha$, $A^e_\mu = (1-\cos\Theta)\partial_\mu\Phi$. $\gamma = [1+\vec m\hat\varepsilon]^{-1}$.

$\mathcal{L}^V_{kin} = \gamma(\vec n\times\vec m)\cdot\dot{\vec m} = \gamma\vec n\cdot(\vec m\times\dot{\vec m}) = |\vec m = \hat z|$, $(\vec m\times\dot{\vec m})_z = \varepsilon_{z\alpha\beta} m_\alpha \dot m_\beta = \varepsilon_{z\alpha\beta}\frac{\partial m_\alpha}{\partial X_\gamma}\dot X_\gamma m_\beta$, см. Girvin.

27/IX Handling Sci. Reports NS. E-mails to Arantxa и Окс. $m_\beta(\vec x, \dot X) = m_\beta(\vec x, 0) + \frac{\partial m_\beta}{\partial X_\delta}\Big|_{X=0} X_\delta$

$\mathcal{L}^V_{kin} = \gamma(\dot{\vec m}\times\vec m)_z = \gamma\varepsilon_{z\alpha\beta}\frac{\partial m_\alpha}{\partial X_\gamma}\dot X_\gamma\left[m_\beta(\vec x,0) + \frac{\partial m_\beta}{\partial X_\delta}X_\delta\right] =$ | члены с $m_\beta(0)$ сокращ. т.к. grad = нулевому направлению. $\frac{dm_\beta}{dt}$ |

$= \gamma\varepsilon_{z\alpha\beta}\frac{\partial m_\alpha}{\partial X_\gamma}\frac{\partial m_\beta}{\partial X_\delta}X_\delta\dot X_\gamma = \gamma\sum_{\delta\gamma}\left(\frac{\partial\vec m}{\partial X_\alpha}\times\frac{\partial\vec m}{\partial X_\delta}\right)_z X_\delta\dot X_\gamma = \frac{1+\cos\Theta-\cos\Theta}{[1+\cos\Theta]}\sum_{\delta\gamma}\left(\frac{\partial\vec m}{\partial X_\delta}\times\frac{\partial\vec m}{\partial X_\gamma}\right)X_\delta\dot X_\gamma$ — нашли $\gamma = [\dots]^{-1}$.

$\mathcal{L}^V_{kin} = [1-\cos\Theta(\vec x,\vec X(t))]\dot\Phi(\vec x,\vec X(t)) = -\cos\Theta\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}\dot X_\alpha = -\left[\cos\Theta(\vec x=0) + \frac{\partial\cos\Theta}{\partial X_\beta}X_\beta\right]\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}\dot X_\alpha =$

$= \sin\Theta\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}\frac{\partial\Theta}{\partial X_\beta}X_\beta\dot X_\alpha = G_{\alpha\beta}\dot X_\alpha X_\beta$, $(\hat G)_{\alpha\beta} = -G_{\beta\alpha}$? — не похоже.

$\vec m\cdot(\partial_\mu\vec m\times\partial_\nu\vec m) = \sin\Theta(\partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi - \partial_\mu\Phi\partial_\nu\Theta)$. Gyrocoupling tensor $G_{\mu\nu} = \vec m\cdot(\partial_\mu\vec m\times\partial_\nu\vec m)$

Отнюдь не 1D-case $\mathcal{L}^V_{kin} = \frac12\vec G(\dot{\vec X}\times\vec X) = \frac12\varepsilon_{z\alpha\beta}G_\alpha\dot X_\beta X_\gamma$, $G_\alpha = G\delta_{\alpha z}$, $\vec G = G_z\hat z$.

$\mathcal{L}^V_{kin} = \frac12 G\varepsilon_{z\alpha\beta}\dot X_\alpha X_\beta$. Если есть антисим. $G_{\mu\nu}$, то ему соотв. вектор $\vec G = (G_{23}, G_{31}, G_{12})$

$G_{\mu\nu} = (\vec m)\cdot(\partial_\mu\vec m\times\partial_\nu\vec m) = \sin\Theta(\partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi - \partial_\nu\Theta\partial_\mu\Phi) = \varepsilon_{\mu\nu}\sin\Theta\partial_\mu\Theta\partial_\nu\Phi = \varepsilon_{\mu\nu}\sin\Theta\partial_x\Theta\partial_y\Phi$.

$\sum_{\mu\nu}G_{\mu\nu} = \frac12\cdot\sin\Theta\left[\nabla_x\Theta\times\nabla_x\Phi\right]$, $\mathcal{L}^V_{kin} = \sin\Theta\,\varepsilon_{z\alpha\beta}\left[\varepsilon_{z\alpha\beta}\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}\frac{\partial\Theta}{\partial X_\beta}\right]\dot X_\alpha X_\beta = \varepsilon_{z\alpha\beta}G_{\alpha\beta}\dot X_\alpha X_\beta =$

$= \varepsilon_{z\alpha\beta}\dot X_\alpha(G_{\alpha\beta}X_\beta) = (\varepsilon_{z\alpha\beta})\dot X_\alpha(\vec G\times\vec X)_\alpha = \dot{\vec X}\cdot(\vec G\times\vec X) = \vec G\cdot(\vec X\times\dot{\vec X})$

В 3D можно $\mathcal{L}^V_{kin} = \sum_{\alpha\beta}G_{\alpha\beta}\dot X_\alpha X_\beta = \sum_\alpha(\vec G\times\vec X)_\alpha\dot X_\alpha = (\vec G\times\vec X)\cdot\dot{\vec X}$, но $\vec G$ — 3D.

$\vec G = (G_x, G_y, G_z) = (G_{23}, G_{31}, G_{12})$. См. Gus-Physics: $G_{\alpha\beta}\dot X_\beta = F_\alpha$, $\vec F = -\frac{\partial W}{\partial\vec X}$.

Можно $\mathcal{L}_V = \frac12\sum_{\alpha\beta}G_{\alpha\beta}\dot X_\beta X_\alpha = W(\vec X)$, $\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot X_\alpha} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial X_\alpha} = 0$, $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial X_\alpha} = -\frac{\partial W}{\partial X_\alpha}$

$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial\dot X_\alpha}\frac12\sum_{\alpha\beta}G_{\alpha\beta}\dot X_\alpha X_\beta = \frac{d}{dt}\sum_\beta G_{\alpha\beta}X_\beta = \sum_\beta G_{\alpha\beta}\dot X_\beta$, $\sum_\beta G_{\alpha\beta}\dot X_\beta = -\frac{\partial W}{\partial X_\alpha}$, $\vec X = (X,Y)$-2D

$\sum_\beta G_{\alpha\beta}\dot X_\beta = (\vec G\times\dot{\vec X})_\alpha$. Для 3D: $\vec X = (X,Y,Z)$, $(\vec G\times\dot{\vec X})_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\beta\dot X_\gamma = \sum_\beta G_{\alpha\beta}\dot X_\beta$

$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\beta = G_{\alpha\gamma}$. Можем $\mathcal{L}_V = \frac12\sum_{\alpha\beta}G_{\alpha\beta}\dot X_\alpha X_\beta - W(\vec X)$

$\vec G\times\dot{\vec X} = (G_x\dot y - G_y\dot x)\hat z + (G_z\dot x - G_x\dot z)\hat y + (G_y\dot z - G_z\dot y)\hat x = -\frac{\partial W}{\partial\vec X}$. $G_{xy}\neq0$ для 3D.

$G_{\alpha\beta} = \frac{M_S}{\gamma}\int d^3x\,\vec m\cdot(\partial_\alpha\vec m\times\partial_\beta\vec m)$, $[G_{\alpha\beta}] = \frac{M_S}{\gamma}\frac{R^3}{R^2}$, $\left[G_{\alpha\beta}\dot X\right] = \frac{M_S}{\gamma}\frac{R^3}{R^2}\frac{R}{t}$, $R = \left(\frac{M_S\omega}{\gamma}\right)R^3$

Здесь $\partial_\alpha\vec m = \partial\vec m/\partial X_\alpha$. Т.к. $y\partial_\alpha$ и $\frac{d}{dt}$ — общие, то нельзя как $\dot X$ обезразмерить.

Если rigid soliton model, то $\partial_\alpha = \partial/\partial x_\alpha$ как и в gauge field A_μ. vortex/Sk dynamics.

Надо именно $\partial/\partial X_\alpha$ и $\dot X_\alpha$, т.к. $\dot x_\alpha$ не имеет смысла для A_μ. vortex/Sk dynamics.

$\partial_\alpha\cdot\frac{d\vec m}{dt} = \frac{d}{dt}\vec m[\vec x, \vec X(t)] = \frac{\partial\vec m}{\partial X_\alpha}\dot X_\alpha$ и $\vec X$ естественно возникает.

$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\vec m) = \mathcal{L}(\vec m_V + \vec m_S) = \mathcal{L}_V + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_{int}$. $\mathcal{L}(\vec m) = \gamma C(\vec m)\mathcal{D}_0\vec m + \sum_\alpha(\mathcal{D}_\alpha\vec m)^2 + \dots$

$\mathcal{D}_\alpha\vec m = \mathcal{D}_\alpha\vec m_S$, $\mathcal{D}_0\vec m = \mathcal{D}_0\vec m_S$, $\sum_\alpha(\mathcal{D}_\alpha\vec m)^2 = \sum_\alpha(\mathcal{D}_\alpha\vec m_S)^2 = \sum_\alpha(\partial_\alpha\vec m_S - A^z_\alpha\vec m_V\times\vec m_S)^2$

$\vec A_\mu\times\vec m_S = (\vec m_V\times\partial_\mu\vec m_V + A^z_\mu\vec m_V)\times\vec m_S = \partial_\mu\vec m(\vec m_V\cdot\vec m_S) - \vec m_S(\partial_\mu\vec m\cdot\vec m_V) + A^z_\mu\vec m_V\times\vec m_S$ ($\partial_\mu\vec m\cdot\vec m = 0$)

$W_{int} = -\frac12\vec H_m\cdot\vec m = \frac12\vec m_V\cdot\hat\Gamma\vec m_V + |\vec m_S\cdot\hat\Gamma\vec m_S + \vec m_V\cdot\hat\Gamma\vec m_S$ — dip-dip V-Sv interaction,

Exchange

Сотр. 10/IX $\frac1A W_{ex} = (\partial_\alpha\vec m_S)^2 - 2A^z_\alpha\left[\sin\theta(\cos\theta\partial_\mu\psi - \psi\partial_\mu\cos\theta + \psi\cos\theta\cos\Theta\partial_\mu\theta\right] + (A^z_\mu)^2\left[\cos^2\theta + \sin^2\Theta\psi^2\right]$ — не рассм. см. 29/VIII.

$\mu\to\alpha=x,y,z$

$\vec m\times\vec m_s = \begin{vmatrix}\hat e_r & \hat\theta & \hat\varphi\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\psi\end{vmatrix} = \cos\theta\hat\varphi - \sin\theta\psi\hat\theta$, $\vec m_S = (\underset{\hat\theta}{\cos\theta}, \underset{\hat\varphi}{\sin\theta\psi}, \underset{\hat r}{0})$, $\partial_\mu\vec m = \partial_\mu\theta\hat\theta + \sin\Theta\partial_\mu\Phi\hat\Phi$

$\vec m_S = (\underset{\hat\theta}{\cos\theta}, \underset{\hat\varphi}{\sin\theta\psi}, \underset{\hat r}{0})$, $\partial_\alpha\vec m_S\cdot(\vec m\times\vec m_S) = \left[\partial_\alpha\cos\theta\hat\theta + \partial_\alpha(\sin\theta\psi)\hat\varphi\right]\cdot\left[\cos\theta\hat\varphi - \sin\theta\psi\hat\theta\right] =$

$= -\sin\theta\psi\partial_\alpha\cos\theta + \cos\theta\partial_\alpha(\sin\theta\psi) = -\sin\theta\psi\partial_\alpha\cos\theta + \sin\theta\cos\theta\partial_\alpha\psi + \cos\psi\cos\Theta\partial_\alpha\theta$

$\Rightarrow \frac1A W_{ex} = \sum_\alpha(\partial_\alpha\vec m_S - A^z_\alpha\vec m\times\vec m_S)^2 = \sum_\alpha(\partial_\alpha\vec m_S)^2 - 2A^z_\alpha\partial_\alpha\vec m_S\cdot(\vec m\times\vec m_S) + (A^z_\alpha)^2(\vec m\times\vec m_S)^2 =$

$= \sum_\alpha(\partial_\alpha\vec m_S)^2 - 2A^z_\alpha\left[\sin\theta(\cos\theta\partial_\alpha\psi - \psi\partial_\alpha\cos\theta) + \cos\theta\psi\cos\Theta\partial_\alpha\theta\right] + (A^z_\alpha)^2\left[\cos^2\theta + \sin^2\Theta\psi^2\right] = |A^z_\alpha = A^e_\alpha| =$

$= \sum_\alpha(\partial_\alpha\vec m_S)^2 - 2\sin\theta\left[\psi(\vec A^e\cdot\nabla\psi) - \psi(\vec A^e\cdot\nabla\cos\theta)\right] - 2\cos\theta\cos\psi(\vec A^e\cdot\nabla\Theta) + (\vec A^e)^2\left[\cos^2\theta + \sin^2\Theta\psi^2\right]$

Escaneado con CamScanner

$A^e_\mu = (\pm 1)(\cos\theta - 1)\partial_\mu\Phi$, $A^e_\phi = (\pm 1)(\cos\theta - 1)\partial_\phi\Phi$, $\phi = x, y, z$. $\vec{A}^e = (\pm 1)(\cos\theta - 1)\nabla\Phi$.

$$\frac{1}{A}W_{ex} = \sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 - 2\sin\theta(\pm 1)(\cos\theta - 1)\left[\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) - \psi(\nabla\Phi\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon)\right] - 2\cos\theta(\pm 1)(\cos\theta - 1)\varepsilon\varepsilon\psi(\nabla\Phi\cdot\nabla\theta) + (\vec{A}^e)^2\left[\varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta\,\psi^2\right]$$

Если раскрыть в квадратах по $\chi, \varepsilon\varepsilon, \psi$ и устремить $\dots$ к $\theta \to \theta_0$, $\Phi \to \Phi_0$ получ. solenoidal angles.

1D. по 2D case $\theta_0 = \theta_0(\varrho)$, $\Phi_0 = \varphi + \text{const}$, $\nabla\theta = \nabla\theta_0 = \theta_0'\hat{s}$, $\nabla\Phi = \nabla\Phi_0 = \frac{1}{s}\hat{\varphi}$.

$\nabla\Phi_0\cdot\nabla\theta_0 = \theta_0'\frac{1}{s}\hat{s}\cdot\hat{\varphi} = 0$, $\nabla\Phi_0\cdot\nabla\psi = \frac{1}{s}\hat{\varphi}\cdot\nabla\psi = \frac{1}{s}\hat{\varphi}\cdot\left(\hat{\varrho}\frac{\partial}{\partial\varrho} + \frac{\hat{\varphi}}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z}\right)\psi = \frac{1}{s^2}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$

$$\frac{1}{A}W_{ex} = \sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 + 2(\pm 1)\sin\theta_0(1-\cos\theta_0)\frac{1}{s^2}\left[\varepsilon\varepsilon\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - \psi\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi}\right] + (\vec{A}^e)^2\left[\varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta_0\,\psi^2\right]$$

$(\vec{A}^e)^2 = (\cos\theta - 1)^2\partial_\alpha\Phi\,\partial_\alpha\Phi = (\cos\theta - 1)^2(\nabla\Phi)^2 = (\cos\theta_0 - 1)^2\frac{1}{s^2}$ & квадр. пренебрежение.

Если ввести $\chi = m_\theta + im_\Phi = \varepsilon\varepsilon + i\sin\theta\psi$ для зав. $\vec{m}_s = (\varepsilon\varepsilon, \sin\theta\psi, 0) = (m_\theta, m_\Phi, m_z)$ т.е. $(\varepsilon\hat{\theta}\hat{\Phi})$ карт.

то $\partial_\mu\vec{m}_s = +\sin\theta\psi\hat{\theta} + \varepsilon\varepsilon\hat{\Phi}$ сокращ. $i\chi = -\sin\theta\psi + i\varepsilon\varepsilon$ и $D_\mu\vec{m}_s = (\partial_\mu - A^z_\mu\vec{m}'_z)\vec{m}_s =$
$= \partial_\mu\vec{m}_s - A^z_\mu\vec{m}'_z\vec{m}_s$ cos θ. $D_\mu\chi = (\partial_\mu - iA^z_\mu)\chi$, $\chi = \begin{pmatrix}\varepsilon\varepsilon\\ \sin\theta\psi\end{pmatrix} = m_\theta + im_\Phi$ где $\vec{m} = \vec{m}_s$.

$\frac{1}{A}W_{ex} = \sum_\alpha (D_\alpha\chi)^2 = \sum_\alpha\left[(\partial_\alpha - iA^z_\alpha)\chi\right]^2 = \sum_\alpha\left[\partial_\alpha\chi - iA^e_\alpha\chi\right]^2 = \left[(\nabla - i\vec{A}^e)\chi\right]^2$ — как в Sheka'04

но у Sheka'04 $\vec{A} = -\cos\theta\nabla\Phi$ другой, отличается от нашего $\vec{A}^e$. $\vec{A}$ Sheka cosθ, A^z_μ.

→ W_{ex} инвариант при замене переменных $[\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2]$ на $\varepsilon\varepsilon$ и ψ.

$\theta = \theta_v + \varepsilon\varepsilon$ $\Phi = \Phi_v + \psi$, $\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2(\theta + \varepsilon\varepsilon) =$
$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left[\cos 2\theta\cos 2\varepsilon\varepsilon - \sin 2\theta\sin 2\varepsilon\varepsilon\right] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left[\cos 2\theta(1 - \frac{1}{2}4\varepsilon\varepsilon^2) - 2\varepsilon\varepsilon\sin 2\theta\right]$

$\frac{1}{A}W_{ex} = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2 = (\nabla\theta + \nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi + \nabla\psi)^2 = (\nabla\theta)^2 + 2\nabla\theta\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon + (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 +$
$+ \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)\left[(\nabla\Phi)^2 + 2\nabla\Phi\cdot\nabla\psi + (\nabla\psi)^2\right] + \frac{1}{4}\cos\theta\,\varepsilon\varepsilon^2(\nabla\Phi)^2 + \frac{1}{2}\sin\theta\,\varepsilon\varepsilon\left[(\nabla\Phi)^2 + 2\nabla\Phi\cdot\nabla\psi\right] =$
$= (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2 + (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + 2\nabla\theta\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon + 2\sin^2\theta\,\nabla\Phi\cdot\nabla\psi + \sin^2\theta(\nabla\psi)^2 + \frac{1}{4}\cos\theta(\nabla\Phi)^2\varepsilon\varepsilon^2 +$
$+ \frac{1}{2}\sin\theta(\nabla\Phi)^2\varepsilon\varepsilon + \sin\theta\,\varepsilon\varepsilon\nabla\Phi\cdot\nabla\psi$ — неважно, надо $\cos 2(\theta + \varepsilon\varepsilon)$.

$\frac{1}{A}W_{ex} = (\nabla\theta)^2 + 2\nabla\theta\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon + (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \sin^2\theta\left[(\nabla\Phi)^2 + 2\nabla\Phi\cdot\nabla\psi + (\nabla\psi)^2\right] + \cos 2\theta\,\varepsilon\varepsilon^2(\nabla\Phi)^2 + \varepsilon\varepsilon\sin 2\theta\left[(\nabla\Phi)^2 + 2\nabla\Phi\cdot\nabla\psi\right]$
$= (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2 + (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + 2\nabla\theta\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon + 2\sin^2\theta\,\nabla\Phi\cdot\nabla\psi + \sin^2\theta(\nabla\psi)^2 + \cos 2\theta\,\varepsilon\varepsilon^2(\nabla\Phi)^2 + \varepsilon\varepsilon\sin 2\theta(\nabla\Phi)^2 +$
$+ 2\varepsilon\varepsilon\sin 2\theta\,\nabla\Phi\cdot\nabla\psi = (\text{vortex}) + (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \sin^2\theta(\nabla\psi)^2 + \cos 2\theta(\nabla\Phi)^2\varepsilon\varepsilon^2 + 2\sin 2\theta\cdot\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) +$
$+ 2\nabla\theta\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon + 2\sin^2\theta(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) + \sin 2\theta\cdot\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi)^2$ — из предыдущего ряда по $\varepsilon\varepsilon, \psi < 1$

$(\nabla\vec{m}_s)^2 = |\vec{m}_s = \varepsilon\varepsilon\hat{\theta} + \sin\theta\psi\hat{\Phi}| = \left(\nabla\varepsilon\varepsilon\,\hat{\theta} + \nabla(\sin\theta\psi)\hat{\Phi}\right)^2 = (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \left[\nabla(\sin\theta\psi)\right]^2$ — как в Sheka'04

$\nabla(\sin\theta\psi) = \sin\theta\nabla\psi + \psi\nabla\sin\theta = \sin\theta\nabla\psi + \psi\cos\theta\nabla\theta$

$(\nabla\vec{m}_s)^2 = (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 + \sin^2\theta(\nabla\psi)^2 + \sin 2\theta\,\psi(\nabla\psi\cdot\nabla\theta) + \psi^2\cos^2\theta(\nabla\theta)^2 = (\text{sw})$

$\frac{1}{A}W_{ex} = (\text{vortex}) + (\text{sw}) - \sin 2\theta\,\psi(\nabla\psi\cdot\nabla\theta) - \psi^2\cos^2\theta(\nabla\theta)^2 + \cos 2\theta(\nabla\Phi)^2\varepsilon\varepsilon^2 + 2\sin 2\theta\,\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi)$
$+ 2\nabla\theta\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon + 2\sin^2\theta(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) + \sin 2\theta\,\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi)^2 = (\text{vort}) + (\text{sw}) + (\text{int})$. с другой стороны

$\frac{1}{A}W_{ex}^{int} = 2(\pm 1)\sin\theta(1 - \cos\theta)\left[\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) - \psi(\nabla\Phi\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon)\right] + 2(\pm 1)\cos\theta(1 - \cos\theta)\varepsilon\varepsilon\psi\,\nabla\Phi\cdot\nabla\theta +$
$+ (1 - \cos\theta)^2(\nabla\Phi)^2\left[\varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta\,\psi^2\right]$ — из gauge field

$\frac{1}{A}W_{ex}^{int}(\text{direct}) = -\sin 2\theta\,\psi(\nabla\psi\cdot\nabla\theta) - \psi^2\cos^2\theta(\nabla\theta)^2 + \cos 2\theta(\nabla\Phi)^2\varepsilon\varepsilon^2 + 2\sin 2\theta\,\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) +$
$+ 2\nabla\theta\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon + 2\sin^2\theta(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) + \sin 2\theta\,\varepsilon\varepsilon(\nabla\Phi)^2$ — то делать с инв. $\varepsilon\varepsilon, \psi$ значит

$\sin\theta = \sin(\theta_v + \varepsilon\varepsilon) = \sin\theta_v\cos\varepsilon\varepsilon + \cos\theta_v\sin\varepsilon\varepsilon$, $\sin^2\theta = \sin^2\theta_v\cos^2\varepsilon\varepsilon + \frac{1}{2}\sin 2\theta_v\sin 2\varepsilon\varepsilon + \cos^2\theta_v\sin^2\varepsilon\varepsilon =$
$= \sin^2\theta_v\left[1 - \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon^2\right] + \varepsilon\varepsilon\sin 2\theta_v + \varepsilon\varepsilon^2\cos^2\theta_v = \sin^2\theta_v + \varepsilon\varepsilon\sin 2\theta_v + \varepsilon\varepsilon^2\underbrace{\left[\cos^2\theta_v - \sin^2\theta_v\right]}_{\cos 2\theta_v}$ — второе

(28/IX) Обзор структуры и Gauge fields работы. Вопрос в библ. "Santa Maria" — есть ли 3 или 50 метр и Poster/coffee area, можно сделать 3 постера.

Может $(\nabla\vec{m}_s)^2$ неверен? $\vec{m}_s = \varepsilon\varepsilon\hat{\theta} + \sin\theta\psi\hat{\Phi}$ в $\vec{m}$-представлении $(\hat{m}\hat{\theta}\hat{\Phi})$ $\vec{m}_v \parallel \vec{M}$.

В лаб. xyz - coordinates $\vec{m}_s = \begin{pmatrix}-\psi\sin\Phi\sin\theta + \varepsilon\varepsilon\cos\theta\cos\Phi, & \cos\Phi\sin\theta\psi + \\ & + \sin\Phi\cos\theta\,\varepsilon\varepsilon, & -\sin\theta\varepsilon\varepsilon\end{pmatrix}$
$\vec{m}_s = (m_s^x, m_s^y, m_s^z)$

$(\nabla\vec{m}_s)^2 \neq \sum_\alpha (\partial_\alpha m_s^\alpha)^2$ $\partial_x m_s^x = -\partial_x\psi\cdot\sin\Phi\sin\theta - \psi\cos\Phi\sin\theta\,\partial_x\Phi - \psi\sin\Phi\cos\theta\,\partial_x\theta + \dots$

$\mu = \sin\theta\psi$, $\vec{m}_s = \begin{pmatrix}-\mu\sin\Phi + \varepsilon\varepsilon\cos\theta\cos\Phi, & \mu\cos\Phi + \sin\Phi\cos\theta\,\varepsilon\varepsilon, & -\sin\theta\varepsilon\varepsilon\end{pmatrix}$

$\partial_x m_s^x = -\partial_x\mu\sin\Phi - \mu\cos\Phi\,\partial_x\Phi + \partial_x\varepsilon\varepsilon\cos\theta\cos\Phi - \varepsilon\varepsilon\sin\theta\cos\Phi\,\partial_x\theta - \varepsilon\varepsilon\cos\theta\sin\Phi\,\partial_x\Phi$

это учтено тебеми, тогда $\sum(\partial_\alpha\vec{m}_s)^2 = \sum(\nabla m_s^\alpha)^2$

Escaneado con CamScanner

$\partial_y m_s^y = \partial_y \mu \cos\Phi - \sin\Phi \mu \partial_y \Phi + \partial_y e\ell \sin\Phi\cos\Theta + e\ell \cos\Phi\cos\Theta \partial_y\Phi - e\ell \sin\Phi \sin\Theta \partial_y\Theta$

$\partial_z m_s^z = \partial_z(-\sin\Theta e\ell) = -\cos\Theta e\ell \partial_z\Theta - \sin\Theta \partial_z e\ell$

$\sum_\alpha (\partial_\alpha m_s^z)^2 = (\partial_x\mu)^2 \sin^2\Phi + (\partial_x\Phi)^2 \mu^2 \cos^2\Phi + (\partial_x\Theta)^2 \cos^2\Theta\cos^2\Phi + (\partial_x\Theta)^2 e\ell^2 \sin^2\Theta\cos^2\Phi +$
$+ (\partial_x\Phi)^2 e\ell^2 \cos^2\Theta \sin^2\Phi + 2\partial_x\mu\cdot\mu\partial_x\Phi \cdot \sin\Phi\cos\Phi - 2\partial_x\mu\partial_x e\ell \sin\Phi\cos\Phi\cos\Theta + 2\partial_x\mu\partial_x\Theta \sin\Theta\cos\Phi\sin\Phi e\ell +$
$+ 2\partial_x\mu\partial_x\Phi \sin^2\Phi\cos\Theta e\ell - 2\partial_x\Phi\partial_x e\ell \mu\cos\Theta\cos^2\Phi + 2\partial_x\Theta\partial_x\Phi \mu e\ell \sin\Theta\cos^2\Phi + 2\partial_x\Phi)^2 \mu e\ell\cos\Phi\sin\Phi\cos\Theta -$
$- 2\partial_x e\ell\partial_x\Theta \cos\Theta\sin\Theta\cos^2\Phi e\ell - 2\partial_x e\ell\partial_x\Phi\cos^2\Theta\cos\Phi\sin\Phi e\ell + 2\partial_x\Phi\partial_x\Theta e\ell^2 \sin\Theta\cos\Theta\sin\Phi\cos\Phi +$
$+ (\partial_y\mu)^2\cos^2\Phi + (\partial_y\Phi)^2 \sin^2\Phi\mu^2 + (\partial_y e\ell)^2 \sin^2\Phi\cos^2\Theta + (\partial_y\Theta)^2 e\ell^2\cos^2\Phi\cos^2\Theta + (\partial_y\Theta)^2 e\ell^2\sin^2\Phi\sin^2\Theta -$
$- 2\partial_y\mu\partial_y\Phi\mu\cos\Phi\sin\Phi + 2\partial_y\mu\partial_y e\ell\cos\Phi\sin\Phi\cos\Theta + 2\partial_y\mu\partial_y\Phi e\ell\cos^2\Phi\cos\Theta - 2\partial_y\mu\partial_y\Theta e\ell\sin\Phi\cos\Phi\sin\Theta -$
$- 2\partial_y\Phi\partial_y e\ell\mu\sin^2\Phi\cos\Theta - 2(\partial_y\Phi)^2 \sin\Phi\cos\Phi\cos\Theta + 2\partial_y\Phi\partial_y\Theta e\ell\mu\sin^2\Phi\sin\Theta + 2\partial_y e\ell\partial_y\Phi e\ell\sin\Phi\cos\Phi\cos^2\Theta -$
$- 2\partial_y e\ell\partial_y\Theta e\ell\sin^2\Phi\cos\Theta\sin\Theta - 2\partial_y\Phi\partial_y\Theta e\ell^2\cos\Phi\sin\Phi\cos\Theta\sin\Theta + \cos^2\Theta e\ell^2(\partial_z\Theta)^2 +$
$+ \sin^2\Theta(\partial_z e\ell)^2 + 2\partial_z\Theta\partial_z e\ell \cdot e\ell\cos\Theta\sin\Theta = (\partial_x\mu)^2 + (\partial_y\mu)^2\cos^2\Phi + \mu^2[(\partial_x\Phi)^2\cos^2\Phi + (\partial_y\Phi)^2\sin^2\Phi] +$
$+ \cos^2\Theta[(\partial_x e\ell)^2\cos^2\Phi + (\partial_y e\ell)^2\sin^2\Phi] + e\ell^2\sin^2\Theta[(\partial_x\Theta)^2\cos^2\Phi + (\partial_y\Theta)^2\sin^2\Phi] +$ к полному
$+ e\ell^2\cos^2\Theta[(\partial_x\Phi)^2\sin^2\Phi + (\partial_y\Phi)^2\cos^2\Phi] + \ldots$ тому квадрату по $\cos\Theta$ и не будем упрощать

Видно что $\sum_\alpha (\partial_\alpha m_s^\alpha)^2 \neq (\nabla m_s^\alpha)^2$. Надо $\sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 = \left(\frac{\partial \vec{m}_s}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}_s}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \vec{m}_s}{\partial z}\right)^2$

$\partial_\alpha \vec{m}_s = \partial_\alpha(m_s^x\hat{x} + m_s^y\hat{y} + m_s^z\hat{z}) = \frac{\partial m_s^x}{\partial x_\alpha}\hat{x} + \frac{\partial m_s^y}{\partial x_\alpha}\hat{y} + \frac{\partial m_s^z}{\partial x_\alpha}\hat{z}$

$\sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 = \sum_\alpha \partial_\alpha \vec{m}_s \cdot \partial_\alpha \vec{m}_s = \sum_\alpha \left[\left(\frac{\partial m_s^x}{\partial x_\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_s^y}{\partial x_\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_s^z}{\partial x_\alpha}\right)^2\right] = \sum_\alpha (\nabla m_s^\alpha)^2$

$\vec{m}_s = e\ell\hat{\Theta} + \mu\hat{\Phi} = e\ell\hat{x}' + \mu\hat{y}'$, $\sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 = \sum_\alpha (\nabla m_s^{\alpha'})^2 = (\nabla m_s^{x'})^2 + (\nabla m_s^{y'})^2 =$
$= (\nabla e\ell)^2 + (\nabla\mu)^2$. В xyz-координатах $\sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 = \sum_\alpha (\nabla m_s^\alpha)^2 = (\nabla m_s^x)^2 + (\nabla m_s^y)^2 + (\nabla m_s^z)^2$

m_s^x, m_s^y, m_s^z сложные функции $\Theta, \Phi, e\ell, \mu$. Чтобы найти $(\partial_\alpha \vec{m}_s)^2$ в xyz-этом удобнее.

$\frac{1}{A} W_{ex} = \sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m})^2$, $\partial_\alpha \vec{m} = \partial_\alpha \vec{m}_v + \partial_\alpha \vec{m}_s = \partial_\alpha\Theta_v\hat{\Theta} + \sin\Theta_v\partial_\alpha\Phi_v\hat{\Phi} + [\partial_\alpha e\ell\hat{\Theta} + \partial_\alpha\mu\cdot\hat{\Phi}]$, $\mu = \sin\Theta\psi$

$\vec{m}_s = e\ell\hat{\Theta} + \mu\hat{\Phi}$

$\partial_\alpha \vec{m} = [\partial_\alpha\Theta_v + \partial_\alpha e\ell]\hat{\Theta} + [\sin\Theta_v\partial_\alpha\Phi_v + \partial_\alpha\mu]\hat{\Phi}$, $\mu = \sin\Theta_v\psi$. Если $\Theta, \Phi \to \Theta_v, \Phi_v$ в разложениях по $sw, \psi, e\ell$.

$= \sum_\alpha [(\partial_\alpha\Theta_v + \partial_\alpha e\ell)^2 + (\sin\Theta_v\partial_\alpha\Phi_v + \partial_\alpha\mu)^2] = (\nabla\Theta_v)^2 + (\nabla e\ell)^2 + \sum_\alpha 2\partial_\alpha\Theta_v\partial_\alpha e\ell + \sin^2\Theta_v(\nabla\Phi)^2 +$ (vortex)
$+ (\nabla\mu)^2 + 2\sin\Theta_v\sum_\alpha \partial_\alpha\Phi_v\cdot\partial_\alpha\mu = (\nabla\Theta_v)^2 + \sin^2\Theta_v(\nabla\Phi_v)^2 + (\nabla e\ell)^2 + (\nabla\mu)^2 + 2\nabla\Theta_v\nabla e\ell + 2\sin\Theta_v\nabla\Phi_v\nabla\mu$

$\sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 = \sum_\alpha (\partial_\alpha e\ell\hat{\Theta} + \partial_\alpha\mu\hat{\Phi})^2 = \sum_\alpha [(\partial_\alpha e\ell)^2 + (\partial_\alpha\mu)^2] = (\nabla e\ell)^2 + (\nabla\mu)^2 = \frac{1}{A} W_{ex}^{sw}$

$\frac{1}{A} W_{ex}^{int} = 2\nabla\Theta\cdot\nabla e\ell + 2\sin\Theta\nabla\Phi\cdot\nabla\mu$, $\nabla\mu = \nabla(\sin\Theta\psi) = \psi\nabla\sin\Theta + \sin\Theta\nabla\psi$

$\frac{1}{A} W_{ex}^{int} = 2\nabla\Theta\cdot\nabla e\ell + 2\sin\Theta\nabla\Phi\cdot[\psi\cos\Theta\nabla\Theta + \sin\Theta\nabla\psi]$ из разложения по $e\ell, \psi$.

$\frac{1}{A} W_{ex}^{int}(gauge) = \pm 2\sin\Theta(1-\cos\Theta)\nabla\Phi\cdot[e\ell\nabla\psi - \psi\nabla e\ell] \pm 2\cos\Theta(1-\cos\Theta)e\ell\psi\nabla\Phi\cdot\nabla\Theta + (1-\cos\Theta)^2(\nabla\Phi)^2[e\ell^2 + \sin^2\Theta\psi^2]$

– зависимость имеет разную структуру W_{ex}^{int}(разл.) линейна по $\psi, e\ell$, а W_{ex}^{int}(gauge) – квадратична.

Разумно, W_{ex}^{int}(gauge) верная, а W_{ex}^{int}(разл.) – неверная.

Громоздкий расчет через $m_s^{x,y,z}$ выше использовать $(\partial_x m_s^x)^2 \to \sum_\mu (\partial_\mu m_s^x)^2 = (\nabla m_s^x)^2$, $\partial_x \to \sum_\mu \partial_\mu$

$\partial_x f\,\partial_x g \to \sum_\mu \partial_\mu f\,\partial_\mu g = \nabla f\cdot\nabla g$ то же для y, z

$\sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2 = \sum_\alpha (\nabla m_s^\alpha)^2 = \sum_{\alpha\beta}\left(\frac{\partial m_s^\alpha}{\partial x_\beta}\right)^2 = (\nabla\mu)^2 + \mu^2(\nabla\Phi)^2 + \cos^2\Theta(\nabla e\ell)^2 + (\nabla\Theta)^2 e\ell^2 + \sin^2\Theta(\nabla\Phi)^2 e\ell^2\cos^2\Theta +$
$+ \cos^2\Theta e\ell^2(\nabla\Theta)^2 + \sin^2\Theta(\nabla e\ell)^2 + 2(\nabla\mu\cdot\nabla\Phi)e\ell\cos\Theta - 2(\nabla\Phi\cdot\nabla e\ell)\mu\cos\Theta + 2(\nabla\Theta\cdot\nabla\Phi)\mu e\ell\sin\Theta -$
$- 2(\nabla e\ell\cdot\nabla\Theta)e\ell\cos\Theta\sin\Theta + 2(\nabla\Theta\nabla e\ell)e\ell\cos\Theta\sin\Theta = (\nabla\mu)^2 + [\mu^2 + e\ell^2\cos^2\Theta](\nabla\Phi)^2 + (\nabla e\ell)^2 + (\nabla\Theta)^2 e\ell^2 +$
$+ 2(\nabla\mu\cdot\nabla\Phi)e\ell\cos\Theta - 2(\nabla\Phi\cdot\nabla e\ell)\mu\cos\Theta + 2(\nabla\Theta\cdot\nabla\Phi)\mu e\ell\sin\Theta$, подсчитаем $\sum_\alpha (\partial_\alpha \vec{m}_s)^2$ и W_{ex}(gauge) и сравн. с direct разлож.

$\frac{1}{A} W_{ex}(gauge) = (\nabla\mu)^2 + (\nabla\Phi)^2[\mu^2 + e\ell^2\cos^2\Theta] + (\nabla e\ell)^2 + (\nabla\Theta)^2 e\ell^2 + 2(\nabla\mu\cdot\nabla\Phi)e\ell\cos\Theta -$
$- 2(\nabla\Phi\cdot\nabla\Theta)\mu\cos\Theta + 2(\nabla\Theta)(\nabla\Phi)\mu e\ell\sin\Theta \pm 2\sin\Theta(1-\cos\Theta)\nabla\Phi\cdot[e\ell\nabla\psi - \psi\nabla e\ell] \pm$
$\pm 2\cos\Theta(1-\cos\Theta)e\ell\psi(\nabla\Theta\cdot\nabla\Phi) + (1-\cos\Theta)^2(\nabla\Phi)^2[e\ell^2 + \sin^2\Theta\psi^2]$

$\frac{1}{A} W_{ex}(direct) = (\nabla e\ell)^2 + \sin^2\Theta(\nabla\Phi)^2 + \cos2\Theta(\nabla\Phi)^2 e\ell^2 + 2\sin2\Theta e\ell(\nabla\Phi\cdot\nabla\psi) + (\text{линейные члены})$

Escaneado con CamScanner

$\nabla_\alpha \cdot \nabla(\sin\theta\psi') = (\cos\theta\nabla\psi' + \sin\theta\nabla\psi'$

$\frac{1}{A}W_{ex}(\text{gauge}) = (\cos^2\theta\psi'^2(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\psi')^2 + \sin 2\theta\psi'(\nabla\psi'\cdot\nabla\theta) + (\nabla\varphi)^2[\psi^2\sin^2\theta + \varepsilon\varepsilon^2\cos^2\theta] + (\nabla\varepsilon\varepsilon)^2 +$
$+\nabla(\theta)^2\varepsilon^2 + 2\varepsilon\varepsilon\cos\theta\{\cos\theta\psi(\nabla\theta\cdot\nabla\varphi) + \sin\theta(\nabla\psi'\cdot\nabla\varphi)\}] - 2(\nabla\varphi\cdot\nabla\varepsilon\varepsilon)\psi\sin\theta\cos\theta + 2(\nabla\theta\cdot\nabla\varphi)\psi\varepsilon\varepsilon\sin^2\theta +$
$+ 2\sin\theta(1-\cos\theta)\nabla\varphi\cdot[\varepsilon\varepsilon\nabla\psi' - \psi\nabla\varepsilon\varepsilon] + 2\cos\theta(1-\cos\theta)\varepsilon\varepsilon\psi'(\nabla\theta\cdot\nabla\varphi) + (1-\cos\theta)^2(\nabla\varphi)^2[\varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta\psi^2]$

$\frac{1}{A}W_{ex}(\text{gauge}) = (\nabla\theta)^2[\varepsilon\varepsilon^2 + \cos^2\theta\psi^2] + (\varepsilon\varepsilon)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2 + \sin 2\theta\psi'(\nabla\psi\cdot\nabla\theta) + (\nabla\varphi)^2\left[\psi^2\sin^2\theta + \varepsilon\varepsilon^2\cos^2\theta + \right.$
$\left. + (1-\cos\theta)^2(\varepsilon\varepsilon^2 + \sin^2\theta\psi^2)\right] +$
$+ 2\psi\varepsilon\varepsilon(\nabla\theta\cdot\nabla\varphi)[1 \pm \cos\theta(1-\cos\theta)] + \sin 2\theta\,\nabla\varphi(\varepsilon\varepsilon\nabla\psi - \psi\nabla\varepsilon\varepsilon) + 2\sin\theta(1-\cos\theta)\nabla\varphi\cdot(\varepsilon\varepsilon\nabla\psi - \psi\nabla\varepsilon\varepsilon)$

Как мы считали $W_{ex}(\text{gauge})$? $\sum_i (\partial_j m_i^\alpha)^2$ поворачиваем m_i^α (gauge) (поворота?
Среднее с theta-PRB book, где $\vec{n} = \cos\theta$, а не $\sim(1+\cos\theta)$ нам $\vec{y}$ не надо в Тетрад.
Free inflation calculations (Вейвлет ПУ slides с min neglected — Vortex modes
in thick doc - ее из gyrotropic, а для. в тонких 3D modes)

(29/IV) Прозвон file SK-dynamics by Zakhra. Корреляции и нагрев в Zakhra applications на вихревую дин. обл. post-doc position 1/2 - 31/VIII 2016г.
Vanishing friction paper SK-chain dynamics и Zaitsev viral Мультиканал 2 to San Seb. ~30 окт, дни сбор. данных на thermometers.
Вторая SW - SK-lat
Вернемся к SK-Breaching mode 30/IV. $\theta = \theta_0 + \varepsilon\varepsilon(\vec{s},t)$, $\varphi = \varphi_0 + \psi(\vec{s},t)$
Back
а линеар. $\mu(\vec{s},t) = \mu_s = -\sin\theta_0\psi(\vec{s},t)$. $\theta_0 = \theta_0(s)$, $\varphi_0 = \varphi + \pi/2$ - static sky-rmion angles.

$$-\nabla^2\mu + \nabla^2(\sin\theta_0)\frac{\mu}{\sin\theta_0} = \nabla^2(\sin\theta_0\psi') - \psi'\nabla^2(\sin\theta_0) = \sin\theta_0\nabla^2\psi' + 2\nabla(\sin\theta_0)\cdot\nabla\psi'$$

ЧД дает свой вклад static sky-rmion background от $\pm 1/2$ (обе намагничены):

$$\begin{cases} \frac{1}{dfM_s}\dot{\varepsilon\varepsilon} = \sin\theta_0\nabla^2\psi' + 2\cos\theta_0\nabla\theta_0\cdot\nabla\psi' + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} \\ \frac{1}{\pm dfM_s}\sin\theta_0\dot{\psi}' = -\nabla^2\varepsilon\varepsilon + \frac{1}{A}\left[\frac{H_A}{M_s}\cos 2\theta_0 + \frac{\alpha}{s^2}\cos 2\theta_0\right]\varepsilon\varepsilon + \frac{\sin 2\theta_0}{s^2}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \end{cases}$$ $\vec{s}' = (s,\varphi)$ - cyl. coord. $\frac{H_A}{dM_s} = \frac{K_x}{A} = \varkappa$

$\varepsilon\varepsilon = a(s)\cos(\omega t - m\varphi)$, $\psi' = b(s)\sin(\omega t - m\varphi)$. В целом $\mu(\vec{s},t) = b(s)\sin(m\varphi - \omega t)$

$\nabla\theta_0\cdot\nabla\psi' = \theta_0'\hat{s}\cdot\nabla\psi' = \theta_0'\frac{\partial\psi'}{\partial s}$, $\nabla^2\psi' = \left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{s^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)\psi' = \left(\frac{\partial^2 b}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial b}{\partial s} - \frac{m^2}{s^2}b\right)\sin(\omega t - m\varphi)$

$\dot{\varepsilon\varepsilon} = \omega a\sin(\omega t - m\varphi)(-1)$, $\dot{\psi}' = b\cos(\omega t - m\varphi)(+\omega)$, $\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} = ma\sin(\cdot)$, $\frac{\partial\psi'}{\partial\varphi} = -mb\cos(\omega t - m\varphi)$

$$\begin{cases} -\frac{\omega}{dfM_s}a = \sin\theta_0\left[\frac{\partial^2 b}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial b}{\partial s} - \frac{m^2}{s^2}b\right] + 2\cos\theta_0\theta_0'\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial s} + \frac{2m\cos\theta_0}{s^2}a(s) \\ \frac{\omega}{dfM_s}\sin\theta_0 b = -\left[\frac{\partial^2 a}{\partial s^2} + \frac{1}{s}\frac{\partial a}{\partial s} - \frac{m^2}{s^2}a\right] + \left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right)\cos 2\theta_0\, a - \frac{m\sin 2\theta_0}{s^2}b(s) \end{cases}$$

При $\omega \to -\omega$ (и вообще $\omega \neq 0$) это ЧД дает a, b совп с Eq. (11-12) Зубарев
За исключением надо $\sin 2\theta_0$, а не $\frac{\sin 2\theta_0}{2s^2}$ - Зубарев, и надо $\frac{\omega}{dM_s\delta} = \frac{M_s}{2A}\omega$ вместо $\frac{\omega}{2A}$ Зуб/Ив
В x'y'z' - спрямление $\vec{m}_s = \varepsilon\varepsilon\hat{\theta} + \sin\theta_0\hat{\varphi}\psi'$. Thin DW ansatz $\theta_0 = \begin{cases} 0 & s < R_c \\ \pi, & s > R_c \end{cases}$ все нормально
Но формально $\vec{m}_s = \varepsilon\varepsilon\hat{\theta} - \mu\hat{\varphi} = \varepsilon\varepsilon\hat{x}' - \mu'\hat{y}'$ и возможно $\hat{z}'$ разворачивается $\parallel \hat{z}$, $\theta_0 = 0,\pi$.
$m_{x'}$ и $m_{y'}$ будут совсем. Из magnetization components $\perp \hat{z}'$.
Получили ее-м систему для $\varepsilon\varepsilon$ и ψ' для $\theta_0 = 0,\pi$ разумное решение - radial.
Как in $\perp$-saturated state при $a = b$, т.е. $|\varepsilon\varepsilon| = |\mu|$ - cylindrically symmetric case.
$a(s) = b(s) \sim J_1(\varkappa s)$. Т.е. имеет отношение от $(\theta_0 = 0,\pi)$ approximation или нет ($\varepsilon\varepsilon,\mu$).
Написал свои comments, $(\varepsilon\varepsilon, -\mu, 0)$ - это physical, и можно с моей ко Зубаря.

(30/IV) Работа над Gauge-paper. обсужд. Simulations - Verba TM. thick dots (с каждой
считаем $\vec{m}(\vec{r},t)$ при $z = 1/2$ - middle cross-section и нормируем $m_s(z)$ вместе
обсужд. с Prof. Simulid Artificial SK-lattice (opt./soft(FeNi) bilayers, FeNi → Ni. Zoo
Нормировка Скирмион в 3 слоя layer при $d_{Ni} \leq 5$ nm. Parking CCSM - appl.
Нашел старые papers Cho, Faddeev etc. no Abelian part of non-Abelian SU(2) - расчеты
и нормы аналитически. Michał Nowicki-review нормировка (ищет gauge-fixed) по ним он
Oct. 30 (Friday) - обсужд. Скирмион оценки in dot thresh. Neagu, thick ~15 nm
(1/X) Написание Gauge-paper. Теория non-Abelian (field projection to U(1)) papers Ch. ornithology
нормировку Л. нашел 14 ref. (корреляция, comm. бумажная etc.). 2 нормировки Л. нашел (analytic etc.) и Nowa g.p. 17 pages
(2/X) Работа над Gauge-paper. С Л. в 10 в Гарварде (нормировка $\theta \in \pi\theta$) и „Etnoski" - A. Bogdanov
Цифры - 2 графа на отдельных Abrikosovских дисл.
(3/X) Gauge-paper. Лит. обзор. Вид $\varepsilon\varepsilon' = m\theta + \text{const}$. $W_{ex} \sim (D_x\vec{y})^2 = [(\partial_x - iA_x^e)\vec{y}]^2 =$
$= -[(\nabla - iA^e)\vec{y}]^2$, $A^e = (A_x^e) = \pm(\cos\theta - 1)\nabla\varphi$, $\nabla\varphi_0 = \frac{1}{s}\hat{\varphi} \to A^e = \pm(\cos\theta - 1)\hat{\varphi}/s$

Escaneado con CamScanner

Сравнение YD. SW Korenman '1977 - III и Dzyaloshinskii, у Korenman $A^z_\mu = 2g_{\mu\tau}$, $A^{y,x}_\mu = -2a^{y,x}_\mu$

YD Korenman: $\left(i\frac{\partial}{\partial t} + A^z_0\right)\beta_+ = \left[\left(\frac{1}{i}\nabla + \vec{A}^z\right)^2 + 2|\vec{a}|^2\right]\beta_+ - 2\vec{a}\cdot\vec{a}\,\beta_-$, $a_\mu = a^x_\mu + ia^y_\mu \to \vec{a}$

$\beta_\pm$ из $\vec{\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_-\hat{e}_+ + \beta_+\hat{e}_-)$

$\hat{e}_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_x \pm i\hat{e}_y)$

$|\vec{a}|^2 = (a^x_\mu)^2 + (a^y_\mu)^2 = \frac{1}{4}\left[(A^x_\mu)^2 + (A^y_\mu)^2\right]$, $\vec{a}\cdot\vec{a} = \vec{\beta}\cdot\vec{\beta}$ - инварианты.

$2a_\mu = (\sin\theta\,\partial_\mu\varphi - i\partial_\mu\theta)e^{-i\varphi}$, $|\vec{a}|^2 = \sum_\mu |a_\mu|^2 = |\vec{a}^x + i\vec{a}^y|^2 = \vec{a}^x\vec{a}^x + \vec{a}^y\vec{a}^y = \frac{1}{4}\left[|\vec{A}^x|^2 + |\vec{A}^y|^2\right]$

$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ по a_μ, $\mu = x,y,t$

$\vec{a} = \vec{a}^x + i\vec{a}^y$, $\vec{A}^{x,y} = 2\dot{\vec{a}}^{x,y}$, $\vec{A}^z = 2\vec{g}$, $\vec{a}\cdot\vec{a} = (\vec{a}^x)^2 - (\vec{a}^y)^2 + 2i(\vec{a}^x\cdot\vec{a}^y) =$

$= \frac{1}{4}(\vec{A}^x)^2 - \frac{1}{4}(\vec{A}^y)^2 + \frac{1}{2}i\,\vec{A}^x\cdot\vec{A}^y = \frac{1}{4}\sum_\mu\left[(A^x_\mu)^2 - (A^y_\mu)^2 + 2i\,A^x_\mu A^y_\mu\right]$, $|\vec{a}|^2 = \frac{1}{4}\sum_\mu\left[(A^x_\mu)^2 + (A^y_\mu)^2\right]$

$\left(i\frac{\partial}{\partial t} - A^z_0\right)\beta_+ = \left[\left(\frac{1}{i}\nabla + \vec{A}^z\right)^2 - \frac{1}{2}\sum_\mu\left[(A^x_\mu)^2 + (A^y_\mu)^2\right]\right]\beta_+ - \frac{1}{2}\sum_\mu\left[A^x_\mu)^2 - (A^y_\mu)^2 + 2iA^x_\mu A^y_\mu\right]\beta_-$

Dzyaloshinskii при $F_{0m}=0$: $S_\pm = S_x \pm iS_y$: $\pm i\frac{\partial S_\pm}{\partial t} = c_s\left[-(\nabla + \vec{A}^z_i)^2 - \frac{1}{2}\left\{(A^x_i)^2 + (A^y_i)^2\right\}\right]S_\pm - \frac{c_s}{2}\left[(A^x_i)^2 - (A^y_i)^2 + 2iA^x_iA^y_i\right]S_\mp$

YD Korenman (за исх. A^z_0) один с YD Dzyaloshinskii, если там $(A^z_i)^2 = \sum_\mu (A^\mu_i)^2$

(Gus PRB'10) исходя $R = e^{i\varphi J_z}e^{i\theta J_y}$ и $\vec{A}^{Gus}_\mu = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta, -\cos\varphi\,\partial_\mu\theta, -\partial_\mu\varphi)$, где вектор.

$\alpha=0$, $\beta=-\theta$, $\gamma=-\varphi$ или $\alpha=0$, $\beta=\theta$, $\gamma=\pi-\varphi$ в $R = e^{i\gamma J_z}e^{i\beta J_y}e^{i\alpha J_z}$, $\vec{m}' = R\vec{m}$ passive

Ирина записи θ,β,γ) мой $\vec{A}^{Gus}_\mu$ совпадает с версией $\vec{A}^{Dug}_\mu$ - PRB'2005.

мой $A^z_\mu = -\partial_\mu\varphi$ приводит к вертушку $\lambda_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\,\hat{e}\hat{\varphi}$ по которому и делал приверку.

т.е. $\vec{A}^{Gus}_\mu$ - неверен, но A^z_μ приводит к вертушку λ_{int} → вертушки YD дают vortex и spin.

A^e_μ (Gus'10) $= (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}) = (\sin\varphi\,\partial_\mu\theta)\sin\theta\cos\varphi + (-\cos\varphi\,\partial_\mu\theta)\sin\theta\sin\varphi + (-\partial_\mu\varphi)\cos\theta = -\cos\theta\,\partial_\mu\varphi$

В Gus' PRB'10: $A^z_\mu = -\partial_\mu\varphi$ и $A^e_\mu = -\cos\theta\,\partial_\mu\varphi$. A^z_μ дает вертушка λ_{int}, A^e_μ дает вертушка emergent fields $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A^e_\nu - \partial_\nu A^e_\mu$

Now-Gus $A^z_\mu = \cos\theta\,\partial_\mu\varphi$ и $A^e_\mu = \pm(1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$.

Old Gus $A^z_\mu = -\partial_\mu\varphi$ и new A^e_μ (Gus) $= \pm(1+\cos\theta)\partial_\mu\varphi$ совпадают при $\theta=\pi/2$ (vortex one core),

т.е. Gus' PRB'10 верна для описания $\vec{m}$-dynamics с vortex one core ($\theta=\pi/2$), для него она и предназначалась.

(1/2) Работа над Gauge paper. Можно ли $W_\nu(\vec{x})$, $f_\nu(\vec{x},\dot{\vec{x}})$ записать как $(F^e_{\mu\nu})^2 \sim (\vec{e}^2 + \vec{b}^2)$ - emergent fields?

Alternative approach: Y. Bazaliy PRB'1998, S.M. Girvin - preprint'1999 Schütte PRB' 2014

$A^z_\mu \sim \vec{A}_m(\vec{m})\cdot\partial_\mu\vec{m}$, $\vec{A}_m$ - potential of Dirac monopole in $\vec{M}$-space.

Y. Bazaliy использ. $\psi' = U\psi$ to diagonalize $(\vec{\beta}\cdot\vec{m})$ и использует diag. basis

$\hat{A}_\mu = \partial_\mu U\cdot U^{-1} \to \hat{A}_\mu = \frac{1}{2}(\vec{A}_\mu\cdot\vec{\beta}) = (\dots) + \frac{1}{2}A^z_\mu\beta_z$ при $s = +1/2$, т.е. A^z_μ.

Schütte сводит gauge field $A_\mu(\vec{x}) = \int d^2\vec{r}\,\vec{A}_m[\vec{m}]\cdot\partial_\mu\vec{m}$ Berry-Bruno Refs. и использ. $\vec{m}(\vec{r},\vec{X}) = \hat{e}_3(\vec{r}-\vec{X})$ для вычисл. $A_\mu(\vec{X})$, $\vec{X}$ - skyrmion/vortex coordinate.

Girvin 99: $\mathcal{L}_{kin} = \hbar S\,\vec{A}_m\cdot\dot{\vec{m}} = -\frac{e}{c}\dot{x}_\mu a_\mu$, $a_\mu = -\Phi_0 S\,\vec{A}_m\cdot\partial_\mu\vec{m}$ - gauge potential

Any electron has $\vec{S}$ || local $\vec{m}(\vec{x})$. If e^- has velocity $\dot{x}_\mu$, it sees $\dot{m}_\nu = \dot{x}_\mu\frac{\partial m_\nu}{\partial x_\mu}$ - the rate of change of $\vec{m}$

$\mathcal{L}_{kin} = \hbar S\,\vec{A}_m\cdot\dot{\vec{m}} = \hbar S\,\vec{A}_m\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_\mu}\cdot\dot{x}_\mu = -\frac{e}{c}a_\mu\dot{x}_\mu$, $a_\mu = -\frac{e}{c}\hbar S\,\vec{A}_m\cdot\partial_\mu\vec{m}$, $\Phi_0 = \frac{hc}{e}$.

$\vec{A}_m\cdot\partial_\mu\vec{m} = \frac{1}{1+\vec{m}\cdot\hat{z}}(\hat{z}\times\vec{m})\cdot\partial_\mu\vec{m} = \frac{1}{1+\vec{m}\cdot\hat{z}}\hat{z}\cdot(\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})$, $\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} = \begin{vmatrix}\hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\varphi}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & \partial_\mu\theta & \sin\theta\,\partial_\mu\varphi\end{vmatrix} = \hat{\varphi}\,\partial_\mu\theta - \sin\theta\,\partial_\mu\varphi\,\hat{\theta}$

Сферич. $\begin{cases}\hat{r} = \hat{e}_x\sin\theta\cos\varphi + \hat{e}_y\sin\theta\sin\varphi + \hat{e}_z\cos\theta\\ \hat{\theta} = \hat{e}_x\cos\theta\cos\varphi + \hat{e}_y\cos\theta\sin\varphi - \hat{e}_z\sin\theta\\ \hat{\varphi} = -\hat{e}_x\sin\varphi + \hat{e}_y\cos\varphi\end{cases}$ $\hat{z}\cdot(\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m}) = \hat{z}\cdot(\hat{\varphi}\partial_\mu\theta - \sin\theta\,\partial_\mu\varphi\,\hat{\theta}) = (\hat{z}\cdot\hat{\varphi})\partial_\mu\theta - \sin\theta\,\partial_\mu\varphi\,(\hat{z}\cdot\hat{\theta}) = \partial_\mu\theta(-\sin\theta) - \sin\theta\,\partial_\mu\varphi(-\sin\theta) = \sin^2\theta\,\partial_\mu\varphi$

$\vec{A}_m\cdot\partial_\mu\vec{m} = \frac{\hat{z}\cdot(\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})}{1+\vec{m}\cdot\hat{z}} = \left|\begin{matrix}\theta\text{ вершин.}\\ \text{сфер. с }\vec{m}\end{matrix}\right| = \frac{\sin^2\theta\,\partial_\mu\varphi}{1+\cos\theta} = (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$, т.е. нужно

Итог. $A^e_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m}) = \vec{A}_m\cdot\partial_\mu\vec{m} = (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$ - определяет эффективное emergent

$\vec{A}_m = \frac{\hat{z}\times\vec{m}}{(1+\vec{m}\cdot\hat{z})}$ - monopole potential в $\vec{M}$-space. $A^e_\mu = \frac{1}{(1+\vec{m}\cdot\hat{z})}\hat{z}\cdot(\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})$, но potent

$\vec{A}_\mu = \vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + A^e_\mu\vec{m}$, и A^e_μ определен. transverse часть $\vec{A}_\mu \to (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})$.

Вообще $\vec{A}_\mu = \frac{\hat{z}\cdot t\vec{A}_\mu}{1+\vec{m}\cdot\hat{z}}$ - сводит longitudinal и transverse parts of $\vec{A}_\mu$

$A^e_\mu = (\vec{A}_\mu\cdot\vec{m})$ а через них $D_\mu\vec{m} = 0$ ($\vec{A}_\mu$ - pure gauge + transform.). Это general. check.

Escaneado con CamScanner

$\mathcal{L}_{kin} = \hbar S \vec{A}_m \cdot \dot{\vec{m}}$, если $\vec{m} = \vec{m}(\vec{r} - \vec{X}(t))$, $\dot{m}_\mu = \frac{\partial m_\mu}{\partial X_\nu}(-1)\dot{X}_\nu$ и $\mathcal{L}_{kin} = \int d^3\vec{r}\, \mathcal{L}_{kin} =$

$= -\hbar S \int d^3\vec{r}\, A_m^\mu \frac{\partial m_\mu}{\partial X_\nu} \dot{X}_\nu = -\hbar \dot{X}_\nu a_\nu^*(\vec{X})$ $\left(a_\nu^*(\vec{X}) = S\int d^3\vec{r}\, \vec{A}_m \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\nu}\right)$, $\vec{A}_m = \vec{A}_m[\vec{m}(\vec{r}-\vec{X})]$

$a_\nu^*(\vec{X})$ и немного со Schütte PRB'14. $\vec{m}(\vec{r}-\vec{X}) \approx \vec{m}_0(\vec{r}) - X_\alpha \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\alpha}$ и

$a_\nu^*(\vec{X}) = S\int d^3\vec{r}\left[\vec{m}_0 - X_\alpha \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\alpha}\right] \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\nu} = \text{const} - SX_\alpha \int d^3\vec{r}\, \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\alpha} \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\nu}$ — нет.

$\vec{A}_m = \vec{A}_m(\vec{m}_0 - \delta\vec{m}) = A_m(\vec{m}_0) + \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial m_\beta}(-1)\delta m_\beta = A_m(\vec{m}_0) - X_\alpha \frac{\partial m_\beta}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \vec{A}_m}{\partial m_\beta}$

$a_\nu^*(\vec{X}) = S\int d^3\vec{r}\left[\vec{A}_m(\vec{m}_0) - X_\alpha \frac{\partial m_\beta}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \vec{A}_m}{\partial m_\beta}\right] \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\nu} = \text{Const} + SX_\alpha \int d^3\vec{r}\, \frac{\partial \vec{A}_m}{\partial m_\beta}\frac{\partial m_\beta}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\nu}$

$\text{rot}_{\vec{m}} \vec{A}_m = \vec{m}$, $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial A_m^\beta}{\partial m_\gamma} = 2m_\alpha$ и $\frac{\partial A_m^\alpha}{\partial m_\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} m_\gamma \to \frac{\partial A_m^\beta}{\partial m_\mu} = \varepsilon_{\beta\mu\nu} m_\nu$

$a_\nu^*(\vec{X}) = SX_\alpha \int d^3\vec{r}\, \varepsilon_{\beta\mu\nu} m_\nu \frac{\partial m_\beta}{\partial x_\alpha}\frac{\partial m_\gamma}{\partial x_\nu} = SX_\alpha \int d^3\vec{r}\, \vec{m}\cdot\left[\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\nu} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\alpha}\right] = \frac{\gamma}{M_s} S X_\alpha G_{\alpha\nu}$,

где $G_{\alpha\beta} = \frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\, \vec{m}\cdot\left[\frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\alpha} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial x_\beta}\right]$, $\Rightarrow \mathcal{L}_{kin} = -\hbar \dot{X}_\beta a_\nu^* = \frac{\gamma}{M_s}\hbar S(-1) G_{\nu\alpha} X_\alpha \dot{X}_\nu$

$\frac{\gamma \hbar S}{M_s} = g\mu_B \frac{S}{M_s} = V$, $\mathcal{L}_{kin} = -V G_{\alpha\beta} X_\alpha \dot{X}_\beta$, $[G_{\alpha\beta}] = \frac{M_s}{\gamma} L$. Ст V и (-1) исправила где $1/2$.

$2m_\lambda = \varepsilon_{\lambda\beta\gamma}\frac{\partial A_m^\beta}{\partial m_\gamma} = \frac{\partial A_m^2}{\partial m_3} - \frac{\partial A_m^3}{\partial m_2} \Rightarrow$ надо $m_\lambda = \varepsilon_{\lambda\beta\gamma}\frac{\partial A_m^\beta}{\partial m_\gamma}$ и $\left(\frac{\partial A_m^\alpha}{\partial m_\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\beta\rho\gamma} m_\gamma\right)$

Check: $m_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial A_m^\beta}{\partial m_\gamma} = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\frac{1}{2}\varepsilon_{\beta\rho\sigma} m_\sigma = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\varepsilon_{\sigma\beta\gamma} m_\sigma = \frac{1}{2} 2\delta_{\alpha\sigma} m_\sigma = m_\alpha$, т.е.

у Bazaliy'ов минимальная в определении $\vec{A}_m(\vec{m})$. $[\mathcal{L}_{kin}] =$ эрг, поэтому $\times \frac{1}{V}$

$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{2} G_{\alpha\beta} X_\alpha \dot{X}_\beta$ отчего берется он через $\mathcal{L}_{kin}(\vec{X}\dot{\vec{X}})$

Вывод: $\underset{(\vec{m})}{A_\mu^e} = \vec{A}_m \cdot \partial_\mu \vec{m}$ $\quad A_\mu^e(\vec{X}) = S\int d^3\vec{r}\, \vec{A}_m \cdot \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_\mu}$ — это аналог в $\vec{X}$-coord.

emergent potential $\quad A_m(\vec{m})$ — monopole potential

В mmo, Duquesne + PRL'ов (см. 14/15): $a_i = \pi\Phi_0 \frac{(\vec{m}\times\partial_i\vec{m})\cdot\hat{z}}{1+m_z} = \pi\Phi_0 \vec{A}_m \cdot \partial_i \vec{m}$, $\vec{A}_m = \frac{(\hat{z}\times\vec{m})}{(1+\vec{m}\cdot\hat{z})}$.

a_i это приближение $A_i = -2\pi i \Phi_0 T^+ \partial_i T$, $T^+(\partial\vec{m})T = \partial_z$, на $s = +1/2$ sub band + adiabat appr?

A_i - (2+2) матрица $A_i = (\text{non-diag}) + \frac{1}{2} A_i^z \partial_z$, $\partial_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, т.е. $a_i = \frac{1}{2} A_i^z$.

Note: $(\hat{A}_\mu)_{\alpha\beta} = (\partial_\mu \vec{e}_\alpha \cdot \vec{e}'_\beta)$, $\vec{e}'_\alpha$ - new basis vectors. $\hat{A}_\mu = A_\mu^a G_a$.

(5/I) Meeting с Duc.: в Киеве в рамках Magic-travel grant с Прибрежным много на сделать, потом Израиль отвлечет, days no travel мне оставили (insurance и прочее. UPV надо уже trip), приезжаю postdoc с Nov. 1, 2015. Contact Гриб и Вернов, установить link для MuMax simulations на our home computer. Домашние и новая Оксана 4. "Gauge-field" paper.

(6/I) Работа над Gauge-paper. Я. поехала в Киев, с собой 1100€ и 100$, + 18€ на депозит back

$\mathcal{L}_{kin} = \vec{C}(\vec{m}+\vec{m}_s)\cdot D_0 \vec{m}_s$, $\vec{C}(\vec{m}) = (\hat{z}\times\vec{m})/(1+\vec{m}\cdot\hat{z}) = \vec{A}_m(\vec{m})$ potential of Dirac monopole

$\mathcal{L}_{kin}$

$\vec{C}(\vec{m}+\vec{m}_s) = \frac{\partial \vec{C}}{\partial m_\alpha}\Big|_{\vec{m}_s=0} m_s^\alpha + \vec{C}(\vec{m}) = \vec{C}(m) + O(\vec{m}_s^2)$, $\vec{C}(\vec{m}+\vec{m}_s)\cdot D_0\vec{m}_s = C_\alpha(\vec{m}+\vec{m}_s)(D_0\vec{m}_s)_\alpha =$

$= \left[C_\alpha(\vec{m}) + \frac{\partial C_\alpha}{\partial m_\beta} m_s^\beta\right](D_0\vec{m}_s)_\alpha = C_\alpha(\vec{m})(D_0\vec{m}_s)_\alpha + \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} m_\gamma m_s^\beta (D_0\vec{m}_s)_\alpha = \vec{C}(\vec{m})\cdot D_0\vec{m}_s +$

$+ \frac{1}{2} D_0\vec{m}_s \cdot (\vec{m}_s \times \vec{m})$, $D_\mu \vec{m}_s = \partial_\mu \vec{m}_s - A_\mu^e \vec{m}\times\vec{m}_s$, $D_0\vec{m}_s\cdot(\vec{m}_s\times\vec{m}) = \left[\dot{\vec{m}}_s - A_0^e \vec{m}\times\vec{m}_s\right](\vec{m}_s\times\vec{m}) =$

$= \dot{\vec{m}}_s\cdot(\vec{m}_s\times\vec{m}) + A_0^e(\vec{m}\times\vec{m}_s)^2 = \left(\dot{m}_{s\theta} m_{s\varphi} - m_{s\theta}\dot{m}_{s\varphi}\right) + A_0^e\left(m_{s\theta}^2 + m_{s\varphi}^2\right)$

$m_{s\theta} = \varepsilon\varepsilon$, $m_{s\varphi} = \sin\theta\,\psi$, $\vec{m}_s = (\varepsilon\varepsilon, \sin\theta\,\psi, 0)$ в сферич. коорд. $\dot{\vec{m}}_s = \dot{\theta}\varepsilon\varepsilon + \sin\theta\dot{\psi}\hat{\varphi}$

В кварт. по $\vec{m}_s$ приближении $D_0\vec{m}_s\cdot(\vec{m}_s\times\vec{m}) = \sin\theta_0\left[\dot{\varepsilon}\varepsilon\psi - \varepsilon\varepsilon\dot{\psi}\right] + A_0^e(\varepsilon\varepsilon^2 + \psi^2)$

$A_0^e = (1-\cos\theta)\Phi$. $\vec{C}(\vec{m})\cdot D_0\vec{m}_s = \vec{C}(\vec{m})\cdot\left[\dot{\vec{m}}_s - A_0^e(\vec{m}\times\vec{m}_s)\right] = \vec{C}(\vec{m})\cdot\dot{\vec{m}}_s - A_0^e\vec{C}(\vec{m})(\vec{m}\times\vec{m}_s) =$

$= \gamma(\hat{z}\times\vec{m})\cdot\dot{\vec{m}}_s - A_0^e\gamma(\hat{z}\times\vec{m})\cdot(\vec{m}\times\vec{m}_s) = \gamma(\hat{z}\times\vec{m})\cdot\dot{\vec{m}}_s - \gamma A_0^e\left[(\hat{z}\cdot\vec{m})(\vec{m}\cdot\vec{m}_s) - (\hat{z}\cdot\vec{m}_s)\vec{m}^2\right] =$

$= \gamma(\hat{z}\times\vec{m})\dot{\vec{m}}_s + \gamma A_0^e(\hat{z}\cdot\vec{m}_s)$, $\mathcal{L}_{kin} = \gamma(\hat{z}\times\vec{m})\dot{\vec{m}}_s + \gamma A_0^e(\hat{z}\cdot\vec{m}_s) + \frac{1}{2}\sin\theta_0(\dot{\varepsilon}\varepsilon\psi - \dot{\psi}\varepsilon\varepsilon)$

$\hat{z}\times\vec{m} = \hat{z}\times(\hat{x}\sin\theta\cos\varphi + \hat{y}\sin\theta\sin\varphi + \hat{z}\cos\theta) = \gamma\sin\theta(\hat{y}\cos\varphi - \hat{x}\sin\varphi) = \hat{\varphi}\sin\theta$, $(\hat{z}\times\vec{m})\dot{\vec{m}}_s = \sin\theta\dot{\vec{m}}_\varphi$

$\mathcal{L}_{kin} = \gamma\sin\theta(\dot{\vec{m}}_s)_\varphi + \gamma A_0^e\left[(\hat{z}\cdot\hat{\theta})\dot{\varepsilon}\varepsilon + \sin\theta\dot{\psi}(\hat{z}\cdot\hat{\varphi})\right] + \frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}\varepsilon\psi - \dot{\psi}\varepsilon\varepsilon)\sin\theta_0$

$\mathcal{L}_{kin} = \gamma\sin\theta\frac{d}{dt}(\psi\sin\theta) + \gamma A_0^e\left[-\sin\theta\,\varepsilon\varepsilon + \sin\theta\psi\cdot 0\right] + \frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}\varepsilon\psi - \dot{\psi}\varepsilon\varepsilon)\sin\theta_0 = \gamma\sin\theta\frac{d}{dt}(\psi\sin\theta) - \gamma A_0^e\varepsilon\sin\theta +$

$+ \frac{1}{2}\sin\theta_0(\dot{\varepsilon}\varepsilon\psi - \dot{\psi}\varepsilon\varepsilon) = \gamma\frac{d}{dt}(\psi\sin\theta) - \gamma\sin\theta\frac{d}{dt}(\gamma\sin\theta) - \gamma A_0^e\varepsilon\sin\theta + \mathcal{L}_{kin}^{sw}$, $\gamma = [1+(\vec{m}+\vec{m}_s)\hat{z}]^{-1} \to \gamma(\vec{m})$ из-за разложения $\vec{C}(\vec{m}+\vec{m}_s)$

В $\mathcal{L}_{kin} = -\psi \sin\theta \frac{d}{dt}(\gamma \sin\theta) - \gamma A_0^e \dot{e}\sin\theta + \mathcal{L}_{kin}^{sw}$, $\mathcal{L}_{kin}^{sw} = \frac{1}{2}\sin\theta_0(\dot{e}\dot{\varphi} - \dot{\varphi}\dot{e})$.

$\gamma(\vec{m}) = [1+\cos\theta]^{-1}$ скаляр в $\vec{C}(\vec{m})$, умноженная на $\vec{m}_s$. $\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}\right) = \dot{\theta}\frac{\cos\theta(1+\cos\theta) - \sin\theta(-\sin\theta)}{(1+\cos\theta)^2} = \frac{\dot{\theta}}{(1+\cos\theta)}$

$\mathcal{L}_{kin} = -\psi\dot{\theta}\frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)} - A_0^e \dot{e}\frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)} + \mathcal{L}_{kin}^{sw}$, $A_0^e = (1-\cos\theta)\dot{\Phi}$ (+1).

$\mathcal{L}_{kin} = -\psi\dot{\theta}\,tg\frac{\theta}{2} - (1-\cos\theta)tg\frac{\theta}{2}\dot{\Phi}\dot{e} + \mathcal{L}_{kin}^{sw}$. // ср. с $\mathcal{L}_{kin}^{int} = -\cos\theta\dot{\psi} + \sin\theta\dot{\Phi}\dot{e}$ - прямое разложение.

$\mathcal{L}_{kin} = (1-\cos\theta)\dot{\psi} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{(1+\cos\theta)}\psi\dot{\theta} \pm (1-\cos\theta)tg\frac{\theta}{2}\dot{\Phi}\dot{e}$ - нужную не себя с прямым разложением? (только при $\theta = \pi/2$ совпадает).

$\mathcal{L}_{kin} = \vec{C}(\vec{m}+\vec{m}_s)\cdot D_0\vec{m}_s \xrightarrow[\vec{m}\to\vec{m}'=R\vec{m}]{} \mathcal{L}'_{kin} = \vec{C}(\vec{m}'+\vec{m}_s')\cdot D_0(\vec{m}_s') = \frac{\hat{z}\times(\vec{m}'+\vec{m}_s')}{1+(\vec{m}'+\vec{m}_s')\cdot\hat{z}}\cdot D_0(\vec{m}_s') =$ (см. PRB 10)

$= \gamma\left[\hat{z}\times R(\vec{m}+\vec{m}_s)\right]\cdot D_0(R\vec{m}_s) = \gamma[\hat{z}\times R(\vec{m}+\vec{m}_s)]\cdot RD_0\vec{m}_s = \gamma\hat{z}\cdot[R(\vec{m}+\vec{m}_s)\times RD_0\vec{m}_s] = \gamma\hat{z}\cdot R[(\vec{m}_0+\vec{m}_s)\times D_0\vec{m}_s]$

$\mathcal{L}_{kin}(\text{иск.}) = \gamma\hat{z}\cdot[(\vec{m}+\vec{m}_s)\times D_0\vec{m}_s]$, чтоб $\mathcal{L}_{kin} = \mathcal{L}'_{kin}$, надо $\hat{z}\to\hat{z}' = R\hat{z}$, $R\hat{z}\cdot R\vec{M} = \hat{z}\cdot\vec{M}$.

$\mathcal{L}_{kin} = \frac{\vec{n}\cdot[(\vec{m}+\vec{m}_s)\times D_0\vec{m}_s]}{1+(\vec{m}+\vec{m}_s)\cdot\vec{n}} \xrightarrow[\vec{n}\to\vec{n}'=R\vec{n}]{\vec{m}\to\vec{m}'=R\vec{m}} \mathcal{L}'_{kin} = \frac{\vec{n}'\cdot[(\vec{m}'+\vec{m}_s')\times D_0(\vec{m}_s')]}{1+(\vec{m}'+\vec{m}_s')\cdot\vec{n}'} = \frac{R\vec{n}\cdot[R(\vec{m}+\vec{m}_s)\times RD_0\vec{m}_s]}{1+R(\vec{m}+\vec{m}_s)\cdot R\vec{n}} =$

$= \frac{R\vec{n}\cdot R[(\vec{m}+\vec{m}_s)\times D_0\vec{m}_s]}{1+R(\vec{m}+\vec{m}_s)\cdot R\vec{n}} = \frac{\vec{n}\cdot[(\vec{m}+\vec{m}_s)\times D_0\vec{m}_s]}{1+(\vec{m}+\vec{m}_s)\cdot\vec{n}} = \mathcal{L}_{kin}$, т.е. инвариантность $\mathcal{L}_{kin}$ очевидна.

Здесь $D_\mu(R\vec{m}_s) = RD_\mu(\vec{m}_s)$ и $\vec{n}' = R\vec{n}$ - вверху. Для справки $\vec{a}\cdot(R\vec{b}) = (R^{-1}\vec{a})\cdot\vec{b}$

$\mathcal{L}'^{(\vec{m}')}_{kin} = \gamma(\vec{m}')\vec{n}'\cdot[\vec{m}'\times D_0\vec{m}'] = \gamma(R\vec{m})(R\vec{n})\cdot[R\vec{m}\times D_0(R\vec{m})] \overset{(R^T=R^{-1})}{=} [1+R\vec{n}\cdot R\vec{m}]^{-1}\times$

$\times(R\vec{n})\cdot[R\vec{m}\times RD_0(\vec{m})] = [1+\vec{n}\cdot\vec{m}]^{-1}(R\vec{n})\cdot R[\vec{m}\times D_0(\vec{m})] = [1+\vec{n}\vec{m}]^{-1}\vec{n}\cdot[\vec{m}\times D_0\vec{m}] = \mathcal{L}_{kin}(\vec{m})$,

т.к. $D_0(R\vec{m}) = RD_0(\vec{m})$. $\mathcal{L}'_{kin}(\vec{m}') = \mathcal{L}_{kin}(R\vec{m}) = \mathcal{L}_{kin}(\vec{m})$ если $D_0(R\vec{m}) = RD_0\vec{m}$.

т.е. $\mathcal{L}_{kin}$ можно считать в новой орто. системе координат, но $\vec{n}\,\vec{m}\,\vec{m}_s$ брать в одной этой системе координат.

$\hat{z}\times\vec{m} = (\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta)\times(\hat{r}) = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\Phi} \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \sin\theta\hat{\Phi}$, $\vec{m}_s\cdot(\hat{z}\times\vec{m}) = \sin\theta(\vec{m}_s)_\varphi$

$\vec{m}_s = \dot{e}\hat{\theta} + \sin\theta\psi\hat{\Phi}$

В коорд. xyz $\vec{m}_s = \hat{x}\left[-\psi\sin\Phi\sin\theta + \dot{e}\cos\theta\cos\Phi\right] + \hat{y}\left[\cos\Phi\sin\theta\dot{\psi} + \sin\Phi\cos\theta\dot{e}\right] + \hat{z}\left[-\sin\theta\dot{e}\right]$

$\dot{\vec{m}}_s = \hat{x}[\ldots]$. $\vec{m}_s^2 = e^2 + \sin^2\theta\psi^2$, $\frac{d}{dt}\vec{m}_s^2 = 2e\dot{e} + \sin2\theta\dot{\theta}\psi^2 + \sin^2\theta 2\psi\dot{\psi} = 2\vec{m}_s\dot{\vec{m}}_s$

$2(\dot{e}\hat{\theta} + \sin\theta\dot{\psi}\hat{\Phi})(\dot{m}_{s\theta}\hat{\theta} + \dot{m}_{s\varphi}\hat{\Phi}) = 2e\dot{m}_{s\theta} + 2\sin\theta\psi\dot{m}_{s\varphi} = 2e\ddot{e} + \sin2\theta\dot{\theta}\psi^2 + 2\sin\theta\psi\dot{\psi}$

$\dot{m}_{s\theta} = \ddot{e}$, $\dot{m}_{s\varphi} = \cos\theta\dot{\theta}\psi + \sin\theta\dot{\psi} = \frac{d}{dt}(\psi\sin\theta)$, $(\hat{z}\times\vec{m})\dot{\vec{m}}_s = \sin\theta\frac{d}{dt}(\psi\sin\theta)$

$(\hat{z}\cdot\vec{m}_s) = e(\hat{z}\hat{\theta}) + \sin\theta\psi(\hat{z}\cdot\hat{\Phi}) = e(-\sin\theta) = -\sin\theta e$.

$\mathcal{L}^{int}_{kin} = \gamma(\vec{m})(\hat{z}\times\vec{m})\cdot\dot{\vec{m}}_s^{\,0} + \gamma(\vec{m})A_0^e(\hat{z}\cdot\dot{\vec{m}}_s) = \gamma(\vec{m})\sin\theta\frac{d}{dt}(\psi\sin\theta) - \gamma(\vec{m})A_0^e\sin\theta e$

$\gamma(\vec{m}) = [1+\cos\theta]^{-1}$. / θ x'y'z' $\mathcal{L}^{kin}_{int} = \vec{C}'(\vec{m}')\cdot D_0\vec{m}_s' = \vec{C}'\cdot[\partial_0\vec{m}_s' - A_0^e\vec{m}'\times\vec{m}_s']$

$\vec{C}'\cdot(\vec{m}'\times\vec{m}_s') = \gamma(\vec{m}')(\hat{z}\times\vec{m}')\cdot(\vec{m}'\times\vec{m}_s')$. $(\hat{z})' = R\hat{z}$ - комп. $\hat{z}$ в x'y'z' с oz' || $\vec{m}$

$(\hat{z})' = R\hat{z} = \cos\theta\hat{r} - \sin\theta\hat{\theta}$, $\vec{C}'\cdot(\vec{m}'\times\vec{m}_s') = \gamma(\vec{m}')[(\hat{z})'\times\vec{m}']\cdot(\vec{m}'\times\vec{m}_s') = \gamma(\vec{m}')\Big[(\hat{z})'\vec{m}'(\vec{m}'\vec{m}_s') -$

$-(\hat{z})'\vec{m}_s'(\vec{m}'\vec{m}')\Big] = -\gamma(\vec{m}')(\hat{z})'\cdot\vec{m}_s' = -\gamma(\vec{m}')[\cos\theta\hat{r} - \sin\theta\hat{\theta}]\cdot[\dot{e}\hat{\theta} + \sin\theta\dot{\psi}\hat{\Phi}] =$ "

$= \gamma(\vec{m}')\sin\theta\dot{e}$; $\mathcal{L}^{kin}_{int} = \vec{C}'\cdot\partial_0\vec{m}_s' - A_0^e\vec{C}'\cdot(\vec{m}'\times\vec{m}_s') = \vec{C}'\cdot\partial_0\vec{m}_s' - A_0^e\gamma(\vec{m}')\sin\theta\dot{e}$

$\vec{C}'\cdot\partial_0\vec{m}_s' = \gamma(\vec{m}')[(\hat{z})'\times\vec{m}']\cdot\dot{\vec{m}}_s' = \gamma(\vec{m}')\begin{vmatrix} 0 & \dot{m}_{s\theta} & \dot{m}_{s\varphi} \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \gamma(\vec{m}')\sin\theta\dot{m}_{s\varphi} =$

$= \gamma(\vec{m}')\sin\theta\frac{d}{dt}(\psi\sin\theta)$

$\mathcal{L}^{int}_{kin} = \gamma(\vec{m}')\sin\theta\frac{d}{dt}(\psi\sin\theta) + \gamma(\vec{m}')(1-\cos\theta)\dot{\Phi}\sin\theta\dot{e}$.

$\vec{m}'\cdot(\hat{z})' = \hat{r}\cdot(\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta) = \cos\theta$, $\gamma(\vec{m}') = [1+\cos\theta]^{-1}$. Вид $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ не изменился..

Может от $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ (прост) $= (1-\cos\theta)\dot{\psi} + \sin\theta\dot{\Phi}\dot{e}$. Надо $A_0^e = -(1-\cos\theta)\dot{\Phi}$ чтоб $\theta = \pi/2$ из-за совпадения.

$\Delta\mathcal{L}^{int}_{kin} = \left[(1-\cos\theta)\dot{\psi} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{1+\cos\theta}\psi\dot{\theta} + tg^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\dot{\Phi}\dot{e}\right] - \left[(1-\cos\theta)\dot{\psi} + \sin\theta\dot{\Phi}\dot{e}\right] = \mathcal{L}^{dir}_{kin} - \mathcal{L}^{dir}_{kin} =$

$= tg\frac{\theta}{2}\cos\theta\psi\dot{\theta} + (tg^2\frac{\theta}{2} - 1)\sin\theta\dot{\Phi}\dot{e} = tg\frac{\theta}{2}\cos\theta\left[\psi\dot{\theta} - 2\dot{\Phi}\dot{e}\right]$, здесь $\theta\to\theta_0$, т.к. $\psi\dot{\theta}, \dot{\Phi}\dot{e} \sim \dot{\chi}\vec{m}_s^2$

$-\cos\theta\dot{\psi} = \frac{d}{dt}(-\cos\theta\psi) - \psi\sin\theta\dot{\theta} \to \mathcal{L}^{kin}_{int}(\text{дин}) = \sin\theta\dot{\Phi}\dot{e} - \sin\theta\psi\dot{\theta} = \sin\theta[\dot{\Phi}\dot{e} - \psi\dot{\theta}]$ -

на этом пути, видно $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ отличается и $A_0^e = (\cos\theta - 1)\dot{\Phi}$, отсюда $A_0^e = (1-\cos\theta)\partial_0\Phi$.

$A_\mu^e = (A_0^e, \vec{A}^e)$, $\vec{A}^e = (1-\cos\theta)\nabla\Phi$, но $A_0^e = -(1-\cos\theta)\dot{\Phi}$ из-за $\theta\to\pi/2$.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Если ковект. $\partial_0 = -\partial/\partial t$ и $A_\mu = (-A_0, \vec{A})$, то производные будут контра- и ковариантные comp

Contravar. components $A^\mu = (A^0, \vec{A})$, covar. components $A_\mu = (A_0, -\vec{A})$, $A_\mu A^\mu = g_{\mu\nu} A^\mu A^\nu = A_0^2 - \vec{A}^2$

$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ не зависит от времени $A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu$, $A^\mu = g^{\mu\nu} A_\nu$ (Landau-Lifshitz, vol 2)

$x^\mu = (ct, \vec{r})$, $x_\mu = (ct, -\vec{r})$. $\frac{\partial \varphi}{\partial x^\mu} = \partial_\mu \varphi = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t}, \nabla\varphi\right)$ – covariant components of 4-x vector

$\frac{\partial}{\partial x^\mu} = \partial_\mu = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \partial_a\right) = (\partial_0, \partial_a)$ – covariant vector, $a = x, y, z$

$\partial_\mu A^\mu = \partial_0 A^0 + \partial_a A^a = \frac{1}{c}\frac{\partial A^0}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{A}$ – scalar. $\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu}$, $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$.

Для эл.м. поля $A^\mu = (\varphi, \vec{A})$, $A_\mu = (\varphi, -\vec{A})$.

Gauge invariance ($A^\mu \to A'^\mu$) $A_\mu \to A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu f$, $\vec{A} \to \vec{A}' + \nabla f$, $\varphi \to \varphi' = \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}$,

$\nu_3 - 3$ $\partial_\mu f$ – covariant vector.

El.m. field tensor $F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ – covariant.

$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}$; $F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -H_z & H_y \\ E_y & H_z & 0 & -H_x \\ E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}$ – contravariant

cov. ($g_{\mu\nu}$ – Minkowski.

Momentum $P^\mu = \left(\frac{1}{c}E_{kin} + \frac{e}{c}\varphi, \vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}\right)$

$S_{mf} = -\frac{e}{c}\int dx^\mu A_\mu = \int dt \left[-\frac{e}{c}\dot{x}^\mu A_\mu\right]$ – particle – el.m. field interaction.

Maxwell eqs $\partial_\mu F^{\nu\mu} = -\frac{4\pi}{c} j^\nu$, $j^\mu = (c\rho, \vec{j})$, $\partial_\mu j^\mu = 0$.

$E_j = F_{0j} = \partial_0 A_j - \partial_j A_0 = -\partial_0(\vec{A})_j - \partial_j A_0$, т.к. covariant $A_\mu = (A_0, -\vec{A}) = (\varphi, -\vec{A})$

$\partial_\mu = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x^a}\right)$ – covariant components.

Если $E_j = (F_{j0})(-1) = -\left[\partial_j A_0 - \partial_0 A_j\right] = \partial_0 A_j - \partial_j A_0 = -\nabla_j \varphi - \partial_0(\vec{A})_j - \partial_j A_0$

$E_j = F_{j0} = \partial_j A_0 - \partial_0 A_j$ можно $A_0 = -\varphi$, $A_j = (\vec{A})_j$, т.е. $A_\mu = (-\varphi, \vec{A})$. Если брать

$\partial_\mu = (\partial_0, \partial_a)$, то $A_\mu = \pm(\varphi, -\vec{A})$ не изменится, тж. хотим $E_j = -\partial_j \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t}$, и "+", и "-"

$B_3 = (\operatorname{rot}\vec{A})_3 = \partial_x A_y - \partial_y A_x = F_{xy} = \sin\theta\left(\partial_r\theta\partial_\varphi\varphi - \partial_\varphi\theta\partial_r\varphi\right) = \sin\theta\left(\nabla\theta \times \nabla\varphi\right)_z =$

$= \sin\theta \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ \theta'_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \end{vmatrix} = \sin\theta \frac{1}{\rho}\theta'_\rho$, $B_z = \int 2\pi\rho \frac{\sin\theta\,\theta'_\rho}{\rho} = 2\pi\int d\rho \sin\theta(\rho)\frac{d\theta}{d\rho} = -2\pi\cos\theta\Big|_0^R =$

$= 2\pi\left[\cos\theta(0) - \cos\theta(R)\right] = 2\pi(+1) > 0$

По знаку $\vec{G}$ $(p=+1, q=+1)$ определяется знак $\vec{A}^e$. $p=+1$

~~Осевая~~ матрица $\partial_\mu = (\partial_0, \partial_a)$, $\partial_0 = \frac{1}{c}\partial/\partial t$ и $A_\mu = (A_0, \vec{A})$, будет $A_0 = -\varphi$ и $\vec{E}$ – emergent.

Bleam flux $\Phi_0 = \frac{hc}{e}$ quantum. $\frac{M_S}{\gamma} = \frac{M_S \hbar}{g\mu_B} = \frac{M_S \hbar}{g(e\hbar/2mc)} = M_S \frac{2mc}{ge}$. $M_S = g\mu_B S \frac{1}{V}$

$\frac{M_S}{\gamma} = \frac{1}{V}\frac{g\mu_B S}{g\mu_B}\hbar = \frac{S\hbar}{V}$. Возможно ли e – mag. texture interaction s-d model, если у нас V-SW не кубо

(Если проверить Gauge-field)

1/XI 15г

8/XI ~~План работ~~ (см. 19/VIII):

1) Конфер. Ф→Е, Зомерфельд университет "Santander"
2) Отв. Гастура Mag Lett по Sk-MDD" paper
3) Контракт postdoc Аранчха по Sk-MEC project, info о postdoc Stipend-Volkov (Juande Galicia)
4) RTNSA papers reviewing (12 papers) – кудда publish? Сыромят JMMM-Bader
5) Papers с тиаб: 1) artificial Sk-lattices Copt/Py; 2) Vortex-SW dyn. thick dot-Verba sim.
6) Skyrmion dynamics: a) Gauge field → PRL; b) интерф. на Bath-SW→M; c) IMI-Skyrmion dyn. с Бухрай; d) тм-skyrm. dot
7) ~~Доклад UMC 2015, Nijmegen, conf. fees~~
8) ~~Отдать GA, PA to Ivanchuk~~, рам. карандаш у Ивановой meeting Casa de Talento – 13/XI, 11:00
9) ~~Отправить реф. Bouzehy~~, Бицер-Муравьевич – Sk-chains – 30/XI (посл. papers)
10) ~~Проверить Credit Cards и Bankia~~, Sci. Reports duties
11) RISE-MagIC Бицер ко мне Nov. Dec. 2015 и Jan.-June'2016, мой Бицер в тнов-2016 (?)
12) ~~Sci. Reports Editor activity~~, ~~Orbea Fabrik~~, ~~Ikerbasque отпуск (до Nov. 3)~~
13) Написать отч. paper или 3 в domain paper по CoP of thick Py dot (тм-тм) (March, July-Aug 2014).
14) Закончить (Figs) и submit to JMMM Vortex-review.
15) My CV, Refs, Conf. для Julian's grant appl., узнать Euskadi-Aquitania grants
16) Renew PRB-Fries, отпуск Madrid-trip one.
17) SW in multilayers Gd/Fe с Вас. Ray. тем.

Escaneado con CamScanner

Mean conferences, workshop, seminars for 2016:

1) RISE grant workshop, April 2016 → June 2016 (16-17/VI) — Report on grant activity (Arantxa)

2) EMSA, Torino, Italy, July 12-15, 2016
Abs. go Feb. 1, 2016. Reg. fee go 27/V - 450€

3) JEMS'16, Glasgow, U.K., Aug. 22-26, 2016 — accepted
Abs. go March 18. Reg. fee -
3 mpocuro U.K. visa

4) Solid Compounds of Transit, Elements — accepted oral
Zaragoza, Apr. 11-15, 2016
Abs. go 17 Jan. 2016, Reg. fee 320€ go Feb. 20, 2016 — canceled

5) NanoSpain, Logroño, Spain, March 15-18, 2016
Abs. go Feb. 1, 2016. Reg. fee 360€ + IVA go Feb. 19

6) Int. Workshop Magn. Supercond. at Nanoscale, Coma-ruga, July 4-7, 2016, Reg. fee 150€
Abs. go Apr. 30, 2016

7) Jurmala, Baltic Spin 2016 — 2 invited
9-13 Aug. 2016, Latvia, Conf fee 300€ — Skyrmions, Mv thick dot

8) ICSM'2016, Fethiye, Turkey, 24-30 Apr. 2016 — invited
Abs. p. 62. (presented by G. Kakazei)

9) Sol-SkyMag 2016, June 26-30, 2016 — poster — Simul. Skyrmion dynamics (Michael)
San Sebastian, Spain

10) MMM, New Orleans, U.S.A., Oct. 31 - Nov. 4, 2016 — oral — Artificial Sk in Py/CoPd films; oral — SW in thick vortex dots

φ-Skyrmion MPD (9)
φ-Skyrmion - SW
Vortex cluster dyn. APEX (1)
Eff. vortex damping (1)
Giant vortex mass (2)
Skyrmion gyromodes
Gauge fields

Escaneado con CamScanner

Sk - dynamics

(X) Расчет SW over skyrmion-background с DMI, нова бел magnetostatics. Также цитируемые см. Lin-Batista PRB 2014, Schütte PRB 2014, Ch PRB 2015, которые дают аналитич. УД переходим к simulations // (0) Вся модель и DMI SK-dynamics:

1) учет DMI в лаб. как в 8/X ; 2) учет DMI as gauge field – Li PRB'14, Ch ARB'15.

$\vec{m} = m_r \hat{r} + m_\theta \hat{\theta} + m_\varphi \hat{\varphi}$, $\vec{m}_0 = (1,0,0)$, $\delta\vec{m} = \vec{m}_s = (0, \varepsilon\varepsilon, \psi\sin\theta)$

$(\vec{m}_0 \cdot \mathrm{rot}\vec{m}_0) = \hat{r}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}_0 = \frac{1}{r}$. $\mathrm{rot}\vec{m}$ с ∂_μ в $\hat{r}$-проекции. А $\vec{m}'$ с $\hat{r}=\hat{m}$ в $\vec{m}'$-пространстве.

$w_D = (\vec{m}'\cdot\mathrm{rot}\vec{m}') = \theta_s' \sin(\Phi-\varphi) - \frac{1}{s}\theta_\varphi' \cos(\Phi-\varphi) + \sin\theta\cos\theta\left[\Phi_s' \cos(\Phi-\varphi) + \frac{1}{s}\Phi_\varphi' \sin(\Phi-\varphi)\right]$, $\vec{s}(s,\varphi)$ – cyl. coord

Вводим SW : $\theta = \theta_0 + \varepsilon\varepsilon$, $\Phi = \varphi + \frac{\pi}{2} + \psi$. $\cos(\Phi-\varphi) = -\psi$, $\sin(\Phi-\varphi) = \sin(\frac{\pi}{2}+\psi) =$ Black

сделаем разложение в $\sin(\Phi-\varphi) = O(\psi^2)$ 8/X; пренебрежем. Надо $\sin(\Phi-\varphi) = 1-\psi^2/2$. $= \cos\psi = 1-\psi^2/2$.

$w_D = \frac{\delta w_0}{\delta\theta}\cdot s - \sin(\Phi-\varphi) = \cos2\theta\left[s\Phi_s' \cos(\Phi-\varphi) + \Phi_\varphi' \sin(\Phi-\varphi)\right] - s\Phi_s' \cos(\Phi-\varphi) - \sin(\Phi+\varphi)\left[\Phi_\varphi' - 1\right]\cdot\sin(\Phi-\varphi) =$

$= \cos2\theta\left[s\frac{\partial\psi}{\partial s}(-\psi) + \left(1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)(1-\psi^2/2)\right] - s\frac{\partial\psi}{\partial s}(-\psi) - (1-\psi^2/2)\left(1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right) = (\cos2\theta - 1)\left(1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)(1-\frac{\psi^2}{2}) =$

$= \left[\cos2\theta_0(1-2\varepsilon\varepsilon^2) - 2\varepsilon\varepsilon\sin2\theta_0\right]\left[1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right] = \left|g_0 \text{ min. } \varepsilon\varepsilon,\psi\right| = \left[\cos2\theta_0 - 1 - 2\varepsilon\varepsilon\sin2\theta_0\right]\left(1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right) =$

$= (\cos2\theta_0 - 1) - 2\varepsilon\varepsilon\sin2\theta_0 + \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}(\cos2\theta_0 - 1)$. $\varepsilon\varepsilon^0, \psi^0$ в $\frac{\delta F_D}{\delta\theta}$ зависят $\varepsilon\varepsilon,\psi$-члены в $F_D = sw_D$ – энергия, т.е. они входят в equilibrium equations. $\frac{\delta W}{\delta m} = 0$.

Учтем $\varepsilon\varepsilon,\psi$ в $\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = -2\varepsilon\varepsilon\sin2\theta_0 + \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}(\cos2\theta_0 - 1)$

$\frac{\delta F_D}{\delta\Phi} = s\frac{\delta w_D}{\delta\Phi} - \frac{\partial w_D}{\partial\Phi_s'} = \left|\text{см. в/Х}\right| = -\theta_0'\psi s + \left(0+\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi}\right)\left(1-\frac{\psi^2}{2}\right) + s\sin\theta\cos\theta\left[-\frac{\partial\psi}{\partial s} + \frac{1}{s}\left(1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)\cdot(-\psi)\right] -$

$- s\frac{\partial}{\partial s}\left[\sin\theta_0\cos\theta_0(-\psi)\right] - \frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\sin\theta\cos\theta\left(1-\frac{\psi^2}{2}\right)\right] - \sin\theta\cos\theta(-\psi) = -s\theta_0'\psi + \frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} +$

$+ s\sin\theta_0\cos\theta_0\left[\frac{\partial\psi}{\partial s} + \frac{\psi}{s}\right](-1) + s\frac{\partial}{\partial s}\left[\sin\theta_0\cos\theta_0\psi\right] - \frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\sin\theta\cos\theta\right] + \sin\theta_0\cos\theta_0\psi = -s\theta_0'\psi +$

$+ \frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - s\frac{1}{2}\sin2\theta_0\left[\frac{\partial\psi}{\partial s} + \frac{\psi}{s}\right] + \frac{1}{2}s\frac{\partial}{\partial s}\left[\sin2\theta_0\cdot\psi\right] - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{1}{2}\left[\sin2\theta_0 + 2\varepsilon\varepsilon\cos2\theta_0\right] + \frac{1}{2}\sin2\theta_0\cdot\psi =$

$= -s\theta_0'\psi + \frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - \frac{1}{2}\sin2\theta_0\left[s\frac{\partial\psi}{\partial s} + \psi\right] + \frac{1}{2}s\left[2\cos2\theta_0\cdot\psi\theta_0' + \sin2\theta_0\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s}\right] - \cos2\theta_0\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} + \frac{1}{2}\psi\sin2\theta_0 =$

$= s\psi\theta_0'(\cos2\theta_0 - 1) + \frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi}(1-\cos2\theta_0) = (1-\cos2\theta_0)\left[\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - s\psi\theta_0'\right]$. $F_D = sw_D = D(\vec{m}'\cdot\mathrm{rot}\vec{m}')$

$$\begin{cases} \frac{1}{D}\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = -2\varepsilon\varepsilon\cdot2\sin\theta_0\cos\theta_0 + \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}(-1)\,2\sin^2\theta_0 = -2\sin\theta_0\left[\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\sin\theta_0 + 2\varepsilon\varepsilon\cos\theta_0\right] = 2\sin\theta_0\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} - 2\varepsilon\varepsilon\sin2\theta_0 \\ \frac{1}{D}\frac{\delta F_D}{\delta\varphi} = 2\sin^2\theta_0\left[\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - s\theta_0'\psi\right] = 2\sin\theta_0\left[\sin\theta_0\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} + s\theta_0'\mu\right] \end{cases}$$, $\mu = -\sin\theta_0\psi$, $\frac{2D}{dM_s^2} = d = \frac{D}{A}$.

Добавка DMI в УД: $+\frac{1}{\gamma dM_s}\dot{\varepsilon\varepsilon} = -\frac{1}{dM_s^2}\frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\delta W}{\delta\varphi} = (\text{old}) - \frac{1}{dM_s^2}\frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\delta F_D}{\delta\varphi} = (\text{old}) - \frac{D}{dM_s^2}\cdot2\left(\sin\theta_0\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} + s\theta_0'\mu\right)$, $\cos\to$ DMI

$\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_0\dot{\psi} = -\frac{M_s}{\gamma}\dot{\mu} = \frac{\delta W}{\delta\theta}$; $-\frac{1}{\gamma dM_s}\dot{\mu} = \frac{1}{dM_s^2}\frac{\delta W}{\delta\theta} = (\text{old}) + \frac{1}{dM_s^2}\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = (\text{old}) + \frac{D}{dM_s^2}\cdot2\left[\sin\theta_0\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} - \varepsilon\varepsilon\sin2\theta_0\right]$

$\frac{1}{\gamma dM_s}\dot{\varepsilon\varepsilon} = -\nabla^2\mu + \left[-(\theta_0')^2 + \left(\varkappa+\frac{1}{s^2}\right)\cos^2\theta_0\right]\mu + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - \frac{1}{dM_s^2}\frac{\delta w_D}{\delta\Phi}\frac{1}{\sin\theta_0}$ Хирал. DMI

Надо $F_D \to \frac{1}{s}F_D$ в УД?

В УД надо $\frac{\delta w_D}{\delta\theta}$, $\frac{\delta w_D}{\delta\Phi}$. $\frac{\delta w_D}{\delta\theta} = \frac{1}{s}\left[\frac{\delta F_D}{\delta\theta} + \sin(\Phi-\varphi)\right] = \frac{1}{s}\left[\frac{\delta F_D}{\delta\theta} + 1\right] \to \frac{1}{s}\frac{\delta F_D}{\delta\theta}$, т.к. (1) помен в equil. eq.

$\frac{\delta w_D}{\delta\Phi} = \frac{1}{s}\left[\frac{\delta F_D}{\delta\Phi} + \frac{\partial w_D}{\partial\Phi_s'}\right] = \frac{1}{s}\left[\frac{\delta F_D}{\delta\Phi} - \sin\theta_0\cos\theta_0\psi\right] = \frac{1}{s}\left[2\sin^2\theta_0\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} + 2s\theta_0'\sin\theta_0\mu + \cos\theta_0\mu\right] =$

$= \frac{1}{s}\frac{\delta F_D}{\delta\Phi} + \frac{1}{s}\cos\theta_0\mu$ или $= \frac{1}{s}\frac{\delta F_D}{\delta\Phi}$?

$\frac{1}{\gamma dM_s}\dot{\varepsilon\varepsilon} = -\nabla^2\mu + \left[-(\theta_0')^2 + \left(\varkappa+\frac{1}{s^2}\right)\cos^2\theta_0 - \frac{d}{s}\sin\theta_0\cos\theta_0\right]\mu + 2\frac{\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - \frac{d}{s}\left(\sin\theta_0\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} + s\theta_0'\mu\right) - \frac{d}{2s}\cos\theta_0\mu$

$$\begin{cases} \frac{1}{\gamma dM_s}\dot{\varepsilon\varepsilon} = -\nabla^2\mu + \left[-(\theta_0')^2 + \left(\varkappa+\frac{1}{s^2}\right)\cos^2\theta_0 - \frac{d}{s}\sin\theta_0\cos\theta_0\right]\mu + 2\frac{\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} - \frac{d}{s}\left(\sin\theta_0\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} + s\theta_0'\mu\right) \\ -\frac{1}{\gamma dM_s}\dot{\mu} = -\nabla^2\varepsilon\varepsilon + \left(\varkappa+\frac{1}{s^2}\right)\cos2\theta_0\,\varepsilon\varepsilon - 2\frac{\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} + \frac{d}{s}\left[\sin\theta_0\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} - \varepsilon\varepsilon\sin2\theta_0\right] \end{cases}$$ УД без анизотропного слагаемого

$\left(-i\nabla - \vec{A}\right)^2\Psi = -\nabla^2\Psi + 2i\vec{A}\cdot\nabla\Psi + \vec{A}^2\Psi$, $\Psi = \varepsilon\varepsilon - i\mu = \varepsilon\varepsilon + i\sin\theta_0\psi$, Поэтому $d\frac{\partial\mu}{\partial\varphi}$, $d\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi}$ из-за DMI входят в gauge $\vec{A}$.

$\Psi(s,t) = a(s)\cos(m\varphi - \omega t)$, $\delta\vec{m}(s,t) = b(s)\sin(m\varphi - \omega t)$. $\nabla^2 = \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left(s\frac{\partial}{\partial s}\right) + \frac{1}{s^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$

$$\begin{cases} \frac{w}{\gamma dM_s}a = -\nabla_s^2 b + \frac{m^2}{s^2}b + \left[-(\theta_0')^2 + \left(\varkappa+\frac{1}{s^2}\right)\cos^2\theta_0 - \frac{d}{s}\sin\theta_0\cos\theta_0\right]b - \frac{2m\cos\theta_0}{s^2}a - \frac{d}{s}\left[-m\sin\theta_0 a + s\theta_0' b\right] \\ \frac{w}{\gamma dM_s}b = -\nabla_s^2 a + \frac{m^2}{s^2}a + \left(\varkappa+\frac{1}{s^2}\right)\cos2\theta_0\,a - \frac{2m\cos\theta_0}{s^2}b + \frac{d}{s}\left[m\sin\theta_0 b - \sin2\theta_0 a\right] \end{cases}$$

уравнение равновесия: $\nabla_s^2\theta_0 = \frac{1}{2}\left(\varkappa+\frac{1}{s^2}\right)\sin2\theta_0 + \frac{d}{s}\sin^2\theta_0$, $\varkappa = K/A$, $d = D/A$.

Escaneado con CamScanner

Если $\Theta_0 = 0, \pi$ тип DW – Sk, то $\left\{ \frac{\omega}{\nu M_s} a = -\nabla_s^2 b + \frac{m^2}{s^2} b + \left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right) b - \frac{2m}{s^2} \cos\Theta_0 a \right\}$ т.е. вычисление DM
$\left\{ \frac{\omega}{\nu M_s} b = -\nabla_s^2 a + \frac{m^2}{s^2} a + \left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right) a - \frac{2m}{s^2} \cos\Theta_0 b \right\}$ не влияет на УД
в приближении $\Theta_0 = 0$, (см. УД – 2/2)

2ск profile

и есть симметр. решение $a = b$, $a_m(s) = b_m(s) = J_{m+1}(ks)$ с частотой $\frac{\omega}{\nu} = H_a + d$

ω ↗ при $k \to k_n = d_n/R$, $J_{m+1}(d_n) = 0$ – strong pinning.

Симм. решения $a = b$ при $\Theta_0 = 0, \pi$, $\varphi_0 = \varphi + \pi/2$ – это azimuthal $(m \neq \pm 1)$ и radial $(m = \pm 1)$

над Sk – ground state (0 type) – $\cos\Theta_0$ (1 type) – тип DW

$\hat{\theta} \to \hat{x}$, $\hat{\varphi} \to \hat{y}$, $m_\pm = e^{i\theta} - i\varphi \to e\hat{x} - i\hat{y}$ с $m_z = \pm 1$

Симм. систему УД для θ, ψ без DMI, но с магнитостатикой, а решение Sk/V. H_z нельзя вкл.

Для 1 SD дает $m_z = m_y + i m_y = e^{i\varphi} e^{i\varphi_0}$, φ_0 – ось undefinite. Для Sk $\varphi_0 = \varphi + \frac{\pi}{2}$ далее при $\Theta_0 \to$

Решение Sk с $J_{m-1}(ks)$ при $V_m(s) = 0$ (Sk-potential) нашел 'Schittle' PRB '14.

DMI не дает вклада, т.к. $W_m = \frac{1}{2} \vec{H}_m \vec{M}$ дает в SW ось Sk in tot, т.е. $\omega/\gamma = H_a + dM_s k^2$

можно считать частоты SW сф ω-функции Gus' Mag Lett. '15 при $\delta_{DW} \to 0$.

Если отклоняться от $\Theta_0 = 0, \pi$, то DMI будет давать вклад и в ω_{mn} и δH_{mn} – СФ

Если приближение $\Theta_0 = \begin{cases} \pi s/R_c, & s < R_c \\ \pi, & s > R_c \end{cases}$ – более реалистичное.

$\cos\Theta_0 = \cos(\pi s/R_c)$ $\sin\Theta_0 = \sin(\pi s/R_c)$, при $s \ll R_c$, $s \geq R_c$ остается $a = b + \frac{\omega}{\gamma} = H_a + dM_s$

→ Видно $\alpha = \Theta_0'$, $\mu = \sin\Theta_0/s$ (см. наблюдат.) собств. функции TM с $m = \pm 1$.

$\frac{\nabla^2(\sin\Theta_0)}{\sin\Theta_0} = -(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0 \nabla^2\Theta_0 = |\text{уравн. усова}| = -(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0 \frac{1}{s^2}\sin\Theta_0\cos\Theta_0 =$

$= \frac{1}{s^2}\cos^2\Theta_0 - (\Theta_0')^2 = |\text{уравн. усова}| = \frac{1}{s^2}\cos^2\Theta_0 - \left(\frac{1}{s}\sin\Theta_0\right)^2 = \frac{1}{s^2}\cos 2\Theta_0$ позво

сделать симметричными exch. terms в УД для α, μ. $\varkappa \neq 0$, $d \neq 0$ меняют.

УД $\left\{ \frac{\omega}{\nu} a = -\nabla_s^2 b + \frac{m^2}{s^2} b + \left[-(\Theta_0')^2 + \left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right)\cos^2\Theta_0 - d\left(\frac{1}{s}\sin\Theta_0\cos\Theta_0 + \Theta_0'\right)\right] b - \frac{m}{s}\left[\frac{2\cos\Theta_0}{s} - d\sin\Theta_0\right] a \right\}$

$\left\{ \frac{\omega}{\nu} b = -\nabla_s^2 a + \frac{m^2}{s^2} a + \left[\left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right)\cos 2\Theta_0 - \frac{d}{s}\sin 2\Theta_0\right] a + \frac{m}{s}\left[\frac{2\cos\Theta_0}{s} - d\sin\Theta_0\right] b \right\}$ DMI в ск-ве

(10/X) Влияет ли урав $d = D/A$ (DMI) и расположение Sk-функции TM? (Сильная СФ at $s =$ нет

$\frac{\partial m_+}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)(m_x + i m_y) = \frac{1}{2} \operatorname{div}\vec{m} + \frac{1}{2} i (\operatorname{rot} m)_z$. Sk-SW при $\Theta_0 = 0, \pi$

При $\Theta_0 = 0, \pi$ – DW и $a = b$ УД: $a'' + \frac{1}{s} a' + \left[\frac{\omega}{\nu} + \frac{m^2}{s^2} - \varkappa - \frac{1}{s^2} + \frac{2m}{s^2}\cos\Theta_0\right] a(s) = 0$, $\cos\Theta_0 = \begin{cases} 1, & s \\ -1, & s \end{cases}$

$a'' + \frac{1}{s} a' + \left[\frac{\omega}{\nu} - \varkappa - \frac{1}{s^2}(m \mp 1)^2\right] a = 0$, $(m-1)$ при $s \leq R_c$ и $(m+1)$ при $s > R_c$.

Т.е. $a(s) = J_{m-1}(s)$, $N_{m-1}(s)$ при $s \leq R_c$ и $a(s) = J_{m+1}(s)$, $N_{m+1}(s)$ при $s > R_c$.

Неймана функции $N_n(x)$ сингулярны при $x \to 0$: $N_0(x) \simeq \frac{2}{\pi}\ln x$, $N_n(x) = -\frac{(n-1)!}{\pi}$

При $s \leq R_c$ $a_-(s) = \beta J_{m-1}(ks)$ + normalization to 1; при $s > R_c$ $a_+(s) = C_1 J_{m+1}(ks) +$

Сильная при $s = R_c$, $a_-(R_c) = a_+(R_c)$, $a_-'(R_c) = a_+'(R_c)$ – для + $C_2 N_{m+1}(ks)$

уравнения to find C_1, C_2. $\left\{ \begin{array}{l} C_1 J_{m+1}(kR_c) + C_2 N_{m+1}(x) = J_{m-1}(x)\beta \\ C_1 J'_{m+1}(x) + C_2 N'_{m+1}(x) = \beta J'_{m-1}(x) \end{array} \right\}$ $x = kR_c$.

Связь C_1 и C_2 из $a_+(R) \neq 0$

$a_+(R) = C_1 J_{m+1}(kR) + C_2 N_{m+1}(kR) = 0$, $C_1/C_2 = -N_{m+1}(kR)/J_{m+1}(kR)$, $kR = kR_c\frac{R}{R_c}$

$(C_1/C_2) J_{m+1}(x) + N_{m+1}(x) = (\beta/C_2) J_{m-1}(x)$ и $(C_1/C_2) J'_{m+1}(x) + N'_{m+1}(x) = (\beta/C_2) J'_{m-1}(x)$

Оба выражения для β/C_2 должны совпадать, что дает $F(x) = \left(\frac{\beta}{C_2}\right) J_{m-1}(x)$, $F'(x) = \frac{\beta}{C_2} J'_{m-1}(x)$

$\frac{F(x)}{J_{m-1}(x)} = \frac{F'(x)}{J'_{m-1}(x)}$, $F(x) J'_{m-1}(x) = F'(x) J_{m-1}(x)$, где $F(x) = \left(\frac{C}{C_2}\right) J_{m+1}(x) + N_{m+1}(x)$ и

$(C/C_2) = -N_{m+1}(x/c)/J_{m+1}(x/c)$, $c = R_c/R$. Это есть ур-е на $x = kR_c$.

Корни x_n дадут спектр SW $\omega/\gamma = H_a + dM_s k_n^2$.

Явно ур. для x: $\left[\frac{-N_{m+1}(x/c)}{J_{m+1}(x/c)} J_{m+1}(x) + N_{m+1}(x)\right] J'_{m-1}(x) = \left[\frac{-N_{m+1}(x/c)}{J_{m+1}(x/c)} J'_{m+1}(x) + N'_{m+1}(x)\right] J_{m-1}(x)$.

Сильная СФ at $s = R_c$

$[N_{m+1}(x) J_{m+1}(x/c) - N_{m+1}(x/c) J_{m+1}(x)] J'_{m-1}(x) = [N'_{m+1}(x) J_{m+1}(x/c) - N_{m+1}(x/c) J'_{m+1}(x)] J_{m-1}(x)$

Wronskian $[J_\nu, N_\nu] = J_\nu N'_\nu - J'_\nu N_\nu = 2/(\pi x)$ и $J_\nu N_{\nu+1} - J_{\nu+1} N_\nu = -2/(\pi x)$.

Для любой пары $Y_\nu(x)$, $Z_\nu(x)$ решений ур-ния Бесселя $Y_\nu Z'_\nu - Y'_\nu Z_\nu = A_\nu/x$, $A_\nu \neq f(x)$

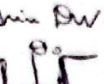
Wronskians $[J_{m-1}, J_{m+1}]$, $[J_{m-1}, N_{m+1}]$ простые Бесселя, т.к. Y_ν, Z_ν должны быть со

Abel-theorem решения одного, простого ур-ния Бесселя, т.е. ν должны совпадать.

По смыслу $c = R_c/R$ (Sk-radius R_c, R-dot radius) и $c < 1$ всегда.

Escaneado con CamScanner

Если $\Theta_0 = 0, \pi$ тип DW – Sk, то $\left\{ \begin{aligned} \frac{\omega}{\gamma M_s} a &= -\nabla_\rho^2 b + \frac{m^2}{\rho^2} b + \left(\varkappa + \frac{1}{\rho^2}\right) b - \frac{2m}{\rho^2} \cos\Theta_0 a \\ \frac{\omega}{\gamma M_s} b &= -\nabla_\rho^2 a + \frac{m^2}{\rho^2} a + \left(\varkappa + \frac{1}{\rho^2}\right) a - \frac{2m}{\rho^2} \cos\Theta_0 b \end{aligned} \right\}$ + с. включение 2) MI (1) не влияет на УД – DW в приближении $\Theta_0 = 0, \pi$ DW (см. УД 2/2)

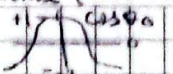


– sk profile

У него симметр. решение $a = b$, $a_m(\rho) = b_m(\rho) = J_{m+1}(k\rho)$ с частотой $\frac{\omega}{\gamma} = H_a + dM_s k^2$

$\omega \to \omega_n$ при $k \to k_n = d_n/R$, $J_{m+1}(d_n) = 0$ – strong pinning.

Симм. решение $a = b$ при $\Theta_0 = 0, \pi$, $\varphi_0 = \varphi + \pi/2$ – это azimuthal ($m+1$) и radial ($m=1$) SW над sk – ground state, в пред. skyrmion $R \to \infty$ тип DW



$\hat\theta \to \hat x$, $\hat\varphi \to \hat y$, $\vec m_\perp = \hat\varphi\Theta - i\hat\theta\Phi \to e\hat x - f\hat y$ с $m_z = \pm 1$.

Сим. систему УД дает ф, ψ без DMI, но с наклонностью, а равно Θ/χ. Из-за DMI для 1 SD дает $m_z = m_y + i m_y = e^{i\Phi_0}$, Φ_0 – ind – undefinite. Для Sk $\Phi_0 = \varphi + \frac{\pi}{2}$ далее при $\Theta_0 \to 0, \pi$.

Решение для $J_{m-1}(k\rho)$ при $V_m(\rho) = 0$ (Sk-potential) нашел Schlitte PRB'14

DMI не дает вклада в $W_m = \frac{1}{2}\vec H_m \vec M$ dass in SW over Sk in dot, т.е. $\omega/\gamma = H_a + dM_s k^2$ можно считать частоты SW of ω-Skyrmion Gus' Mag Lett. 15 при $\delta_{DW} \to 0$.

Если отклоняться от $\Theta_0 = 0, \pi$, то DMI будет давать вклад в ω_{mn} и δm_{mn} – сф.

Еще приближение $\Theta_0 = \begin{cases} \pi\rho/R_c, & \rho \le R_c \\ \pi, & \rho > R_c \end{cases}$ – более реалистичное.

$\cos\Theta_0 = \cos(\pi\rho/R_c)$ $\sin\Theta_0 = \sin(\pi\rho/R_c)$, при $\rho \ll R_c$, $\rho \gtrsim R_c$ остается $a = b$ и $\frac{\omega}{\gamma} = H_a + dM_s k^2$.

→ Видно $\psi = \Theta_0'$, $\mu = \sin\Theta_0/\rho$ (см. наблюдается) собств. skyrmion TM с $m = \pm 1$.

$$\frac{\nabla^2(\sin\Theta_0)}{\sin\Theta_0} = -(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0 \nabla^2\Theta_0 = \left|\text{урав. усова}\right| = -(\Theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\Theta_0 \frac{1}{\rho^2}\sin\Theta_0\cos\Theta_0 =$$

$$= \frac{1}{\rho^2}\cos^2\Theta_0 - (\Theta_0')^2 = \left|\text{урав. усова}\right| = \frac{1}{\rho^2}\cos^2\Theta_0 - \left(\frac{1}{\rho}\sin\Theta_0\right)^2 = \frac{1}{\rho^2}\cos 2\Theta_0$$ получ. сдвиг

сделать симметричными exch. terms в УД для ф, μ. $\varkappa \neq 0$, $d \neq 0$ меняют.

УД
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\omega}{\gamma} a &= -\nabla_\rho^2 b + \frac{m^2}{\rho^2} b + \left[-(\Theta_0')^2 + \left(\varkappa + \frac{1}{\rho^2}\right)\cos^2\Theta_0 - d\left(\frac{1}{\rho}\sin\Theta_0(\cos\Theta_0 + \Theta_0')\right)\right] b - \frac{m}{\rho}\left[\frac{2\cos\Theta_0}{\rho} - d\sin\Theta_0\right] a \\ \frac{\omega}{\gamma} b &= -\nabla_\rho^2 a + \frac{m^2}{\rho^2} a + \left[\left(\varkappa + \frac{1}{\rho^2}\right)\cos 2\Theta_0 - \frac{d}{\rho}\sin 2\Theta_0\right] a + \frac{m}{\rho}\left[\frac{2\cos\Theta_0}{\rho} - d\sin\Theta_0\right] b \end{aligned} \right\}$$ DMI в b, c в a

(10/X) При каких $d = D/A$ (DMI) и расположении skyrmion TM? Сшивка сф at $\rho = R_c$

$\frac{\partial m_+}{\partial \bar z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)(m_x + i m_y) = \frac{1}{2}\operatorname{div}\vec m + \frac{1}{2} i (\operatorname{rot}\vec m)_z$. нет Sk-SW при $\Theta_0 = 0, \pi$

При $\Theta_0 = 0, \pi$ – DW и $a = b$ УД: $a'' + \frac{1}{\rho}a' + \left[\frac{\omega}{\gamma} - \frac{m^2}{\rho^2} - \varkappa - \frac{1}{\rho^2} + \frac{2m}{\rho^2}\cos\Theta_0\right] a(\rho) = 0$, $\cos\Theta_0 = \begin{cases} 1, \rho < R_c \\ -1, \rho > R_c \end{cases}$

$a'' + \frac{1}{\rho}a' + \left[\frac{\omega}{\gamma} - \varkappa - \frac{1}{\rho^2}(m \mp 1)^2\right] a = 0$, $(m-1)$ при $\rho \le R_c$ и $(m+1)$ при $\rho > R_c$.

Т.е. $a(\rho) = J_{m-1}(\rho)$, $N_{m-1}(\rho)$ при $\rho \le R_c$ и $a(\rho) = J_{m+1}(\rho)$, $N_{m+1}(\rho)$ при $\rho > R_c$.

Neumann functions $N_n(x)$ сингулярны при $x \to 0$: $N_0(x) \simeq \frac{2}{\pi}\ln x$, $N_n(x) = -\frac{(n-1)!}{\pi}\left(\frac{2}{x}\right)^n$

При $\rho \le R_c$ $a(\rho) = B J_{m-1}(k\rho)$ + normalization to 1;

Сшивка при $\rho = R_c$, $a_-(R_c) = a_+(R_c)$, $a_-'(R_c) = a_+'(R_c)$ – для уравнения to find C_1, C_2.

при $\rho > R_c$ $a_+(\rho) = C_1 J_{m+1}(k\rho) + C_2 N_{m+1}(k\rho)$

$$\begin{cases} C_1 J_{m+1}(kR_c) + C_2 N_{m+1}(x) = J_{m-1}(x) B \\ C_1 J'_{m+1}(x) + C_2 N'_{m+1}(x) = B J'_{m-1}(x) \end{cases} \quad x = kR_c.$$

Связь C_1 и C_2 из $a_+(R) = 0$.

$a_+(R) = C_1 J_{m+1}(kR) + C_2 N_{m+1}(kR) = 0$, $C_1/C_2 = -N_{m+1}(kR)/J_{m+1}(kR)$, $kR = kR_c\frac{R}{R_c} = x/c$.

$(C_1/C_2) J_{m+1}(x) + N_{m+1}(x) = (B/C_2) J_{m-1}(x)$ и $(C_1/C_2) J'_{m+1}(x) + N'_{m+1}(x) = (B/C_2) J'_{m-1}(x)$

Оба выражения дают B/C_2 должны совпадать, что дает $F(x) = \left(\frac{B}{C_2}\right) J_{m-1}(x)$, $F'(x) = \frac{B}{C_2} J'_{m-1}(x)$

$\frac{F(x)}{J_{m-1}(x)} = \frac{F'(x)}{J'_{m-1}(x)}$, $F(x) J'_{m-1}(x) = F'(x) J_{m-1}(x)$, где $F(x) = \left(\frac{C_1}{C_2}\right) J_{m+1}(x) + N_{m+1}(x)$ и

$(C_1/C_2) = -N_{m+1}(x/c)/J_{m+1}(x/c)$, $c = R_c/R$. Это есть ур-е на $x = kR_c$.

Корни x_n дадут спектр SW $\omega/\gamma = H_a + dM_s k_n^2$.

Явно ур. для x:
$$\left[\frac{-N_{m+1}(x/c)}{J_{m+1}(x/c)} J_{m+1}(x) + N_{m+1}(x)\right] J'_{m-1}(x) = \left[\frac{-N_{m+1}(x/c)}{J_{m+1}(x/c)} J'_{m+1}(x) + N'_{m+1}(x)\right] J_{m-1}(x).$$

Сшивка сф at $\rho = R_c$
$$\left[N_{m+1}(x) J_{m+1}(x/c) - N_{m+1}(x/c) J_{m+1}(x)\right] J'_{m-1}(x) = \left[N'_{m+1}(x) J_{m+1}(x/c) - N_{m+1}(x/c) J'_{m+1}(x)\right] J_{m-1}(x)$$

Wronskian $[J_\nu, N_\nu] = J_\nu N'_\nu - J'_\nu N_\nu = 2/(\pi x)$ и $J_\nu N_{\nu+1} - J_{\nu+1} N_\nu = -2/(\pi x)$.

Для любой пары $Y_\nu(x)$, $Z_\nu(x)$ решений ур-ия Бесселя $Y_\nu Z'_\nu - Y'_\nu Z_\nu = A_\nu/x$, $A_\nu \neq 0$ (x)

Wronskians $[J_{m-1}, J_{m+1}]$, $[J_{m-1}, N_{m+1}]$ имеют не равные, т.к. Y_ν, Z_ν должны быть соб. Abel-theorem решения ур-ия с таким ур-ия Бесселя т.е. ν должны совпадать.

По смыслу $c = R_c/R$ (Sk-radius R_c, R-dot-radius) и $c < 1$ всегда.

Escaneado con CamScanner

Нужен $c \to 0$ $R_c/R \to 0$: $Z_{m+1}(x/c)$. $J_{m+1}(x/c) = \sqrt{\frac{2c}{\pi x}}\cos\left[\frac{x}{c} - \frac{(m+1)}{2}\pi - \frac{\pi}{4}\right]$, $N_{m+1}(x/c) = \sqrt{(\cdot)}\sin[\dots]$

Чтобы решение в MathCad - skyrmion dyn. the DW mod. Корни $x_n \neq f_n(m,c)$ растут с ростом m, но медленнее, чем m.

Theor: $\frac{\omega_n}{\gamma} = H_a + \frac{dM_s}{R_c^2} x_n^2$ - $\left(\frac{\omega_n}{\gamma} = H_a + M_s\left(\frac{t_0}{R_c}\right)^2 x_n^2\right)$, где $t_0^2 = d = 2A/M_s^2$. ω_n - gyrofrequency

Учтем DMI в ур Thiele $\dot{X}(t)$. Как DMI влияет на TM-modes of skyrmion? DMI

$(\vec{m}\cdot 2\cot\vec{m}) = m_z\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y}\right) + m_y\left(\frac{\partial m_x}{\partial z} - \frac{\partial m_z}{\partial x}\right) + m_x\left(\frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\partial m_y}{\partial z}\right)$, где $\dot{m} \sim f(z)$

$(\vec{m}\cdot 2\cot\vec{m}) = m_z\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y}\right) + m_x\frac{\partial m_z}{\partial y} - m_y\frac{\partial m_z}{\partial x}$; $m_x + i m_y = \frac{2w}{1+|w|^2}$, $m_z = p\frac{1-|w|^2}{1+|w|^2}$, $w = w(z)$, $z = x+iy$.

$\begin{cases}\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar z} \\ \frac{\partial}{\partial y} = i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\end{cases}$ $\begin{cases} m_x = \frac{w+\bar w}{1+|w|^2} \\ m_y = \frac{1}{i}\frac{w-\bar w}{1+|w|^2}\end{cases}$

$(\vec{m}\cdot 2\cot\vec{m}) = m_z\left[\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\frac{1}{i}\frac{(w+\bar w)}{1+w\bar w} - i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\frac{(w+\bar w)}{1+w\bar w}\right] +$

$+ \frac{w+\bar w}{1+w\bar w} i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\left(\frac{1-w\bar w}{1+w\bar w}\right) - \frac{1}{i}\frac{(w-\bar w)}{1+w\bar w}\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\left(\frac{1+w\bar w}{1+w\bar w}\right) =$

$= -im_z\left[\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\beta(w-\bar w) + \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\beta(w+\bar w)\right] + i\left[\beta(w+\bar w)\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\right) + \beta(w-\bar w)\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\right]\beta(1-w\bar w) =$

$= -im_z\left[2\frac{\partial(\beta w)}{\partial z} - 2\frac{\partial(\beta\bar w)}{\partial \bar z}\right] + i\beta\left[2w\frac{\partial}{\partial z} - 2\bar w\frac{\partial}{\partial \bar z}\right]\beta(1-w\bar w) = -2im_z\left[\beta\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right) + w\frac{\partial\beta}{\partial z} - \bar w\frac{\partial\beta}{\partial \bar z}\right] +$

$+ i\beta 2\left[w(1-w\bar w)\frac{\partial\beta}{\partial z} - \bar w(1-w\bar w)\frac{\partial\beta}{\partial \bar z} + \beta w\left(-\frac{\partial w}{\partial z}\bar w - w\frac{\partial \bar w}{\partial z}\right) - \beta\bar w\left(-\frac{\partial w}{\partial \bar z}\bar w - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}w\right)\right] = \left|\beta = (1+w\bar w)^{-1}\right| =$

$= -2im_z\beta^2\left[\beta\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right) + w(-1)\frac{(\partial w/\partial z\,\bar w + \partial\bar w/\partial z\, w)}{(1+w\bar w)^2} - \bar w(-1)\frac{\left(\frac{\partial w}{\partial \bar z}\bar w + \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}w\right)}{(1+w\bar w)^2}\right] + 2i\beta\cdot$

$\cdot\left[w(1-w\bar w)(-1)\frac{(\partial w/\partial z\,\bar w + \partial\bar w/\partial z\, w)}{(1+w\bar w)^2} - \bar w(1-w\bar w)(-1)\frac{(\partial w/\partial \bar z\,\bar w + \partial\bar w/\partial \bar z\, w)}{(1+w\bar w)^2} + \beta w\bar w\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right) -\right.$

$\left. - \beta w^2\left(\frac{\partial \bar w}{\partial z}\right) + \beta\bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z}\right] = -2im_z\beta^2\left[(1+w\bar w)\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right) - w\left(\frac{\partial w}{\partial z}\bar w + \frac{\partial \bar w}{\partial z}w\right) + \bar w\left(\frac{\partial w}{\partial \bar z}\bar w + \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}w\right)\right] +$

$+ 2i\beta\cdot\beta^2\left[-w(1-w\bar w)\left(\frac{\partial w}{\partial z}\bar w + \frac{\partial \bar w}{\partial z}w\right) + \bar w(1-w\bar w)\left(\frac{\partial w}{\partial \bar z}\bar w + \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}w\right) - (1+w\bar w)w\bar w\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right) -\right.$

$\left. + (1+w\bar w)\bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z} - (1+w\bar w)w^2\frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right] = -2im_z\beta^2\left[\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} - w^2\frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} + \bar w^2\frac{\partial w}{\partial z}\right] + 2i\beta^3\cdot$

$\cdot\left[\frac{\partial w}{\partial z}(-2)w\bar w + \frac{\partial w}{\partial \bar z}\cdot 2\bar w^2 + \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}(-1)w^2 + \frac{\partial \bar w}{\partial z}\cdot 2w\bar w\right] = 2i\beta^3\left[2w\bar w\left(\frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} - \frac{\partial w}{\partial z}\right) + 2\bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z} - 2w^2\frac{\partial \bar w}{\partial z} -\right.$

$\left. - (1-w\bar w)\left\{\frac{\partial w}{\partial \bar z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} - w^2\frac{\partial \bar w}{\partial z} + \bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z}\right\}\right] = 2i\beta^3\left[w\bar w\frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} - \bar w w\frac{\partial w}{\partial z} + \bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z} - w^2\frac{\partial \bar w}{\partial z} -\right.$

$\left. - \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} + w\bar w\left(\bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z} - w^2\frac{\partial \bar w}{\partial z}\right)\right] = 2i\beta^3\left[(1+w\bar w)\frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} - (1+w\bar w)\frac{\partial w}{\partial z} + (1+w\bar w)\bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z} - (1+w\bar w)\frac{\partial \bar w}{\partial z}w^2\right] =$

$= 2i\beta^3\left[\frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} - \frac{\partial w}{\partial z} + \bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z} - w^2\frac{\partial \bar w}{\partial z}\right]$; $(\vec{m}\cdot 2\cot\vec{m}) = \frac{2i}{(1+w\bar w)^2}\left[\frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} - \frac{\partial w}{\partial z} + \bar w^2\frac{\partial w}{\partial \bar z} - w^2\frac{\partial \bar w}{\partial z}\right]$

Для вортекса $w(z)$ non-analytic вне core. $w(z) = f(z)/|f(z)|$, где skyrmion $w(\bar z) = f(\bar z)$ is analytic

т.е. $\partial w/\partial \bar z = 0$ и $\partial \bar w/\partial z = 0$ где skyrmion и $(\vec{m}\cdot 2\cot\vec{m}) = -\frac{2i\cdot\beta}{(1+w\bar w)^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right]$ - где skyrmion. DMI

The simplest static skyrmion $w(z) = \frac{i}{c}zC$, $\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z} = \frac{i}{c} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\left(-\frac{i}{c}\bar z\right) = 2i/c$, $(\vec{m}\cdot 2\cot\vec{m}) = \frac{4}{R_c}\frac{C}{[1+(\rho/R_c)^2]}$

Dynamic RVA skyrmion $w(z) = \frac{i}{c}(z-s)C$, $\left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial \bar w}{\partial \bar z}\right) = (2i/c)C$.

$(\vec{m}\cdot 2\cot\vec{m}) = \frac{4}{c}\frac{C}{[1+|z-s|^2/c^2]^2}$, $W_D(\vec{s}) = \frac{4D}{c}\frac{C}{[1+|\vec{\rho}-\vec{s}|^2/c^2]^2}$; $W_D = \int d^3\vec{r}\, W_D$, $c = R_c/R$. $\vec{s} = \vec{X}/R$.

$\Rightarrow W_D(\vec{X}) = \frac{4DL}{c}\int d^2\vec{s}\,\frac{1}{[1+(\vec{s}-\vec{s}')^2/c^2]^2}$; $\frac{\partial W_D}{\partial \vec{s}} = \frac{4DL}{c}\int d^2\vec{s}\,\frac{(-2)}{[1+(\vec{s}-\vec{s}')^2/c^2]^3}\left[\frac{2}{c^2}(\vec{s}-\vec{s}')(-1)\right]$

$\frac{\partial W_D}{\partial \vec{s}} = 16\frac{DL}{c^3}C\int d^2\vec{s}\,\frac{(\vec{s}-\vec{s}')}{[1+(\vec{s}-\vec{s}')^2/c^2]^3}$; $\frac{\partial^2 W_D}{\partial \vec{s}^2} = (\dots)\int d^2\vec{s}\left[\frac{(-1)}{(\dots)^3} + (\vec{s}-\vec{s}')\frac{(-3)}{[\dots]^4}(\vec{s}-\vec{s}')\frac{(-2)}{c^2}\right]$

$\vec{s}' = s_x\vec{x}$ в новом базисе. $\frac{\partial}{\partial \vec{s}'} \to \frac{\partial}{\partial s_x}$. $(\vec{s}-\vec{s}')\times(\vec{s}-\vec{s}') = x^2\sin 0 = 0$

$\frac{\partial^2 W_D}{\partial \vec{s}^2}(\vec{s}=0) = 16\frac{DL}{c^3}C\int\left[\frac{6}{c^2}\frac{s^2\cos^2\varphi}{(1+s^2/c^2)^4} - \frac{1}{[1+s^2/c^2]^3}\right]ds\,s\,d\varphi$, C - chirality Sk.

$J_1(c) = \int_0^{1/c} ds\,s\int d\varphi\,\frac{\cos^2\varphi\cdot s^2}{(1+s^2/c^2)^4} = \pi\int_0^{1/c} ds\,s\frac{s^2}{(1+s^2/c^2)^4} = \frac{\pi}{2}c^4\int_0^{1/c^2} dt\,\frac{t}{(1+t^2)^4} = \frac{\pi c^4}{2}\int dt\left[\frac{1}{(1+t)^3} -\right.$

$\left. - \frac{1}{(1+t)^4}\right] = \frac{1}{2}\pi c^4\int dt\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{(1+t)^2} + \frac{1}{3}\frac{1}{(1+t)^3}\right]_0^{1/c^2} = \frac{1}{2}\pi c^4\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{(1+1/c^2)^2} + \frac{1}{3}\frac{1}{(1+1/c^2)^3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right]$

$J_2(c) = \int ds\,s\int d\varphi\,\frac{1}{(1+s^2/c^2)^3} = 2\pi\cdot\frac{c^2}{2}\int dt\,\frac{1}{(1+t)^3} = \pi c^2\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(1+t)^2}\Big|_0^{1/c^2} = -\frac{\pi}{2}c^2\left[\frac{1}{(1+1/c^2)^2} - \frac{1}{2}\right]$

$\frac{\partial^2 W_D}{\partial \vec{s}^2}(\vec{s}=0) = 16\frac{DL}{c^3}C\left[\frac{C}{c^2}J_1(c) - J_2(c)\right] = \frac{1}{2}\varkappa_D$; $W_D = \frac{1}{2}\varkappa_D s^2$, $\varkappa_D = DLR_c^0 F(c)2\pi/R$

Сдвиг частоты TM $\Delta\omega_D = \frac{\varkappa_D}{G} = C\frac{DLR_c^0 2\pi F(c)}{R\cdot 2\pi M_s L^2} = \frac{\gamma D}{M_s}\frac{1}{R}F(c)C$, $\omega_G = \omega_G^0 + \omega_D$ - из-за DMI.

Сдвиг TM - частоты Skyrmion $\Delta\omega_D = \frac{\gamma}{M_s}\frac{D}{R}F(R_c/R)C$ - зависит линейно от диам - Radius R.

Оценка $\Delta\omega_D \approx \gamma\cdot\frac{1\ \mathrm{erg/cm^2}}{800\ \mathrm{G}\cdot 100\mathrm{nm}} \approx \gamma\cdot(100\ \mathrm{Oe}) \Rightarrow \Delta\omega_D/2\pi \approx 300\ \mathrm{MHz}$ при $F(c)\approx 1$, $D = 1\ \mathrm{erg/cm^2}$.

Escaneado con CamScanner

Сдвиг гиротропic Sk-frequency из-за DMI $\omega_D = \frac{\gamma}{M_S}\cdot\frac{D\mathcal{C}}{R}\mathbf{F}(R_c/R)$ зависит от Sk-chirality
Что DMI не увеличивает число GM-частот, GM-частота одна, renormalized.
Для увеличения числа GM-частот нужна масса skyrmion, т.е. Sk-SW interaction.
chirality $\mathcal{C}$ ~ $i(\partial w/\partial z - \partial\bar w/\partial\bar z)$. Член в плотности $(\vec m\cdot rot\vec m)$. chirality через $\partial\Phi/\partial\varphi$
с $\Phi = \varphi + \mathcal{C}\pi/2 + \psi$ не входит в SW. $\cos(\Phi-\varphi) = \cos(\mathcal{C}\pi/2+\psi) = -\mathcal{C}\psi$ зависит от $\mathcal{C}$.
$\sin(\Phi-\varphi) = \sin(\mathcal{C}\pi/2+\varphi) = \sin(\mathcal{C}\pi/2)\cos\varphi = \mathcal{C}(\pi - \varphi^2/2)$ зависит от $\mathcal{C}$. Т.е., в 3D даже SW надо $(\vec d = \mathcal{C}\vec D/A)$ и SW-частоты зависят от Sk-chirality через $\Phi_0 = \varphi + \mathcal{C}\pi/2$.

11/X Репозиторий RTNSA: 15 papers, всего 12 papers, из них значительно расширено репозиторий 2-х - Kirilyankevich и Sirlov (не 2 от группы Referees). Ревизия A. Ping RTNSA - Nanotube paper.

12/X Editor activity - Sci. Reports: 1) Moon - Sk dyn. MS на повторный отзыв; 2) Wahlstrom - magnonics не нужен 1 отзыв (Krawczyk), нужен 2-й (Kruglyak)

Sk-DMI Dynamics

Note: 28/X, 9/XI. 2013 о роли DMI-term $(\vec m\cdot rot\vec m)$ через $w(z\bar z)$ для Bloch Skyrmion.

$(\vec m\cdot rot\vec m) = 2\,Im\left[m_3\frac{\partial m_+}{\partial z} - m_+\frac{\partial m_3}{\partial z}\right] = \frac{4}{(1+|f|^2)^2}Im\left(f'\frac{\partial f}{\partial z}\right)$, $w(z\bar z) = f(z)$ для Skyrmion.

$\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial\bar w}{\partial\bar z}\right) = 2i\,Im\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$, то получается $10/X$ $(\vec m\cdot rot\vec m) = -\frac{2i}{(1+w\bar w)^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial\bar w}{\partial\bar z}\right] = \frac{4}{(1+w\bar w)^2}Im\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$

Совпадает с результатом 28/X 2013, с учетом $w(z\bar z) = f(z)$ analytic function for Skyrmion.
Ранее $w(z\bar z) = f(z)$ было для vortex core only, теперь это $\forall\vec S$, $\vec m(\vec S, t)$ - 2D case.

$W_D(\vec S) = W_D(0) + \frac{1}{2}\chi_D S^2$. 28/XI 13 обнаружено "rigid" model для $\chi_D > 0$ при $D < 0$, проверить верно ли это для Skyrmion с $w(zz) = f(z)$.

DMI-static $W_D(0) = 2\pi DL\mathcal{C}\int_0^R dss\left[\frac{\partial\theta}{\partial s} + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$, $\Theta = \theta_0(s)$, $p = m_z(0)$, $\mathcal{C}$ - chirality $\Phi = \varphi + \mathcal{C}\frac{\pi}{2}$.

$(\vec m\cdot rot\vec m) = \mathcal{C}\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\right]$. // Для particular static-Skyrmion model $m_z = \cos\theta = p\left(\frac{R_c^2 - s^2}{R_c^2 + s^2}\right)$

получим $\theta_s' = \frac{p}{s}\sin\theta$ и $W_D(0) = 2\pi LD\mathcal{C}\int_0^R ds s^2\sin\theta\left[p + \cos\theta\right] = 2\pi LD\mathcal{C}p\int_0^R ds s^2\sin\theta\left[1 + \frac{1}{p}\cos\theta\right]$

$\theta_{ss}'' = \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{p}{s}\sin\theta\right) = p\frac{cl}{s^2}\sin\theta + \frac{p}{s}\cos\theta\,\theta_s' = -\frac{1}{s}\theta_s' + \frac{p}{s}\cos\theta\frac{p}{s}\sin\theta$ или $\nabla_s^2\theta = \theta_{ss}'' + \frac{1}{s}\theta_s' = \frac{1}{s^2}\sin\theta\cos\theta$ -

- Sk-приближение уравнение (exchange approximation). 9/XI и Gus's Maglett'15 показ. это $\Theta = \theta_0(s)$ уравн. $\nabla_s^2\theta_0 = (\varkappa + \frac{1}{s^2})\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{s}\sin^2\theta_0$, $\varkappa = K_u/A$, $d = D/A$, это обн. полный eq. for $\theta_0(s)$.

Т.е. при больших $\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} = -(\theta_0')^2 + ctg\theta_0\nabla_s^2\theta_0$ $\xrightarrow{\text{малое}}$ $\nabla_s^2\theta = (\varkappa + 1/s^2)\sin\theta\cos\theta - \frac{1}{s}\sin^2\theta$

$\nabla_s^2\theta = \frac{1}{s^2}\sin\theta\cos\theta$ - exch. ansatz

Equilibrium eq. for $\theta_0(s)$ может еще быть magnetostatics и Zeeman

$\theta_s' = \frac{p}{s}\sin\theta$ - это exchange ansatz, $f(z) = iz/c$, $m_z = \cos\theta = p(R_c^2 - s^2)/(R_c^2 + s^2)$

Equil. eq. $\theta_0'' + \frac{1}{s}\theta_0' = (\varkappa + \frac{1}{s^2})\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{s}\sin^2\theta_0$ нельзя решить даже без magneto-statics

$\theta_0(s, \varkappa, d)$ и не сходится, in general, к $\cos\theta_0(s) = p(R_c^2 - s^2)/(R_c^2 + s^2)$, разве это $R_c(\varkappa, d)_{eff}$.

10/X $W_D(0) = \frac{4D}{c}\mathcal{C}L_p\int d^2\vec s\left[\frac{1}{1+s^2/c^2}\right]^2 = 8\pi DCL\frac{p}{R_c}\int_0^R ds s\frac{1}{(1+s^2/R_c^2)^2}$ - это получается сразу из Sk-ansatz $S(z) = iz/c$.

Static $W_D(0) = \left[(s/R_c)^2 = t\right] = 4\pi DCLR_c p\int_0^{(R/R_c)^2}\frac{dt}{(1+t)^2} = 4\pi DCLR_0(\epsilon)\frac{p}{(1+t)}\Big|_0^{1/\epsilon^2} = (\cdot)(-1)\left[\frac{1}{1+1/\epsilon^2} - 1\right] =$

$= 4\pi DCLR_c\frac{(R_c/R)^2}{1+(R_c/R)^2} = \left(4\pi DCLR_c\right)\left(\frac{R^2}{R^2+R_c^2}\right)^p = 4\pi DCLR_c p\frac{1}{1+(R/R_c)^2}$ - static BP-Skyrmion energy, $f(z) = \frac{1}{c}z$.

$R_c(\varkappa, d, L/R, H_z)$ может быть найдена из $\min W_{tot}[\Theta(s)]$ как в Gus' Maglett'15.

static $W_D(0) = 4\pi DCLR_c p\frac{1}{1+(R_c/R)^2}$ при этом Sk-ansatz $f(z) = \frac{1}{c}z$ (exch. or BP skyrmion)

$R_c = R_c\left(\frac{1}{R^2}, L/R, K_u, D, H_z\right)$ - см. paper $W_{tot}[\Theta(s)]$ без DMI - Gus'M Lett. '15.
exch. magn.

Можно перейти от dot (finite R) к ∞-пленке ($R\to\infty$, R_c - finite) и исправить MPD Sk-sw. Kiselev'11
Уравнение для $\Theta_0(s)$ без DMI, но с magnetostatics я уже решал в Gus' JAP'04.

13/X С 10. Вчера to Casa de Talento (980 € + IVA сразу, аренда конф. зала и террасы на 4 дня) Прагер. Очень обещали ещё переговорить space + 50 m² free на 1 дн. и под банкет - room + 60 m² для posters. Invoice на аренду, предоплата ~ 30%, остальное - после конф. Возможен скидка немного.
Беседа с Julian: 1) переговорить свои публикации CV для Consolider grant appl. - в конце Okt.;
2) status рец. RTNSA papers, всего 12, 2 - закончили обещали to Contact Nalwa - JNM с 12 papers
Купили computer DELL E7450, 14'5", 2 аккумулятора на ноутбуке (!?) и USB-DVD drive.
Рец. RTNSA papers. Послал to N. Volkov info о poster Juan de la Cierva - 2014 отдано 6 Dec 2013 Call повторится с deadline ~ Jan 2014. Обзор Skyrmion papers "new". Заграл Sec. с нового HP laptop.
Домой возвращаюсь / конкурсные дела в office. // Скопировал GA и PA MagIC grant → отдал originals Izabela

Escaneado con CamScanner

(14/I) Абропер. Bouwkan, RTN SA rewiewing. Jamay c A. Fuchalteli Optic Lett, arka; u Marzuki

(15/E) Разбор Skyrmion-chain dyn. paper by Mancilla Chico's.

Comments/questions: 1) форма уравнения? interface? член $[m_z(\nabla\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z]$ - Bolea'13 Bogdanov'94
2) как D влияет на GM и SW-spectra? Здесь CW: GM ~ 1 GHz, нижняя ветвь ~ 30 GHz (Fert)
3) как GM-CW резонансно возбудить by h_z^{rf} if axial sym.? Возб CW under axial sym $m=1$ Sym Rev. Apr. 13
4) Collective vortex gyrations в области сильно coupling dots. в Sukh. PRB'13 2 vc. β 16 и 32 Sukh'13
5) Energy in Spiral chain period $\lambda = 2R$? 7) для CW $\Delta\omega/\omega_0 = 0{,}5$ можно не сравн. с частью
8) для SW-breathing $v_g \neq 18$ m/s, CW 5 m/s ($D = 30$ nm) из-за малого периода?
9) $\Delta\omega_{CW} = 0{,}5$ GHz можно менять из Sukh'PRB'13 "Domain V→Sk, два пика m_z, m_y dyn.
10) Связь ω_{Walker} и ω_{Bl} ~ $1/R^n$? 11) Верно ли $Re/R = const$ и не зависит от L, R, M_s, D?
12) Сравнить ω_{CW} (11a) с dolomb's log-вектор, какова φ_{CW} (16) дает $H_0 \| m_x(0)$ и $H_0 \perp m_z(0)$?
13) Верно ли что ground state для S-Skyrmion ($m_\theta \neq 0$, $m_\varphi \neq 0$), $(\vec{n}\cdot\vec{m}) = 0$ дает S-Sk.

DMI // J.-V. Kim PRB'14, Rohart PRB'13 и другие дают (interfacial DMI:

$W_D^* = D\int d^2\vec{r}\,[m_z(\nabla\cdot\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z]$, $W_D^* = m_z(\nabla\cdot\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z = m_z\left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}\right) -$

$- \left(m_x\frac{\partial m_z}{\partial x} + m_y\frac{\partial m_z}{\partial y}\right)$ отсюда $(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = m_z\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y}\right) + m_x\frac{\partial m_z}{\partial y} - m_y\frac{\partial m_z}{\partial x}$ учтен 8-10/I

Видно, что interface W_D^* отлич. от bulk $W_D = (\vec{m}\,\mathrm{rot}\vec{m})$ тем $\frac{\partial}{\partial x}\to\frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial y}\to -\frac{\partial}{\partial x}$.

$2\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y} \to \frac{\partial}{\partial y} + i\frac{\partial}{\partial x} = i\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right) = 2i\frac{\partial}{\partial z}$, $2\frac{\partial}{\partial\bar{z}} = \frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y} \to \frac{\partial}{\partial y} - i\frac{\partial}{\partial x} = -i\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right) = -i(2)\frac{\partial}{\partial\bar{z}}$

$\frac{\partial}{\partial z}\to i\frac{\partial}{\partial z}$, $\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\to(-i)\frac{\partial}{\partial\bar{z}}$. $(\vec{m}\,\mathrm{rot}\vec{m}) = \frac{-2i}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{z}}\right] \to \frac{(-2i)}{(1+w\bar{w})^2}\left[i\frac{\partial w}{\partial z} + (-)\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{z}}\right] =$

$= \frac{2}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{z}}\right] = \frac{4}{(1+w\bar{w})^2}\mathrm{Re}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$ $\mathrm{Re}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right) = m_z(\nabla\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z$ analytic

Bulk $W_D = \frac{4}{(1+w\bar{w})^2}\mathrm{Im}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right) \to$ $W_D^* = \frac{4\cdot P}{(1+w\bar{w})^2}\mathrm{Re}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$ - interfacial. $\vec{m}\neq f(z)$. $w(z) = f(z)$

Ибо $f(z) = \frac{z}{c}e^{i\varphi_0}$, $\mathrm{Im}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right) = \mathrm{Im}\frac{\partial f}{\partial z} = \mathrm{Im}\frac{1}{c}e^{i\varphi_0} = \frac{1}{c}\sin\varphi_0$, $\mathrm{Re}\frac{\partial w}{\partial z} = \mathrm{Re}\frac{e^{i\varphi_0}}{c} = \frac{1}{c}\cos\varphi_0$

Bulk $W_D = \frac{4}{c}\frac{\sin\varphi_0}{(1+w\bar{w})^2}$, $W_D' \neq 0$ $\varphi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$, ψ - Skyrmion, и $W_D = 0$ дает $\varphi_0 = 0, \pi$, S - Skyrmion.

→ Interfacial $W_D^* = \frac{4}{c}\frac{\cos\varphi_0}{(1+w\bar{w})^2}$, $W_D^* \neq 0$, $\varphi_0 = 0, \pi$ - S-Skyrmion и $W_D^* = 0$, $\varphi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$, ψ-Skyrmion

// У Mruczkiewicz'a interfacial DMI W_D^* и S-Skyrmion.

Для S-skyrmion SW надо вычислить иначе: $\vec{m}_0 = (\sin\theta_0\cos\varphi_0, \sin\theta_0\sin\varphi_0, \cos\theta_0)$

$\theta_0 = \theta_0(s)$, но $\varphi_0 = \varphi$, $m_s^0 = \sin\theta_0\cos(\varphi_0 - \psi) = \sin\theta_0$, $m_\varphi^0 = \sin\theta_0\sin(\varphi_0 - \psi) = 0$, $m_z^0 = \cos\theta_0$.

$\vec{m}(\theta_0 + \varepsilon\xi, \varphi_0 + \psi) \Rightarrow m_s = \sin(\theta_0 + \varepsilon\xi)\cos(\varphi_0 + \psi - \varphi) = [\sin\theta_0 + \varepsilon\xi\cos\theta_0]\cos\psi = \sin\theta_0 + \varepsilon\xi\cos\theta_0$

$m_\varphi = \sin(\theta_0 + \varepsilon\xi)\sin(\varphi_0 + \psi - \varphi) = \sin\theta_0\cdot\psi$ и $m_z = \cos(\theta_0 + \varepsilon\xi) = \cos\theta_0 - \varepsilon\xi\sin\theta_0$

$\delta\vec{m} = \left(\varepsilon\xi\cos\theta_0, \sin\theta_0\psi, -\varepsilon\xi\sin\theta_0\right)$. В x'y'z' с $\vec{m}_0 \| \vec{z}'$ остается $\delta\vec{m} = (\xi, \sin\theta_0\psi, 0)$ - SW

$W_D^* = m_z(\nabla\cdot\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z$ $\left|\nabla = \vec{s}^0\frac{\partial}{\partial s} + \frac{\vec{\varphi}^0}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right| = m_z\left(\frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}(s m_s) + \frac{1}{s}\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi}\right) - \left(m_s\frac{\partial}{\partial s} + \frac{m_\varphi}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)m_z =$

$= m_z\left(\frac{1}{s}m_s + \frac{\partial m_s}{\partial s} + \frac{1}{s}\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi}\right) - m_s\frac{\partial m_z}{\partial s} - \frac{m_\varphi}{s}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} = \cos\Theta\left[\frac{1}{s}\sin\theta\cos(\Phi-\psi) + \cos\theta\,\theta_s'\cos(\Phi-\psi) + \right.$

$+ \sin\theta(-1)\sin(\Phi-\varphi)\Phi_s' + \frac{1}{s}\cos\theta\theta_\varphi'\sin(\Phi-\psi) + \frac{1}{s}\sin\theta\cos(\Phi-\psi)\Phi_\varphi'\left.\right] + \sin\theta\cos(\Phi-\psi)\sin\theta\theta_s' -$

$+\frac{1}{s}\sin\theta\sin(\Phi-\varphi)\sin\theta\theta_\varphi' = \frac{1}{s}\cos\theta\sin\theta\cos(\Phi-\varphi) + \cos(\Phi-\varphi)\theta_s' - \sin\theta\cos\theta\sin(\Phi-\varphi)\Phi_s' + \frac{1}{s}\sin(\Phi-\varphi)\theta_\varphi' +$

$+\sin\theta\cos\theta\frac{1}{s}\cos(\Phi-\varphi)\Phi_\varphi' = \frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\cos(\Phi-\varphi)\left[1+\Phi_\varphi'\right] - \sin\theta\cos\theta\sin(\Phi-\varphi)\Phi_s' + \cos(\Phi-\varphi)\theta_s' + \frac{1}{s}\sin(\Phi-\varphi)\theta_\varphi'$

Static $W_D^*(\theta_0(s), \Phi_0 = \varphi) = \frac{1}{8}\sin 2\theta_0 + \theta_s'$, тогда как $W_D(\mathrm{stat}) = \theta_s' + \frac{1}{2s}\sin 2\theta_0$.

? Почему static-W_D^* не совп. со старым $W_D = (\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m})$? Ведь если $f(z) = \frac{z}{c}e^{i\varphi_0}$ из $w = w_D^*$ обеспечивает

$W_D = W_D^* = \pm\frac{4}{c}\frac{1}{(1+w\bar{w})^2}$ дает $f(z) = \frac{z}{c}e^{i\varphi_0}$, W_D при $\varphi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$, W_D^* при $\varphi_0 = 0, \pi$ берется.

Для 6 члена $\frac{m_z}{s}\frac{\partial}{\partial s}(s m_\varphi)$. $(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = \frac{1}{s}m_s\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} - m_\varphi\frac{\partial m_z}{\partial s} + \frac{m_z}{s}\left[\frac{\partial}{\partial s}(s m_\varphi) - \frac{\partial m_s}{\partial\varphi}\right] = W_D$

S/E 6 $W_D = (\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m})$ и отличается членом $\frac{1}{s}\sin\theta\cos\theta\sin(\Theta-\psi)$, но W_D совпадает с

Nagaosa'13, Leonov'15 и др. // Надо $\frac{\partial}{\partial\varphi}\sin(\Phi-\varphi) = \cos(\Phi-\varphi)(\Phi_\varphi' - 1)$, $\Phi_\varphi' \to \Phi_\varphi' - 1$.

DMI Interfacial Верно $W_D^* = \cos(\Phi-\varphi)\theta_s' + \frac{1}{s}\sin(\Phi-\varphi)\theta_\varphi' + \sin\theta\cos\theta\left[\frac{1}{s}\cos(\Phi-\varphi)\Phi_\varphi' - \sin(\Phi-\varphi)\Phi_s'\right]$ - general

$W_D^*(\mathrm{static}) = \left|\theta_0 = \theta_0(s), \Phi_0 = \varphi\right| = \theta_s' + \frac{1}{2s}\sin\theta_0\cos\theta_0$ Верно и совп. с W_D 8/I

2/I) - W_D Верно, но вам надо $\Phi_\varphi' \to (\Phi_\varphi' - 1)$ что сокращ. член $\frac{1}{s}\cos\theta\sin\theta\sin(\Phi-\psi)$

без преобразования θ_s', Φ_s'. // Static $W_D = W_D^* = \theta_s' + \frac{1}{2s}\sin\theta\cos\theta$ - не забываем о bulk/inter.

$W_D^* + iW_D = \Theta'_s e^{i(\Phi-\varphi)} - i\frac{\Theta'_\varphi}{s} e^{i(\Phi-\varphi)} + \sin\Theta\cos\Theta\left[\frac{1}{s}\Phi'_\varphi e^{i(\Phi-\varphi)} + i\Phi'_s e^{i(\Phi-\varphi)}\right]$

$\overline{W}_D = e^{i(\Phi-\varphi)}\left[\Theta'_s - i\frac{\Theta'_\varphi}{s} + \frac{1}{s}\sin\Theta\cos\Theta\left(\frac{1}{s}\Phi'_\varphi + i\Phi'_s\right)\right]$; при $W_D^* + iW_D = \frac{4}{(1+w\bar{w})^2}\frac{\partial w}{\partial z}$, $w = f(z)$ фор. Sky Invers.

$w = \operatorname{tg}\frac{\Theta}{2}e^{i\Phi}$, $\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{2\cos^2\frac{\Theta}{2}}\frac{\partial\Theta}{\partial z}e^{i\Phi} + \operatorname{tg}\frac{\Theta}{2}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial z}e^{i\Phi}$, $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)$

$\frac{\partial}{\partial x} = \cos\varphi\frac{\partial}{\partial s} - \frac{1}{s}\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}$; $\frac{\partial}{\partial y} = \sin\varphi\frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{s}\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}$; $2\frac{\partial}{\partial z} = e^{i\varphi}\left[\frac{\partial}{\partial s} - \frac{i}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right]$

$\frac{1}{1+w\bar{w}} = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\Theta/2} = \cos^2\Theta/2$, $W_D^* + iW_D = 4\cos^4\frac{\Theta}{2}\frac{\partial w}{\partial z} = 2\cos^4\frac{\Theta}{2}e^{i\varphi}\left[\frac{\partial}{\partial s} - \frac{i}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right]w$

$W_D^* + iW_D = 4\cos^4\Theta/2\left[\frac{1}{2}\frac{1}{\cos^2\Theta/2}e^{i\Phi}\frac{1}{2}e^{i\varphi}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial s} - \frac{i}{s}\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\right) + i\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2}e^{i\Phi}\frac{1}{2}e^{i\varphi}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s} - \frac{i}{s}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right)\right] =$

$= \cos^2\frac{\Theta}{2}\left[\Theta'_s - \frac{i}{s}\Theta'_\varphi + i\sin\Theta\left(\frac{\partial\Phi}{\partial s} - \frac{i}{s}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right)\right]e^{i(\Phi-\varphi)}$ - не забравям важно $2\cos^2\frac{\Theta}{2} = 1+\cos\Theta$

Търсим $W_D^* + iW_D = \left[\Theta'_s - \frac{i}{s}\Theta'_\varphi + \sin\Theta\cos\Theta\left(\frac{1}{s}\Phi'_\varphi + i\Phi'_s\right)\right]e^{i(\Phi-\varphi)}$, $\vec{m}(\Theta,\Phi)$ - функция на Sk

Gauss DMI

Полагам $\Theta = \Theta_0 + \vartheta$, $\Phi = \Phi_0 + \psi$, $\Phi_0 = \varphi + \varphi_0$, $\omega_0 = \pm\pi/2$ или $\varphi_0 = 0,\pi$ (в Sky Invers.)

$\vec{F}_D = s(W_D^* + iW_D)$, $\frac{\delta F_D}{\delta\Theta} = \frac{\partial F_D}{\partial\Theta} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial F_D}{\partial\Theta'_s} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial F_D}{\partial\Theta'_\varphi}$ DMI general

---

(16/X) Обсъждане с Julian чрез e-mail относно публикуване RTNSA-papers (12 papers). Нашето Preview or foreword, separate Sec in JNN. Julian Zanlor. Nahm (JNN-Editor), той изпраща 10 броя 12 papers in which separate sections с foreword, publish no-organized as regular papers, и моите thanks for reviewing. Сдадох MagIC CA и PA originals to Izvestiya Новгородци с А. Зотиков оратие - Inet „Euskaltel", получих Invoice UMC Гае, Инж. самолет + send justification to Prefix. Получих small DELL comp и monitor. Вчера изчислих Sk-dyn Physics. Звънна Оксана: Unterlagen von J. de la Cierva gucd interpolation неповерителна, дуе Physics.

(17/X) Сглобих Sk-dynamics files вчера. YD при $\Theta_0 = 0,\pi$ не ги сближават. E-mail to Verba (english) thick V-dot. Чаках Mv-генерация на UMC, Nijmegen.

Дне Sk-dynamics с DMI нужно ли $\frac{\delta F_D}{\delta\Theta}, \frac{\delta F_D}{\delta\Phi}$, $F_D = sW_D$ или $\frac{\delta w_D}{\delta\Theta}$, $\frac{\delta w_D}{\delta\Phi}$? Sk eq-gal. coord. $\vec{r}(s,\Phi,z)$

Physics чрезвер $\frac{\delta w_D}{\delta\Theta}, \frac{\delta w_D}{\delta\Phi}$, където $w_D(\Theta,\Phi)$ is energy density, по var. analysis $W_D = \int d\Theta\int d\Phi\, w_D$, бързо

чрезвер $\frac{\delta F_D}{\delta\Theta}, \frac{\delta F_D}{\delta\Phi}$, $F_D = sW_D$. $\frac{\delta F_D}{\delta\Theta} = s\frac{\delta w_D}{\delta\Theta} - \frac{\partial w_D}{\partial\Theta'_s}$, $\frac{\delta F_D}{\delta\Phi} = s\frac{\delta w_D}{\delta\Phi} - \frac{\partial w_\Phi}{\partial\Phi'_s}$. Сравнение sg-fg или кооп. функц. $\vec{r}(s,\Phi,z)$ можеше $\vec{r}(x,y,z)$

DMI $\vec{F}_D = \left[s\Theta'_s - i\Theta'_\varphi + s\sin\Theta\cos\Theta\left(\Phi'_\varphi + is\Phi'_s\right)\right]e^{i(\Phi-\varphi)}$ - DMI.

$\frac{\delta\bar{F}_D}{\delta\Theta} = \frac{\partial\bar{F}_D}{\partial\Theta} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial\bar{F}_D}{\partial\Theta'_s} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial\bar{F}_D}{\partial\Theta'_\varphi} = \cos2\Theta\left(\Phi'_\varphi + is\Phi'_s\right)e^{i(\Phi-\varphi)} - \frac{\partial}{\partial s}se^{i(\Phi-\varphi)} - \frac{\partial}{\partial\varphi}(-i)e^{i(\Phi-\varphi)} =$

$= \left(\Phi'_\varphi + is\Phi'_s\right)\cos2\Theta\, e^{i(\Phi-\varphi)} - e^{i(\Phi-\varphi)} - si\frac{\partial\Phi}{\partial s}e^{i(\Phi-\varphi)} + i\cdot i\left(\Phi'_\varphi - 1\right)e^{i(\Phi-\varphi)} =$

$= e^{i(\Phi-\varphi)}\left[\left(\Phi'_\varphi + is\Phi'_s\right)\cos2\Theta - is\Phi'_s - \Phi'_\varphi\right] = e^{i(\Phi-\varphi)}\left(\Phi'_\varphi + is\Phi'_s\right)\left(\cos2\Theta - 1\right) = \frac{\delta\bar{F}_D}{\delta\Theta}$

$\frac{\delta\bar{w}_D}{\delta\Theta} = \frac{\delta(w_D^* + iw_D)}{\delta\Theta} = \frac{\partial\bar{w}_D}{\partial\Theta} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial\bar{w}_D}{\partial\Theta'_s} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial\bar{w}_D}{\partial\Theta'_\varphi} = \cos2\Theta\left(\frac{1}{s}\Phi'_\varphi + i\Phi'_s\right)e^{i(\Phi-\varphi)} - \frac{\partial}{\partial s}e^{i(\Phi-\varphi)} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(-\frac{i}{s}\right)e^{i(\Phi-\varphi)} =$

$= e^{i(\Phi-\varphi)}\left[\left(\frac{1}{s}\Phi'_\varphi + i\Phi'_s\right)\cos2\Theta - i\Phi'_s + \frac{i}{s}i\left(\Phi'_\varphi - 1\right)\right] = e^{i(\Phi-\varphi)}\left[\left(\frac{1}{s}\Phi'_\varphi + i\Phi'_s\right)\cos2\Theta - i\Phi'_s - \frac{1}{s}\Phi'_\varphi + \frac{1}{s}\right] =$

$= e^{i(\Phi-\varphi)}\left(\Phi'_\varphi + is\Phi'_s\right)\left(\cos2\Theta - 1\right) + \frac{1}{s}e^{i(\Phi-\varphi)}$, $\frac{\partial\bar{w}_D}{\partial\Theta'_s} = e^{i(\Phi-\varphi)} \rightarrow \frac{\delta\bar{F}}{\delta\Theta} = s\frac{\delta\bar{w}_D}{\delta\Theta} - \frac{\partial\bar{w}_D}{\partial\Theta'_\varphi}$

Вход: $w_D = (\vec{m}.\operatorname{rot}\vec{m}) = m_z\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y}\right) + m_x\frac{\partial m_z}{\partial y} - m_y\frac{\partial m_z}{\partial x} = \cos\Theta\left[\frac{\partial}{\partial x}(\sin\Theta\sin\Phi) - \frac{\partial}{\partial y}(\sin\Theta\cos\Phi)\right] +$

$+ \sin\Theta\cos\Phi\frac{\partial\cos\Theta}{\partial y} - \sin\Theta\sin\Phi\frac{\partial\cos\Theta}{\partial x} = \cos\Theta\left[\cos\Theta\Theta'_x\sin\Phi + \sin\Theta\cos\Phi\Phi'_x - \cos\Theta\Theta'_y\cos\Phi + \sin\Theta\sin\Phi\Phi'_y\right]$

$- \sin\Theta\cos\Phi\sin\Theta\Theta'_y + \sin^2\Theta\sin\Phi\Theta'_x = \Theta'_x\sin\Phi - \Theta'_y\cos\Phi + \sin\Theta\cos\Theta\left[\Phi'_x\cos\Phi + \Phi'_y\sin\Phi\right] = w_D$

$\frac{\delta\bar{w}_D}{\delta\Theta} = \frac{\partial w_D}{\partial\Theta} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial w_D}{\partial\Theta'_x} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial w_D}{\partial\Theta'_y} = \cos2\Theta\left(\Phi'_x\cos\Phi + \Phi'_y\sin\Phi\right) - \frac{\partial}{\partial x}\sin\Phi - \frac{\partial}{\partial y}(-\cos\Phi) =$

$= \cos2\Theta\left(\Phi'_x\cos\Phi + \Phi'_y\sin\Phi\right) - \cos\Phi\Phi'_x - \sin\Phi\Phi'_y = \left(\Phi'_x\cos\Phi + \Phi'_y\sin\Phi\right)\left(\cos2\Theta - 1\right)$

$\vec{F}_D = F_D^x + iF_D$, $F_D = sw_D$, $F_D = \operatorname{Im}\vec{F}_D$, $\frac{\delta F_D}{\delta\Theta} = \operatorname{Im}\frac{\delta\bar{F}_D}{\delta\Theta} = \left(\cos2\Theta - 1\right)\operatorname{Im}\left[e^{i(\Phi-\varphi)}\left(\Phi'_\varphi + is\Phi'_s\right)\right] =$

$= \left(\cos2\Theta - 1\right)\left[\Phi'_\varphi\sin(\Phi-\varphi) + s\Phi'_s\cos(\Phi-\varphi)\right] = (-)\left[\Phi'_\varphi\left(\sin\Phi\cos\varphi - \sin\varphi\cos\Phi\right) + s\Phi'_s\left(\cos\Phi\cos\varphi + \sin\Phi\sin\varphi\right)\right] =$

$= \left(\cos2\Theta - 1\right)\left[\sin\Phi\left(\cos\varphi\Phi'_\varphi + s\sin\varphi\Phi'_s\right) + \cos\Phi\left(-\Phi'_\varphi\sin\varphi + s\cos\varphi\Phi'_s\right)\right]$, но изваждаме

$\rightarrow \cos\varphi\frac{\partial}{\partial s} - \frac{\sin\varphi}{s}\frac{\partial}{\partial\varphi} = \frac{\partial}{\partial x}$ и $\sin\varphi\frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{s}\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi} = \frac{\partial}{\partial y} \Rightarrow \left[\frac{\delta F_D}{\delta\Theta} = \left(\cos2\Theta - 1\right)s\left[\sin\Phi\Phi'_y + \cos\Phi\Phi'_x\right]\right]$

т.е. $\frac{\delta F_D}{\delta\Theta} = s\frac{\delta w_D}{\delta\Theta}$ при $F_D = sw_D$ и бързина. чрез в (x,y,z) координати. $\delta/\delta\Theta$

В (s,φ) координ. 2/X: $\frac{\delta\bar{F}_D}{\delta\Theta} = \frac{\partial\bar{F}_D}{\partial\Theta} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial\bar{F}_D}{\partial\Theta'_s} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial\bar{F}_D}{\partial\Theta'_\varphi} = \cos2\Theta\left[s\Phi'_s\cos(\Phi-\varphi) + \Phi'_\varphi\sin(\Phi-\varphi)\right] - \frac{\partial}{\partial s}s\sin(\Phi-\varphi) -$

$- \frac{\partial}{\partial\varphi}(-1)\cos(\Phi-\varphi) = \cos2\Theta[\cdot] - \sin(\Phi-\varphi) - s\cos(\Phi-\varphi)\Phi'_s - \sin(\Phi-\varphi)\left(\Phi'_\varphi - 1\right) = \left[s\Phi'_s\cos(\Phi-\varphi) + \Phi'_\varphi\sin(\Phi-\varphi)\right]\left(\cos2\Theta - 1\right)$

Escaneado con CamScanner

$$w_D = \theta_S' \sin(\Phi - \varphi) - \frac{1}{S}\Phi_S' \left(\cos(\Phi - \varphi) + \sin\theta \cos\theta \left[\Phi_S' \cos(\Phi - \varphi) + \frac{1}{S}\Phi_\varphi' \sin(\Phi - \varphi)\right]\right.$$

$$\frac{\delta w_D}{\delta\theta} = \frac{\partial w_D}{\partial\theta} - \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial w_D}{\partial \theta_s'} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial w_D}{\partial\theta_\varphi'} = \cos 2\theta[\cdot] - \frac{\partial}{\partial s}\sin(\Phi-\varphi) - \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{S}\Phi_S'\cos(\Phi-\varphi)\right) + \cos 2\theta(\;)$$

$$-\frac{1}{S}\sin(\Phi-\varphi)\left(\Phi_\varphi' - 1\right) = (\cos 2\theta - 1)\left[\Phi_S' \cos(\Phi-\varphi) + \frac{1}{S}\Phi_\varphi' \sin(\Phi-\varphi)\right] + \frac{1}{S}\sin(\Phi-\varphi)$$

В sx координатах $\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = S\frac{\delta w_D}{\delta\theta} - \frac{\partial w_D}{\partial\theta_S'}$, где $\frac{\partial w_D}{\partial\theta_S'} = \sin(\Phi-\varphi)$, $F_S = \sin\Phi$

Т.е. в (y,s)-координатах $\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = S\frac{\partial w_D}{\partial s}$, а в (x,y)-координатах $\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = S\frac{\partial w_D}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + S\frac{\partial w_D}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} = S\frac{\partial w_D}{\partial x}\cos\varphi + S\frac{\partial w_D}{\partial y}\sin\varphi$

В (s,φ)-координатах $\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = \frac{\partial F_D}{\partial\theta} - \frac{1}{S}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{\partial F_D}{\partial\theta_\varphi'}\right]$, $\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial F_D}{\partial\theta_\varphi'}$ нельзя вычислить через $\frac{\partial w_D}{\partial\theta_\varphi'}$

Теперь сделаем $\frac{\delta F_D}{\delta\theta} = S\frac{\partial w_D}{\partial\theta}$, $\frac{\partial w_D}{\partial\theta} = \frac{1}{S}\frac{\partial F_D}{\partial\theta} - \frac{1}{S}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial w_D}{\partial\theta_\varphi'}\right)$

$$\frac{\partial w_D}{\partial\varphi} = \frac{\partial w_D}{\partial\varphi} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial w_D}{\partial\theta_x'}\frac{\partial\theta_x'}{\partial\varphi} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial w_D}{\partial\theta_y'}\frac{\partial\theta_y'}{\partial\varphi} = \theta_x'\cos\varphi + \theta_y'\sin\varphi + \sin\theta\cos\theta\left[-\Phi_S'\sin\Phi + \Phi_\varphi'\cos\Phi\right] - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{2}\sin 2\theta\cos\varphi\right)$$

$$-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{2}\sin 2\theta\sin\varphi\right) = \theta_x'\cos\varphi + \theta_y'\sin\varphi + \frac{1}{2}\sin 2\theta\left[-\Phi_S'\sin\Phi + \Phi_\varphi'\cos\Phi\right] + \cos 2\theta\,\theta_y'\cos\varphi - \frac{1}{2}\sin 2\theta\cos\Phi\,\theta_x' -$$

$$-\cos 2\theta\sin\Phi\,\theta_y' - \frac{1}{2}\sin 2\Theta\cos\Phi\,\Phi_y' = (1-\cos 2\theta)\left[\theta_x'\cos\Phi + \theta_y'\sin\Phi\right] - \frac{\delta w_D}{\delta\Phi}$$

$$\cos\Phi\frac{\partial\theta}{\partial x} + \sin\Phi\frac{\partial\theta}{\partial y} = \cos\Phi\left[\cos\varphi\frac{\partial\theta}{\partial s} - \frac{1}{S}\sin\varphi\frac{\partial\theta}{\partial\varphi}\right] + \sin\Phi\left[\sin\varphi\frac{\partial\theta}{\partial s} + \frac{1}{S}\cos\varphi\frac{\partial\theta}{\partial\varphi}\right] = \cos(\Phi-\varphi)\theta_S' + \frac{1}{S}\sin(\Phi-\varphi)\theta_\varphi'$$

$$\frac{\delta w_D}{\delta\Phi} = (1-\cos 2\theta)\left[\cos(\Phi-\varphi)\theta_S' + \frac{1}{S}\sin(\Phi-\varphi)\theta_\varphi'\right], \quad \frac{\delta w_D}{\delta\theta} = (\cos 2\theta - 1)\left[\cos(\Phi-\varphi)\Phi_S' + \frac{1}{S}\sin(\Phi-\varphi)\Phi_\varphi'\right] - \text{уравнение}$$

Будем искать φ-зависимость $\theta = \theta_0 + \theta$, $\Phi = \Phi_0 + \psi$, $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$ θ будет мало по сравнению с θ_0

$$\cos 2\theta = \cos 2(\theta_0+\theta) = \cos 2\theta_0\cos 2\theta - \sin 2\theta_0\sin 2\theta \simeq \cos 2\theta_0 - 2\theta\sin 2\theta_0, \quad 1-\cos 2\theta_0 = 2\sin^2\theta_0, \quad \theta_0(s)$$

$$\cos(\Phi-\varphi) = \cos(\varphi+\psi-\varphi) = \cos\psi \simeq 1, \quad \sin(\Phi-\varphi) = \sin\left(\varphi+\frac{\pi}{2}+\psi-\varphi\right) = \cos\psi \simeq 1 + O(\psi^2)$$

$$\frac{\delta w_D}{\delta\Phi} = \left(2\sin^2\theta_0 + 2\theta\sin 2\theta_0\right)\left[-\theta\psi\,\theta_0' + \frac{1}{S}\theta\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right] = 2\theta\sin^2\theta_0\left[\frac{1}{S}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \theta_0'\psi\right]$$

$$\frac{\delta w_D}{\delta\theta} = -\left(2\sin^2\theta_0 + 2\theta\sin 2\theta_0\right)\left[-\theta\psi\frac{\partial\psi}{\partial s} + \frac{1}{S}\theta\left(1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)\right] = -\frac{\theta}{S}\left(2\sin^2\theta_0 + 2\theta\sin 2\theta_0\right)\left(1+\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right) =$$

$$= -\frac{\theta}{S}\left[2\sin^2\theta_0 + 2\sin^2\theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + 2\theta\sin 2\theta_0\right] = \left|\theta^2, \psi^2 \text{ малы, будем считать } \frac{\partial\psi}{\partial\varphi} \text{ малым}\right| = -\frac{2\theta}{S}\sin^2\theta_0\left[\sin^2\theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + \cos\theta_0\theta\right]$$

$$\frac{1}{dM_S}\dot{\theta} = \left(\delta_S DMI\right) - \frac{D}{dM_S^2}\frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\delta w_D}{\delta\Phi}S^0 = (\ldots) - \frac{d\theta}{S}\sin\theta_0\left[\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - S\theta_0'\psi\right] = (\ldots) - \frac{d}{S}\left[\sin\theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + \cos\theta_0\theta_0'\psi\right], \quad \psi\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$$

$$-\frac{1}{dM_S}\dot{\psi} = \left(\delta_S DMI\right) + \frac{D}{dM_S^2}\frac{\delta w_D}{\delta\theta}S^0 = (\ldots) - \frac{d}{S}\sin\theta_0\left[2\sin\theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + 2\cos\theta_0\theta\right] = (\ldots) - \frac{d}{S}\sin\theta_0\left[-\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + \cos\theta_0\theta\right]$$

DMI члены в УД совп. с DMI членами УД $\theta/\bar{\theta}$. Но если ещё D-члены в УД то θ_0 и ψ уже не будут равновесными

УД (см. 19/I) $\frac{1}{dM_S}\dot{\theta} = -\nabla^2\mu + \frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0}\mu + \frac{2\cos\theta_0}{S^2}\frac{\partial\theta}{\partial\varphi} - \frac{D}{dM_S^2}\frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\delta w_D}{\delta\Phi} = -\nabla^2\mu + \frac{\nabla_S^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0}\mu +$

$+\frac{2\cos\theta_0}{S^2}\frac{\partial\theta}{\partial\varphi} - d\left[\frac{1}{S}\sin\theta_0\frac{\partial\theta}{\partial\varphi} + \theta_0'\mu\right]$, $\frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} = -(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla_S^2\theta_0 = \left|\theta_0 \text{ снова удовл. ур-ю } \theta_0(s)\right|$

$= -(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\left[(\alpha+\nu_S s^2)\sin\theta_0\cos\theta_0 + \frac{1}{S}\sin^2\theta_0\right] = -(\theta_0')^2 + (\alpha+\nu_S s^2)\cos 2\theta_0 - \frac{d}{S}\sin\theta_0\cos\theta_0$

В равновесии $\theta_0(s)$ - уравнение вида точно такое же, как в случае без магнитостатики и без поля H_0, см. 18/I

Но можно будет искать равновесие $\theta_0(s)$ в виде приближения $\cos\theta_0 = P\left(R_c^2 - s^2\right)/\left(R_c^2 + s^2\right)$

где DMI, анизотропия (α), магнитостатика, Зеемана зависимы в R_c ($d, \alpha, H_z, I/R$) - их задаём, R_c определяем из $W_{tot}\left[\vec{m}_{sk}(\theta_0)\right] \to \min$. Остаётся ур. для ψ в форме

$$\begin{cases} \frac{1}{dM_S}\dot{\theta} = -\nabla^2\mu + \left[-(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla_S^2\theta_0\right]\mu + \frac{2\cos\theta_0}{S^2}\frac{\partial\theta}{\partial\varphi} - d\left[\sin\theta_0\frac{1}{S}\frac{\partial\theta}{\partial\varphi} + \theta_0'\mu\right], \\ -\frac{1}{dM_S}\dot{\mu} = -\nabla^2\theta + (\alpha+\nu_S s^2)\cos 2\theta_0 - \frac{2\cos\theta_0}{S^2}\cdot\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} + d\left[\sin\theta_0\frac{1}{S}\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} - \frac{1}{S}\sin 2\theta_0\,\theta\right] \end{cases}$$

$\nabla_S^2\theta_0 = \theta_0'' + \frac{1}{S}\theta_0' = (\alpha+\nu_S s^2)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{S}\sin^2\theta_0 + \left(\text{магнетостатика, Зеемана}\right)$ $\nabla_S^2\theta_0 = \frac{1}{S^2}\sin\theta_0\cos\theta_0$

магнетостатика, Зеемана входят и в ур. для $\dot{\mu}$. $\cos\theta_0 = P\left(\frac{R_c^2 - s^2}{R_c^2 + s^2}\right)$

(18 - 24/I) Поездка в Nijmegen, HFML (Inst. Magnetism UMC 2015, Oct. 19 - 23, 2015

Doorvaag Kerker mass in thick dots": Beleggen + Dec. (Cyclic reversal by change - paper и анализ по намагниченности, Dec. Chantrell, O'Aler (micromagnetic time SW - spectrum ML F_3/F_2 film, модель O'Aler'а применима параметрами $\alpha \ll 1$, d/R) Зеегман (δk - SW с Вортекс), Б. Иванов (модель - надо M_V из G_3 - модуль, так называемый, или пустой вопрос спектр azim. SW $m = \pm 1$, 2 не знаю) first doublet $n=1, m=\pm 1$, G_3 - new, новые M_V - очень для $L = 10$ nm и намного меньше для $L = 100$ nm dot thickness, $G_3\omega_0/M_V \approx \frac{\omega_0}{\omega_{in}}\frac{R}{L} \ll 1$ Hysteresis theory Tchernyshyov, Volark, Metlov: Skyrmion SW in Apt с дефект in

(25/1)

Escaneado con CamScanner

$\operatorname{div}\vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = \frac{2}{(1+\xi\xi)^2}\left[\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}\right]$, $\xi(z)$ - analytic f., $w(z) = f(z)$ give Skyrmion.

Static Skyrmion $\xi(z) = \frac{z}{R}e^{i\varphi_0}$ → $\operatorname{div}\vec{m} = \frac{1}{c}\frac{\cos\varphi_0}{(1+\xi\xi)^2}$, $w_D = \frac{\mu}{c}\frac{\sin\varphi_0}{(1+\xi\xi)^2}$, $w_D^x = \frac{\mu}{c}\frac{\cos\varphi_0}{(1+\xi\xi)^2}$, $m_\varphi = 0$.

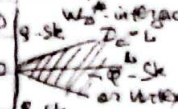
a) φ - Skyrmion ($\varphi_0 = \pm\pi/2$): $w_D = \frac{4D}{c}\frac{R}{(1+\xi\xi)^2}$, $\operatorname{div}\vec{m} \neq 0$, $m_\varphi = 0$.

b) ξ - Skyrmion ($\varphi_0 = 0, \pi$): $w_D^x = \frac{4D}{c}\frac{(\pm 1)}{(1+\xi\xi)^2}$, $\operatorname{div}\vec{m} \neq 0$, $m_\varphi \neq 0$. $w_D^x = D\cdot\operatorname{div}\vec{m}$ (!).

T.o., bulk-DMI φ-Skyrmion отличается конечностью w_m в cyl. dot, а interfacial-DMI ξ-Skyrmion особенностью finite w_m in cylindrical dot. Static Skyrmion. D - решающая величина для ξ-Skyrmion. Если $|D|$ мало, то $|w_D^x| < w_m$ и ξ-Skyrmion невозможен. Если w_m^{vol} достаточно, то $w_D^x = w_m^{vol}$ при $D\operatorname{div}\vec{m} = (\operatorname{div}\vec{m})^2 M_S^2 R^2 L$, $\frac{D}{d} \sim M_S^2 L \sim 1\frac{erg}{cm^2}$.

Тогда конкуренция с $w_m > 0$, иначе $w_D^x < 0$, т.е. $D\cos\varphi_0 < 0$ дает ξ-Skyrmion. $D > 0$

$m_\xi^0 = \sin\Theta_0\cos(\varphi_0 - \psi) \to |\varphi_0 = \psi + \varphi_0| = \sin\Theta_0\cos\varphi_0$ дает ξ-Skyrmion, $\varphi_0 = 0, \pi$.



+Если член $d\cdot\Theta_0' \sim d\,\delta(\xi - R_c)$ войдет в bound. conditions при $\xi = R_c$ дает thin-DW limit, то SW-frequencies от $10/\bar{x}$ надо нормировать, учитывая surface d-term.

B. cond при $\xi = R_c$ выдает опять $\frac{\partial\vec{m}}{\partial\rho} + d\cdot\vec{m} = 0\,|_{\xi=R_c}$, $d = \frac{2D}{dM_S^2} = \frac{D}{A}$, $[d] = \frac{1}{cm}$.

Если b.c. зависят от d, то и ω_n - SW $= F_n(d)$, хотя из bulk YD d-DMI выпало.

(26/X) Обсуждение с Arantxa и UAM/EHU Ассистат по opening postdoc position. SW-skyrm. Bulk type по SW in Sk-ground state cyl. dot.

$\frac{1}{D}W_D^x = \cos(\Phi-\psi)\Theta_\xi' + \frac{1}{\xi}\sin(\Phi-\psi)\Theta_\varphi' + \sin\Theta\cos\Theta\left[\frac{1}{\xi}\cos(\Phi-\psi)\Phi_\varphi' - \sin(\Phi-\psi)\Phi_\xi'\right]$ - interfacial DMI

$\frac{1}{D}W_D = \sin(\Phi-\psi)\Theta_\xi' - \frac{1}{\xi}\cos(\Phi-\psi)\Theta_\varphi' + \sin\Theta\cos\Theta\left[\frac{1}{\xi}\sin(\Phi-\psi)\Phi_\varphi' + \cos(\Phi-\psi)\Phi_\xi'\right]$ - bulk DMI

Расчет имеет W_D interface term на поверхности $\xi = R_c$ в thin DW limit Θ_0 $\Theta_0(\xi) = 0, \pi$?

$\Phi = \varphi + C\pi/2 + \psi$, $\Theta = \Theta_0(\xi) + \ell\ell$. $\sin(\Phi-\psi) = \sin(C\frac{\pi}{2} + \psi) = C\left(1 - \frac{1}{2}\psi^2\right)$, $\cos(\Phi-\psi) = \cos(\frac{\pi}{2}C + \psi) = -C\psi + O(\psi^3)$

$W_D = C\left(1-\frac{\psi^2}{2}\right)\left[\Theta_0' + \frac{\partial\ell\ell}{\partial\xi}\right] - \frac{1}{\xi}(-C\psi)\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} + \ldots + \frac{1}{2}\left[\sin 2\Theta_0\left(1 - \frac{1}{2}(2\ell\ell)^2\right) + 2\ell\ell\cos 2\Theta_0\right]\cdot\left[\frac{1}{\xi}C\left(1-\frac{1}{2}\psi^2\right)\left(1 + \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right) + (-C\psi)\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right] = C\left(1-\frac{\psi^2}{2}\right)\Theta_0' + C\frac{\partial\ell\ell}{\partial\xi} + \frac{C}{\xi}\psi\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} + \frac{1}{2}\left[\ldots\right]\left[\frac{C}{\xi}\left(1-\frac{1}{2}\psi^2 + \frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right) - C\psi\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right]$

$\left(\frac{1}{DC}\right)W_D = -\frac{1}{2}\psi^2\Theta_0' + \frac{1}{\xi}\psi\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} + \frac{1}{\xi}\sin 2\Theta_0(-1)\ell\ell^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi}\psi^2\frac{1}{1}\sin 2\Theta_0 + \frac{1}{\xi}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\cos 2\Theta_0\,\ell\ell - \psi\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\frac{1}{2}\sin 2\Theta_0$ с $\psi \to 0$ на $\ell\ell, \psi \to 0$

$\frac{1}{D}W_D = -\frac{1}{2}\Theta_0'\psi^2 - \frac{\sin 2\Theta_0}{\xi}\ell\ell^2 - \frac{\sin 2\Theta_0}{4\xi}\psi^2 + \frac{1}{\xi}\psi\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} + \frac{\cos 2\Theta_0}{\xi}\ell\ell\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \frac{1}{2}\sin 2\Theta_0\,\psi\frac{\partial\psi}{\partial\xi}$.

$F_D = \xi W_D = -\frac{1}{2}\xi\Theta_0'\psi^2 - \sin 2\Theta_0\,\ell\ell^2 - \frac{1}{4}\sin 2\Theta_0\psi^2 + \psi\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} + \cos 2\Theta_0\,\ell\ell\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \frac{1}{2}\xi\sin 2\Theta_0\,\psi\frac{\partial\psi}{\partial\xi}$.

$\frac{\delta F_D}{\delta\psi} = \frac{\partial F_D}{\partial\psi} - \frac{\partial}{\partial\xi}\frac{\partial F_D}{\partial\psi_\xi'} - \frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial F_D}{\partial\psi_\varphi'} = -\xi\Theta_0'\psi - \frac{1}{2}\sin 2\Theta_0\psi - \frac{\partial}{\partial\xi}\left(-\frac{1}{2}\xi\sin 2\Theta_0\psi\right) - \frac{\partial}{\partial\varphi}(\cos 2\Theta_0\cdot\ell\ell) =$

$= -\xi\Theta_0'\psi - \frac{1}{2}\sin 2\Theta_0\psi + \frac{1}{2}\sin 2\Theta_0\psi + \frac{1}{2}\xi\psi\,2\cos 2\Theta_0\Theta_0' + \frac{1}{2}\xi\sin 2\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\xi} - \cos 2\Theta_0\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} =$

$= (\cos 2\Theta_0 - 1)\xi\Theta_0'\psi + \frac{1}{2}\xi\sin 2\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\xi} - \cos 2\Theta_0\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi} = -2\sin 2\Theta_0\,\xi\Theta_0'\psi + \frac{1}{2}\xi\sin 2\Theta_0\frac{\partial\psi}{\partial\xi} - \cos 2\Theta_0\frac{\partial\ell\ell}{\partial\varphi}$

$\frac{1}{\sin\Theta_0}\frac{\delta F_D}{\delta\psi} = -2D\sin\Theta_0\,\xi\Theta_0'\psi + (\ldots) = +2D\,\xi\Theta_0'\mu + (\ldots)$ дает член $-d\Theta_0'\mu$ в YD нужно сократить interface term. Весь interface ~ $\delta(\xi - R_c)$, поэтому был в W_D. Такой interface член должен давать вклад в B.cond $\xi = R_c$, но не в bulk YD. $\frac{1}{D}W_D^S = \sin(\Phi-\psi)\Theta_0' = (1-\frac{1}{2}\psi^2)\Theta_0'(\xi)$ - какой interface член? Некоторые. Весь он комбинируется с $\frac{1}{D}$ с другими членами в Bulk YD, чтобы дать $-d\Theta_0'\mu - 2d\Theta_0'\mu$ в YD дает ℓℓ.

Вывод: нужно не будет выводить $d\Theta_0'$ в interface B. conditions at $\xi = R_c$, достаточно B.cond. в расчет k_n от $10/\bar{x}$ в сумме $d\Theta_0'$ в R_c.

Подготовил file SK-SW paper с Зуруан и послал ей (mail is not delivered, неверно).
Edited revised paper + Ai Ping DW-Nanotubes" (Mat. Res. Expr.) и собрал References, послал ей.
Arantxa Basque + Spanish + European grants с Ikerbasque web-site. Advanced 16/2 ton 2020
ERC-proposal under deadline Sept. 1, 2016. ERC - Advanced grant. Енакиева уточнила дата Inst.

(27/X) Дорда Patxi остер на UMC'15 - Nijmegen. Обсудил с Patxi уязвл new comp. „Dell", Perfect CAM для password. Обзор new Skyrmion papers: artificial SK-Lattices Gilbert, Mat. Comm, 2015. подготовил отзыв на двух-периодич theis A. Vakov (KFY). Ai Ping submit. paper to Mat. Res. Expr. Енакиева уточнила Internet fibra-optica 150 MB/s, у Antonia 120-30 MB у меня 30-40 MB.

(28/X) E-mail с Вольфрамом (propose interest coupling, Aw, H_z Lorentz, Сн. 15/X) to Skyrmion-Chain dyn. Simulations - Mancebanice. Нужно Gauge-field paper. Задание.

(29/X) Зуруан нашла сравнение с моим расчетом SW-Skyrmion от $10/\bar{x}$ в конфигурации thin DW $\Theta_0(\xi) = 0$, $\xi < R_c$; $\Theta_0 = \pi$, $\xi > R_c$. SW-SK

→ $a_-(\xi) = C\,J_{m+1}(k\xi)$, $\xi < R_c$ и $a_+(\xi) = C_1 J_{m+1}(k\xi) + C_2 N_{m+1}(k\xi)$ - SW $a(\xi) = b(\xi)$ - Thorsen $a_-(R_c) = a_+(R_c)$, $a_-'(\xi) = a_+'(\xi)$ - $\xi = R_c$ сшивка и B.C. $a_+(R) = 0$.

Escaneado con CamScanner

$\frac{\partial a_1}{\partial x} = k\left[C_1 J'_{m+1}(kR) + C_2 N'_{m+1}(kR)\right]$, $\frac{\partial a_2}{\partial x} = k\, C\, J'_{m-1}(kR)$, $\frac{\partial a_1}{\partial R} = \frac{\partial a_2}{\partial R}$ ($\because a_1(R) = a_2(R)$)

$x = kR_0$; $C J_{m-1}(x) = C_1 J_{m+1}(x) + C_2 N_{m+1}(x)$, $C J'_{m-1}(x) = C_1 J'_{m+1}(x) + C_2 N'_{m+1}(x)$

$a_1(R) = C_1 J_{m+1}(kR) + C_2 N_{m+1}(kR) = 0$, $kR = kR_0 \frac{R}{R_0} = x/c$, $c = R_0/R$ - reduced to radius.

$$\begin{pmatrix} J_{m-1}(x) & -J_{m+1}(x) & -N_{m+1}(x) \\ J'_{m-1}(x) & -J'_{m+1}(x) & -N'_{m+1}(x) \\ 0 & J_{m+1}(xc) & N_{m+1}(xc) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = 0, \quad \det R = -J_{m-1}(x) J'_{m+1}(x) N_{m+1}(xc) -$$

$$- N_{m+1}(x) J'_{m-1}(x) J_{m+1}(xc) + J_{m+1}(x) J'_{m-1}(x) N_{m+1}(xc) + J_{m+1}(x) J_{m+1}(xc) N'_{m+1}(x)$$

$\det R = N_{m+1}(xc)\left[J_{m+1}(x) J'_{m-1}(x) - J_{m-1}(x) J'_{m+1}(x)\right] - J_{m+1}(xc)\left[N_{m+1}(x) J'_{m-1}(x) - N'_{m+1}(x) J_{m-1}(x)\right]$

$\det R = F_m(x) \cdot J_{-m}(x) + (-1)^m J_m(x)$, $J_{m-1} + J_{m+1} = \frac{2m}{x} J_m$; $J_{m-1} - J_{m+1} = 2 J'_m$

Wronskian (10/8) $J_\nu N'_\nu - J'_\nu N_\nu = \frac{2}{\pi x}$ ∴ $J_\nu N_{\nu+1} - J_{\nu+1} N_\nu = \frac{2}{\pi x}$; $W[Z_\nu, Z_\nu(x)]$ - ordinary eq. in x

Neumann functions: $N_{m-1} + N_{m+1} = \frac{2m}{x} N_m$; $N_{m-1} - N_{m+1} = 2 N'_m(x)$, $N_{-m}' = -N_m'(x)$, $N_m = (-1)^m N_m$

$F_m(x) = \left[J_{m+1}(x) J'_{m-1}(x) - J_{m-1}(x) J'_{m+1}(x)\right] N_{m+1}(\frac{x}{c}) - \left[N_{m+1}(x) J'_{m+1}(x) - N'_{m+1}(x) J_{m-1}(x)\right] J_{m+1}(\frac{x}{c})$

$J'_{-m} = \frac{1}{2}\left[J_{-m+1} - J_{-m-1}\right] = \frac{1}{2}\left[(-1)^{m+1} J_{m+1} - (-1)^{m-1} J_{m-1}\right] = \frac{1}{2}(-1)(-1)^m\left[J_{m+1} - J_{m-1}\right] =$

$= (-1)^m \frac{1}{2}\left[J_{m-1} - J_{m+1}\right] = (-1)^m J'_m$; $F_0(x) = \left[J_1 J'_{-1} - J_{-1} J'_1\right] N_1(\frac{x}{c}) - \left[N_1 J'_{-1} - N'_1 J_{-1}\right] J_1(\frac{x}{c}) =$

$= \left[-J_1 J'_1 + J_1 J'_1\right] N_1(\frac{x}{c}) + \left[N_1 J'_1 - N'_1 J_1\right] J_1(\frac{x}{c}) = -\frac{2}{\pi x} J_1(\frac{x}{c}) = 0$, $J_1(x/c) = 0$

$J_1(kR) = 0$, $k_{mn} = x_{mn}/R$, $J_1(x_{mn}) = 0$ - gives $m=0$ BW modes ($a_- = a_1$, $c_- = c_1$, $c_2 = 0$).

Radial BW $m=0$ mode acoustic, since real $a(\varphi) = J_1(k_{1n}\varphi)$, $k_{1n} = x_{1n}/R$.

$m = \pm 1$ BW $F_m = \left[J_{m+1} J'_{-m-1} - J_{m-1} J'_{-m+1}\right] N_{m+1}(\frac{x}{c}) - \left[N_{m+1} J_{-m-1} - N'_{-m+1} J_{-m+1}\right] J_{-m+1}(\frac{x}{c}) =$

$= \left[J_{m+1} J'_{m+1} + J_{m-1} J'_{m-1}\right](-1)^{m-1} N_{m+1}(\frac{x}{c}) - \left[N_{m-1} J'_{m+1} - N'_{m-1} J_{m+1}\right](-1)^{m-1} J_{m-1}(\frac{x}{c}) =$

$= \left[J_{m+1} J'_{m-1} + J_{m-1} J'_{m+1}\right](-1)^m N_{m-1}(\frac{x}{c}) - \left[N'_{m-1} J_{m+1} - N_{m+1} J'_{m+1}\right](-1)^m J_{m-1}(\frac{x}{c}) \neq F_m$?

$(J_{m+1} J'_{m-1} - J_{m-1} J'_{m+1}) = J_{m+1} \frac{1}{2}\left[J_{m-2} - J_m\right] - J_{m-1}\left[J_m - J_{m+2}\right]\frac{1}{2} =$

$= (\frac{m}{x} J_m - J'_m) J'_{m-1} - (\frac{m}{x} J_m + J'_m) J'_{m+1} = \frac{m}{x} J_m (J_{m-1} - J'_{m+1}) + J'_m (J'_{m-1} + J'_{m+1})(-1) =$

$= \frac{m}{x} J_m \cdot 2 J''_m - J'_m \left[\frac{2m}{x} J_m\right]' = \frac{2m}{x} J_m J''_m - J'_m \cdot 2m \left[-\frac{1}{x^2} J_m + \frac{1}{x} J'_m\right] = \frac{2m}{x} J_m \left[J''_m + \frac{1}{x} J'_m\right] -$

$- \frac{2m}{x}(J'_m)^2 = \frac{2m}{x} J_m \left(-\frac{m^2}{x^2}\right)(-1) J_m - \frac{2m}{x}(J'_m)^2 = -\frac{2m}{x}\left[\left(1 - \frac{m^2}{x^2}\right) J_m^2 + (J'_m)^2\right]$

$N_{m+1} J'_{m-1} - N'_{m+1} J_{m-1} = (\frac{m}{x} N_m - N'_m) J'_{m-1} - (J_m \frac{m}{x} + J'_m) N'_{m+1} = (\frac{m}{x} N_m - N'_m) J'_{m-1} -$

$- J_{m-1} \cdot \frac{d}{dx}\left[\frac{m}{x} N_m - N'_m\right] = (\frac{m}{x} N_m - N'_m) J'_{m-1} - J_{m-1}\left[-\frac{m}{x^2} N_m + \frac{m}{x} N'_m - N''_m\right] =$

$= (\frac{m}{x} N_m - N'_m) J'_{m-1} - J_{m-1}\left[\frac{m}{x} N'_m - N''_m - \frac{m}{x^2} N_m\right] = (\frac{m}{x} N_m - N'_m) \frac{d}{dx}\left[\frac{m}{x} J_m + J'_m\right] -$

$- (\frac{m}{x} J_m + J'_m)\left[\frac{m}{x} N'_m - N''_m - \frac{m}{x^2} N_m\right] = (\frac{m}{x} N_m - N'_m)(-\frac{m}{x^2} J_m + \frac{m}{x} J'_m + J''_m) -$

$- (\frac{m}{x} J_m + J'_m)\left[\frac{m}{x} N'_m - N''_m - \frac{m}{x^2} N_m\right] = \frac{m^2}{x^2}(N_m J'_m - J_m N'_m) + \frac{m}{x}\left[N_m J''_m + \frac{1}{x} N'_m J_m -\right.$

$\left. - N'_m J'_m + J_m N''_m + \frac{m}{x^2} J_m N_m - J'_m N'_m + \frac{m}{x} J'_m N_m - \frac{m}{x^2} N_m J_m\right] - N'_m J''_m + J'_m N''_m =$

$= \frac{m^2}{x^2}\left(\frac{-2}{\pi x}\right) + \frac{m}{x}\left[N_m J''_m + J_m N''_m + \frac{1}{x} N'_m J_m + \frac{1}{x} J'_m N_m - 2 N'_m J'_m\right] - N'_m J''_m + J'_m N''_m =$

$(N_{m+1} J'_{m-1} - N'_{m+1} J_{m-1}) = \frac{m^2}{x^2}\left(-\frac{2}{\pi x}\right) + \frac{m}{x}\left[N_m (J''_m + \frac{1}{x} J'_m) + J_m (N''_m + \frac{1}{x} N'_m) - 2 N'_m J'_m\right] -$

$- N'_m J''_m + J'_m N''_m = \frac{m^2}{x^2}\left(-\frac{2}{\pi x}\right) + \frac{m}{x}\left[N_m (\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m + J_m (\frac{m^2}{x^2} - 1) N_m - 2 N'_m J'_m\right] -$

$- N'_m J''_m + J'_m N''_m = -\frac{2}{\pi x}\frac{m^2}{x^2} + \frac{2m}{x}(\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m N_m - \frac{2m}{x} N'_m J'_m + N'_m\left[-\frac{1}{x} J'_m + (\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m\right] +$

$+ J'_m\left[-\frac{1}{x} N'_m + (\frac{m^2}{x^2} - 1) N_m\right] = -\frac{2}{\pi x}\frac{m^2}{x^2} + \frac{2m}{x}(\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m N_m - \frac{2m}{x} N'_m J'_m + (\frac{m^2}{x^2} - 1)\left[J'_m N_m / J_m\right] =$

$= -\frac{2}{\pi x}\frac{m^2}{x^2} + \frac{2m}{x}(\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m N_m - \frac{2m}{x} N'_m J'_m + (\frac{m^2}{x^2} - 1)(\frac{-2}{\pi x})$, for $m=0$ (…) = $+\frac{2}{\pi x}$ - Bessel. (=

$(\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m N_m - N'_m J'_m = (\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m N_m - (N_{m-1} - \frac{m}{x} N_m)(J_{m-1} - \frac{m}{x} J_m) =$

$= -J_m N_m - N_{m-1} J_{m-1} + \frac{m}{x}(J_m N_{m-1} + N_m J_{m-1}) = J_m (\frac{m}{x} N_{m-1} - N_m) + (N_m - \frac{2m}{x} - N_{m-1}) J_m =$

$= J_m\left[\frac{1}{x} N_{m-1} + \frac{(m+1)}{x} N_{m-1} - N_m\right] + J_{m-1}\left[\frac{m}{x} N_m - N_{m-1}\right] = J_m\left[\frac{1}{x} N_{m-1} + N'_{m-1}\right] +$

$+ J_{m-1}(-1) N'_m = \frac{1}{x} J_m N_{m-1} + J_m N'_{m-1} - J_{m-1} N'_m$. Y Lec - $\begin{cases} J_m N'_m - J'_m N_m = \frac{2}{\pi x} \\ J_m N_{m+1} - J_{m+1} N_m = -\frac{2}{\pi x} \end{cases}$

$F_m(x) = -\frac{2m}{x}\left[(1 - \frac{m^2}{x^2}) J_m^2 + (J'_m)^2\right] N_{m+1}(\frac{x}{c}) -$

$- \left[-\frac{2}{\pi x}(2\frac{m^2}{x^2} - 1) + \frac{2m}{x}(\frac{m^2}{x^2} - 1) J_m N'_m - \frac{2m}{x} N'_m J'_m\right] J_{m+1}(x/c)$, $F_m(x) = 0$ gives [illegible] k_{mn}

Escaneado con CamScanner

$F_0(x) = -\frac{2}{\pi x} J_1(x/c) = 0$, $k_n R = d_n$ - Ok. Но не очевидно что $F_{-m}(x) = F_m(x)$ $\forall m, x$

азим. m и $+m$ дают имеют одинак. гр. $F_m(x) = 0$, $F_{-m}(x) = 0$ и одинак. корни $\gamma_{nm} \to$ одинаковые 'заселенности'

Сам. 12/I static $W_{sk}(s=0) = \mu_0 D L R p\left(\frac{c}{1+c^2}\right)$, $c = R_c/R$, D - DC gives φ-skyrmion, или D sk. gives φ-sk.

$W_D^0(c) = 4\pi D L R p\left(\frac{c}{1+c^2}\right)$ graph: 0 → 1 → 0 at c

SW Bug CΦ: $\frac{C_1}{C_2} = -\frac{N_{m+1}(kR)}{J_{m+1}(kR)}$, $\frac{C}{C_2} = \left[\frac{C_1}{C_2} J_{m+1}(x) + N_{m+1}(x)\right] \frac{1}{J_{m-1}(x)}$, $x = kR_c$, $kR = ?$.

$a_-(s) = \frac{C_2}{J_{m-1}(kR_c)} \left[-\frac{N_{m+1}(kR)}{J_{m+1}(kR)} J_{m+1}(kR_c) + N_{m+1}(kR_c)\right] J_{m-1}(ks)$

$$\begin{cases} \frac{1}{C_2} a_+(s) = -\frac{N_{m+1}(kR)}{J_{m+1}(kR)} J_{m+1}(ks) + N_{m+1}(ks) = \frac{1}{J_{m+1}(kR)} \left[N_{m+1}(ks) J_{m+1}(kR) - N_{m+1}(kR) J_{m+1}(ks)\right] \\ \frac{1}{C_2} a_-(s) = \left[N_{m+1}(kR_c) J_{m+1}(kR) - N_{m+1}(kR) J_{m+1}(kR_c)\right] \frac{J_{m-1}(ks)}{J_{m-1}(kR_c) J_{m+1}(kR)} \end{cases}$$ при k из $F_m(kR_c) = 0$.

УР для $a(s)$ $a'' + \frac{1}{s} a' + \left[\frac{\omega}{v} - \varkappa - \frac{1}{s^2}(m\mp 1)^2\right] a(s) = 0$, $(m-1) - \Theta_0 = 0$, $s \le R_c$, $(m+1)$, $s \ge R_c$,

кроме $J_{m-1}(ks)$ существует второе ин-зависимое решение $J_{m+1}(ks)$ $J_{-m} = (-1)^m J_m$

$J_{m+1} \neq$; $J_{1-m} = (-1)^{m-1} J_{m-1}$. И кроме $a_+(s) = C_1 J_{m+1} + C_2 N_{m+1}$ и $\tilde{a}_+(s) = \tilde{C}_1 J_{-m-1} + \tilde{C}_2 N_{-m-1}$

$\tilde{a}_+(s) = \tilde{C}_1 (-1)^{m+1} J_{m+1} + \tilde{C}_2 (+1)^{m+1} N_{m+1}$, $\tilde{a}_-(s) = \tilde{C} J_{1-m} = \tilde{C} (-1)^{m-1} J_{m-1}$

Bug сек. гр. $F_m(x)$ от $C, \tilde{C}$ не зависит и зависит лишь от $\frac{C_1}{C_2} = \frac{\tilde{C}_1}{\tilde{C}_2}$.

Вблизи local coordinates sing domains $\cos\Theta_0 = \pm 1$ of Skyrmion.

30/X Meeting и обсуждение Skyrmion papers с M. Mruczkiewicz (Bordeaux). Он с Jan. 2016 работает по индивидуал M.Curie postdoc с Cambel'ом Брэдстока. Sk-chein paper was submitted to PRB. обсуждение comments/questions через 15/X. Последнее нерав. исправлено и послано A.Bogdanov'у для его Ph.D thesis. Изучил D.Wagenknecht papers Kosevich'77 и Volchik'87. Он цитирует Ivanov'90 о стабилизации single Skyrmion из-за $(\nabla \vec{m})^4$ exchange или $(\vec{m} \cdot \mathrm{rot}\vec{m})$ - DMI и Черепанов'а AuP'89. Обсужд. другие косв. Sk-papers с Гуфа, все они simulations, теоретич papers - нет.

31/X E-mail to Бурлуцкому. Новая Sk-dynamics thin dot, thin DW paper (или разумно?)

$W = \frac{1}{2} L M_s^2 \int d^2\vec{s} \left[d(\nabla \vec{m})^2 - \beta m_z^2 \underset{\beta>0}{=} \frac{2H}{M_s} m_z\right]$, $\Delta = \sqrt{d/\beta}$ DW width, $\Delta = \sqrt{A/K}$, $K > 0$.

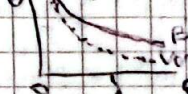
Static skyrmion: 1) BP $\mathrm{tg}\frac{1}{2}\Theta_0 = \left(\frac{R_c}{s}\right)^{|\nu|}$; 2) Voronov'83 $\mathrm{tg}\frac{\Theta_0}{2} = \frac{2}{(\nu-1)!}\left(\frac{R_c}{2\Delta}\right)^{\nu} K_\nu(s/\Delta)$

(B-Sk) при $\Phi = \nu\varphi + \pi/2$ и $\Theta = \Theta_0(s)$, $\nu = \pm 1, \pm 2, \dots$ оба решения можно через modified Bessel functions to find $W(R_c)_{min}$, R_c - is Sk-radius [Ivanov'JMMM'90] Skyrmion of small radius $R_0 \sim \sqrt{a\Delta}$ ($(\nabla\vec{m})^4$-exch.) или $R_0 \sim a\frac{d}{\beta}$ (DMI), $w_D = j_{ik}\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}$

Voronov-ansatz ($\nu=1$) $\mathrm{tg}\frac{1}{2}\Theta_0(s) = \frac{R_c}{\Delta} K_1\left(\frac{s}{R_c}\frac{R_c}{\Delta}\right) = \xi K_1(s\xi)$, $\xi = R_c/\Delta$,

Bpansatz $\mathrm{tg}\frac{1}{2}\Theta_0(s) = \frac{1}{s}$, s в ед. R_c - Sk-radius. $s \to s/R_c$, $\cos\Theta_0 = \frac{1-s^2}{1+s^2}(-1)$.

при $\xi \ll 1$ ($\xi \to 0$) Voronov $\Theta_0(s, \xi)$ переходит в BP-ansatz. при finite ξ, $\Theta_0(s)$ падает быстрее и $\Theta_0(s) = \pi/2$ при $s < 1$.



SW - Skyrmion ground state 30/V gave что $m=0$ mode

$\omega^2/\gamma^2 = \left[dM_s x^2 + H_A + F - 4\pi M_s f(xL)\right]\left[dM_s^2 x^2 + H_A + \bar{F}\right]$, $F(s) \to F$ - static dip field.

В пределе $L/R \to 0$ $\bar{F} \to -4\pi M_s$, т.к. $d_{zz}(ss') = -\frac{1}{L}\int dk \left[1 - e^{-kL}\right] J_0(ks) J_0(ks') \to -\frac{1}{s}\delta(s-s')$

$f(xL) \to \frac{1}{2}xL \to 0$. $\omega/\gamma = H_A - 4\pi M_s + dM_s x^2$ $q_z^2 m = 0$ и $m \neq 0$ SW modes.

Для thin dot достаточно $H_A \to H_A - 4\pi M_s$, т.к. exchange is dominating, $L/R \to 0$.

$\frac{\omega_{nm}}{\gamma} = H_A - 4\pi M_s + M_s\left(\frac{L_e}{R_c}\right)^2 \varkappa_{nm}^2$, $\varkappa_{nm}(c)$ корни сек. ур. $F_m(\varkappa, c) = 0$.

$c = R_c/R$ найти из $\min W(c)$, где в W входили W_{ex}, W_A, W_D и $W_m(L/R \to 0)$ или $W_m = 0$.

$W_D = 4\pi D L R\left(\frac{c}{1+c^2}\right)$. Сам. расчеты Jan. 2015 Sk-static energy при $\cos\Theta_0 = \frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}$ ansatz

$\varepsilon_S = E_{sk}/M_s^2 V = 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{1}{1+c^2} + (h_A - 4\pi)\cdot 2c^2\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{1+c^2}\right] + \frac{4\pi D L R}{M_s^2 V}\left(\frac{c}{1+c^2}\right)$, $\beta \to 0$

$\to \varepsilon_S(c) = 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{1}{(1+c^2)} + 2d\frac{L_e^2}{R}\frac{c}{(1+c^2)} + 2(h_A - 4\pi)\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{1+c^2}\right]c^2$, $d = D/A$.

Static skyrmion energy, $L/R \ll 1$, BP solution ansatz. Закончил 29/I 16г.

Escaneado con CamScanner

$E_s(c) = 4\frac{k^2}{R^2}\frac{1}{(1+c^2)}\left[1+\frac{1}{2}dRc\right] + 2(h_a - 4\pi)\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{1+c^2}\right]$ — static str. energy

Exchange + DMI are dominating over $(h_a - 4\pi)$ - term, so neglect

$E_s(c) \simeq 4\frac{k^2}{R^2}\frac{1+bc^{-1}}{(1+c^2)}$, $\frac{\partial E_s}{\partial c} = \frac{1}{b}\frac{1-2bc-c^2}{(1+c^2)^2} = 0$, $c^2+2bc-1=0$, $2c_{1,2} = -2b \pm \sqrt{4b^2+4}$

$c_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2+1}$. Только $c_1 = \sqrt{b^2+1} - b > 0$ при любом знаке $b = \frac{\dot{\gamma}}{2R}$.

Rel. Equilibrium $c_0 = \sqrt{b^2+1} - b$, $c_0 = f(K, D/A)$, т.к. $b = \frac{a}{4R} = \frac{2A}{DR}$. $R_0 = c_0 R = R\left[\sqrt{b^2+1} - b\right]$

$|b| = 0.1 - 1$ for typical parameters, $D \sim 0.1 - 1$ erg/cm^2, $A \sim 10^{-6}$ erg/cm, $R \sim 100$ nm.

c_0 $b>0$, c_0 $b<0$, т.к. $c_0 \le 1$ (Re $k \le 1$), поэтому должно быть $b>0$, $D>0$.

С ростом D $c_0 \uparrow$ при $D \downarrow$, $R \downarrow$ быстрее растет, а c_0 медленнее.

$E_s(c) = 4\frac{k^2}{R^2}\left(\frac{1+c/b}{1+c^2}\right) + 2h_a^*\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{1+c^2}\right]c^2$, даже не $c_0 = \sqrt{b^2+1} - b$ мин $E_s(c)$ (при $b>0$) Нет, не нужно!

Найдем $\frac{\partial E_s}{\partial c} = 4\frac{k^2}{R^2}\frac{1}{b}\frac{(1-2bc-c^2)}{(1+c^2)^2} + 2h_a^*\frac{(-2)}{c}\frac{1}{(1+c^2)^2} = 0$, $\frac{k^2}{R^2}\frac{1}{b}(1-2bc-c^2) - \frac{h_a^*}{c} = 0$

$\frac{k^2}{RAb} = \lambda$, $\lambda c(1-2bc-c^2) - h_a^* = 0$. Есть мин при $c>0$, т.е. $\lambda c_0 = h_a^*$, $c_0 = \frac{h_a^*}{\lambda} = \frac{h_a^* DAR}{k^2}$

Требуем $h_a^* = h_a - 4\pi > 0$ при $b>0$, что означает $h_a < 0$ ($h_a^* < 0$). $c_0 = \frac{R}{2k}\frac{h_a^*}{AD}2A = h_a^*\frac{M_s^2 R}{D}$

Вместим $E_s(c) = \lambda\frac{(b+c)}{(1+c^2)} + 2h_a^*\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{1+c^2}\right]$ как решим $\lambda c(1-2bc-c^2) = h_a^*$

$\frac{\partial E_s}{\partial c} = \frac{4}{(1+c^2)^2}\frac{f(c)}{c}$, $f(c) = \lambda(1-2bc-c^2)c - h_a^*$.

Вывод: Проблема сводится в математике к $E_s(c)$ и $f(c)$: нужно найти мин $E_s(c)$ при разных параметрах λ, b, h_a^*. Вычислить численно $E_m(c)$. $c = R_c/R$ - Sk. radius

Done self-consistency Sk-dynamics paper с Zukovа надо решить equil. Sk. radius c_0.

(1/II) Продолжим рассуждения, начатые Refs Gauge field paper (см. 7/I).

$\frac{M_s}{\gamma} = \frac{Sh}{V}$ - angular momentum density. Вернем метрику $\partial_\mu = (\partial_0, \partial_i)$, $\partial_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}$,

$A_\mu = (A_0, \vec{A})$ и $A_0 = -\varphi$ в смысле $\vec{E}$-потенциал.

$[A_\mu] = \frac{1}{cm}$, $[G_{\alpha\beta}] = \frac{erg \cdot s}{cm^3}$, $[F_{\mu\nu}] = \frac{1}{cm^2}$. $G_{\alpha\beta} = \frac{M_s}{\gamma}\int dV F^e_{\alpha\beta} = \frac{\hbar}{V}\int dV F^e_{\alpha\beta}$

Energy fields $[\vec{E}] = \frac{1}{cm^2}$, $[\vec{B}] = \frac{1}{cm^2}$. Dual vector (2D) $\vec{B} = \hat{z}\frac{1}{s}\sin\theta_0\theta_0'$

$\int d^2s\,\vec{B} = \hat{z}\int ds\,s\int d\varphi\,\frac{\sin\theta_0}{s}\frac{\partial\theta_0}{\partial s} = 2\pi\hat{z}\int d\theta\sin\theta = 2\pi\hat{z}(-1)\cos\theta\Big|_0^R = 2\pi\hat{z}\left[\cos\theta(0) - \cos\theta(R)\right] =$

$= 2\pi p\,\hat{z}$. $G_{\alpha\beta} = \frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\,F^e_{\alpha\beta} = \frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\,\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_\alpha}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_\beta}\right)$.

$\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial y}\right) = \sin\theta\left(\partial_x\theta\,\partial_y\Phi - \partial_y\theta\,\partial_x\Phi\right) = \sin\theta\,\hat{z}\cdot(\nabla\theta\times\nabla\Phi)$

$G_{xy} = \frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\,\sin\theta\,(\nabla\theta\times\nabla\Phi)\cdot\hat{z} = \Big|\ \nabla\theta = \hat{s}\,\theta_s',\ \nabla\Phi = \frac{\hat{\varphi}}{s}$ для $\theta_0(s), \varphi_0(\varphi)$ skyrm section $\Big| =$

$= \frac{M_s}{\gamma}L\int d^2\vec{s}\,\sin\theta\,\theta_s'\frac{1}{s}(\hat{s}\times\hat{\varphi})\cdot\hat{z} = \frac{M_s}{\gamma}L\int ds\,s\int d\varphi\,\frac{\sin\theta}{s}\theta_s' = \frac{M_s L}{\gamma}2\pi\int d\theta\sin\theta = \frac{M_s L}{\gamma}2\pi p$ для 2D-вектора. $G_{xy} = 2\pi\frac{M_s}{\gamma}Lp$. Dual vector $C_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}C_{jk}$, $\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & C_{12} & -C_{31} \\ -C_{12} & 0 & C_{23} \\ C_{31} & -C_{23} & 0 \end{pmatrix}$ антисим. тензор $\vec{C} = (C_1, C_2, C_3) = (C_{23}, C_{31}, C_{12})$ - Arfken.

$G_{xy} = G_{12} = G_3 = G_z$ - $\vec{G}$ - вектор. $G_z = 2\pi p\frac{M_s}{\gamma}L$ тоже.

$G_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}G_{jk} = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\,F^e_{jk} = \frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\left[\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F^e_{jk}\right] = \frac{M_s}{\gamma}\int d^3\vec{r}\,B_i$

Dual 2D vector $G_z = \frac{M_s}{\gamma}L\int d^2\vec{s}\,B_z = \frac{M_s L}{\gamma}\cdot 2\pi p$, если $B_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F^e_{jk}$ - def.

Но $G_z < 0$ ($p>0$) - Gauss' law. Нормальное направление $B_i = -\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F^e_{jk}$ emergent field.

$E_i = F^e_{0i} = \partial_0 A^e_i - \partial_i A^e_0$, $A^e_\mu = (A^e_0, \vec{A}^e)$, $\vec{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}^e}{\partial t} - \partial_i A^e_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \nabla A_0$

Другое направление $E_i = F^e_{i0} = \partial_i A^e_0 - \partial_0 A^e_i$, $\vec{E} = \nabla A^e_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}^e}{\partial t}$, $A^e_0 = -\varphi$ даст стандартный Максвелл $\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$.

Definition of Sk-number $S = \int d^3\vec{r}\,j_0 = \frac{1}{4\pi^2}\int d^3\vec{r}\,\varepsilon_{\mu\nu}F^e_{\mu\nu}$ нетривиально для 2D-случая. А 3D-case какое определение? Schütte '14 берет j_0 точно для 2D case. Проверить.

Написание Gauge field paper, определение Refs. Нужно ли тогол. слагаемое j_0?

Note, что в W. Brown, Micromagnetics's кин. энергия в $\mathcal{L}$ (лагранжиан) записана

$\gamma = \frac{M_s}{\gamma}\dot{\Phi}\cos\theta = \frac{M_s}{\gamma}\frac{\dot{m}_x}{(1-m_z^2)}(\vec{m}\times\dot{\vec{m}})_z$, что близко к $\mathcal{L}_{kin} = \frac{M_s}{\gamma}\frac{(\dot{\vec{r}}\times\vec{m})}{(1+m_z^2)}\cdot\dot{\vec{m}} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\theta)\dot{\Phi}$

γ_{2D} $\frac{1}{M_s}\left[-\frac{\partial\gamma}{\partial\dot{m}}\cdot\dot{} + \frac{\partial\gamma}{\partial m}\right] + H_{eff} = \lambda\vec{m}$, $\vec{m}\times\left[-\frac{\partial\gamma}{\partial\dot{m}}\cdot\dot{} + \frac{\partial\gamma}{\partial m}\right] = -\frac{M_s}{\gamma}\dot{\vec{m}} \Rightarrow \dot{\vec{m}} = \vec{m}\times\vec{H}_{eff}$, $d(\vec{M}\vec{H}) < 0$.

Escaneado con CamScanner

Boundary conditions, DMI

(2/II) Hamiltonian SW - Skyrmion profile e Injection (ver figuras Figs 1, 2). Refs, Introduction

Bibliography B paper Robert-Thiaville PRB 2013, ver DMI Bulk vs Interface B Bound. Conditions $\varrho = R$ free cylindrical dot. Uniform $w_D^{int} = D[(\vec{m}\cdot\nabla)m_z - m_z\nabla\vec{m}]$ - interfacial DMI B found in Co/Pt

and $w_D = D(\vec{m}\cdot \mathrm{rot}\vec{m})$ term giving rise to (Néel-type) DMI B found in bulk

Bulk w_D^{int} B cond. $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = \frac{1}{\lambda}(\hat{z}\times\vec{n})\times\vec{m}$, (Akerman exp) and w_D $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = \frac{1}{\lambda}(\vec{m}\times\vec{n})$,

Use $\vec{n}$ = edge normal, $\lambda = 2A/D$. $\vec{m}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = \frac{1}{\lambda}\vec{m}\times(\vec{m}\times\vec{n}) = \frac{1}{\lambda}[\vec{n}(\vec{m}\cdot\vec{n}) - \vec{n}]$ ...

$\vec{m}\times\left[A\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} - \frac{D}{2}\vec{m}\times\vec{n}\right] = 0$ obtain for each B. conditions $\vec{m}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = 0$

Bound. types. Two w_D in w_D^{int} each bulk, not a volume w_D over bulk, a w_D^{int} over interfacial energy via $z=0$ C/A - interface in B. cond. no $\varrho = R$ lateral edge of cyl. not to require no normal

Remind vars $\vec{m}+\delta\vec{m}=0$ Lebesgue, $\delta(\nabla m_x)^2 = \nabla m_x\cdot\nabla(\delta m_x)$ + int. per.

$\delta\int dV(\nabla m_x)^2 = \int dV\left[\mathrm{div}(\nabla m_x\cdot\delta m_x) - \nabla^2 m_x\cdot\delta m_x\right] = \int_{\partial V} dS_n\,\delta m_x(\nabla m_x)_n - \int dV\,\nabla^2 m_x\,\delta m_x$

$(\nabla m_x)_n = \frac{\partial m_x}{\partial n} = (\nabla m_x\cdot\vec{n})$ $w_{ex} = A\sum(\nabla m_x)^2$, $\delta w_{ex} = A\int dS\sum\frac{\partial m_x}{\partial n}\cdot\delta m_x + A\int_V\sum\nabla^2 m_x\cdot\delta m_x =$

$= A\int dS\,\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}\cdot\delta\vec{m} - A\int dV\,\nabla^2\vec{m}\cdot\delta\vec{m} = \left|\delta\vec{m} = \delta\vec{\theta}\times\vec{m}\right| = A\int_S dS\,\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}\cdot(\delta\vec{\theta}\times\vec{m}) - \int_V A\,dV\,\nabla^2\vec{m}\cdot(\delta\vec{\theta}\times\vec{m})$

$\vec{a}\cdot(\delta\vec{\theta}\times\vec{m}) = -\delta\vec{\theta}\cdot(\vec{a}\times\vec{m})$, $\delta w_{ex} = Am^2\left[\int dS\left(\vec{m}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}\right)\cdot\delta\vec{\theta} - \int dV(\vec{m}\times\nabla^2\vec{m})\delta\vec{\theta}\right]$

Min surface $\delta w_{ex} \to A\vec{m}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}\Big|_S = 0$

$w_D = \int dV\,D(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m})$, $\delta w_D = D\int dV\left[\delta\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m} + \vec{m}\cdot\mathrm{rot}(\delta\vec{m})\right]$

$(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = m_x\frac{\partial m_z}{\partial y} + m_y\left(-\frac{\partial m_z}{\partial x}\right) + m_z\left(\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial y}\right)$ Hago componentes normais.

Robert '13 gave $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = \frac{1}{\lambda}(\vec{m}\times\vec{n})$, mas que static φ-Skyrmion $\varphi_0 = \varphi + \frac{\pi}{2}$ gave $\theta_0' = \frac{\pi}{2}$

$\delta\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m} = \vec{m}\cdot\nabla\times\vec{m} = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}m_\gamma\frac{\partial}{\partial x_\beta}m_\alpha$, $\delta(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\left[\delta m_\gamma\frac{\partial m_\alpha}{\partial x_\beta} + m_\alpha\frac{\partial(\delta m_\gamma)}{\partial x_\beta}\right]$

$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}m_\alpha\frac{\partial\delta m_\gamma}{\partial x_\beta} = \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left[m_\alpha\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\delta m_\gamma\right] - \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\delta m_\gamma\frac{\partial m_\alpha}{\partial x_\beta} = \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left[-\varepsilon_{\gamma\beta\alpha}m_\alpha\delta m_\gamma\right] - (\dots) =$

$= \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left[\vec{m}\times\delta\vec{m}\right]_\beta(-1) - (\dots) = -\mathrm{div}\left[\vec{m}\times\delta\vec{m}\right] - (\dots)$

$\delta w_D = \delta(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = (\text{remove surface term}) = -\mathrm{div}\left[\vec{m}\times\delta\vec{m}\right]$, $\delta W_D = \frac{D}{2}\int dV\,\mathrm{div}(\vec{m}\times\delta\vec{m}) =$

$= -\int dS_n(\vec{m}\times\delta\vec{m})_n = -\int dS_n(\vec{m}\times\delta\vec{m})\cdot\vec{n} = -\int dS\,(\vec{n}\times\vec{m})\cdot\delta\vec{m}$

$\delta W_{ex} + \delta W_D = \int dS\left[2A\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} - D(\vec{n}\times\vec{m})\right]\cdot\delta\vec{m} = 0$ gave $2A\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = D(\vec{n}\times\vec{m})$, vs Robert '13 $A\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = \frac{D}{2}\vec{m}\times\vec{n}$. Buguno $\frac{1}{2}$ em D y menos en Robert paginas. No energia y Robert (γ_2): $\frac{2}{\lambda} = \frac{D}{A}$ vs $\frac{1}{\lambda} = \frac{D}{2A}$ Robert '13

Vamos exigir que φ-Skyrmion B. cond. $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = (\vec{n}\times\vec{m})\frac{1}{\lambda}$, $\xi^{-1} = \frac{D}{A}$ vem $\left(\frac{D}{2A}\right)$ Robert '13

$\vec{m} = \vec{m}_0 + \vec{\mu}$ give SW. $\frac{\partial\vec{m}_0}{\partial\varrho} + \frac{\partial\vec{\mu}}{\partial\varrho} = \frac{1}{\lambda}\left[\vec{n}\times(\vec{m}_0 + \vec{\mu})\right]$, $\xi^{-1} = \lambda$

give dynamic magn. $\vec{\mu}$ $\frac{\partial\vec{\mu}}{\partial\varrho} = \frac{1}{\lambda}\vec{n}\times\vec{\mu}$, $\vec{\mu} = \delta\vec{m} = (\delta m_\varrho, \delta m_\varphi, \delta m_z)$, $\vec{n} = \hat{\varrho}$

$\vec{n}\times\vec{\mu} = \hat{\varrho}\times\vec{\mu} = \begin{vmatrix}\hat{\varrho} & \hat{\varphi} & \hat{z}\\ 1 & 0 & 0\\ \mu_\varrho & \mu_\varphi & \mu_z\end{vmatrix} = \hat{\varphi}\mu_z - \hat{z}\mu_\varphi$, $\frac{\partial\mu_z}{\partial\varrho} = \frac{1}{\lambda}\mu_\varphi = 0$, $\frac{\partial\mu_\varphi}{\partial\varrho} = 0$, $(\vec{n}\times\vec{\mu})_\varrho = 0$

Brunotian magnetostatics B. cond. $\frac{\partial\mu_\varrho}{\partial\varrho} + \frac{1}{\lambda}(\vec{n}\times\vec{\mu})_\varrho + p_\varrho\mu_\varrho = 0 \to \frac{\partial\mu_\varrho}{\partial\varrho} + p_\varrho\mu_\varrho = 0$ com

$\mu_\varrho = 0$ for $L/R \to 0$. $\frac{\partial\mu_z}{\partial\varrho} + \frac{1}{\lambda}(\vec{n}\times\vec{\mu})_z + p_z\mu_z = 0$, $\frac{\partial\mu_z}{\partial\varrho} + p_z\mu_z = 0 \to \mu_z = 0$ at $\varrho = R$

p_z - magnetostatic pinning. T.o. $(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) \to$ DMI nas SW Bound. conditions when $\varrho = R$ cyl. dot we volumes. $0 = \frac{1}{\lambda}(\vec{n}\times\vec{\mu})_\varphi = \frac{1}{\lambda}\mu_z = 0$

Dual ϱ-Skyrmion $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} = \frac{1}{\lambda}(\hat{z}\times\vec{n})\times\vec{m} = \frac{1}{\lambda}(\hat{\varphi}\times\vec{m})$, $\vec{m} = \vec{m}_0 + \vec{\mu} \to \frac{\partial\vec{\mu}}{\partial\varrho} = \frac{1}{\lambda}(\hat{\varphi}\times\vec{\mu})$

$\vec{\mu} = (0, \mu_\varphi, \mu_z)$, $\hat{\varphi}\times\vec{\mu} = \begin{vmatrix}\hat{\varrho} & \hat{\varphi} & \hat{z}\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & \mu_\varphi & \mu_z\end{vmatrix} = \hat{\varrho}\mu_z$, $\frac{\partial\mu_\varphi}{\partial\varrho} - \frac{1}{\lambda}(\hat{\varphi}\times\vec{m})_\varrho + p_\varrho\mu_\varrho = 0$

$\frac{\partial\mu_\varphi}{\partial\varrho} - \frac{1}{\lambda}\mu_z + p_\varrho\mu_\varrho = 0$, $\frac{\partial\mu_z}{\partial\varrho} - \frac{1}{\lambda}(\hat{\varphi}\times\vec{\mu})_t + p_z\mu_z = 0$, $\frac{\partial\mu_z}{\partial\varrho} + p_z\mu_z = 0 \to \mu_z|_R = 0$.

Zero neumann, mas que dynamic $\vec{\mu}$:

$\delta\vec{m} = \vec{\mu} = (-\varrho\sin\theta_0\psi, \varrho\cos\theta_0\varrho, -\sin\theta_0\varrho) = (\mu_\varrho, \mu_\varphi, \mu_z)$ give φ-Skyrmion

$\delta\vec{m} = \vec{\mu} = (\cos\theta_0\varrho, \sin\theta_0\psi, -\varrho\sin\theta_0\varrho) = (\mu_\varrho, \mu_\varphi, \mu_z)$ give ϱ-Skyrmion.

1) B. cond. give φ-skyrmion: $\frac{\partial\vec{\mu}}{\partial\varrho} - \frac{1}{\lambda}(\hat{\varrho}\times\vec{\mu}) + p\vec{\mu} = 0$, $\frac{\partial\mu_\varrho}{\partial\varrho} - \frac{1}{\lambda}\cdot 0 + p\mu_\varrho = 0 \to \mu_\varrho = 0$ (?) Seg A

$\frac{\partial\mu_\varphi}{\partial\varrho} - \frac{1}{\lambda}(-\mu_\varrho) + p_\varrho\mu_\varphi = 0$, $\frac{\partial\mu_z}{\partial\varrho} - \frac{1}{\lambda}\mu_\varphi + p_z\mu_z = 0$ vem $\frac{1}{\lambda}\mu_z + p_z\mu_\varphi = 0$ e $-\frac{1}{\lambda}\mu_\varphi + p_z\mu_z = 0$

Escaneado con CamScanner

Magnetostatics дает $p_\phi = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mu_z}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\mu_\phi + p_z \mu_z = 0$ и $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\mu_z = 0$, $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} + p_\rho \mu_\rho = 0$

Для (L/R) thin dot $p_z \gg 1$ и $\mu_z = 0$, $\Rightarrow \frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} + p_\rho \mu_\rho = 0 \,|_{\rho = R}$.

$\mu_z = -\sin\theta_0 \ell\ell|_R = 0$, $\frac{\ell\ell = 0}{(\text{или } \sin\theta_0 = 0)}$. $\mu_\phi = C\cos\theta_0 \ell\ell = 0$, $\mu_\rho = -C\sin\theta_0 \psi = +C\mu$

$\ell\ell|_{R=0}$, а вот для $\mu_\rho = C\mu$ $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} + p_\rho \mu_\rho|_R = 0$ в.с. не очевидно, т.к. p_ρ неизвестно. но в.с. для μ_ρ не вытекает ТмI. поэтому $p_\rho \gg 1$ или нам и $\mu_\rho = C\mu|_R = 0$.

2) Bound. conditions для ρ Skyrmion $\frac{\partial \vec{\mu}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}(\hat{\rho} \times \vec{\mu}) + p\vec{\mu} = 0$

$\hat{\rho} \times \vec{\mu} = \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{\phi} & \hat{z} \\ 0 & 1 & 0 \\ \mu_\rho & \mu_\phi & \mu_z \end{vmatrix} = \hat{\rho}\mu_\phi + \hat{z}\mu_\rho$. $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\mu_z + p_\rho \mu_\rho = 0$, $\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}0 + p_\rho \mu_\phi = 0$

$\frac{\partial \mu_z}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}(-\mu_\rho) + p_z \mu_z = 0$. $p_\phi = 0 \to \frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} = 0$, $\mu_\phi = \sin\theta_0 \psi = -\mu$. $p_z \gg 1 \to \mu_z = 0$

$\mu_z = -\sin\theta_0 \ell\ell = 0$, $\frac{\ell\ell = 0}{(\text{или } \sin\theta_0 = 0)}$. Если $\ell\ell|_R = 0$, то $\mu_\rho|_R = 0$ и $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\mu_z = 0$, $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} = 0$

получим $\ell\ell|_R = 0$ и $\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} = 0$ или $\rho = R$ для ρ - Skyrmion.

$\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} = -\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = 0$. $\frac{\partial}{\partial \rho}\mu_\rho = \frac{\partial}{\partial \rho}\cos\theta_0 \ell\ell = -\sin\theta_0 \theta_\rho' \ell\ell + \cos\theta_0 \frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} = 0$

Или $\rho = R$ $\ell\ell = 0$, $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = 0$ в conditions. $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = 0$ для симмер. решений $a = b$. но эти в. conditions не вытекают ТмI.

1) φ - Skyrmion - alternative $\mu_z = 0$ дает $\sin\theta_0$ (или не в $\mu = -\sin\theta_0 \varphi$) $= 0$, $\theta_0 = 0, \pi$.

$\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} = C(\pm 1)\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} + p_\rho \mu = 0$ и для симметрии $a = b$ надо $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = 0$, $p_\rho = 0$ $\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = 0$,

Это нам реализовать. Опять нет ТмI в bound. conditions.

2) ρ - Skyrmion alternative $p_z \gg 1$ $\mu_z = 0$, $\sin\theta_0 = 0$, $\theta_0 = 0, \pi$ (не не в $\mu = -\sin\theta_0 \psi$)

$\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} + p_\rho \mu_\rho = 0$ и $\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} = 0 \to \frac{\partial \mu}{\partial \rho} = 0$, $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} + p_\rho \ell\ell = 0$. Для симметрии $a = b$, надо $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} = 0$, т.е. $p_\rho = 0$, это нереализуемо. Опять нет DMI в b.cond

→ Вывод: учет DMI в bound. conditions Robart'13 оставляет $\ell\ell = 0, \mu = 0$ at $\rho = R$ для φ - Skyrmion, но допускает $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho}|_R = 0$, $\frac{\partial \mu}{\partial \rho}|_R = 0$ для ρ - Sk

т.е., учет DMI в bound. conditions при $\rho = R$ не меняет этих в. conditions, ничего не дает для SW - spectra

Для ρ - Skyrmion DMI в принципе, не должно входит в bound conditions при $\rho = R$, т.к. W_D^x - DMI есть interfacial на плоскости $z = \text{const}$.

В отличие Robart'13 в. conditions почему-то D/ZA, а не D/A как у меня

А это при $\rho = R_c$ matching conditions?

1) φ - Skyrmion. Непрерывность $\frac{\partial \vec{\mu}}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}(\hat{\rho} \times \vec{\mu})$. $\hat{\rho}$: $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho}$, $\hat{\varphi}$: $\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\mu_z$ и

$\hat{z}$: $\frac{\partial \mu_z}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\mu_\phi$ - непрерывность. $\rho = R_c$ - SW центр, $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, $\mu_\phi = 0$

$\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} = C\frac{\partial \mu}{\partial \rho}$, μ_z и $\frac{\partial \mu_z}{\partial \rho}$ - непрерывность. $\mu_z = -\sin\theta_0 \ell\ell = -\ell\ell$, т.е. $\ell\ell$ и $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho}$ - Влияние DMI нет на $\rho = R_c$ непрерывность

2) ρ - Skyrmion. Непрерывность $\frac{\partial \vec{\mu}}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}(\hat{\rho} \times \vec{\mu})$ на $\rho = R_c$ поверхности.

$\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\mu_z$, $\frac{\partial \mu_\phi}{\partial \rho}$, $\frac{\partial \mu_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\mu_\rho$ непрерывность. $\theta_0 = \pi/2 \to \mu_\rho = 0$.

Непрерывность $\mu_z = -\ell\ell$, $\frac{\partial \mu}{\partial \rho}$ и $\frac{\partial \mu_z}{\partial \rho} = -\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho}$, т.е. $\ell\ell$, $\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho}$ и $\frac{\partial \mu}{\partial \rho}$. DMI нет.

→ Вывод: при ($\rho = R_c$) - сильное влияние DMI на bound. conditions нет сильных $\ell\ell(\vec{\rho})$, $\vec{\mu}(\vec{\rho})$ обеспечивает exchange energy. SW - Skyrmion det

(3/XI) Написание моб. без орд для Sk - SW paper с Зухрой. С Л. и Anit в „At Compa" E-mail о bound. cond. и R_c - Sk to Zukhra. Чтение Skyrmion papers

(4/XI) Купил 2 перфорации „Delta" и создал factura Patti (one из RISE - grant)

Позвонил в САЧ и вопрос Solicitudes на пером. „Dell" comp's (mobile 10 и - „земля недоступна")

Group - proposal update - Запрос - Julian. Подтв участие Л. и А. в Ithaca meeting Mar. 18

(5/XI) Переписка с Arantxa. Купил Hotel в Madrid на Nov. 11-14. Написание SW - Sk Зухра.

10/I, 29/I я исполнил. eq. $F_m(x, c)$ to find $x_{nm}(c)$ дающие SW energy Sk - state tot.

31/I я не смог найти $C_0 = R_c/R$ из уравн. решения → скрипт $x_{nm}(c)$ и $\omega_{nm}(c)$.

Хотя сам. Robart'13 (S - Sk) и Bagui'13 (P - Sk) расчет of R_c cyl. dots, R_c существует

По смыслу $0 < c < 1$. Это будет с $F_m(x) = 0$ если $c \to 0$, $c \to \infty$ или $c = 1$?

1) $c \to 0$ $J_{m\pm1}(x/c) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}\frac{c}{x}}\cos\left(\frac{x}{c} - \frac{\pi}{2}(m+1) - \frac{\pi}{4}\right)$; $Y_{m+1}(x/c) \cong \sqrt{\frac{2c}{\pi x}}\sin\left(\frac{x}{c} - \frac{\pi}{2}(m+1) - \frac{\pi}{4}\right)$

x - finite!

Escaneado con CamScanner

$\frac{J_{m+1}(x/c)}{N_{m+1}(x/c)} = ctg\left(\frac{x}{c} - \frac{\pi}{2}(m+1) - \frac{\pi}{4}\right)$, $tg(\alpha-\beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1+tg\alpha\, tg\beta} = -tg\beta$, если $tg\alpha \to 0$.

$tg\left(\frac{x}{c} - \beta\right) = tg\beta = -tg\left(\frac{\pi}{2}(m+1) - \frac{\pi}{4}\right) = -(-1)^m$. $F_m(x, c)$ и/или $c \to 0$ не должны.

2) $c = 1$, $\Rightarrow J_{m+1}(x)$, $x = dm+1/R$ – если только один ↑ – domain (единственный) 3) $c \to 0$ не имеет физ. смысла

Другими "с" в интервале $c \in [0,1;\ 0,5]$, тогда $w_z(s) = \left(\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}\right)$ похоже на Skyrmion SW – часто на Zabusky.

$\frac{\omega_{nm}}{\omega_M} = \frac{H_a}{4\pi M_s} + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{L_e}{R_c}\right)^2 x_{nm}^2(c)$ где in ω_M units

or $h_a = Q = H_a/(4\pi M_s)$, L_e и R_c (или R), $x = kR_c$. Если $y = kR$, то $\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 y_{nm}^2$ подход. $y = x/c$.

→ ($m=0$) mode исключительна, для нее СФ $J_1(kg)$ и $k_n = d_n/R$, т.е. $y_n = d_{n1}$ const for n=const

Нужна простая формула для c_0 или R_c из static calculation $n = cy_n \sim c$ (числ. корней)

Пусть $\frac{c}{x_{nm}} = 0,2$, тогда $\sqrt{x_{00}} = 0,766$; $\sqrt{x_{11}} = 1,381$, $x_{12} = 1,924$; $x_{0,-1} = 0,683$; $x_{0,-2} = 0,808$

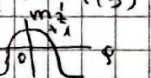
$\sqrt{x_{10}} = 1,403$; $x_{01} = 0,991$, $\sqrt{x_{02}} = 1,274$; $\sqrt{x_{1,-1}} = 1,405$; $x_{1,-2} = 1,517$

$\sqrt{x_{20}} = 2,035$; $x_{21} = 1,855$, $x_{22} = 2,423$; $x_{2,-1} = 2,116$; $x_{2,-2} = 2,231$

Splitting

	$n=0$	$n=1$	$n=2$	
$\frac{\Delta\omega_{n,m=\pm1}}{\omega_M}$	0,516	−0,067	−1,036	in units $\frac{1}{4\pi}\left(\frac{L_e}{R_c}\right)^2$
$\frac{\Delta\omega_{n,m=\pm2}}{\omega_M}$	0,970	1,40	0,894	

Вывод. Собственные SW functions $a_{nm}(s)$ различаются для $m = \pm|m|$, $\forall n$.

Для $|m| = 2$ ($|m|>1$) различие мало существенное, $a_{nm}(s)$ похожи $\forall s$. Для $|m| = 1$ ($m=\pm1$) $a_{n,\pm1}(s)$ различаются качественно, $a_{n,+1}(s)$ заходит в inner domain, $a_{n,+1}(0) \neq 0$. $a_{n,-1}(s)$ в inner domain не заходит, $a_{n,-1}(0) = 0$, $a_{n,-1}(s)$ есть в ambient, в outer domain. и так $\forall n$ ($n=0,1,2$ строки). Причина $\vartheta_0(0) = 0$  , $m_z(0) = +1$ и TM

соответствует $m=+1$ вращению CCW.

Сбой" SW $a_{n,m=+1}(s)$ заходит в область другого mode $m_0(s)$, а "лишняя" SW $a_{n,m=-1}(s)$ "выталкивается" из области localization of TM. Хотя $|\vec{x}(t)| < R_c$ для TM.

SW $\omega_{n,+m} \neq \omega_{n,-m}$ из-за разных profiles $a_{n,\pm m}(s)$ of SW.

Посчитать TM, чтобы W_{ex} и W_D хотя в "rigid" Sk model.

(6/XI) Беседа с Julian: а) Bisque ground cable не подходит, интересуется моим paper (conf.; б) JNN Proceed. → JMMM, он сам контакт с Bader grants. Написал и послал ему Am Harkins p. 2 Annex I of Aronova postdoc call.

Grotthopic TM Skyrmion dot

DMI density $w_D^* = \frac{4D}{(1+w\bar{w})^2}\mathrm{Re}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$, $W_D = \frac{4D}{(1+w\bar{w})^2}\mathrm{Im}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$ Bulk, $w(z\bar{z}) = f(z)$ - Sk

$W_{ex} = 8\pi^2 AL\int \frac{d^2s}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right]$, $W_{ex} = \frac{8\pi^2 A}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right]$

Rigid Sk-model $f(z) = \frac{1}{c}(z-s)e^{i\varphi_0}$, $w = f(z)$, $\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{c}e^{i\varphi_0} = \mathrm{const}(z)$ $\bar{w} = \frac{1}{c}(\bar{z}-\bar{s})e^{-i\varphi_0}$

$W(s) = W_{ex}(s) + W_D(s) = \frac{8\pi^2 A}{(1+w\bar{w})^2}\frac{1}{c^2} + \frac{4D}{(1+w\bar{w})^2}\frac{1}{c}e^{i\varphi_0}$, $W_D(s) = \frac{4D}{(1+w\bar{w})^2}\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}$. $\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{c}e^{-i\varphi_0}$

$W(s) = \frac{B}{(1+w\bar{w})^2}$, $w\bar{w} = |f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2$ см. расчет $W_D(s)$ от 10/X.

то $\int G$ нечетно. Надо $G = 4\pi M_s \frac{L}{8} F_G(c)$, где $F_G(c\to 0) = 1$ и $G(c\to 0) = G(\cos\varphi_{2m}) = 4\pi M_s \frac{L}{8}$ для Skyrmion

Наши $\gamma(c) = \int d^2s \left[\frac{1}{1+\frac{|z-s|^2}{c^2}}\right]^2$, $\int d^2s = \int_0^1 ds\, s \int_0^{2\pi} d\varphi(\cdot)$.

$z' = z - s$, $|z|^2 = s'^2 = s^2 + s^2 - 2ss\cos\varphi$. $\gamma(c,s) = \int_0^1 ds\, s \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\frac{1}{1+\frac{|s-s'|^2}{c^2}}\right]^2 = \left|\frac{s}{c} = r, \frac{s}{c} = \delta\right| =$

$= c^2\int_0^{r_c} dr\, r \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\frac{1}{1+r^2+\delta^2-r2\delta\cos\varphi}\right]^2 = c^2\int dr\, r\int d\varphi \frac{1}{\left[(1+r^2+\delta^2)^2\right]}\frac{1}{\left[1-\varepsilon\cos\varphi\right]^2} = \left|\varepsilon = \frac{2r\delta}{1+r^2+\delta^2}\right| =$

$= c^2\int dr\, r\int d\varphi \frac{1}{[\cdot]^2}\left[1+\varepsilon\cos\varphi+\varepsilon^2\cos^2\varphi+O(\varepsilon^3)\right]^2 = c^2\int dr\, r\frac{1}{[\cdot]^2}\int_0^{2\pi} d\varphi\left[1+2\varepsilon\cos\varphi+3\varepsilon^2\cos^2\varphi\right] =$

$= \pi c^2\int dr\, r\frac{1}{[1+r^2+\delta^2]^2}\left[2+3\varepsilon^2\right] = \pi c^2\int dr\, r\frac{1}{(1+r^2)^2}\left[1-2\frac{\delta^2}{1+r^2}\right]^0\left[2+3\frac{4r^2\delta^2}{(1+r^2)^2}\right] =$

$= \pi c^2\int dr\, r\frac{1}{(1+r^2)^2}\left[2-4\frac{\delta^2}{(1+r^2)}+12\frac{r^2\delta^2}{(1+r^2)^2}\right] = 2\pi c^2\int_0^{r_c} dr\, r\left[1+2\delta^2\frac{(2r^2-1)}{(1+r^2)^2}\right]\frac{1}{(1+r^2)^2} =$

$= 2\pi c^2\left[\int dr\, r\frac{1}{(1+r^2)^2} + 2\delta^2\int dr\, r\frac{(2r^2-1)}{(1+r^2)^4}\right]$, $\gamma_\delta = \int dr\, r\frac{(2r^2-1)}{(1+r^2)^4} = 2\int dr\, r\frac{(1+r^2)^0}{(1+r^2)^3} - 3\int\frac{dr\, r}{(1+r^2)^4} =$

$= \left|r^2 = t\right| = \int dt\frac{1}{(1+t)^3} - \frac{3}{2}\int\frac{dt}{(1+t)^4} = -\frac{1}{2}\frac{1}{(1+t)^2}\Big|_0^{r_c^2} - \frac{3}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)\frac{1}{(1+t)^3}\Big|_0^{r_c^2} = -\frac{1}{2}\frac{t}{(1+t)^3}\Big|_0^{r_c^2} =$

$= -\frac{1}{2}\frac{r_c^2}{(1+r_c^2)^3} < 0$, $\gamma_\delta < 0$ (!?)

Escaneado con CamScanner

$$J(c,s) = 2\pi c^2\left[\frac{1}{2}\frac{1}{1+c^2} + 2s^2\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{V_{c^2}}{(1+V_{c^2})^3}\right] \quad |s=\frac{s}{c}| = \frac{1}{2}\pi\frac{c^2}{1+c^2} - 2\pi s^2\frac{V_{c^2}}{(1+V_{c^2})^3}$$

$$J(c,s) = 2\frac{\pi}{2}\frac{c^2}{1+c^2} - \frac{2\pi c^4}{(1+c^2)^3}s^2 + O(s^4) \qquad \sum_d(\nabla m_d)^2 = \frac{8}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right]$$

$$W_{ex} = A\int dV(\nabla\vec{m})^2 = AL\int d^2s\sum_d(\nabla m_d)^2 = 8AL\int d^2s\,\frac{1}{(1+w\bar{w})^2}[\dots] \quad \text{TM Skyrmion fit}$$

$$W_D = D\int dV(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = DL\int d^2s\,(\vec{m}\cdot\mathrm{rot}\vec{m}) = IL\int d^2s\,\frac{4}{(1+w\bar{w})^2}\mathrm{Im}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

s, z в ед. R (безр. радиус), $W_{ex} = 8\frac{AL}{R^2}\int d^2s\frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial \bar{z}}\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}\right]$, только как

$W_D = 4DLR\int d^2s\frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\mathrm{Im}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right) \to W(s) = W_{ex}+W_D = 8AL\int d^2s\frac{1}{(1+w\bar{w})^2}[\dots] +$

$+DLR\int d^2s\frac{4}{(1+w\bar{w})^2}\frac{\partial w}{\partial z}$, $w(z\to 0) = f(z) = \left(\frac{z}{c}\right)e^{i\varphi_0}$ для Скирмиона. $\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{c}e^{i\varphi_0}$

$$W(s) = \left[\frac{8AL}{c^2} + DLR\frac{4}{c}e^{i\varphi_0}\right]\int d^2s\frac{1}{(1+w\bar{w})^2} = 4L\left[\frac{2A}{c^2} + \frac{DR}{c}e^{i\varphi_0}\right]J(c,s) \quad \text{– для гексагон. реш. DMI.}$$

$$W(s) = \frac{4\pi L}{1+c^2}\left[2A + DRc\,e^{i\varphi_0}\right]\left[1 - \frac{2c^2}{(1+c^2)^2}s^2\right]. \quad \text{Надо } \mathrm{Im}W(s) \text{ ф-ла и } \varphi_0 = \pi/2$$

$\mathrm{Re}W(s)$ ф-ла и $\varphi_0 = 0$.

$$W(s) = \frac{4\pi L}{1+c^2}(2A+DRc)\left[1 - \frac{2c^2}{(1+c^2)^2}s^2\right] = W(0) + \frac{1}{2}\varkappa s^2R^2. \quad \text{Знак } W(0) \text{ и } \varkappa$$

определяет, какой из (2A+DRc) = λ. λ(типичн.) = $2\cdot10^{-6}$ erg/cm + $1\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}(\pm1)\cdot10^{-5}$ cm · 0,2 момент

Если $\lambda < 0$ ($\varkappa > 0$) для большого $R > 100$ нм и $c \geq 0{,}2$ если $D < 0$. Рассмотрим простой $W_m(s)$, тоже $\varkappa > 0$.

$$\frac{\delta}{M_s L}G_z(c) = 2\pi(\cos\theta(0) - \cos\theta(R)) = |\cos\theta(s) = \rho\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}| = \frac{4\pi\rho}{1+c^2}, \quad \left(G_z(c) = \frac{M_s L}{\delta}\rho\frac{4\pi}{1+c^2}\right).$$

$$\varkappa = -16\pi L(2A+DcR)\frac{c^2}{(1+c^2)^3}\frac{1}{R^2}, \quad \omega_G = \frac{\varkappa}{G_z} = -\frac{16\pi L(2A+DcR)}{4\pi M_s L}\frac{c^2}{(1+c^2)^3}\delta(1+c^2)\frac{1}{R^2}$$

$$\omega_G(c) = -4\frac{(2A+DcR)c^2}{(1+c^2)^2}\frac{\delta}{M_s}\frac{1}{R^2} = \left|\frac{\delta A}{M_s} = Le^2\frac{1}{2}\delta M_s\right|.$$

$$\omega_G(c) = -4\left(1+\frac{cDR}{2A}\right)\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\delta M_s\left(\frac{Le}{R}\right)^2 \quad \text{– гиротропная частота скирмиона с учетом } W_{ex}, W_D.$$

(жёсткая Sk-модель)

Side surface charges

$$(W_m^S) = \frac{1}{2}\int dS\,dS'\frac{\sigma(\vec{s})\sigma(\vec{s}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad \sigma(\vec{s},\vec{s}) = m_s(\vec{s},\vec{s}), \quad m_x + im_y = \frac{2w}{1+w\bar{w}} \Rightarrow \mathrm{tg}\frac{\theta}{2}e^{i\varphi} = w$$

$m_s = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi = \sin\theta\cos(\varphi-\varphi) \sim s$, и $W_m \sim s^2$ для φ – скирмиона.

Sk Дно s – скирмион если $\mathrm{div}\vec{m} \neq 0$ и $m_s \neq (\vec{m}\cdot\vec{n}) \neq 0$ граница ч/м $s=0$, $\vec{s} = \vec{x}/R$.

$$W_m(\vec{s}) = \frac{1}{2}\int dz\,R\,d\varphi\int dz'\,R\,d\varphi'\frac{\sigma(\vec{s},\vec{s})\sigma(\vec{s}',\vec{s}')}{\sqrt{(z-z')^2+(\vec{s}-\vec{s}')^2}}, \quad \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int dk\,e^{-k|z-z'|}J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|) =$$

$$= \int dk\,e^{-k|z-z'|}\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(ks)J_\mu(ks')$$

$$W_m(\vec{s}) = \frac{1}{2}R^2\int dz\int d\varphi\int dz'\int d\varphi'\int dk\,e^{-k|z-z'|}\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu J_\mu\,\sigma(\vec{s}'\vec{s})\sigma(\vec{s}'\vec{s}) =$$

$$= \frac{1}{2}R^2 2L\int d\varphi\int d\varphi'\int\frac{dk}{k}f(kL)\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(ks)J_\mu(ks')\sigma(\vec{s}'\vec{s})\sigma(\vec{s}'\vec{s}) = R^2L\int\frac{dk}{k}f(kL)\sum_\mu|J_\mu(ks)|^2$$

$$J_\mu(k,\vec{s}) = \int d\varphi\,e^{i\mu\varphi}J_\mu(ks)\sigma(\vec{s},s) = |s=1 \text{ side surf.}| = \int_0^{2\pi}d\varphi\,e^{i\mu\varphi}J_\mu(k)\sigma(\varphi,\vec{s})$$

$$W_m^S(\vec{s}) = R^2L\int\frac{dk}{k}f(kL)\sum_\mu J_\mu^2(k)|I_\mu(\vec{s})|^2, \quad I_\mu(\vec{s}) = \int_0^{2\pi}d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\sigma(\varphi,\vec{s}) \quad z=\varphi\frac{L}{R}, s=1$$

$\sigma(\varphi,\vec{s}) = M_s m_s(s=1,\varphi,\vec{s})$. $m_x + im_y = \frac{2w}{1+w\bar{w}}$, $w(z) = \frac{z}{c}e^{i\varphi_0} = i\frac{c}{a}(\xi - s)$ для φ-Скирмиона.

$$m_x + im_y = \frac{2}{1+|s|^2}\left[\frac{i}{c}c(x+iy-s_x-is_y)\right], \quad m_x = \frac{2c}{1+|s|^2}\frac{(-1)}{c}(y-s_y), \quad m_y = \frac{2c}{1+|s|^2}(x-s_x)\frac{1}{c}$$

Осталось $s = s_x = s\cos\varphi_s$, т.к. $W_m(\vec{s}) = W_m(|s|) \sim |s|^2$ для φ-Скирмиона

$$m_s = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi = \frac{1}{c}\frac{2c}{1+|s|^2}\left[(-1)y\cos\varphi + (x-s\cos\varphi)\sin\varphi\right], \quad I_\mu(\vec{s}) = M_s\int_0^{2\pi}d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\times$$

$$\times\frac{1}{c}\frac{2c}{1+|s|^2}\left[-\sin\varphi\cos\varphi + (1-s)\cos\varphi\sin\varphi\right] = M_s\left(\frac{-s}{c}\right)\int d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\frac{2c}{1+|s|^2}\cos\varphi\sin\varphi \quad \text{– нечетно, } s_x \text{ не равен нулю}$$

$$m_s = \frac{1}{c}\frac{2c}{1+|s|^2}\left[-\sin\varphi\cos\varphi + (\cos\varphi - s_x)\sin\varphi\right] = |s_x = s\cos\varphi_s| = \frac{2c}{1+|s|^2}\left(\frac{-1}{c}\right)s_x\sin\varphi. \quad s_x = s\cos\varphi_s$$

$$I_\mu(\vec{s}) = \frac{M_s}{c}\int d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\frac{2c}{1+|s|^2}(-1)s_x\sin\varphi = -\frac{2cM_s}{1+|s|^2}\frac{s_x}{c}\int d\varphi\,e^{i\mu\varphi}\sin\varphi = (\dots)\frac{s_x}{2c}(\delta_{\mu,-1}-\delta_{\mu,1}).$$

$$|I_\mu(\vec{s})|^2 = \frac{4M_s^2}{[1+|s|^2]^2}\frac{s_x^2}{c^2}\frac{1}{4}(\delta_{\mu,-1}+\delta_{\mu,1})(2\pi)^2 = \frac{(2\pi)^2M_s^2}{(1+s^2/c^2)^2}\frac{s_x^2}{c^2}(\delta_{\mu,-1}+\delta_{\mu,1}), \quad \varphi=1 \text{ Surf.}$$

$$W_m(\vec{s}) = R^2L\int\frac{dk}{k}f(kL)\sum_\mu J_\mu^2(k)\frac{(2\pi)^2M_s^2}{(1+V_{c^2})^2}(\delta_{\mu,-1}+\delta_{\mu,1})\frac{s_x^2}{c^2} = \frac{R^2L}{c^2}\frac{8\pi^2M_s^2}{(1+V_{c^2})^2}\int\frac{dk}{k}f(kL)J_1^2(k)s^2.$$

$$W_m(\vec{s}) = VM_s^2\frac{8\pi}{(1+V_{c^2})^2}F_1(\beta)\frac{s^2}{c^2}. \quad \text{Если } \frac{1}{c^2}\to 1 \text{ как для вихря, то } W_m = M_s^2U\cdot 2\pi F_1(\beta)s^2 \quad \text{– совп. с Cris PRB'02}$$

$$W_m(\vec{x}) = M_s^2L\frac{8\pi^2}{c^2(1+V_{c^2})^2}F_1(\beta)|\vec{x}|^2 = \frac{1}{2}\varkappa_m|\vec{x}|^2, \quad \left(\varkappa_m = M_s^2L\frac{16\pi^2}{c^2(1+V_{c^2})^2}F_1(\beta)\right).$$

Total $\varkappa = \varkappa_{ex} + \varkappa_D + \varkappa_m = -16\pi L\frac{c^2}{(1+c^2)^3}\left(1+\frac{cDR}{2A}\right)\left(\frac{Le}{R}\right)^2M_s^2 + M_s^2LF_1(\beta)\frac{16\pi^2}{(1+V_{c^2})^2}\frac{1}{c^2}$.

$$\varkappa = M_s^2L\,16\pi\frac{1}{(1+c^2)^3}\left[\pi F_1(\beta)c^2\sqrt{(1+c^2)} - c^2\left(1+\frac{cDR}{2A}\right)\left(\frac{Le}{R}\right)^2\right], \quad \left(\omega_G = \frac{\varkappa}{G} = \frac{4\gamma M_s c^2}{(1+c^2)^2}\left[\pi F_1\frac{c^2}{(1+c^2)^2} - \left(1+\frac{cDR}{2A}\right)\frac{Le^2}{R^2}\right]\right)$$

→ проверить корр. ч/м $(Le/R)^2$. Если $c\to 1$, $\varkappa$ и ω_G должны совп. с вихрем "жёсткой" модели.

Нет, только $W_m(c\to 1)$ совп. с "жёсткой" вихрем, W_{ex}, W_D – нет.

Escaneado con CamScanner

(7/XI) E-mail to Takeaki o cosyco RINSA-paper (Bazaliy uploaded request, Uzdin - neg).

$W_a(\rho)$ unpeer Bamupyro yposens β ω_G u crabunusupyem Sky-limon. Это соответствует $\omega_G \to 0$ ($H_a \to 0$) $W_m(c)$ не нашли мин $W(c)$ и c_0 - equilibrium.

с 31/X, когда с упрощенными: ($H_a \to 0$) $W_m(c)$ не нашли мин $W(c)$ и c_0 - equilibrium.

Вывод W_a. Для одной моды ω_G уравн спин. $W_a = -K \int d\vec{r} \cos^2\theta$, $H_a = \frac{2K}{M_s}$.

ω_G $\cos\theta = \frac{1-|s|^2}{1+|s|^2}$. $J_a(\vec{s}) = \int d^2\rho\, \cos^2\theta(\vec{\rho},\vec{s})$, $\frac{\partial J_a}{\partial s_\perp} = -\int d^2\rho\, \sin 2\theta \cdot \frac{\partial\theta}{\partial s_\perp}$. $|s|^2 = \tau$

$\frac{\partial J_a}{\partial s_\perp} = \int d^2\rho\, 2\cos\theta \frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial s_\perp}$, $\frac{\partial^2 J_a}{\partial s_\perp^2} = 2\int d^2\rho \left[\frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial s_\perp}\frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial s_\perp} + \cos\theta\frac{\partial^2\cos\theta}{\partial\tau^2}\frac{\partial\tau}{\partial s_\perp}\frac{\partial\tau}{\partial s_\perp} + \cos\theta\frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial s_\perp^2}\right] = 2\int d^2\rho \left[\left(\frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau}\right)^2\left(\frac{\partial\tau}{\partial s_\perp}\right)^2 + \cos\theta\frac{\partial^2\cos\theta}{\partial\tau^2}\left(\frac{\partial\tau}{\partial s_\perp}\right)^2 + \cos\theta\frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial s_\perp^2}\right]$, $S(t) = \frac{2}{c}e^{-t/t_0} \to \frac{1}{c}(z-s)^2$

$\tau = |s|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{1}{c^2}\left[s^2 + s^2 - 2sz\cos(\varphi-\varphi_s)\right]$, $\varphi_s = 0$, отнимаем $W_a(s) \sim |s|^2$

$\frac{\partial\tau}{\partial s} = \frac{1}{c^2}2\left[s - z\cos\varphi\right]$, $\frac{\partial^2\tau}{\partial s^2} = \frac{2}{c^2}$. $\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}\Big|_{s=0}$. $\frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1-\tau^2}{1+\tau^2}\right) = \frac{-2\tau(1+\tau^2)-(1-\tau^2)\cdot 2\tau}{(1+\tau^2)^2}$

$= -\frac{4\tau}{(1+\tau^2)^2}$, $\frac{\partial^2\cos\theta}{\partial\tau^2} = (-4)\frac{\tau}{(1+\tau^2)^3}$. $\frac{\tau}{(1+\tau^2)^2} = (-4)\frac{(1+\tau^2)^2 - \tau\cdot 2(1+\tau^2)\cdot 2\tau}{(1+\tau^2)^4} = (-4)\frac{(1-3\tau^2)}{(1+\tau^2)^3}$

$\tau(s=0) = s^2/c^2$. $\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}(s=0) = 2\int d^2\rho \left[\left\{\frac{16\tau^2}{(1+\tau^2)^4} - 4\frac{(1-3\tau^2)}{(1+\tau^2)^3}\right\}\frac{4}{c^4}s^2\cos^2\varphi + \frac{(1-\tau^2)}{(1+\tau^2)}\frac{(-4\tau)}{(1+\tau^2)^2}\cdot\frac{2}{c^2}\right]$

$\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}(s=0) = \frac{2\cdot 4\pi\cdot 4}{c^2}\int d\rho\rho\, \frac{1}{(1+\tau^2)^4}\left[\left\{4\tau^2 - (1+3\tau^2)(1+\tau^2)\right\}\tau - \tau(1-\tau^2)\frac{(1+\tau^2)}{c^2}\right] =$

$= \frac{64\pi}{c^2}\int d\rho\rho\, \frac{\tau}{(1+\tau^2)^4}\left[2\tau^4 + 3\tau^2 - 1\right] = \left|\tau = s^2/c^2,\ d\tau = \frac{1}{c^2}2\rho d\rho,\ \rho = [0,s],\ \tau = [0, s^2/c^2]\right| = 32\pi\int_0^{s^2/c^2} d\tau \frac{\tau}{(1+\tau^2)^4}\left[2\tau^4+3\tau^2-1\right] =$

$= \left|\tau^2 = x\right| = 16\pi\int_0^{s^4/c^4} dx\, \frac{(2x^2+3x-1)}{(1+x)^4} = 16\pi\int_0^{s^4/c^4} dx\left[\frac{2}{(1+x)^2} - \frac{1}{(1+x)^3} - \frac{2}{(1+x)^4}\right] = \left|x = [0, s^4/c^4]\right| =$

$= 16\pi\left[2\frac{(-1)}{(1+x)} + (-1)(-\frac{1}{2})\frac{1}{(1+x)^2} + (2)(-\frac{1}{3})\frac{1}{(1+x)^3}\right]_0^{s^4/c^4} = 16\pi\left[(-2)\left\{\frac{1}{1+s^4/c^4} - 1\right\} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{(1+s^4/c^4)^2} - 1\right\} + \right.$

$\left. + \frac{2}{3}\left\{\frac{1}{(1+s^4/c^4)^3} - 1\right\}\right] = 16\pi\left[\frac{5}{6} - \frac{2}{(1+s^4/c^4)} + \frac{1}{2}\frac{1}{(1+s^4/c^4)^2} + \frac{2}{3}\frac{1}{(1+s^4/c^4)^3}\right]$. Нобелево, надо

$\frac{\partial\cos\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1-\tau}{1+\tau}\right) = \frac{-1(1+\tau)-(1-\tau)\cdot 1}{(1+\tau)^2} = -\frac{2}{(1+\tau)^2}$, $\frac{\partial^2\cos\theta}{\partial\tau^2} = (-2)(-2)\frac{1}{(1+\tau)^3} = \frac{4}{(1+\tau)^3}$

$\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}\Big|_{s=0} = 2\int d^2\rho \left[\left\{\frac{4}{(1+\tau)^4} + \frac{4}{(1+\tau)^3}\right\}\frac{4}{c^4}s^2\cos^2\varphi + \frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\frac{(-2)}{(1+\tau)^2}\frac{2}{c^2}\right] = \frac{2}{c^2}\cdot 4\pi\cdot 2\int d\rho\rho\left[\frac{2\tau}{(1+\tau)^4}(1+1+\tau) - \right.$

$\left. - \frac{(1-\tau)}{(1+\tau)^3}\right] = \frac{16\pi}{c^2}\int d\rho\rho\, \frac{1}{(1+\tau)^4}\left[2\tau(2+\tau) - (1-\tau^2)\right] = \frac{16\pi}{c^2}\int d\rho\rho\, \frac{1}{(1+\tau)^4}\left[3\tau^2 + 4\tau - 1\right] =$

$= 8\pi\int_0^{s^2/c^2} d\tau\, \frac{1}{(1+\tau)^4}(3\tau^2+4\tau-1) = 8\pi\int_0^{s^2/c^2} d\tau\left[\frac{3}{(\tau+1)^2} - \frac{2}{(\tau+1)^3} - \frac{2}{(1+\tau)^4}\right] = 8\pi\left[3\frac{(-1)}{(1+\tau)} - \right.$

$\left. - 2(-\frac{1}{2})\frac{1}{(1+\tau)^2} - 2(-\frac{1}{3})\frac{1}{(1+\tau)^3}\right]_0^{s^2/c^2} = 8\pi\left[-3\left\{\frac{1}{1+s^2/c^2} - 1\right\} + 2\left\{\frac{1}{(1+s^2/c^2)^2} - 1\right\} + \frac{2}{3}\left\{\frac{1}{(1+s^2/c^2)^3} - 1\right\}\right]$

$= 8\pi\left[\frac{1}{3} - \frac{3}{1+s^2/c^2} + \frac{2}{(1+s^2/c^2)^2} + \frac{2}{3}\frac{1}{(1+s^2/c^2)^3}\right] = 8\pi\left[\frac{1}{3} - \frac{3c^2}{(1+c^2)} + \frac{2c^4}{(1+c^2)^2} + \frac{2}{3}\frac{c^6}{(1+c^2)^3}\right]$

$W_a(\vec{s}) = -KL\int d^2\vec{\rho}\cos^2\theta(\vec{\rho},\vec{s}) = -KL\, J_a(\vec{s}) = -KL\left[J_a(0) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}\Big|_{s=0}\cdot s^2\right] =$

$= W_a(0) + \frac{1}{2}\varkappa_a s^2$, $\varkappa_a = -KL\cdot\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}\Big|_{s=0}$, $\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2} = 8\pi\left[\frac{1}{3} + \frac{c^2}{(1+c^2)}\left\{\frac{2}{3}\frac{c^4}{(1+c^2)^2} + \frac{2c^2}{(1+c^2)} - 3\right\}\right]$

$= 8\pi\left[\frac{1}{3} - \frac{c^2}{(1+c^2)^3}\left(\frac{1}{3}c^4 + 4c^2 + 3\right)\right] = \frac{8\pi}{3}\frac{1}{(1+c^2)^3}(1-6c^2-9c^4)$

$\varkappa_a = -KL\cdot\frac{8\pi}{3}\frac{1}{(1+c^2)^3}(1-6c^2-9c^4)$, знак $\varkappa_a(c) < 0$ для $c \ll 1$, т.к. $K > 0$.

$\varkappa_a = -KL\frac{8\pi}{3}\cdot\frac{[2-(1+3c^2)^2]}{(1+c^2)^3}$ — Расчет анизотропии вклада в $\varkappa - \varkappa_a(c)$

$\Delta\omega_G(\omega_3 - 2\varkappa_a) = \frac{\varkappa_a\cdot\delta(1+c^2)}{4\pi M_s L} = -\frac{1}{3}\delta H_a\frac{[2-(1+3c^2)^2]}{(1+c^2)^2}$

$\omega_G(c) = 4\delta M_s\frac{c^3}{(1+c^2)^2}\left[\pi F_1(\beta)c^{4(1+c^2)} - (1+\frac{1}{2}cdR)\left(\frac{L-d}{R}\right)^2\right] - \frac{1}{3}\delta H_a\frac{[2-(1+3c^2)^2]}{(1+c^2)^2}$, $d = 2/\Lambda$

→ Gigahertz frequency gyre of e-Skyrmion within "rigid" model, $\xi(z) = \frac{1}{2}(z-s)e^{i\varphi_0}$

Видно, $\omega_G(c) > 0$ при $c > c_1$, за счет W_m, $W_a(c)$ сложно.

- нужно на симуляциях $\omega_G(\cdot)$ - Lin-Saxena PRB'14. Sk-parameters

① Для расчета ω_{nm} и ω_G в GHz, надо знать γ, A, D, K_1, M_s и размеры dot L, R.

① Rohart PRB'13: $A = 1.6\cdot10^{-6}$ erg/cm, $K = 5.1\cdot10^6$ erg/cm, $D_c = 3.6$ erg/cm² — Co/Pt (Nature NatMat'11)

② J.V.Kim PRB'14: model $A = 1.5\cdot10^{-6}$ erg/cm, $K = 10^7$ erg/cm³, $M_s = 10^3$ G, $D = 2-5$ erg/cm², Co/Pt

③ Sampaio' Nat. Nan.'13: $A = 1.5\cdot10^{-6}$ erg/cm, $K = 8\cdot10^6$ erg/cm³, $M_s = 580$ G, Co/Pt

④ Yakadinovich' PRB'08: FePt, CoPt, FePd, $M_s = 1125$ G, $A = 1\cdot10^{-6}$ erg/cm, $K = 5.5\cdot10^6$ erg/cm³, $D = 0$

⑤ Lin-Saxena' PRB'14: $J_{ex} = 3$ meV, $D = 0.3$ meV, $K_1 = (0-1)D^2/J_{ex}$, $H_a \le 1.2D^2/J_{ex}$

⑥ Beg' Sci. Rep. 15 Sum.: FeGe, $M_s = 384$ G, $A = 8.78\cdot10^{-7}$ erg/cm, $D = 1.58$ erg/cm².

dots

(7) Moreau' Lucharie' Arxiv'15: Ir/Co/Pt и Pt/Co/Pt, $M_S = 960$ и 1600 G, $K = 1.7$ и $2.5 \cdot 10^6 \frac{erg}{cm^3}$
Dots $R = 250$ nm, $R_c = 25-45$ nm, $c = R_c/R = 0.1-0.18$. B MLs $R_c = 15-40$ nm. S – Skyrmion

(8) Mochizuki' PRL'12: MnSi, FeCoSi, $J = 0.3-0.4$ meV – sim.

(9) Makhfudz' PRL'12: sim. RPt dots [Montagis' PRB'09], $R = 80$ nm, $L = 32$ nm, $M_S = 10^3$ G
Q – Bubble Skyrmions (S-на новерхност), $Q = 2.06$, $A = 10^{-6}$ erg/cm, $K = 1.3 \cdot 10^7$ erg/cm^3

(10) Büttner' Nat. Phys.'15: $(CoB/Pt)_n$ dot, $2R = 550$ nm, $L_{tot}(CoB) = 12$ nm, $Q = 0.866$, $h_a = 10.8$
$K_1^{eff} = 0.07 \mu_0 M_S^2$, $R_c = 50$ nm, $c = \frac{50.2\text{ nm}}{550\text{ nm}} \simeq 0.18$, $M_S = 1190$ G, $H_a = 10.8 \cdot M_S$

(11) Schwarze – Grundler' Nat. Mat.'15: MnSi, FeCoSi, Cu_2OSeO_3. $D = 83/46/4.3$ μeV – E_{DM}
M_S на изследвания, $f(MnSi) = 10-30$ GHz, $f(FeCoSi) = 2-4$ GHz, $f(Cu_2OSeO_3) = 1-2$ GHz
(и зависи $B - T$ FMR)

Въпрос: Зачем направените dots дават Ir(Pt)/Co/Pt dots както Moreau' Lucharie'15, S-Sk и Büttner' N. Phys.'15 дават $(CoB/Pt)_n$ – dots, Q – Skyrmions or Bubbles, $c = 0.1-0.2$?
Освен всичко Ir/(Co/Pt) – ultrathin films направени наскоро Miron' Nat. Mat.'11.
Две Ir/Co papers Duose'12, Okamura'13, Schwarze'15 нет параметрите DMI-B20 но у Moreau-Lucharie и Büttner нет SW-measurements (само FM).

Можем да дадем Sk-dot Ir/Co/Pt параметри Moreau и Büttner, допълнителни $A = 1.5-1.6 \cdot 10^{-6}$ erg/cm дават Co/Pt-dots Sampaio, Rohart, Kim.
Duose, Okamura-exp. на Co-films, а Boo Schwarze (MnSi) нарежда на circular dot, и всички дават MnSi параметри и L, R – то можем очаква FMR – Schwarze'15, всеки В MnSi-един Skyrmion, но за цялото Sk-lattice, т.к. $R \sim 1$ μm.
Sk-dynamics на dots (single-Sk ground state) нет използвани Kyoto Büttner'15,

(a) Moreau-Lucharie'15: $M_S = 960$ G, $K_1 = K_{eff} + 2\pi M_S^2 = 1.7 \cdot 10^6 + 2\pi (0.96)^2 10^6 \frac{erg}{cm^3} = 7.5 \cdot 10^6$
(Ir/Co/Pt dot)

(b) Büttner'15: $(CoB/Pt)_n$ dot, $M_S = 1190$ G, $K_1 = \frac{1}{2} H_a M_S = 0.5 \cdot 10.8 \cdot M_S^2 = 5.4 \cdot (1.19)^2 10^6 \frac{erg}{cm^3} = 7.6 \frac{erg}{cm^3}$,

Moreau $\frac{\omega_M}{2\pi} = 2.9 \cdot 4\pi \cdot 0.96 \cdot \frac{GHz}{kOe} kG = 35.0$ GHz; Bütt-$\omega_M/2\pi = 2.9 \cdot 4\pi \cdot 1.19 \frac{GHz}{kOe} kG \Rightarrow$
[$\gamma_{Co}/2\pi = 2.9$ MHz/Oe] $C = 43.4$ GHz

$L_e(Mor) = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.5 \cdot 10^{-6}}{(0.96)^2 10^6}} = \frac{\sqrt{3}}{0.96} 10^{-6}$ cm $= 18.0$ nm; $L_e(Bütt) = \frac{\sqrt{3}}{1.19} 10^{-6}$ cm $= 14.6$ nm.
$R(Moreau) = 250$ nm, $R(Bütt) = 275$ nm.

Moreau: $\omega_M/2\pi = 35.0$ GHz $\Rightarrow h_a = \frac{K}{2\pi M_S^2} = \frac{1.5 \cdot 10^6}{2\pi (0.96)^2 10^6} = 1.30$, $R = 250$ nm
Büttner: $\omega_M/2\pi = 43.4$ GHz $\Rightarrow h_a = Q = 0.866 \frac{L}{R} = 275$ nm. $H_a \to H_a - 4\pi M_S$

$\frac{\omega_{nm}}{\omega_M} = h_a - 1 + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{\chi_{nm}^2}{c^2}$. Duose $c = 0.2$ χ_{nm} (c) дават $4/\pi$.

Büttner: $\omega_{nm} = 43.4$ GHz $\left[-0.14 + \frac{2.32 \cdot 10^{-3}}{(0.2)^2} \chi_{nm}^2\right] = 43.4 \cdot \left[-0.14 + 7.05 \cdot 10^{-2} \chi_{nm}^2\right]$ GHz
($c = 0.182 \times 0.2$)
$\omega_{00} = 11.9$ GHz, $\omega_{01} = 24.0$ GHz, $\omega_{0,-1} = 8.2$ GHz – lowest SW freq.

Duose Moreau-Lucharie: $\omega_{nm} = 35.0$ GHz $\left[0.30 + \frac{5.18 \cdot 10^{-3}}{4\pi (0.2)^2} \chi_{nm}^2\right] = 35.0 \left[0.30 + 1.235 \cdot 10^{-1} \chi_{nm}^2\right]$
$\omega_{00} = 13.2$ GHz, $\omega_{01} = 15.0$ GHz, $\omega_{0,-1} = 12.6$ GHz – lowest.

Corrected-Büttner $\omega_{00} = 43.4 [-0.14 + 0.041] < 0$, $\omega_{01} = 43.4 [-0.14 + 0.069] < 0$, Bütt-$\omega_{nm}$ дават.
Duose Büttner бихме получили различен резултат при $c = 0.18$ защо и защото $N_z(\frac{R}{275})$

SK-SW $\frac{\omega_{nm}}{\omega_M} = h_a - N_z + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{\chi_{nm}^2}{c^2}$, $\frac{\omega_{nm}}{\omega_M} = -0.14 + \frac{0.00282}{4\pi (0.18)^2} \chi_{nm}^2 = -0.14 + 6.33 \cdot 10^{-2} \chi_{nm}^2$
(0.069)

Защо ω_{nm}(Bütt) > 0 защо $\chi_{nm} > 4.5/\sqrt{2}$ Защо бихме дали high-order (c.m) SW.
Защо – за всеки Ir/Co/Pt параметри $(CoB/Pt)_n$ dots Büttner'15.
Защото $4\pi M_S \to N_{zz}(\beta) M_S$ Защо не направихме, т.к. $\beta = 12$nm$/275$nm $= 0.044 \ll 1$
Остават ultrathin dots Moreau-Lucharie'15: Ir/Co/Pt и Pt/Co/Pt.
Освен, Moreau ML-dot [Ir(1nm)/Co(0.6nm)/Pt(1nm)]$_{10}$ и [Co(0.6nm)/Pt(1nm)]$_{10}$
т.е. $L_{tot}(Co) = 0.6 \times 10$ nm $= 6$ nm, $\beta = 6$nm$/250$ nm $= 0.024$.
Вярна ли е замяната $H_a \to H_a - 4\pi M_S$ дава обяви domains $s < R_c$ и $s > R_c$?

Дали Ir/Co/Pt dot Moreau $(h_a = 1) = \frac{K_{eff}}{2\pi M_S^2} = \frac{1.7 \cdot 10^6 erg/cm^3}{2\pi \cdot (0.96)^2 10^6 erg/cm^3} = 0.294 \simeq 0.29$ (0.2930)
SW + Skyrmion

(8/XI) Пресметнах спектър SW дават Ir/Co/Pt dots Moreau-Lucharie'15, $c = 0.1-0.18$.

χ_{nm} (c)					
$c = 0.10$	$\chi_{00} = 0.383$;	$\chi_{10} = 0.702$,	$\chi_{01} = 0.513$;	$\chi_{11} = 0.835$,	$\chi_{0,-1} = 0.342$; $\chi_{1,-1} = 0.652$
$c = 0.12$	$\chi_{00} = 0.460$;	$\chi_{10} = 0.842$,	$\chi_{01} = 0.614$;	$\chi_{11} = 0.990$,	$\chi_{0,-1} = 0.382$, $\chi_{1,-1} = 0.794$
$c = 0.14$	$\chi_{00} = 0.536$;	$\chi_{10} = 0.982$,	$\chi_{01} = 0.714$;	$\chi_{11} = 1.126$,	$\chi_{0,-1} = 0.454$, $\chi_{1,-1} = 0.991$
$c = 0.16$	$\chi_{00} = 0.613$;	$\chi_{10} = 1.122$,	$\chi_{01} = 0.812$,	$\chi_{11} = 1.232$,	$\chi_{0,-1} = 0.528$, $\chi_{1,-1} = 1.092$
$c = 0.18$	$\chi_{00} = 0.690$,	$\chi_{10} = 1.263$,	$\chi_{01} = 0.905$	$\chi_{11} = 1.312$,	$\chi_{0,-1} = 0.604$, $\chi_{1,-1} = 1.246$

Escaneado con CamScanner

$c = 0.08$ $\quad x_{00} = 0.301$, $x_{10} = 0.561$ $\quad x_{01} = 0.411$; $x_{11} = 0.671$, $\quad x_{0,-1} = 0.245$; $x_{1,-1} = 0.513$

Дана $m = -1$, кроме finite roots $x_{n,-1}$, есть еще корень $x_* = 0$. $x_{nm}(c=0.2)$ – см. 4/21.

Morgan-Lucharie $(\omega_{nm}/\omega_{00})_{10}$ – data $\quad \omega_{nm} = 35.0\left[0.23 + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{18}{250}\right)^2 \frac{x_{nm}^2}{c^2}\right]$ (GHz) $= \omega_{nm}(c)$.

	Calculated ω_{nm} (GHz)																	
$c = 0.08$	$R=10$ mm	11.(99)	10.4	(10)	10.9	14.59(01)	10.5	12.50(11)	11.2	16.44(0-1)	10.3	11.00 (1-1)	10.7	13.86				
$c = 0.10$			10.4		10.9		10.5		11.2		10.3		10.8					
$c = 0.12$			10.4		10.9		10.5		11.1		10.3		10.8					
$c = 0.14$			10.4		10.9		10.5	12.50	11.1	15.33	10.3	11.10	10.8	14.23				
$c = 0.16$			10.4		10.9		10.5		11.0		10.3		10.8					
$c = 0.18$			10.4		10.9		10.5		10.9		10.3		10.8					
$c = 0.20$			10.4		10.9		10.5	12.36	10.8	14.45	10.3	11.20	10.9	14.60				
$c = 0.30$		11.48	10.4		10.9	14.59	10.4	11.95	10.7	13.44	10.3	11.39	11.0	15.25				
$c = 0.50$		11.48	10.4		10.9	14.59	10.3	10.95	10.7	13.35	10.4	11.95	11.1	(GHz)				
$c = 0.40$								11.24		13.38		11.81		16.23				
														15.25				

$c = 0.30$ $\quad x_{00} = 1.150$ $\quad x_{10} = 2.105$, $\quad x_{01} = 1.265$; $\quad x_{11} = 1.813$, $\quad x_{0,-1} = 1.113$; $\quad x_{1,-1} = 2.256$

$c = 0.50$ $\quad x_{00} = 1.916$ $\quad x_{10} = 3.508$, $\quad x_{01} = 1.492$, $\quad x_{11} = 2.378$, $\quad x_{0,-1} = 2.172$, $\quad x_{1,-1} = 4.105$

Зависимость $\omega_{nm}(c)$ от "c" слабая, видимо $x_{nm}/c = \text{const}(c)$, $x_{n,m}$ с одинаковыми (n,m). $x_{nm} = k_{nm} R_c$ и $c = k R_c$ означает, что $k_{nm} \sim \delta_{nm}/R$, квантуется в единицах R.

$\omega_{11}(c)$ слабо падает с ростом "c", а $\omega_{1,-1}(c)$ слабо растет с "c" остальные "уважаем" "m". $\omega_{nm}(c) \times \text{const}(c)$ где $\omega_{n,\pm 2}(c)$ – слабо падает с "c".

$c = 0.1$ $\quad x_{02} = 0.638$ $\quad x_{12} = 0.976$, $\quad x_{0,-2} = 0.389$, $\quad x_{1,-2} = 0.718$

$\omega_{02} = 10.7$ GHz $\quad 11.5 \quad 10.4 \quad 10.9$ GHz

$c = 0.2$ $\quad \omega_{02} = 10.7$ GHz $\quad 11.5 \quad 10.4 \quad 11.0$ GHz

$c = 0.3$ $\quad x_{02} = 1.876$ $\quad x_{12} = 2.541$ $\quad x_{0,-2} = 1.283$ $\quad x_{1,-2} = 2.436$

10.7 GHz $\quad 11.2$ GHz $\quad 10.4$ GHz $\quad 11.1$ GHz

Note: Все calculated ω_{nm}, $n=0,1$; $m = 0, \pm 1, \pm 2$ попадают в узкий $\Delta\omega$ 10.4–11.2 GHz и слабо зависят от "c". Можно $x_{nm} \sim c$, $(x_{nm}/c)^2 \approx \text{const}(c)$.

Bandwidth $\Delta\omega_{nm}/\omega_M \sim \frac{1}{4\pi}\left(\frac{l_e}{R}\right)^2 \ll 1$, т.к. $(l_e/R)^2 \ll 1$. Можно взять $R = 100$ nm, сохраняя как параметры M_s, K как в Morgan-Lucharie '15.

Корни $J_m(x)$ $\quad d_{nm}$

n	m=0	m=1	m=2	m=3
1	2.40	3.83 +	5.14 +	6.38 +
2	5.52	7.02 V+	8.42	9.76
3	8.65	10.17 V	11.62	13.02
4	11.79	13.32	14.80	16.22

+ – собств. корни x_{nm}/c и d_{nm} для $c = 0.1$

V – собств. корни x_{nm}/c и d_{nm} для $c = 0.2$

• $d = 0.08$

SW – Skyrmion dot

$m=0$ – SW – цилиндрическая, $x_{n0}/c = d_{n1}$, $J_1(d_{n1}) = 0$. Но почему $x_{02}/c = d_{13}$?

$x_{01}/c\,(c=0.1) = d_{12}$? $\quad x_{12}/c\,(c=0.1) = d_{23}$? $\quad \frac{1}{c} x_{1,-1}(c=0.2) = d_{21}$?

$y = x/c$. $\quad [Y_{m+1}(yc) J_{m+1}(y) - Y_{m+1}(y) J_{m+1}(yc)] J'_{m-1}(yc) = [Y'_{m+1}(yc) J_{m+1}(y) - Y_{m+1}(y) J'_{m+1}(yc)] J_{m-1}(yc)$

Нужен предел $c \to 0$.

$J_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \frac{1}{m!}$, $\quad J'_m(x) = \frac{1}{2^m m!} m x^{m-1}$, $x \to 0$

$Y_m(x) = -\frac{1}{\pi}(m-1)! \left(\frac{2}{x}\right)^m$, $\quad Y'_m(x) = \frac{2^m}{\pi} m! \frac{1}{x^{m+1}}$, $\quad Y_0(x) = \frac{2}{\pi} \ln x$, $\quad Y'_0(x) = \frac{2}{\pi}\frac{1}{x}$

$m \neq 0$, $m > 0$ $\qquad x \to 0$

Пусть $m+1 > 0$, $m > -1$: $\left[-\frac{1}{\pi} m! \frac{2^{m+1}}{y^{m+1}} \frac{1}{c^{m+1}} J_{m+1}(y) - Y_{m+1}(y) \frac{y^{m+1} c^{m+1}}{2^{m+1}(m+1)!} \frac{1}{}\right] \frac{y^{m-2} c^{m-2}}{2^{m-1}(m-2)!} =$

$= \left[\frac{2^{m+1}}{\pi}(m+1)! \frac{1}{y^{m+2} c^{m+2}} J_{m+1}(y) - Y_{m+1}(y) \frac{(m+1) y^m c^m}{2^{m+1}(m+1)!}\right] \frac{y^{m-1} c^{m-1}}{2^{m-1}(m-1)!}$

Главное по $\frac{1}{c} \gg 1$ здесь $\frac{1}{c^3}\left(-\frac{1}{\pi}\right)\frac{m!}{(m-2)!} \cdot \frac{4}{y^3} J_{m+1}(y) = \frac{4}{\pi}\frac{(m+1)!}{(m-1)!}\frac{1}{y^3 c^3} J_{m+1}(y)$, $\quad -m(m-1) = m(m+1)$ – это может быть важно. $\quad$ где $m = 0$.

Предел $x = yc \to 0$ в $F_m(x) = 0$ eq. 29/2: $-\frac{2m}{x}\left[-\frac{m^2}{x^2}\frac{x^{2m}}{2^{2m}}\frac{1}{(m!)^2} + \frac{m^2}{2^{2m}}\frac{x^{2m-2}}{(m!)^2}\right] + \frac{x^{2m}}{2^{2m}(m!)^2}\Big] N_{m+1}(x/c) =$

$= \left[-\frac{1}{\pi}\left(2\frac{m^2}{x^2} - 1\right) + \frac{2m}{x}\left(\frac{m^2}{x^2} - 1\right)\frac{(-1)}{\pi x} - \frac{2}{\pi}\frac{m}{x}\frac{m}{x^2}\right] J_{m+1}(x/c)$,

$-\frac{2m}{x}\frac{x^{2m}}{2^{2m}(m!)^2} N_{m+1}(x/c) = \left[-\frac{8}{\pi}\frac{m^2}{x^3} + \frac{4}{\pi x}\right] J_{m+1}(x/c)$, $\quad -2m\frac{x^{2m}}{2^{2m}(m!)^2} N_{m+1}(x/c) =$

$= \frac{1}{\pi}\left[1 - 2\frac{m^2}{x^2}\right] J_{m+1}(x/c)$, $\quad x \to 0$ $\quad \frac{m^2}{x^2} J_{m+1}(x/c) = 0$, $\quad J_{m+1}(x/c) = 0$, $\quad \frac{x_{n,m}}{c} = d_{n,m+1}$.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Отсюда $x_{nm}/c = d_{n+1,m+1}$, где $d_{nm} = \beta$, $\mathrm{Im}(d_{nm}) = 0$, $n = 1,2,3,\ldots$, при $c \to 0$.

$x_{n0}/c = d_{n+1,1}$ (m=0) и $x_{nm}/c = d_{n+1,m+1}$ ($m > 0$) при $c \to 0$. Что с $m < 0$?

Из вывода $x_{nm}/c = \mathrm{const}(c)$

$$m+1 = \mu \quad \left[Y_\mu(x) J_\mu\left(\frac{x}{c}\right) - Y_\mu\left(\frac{x}{c}\right) J_\mu(x) \right] J'_{\mu-1}(x) = \left[Y'_\mu(x) J_\mu\left(\frac{x}{c}\right) - Y_\mu\left(\frac{x}{c}\right) J'_\mu(x) \right] J_{\mu-1}(x)$$

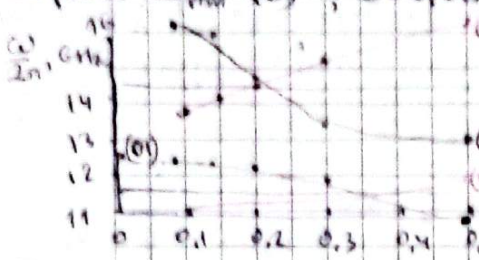
$\mu + 1 = \mu$, (— тождественно, $J'_{-1} = (-1)^1 J_{+1}$, $J_{-1} = (-1)^1 J_{+1}$.

Но, в общем случае $J_{\mu-1}(x) \neq J_{\mu+1}(x)$ (кроме $\mu = 0$, $m = 1$) и равенство $\mu = \mu$ нет.

$x_{n\mu} = x_{n,\mu}$ т.е. $m = 1$, $x_{n,1} = x_{n,1}$ — это не то.

$\frac{1}{c} x_{nm} = \mathrm{const}(c)$ даже ($m > 0$) не обязательно $\frac{1}{c} x_{nm} = \mathrm{const}$ при $c \to 0$ и $c \to \infty$ тоже

Спроси: $\omega_{nm}(c)$, $c = 0,05 \ldots 0,35$ для $R = 100$ нм (сравнить с ранее), $n = 0,1$, $m = 0,1$.



Для $c = 0,4$ → нм

$x_{01} = 1,327$ $x_{11} = 2,332$; $x_{0,-1} = 1,603$; $x_{1,-1} = 3,130$

Для x_{nm} при $c = 0,04$:

	x_{01}	x_{11}	$x_{0,-1}$	$x_{1,-1}$
	0,205,	0,338	0,117,	0,247
$\omega_{nm}(0,04)$	12,52 ГГц	16,56	10,32	13,59

(9/XI) Изследване $SW\ \omega_{nm}(c)$, $R = 100$ нм под с напомняне за работата на Мелехин-Бучаренко '15, изследване $\omega_{nm}(k)$ SK - spin wave mode profiles. E-mail до Зубков, Прокс. Напомняне Skyrmion SW paper. Ден (ГАИ) смяна на рубля 2 пъти, Dell лаптоп с Windows. Актуализиране на нещата, напр. MS office, Adobe Prof. + Acrob, Endoram - Wi-Fi connection

(10/XI) Напомняне SW - Skyrmion dot paper. Получен revised version за Зубков с малки забележки paper и subm. to PSS - Rapid Res. Lett. SW - Gd/Fe ML

(11/XI) Не беше на нам. с Л. в Madrid. Отбил с Лорен. Анализ Gds' PTT '95 за SW in Fe/Fe2 multilayers. Кореспонд. с T. Ostler - R/Gd ML SW spectra.

(12/XI) Беседа с Оссанди Ч.: нов PTT '95 SW $\omega_n(k)$ equations, нямало публикувано в Gd/Fe MLs един изчислен particular simple atomistic model of Gd/Fe interface и периодични гр. на interface bound. conditions в друг Barnes' JMMM '91 - M.U.32 том: interface — the simple cubic lattices Gd и Fe с $a_{Gd} = a_{Fe}$, плоски (001) и Gd-Fe interaction Gd-Fe. Осесим. coercivity by exch. integral J_{Gd-Fe}.

Оссанди казва $\Gamma = A_2/(A_s M_1 M_2 \ell)$, като $\omega(k)$ зависимостта $x_j = k_j \ell_j$, с k_j из $\frac{\omega}{\gamma_j} = H_j + J_{ess}(1 - \cos k_j \frac{a}{2} a)$, близко $\frac{\omega}{\gamma_j} = H_j + D k_j^2$ — изразена k_j чрез ω.

Ур. (10) PTT '95 $\cos k\ell = F(k_j, \Gamma_j)$ или $\cos k\ell = F(\omega) \to$ търсим $\omega_n(k)$, n - band number

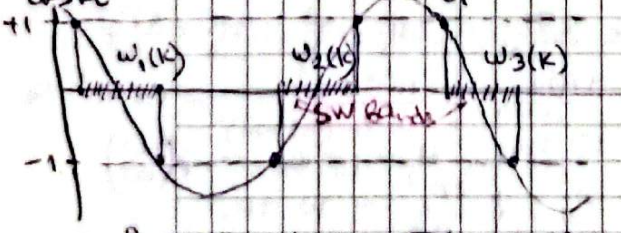
(13/XI) Пробвахме, че b.conditions Barnas'91 $A_j \to A_j (1 - A_s/A_s^{f.c.})$ подходят за нашия Gd/Fe interface by Ostler. Ако не подходят, то Бобеско подход. в cond. даде опр. изразяването на Γ_j в eq. (10) PTT '95.

$$\Gamma_j = \frac{2A_j}{A_s M_1 M_2 \ell_j}$$

Берем $\ell_1(Fe) = 2,2$ нм, $\ell_2(Gd) = 4,6$ нм, $\ell_{ex1} = \sqrt{\frac{2A_{Fe}}{M_{s1}}} = 20,9$ нм

$$\Gamma_1 = \frac{2 \cdot 3,78 \cdot 10^{-6} \frac{erg}{cm}}{2,2\,nm \cdot A_s \cdot 1,318 \cdot 0,366 \cdot 10^6 \frac{erg}{cm^3}} = \frac{218,5\,nm}{A_s}, \quad \Gamma_2 = \frac{151,5\,nm}{A_s} \quad // \quad \ell_{ex2} = \sqrt{\frac{2AG_d}{M_{s2}}} = 50,1\,nm$$

$$\Gamma_1 = \frac{2A_1}{A_s M_1 M_2 \ell_1} = \frac{1}{A_s}\frac{M_1}{M_2}\frac{\ell_{ex1}^2}{\ell_1} = \frac{1}{A_s}\frac{1318}{366}\frac{(20,9\,nm)^2}{2,2\,nm} = \frac{218,5\,nm}{A_s}, \quad \Gamma_2 = \frac{2A_2}{A_s M_1 M_2 \ell_2} = \frac{1}{A_s}\frac{M_2}{M_1}\frac{\ell_{ex2}^2}{\ell_2} = \frac{1}{A_s}\frac{366}{1318}\frac{(50,1)^2}{4,6} = \frac{151,5\,nm}{A_s}$$



$\cos k\ell = F(\omega, A_s)$ is oscillatory function of ω

SW-Bands: $|F(\omega)| \leq 1$, $\omega_n(k)$.

Корен $F(\omega, \cos k\ell) = 0$, $\omega_n(\cos k\ell)$ — matlab program

Note: $\cos k\ell$ означава, че $k_{max} = \frac{\pi}{\ell}$ и $10^6\,cm^{-1}$, $\ell \sim 10\,nm$

In-layer $k_{max} = \frac{\pi}{a}$, a - lattice period.

Вероятно, $k_{max} \neq \pi/\ell$ съответства на SW-Bands $\omega_n(k)$ с безкрайно много пара...

(14/XI) Вернувахме с Л. от Madrid, в „Lidl". Edited „Gauge - field" paper, изпратихме Ф. Ш., Ст. Letter и submitted the manuscript to ARL. Съобщение по ТВ за Шенгенското пространство

(16/XI) Работа над версия и Figs SW - Skyrmion dot" paper с Зуфари. Сега: letter, Ref. Nocaic revised MS to Зуфари. Отпуск Цвета Дяков по Madrid + trip. Review на paper(s) по mag. Skyrmions в Web of Sc. database

(17/21) Contact IEEE ... Editor ... Ref. 180 ... Mag Lett. ...

Cover Lett. ... Subm. ... PRB ... Rep. Rec. ...

(16/21) Band-name ... group appl. ... PI: Julian ... Deadline Dec. 16

Iberbasque meeting ... Bilbao ... Dec. 16

(10/21) Meeting ... Julian ... a) ... b) ... c) IEEE Mag Lett.

(10/21) Meeting ... Iran ... Republic ... Bhandari ... 30 Sept.

(9/21) Three SW Gd/Fe multilayers ... PRB-Brandl.

Collective F_1/F_2 SW - PTT 95: $\cos Kl = \cos x_1 \cos x_2 - \Gamma_1 x_1 \sin x_1 \cos x_2 - \Gamma_2 x_2 \sin x_2 \cos x_1 + \frac{1}{2}\Gamma_1\Gamma_2 x_1 x_2 \sin x_1 \sin x_2 \times \left[1 - \frac{1}{(\Gamma_1 x_1)^2} - \frac{1}{(\Gamma_2 x_2)^2}\right]$ (*)

$x_j = k_j l_j$, l_j = ... $\omega/\gamma_j = H_j + 2A_j k_j^2$, $\Gamma_j = \frac{2A_j}{A_1 M_1 M_2 l_j}$. Ham $\mathcal{H} = -2J\sum_{i,\delta} S_i S_{i+\delta}$ ... Cubic lattice $\hbar\omega_k = 2JzS\left[1 - \frac{1}{z}\sum_\delta \cos k\delta\right]$ ... $\delta_x = \pm a$, $\delta_y = \pm a$, $\delta_z = \pm a$.

$\sum_\delta \cos k\delta = \sum_\delta \cos(k_x\delta_x + k_y\delta_y + k_z\delta_z)$ | $k = (0, 0, k_z)$ | $= \sum_{(\delta_x,\delta_y,\delta_z)} \cos k_z\delta_z = 6\cos k_z a$

$\hbar\omega(k_z) = 2JzS\left[1 - \frac{6}{6}\cos k_z a\right] = 2JzS\left[1 - \cos k_z a\right]$

При $k_z a \ll 1$, $1 - \cos k_z a = \frac{1}{2}(k_z a)^2$, $\hbar\omega(k) = 2JzS\cdot\frac{1}{2}(k_z a)^2 = \gamma\hbar D k^2$, $D = \frac{2A}{M_s}$.

$D = JzSa^2/\hbar$. Берем $z = 6$ (simple cubic lat.). $D = \frac{2A}{M_s} = \frac{6JSa^2}{\hbar}$.

$\frac{\omega(k)}{\gamma} = H + \frac{2JzS}{\hbar\gamma}\left(1 - \cos k_z a\right] = H + \frac{2}{a^2}D\left[1 - \cos k_z a\right]$.

Общее $d_{Fe} = d_{Gd} = a$, тогда $k_j(\omega)$ задается $\frac{\omega}{\gamma_j} = H_j + \frac{2}{a^2}D_j\left[1 - \cos k_j a\right]$, в числе

Prm '95 $\omega/\gamma_j = H_j + D_j k_j^2$ при $k_j a \ll 1$.

Общее дисперсионное SW: $\sin NKl\left[\frac{2A_1A_2}{A_3}k_1k_2\sin x_1\sin x_2 - A_1k_1\sin x_1\cos x_2 - A_2k_2\sin x_2\cos x_1\right] = 0$ (6×1)

частное решение a) $\sin NKl = 0$, $l = l_1 + l_2$, $K = \frac{n\pi}{Nl}$ и/или б) $\frac{2A_1A_2}{A_3}k_1k_2\operatorname{tg}x_1\operatorname{tg}x_2 = A_1k_1\operatorname{tg}x_1 + A_2k_2\operatorname{tg}x_2$

$\cos Kl = F(k_j, \Gamma_j)$ дает $Kl = \pi$, n.o. $n = 0, 1, \dots, N$. $K_{max} = \pi/l$.

(21-25/21) Burgos Pueba. Pasada ... Artificial Synapses (AAd. Adv. Mater.)

Analog Simulations GPt / ReAl ... (holes in PMMA GPt ... Synapses ... RePt layer ... H, incl. remanence H=0). Subproc pem. PRB - Recent revised.

(26/21) Hammam M. Fakhuli ... Ikerbasque ... Jan. 2016) ... Save remind:

1) ... leader. Role in ... 2) ... projects ... mag. materials ... European call ... Applied Scientists and Companies; 3) ... impact of ... production ... volunteer ... appl. Scientists

(27/21) E-mails to Aitor Ikerbasque, Juan-Ramón, Zubiria, Gdfe ... papers/Bannon ... pem. (40€)

SW Gd/Fe: $\omega/\gamma = H + \frac{2D}{a^2}\left[1 - \cos k_z a\right]$ в каждом FM-слое $j = 1, 2$ (Gd, Fe).

$k_j(\omega) = \frac{1}{a}\arccos\left[1 - \frac{(\omega/\gamma_j - H_j)}{(2D_j/a^2)}\right]$ в j-слое of Fe/Fe2 multilayer film.

$\left|1 - \frac{a^2}{2D_j}\left(\frac{\omega}{\gamma_j} - H_j\right)\right| \le 1$. $\left|\frac{2D_j}{a^2} + H_j - \frac{\omega}{\gamma_j}\right| = \frac{2D_j}{a^2}$. $H_j \le \frac{\omega}{\gamma_j} \le H_j + \frac{4D_j}{a^2}$.

1 B. zone Cond. $k_j a = \pi$, $k_j = \pi/a$. $2D/a^2 = \frac{4A/M_s}{a^2} = 4\cdot\frac{10^{-6}\ \text{erg/cm}}{10^{-7}\ (0.3\ \text{nm})^2} \approx 0.5\cdot 10^4$ Oe

$\gamma\cdot\frac{2D}{a^2} = 3\ \text{GHz/kOe}\cdot 0.5\cdot 10^4$ kOe $= 1.5\cdot 10^4$ GHz ≈ 15 THz. $H_j \sim 10^4$ Oe $\ll \gamma\left(\frac{2D}{a^2}\right)$.

Упрощенно $k_j(\omega) = \frac{1}{a}\arccos\left[1 - \frac{\omega}{\omega_j}\right]$, $\omega_j = \gamma\cdot\frac{2D_j}{a^2} \sim 10$ THz.

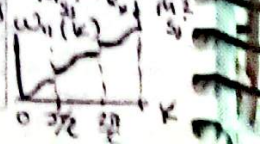
$x_j(\omega) = k_j(\omega)l_j = \frac{l_j}{a}\arccos\left[1 - \frac{\omega}{\omega_j}\right]$. Далее Ранo $\frac{\omega}{\gamma_j} = H_j + D_j k_j^2$ и $x_j(\omega) = \frac{l_j}{a}\sqrt{\frac{\omega}{\gamma_j} - H_j}$.

$\omega_j = \gamma\frac{2D_j}{a^2} = \gamma\cdot 2\frac{2A_j}{M_{sj}}\frac{1}{a^2} = 2\gamma M_{sj}\left(\frac{l_{sj}}{a}\right)^2$. $M_{s1}(R) = 1516$ G, $M_{s2}(Gd) = 366$ G.

$l_{s1} = 20.9$ nm, $l_{s2} = 50.1$ nm.

Получили из решения (*) ... $\omega_n(k)$. $K_{max} = \pi/l$. Extended ... Исходные ... $\omega_j(k)$ в ... Зоны ... Бриллюэна/

Граница $2\pi n/l$ из $K \in$ 1 B. zone.



Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Note, the micromag. boundary conditions (a) in Barnes' derivation cohabitate with micromag. boundary conditions (b) in Mills' PRB 1991 ... $A_s = A_1 B + Z$, $K_s = d_1$, $K_B = d_2$, $d_0 K_1 = A_s$ ...

Here, in Barnes' a denotes the lattice period, b Barnes' notation. Mills uses the notion "thickness of the interface" ... but a = the unit cell ...

$A_s^{s.c.} = \frac{2}{a} D_1 D_2$ ... where do $D_1 M_1 = D_2 M_2$)

AFM interlayer coupling: $A_s = -|A_s| < 0$, $A_s^{s.c.} = \frac{2}{a} \frac{d_1 d_2 M_{01} M_{02}}{d_1 M_{01}^2 + d_2 M_{02}^2}$ ... for AFM coupling

B ground state (0,0), $A_s^{s.c.} > 0$, a g.s. state (0,π) $A_s^{s.c.} = \frac{2}{a} \frac{d_1 d_2}{(d_1 M_{01}^2 + d_2 M_{02}^2)} M_{01}(-M_{02}) < 0$

$b = \frac{A_s}{A_s^{s.c.}}$, $b = -\frac{|A_s|}{A_s^{s.c.}}$, $b < 0$ b (0,0) state, a $b > 0$ b (0,π) state, как в FM-coupling (0,0) state.

$b \to D_j = D_j \left(1 + \frac{|A_s|}{A_s^{s.c.}}\right)$ b (0,0) state и $\tilde{D}_j = D_j \left(1 - \frac{|A_s|}{|A_s^{s.c.}|}\right)$ в (0,π) state.

т.е. FM coupling $A_s > 0$ (0,0) state и AFM coupling $A_s < 0$ (0,π) ground state имеют оригинальное $D_j = D_j (1 - A_s/A_s^{s.c.})$ и $\tilde{D}_j = D_j (1 - |A_s|/|A_s^{s.c.}|)$ перенормировки. $\tilde{D}_j$ с ростом A_s.

$D_j > 0$ для FM-compl., $D_1 = d_1 M_{01} > 0$, $D_2 = d_2 M_{02} = -d_2 |M_{02}| < 0$ для (0,π) state.

Это для Fe/Fe bilayers или для cell-modes of $(F_1/F_2)_N$ - multilayers.

Note: т.к. D_j может быть > 0, или < 0, то renormalization Barnes $(1 - A_s/A_s^{s.c.})$ вводит

b $d_j \to \tilde{d}_j = d_j (1 - A_s/A_s^{s.c.})$ или $A_j = \frac{1}{2} d_j M_{0j}^2$ $(A_j > 0)$, $A_j \to \tilde{A}_j = A_j (1 - A_s/A_s^{s.c.})$

Для collective SW в $(F_1/F_2)_N$ multilayers скачок определяется $\Gamma_j = \frac{2 A_j}{A_s M_{01} M_{02} l_j}$ (13/XI)

если основным считать $A_s = A_s M_{01} M_{02}$ (но надо проверить; $M_{0j} = M_{0j}^{Fe}$).

Для AFM-coupling и b (0,π) state, $A_s = -|A_s|$, $M_{02} = -|M_{02}|$ и $\Gamma_j > 0$ сохраняет знак.

Данные $|A_s^{s.c.}|$ для Fe/Gd: $|A_s^{s.c.}| = \frac{2}{a} \frac{d_1 d_2 M_1 M_2}{d_1 M_1^2 + d_2 M_2^2} = \frac{2}{a} \frac{d_1 M_1^2 \, d_2 M_2^2}{2(A_1 + A_2)} \frac{1}{M_1 M_2} \frac{2}{(A M_1 M_2)} \frac{A_1 A_2}{(A_1 + A_2)}$

Констан: $A_{Fe} = 3{,}78 \cdot 10^{-11}$ J/m, $A_{Gd} = 1{,}68 \cdot 10^{-11}$ J/m, $J_{Gd-Fe} = -1{,}26 \cdot 10^{-21}$ J/(pair).

(Nov.4) $M_{Fe} = 1318$ G, $M_{Gd} = 366$ G, $a_{Fe} = 0{,}3$ nm, $a_{Gd} = 0{,}578$ nm – f.c.c. ось a.

параметр "a" в $A_s^{s.c.}$ – расстояние между ат. плоскостями на interface.

Возьмем (как в Grünb. работе 27/XI) $A = 0{,}3$ nm.

$$A_s^{s.c.} = \frac{2}{0{,}3\,\text{nm}\; 1{,}318 \cdot 0{,}366 \cdot 10^6 G^2} \frac{3{,}78 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}68 \cdot 10^{-6}\ \text{erg}}{(3{,}78 + 1{,}68) \cdot 10^{-6}\ \text{cm}} = \frac{2 \cdot 3{,}78 \cdot 10^{-12}\ \text{cm}^2}{0{,}3 \cdot 10^{-7}\,\text{cm}\; 1{,}318 \cdot 0{,}366 (3{,}78 + 1{,}68)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3{,}78 \cdot 1{,}68}{3 \cdot 1{,}318 \cdot 0{,}366 (3{,}78 + 1{,}68)} \cdot 10^{-4}\,\text{cm} = 1{,}607 \cdot 10^{-4}\,\text{cm} = 1{,}607 \cdot 10^{3}\,\text{nm}. \quad A_s^{s.c.} = 1{,}607 \cdot 10^3 \text{nm}$$

J_{Gd-Fe} (на пару Gd-Fe) → на ед. площади interface $\frac{J_{GdFe}}{a^2} = A_s M_1 M_2$.

$$A_s(GdFe) = \frac{J_{GdFe}}{a^2 M_1 M_2} = -\frac{1{,}26 \cdot 10^{-14}\,\text{erg}}{(0{,}3\,\text{nm})^2\, 1{,}318 \cdot 0{,}366 \cdot 10^6 G^2} = -\frac{1{,}26 \cdot 10^{-6}\,\text{cm}}{9 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}318 \cdot 0{,}366} = -0{,}504 \cdot 10^{-4}\,\text{cm}$$

$A_s(GdFe) = -504$ nm. Ratio $A_s / A_s^{s.c.} = 504 / 1{,}607 = 0{,}314$.

A_s и $A_s^{s.c.}$ зависят от lattice period "a" (или от in-plane period и Gd-Fe planes distance lattice do)

30/X: согласовано и послано e-mail to S.D. Bader JMMM о нужн. RTNSA Proceedings.

обсуждение SW Gd-Fe работы с Океанов. Нужно знать "a"-период и H_{ag} для работы SW-теоретиков. Запрос параметров у T. Oeller. Осс. – $\perp (0,\pi)$ ground state

(1/XII) Заполнение appl. Grupos Consolidados - Julian: papers, cons., grants 2010-2015.

Публикации Ивана. Referee's reports на Skyrmion-SW paper Rap. Res. Lett.

Публикации. External collaborators to Julian-grant: Зуева, Grégoire, Slavin, Kakazei, Осс 4.

(2/XII) Meeting с Julian: RTNSA to JMMM, Consol. grant appl., консультация для Arantxa

Emails to Slavin (Зуева отправил с моим Russia ICSM, обзором), Осс. SW paper.

Gd/Fe MLs, JMMM-proceed. и публик. Fert/Grünberg never, Prog. Ups/Exp. Skyrmion-обзор:

Ding-JAP 15 Oct. Skyrmion lattice dyn. Проверка Credit Cards и Bankia" пресс-

(3/XII) по обзор. Grant Julian "Consolider". Oe Gadolinium ARL Reference. Zn: Suhl 1990 DW+SW

Комплект с конкурса posted (Arantxa) - Oe Gadolinium References ARL "Skyrm. dyn." Осс. Зуева / Grégoire

Escaneado con CamScanner

(9/III) Llamo referees para [illegible]: a) Pta. de Physical Review Letters; b) Gobier. de algún País; c) de Hydrodin. Exper.; d) Journal's Journ. Comm. referees); e) revista PRB

a) Theoretique nobody writes; b) called his paper; c) Skyrmion Gap Program + Physics

a) Free Diff. report; b) Angels abroad; c) Announcement; d) Order transcript Rejection

(23/III) A un PRB 1111, Recibello, CRA, dos hojas, de nada de Referees + Reply

(24/III) Recibir skyrmion high RRL paper + dos Referees bobos, short appl + doctores

Proyecto "grado" appl [illegible] Journal. Skyrm bfracken revised PRL paper.

(25/III) Aceptabilidad + el "constraint" over d, Hankel ... Convergence Bank Cards Subscription

Re-submitted RRL de Skyrmion 1+1 + Replies to Referees Schema Catalano (Nanoscale ND 11 PB (+ Magnetism)

(26/III) Impact Factor Global dado (real igual, three mistakes (1/2 & Europe Comm Eng) to Indian "private" Wood Fabrics (Text. corrige to S and, Indian engineers)

Titled (Graphs Complexity + appl + Substructured ...) Printed Sponge Symmetry to Program d'Nano + Area Beam Skyrmion)

(27/III) Impresiones + Johby, Juan Arano, Skyrm. Appl. JMMM + RSC/A Proceedings, mail to 12 Research Colleges + readers Publ. [illegible] JMMM. + Rejected Sci. Rep. Nature, 11 Nov. Physics de Senior Member, Founder.

(28/III) Gyrotropic Skyrmion dot modes. Parece [illegible] Skyrmions + y no [illegible]

$W_k = \int dx dy \sin^2\Theta = \frac{1}{4}\int dx dy \frac{|f(z)|^2}{\dots}$, $f(z) = e^{i\omega_0}\frac{1}{z}(z-s)$, $|f(z)| = \frac{1}{a}|z-s|$

Cn. parece Skyrmion $\cos\Theta_0(z) = \frac{1-|f|^2}{1+|f|^2}$ [illegible] mapeamento W_{ex}

Numerador $\sim W_D = \frac{4D}{(1+|f|^2)^2}\frac{\partial f}{\partial z}$ Base + Skyrmion. rango $\sim W_D$, [illegible] Rep

(1/IV) Hoy [illegible] Jose Javier A. Ulloa [illegible] + Journal participating two editors SKYMAG-2016. Sci. Rep. Editor's choice, PRL response

(2/IV) Cancelan [illegible] Tolosa Latour", 105, 19 € [illegible] Mar. y Rosa UAV/EHU.

Acknowledgement c/ A. Vitek (CONSTANTE S.L. "Bankia", [illegible] Nanoscale

y Referees A. Vitek Credit Card de 6.000€ Alfonso Obispo. Orden Referee #4

Gauge field PRL (response + acknowledgement), Ltd agreed no corrobora to revise this MS

Rebuttal letter to PRL Editor. Thx. Online acceptance new domain [illegible] CONSTANTE

(5/IV) Typing phiden cartridges ground. Failed + send Dec. Order to Photosondeo

Nanoscale explanations to A. Vitek + notify Jorge de la Cierva appl / Decision Chem

comments / suggestions to M. Encarnita + notify urgent MagIC project + [illegible]

KYIII + Xap. Simulaciones + Inicio y lanzamiento de Lib Series.

(16/IV) Impresiones + JMMM: RSC/A Proceed. Impresiones Skyrmag. Comité Marcial [illegible] (10 ref.)

(17/IV) Mejoras + Nature Reviews response PRB von Malozemoff et al. Gyromodes of Skyrmion

Skyrmion rigid model $W_a(s) = W_a(0) + \frac{1}{2}\chi_a s^2$, $\chi_a = -KL\cdot\frac{3\pi}{2}\left[2 - \frac{(1+3c^2)^2}{(1+c^2)^3}\right]$

$\chi_a(c) < 0$ (K>0, PMA) [illegible] $W_a = -K\int W\cos^2\Theta$, en [illegible], Hamiltoniano

$W_{ex} = 8AL\int\frac{d^2s}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial s}\frac{\partial\bar{w}}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial\bar{s}}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{s}}\right]$, $W_D = \frac{4DL}{(1+w\bar{w})^2}\frac{\partial w}{\partial z}$ (Re W_D [illegible] S-Sk, Im. + [illegible])

$w(\infty) = f(s)$ [illegible] Skyrmion $w = f(z) = e^{i\omega_0}\frac{1}{z}(z-s)$ analytic funct. $\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{c}e^{i\omega_0}$, $\frac{\partial w}{\partial\bar{z}} = \frac{1}{c}e^{i\omega_0}$

$W_{ex} + W_D = \frac{8AL}{(1+w\bar{w})^2}\frac{1}{c^2} + \frac{4DL}{(1+w\bar{w})^2}\frac{1}{c}e^{i\omega_0} = \left[\frac{8AL}{c^2} + \frac{4D}{c}e^{i\omega_0}\right]\frac{1}{[1+|s|^2]^2}$, $c = R_0/R$

$W_{ex} \underset{s\to\infty}{\sim} \varepsilon_{ex} = W_{ex}M_s^2V\left(\text{Oe}\cdot\frac{17}{2}\right) = \left(\frac{L_e}{R}\right)^2\frac{4}{(1+c^2)^2}$ $W_{ex}(s) = \frac{8LA}{c^2}\int d^2s\frac{1}{[1+|s|^2]^2}$

$W_{ex}(s) = \frac{8AL}{c^2}\int d^2s\frac{1}{\left[1+\frac{1}{c^2}|z-s|^2\right]^2}$, $W_{ex}(0) = \frac{8AL}{c^2}\cdot 2\pi\int_0^\infty ds\frac{1}{(1+s^2/c^2)^2} = \left|s^2/c^2 = \tau\right| =$

$= 8AL\cdot 8\pi\int_{Vc^2}^{\infty}d\tau\frac{1}{(1+\tau)^2} = 8\pi AL(-1)\frac{1}{(1+\tau)}\Big|_0^{\infty} = 8\pi AL\left[1 - \frac{1}{1+Vc^2}\right] = 8\pi AL\frac{1}{(1+c^2)}$

$W_{ex}(0) = \frac{8\pi AL}{(1+c^2)}$, $\varepsilon_{ex}(\text{Oe}/\text{A}) = W_{ex}(0)/M_s^2V = \frac{1}{M_s^2\pi R^2L}\frac{8\pi AL}{(1+c^2)} + \frac{L_e^2}{R^2}\frac{4}{(1+c^2)^2}$, $L_e^2 = 2A$

- Because response Gibbs W_{ex}, $\lim_{s\to\infty} e^{i\omega_0} = \lim_{s\to\infty} e^{i\omega_0/s} = 1$ [illegible] Skyrmion.

-My case DMI [illegible] Skyrmion $f(s) = e^{i\omega_0}\frac{1}{c}(s-s)$ [illegible] $\frac{8AL}{c^2} = \left[\frac{8AL}{c^2} + 4D\right]$

Nanoscale $\mathcal{F}_e(s) = \int d^2s\frac{1}{\left[1+\frac{1}{c^2}|z-s|^2\right]^2} = \int d^2s\frac{1}{(1+\tau)^2}$, $\tau = |s|^2$, $f = e^{i\omega_0}\frac{1}{c}(z-s)$

$\frac{\partial\mathcal{F}_e}{\partial c} = \int d^2s\frac{\partial F(\tau)}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial c}$, $\frac{\partial^2\mathcal{F}_e}{\partial c^2} + \int d^2s\frac{\partial}{\partial c}\left[\frac{\partial F}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial c}\right] = \int d^2s\left[\frac{\partial^2 F}{\partial\tau^2}\left(\frac{\partial\tau}{\partial c}\right)^2 + \frac{\partial F}{\partial\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial c^2}\right]$ $F(\tau) = \frac{1}{(1+\tau)}$

Escaneado con CamScanner

$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \tau}\frac{1}{(1+\tau)^2} = -\frac{2}{(1+\tau)^3}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial \tau^2} = (-2)(-3)\frac{1}{(1+\tau)^4}$, $\frac{\partial \tau}{\partial s} = \frac{2}{c^2}[s - g\cos\varphi]$, $\frac{\partial^2 \tau}{\partial s^2} = \frac{2}{c^2}$, $s = s_x$.

$\frac{\partial^2 J_e}{\partial s^2} = \int d^2\vec{g}\left[\frac{6}{(1+\tau)^4}\frac{4}{c^4}g^2\cos^2\varphi - \frac{2}{(1+\tau)^3}\frac{2}{c^2}\right] = \int dg\, g\left[\frac{24}{(1+\tau)^4}\frac{g^2}{c^4}\pi - \frac{4}{(1+\tau)^3}\frac{1}{c^2}\cdot 2\pi\right] =$

$= \frac{8\pi}{c^2}\int dg\, g\,\frac{1}{(1+\tau)^3}\left[\frac{3}{(1+\tau)}\frac{g^2}{c^2} - 1\right] = \left|\tau_{s=0} = g^2/c^2\right| = 4\pi\int_0^{V_c^2} d\tau\left[\frac{3\tau}{(1+\tau)} - 1\right] = 4\pi\int d\tau\left[2 - \frac{3}{(1+\tau)}\right] =$

$= 4\pi\left[2\tau - 3\ln(1+\tau)\right]_0^{V_c^2} = 4\pi\left[2\left(\frac{1}{c^2} - 0\right) - 3\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \ln 1\right)\right] = 4\pi\left[\frac{2}{c^2} - 3\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)\right]$

$W_{ex}(s) = \frac{8AL}{c^2}J_e(s) = \frac{8AL}{c^2}\left[J_e(0) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 J_e}{\partial s^2}\cdot s^2\right] = W_{ex}(0) + \frac{1}{2}\varkappa_{ex}s^2$. $\varkappa_{ex} = \frac{8AL}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 J_e}{\partial s^2}\Big|_{s=0}$

$\varkappa_{ex} = 32\pi AL\frac{1}{c^2}\left[\frac{2}{c^2} - 3\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)\right]$ — это отрицательно. $W_{ex}(s)$ и $\varkappa_{ex}$ от $6/\pi$.

Current paces невероятен. Проверим $\frac{1}{(1+\tau)^3}$. Надо $\frac{\partial^2 J_e}{\partial s^2} = 4\pi\int\frac{d\tau}{(1+\tau)^3}\left[2 - \frac{3}{(1+\tau)}\right] = 4\pi\times$

$\int d\tau\left[\frac{2}{(1+\tau)^3} - \frac{3}{(1+\tau)^4}\right] = 4\pi\left[2(-2)\frac{1}{(1+\tau)^2} - 3(-\tfrac{1}{3})\frac{1}{(1+\tau)^3}\right]_0^{V_c^2} = 4\pi\left[(-1)\left\{\frac{1}{(1+c^2)^2} - 1\right\} + 3^0\left\{\frac{1}{(1+1/c^2)^3} - 1\right\}\right] =$

$= \frac{4\pi}{(1+\frac{1}{c^2})^2}\left[-1 + \frac{1}{(1+1/c^2)}\right] = \frac{4\pi c^4}{(1+c^2)^2}\frac{(-1)}{(1+c^2)} = -\frac{4\pi c^4}{(1+c^2)^3}$ совп. с разложением $J(c,s)$ от $6/\pi$ W_{ex}.

$\varkappa_{ex} = \frac{8AL}{c^2}\frac{\partial^2 J_e}{\partial s^2}\Big|_{s=0} = \frac{8AL}{c^2}\frac{(-1)4\pi c^4}{(1+c^2)^3} = -32\pi AL\frac{c^2}{(1+c^2)^3}$. Учет W_D: $A \to A\left[1 + \frac{Dc}{2AL^0}\right]$

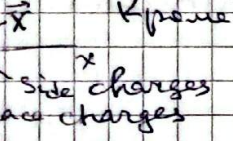
$\varkappa_{ex} + \varkappa_D = -32\pi LA\left[1 + \frac{Dc}{2AL^0}\right]\frac{c^2}{(1+c^2)^3}$. Note: $\varkappa_{ex} \sim c^2$ at $c \to 0$, а $\varkappa_a = -KL\cdot\frac{2\pi}{3}$, $c \to 0$

Real $c = 0.1 - 0.2$, т.е. $\varkappa_a$ может быть $\gg (\varkappa_{ex} + \varkappa_D)$, перп. анизотропия плазма!

$\frac{Dc}{2A} \to \frac{DRc}{2A} = \frac{1}{2}\frac{D\cdot R_c}{A}$. Найти/проверить W_m / $\varkappa_m$, см. $6/\pi$. $G_z = \frac{M_s L P}{\gamma}\frac{4\pi}{(1+c^2)}$.

Side surface charges — $W_m(s)$ дает $\varkappa_m = 16\pi^2 M_s^2 L F_1(\beta)\frac{c^{*2}}{(1+c^2)^2}$. $6-7/\pi$ проверим $(1+c^2)$ в $\omega_{ex}(c)$ W_m-ление.

Для I уточнения замены $A \to A\left[1 + \frac{1}{2}dRc\right]$ в rigid sk-model.



Кроме $W_m^{side\,surf}$, есть еще W_m^{face} из-за $m_z(\vec{g}, \vec{s})$ charge.

side charges $W_m^{ss}(s) = \frac{1}{2}M_s^2\int d\vec{s}\,d\vec{s}'\frac{m_z(\vec{g}\vec{s})\,m_z(\vec{g}'\vec{s})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$, $W_m^{face} = \frac{M_s^2}{2}\int d\vec{s}\,d\vec{s}'\frac{m_z(\vec{g}\vec{s})\,m_z(\vec{g}'\vec{s}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$

face charges

19/I 2013 поправка (VI-STD): $W_m^{face} = M_s^2 R^3\int_0^\infty dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\sum_\mu |K_\mu(k)|^2$, $K_\mu(k) = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)e^{i\mu\varphi}m_z(\vec{g}, \vec{s})$

W_m^{face} ($s=0$) имеет симметрию сферы. Сингулярность сокращается для sk-MFD $+7/I$.

$\sum_\mu |K_\mu|^2 = K_0^2 + 2\sum_{\mu>0}K_\mu^2$, $K_\mu(k) = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)\cos\mu\varphi\, m_z(\vec{g}, \vec{s})$

$\to W_m^{face}(s) = (M_s^2 R^3)\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\left[K_0^2 + 2\sum_{\mu>0}K_\mu^2\right] = M_s^2 R^3 I_k(s)$.

$I_k(s) = \int_0^\infty dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\left[K_0^2 + 2\sum_\mu K_\mu^2\right]$, $\frac{\partial I_k}{\partial s} = \int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]2\left[K_0\frac{\partial K_0}{\partial s} + 2\sum_{\mu>0}K_\mu\frac{\partial K_\mu}{\partial s}\right]$

$\frac{\partial^2 I_k(s)}{\partial s^2}\Big|_{s=0} = 2\int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\left[\left(\frac{\partial K_0}{\partial s}\right)^2 + K_0\frac{\partial^2 K_0}{\partial s^2} + 2\sum_{\mu>0}\left\{\left(\frac{\partial K_\mu}{\partial s}\right)^2 + K_\mu\frac{\partial^2 K_\mu}{\partial s^2}\right\}\right]$

Найти K_μ, $\frac{\partial K_\mu}{\partial s}$, $\frac{\partial^2 K_\mu}{\partial s^2}$ при $s=0$. $K_\mu(k)\Big|_{s=0} = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)\cos\mu\varphi\, m_z(\vec{g}) = 2\pi\delta_{\mu 0}\times$

$\frac{\partial K_\mu}{\partial s} = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)\cos\mu\varphi\frac{\partial m_z}{\partial s}$, $\frac{\partial^2 K_\mu}{\partial s^2} = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)\cos\mu\varphi\frac{\partial^2 m_z}{\partial s^2}$. $\times\int dg\, g\, J_0(kg)m_z(g)$ Strict

$m_z = \frac{1-\tau}{1+\tau}$, $\tau = |f(\vec{r}, s)|^2$. $\frac{\partial m_z}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1-\tau}{1+\tau}\right) = \frac{\partial m_z}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial s} = -\frac{2}{(1+\tau)^2}\cdot\frac{\partial \tau}{\partial s}$, $\frac{\partial^2 m_z}{\partial \tau^2} = \frac{4}{(1+\tau)^3}$

$\frac{\partial K_\mu}{\partial s} = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)\cos\mu\varphi\frac{(-2)}{(1+\tau)^2}\frac{2}{c^2}(-1)g\cos\varphi = \frac{4}{c^2}\pi\delta_{\mu 1}\int dg\, g\, J_1(kg)\frac{g}{(1+\tau)^2}$. $\tau = g^2/c^2$ при $s=0$

$\int d\varphi\cos\mu\varphi\cos\varphi = \pi\delta_{\mu 1}$, $\mu > 0$ $\frac{\partial K_\mu}{\partial s}\Big|_{s=0} = \frac{4\pi}{c^2}\delta_{\mu 1}\int dg\,\frac{g^2}{(1+g^2/c^2)^2}J_1(kg)$

$\frac{\partial^2 K_\mu}{\partial s^2} = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)\cos\mu\varphi\frac{\partial^2 m_z}{\partial s^2}$. $\frac{\partial^2 m_z}{\partial s^2} = \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial m_z}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{(-2)}{(1+\tau)^2}\cdot\frac{\partial \tau}{\partial s}\right] = (-2)(\dots) =$

$= \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{\partial m_z}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial s}\right] = \frac{\partial^2 m_z}{\partial \tau^2}\left(\frac{\partial \tau}{\partial s}\right)^2 + \frac{\partial m_z}{\partial \tau}\frac{\partial^2 \tau}{\partial s^2} = \frac{4}{(1+\tau)^3}\frac{4}{c^4}g^2\cos^2\varphi - \frac{2}{(1+\tau)^2}\frac{2}{c^2}$

$\frac{\partial^2 K_\mu}{\partial s^2} = \int d^2\vec{g}\, J_\mu(kg)\cos\mu\varphi\frac{4}{c^2}\frac{1}{(1+\tau)^2}\left[\frac{4\tau}{(1+\tau)}\cos^2\varphi - 1\right]$, $\int d\varphi\cos\mu\varphi\cos^2\varphi = \int d\varphi\cos\mu\varphi\times$

$\times\frac{1}{2}(1+\cos 2\varphi) = \frac{1}{2}\left[\delta_{\mu 0}\cdot 2\pi + \pi\delta_{\mu 2}\right] = \pi\left(\delta_{\mu 0} + \frac{1}{2}\delta_{\mu 2}\right)$. $\frac{4\tau}{1+\tau}\cdot\pi\left(\delta_{\mu 0} + \frac{1}{2}\delta_{\mu 2}\right) - 2\pi\delta_{\mu 0} =$

$= \frac{1}{(1+\tau)}\left[4\pi\tau\left(\delta_{\mu 0} + \frac{1}{2}\delta_{\mu 2}\right) - (1+\tau)2\pi\delta_{\mu 0}\right] = \frac{2\pi}{(1+\tau)}\left[2\tau\delta_{\mu 0} + \tau\delta_{\mu 2} - (1+\tau)\delta_{\mu 0}\right] =$

$= \frac{2\pi}{(1+\tau)}\left[\tau(\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2}) - \delta_{\mu 0}\right]$ $\frac{\partial^2 K_\mu}{\partial s^2}\Big|^{s=0} = \frac{8\pi}{c^2}\int dg\, g\, J_\mu(kg)\frac{1}{(1+\tau)^3}\left[\tau(\delta_{\mu 0} + \delta_{\mu 2}) - \delta_{\mu 0}\right]$

Escaneado con CamScanner

(18/XII) Запознаване с Л. нов credit cards „Банкия", заказани на 24/XII cred. y deb. cards S.L. с Л., Ю. в Гамбега. Пращане на 3D paper RRL. Content website SkyMag 2016

(19/XII) Работа в сграда С Л. и Ю. на Undarreta. Инт. сесия Skyrmions и ll-ind. Iberbasque Proj. - Plugs.

Dipolar magn. energy of face charges – Sk in cyl. dot (17/XII).

$$\left.\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2}\right|_{s=0} = 2\int dk\,[1-e^{-\beta k}]\left[2\pi\int dqq\,J_0(kq)m_z(q)\frac{8\pi}{c^2}\int dqq\,J_0(kq)\frac{(\tau-1)}{(\tau+1)^3} + 2\sum_{\mu\neq 0}\left\{\frac{(4\pi)^2}{c^4}\delta_{\mu 1}\left[\int dq\frac{q^2 J_1(kq)}{(1+\tau)^2}\right]^2\right.\right.$$

$$\left.\left. + 2\pi\delta_{\mu 0}\int dqq\,J_0(kq)m_z(q)\cdot\frac{\partial^2 K_\mu}{\partial s^2}\right\}\right] = 2\frac{(4\pi)^2}{c^2}\int dk\,[1-e^{-\beta k}]\left[\int dqq\,J_0(kq)\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\cdot\int dqq\,J_0(kq)\frac{(\tau-1)}{(1+\tau)^3} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{c^2}\left[\int dq\frac{q^2 J_1(kq)}{(1+\tau)^2}\right]^2\right] - \text{чрезвычайно полезно ли при } \beta\to 0 ?\quad \int_0^\infty dk\,k\,J_\mu(kq)J_\mu(kq') = \frac{1}{q}\delta(q-q')$$

$$\int dk\,k\int dq\,f(q)J_0(kq)\int dq'\,f_1(q')J_0(kq') = \int dq\,f(q)\int dq'\,f_1(q')\frac{1}{q}\delta(q-q') = \int\frac{dq}{q}f(q)f_1(q)$$

$$\int dk\,k\left[\int dq\,f(q)J_1(kq)\right]^2 = \int dk\,k\int dq\,f(q)J_1(kq)\int dq'\,f(q')J_1(kq') = \int\frac{dq}{q}f^2(q).$$

$$\lim_{\beta\to 0}\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2} = \frac{2}{c^2}(4\pi)^2\beta\left[\int\frac{dq}{q}qJ_0(kq)\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}q\frac{(\tau-1)}{(1+\tau)^3} + \frac{2}{c^2}\int\frac{dq}{q}\frac{q^4}{(1+\tau)^4}\right] = \left|\tau = q^2/c^2\right| =$$

$$= \frac{2}{c^2}(4\pi)^2\beta\left[-\int dqq\frac{(1-\tau)^2}{(1+\tau)^4} + \frac{2}{c^2}\int dqq\frac{q^2}{(1+\tau)^4}\right] = \frac{2}{c^2}(4\pi)^2\beta\left[-\frac{1}{2}c^2\int d\tau\frac{(1-\tau)^2}{(1+\tau)^4} + c^2\int d\tau\frac{\tau}{(1+\tau)^4}\right] =$$

$$= 2(4\pi)^2\frac{\beta}{2}\int d\tau\frac{2\tau-(1-\tau)^2}{(1+\tau)^4} = (4\pi)^2\beta\int_0^{Vc^2}d\tau\frac{6(\tau+1)-6-(1+\tau)^2}{(1+\tau)^4} = (4\pi)^2\beta\left[6\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(1+\tau)^2} - 6\left(-\frac{1}{3}\right)\frac{1}{(1+\tau)^3}\right.$$

$$\left. - (-1)\frac{1}{(1+\tau)}\right]_0^{Vc^2} = (4\pi)^2\beta\left[(-3)\left(\frac{1}{(1+Vc^2)^2}-1\right) + 2\left(\frac{1}{(1+Vc^2)^3}-1\right) + \frac{1}{1+Vc^2}-1\right] = (4\pi)^2\beta\frac{1}{(1+Vc^2)}\times$$

$$\times\left[-\frac{3}{(1+Vc^2)} + \frac{2}{(1+Vc^2)^2} + 1\right] = (4\pi)^2\beta\frac{c^2}{(1+c^2)}\frac{1}{c^4}\frac{(1-c^2)}{(1+Vc^2)^2} = (4\pi)^2\beta\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2}(\beta\to 0) = (4\pi)^2\beta\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}\right),\quad I_k(s) = I_k(0) + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2}\right|_{s=0}s^2,\quad W_m^f = M_S^2R^3 I_k(s) =$$

$$= M_S^2R^3\left[I_k(0) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2}s^2\right] = W_m^f(0) + \frac{1}{2}\varkappa_m^f s^2,\quad \varkappa_m^f = M_S^2R^3\left.\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2}\right|_{s=0}$$

6/XII нанасяне $\varkappa_m^S = M_S^2LR^2\frac{16\pi^2c^{1/2}}{(1+c^2)^2}F_1(\beta)$, $F_1(\beta) = \int_0^\infty\frac{dk}{k}J(\beta k)J_1^2(k)$.

$\varkappa_m^f = M_S^2R^3(4\pi)^2\beta\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$ при $\beta\to 0$. $\left(\varkappa_m^f = (4\pi)^2M_S^2R^2L\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}\right)$ – face magnetostatics

при $c\sim 0.1$ и $\beta<<1$ Видно $\varkappa_m^f >> \varkappa_m^S$, face magnetostatics доминира в ω_G

(20/XII) Търсене вълнов $\varkappa_a$ от 7/XII. Sk-gyromodes

$$J_a(s) = \int d^2\vec{s}\cos^2\Theta,\quad \frac{\partial J_a}{\partial s} = \int d^2\vec{s}\,2\cos\Theta\frac{\partial\cos\Theta}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial s},\quad \frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2} = 2\int d^2\vec{s}\left[\left(\frac{\partial\cos\Theta}{\partial\tau}\right)^2\left(\frac{\partial\tau}{\partial s}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \cos\Theta\frac{\partial^2\cos\Theta}{\partial\tau^2}\left(\frac{\partial\tau}{\partial s}\right)^2 + \cos\Theta\frac{\partial\cos\Theta}{\partial\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial s^2}\right],\quad \cos\Theta = m_z = \frac{1-|f|^2}{1+|f|^2} = \frac{1-\tau}{1+\tau},\quad \tau = |f(z,s)|^2,$$

$$\frac{\partial\cos\Theta}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau}\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)} = \frac{-1\cdot(1+\tau)-(1-\tau)1}{(1+\tau)^2} = -\frac{2}{(1+\tau)^2};\quad \frac{\partial^2\cos\Theta}{\partial\tau^2} = (-2)(-2)\frac{1}{(1+\tau)^3} = \frac{4}{(1+\tau)^3}$$

$$\tau = |f(z,s)|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{1}{c^2}\left[s^2+s^2-2sq\cos(\varphi-\varphi_s)\right],\quad \frac{\partial\tau}{\partial s} = \frac{2}{c^2}\left[s-q\cos\varphi\right]_{\varphi_s=0},\quad \frac{\partial^2\tau}{\partial s^2} = \frac{2}{c^2}.$$

$$\frac{\partial^2 J_a(s)}{\partial s^2} = 2\int d^2\vec{s}\left[\left\{\frac{4}{(1+\tau)^4} + \frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\frac{4}{(1+\tau)^3}\right\}\frac{4}{c^4}s^2\cos^2\varphi + \frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\frac{(-2)}{(1+\tau)^2}\frac{2}{c^2}\right] = 2\cdot\frac{4}{c^2}\int d^2\vec{s}\times$$

$$\times\left[4\left\{1+1-\tau\right\}\tau\cos^2\varphi - (1-\tau)(1+\tau)\right]\frac{1}{(1+\tau)^4} = \frac{8\pi}{c^2}\int dqq\frac{1}{(1+\tau)^4}\left[4\tau(2-\tau)-(1-\tau^2)2\right] =$$

$$= 4\pi\int d\tau\frac{1}{(1+\tau)^4}\left[8\tau-2\tau^2-2\right] = 8\pi\int d\tau\frac{(4\tau-1-\tau^2)}{(1+\tau)^4} = 8\pi\int_0^{Vc^2}d\tau\frac{6(\tau+1)-6-(\tau+1)^2}{(1+\tau)^4} = \left|\omega_m W_m^f\right| =$$

$$= 8\pi\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3},\quad W_a(s) = -KL_R^2J_a(s) \Rightarrow -8\pi KL_R^2\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3} = \frac{\partial^2 W_a}{\partial s^2}\frac{1}{R^2}.$$

$$W_a(s) = W_a(0) + \varkappa_a s^2 = -KR^2L\,J_a(s) = -KR^2L\left[J_a(0) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}s^2\right],\quad \varkappa_a = -KR_L^2\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}$$

$$\left(\varkappa_a = -KR^2L\cdot 8\pi\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}\right),\ \text{сравним с } \varkappa_m^f = (4\pi)^2M_S^2R^2L\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$$

$$\varkappa_a/\varkappa_m^f = -8\pi K/(4\pi)^2M_S^2 = -K/(2\pi M_S^2) = -Q.\quad \varkappa_a + \varkappa_m^f = \varkappa_m^f(1-Q),\ Q = \frac{K}{2\pi M_S^2}$$

7/XII повторно $\varkappa_a$, пропускам $\cos\Theta$ в начало расчета. У Зуркан в $\varkappa_a$ пропуснал ω_m. при $\beta\to 0$, 4"

(21/XII) Обзор нови Sk-papers. Пасленски Abstracts MMM+Intermag 2016. Пращане SkyMag 2016. Анализ оценки рецензии по Skyrmions. Tokura, Nagaosa, Pfleiderer. B. Ivanov. Grabec

(22/XII) Включване Proofs RRL (непромяна с Зуркан). Abstracts MMM-Intermag 16. Запознаване с E-mails to JMMM (R+N+SA) и Julian. Sa Rap Ruiz, напечатване с ISI. Pic

(23/XII) Abs. MMM-Intermag с Л., Ю. в Eroski + Urbil. Update web в SkyMag 16

Escaneado con CamScanner

(24/XII) Ответил to Pablo Nieves принцип. Согласием на J. de la Cierva appl. Co-fund, поговорить с Julián

Ответил Зуеву, что у нас за верное, пропущен мн. ч. Вагнеров М. с П.

(25/XII) Зуева прислала неверный расчет W_{ex}, W_D. На Ondarreta с П., сделаю

MMM-Intermag abstracts. Skyrmion gyrotropic mode (rigid-Sk model)

$W(S) = W(0) + \frac{1}{2}\varkappa S^2$, $\varkappa = \varkappa_{ex} + \varkappa_D + \varkappa^s_m + \varkappa^f_m + \varkappa_{an}$, все $\varkappa_n = f(c)$.

$\varkappa_{ex} + \varkappa_D = -32\pi L A\left[1 + \frac{DR_c}{2A}\right]\frac{c^2}{(1+c^2)^3}$, $\varkappa^s_m = M_s^2 R^2 L \frac{(4\pi)^2 c^{4?2}}{(1+c^2)^2} F_1(\beta)$

$\varkappa^f_m + \varkappa_a = \varkappa^f_m (1-Q)$, $\varkappa^f_m = (4\pi)^2 M_s^2 R^2 L \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$, $Q = K/2\pi M_s^2$, $W_a = -K\cos^2\theta$ FMA'

Проверим расчет W^s_m (surface side charges) от 6/XI и почему промежуточный член. $\frac{1}{c^2}$ в W^s_m из-за $m_s \sim \frac{1}{c}$. W^s_m может быть сравнима с W^{face}_m. $W_m(\vec{x}) = W_{m(0)} + \frac{1}{2}\underbrace{\varkappa R_s^{2?2}}_{\varkappa_{old}}$

$\varkappa = -32\pi L \frac{A}{R^2}\left(1 + \frac{DR_c}{2A}\right)\frac{c^2(1+c^2)^3}{(4\pi)^2 M_s^2 L F_1(\beta)} \frac{c^2}{(1+c^2)^2} + (1-Q)(4\pi)^2 M_s^2 L \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$

$\varkappa(c) = 16\pi L \frac{c^2 M_s^2}{(1+c^2)^3}\left[-\frac{2A}{R^2}\frac{1}{M_s^2}\left(1+\frac{1}{2}dR_c\right) + \pi F_1(\beta)_{\chi(1+c^2)} + (1-Q)\pi(1-c^2)\right]$, $Le^2 = 2A/M_s^2$.

$\varkappa(c) = 16\pi M_s^2 L \frac{c^2}{(1+c^2)^3}\left[\pi F_1(\beta)(1+c^2) + (1-Q)\pi(1-c^2) - \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}dRc\right)\right]$, $G_2 = \frac{M_s L P}{\gamma}\frac{4\pi}{(1+c^2)}$

$\omega_G(c) = \frac{\varkappa(c)}{G_2(c)} = 4\gamma M_s \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[\pi F_1(\beta)(1+c^2) + (1+Q)\pi(1-c^2) - \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}dR\cdot c\right)\right]$

Gyrofrequency Bloch-Sk с учетом side charges $\omega\beta$, даже ch. at $\beta=0$

Величина $dR = \frac{DR}{A} = |typical| \approx \frac{1\ mJ \cdot 100\ nm}{m^2 \cdot 10^{-11} J/m} = 10^{11}\cdot 10^{-3}\cdot 10^{2}\cdot 10^{-9} \approx 10$, $\frac{1}{2}dR\cdot c \sim 1$.

При $\beta \to 0$, $F_1(\beta) \to 0$ и $\omega_G(c) > 0$ если $\pi(1+Q)(1-c^2) > \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}dRc\right)$. При $\left(1+\frac{1}{2}dRc\right) > 0$ это возможно лишь при $Q < 1$, $K < 2\pi M_s^2$ как в Gus'MagLett'15. При $d=0$ критич. радиус устойчивости ф-Skyrmion $\pi(1-Q)(1-c_0^2) = \left(\frac{Le}{R}\right)^2$, $c_0^2 = 1 - \frac{1}{(1-Q)}\left(\frac{Le}{R}\right)^2$, $c_0 \to 1$ при $R \gg Le$.

$(\beta \to 0)$

$\to \omega_G(c) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[F_1(\beta)(1+c^2) + (1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}dR\cdot c\right)\right]$

Видно, что при $R \gg Le$, $\omega_G(c) \approx \omega_M (1-Q)\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$, typical $c = 0{,}1$–$0{,}3$

т.к. $c^2 \ll 1$, то $\omega_G(c) \approx \omega_M(1-Q)c^2$ зависит от Q, а не от β.

$\omega_G(c=0{,}1\div 0{,}2) \approx (0{,}01 \div 0{,}04)\omega_M(1-Q) \sim 0{,}1$–$1$ GHz for typical M_s и K.

При $R \gg Le$ $\omega_G(c) = \omega_M(1-Q)\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$ совпад. ω_G of infinite film with single Sk.

Описание ли ω_G^{∞} для bubble – domain range? Проверить.

Противоречие: в rigid Skyrmion model должно $\omega_G \to 0$ при $R \to \infty$.

Видимо, ф-Skyrmion неустойчив при $R \to \infty$ и ω_G^{∞} не имеет смысла.

(infinite film) с $L=0$, $D=0$.

Note: $F_1(\beta) \sim \beta$ в W^s_m и $O(\beta)$ в W^f_m надо учитывать или не учитывать одновременно. Здесь только $F_1(\beta)$ – превышение точности при $\beta \to 0$.

При $\beta \to 0$ $\omega_G(c) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}dR\cdot c\right)\right] + O(\beta)$, и DC вкл. chizali: ty

(26/XII) СП. в Ollaberria „Hill", Carefour". Вернемся к расчету W^{face}_m при finite β 19/XII.

Face $W^s_m(S) = M_s^2 R^3 J_k(S)$, $\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2} = \frac{2}{\alpha^2}(4\pi)^2\int dk\left[1-e^{-\beta k}\right]\left[\int ds\, s\, J_0(ks)\frac{(\tau-1)}{(1+\tau)} \cdot \int ds\, s\, J_0(ks)\frac{(\tau-1)}{(1+\tau)^3} + \right.$

$\left. + \frac{2}{c^2}\left\{\int ds\, s^2 \frac{J_1(ks)}{(1+\tau)^2}\right\}^2\right]$, $\tau = s^2/c^2$ здесь. $\varkappa^f_m = M_s^2 R^3 \frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2}\Big|_{s=0}$, $\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2} = \frac{2}{c^2}(4\pi)^2\int dk(1-e^{-\beta k})F(k,c)$

$F(k,c) \approx \int_0^1 ds\, s\, J_0(ks)\left(\frac{1-\tau}{1+\tau}\right)\cdot\int_0^1 ds' s' J_0(ks')\frac{(\tau'-1)}{(1+\tau')^3} + \frac{2}{c^2}\left\{\int_0^1 ds\, s^2 \frac{J_1(ks)}{(1+\tau)^2}\right\}^2$. $\tau = \frac{s^2}{c^2} \Rightarrow s = c\sqrt{\tau}$

$F(k,c) = \frac{1}{4}c^4\int_0^{Yc^2} d\alpha\, J_0(kc\sqrt{\tau})\left(\frac{1-\tau}{1+\tau}\right)\cdot\int_0^{Yc^2} d\alpha'\, J_0(kc\sqrt{\tau'})\frac{(\tau'-1)}{(\tau'+1)^3} + \frac{2}{c^2}\cdot\frac{c^6}{4}\left\{\int_0^{Yc^2} d\alpha\sqrt{\tau}\frac{J_1(kc\sqrt{\tau})}{(1+\tau)^2}\right\}^2 = \frac{c^4}{4}\cdot\varphi\left(\frac{kc}{c^2}\right)$

$t = kc$, $\varphi(t,c^2) = \int_0^{Yc^2} d\alpha\, J_0(t\sqrt{\tau})\left(\frac{1-\tau}{1+\tau}\right)\cdot\int_0^{Yc^2} d\alpha'\, J_0(t\sqrt{\tau'})\frac{(\tau'-1)}{(\tau'+1)^3} + 2\left\{\int_0^{Yc^2} d\alpha\sqrt{\tau}\frac{J_1(t\sqrt{\tau})}{(1+\tau)^2}\right\}^2$

$\varkappa^f_m = (M_s^2 R^3)\frac{2}{c^2}(4\pi)^2\int dk(1-e^{-\beta k})\frac{c^4}{4}\varphi(kc,c^2) = M_s^2 R^3 \cdot 8\pi^2 c\int_0^{\infty} dt\,(1-e^{-\beta t/c})\varphi(t,c^2) \sim c f\left(\frac{\beta}{c},c^2\right)$

Это $\varkappa$ для $\vec{q}$-Skyrmion $f(z) = e^{i\varphi_0}\frac{1}{a}(z-s)$, $\varphi_0 = \Phi\pi/2$. Для $\vec{s}$-Skyrmion

Wex не зависит, W^x_D не зависит от φ, $\varphi_0 = 0$; W_{an}, W^f_m не изменен., изменен. W^s_m и W^{vol}_m, $G_2(?)$

Escaneado con CamScanner

(24/XII) ответил to Pablo Nieves в функции. Отказался на J. de la Cierva suppl. Co-fund, неопределенность с Julien
(25/XII) Задача численной невзаимности расчет W_{ex}, W_D. На Ostarrera с Л. - схемы MMM - Interning Abstracts. Skyrmion gyrotropic mode (rigid Sk model)

$W(s) = W(0) + \frac{1}{2}\varkappa s^2$, $\varkappa = \varkappa_{ex} + \varkappa_D + \varkappa_m^s + \varkappa_m^f + \varkappa_{an}$, все $\varkappa_n = f(c)$

$\varkappa_{ex} + \varkappa_D = -32\pi L A \left[1 + \frac{DR_c}{2A}\right] \frac{c^2}{(1+c^2)^3}$, $\varkappa_m^s = M_s^2 R^2 L \frac{(4\pi)^2 c^{4?}}{(1+c^2)^2} F_1(\beta)$

$\varkappa_m^f + \varkappa_a = \varkappa_m^f (1-Q)$, $\varkappa_m^f = (4\pi)^2 M_s^2 R^2 L \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$, $Q = K/2\pi M_s^2$, $W_a = -K\cos^2\theta$ PMA'

Проверить расчет W_m^s (surface side charges) от $G/\frac{1}{2}$ и почему пропорциональность имеет $\frac{1}{c^2}$ в W_m^s из-за $m_s \sim \frac{1}{c}$. W_m^s может быть сравнима с W_m^{face}. $W_m(\vec{x}) = W_m(0) + \frac{1}{2}\underbrace{\varkappa R^2 s^2}_{\varkappa_{eff}}$

$\varkappa = -32\pi L \frac{A}{R^2}\left(1 + \frac{DR_c}{2A}\right) \frac{c^2/(1+c^2)^3}{+ (4\pi)^2 M_s^2 L F_1(\beta) \frac{c^2}{(1+c^2)^2} + (1-Q)(4\pi)^2 M_s^2 L \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}}$

$\varkappa(c) = 16\pi L \frac{c^2 M_s^2}{(1+c^2)^3}\left[-\frac{2A}{R^2 M_s^2}\left(1 + \frac{1}{2}dR_c\right) + \pi F_1(\beta)\frac{}{\pi(1+c^2)} + (1-Q)\pi(1-c^2)\right]$, $Le^2 = 2A/M_s^2$.

$\varkappa(c) = 16\pi M_s^2 L \frac{c^2}{(1+c^2)^3}\left[\pi F_1(\beta)(1+c^2) + (1-Q)\pi(1-c^2) - \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1 + \frac{1}{2}dR_c\right)\right]$, $G_z = \frac{M_s L \rho}{\gamma}\frac{4\pi}{(1+c^2)}$

$\omega_G(c) = \frac{\varkappa(c)}{G_z(c)} = 4\gamma M_s \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[\pi F_1(\beta)(1+c^2) + (1-Q)\pi(1-c^2) - \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1 + \frac{1}{2}dR_c\right)\right]$

Гирочастота Bloch. Sk с учетом side charges $\propto\beta$. Задача: at $\beta=0$

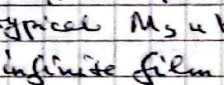
Величина $dR = \frac{DR}{A} = |typical| \approx \frac{1\ mJ \cdot 100\ nm}{m^2 \cdot 10^{-11} J/m} = 10^{11} \cdot 10^{-3}, 10^{2} \cdot 10^{-9} \approx 10$, $\frac{1}{2}dR \cdot c \sim 1$.

При $\beta \to 0$, $F_1(\beta) \to 0$ и $\omega_G(c) > 0$ если $\pi(1-Q)(1-c^2) > \left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1 + \frac{1}{2}dR_c\right)$. При $\left(1 + \frac{1}{2}dR_c\right) > 0$ это возможно лишь при $Q < 1$, $K < 2\pi M_s^2$ как в Gus'MagLett'15. При $d=0$, критич. радиус устойчивости ф-Skyrmion $\pi(1-Q)(1-c_0^2) = \left(\frac{Le}{R}\right)^2$, $c_0^2 = 1 - \frac{1}{(1-Q)}\left(\frac{Le}{R}\right)^2$, $c_0 \to 1$ при $R \gg Le$.

$\to \omega_G(c) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[F_1(\beta)(1+c^2) + (1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1 + \frac{1}{2}dR \cdot c\right)\right]$

Видно, что при $R \gg Le$, $\omega_G(c) \approx \omega_M (1-Q)\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$, typical $c = 0{,}1$–$0{,}3$

т.к. $c^2 \ll 1$, то $\omega_G(c) \approx \omega_M(1-Q)c^2$ зависит от Q, а не от β.



$\omega_G(c = 0{,}1 \div 0{,}3) \approx (0{,}01 \div 0{,}04)\omega_M(1-Q) \sim 0{,}1$–$1$ GHz for typical M_s и K.

При $R \gg Le$ $\omega_G(c) = \omega_M(1-Q)\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^2}$ совпад. ω_G of infinite film with single Sk. Отличие от ω_G^{∞} для Bubble – domain phase? Проверить.

Противоречие: в rigid Skyrmion model должно $\omega_G \to 0$ при $R \to \infty$. Видимо, ф-Skyrmion растягивается при $R \to \infty$ и ω_G^{∞} (infinite film) не имеет смысла.

Note: $F_1(\beta) \propto \beta$ в W_m^s и $O(\beta)$ в W_m^f надо учитывать или не учитывать одновременно. Здесь только $F_1(\beta)$ – приближение только при $\beta \to 0$.

При $\beta \to 0$ $\omega_G(c) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{Le}{R}\right)^2\left(1 + \frac{1}{2}dR \cdot c\right)\right] + O(\beta)$, $d \sim DE$, $\beta \sim$ chirality

(26/XII) С Л. в Ollaberria "Hall". Carefami". Вернемся к расчету W_m^{face} при finite β 29/XII.

$W_m^f(s) = M_s^2 R^3 I_k(s)$, $\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2} = \frac{2}{c^2}(4\pi)^2 \int dk\left[1 - e^{-\beta k}\right]\left[\int dg\, g J_0(kg)\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)} \cdot \int dg\, g J_0(kg)\frac{(\tau-1)}{(1+\tau)^3} + \right.$

$\left. + \frac{2}{c^2}\left\{\int dg\, \frac{g^2 J_1(kg)}{(1+\tau)^2}\right\}^2\right]$, $\tau = g^2/c^2$ здесь. $\varkappa_m^f = M_s^2 R^3 \frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2}\Big|_{s=0}$, $\frac{\partial^2 I_k}{\partial s^2} = \frac{2}{c^2}(4\pi)^2 \int dk (1 - e^{-\beta k}) F(k,c)$

$F(k,c) \approx \int_0^1 dg\, g J_0(kg)\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)} \cdot \int_0^1 dg'\, g' J_0(kg')\frac{(\tau'-1)}{(1+\tau')^3} + \frac{2}{c^2}\left\{\int_0^1 dg\, g^2 \frac{J_1(kg)}{(1+\tau)^2}\right\}^2$. $\tau = \frac{g^2}{c^2} \Rightarrow g = c\sqrt{\tau}$

$F(k,c) = \frac{1}{4}c^4 \int_0^{1/c^2} d\tau\, J_0(kc\sqrt{\tau})\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)} \cdot \int_0^{1/c^2} d\tau'\, J_0(kc\sqrt{\tau'})\frac{(\tau'-1)}{(\tau'+1)^3} + \frac{2}{c^2}\cdot\frac{c^6}{4}\left\{\int_0^{1/c^2} d\tau \sqrt{\tau}\frac{J_1(kc\sqrt{\tau})}{(1+\tau)^2}\right\}^2 = \frac{c^4}{4}\cdot\varphi\left(\frac{kc}{c^2}\right)$

$t = kc$, $\varphi(t, c^2) = \int_0^{1/c^2} d\tau\, J_0(t\sqrt{\tau})\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)} \cdot \int_0^{1/c^2} d\tau'\, J_0(t\sqrt{\tau'})\frac{(\tau'-1)}{(\tau'+1)^3} + 2\left\{\int_0^{1/c^2} d\tau \sqrt{\tau}\frac{J_1(t\sqrt{\tau})}{(1+\tau)^2}\right\}^2$

$\varkappa_m^f = (M_s^2 R^3)\frac{2}{c^2}(4\pi)^2 \int dk (1 - e^{-\beta k})\frac{c^4}{4}\varphi(kc, c^2) = M_s^2 R^3 \cdot 8\pi^2 c \int_0^{\infty} dt\,(1 - e^{-\beta t/c})\varphi(t, c^2) \sim c f\left(\frac{\beta}{c}, c^2\right)$

Для $\beta \neq 0$ ф-Skyrmion $f(z) e^{i\varphi_0}\frac{1}{z}(z - s)$, $\varphi_0 = \pm\pi/2$. Для ф-Skyrmion W_{ex} не зависит от φ_0; W_{an}, W_m^f не изменен., изменен. W_m^s и W_m^{vol}, G_z (?)

Escaneado con CamScanner

$\mathrm{div}\vec{m} = 2\mathrm{Re}\frac{\partial m_+}{\partial z} = \mathrm{Re}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)(m_x + i m_y) = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}$, $m_+ = \frac{2f(z)}{1+f\bar{f}} = \sin\theta e^{i\varphi}$

$\mathrm{div}\vec{m} = 2\mathrm{Re}\frac{\partial f}{\partial z} = 2\mathrm{Re}\frac{\partial}{\partial z}\frac{2f(z)}{1+f\bar{f}} = 4\mathrm{Re}\frac{\partial f/\partial z(1+f\bar{f}) - f\,\partial f/\partial z\,\bar{f}}{(1+f\bar{f})^2} = 4\mathrm{Re}\frac{\partial f}{\partial z}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2}$

$\mathrm{div}\vec{m} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2}\mathrm{Re}\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{4}{(1+f\bar{f})^2}\mathrm{Re}\left[e^{i\varphi_0}\frac{1}{c}\right] = \frac{4}{c}\frac{\cos\varphi_0}{(1+f\bar{f})^2}$. Дие φ-Sk $\varphi_0 = \mathbb{C}\frac{\pi}{2}$

и $\mathrm{div}\vec{m} = 0$ дие S-Skyrmion $f_0 = 0$ и $\mathrm{div}\vec{m} = \frac{4}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2} \neq 0$ в рамках жёсткой Sk-модели

$f(z) = e^{i\varphi_0}\frac{1}{c}(z-s)$ т.е. дие φ-Skyrmion надо учитывать W_m^{tot} чтобы $\mathrm{div}\vec{m} \neq 0$.

(27/VII) Начал с N. Kiebel в Zaragoza, Apr. 10-16, 2016, Conf. STCE-16 'Trans-th elements/neighboring Elbe' Kiebel reserv. на поезде March 26.

S - Skyrmion $W_m = \frac{4DL}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial z}$, φ-Sk $W_D = \mathrm{Im}\,W_D$, $W_D^x = \mathrm{Re}\,W_D$ дие S-Skyrmion

$f(z) = e^{i\varphi_0}\frac{1}{c}(z-s)$ - rigid CW-model. $\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{c}e^{i\varphi_0}$, $W_D = \frac{4DL}{(1+f\bar{f})^2}\mathrm{Im}\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{c}\frac{4DL}{(1+f\bar{f})^2}\sin\varphi_0$,

$\sin\varphi_0 = \sin(\mathbb{C}\pi/2) = \mathbb{C}$, φ-Skyrmion $W_D = \frac{\mathbb{C}}{c}\frac{4DL}{(1+f\bar{f})^2}$. S-Sk $W_D^x = \frac{4DL}{(1+f\bar{f})^2}\frac{1}{c}\cos\varphi_0$, $\varphi_0 = 0$.

T.e. D.C дие φ-Skyrmion, D дие S-Skyrmion. Sk-grammes

ZMI

Magnetostatics of S-Skyrmion: (см. 6/VII) side surf. charges $W_m^S = \frac{1}{2}\int dS dS' \frac{\sigma(\vec{s})\sigma(\vec{s}')}{|\vec{s}-\vec{s}'|}$

Coul Comp

$W_m^S = R^2 L \int\frac{dk}{k} f(kL)\sum_\mu J_\mu^2(k)\,|I_\mu(s)|^2$, $I_\mu(s) = \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\sigma(\varphi,s)$, $\sigma(\varphi,s) = M_s m_S(\varphi,s)$, $s=1$.

$m_S = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi$, $m_x + i m_y = \frac{2f(z)}{(1+f\bar{f})}$, $f(z) = e^{i\varphi_0}\frac{1}{c}(z-s)$, $\varphi_0 =$ дие S-Skyrm

$m_S = \frac{2}{(1+f\bar{f})}\left[(x-s_x)\cos\varphi + (y-s_y)\sin\varphi\right]\frac{1}{c}$, Окончат. $s = s_x = |s|\cos\varphi_s$, $|s|\to s$, $\varphi_s = 0$

$m_S = \frac{2}{1+f\bar{f}}\frac{1}{c}\left[\cos^2\varphi - s_x\cos\varphi + \sin^2\varphi\right] = \frac{2}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})}\left[1 - s_x\cos\varphi\right]$, $z = Se^{i\varphi} = e^{i\varphi}$ на поверх. side дие $S=1$.

$I_\mu(s) = M_s\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi}\frac{2}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})}\left[1 - s_x\cos\varphi\right]$, $|f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{1}{c^2}\left[S^2 - 2Ss\cos\varphi + s^2\right]$

В осевом ос φ-Skyrmion б/ч $|f|^2$ нельзя брать при $s=0$. $s_x = s$, $S=1$.

$I_\mu(s) = 2M_s c\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\frac{(1-s\cos\varphi)}{c^2+1-2s\cos\varphi+s^2}$ (где $m_S\sim s$) $= 4M_s c\int_0^{\pi} d\varphi\cos\mu\varphi\frac{(1-s\cos\varphi)}{1+c^2+s^2-2s\cos\varphi}$

$J_\mu(s) = \int_0^\pi d\varphi\cos\mu\varphi\frac{S-s\cos\varphi}{S^2+c^2+s^2-2Ss\cos\varphi} = \frac{1}{2}\int d\varphi\cos\mu\varphi\frac{\partial}{\partial S}\ln\left[S^2+c^2+s^2-2Ss\cos\varphi\right]_{S=1} =$

$= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial S}\int d\varphi\cos\mu\varphi\ln(S^2+c^2+s^2-2Ss\cos\varphi) = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial S}\int_0^\pi d\varphi\cos\mu\varphi\left[\ln(S^2+c^2+s^2) + \right.$

$\left. + \ln\left(1 - \frac{2Ss\cos\varphi}{S^2+c^2+s^2}\right)\right]$, $\ln(1-\varepsilon) = -\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon^2 - \ldots$. Т.к. $I_\mu(0)\neq 0$, нет $I_\mu(s)$ до s^2

$J_\mu = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial S}\pi\delta_{\mu 0}\ln(S^2+c^2+s^2) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial S}\int d\varphi\cos\mu\varphi\left[\frac{2Ss\cos\varphi}{S^2+c^2+s^2} - \frac{1}{2}\frac{4s^2S^2\cos^2\varphi}{(S^2+c^2)^2}\right]$

$\int_0^\pi d\varphi\cos\mu\varphi\cos\varphi = \delta_{\mu 1}\int_0^\pi d\varphi\cos^2\varphi = \frac{\pi}{2}(\delta_{\mu,1}+\delta_{\mu,-1})$, $\int_0^\pi d\varphi\cos\mu\varphi\cos^2\varphi = \frac{1}{2}\int d\varphi\cos\mu\varphi\times$

$(1+\cos 2\varphi) = \frac{1}{2}\pi\delta_{\mu 0} + \frac{1}{2}\frac{\pi}{2}(\delta_{\mu,2}+\delta_{\mu,-2})$

$J_\mu(S) = \frac{\pi}{2}\delta_{\mu 0}\frac{\partial}{\partial S}\ln(S^2+c^2+s^2) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial S}\left[\frac{2Ss}{S^2+c^2}\frac{\pi}{2}(\delta_{\mu 1}+\delta_{\mu,-1}) - \frac{2s^2S^2}{(S^2+c^2)^2}\frac{\pi}{2}\left\{\delta_{\mu 0} + \frac{1}{2}(\delta_{\mu 2}+\delta_{\mu,-2})\right\}\right]$

$J_\mu(c) = \frac{\pi}{2}\delta_{\mu 0}\frac{\partial}{\partial S}\left[\ln(S^2+c^2) + \ln\left(1+\frac{S^2}{S^2+c^2}\right)\right] + \frac{\pi}{2}\frac{\partial}{\partial S}\left[\frac{Ss}{S^2+c^2}(\delta_{\mu 1}+\delta_{\mu,-1}) - \frac{s^2S^2}{(S^2+c^2)^2}\left\{\delta_{\mu 0} + \frac{1}{2}(\delta_{\mu 2}+\delta_{\mu,-2})\right\}\right]$

$Y_\mu(S) = \frac{\pi}{2}\delta_{\mu 0}\frac{\partial}{\partial S}\left[\ln(S^2+c^2) + \frac{S^2}{S^2+c^2}\right] + \frac{\pi}{2}\frac{\partial}{\partial S}\left[\frac{Ss}{S^2+c^2}(\delta_{\mu 1}+\delta_{\mu,-1}) - \frac{s^2S^2}{(S^2+c^2)^2}\left\{\delta_{\mu 0} + \frac{1}{2}(\delta_{\mu 2}+\delta_{\mu,-2})\right\}\right]$

$\sum_\mu J_\mu^2(k)|I_\mu(S)|^2 = \sum_{\mu=0}(\ldots) + 2\sum_{\mu>0} J_\mu^2(k)|I_\mu(S)|^2$, т.к. $I_\mu(S) = I_{-\mu}(S)$

$Y_0(S) = \frac{\pi}{2}\frac{\partial}{\partial S}\left[\ln(S^2+c^2) + \frac{S^2}{S^2+c^2}\right] - \frac{\pi}{2}\frac{\partial}{\partial S}\frac{s^2S^2}{(S^2+c^2)^2} = \frac{\pi}{2}\frac{\partial}{\partial S}\ln(S^2+c^2) + \frac{\pi}{2}\frac{\partial}{\partial S}\frac{c^2s^2}{(S^2+c^2)^2}$

При $\mu>0$ $J_\mu(S) = \frac{\pi}{2}\frac{\partial}{\partial S}\left[\frac{Ss}{S^2+c^2}\delta_{\mu 1} - \frac{1}{2}\frac{s^2S^2}{(S^2+c^2)^2}\delta_{\mu 2}\right]$, $I_\mu(S) = 4M_s c\,J_\mu(S)|_{S=1}$.

$Y_0(S) = \frac{\pi}{2}\frac{2S}{S^2+c^2}\Big|_{S=1} + \frac{\pi}{2}c^2s^2(-2)\frac{2S}{(S^2+c^2)^3}\Big|_{S=1} = \frac{\pi}{1+c^2} - 2\pi c^2s^2\frac{1}{(1+c^2)^3}$

$Y_{\mu>0}(S) = \delta_{\mu 1}\frac{\pi}{2}s\frac{1\cdot(S^2+c^2) - S\cdot 2S}{(S^2+c^2)^2}\Big|_{S=1} - \delta_{\mu 2}\frac{\pi}{4}s^2\left[\frac{2S}{(S^2+c^2)^2} + s^2(-2)\frac{2S}{(S^2+c^2)^3}\right]_{S=1} =$

$= \delta_{\mu 1}\frac{\pi}{2}s\frac{(c^2-1)}{(c^2+1)^2} - \delta_{\mu 2}\frac{\pi}{4}s^2\frac{2}{(1+c^2)^3}\left[S(S^2+c^2) - 2S^3\right]_{S=1} = \delta_{\mu 1}\frac{\pi}{2}s\frac{(c^2-1)}{(1+c^2)^2} - \delta_{\mu 2}\frac{\pi}{2}s^2\frac{(c^2-1)}{(1+c^2)^3}$

$\sum_\mu J_\mu^2(k)|I_\mu(S)|^2 = J_{\mu=0}^2(k)(4M_s c)^2\frac{\pi^2}{(1+c^2)^2}\left[1 - \frac{2c^2s^2}{(1+c^2)^2}\right]^2 + 2\sum_{\mu>0} J_\mu^2(k)\left[\delta_{\mu 1}\frac{\pi}{2}s\frac{(c^2-1)}{(1+c^2)^2}\right]^2$ (см. с.)

$= (4M_s c)^2\left[J_0^2(k)\frac{\pi^2}{(1+c^2)^2}\left(1 - \frac{4c^2s^2}{(1+c^2)^2}\right) + 2J_{\mu=1}^2(k)\frac{\pi^2}{4}s^2\frac{(c^2-1)^2}{(1+c^2)^4}\right]$ $= (4M_s c)^2$

Escaneado con CamScanner

$\frac{\pi^2}{(1+c^2)^2}\left[J_0^2(k)\left(1-\frac{4c^2s^2}{(1+c^2)^2}\right)+\frac{1}{2}J_1^2(k)s^2\frac{(1-c^2)^2}{(1+c^2)^2}\right]$ — side surf. magn. energy 9-Sk

$W_m^s = R^2L\cdot 16M_s^2c^2\frac{\pi^2}{(1+c^2)^2}\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\left[J_0^2(k)\left(1-\frac{4c^2s^2}{(1+c^2)^2}\right)+\frac{1}{2}J_1^2(k)\frac{(1-c^2)^2}{(1+c^2)^2}s^2\right]$

$W_m^s(s) = W_m^s(0)+\frac{1}{2}\varkappa_m^s s^2$, $\varkappa_m^s = 16\pi^2M_s^2L\frac{2c^2}{(1+c^2)^2}\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\left[\frac{1}{2}J_1^2(k)\frac{(1-c^2)^2}{(1+c^2)^2}-J_0^2(k)\frac{4c^2}{(1+c^2)^2}\right]$

$\varkappa_m^s = (4\pi)^2M_s^2L\frac{c^2}{(1+c^2)^4}\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\left[J_1^2(k)(1-c^2)^2-8J_0^2(k)c^2\right]$ — broad side surf. W_m gives 9-Skyrmion.

$m_9(s=0)=\frac{2c}{(1+c^2)}$, $m_9(s_x)=\frac{2}{c}\frac{(1-s_x\cos\varphi)}{(1+ss)}$. $\varkappa_m^s\approx(4\pi)^2M_s^2Lc^2F_1(\beta)$ при $c\ll 1$.

Note: для φ-Skyrmion $\varkappa_m^s=(4\pi)^2M_s^2L\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta)\approx(4\pi)^2M_s^2Lc^2F_1(\beta)$ при $c\ll 1$.

т.е. для φ- и 9-Skyrmions $\varkappa_m^s$ одинаковы при $c\ll 1$. Проверить W_m^s 9-Skyrmion.

(22/XII) Звонил to Juan Marco „Bankia". Bank cards „CONSTANTO" обещал в среду, Dec. 30.
H=40 сам из-за APL-2005. Надо спет H-indices Ikerbasque Professors. E-mails to Зухра (Wex, Wb-расчет) и Глеб (JMMM, SciRep - reviews). Skyrmion review. Urazhdin PRL'15.

W_m^{vol} для 9-Skyrmion in cyl. bot. $\operatorname{div}\vec m = 2R_e\frac{\partial m_+}{\partial z}=\frac{4}{c}\frac{1}{(1+ss)^2}$ для rigid Sk $\delta(z)=\frac{1}{c}(z-s)$

Сам. 18/I 14г. $W_m^{vol}=\frac{1}{2}M_s^2\int dVdV'\frac{\operatorname{div}\vec m\cdot\operatorname{div}\vec m(1)}{|\vec r-\vec r'|}=M_s^2R^2L\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\sum_\mu|I_\mu(k)|^2$

$I_\mu(k)=\int d^2\vec\rho\, J_\mu(k\rho)e^{i\mu\varphi}\operatorname{div}\vec m(\rho)$. $\operatorname{div}\vec m=\frac{4}{c}\frac{1}{(1+\tau)^2}$, $\tau=|\vec f|^2=\frac{1}{c^2}\left[\rho^2+s^2-2s\rho\cos(\varphi-\varphi_s)\right]$

$y_\mu(s)=\int_0^{2\pi}d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\operatorname{div}\vec m(\rho,s)=\frac{4}{c}\int d\varphi\frac{e^{i\mu\varphi}}{(1+\tau)^2}=4c^3\int_0^{2\pi}d\varphi\frac{e^{i\mu\varphi}}{\left[c^2+\rho^2+s^2-2s\rho\cos\varphi\right]^2}$, $\varphi_s=0$.

$\frac{2s\rho}{c^2+\rho^2+s^2}=\varepsilon<<1$. $y_\mu(s)=\frac{4c^3}{(c^2+\rho^2+s^2)^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\frac{e^{i\mu\varphi}}{(1-\varepsilon\cos\varphi)^2}=\frac{4c^3}{(\dots)^2}\int d\varphi e^{i\mu\varphi}\left[1+2\varepsilon\cos\varphi+3\varepsilon^2\cos^2\varphi\right]$

$(1-x)^{-2}=1+2x+3x^2+O(x^3)$

$\int_0^{2\pi}d\varphi e^{i\mu\varphi}\cos\varphi=\frac{1}{2}\int d\varphi e^{i\mu\varphi}(e^{i\varphi}+e^{-i\varphi})=\pi(\delta_{\mu,1}+\delta_{\mu,-1})$; $\int d\varphi e^{i\mu\varphi}\cos^2\varphi=\frac{1}{2}\int d\varphi e^{i\mu\varphi}(1+\cos 2\varphi)=$

$=\pi\delta_{\mu0}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\int d\varphi e^{i\mu\varphi}(e^{i2\varphi}+e^{-i2\varphi})=\pi\delta_{\mu0}+\frac{\pi}{2}(\delta_{\mu,2}+\delta_{\mu,-2})$

$y_\mu(s)=\frac{4c^3}{(\dots)^2}\left[2\pi\delta_{\mu0}+2\varepsilon\cdot\pi(\delta_{\mu,1}+\delta_{\mu,-1})+3\varepsilon^2\left\{\pi\delta_{\mu0}+\frac{\pi}{2}(\delta_{\mu,2}+\delta_{\mu,-2})\right\}\right]=\frac{4\pi c^3}{(\dots)^2}\times$

$\times\left[(2+3\varepsilon^2)\delta_{\mu0}+2\varepsilon(\delta_{\mu1}+\delta_{\mu,-1})+\frac{3}{2}\varepsilon^2(\delta_{\mu2}+\delta_{\mu,-2})\right]$, $\sum_\mu|I_\mu(k)|^2=|I_0|^2+2\sum_{\mu>0}|I_\mu(k)|^2$, т.к.

$I_\mu(k)=\int d\rho\rho J_\mu(k\rho)J_\mu(s)$, $I_{-\mu}=(-1)^\mu I_\mu$, $|I_{-\mu}|^2=|I_\mu|^2$.

$I_\mu(k)=\int d\rho\rho J_\mu(k\rho)\frac{4\pi c^3}{(\dots)^2}\left[(2+3\varepsilon^2)\delta_{\mu0}+2\varepsilon(\delta_{\mu1}+\delta_{\mu,-1})+\frac{3}{2}\varepsilon^2(\delta_{\mu2}+\delta_{\mu,-2})\right]$

$I_0(k)=4\pi c^3(2+3\varepsilon^2)\int d\rho\rho J_0(k\rho)\frac{(\rho+3\rho^2)}{(c^2+\rho^2+s^2)^2}$, $I_{\mu>0}(k)=4\pi c^3\int d\rho\rho J_\mu(k\rho)\left[2\varepsilon\delta_{\mu1}+\frac{3}{2}\varepsilon^2\delta_{\mu2}\right]\frac{1}{(\dots)^2}$

$\frac{1}{(c^2+\rho^2+s^2)^2}=\frac{1}{(c^2+\rho^2)^2}\frac{1}{\left(1+\frac{s^2}{c^2+\rho^2}\right)^2}=\frac{1}{(c^2+\rho^2)^2}\left[1-2\frac{s^2}{c^2+\rho^2}\right]$, $\frac{I_0(k)}{4\pi c^3}=\int d\rho\rho J_0\left[\frac{2}{(c^2+\rho^2)^2}\left(1-\frac{2s^2}{c^2+\rho^2}\right)+\right.$

$\left.+\frac{3}{(c^2+\rho^2)^2}\frac{4s^2\rho^2}{(c^2+\rho^2)^2}\right]=\frac{1}{4\pi c^3}I_0(k,s=0)+4s^2\int d\rho\rho J_0\frac{\rho^2}{(c^2+\rho^2)^4}\left[-(c^2+\rho^2)+3\rho^2\right]=(s=0)+4s^2\int d\rho\rho J_0\frac{(2\rho^2-c^2)}{(c^2+\rho^2)^4}$

$\frac{I_0(k)}{4\pi c^3}=2\int d\rho\rho J_0(k\rho)\frac{1}{(c^2+\rho^2)^2}+4s^2\int d\rho\rho J_0(k\rho)\frac{(2\rho^2-c^2)}{(c^2+\rho^2)^4}$, $|I_{\mu>0}|^2=(16\pi c^3)^2\left[\int d\rho\rho J_1(k\rho)\frac{\rho}{(c^2+\rho^2)^3}\right]^2s^2\delta_{\mu1}$

$I_{\mu>0}(k)=4\pi c^3\int d\rho\rho J_\mu(k\rho)\frac{1}{(c^2+\rho^2)^2}\left[\frac{4s\rho}{(c^2+\rho^2)}\delta_{\mu1}+\frac{3}{2}\frac{4s^2\rho^2}{(c^2+\rho^2)^2}\delta_{\mu2}\right]$, т.е. $\delta_{\mu2}$ не дает вклада в s^2-приближении.

$I_{\mu>0}^2(k)=(16\pi)^2c^6\delta_{\mu1}s^2\left[\int d\rho J_\mu(k\rho)\frac{\rho^2}{(c^2+\rho^2)^3}\right]^2$, $I_0(k)$ содержит s^0 и s^2-члены.

$W_m^{vol}(s)=M_s^2R^2L\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\left[\sum_{\mu>0}|I_\mu(k)|^2+|I_0(k)|^2\right]=W_m^{vol}(0)+M_s^2R^2L\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\left[16(4\pi c^3)^2s^2\times\right.$

$\left.\times\int d\rho J_0(k\rho)\frac{\rho}{(\rho^2+c^2)^2}\cdot\int d\rho\rho J_0(k\rho)\frac{(2\rho^2-c^2)}{(c^2+\rho^2)^4}+2\cdot(16\pi)^2c^6s^2\left[\int d\rho J_1(k\rho)\frac{\rho^2}{(c^2+\rho^2)^3}\right]^2\right]$

9-Skyrmion → $W_m^{vol}(s)=W_m^{vol}(0)+M_s^2R^2L(16\pi)^2c^6s^2\left[\int d\rho J_0(k\rho)\frac{\rho^2}{(\rho^2+c^2)^2}\int dz z J_0(kz)\frac{(2z^2-c^2)}{(c^2+z^2)^4}+2\left[\int d\rho J_1(k\rho)\frac{\rho^2}{(c^2+\rho^2)^3}\right]^2\right]\frac{f(\beta k)}{k}dk$

$W_m^{vol}(0)=M_s^2R^2L(8\pi)^2c^6\left[\int_0^1 d\rho\rho J_0(k\rho)\frac{1}{(c^2+\rho^2)^2}\right]^2\frac{f(\beta k)}{k}dk$, $W_m^s(0)=M_s^2R^2L(4\pi)^2\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\int\frac{dk}{k}f(\beta k)J_0^2(k)$

$W_m^{vol}(0)$, $W_m^s(0)$ при $s=0$ – это уровень мин. энергии centered 9-Skyrmion → расчет 9-Sk сравнивается.

$W_m^{vol}(s)=W_m^{vol}(0)+\frac{1}{2}\varkappa_m^v s^2$, т.е. вычисляем $\varkappa_m^v(c,\beta)$.

Note: и $\varkappa_m^s$, и $\varkappa_m^v\sim f(k\beta)$ для 9-Skyrmion, т.е. $\to 0$ при $\beta=1/R\to 0$.

$W_m^{vol}(0)=M_s^2R^2L(8\pi)^2c^2\int\frac{dk}{k}f(k\beta/c)\left[\int_0^{\sqrt{1+c^2}}dzz J_0(kz)\frac{1}{(1+z^2)^2}\right]^2$ – немонотонная зависимость от $a=R_c/R$.

Escaneado con CamScanner

(29/XII) Уборка дома. Бумаги. Zaleski Zaiken Materials J. Phys. Cond. Mat. 2015.

(30/XII) С п. в „Eroski" Urbil. Editor Sci Rep. duties. Перевел 3,7 тыс € в „Bankia" – cred cards.

$W_m^{face}(s=0) = M_s^2 R^3 (2\pi)^2 \int dk \left[1 - e^{-Rk}\right] \left[\int dqq\, J_0(kq)\, m_z(q)\right]^2$ – ограничение для φ- и S-Sk $m_z = (c^2 - s^2)/(c^2 + s^2)$

$W_m^{face}(0)$ уточнена в Sus' Naglott'15 и для совпадения φ-Sk

(31/XII) Updated publ., conf., CV и submitted to Ikerbasque web-Sk. С п. 10 „Eroski" (Urbil)

(1/I) **2016** г. С п. 10, 3. на Ondarreta, La Concha, отдых. static S-, φ-Skyrmions

Две φ- и S-Sky-ons in dot $W_{ex}(s=0) = 8\pi AL \frac{1}{(1+c^2)}$, $A \to A\left[1 + \frac{Dc}{2A}\right]$ для ZMI

$W_m^{face}(s=0) = \left|\beta \to 0\right| = M_S^2 R^3 (2\pi)^2 \beta \int dk \left[\int dqq\, J_0(kq)\, m_z(q)\right]^2 = (\cdot) \int dk \int dq\, dq'\, qq'\, k \times$

$\times J_0(kq) J_0(kq')\, m_z(q) m_z(q') = (\cdot) \int dqq\, dq'q'\, m_z(q) m_z(q') \frac{1}{q} \delta(q - q') = (\cdot) \int dqq\, m_z^2(q)$

$W_m^{face}(0) = (2\pi)^2 M_S^2 R^2 L \int dqq\, m_z^2(q)$. $W_a(0) = -KL \int d^2\hat{s}\, m_z^2(\hat{s}) = -2\pi KL \int dqq\, m_z^2(q)$

$W_m^{face}(0) + W_a(s=0) = 2\pi R^2 L \left(2\pi M_S^2 - K\right) \int dqq\, m_z^2(q)\Big|_{s=0}$.

$\int dqq\, m_z^2(q)_{s=0} = \int dqq \left|\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\right|^2 = \left|\tau = s^2/c^2\right| = \frac{1}{2}c^2 \int_0^{1/c^2} d\tau \left|\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\right|^2 = \frac{1}{2}c^2 \left[2\ln(1+\tau) - \tau\right]_0^{1/c^2} =$

$= \frac{1}{2}c^2 \left[2\ln(1 + 1/c^2) - \frac{1}{c^2}\right] = c^2 \ln(1 + 1/c^2) - 1/2$. static case

Total $W(c)_{\beta \to 0} = 8\pi AL \frac{1}{(1+c^2)} \left(1 + \frac{DR}{2A} c\right) + 2\pi R^2 L \left(2\pi M_S^2 - K\right) \left[c^2 \ln(1 + 1/c^2) - 1/2\right]$ для φ- и S-Sky-ons

Min $W(c)_{\beta \to 0}$ возможен или а) $D > 0$, $Q > 1$ или в) $D < 0$, $Q < 1$. Проверить численно

Если β конечно, то меняется W_m^{face} и появляются W_m^{Vol}, W_m^S для S-Sk

Для φ-Sky-on centered $W_m^V = 0$, $W_m^S = 0$.

$\frac{1}{VM_S^2} W(c) = 4\left(\frac{L\varepsilon}{R}\right)^2 \frac{\left(1 + \frac{1}{2} dRc\right)}{(1 + c^2)} + 4\pi (1 - Q)\, c^2 \ln(1 + 1/c^2)$ – total static S/φ-Sky-on Energy as function $c = \frac{Rc}{L/2}$

(2/I) Работа над Sk-gyrotropic mode paper → ACS Nano (IF = 12.9)? Nano Research (7.0)?

Нужно: 1) RTNSA-Proceed. JMMM; 2) Sk-gyrotropic modes – paper; 3) Review APL;
4) Gd/Fe SW-paper; 5) SkyMag нужна программа; 6) res. plan с Arantxa –
7) Juan de la Cierva appl. с Волков и Nieves – confirm? 8) Abs. Zaragoza SCTE (Sk-MPD, Eff. dom.)

(3/I) Sk-review MMM – Inform. mag. Отдых дома.

(4/I) Meeting с Arantxa (беру ноутбук, U-drive, принтер) – получила рефери Sky-on papers и начала статью S-Sky-on simulations – data С п. в „Eroski" Urbil. Sky-on – SW paper published on-line в RRL.

(5/I) Roy, Ali, Oksana Ч. написали о смерти Олега Мрочкова 26/XII 15 г.
Sent Sk-gyromode MS draft to Зуева. Credit cards „Bankia", e-mail и тел. рук. с Juan MARCO
Из Beng: RTNSA-authors о E-subm. manuscripts to JMMM. Обновл. mass slides to ICM
Subm. 2 Abstracts (Sk-MPD и Eff. Soliton damp.) to SCTE conf., Zaragoza.

(6/I) Получение e-mail о Beggenn RTNSA papers в EES of JMMM и посылка Ruiz-Fuentes
Прогноз. Sk-gyrotropic mode paper.

(7/I) Sky-on review, printings. Прогноз. и посылка рец. Goto – Antiorten APL 2016.

(8/I) Новогодняя рассылка Invitations to SkyMag-2016. Fert и Cross отвечали, но не хватило приглашений. Skype с B. Ivanov: Цунами. Волна 1 мет. June-July 2016, уровень у Краковяка можно на сам Conf. See Ivanov ну MagIC, 3D-topol. charge Sky-ons by Bogdanov и Ivanov. Bubble domain dyn. Sakuboski JAP'ju и Одина SRep 16 у Sakuboski 2 translation modes (чашка Bubble, чашка SW) – на gyrocenter, 1-Breath. mode. Одина Burgess CW и CCW gyromodes Eff. в решении Sky-ons (!?) в поверхность Microwave

(9/I) С п., Ю. в Garbera и „Al Campo". Отдых Negoro о SkyMag-2016. Отдых.

(10/I) Переписка с Invited speakers SkyMag.

(11/I) Переписка по SkyMag. Review magnetic Sky-ons С п. „Eroski" Urbil

(12/I) Meeting с Julien: Ян Chuang, 2 оба Juan de la Cierva applicants (Volker Nieves) получ. подсказки на Fellowship, UPV/EHU бюджет ~15.000 €/year хорошо одному из них
Meet. с Arantxa: обсуждение Sky-ons papers, устройство сотруд. с IMI Juan Mayo на Ю. полюсе програм Comp. Technique Volkov и Nieves с Ярославом или нет?
на Juan de la Cierva posdoc, University deadline is Feb. 3. 2016.

(13/I) Работа над Sk-gyrotropic mode paper. Отдых. draft to Zubkova. Перевод. Sky-ons

(14/I) С п. и Ю. в „Al Campo" – Ivan. Уточнил ситуацию (31/I) $\frac{1}{2}\Theta(s) = \frac{1}{3} K_1(qs)$ для Airy solution

S в eq. – Rc, $\zeta = R_c/\Delta$ $\Delta = \sqrt{2A/B}$ .. DW width. Нужна ли Yamaguchi ... Sky-on ...

Escaneado con CamScanner

Sk - gyrotropic frequency $\omega_G(c)$ at $c = 15/\sqrt{2}$ [illegible]. Задачата от ω_M, Q, L_0, R, d и $c = R_0/R$.

Изследователските групи (напр. $\omega_G(c)$ Sk при нулево поле) (Ir/Co/Pt) от Moreau-Luchaire '15 (IV/E).

M_S = 360 G, $K_1 = K_{eff} + 2\pi M_S^2 = 7.5 \cdot 10^6$ erg/cm³, L_0 = 18,0 nm, R = 250 nm, A (exchange) = $1.5\,10^{-6}$ erg/cm (13)

ω_M = 35,0 GHz, $Q = K/(2\pi M_S^2) = 1,30$. d = D/A from Moreau-experiments.

D (M_S in/Co/Pt) = 1,6 - 1,9 mJ/m², D (data in/Co/Pt) ≈ 1.5 mJ/m². A range for ultrathin Co

A (7nm Co layer) = $1.5 \cdot 10^{-6}$ erg/cm, A (1nm Co) = $0,7 \cdot 10^{-6}$ erg/cm (increase A (bulk Co) ≈ $1.5 \cdot 10^{-6}$ erg/cm (7m regions)

$\frac{1}{MeV} W_D^{max} = \left(\frac{L_0}{R}\right)^2 \frac{2dRc}{(1+c^2)}$, d = D/A from Sk, no from S-Sk Moreau's energies by (thickness)

Знакът "D for Sk no access, они не съвпадат с от new gene Q-Skyrmions.

Gyrotrop $\omega_G(c) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{L_0}{R}\right)^2 \left(1+\frac{1}{2}dRc\right)\right]$, Sphere k'_D prefers D<0. Q≥1 prefer D<0.

$dR = \frac{D \cdot R}{A} = \frac{1,9 \text{ erg/cm}^2 \cdot 250 \text{ nm}}{1.5 \cdot 10^{-6} \text{ erg/cm}} = \frac{1,9 \cdot 2,5}{1,5} \frac{10^{-5} \text{ cm}}{10^{-6} \text{ cm}} = 31,7 \gg 1$, DMI >> exchange?

$\omega'_G(c) \approx \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{2\pi}\frac{L_0^2}{R} d\cdot c\right]$ – не отива хаотично, а се [illegible] с 2/c

Ако очевидно доминира d<0, тогава $\omega_G(c) \sim \left(\frac{\partial^2 W}{\partial S^2}\right)_0 < 0$ и Skyrmion не стабилен.

$\omega_G(c) \approx \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[\frac{1}{2\pi}\frac{L_0^2}{R}|d|c - (1-Q)(1-c^2)\right]$, $\omega_G \sim \frac{1}{R}$ като gene vortex $\omega_G \sim \frac{1}{R}$.

$\varepsilon_S(c) = \frac{1}{M_S^2 V} W(c) = 4\left(\frac{L_0}{R}\right)^2 \frac{(1+\frac{1}{2}dRc)}{(1+c^2)} + 2\pi(Q-1)\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{(1+c^2)}\right]c^2$ – static Sk-energy. (31/E 152)

Точка min $E_S(c)$ изобразена в MathCad 31/E 152. и не дава резултат. Изобразената можем у Moreau'15 K_1 Забавено(?)и real Q < 1, сп. анализ 31/E 152.

В methods (Sec. Tools fig) Moreau' $K_1 = 717$ kJ/m³ = $7,17 \cdot 10^6$ erg/cm³, Тоа бъркане к. [illegible] estimation $K_1 = 7.5 \cdot 10^6$ erg/cm³. M_S = 956 G. Taking K_1 и M_S used in Moreau simulations (ω_S K_{eff} = $1,7 \cdot 10^6$ erg/cm³ – exp. hysteresis loops)

Среща разговор Проф. Сейта

15/I Запознах посещи с А. в Diarizum, „Al Campo", „Carrefour", Olaberria и Carrefour. Купиха 4K LG 43" TV за 699 € – 126 € сниж. IVA. Договорка и test of TV.

16/I С А. и Ю. вечеря с дирекор „La Perla": нечетири, 29.50 € + IVA/person, Предложение по факсове не получи 29/IV 16г. Сравнение in dinner June 29.
С А. Urbil и Eroski": купиха 2 сок на конф и тарелки. Дефектиран уредник.

17/I Preprint O. Boulle et al. „Room T chiral mag. Skyrmions..." Pt/Co/MgO does S-Skyrmion observations by X-ray imaging. L_{Co} = 0.5 - 1 nm. BLS spectra SW = S(Q). Нечаяно дава симулации L_{Co} = 1.08 nm, K = $1.45 \cdot 10^6$ J/m³, M_S = $1,4 \cdot 10^6$ A/m, A = 27,5 pJ/m, D = 2,05 mJ/m². Sphere dot Rc = 65 nm, w = 120 (Neel Skyrmion). 2Rc/w = 130/120 = 0.31. Arxiv: January 2016

Намиране Sk-gyrotrop paper с Зуреев.

→ Plan: 1) ATNSA - proceed. JMMM; 2) ~~Sk-gyrotropes paper~~; 3) SkyMag - ~~нищо~~ progr; ~~4) JdC - appl. с Romeo, Nieves - група CIC~~; 5) Asa Talents - Slavia appl. 6) Ivanov - 1 год, conf. ~~7) Res. Nanospain и EMSA Torino - до Feb. 1~~; 8) Sk-dynamics - Mihal; 9) Corporation zone.

12/I С А. в Diarizum TO наименува Jerray Merlin". Работа над Sk-gyrotrope paper. Ръкопис с семейст: New Skyrmion paper: Tues: Attachments Jacq. art. Sk one не съдържа - Talent reuse explanations.

19/I Нереализира SkyMag. Check e-mail list и Conf. announcement. Abt. Skyrmion-gyrotropes paper, новият Зуреев. $\omega_G(c)$ изобразено. Cross Mantab. pub. Rosing - Sci. Rep paper по Skyrmion reversal. Запис от gauge field EPL to R and G

20-21/I Нереализира с invited speakers SkyMag. Michal Nemokiewicz изчезна Sianel Sk-dynamics in circular dot. Sci. Reports duties. GM-CV нагласяване. Explanations to Volfov J de la Cierva appl.

22/I С А. и Ю. в „IKEA" Barakaldo (купиха кон./кар./кухн. - нагорен и нагол. Sofaness)

23/I С А. и Ю. А Garbera и „Carrefour" Diarizum. Нереализира SkyMag. CV del grupo CIC&RN. A to Sk-dyn. Michal

24/I Работа над Sk-gyrotrope paper. Раз. в сауна.

25/I Нереализира с P. Nieves нагласи Juan de la Cierva postdoc appl., ще gbc IK - формация (25 KE) + IdC - incorporation (29 €, more seniors, 25% Gen) с deadlines 3/III и 1/IV. CV-group Нереализира SkyMag. С А. в „Carrefour" Olaberria, купиха обувки. Conf. Oslo от Mihal.

26-28/I Meetings с Arantxa (по [illegible] Sk + Statics по Moreau-L.) и Maxim (S-PPMA)

Нереализира SkyMag. Invit. [illegible], Reg. CV - GM gene pablo IdC appl. Sk-paper с Зуреев.

Escaneado con CamScanner

Postdoc at U. Paris-Saclay, Laboratoire de Physique des Solides (LPS), Orsay, France

Interview for Marie Skłodowska-Curie Actions Postdoctoral Fellowships 2016

Call: H2020-MSCA-IF-2016

Proposal: 743884 — SKYTOP — Skyrmion topology in chiral magnetic nanostructures

Reviewer: 1

Evaluation Criteria

1. Excellence of the action

The proposal addresses the topological stability of magnetic skyrmions in chiral magnetic nanostructures. The topological stability of skyrmions is a fundamental property that is of great interest for the physics of magnetic nanostructures. The proposal is well written and the objectives are clearly stated. The methodology is appropriate to achieve the objectives. The proposal is ambitious and the objectives are challenging but achievable. The proposal is innovative and the objectives are novel. The proposal is interdisciplinary and the objectives are relevant for both physics and materials science. The proposal is timely and the objectives are relevant for the current state of the art. The proposal is well structured and the objectives are clearly stated. The proposal is well written and the objectives are clearly stated

31/I) Переписка с Вонсов. Анонс Эксп. Skyrmion papers (Moreau, Boulle, Büttner).

Sk – ω_G

$\frac{\omega_M}{2\pi}$ (Moreau) = 3,5 GHz $\frac{\omega_M}{2\pi}$ (Büttner) = 43,5 GHz, $\frac{\omega_M}{2\pi}$ (Boulle) = 51,0 GHz –

Зав-ть $\gamma/2\pi$ = 2,9 GHz/kOe. // Büttner: R = 275 nm, L_c = 12 nm, h_a = 10.8, Q = 0.866. (7/XI 15г.)

L_e (Büttner) = 14,5 nm если A = $1,5 \cdot 10^{-6}$ erg/cm как у Moreau'16.

h_a^z (Bulk) = $4\pi(Q-1)$ = $-4\pi \cdot 0,13\pi = -1,684 < 0$. Büttner (CoB/Pt)$_{30}$, t_{Co} = 0,4 nm.

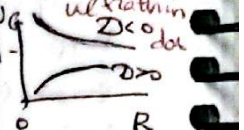
D – неизвестно, D=0?

Эксп. Büttner две частоты 1,00 GHz и 1,35 GHz (CW и CCW mode n=±1).

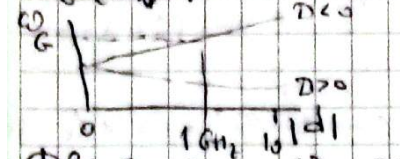
(f_1 = 180 MHz) (f_2 = 215 MHz)

Чтобы D=0, calc. $\frac{\omega_G}{2\pi}$ = 0,6662 GHz. d (D = 1 erg/cm²) = $\frac{14,5 \cdot 10^{-7}\,cm}{15 \cdot 10^{-6}\,\frac{erg}{cm}} \cdot 1\,\frac{erg}{cm^2}$ = 0,967

D = 1 erg/cm² соотв. d = 0,967 у Büttner'15.



Для φ-skyrmion Büttner d = DCle/A < 0 из-за C – chirality adjusting. $\omega_G(R)$ при R↑ как у Mihal для $\omega_G(R)$ S-skyrmions (D<0 и D>0 возм.)



$\frac{\omega_G}{2\pi}$ (φ-Sk, D<0) = 1,00 GHz – exp. при d = −6,74 nm D = −6,9 erg/cm².

W(φ-Sk) < W(S-Sk) из-за W_m, которая не мала при β = 12/275 = 0,044.

φ-Sk < D < 0

Два сценария ω_G-расчета: 1) ultrathin dots, S-skyrmions, any sign(D) – statics не согл. с Moreau, Boulle

2) thin dots, φ-Skyrmions – Büttner'15, D<0, $x_m^s \neq 0$, $x_m^f > 0$,

x_m^{face} учтена в Q эффект., Q<1, $x_m^{side}(\beta)$ учтено гомо.-инвариантно вернемся к

ω_G ок 25 (XI) 15г. $\omega_G(c) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[F_1(\beta)(1+c^2) + (1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{2\pi}\frac{1}{n^2}\left(1+\frac{1}{2}\,dr\,c\right)\right]$

$Q - 1 = \frac{1}{4\pi}(h_a - 4\pi) \to \frac{1}{4\pi}(h_a - N_{zz})$, $N_{zz} = 1 - O(\beta)$ и замена эффект. Q:

W_m^{side} не дает вклада в $\varepsilon_s(c)$ for centered φ-skyrmion. $Q \to Q_{eff} > Q$.

Т.е. для сравнения с exp. Büttner'15 с L = 12 nm надо учесть тем $W_m^{face} \sim F_1(\beta)$

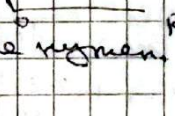
G – gyrofrequency $\omega_G(c)$.

Note: и для ultrathin ($W_m^{s,val}=0$) и thin dots ($W_m^s \neq 0$) надо брать $Q < 1$

& gyrofreq. $\omega_G(c)$. Для thin dots, φ-Sk в $\omega_G(c)$ добавляется x_m^s и renorm. x_m^f.

Учет $F_1(\beta)$ очень заметно уменьшает ω_G (±d) расчеты и

качественно изменяет $\omega_G(R, D>0)$, теперь $\omega_G(R, D<0)$ падает с R!



Для $\omega_G(c)$ с $F_1(\beta)$-term учет D ≠ 0 для сравн. с Büttner не критичен. Для

при D=0 $\omega_G^{calc}/2\pi$ = 1,11 GHz при $\omega_G^{exp}/2\pi$ (CCW) = 1,00 GHz (!)

Вывод: CCW-mode exp. Büttner это gyromode – $\omega_G(c)$ с хорошей точностью,

(NP'15) (обсл. Skyrmion) важно β = 0,044 конечно.

Using exp. Büttner parameters we get c_0 = 0,6 – 0,7, т.е. $c_0^2 << 1$ низкое прибл.

Current ACS Nano paper: ultrathin dots theory ω_G + обзорн. exp. Büttner

для φ-Skyrmion (D=0) добавив $F_1(\beta)$-term thin dots.

Parameters Moreau'16 и Boulle'16 для построения $\omega_G(R,D)$ нельзя, т.к. для

этих параметров (ultrathin dots) Skyrmions нестабильны и $\omega_G(c) < 0$.

// Есть еще статья exp. chen-Schmid'APL'15 Pt/Ni/Cu/Ni MLs и Woo-Fischer Co/Pt dots

но у chen'15 нет мат. параметров, а Woo'15 is unpublished. chen'15 – Sk-array.

Работа над текстом Skyrmion gyromodes paper.

1/II) Переписка с Вонсов и P. Nieves по их Juan de la Cierva postdoc appl. Работа над текстом и Figs of Sk-gyromodes paper. Новая revised MS to Зуева.

2/II) Отсылка Вонсов JdC application to UPV-Bilbao Correo interno. New Sk-papers.

переписка с Nerea, Arantxa, Ai Ping, Martin, A. Вонсов.

3/II) Звонок Окс.Ч. по SkyMag-Conf.: отказался Julian, но это за Conf., создана Int. committee.

Разбор Sk-paper chen-Schmid'15 по Pt/Ni/Cu/Ni film bubble Skyrmions.

параметры для $R_c(B)$, $R_c(D)$ Sk-simulations для Arantxa, Подгот. Sk-gyromodes MS для ACS Nano. E-mail to Julian Gonzalez о SkyMag conf.

4/II) Seminar в Miramon с A.A. FET European grants. Беседа с Julian – Arantxa

Nerea прочитать Saldo MEC-grants, Age comp. supplies Бонусы из Capitulo Travels".

Negros. application Casa de Talento для Slowik, June 16-30. Simulations Sk-dyn. Mihal:

$M_S = 10^3$ G, A = 15 pJ/m, $K_u = 10^7$ erg/cm³, D = 3 mJ/m² ⇒ $Q = \frac{10^7 erg/cm^3}{2\pi \cdot 10^6 erg/cm^3}$ = 1,59 > 1.

R = 15 – 61 nm, L = 1 nm. $L_e = \sqrt{3 \cdot 10^6}/10^3 = 17\frac{3}{5}$ nm, $d = \frac{DL_e}{A} = \frac{3 \cdot 17,3 \cdot 10^{-7}}{1,5 \cdot 10^{-6}} = 3,46$, $l_2 = R/L_e = 0,87 - 3,53$.

Escaneado con CamScanner

$\beta = 0.016 - 0.067$, $Q > 1$ ⇒ надо учитывать $W_m(\beta)$ для расчета ω_G. У Mihal - g-skyr
→ т.е. учесть $W_m^s, W_m^{vol}, W_m^f(\beta)$ с точностью $\sim \beta$. Согласно 28/III 15 г. расчеты g-skyrmion: $\frac{1}{M_s^2 V} W_m^{vol} = 64\pi c^6 \int \frac{dk}{k} f(\beta k) \left[\int_0^1 dg\, g \frac{J_0(kg)}{(c^2+g^2)^2} \right]^2$, $\frac{1}{M_s^2 V} W_m^s = 16\pi \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \int \frac{dk}{k} f(\beta k)$
W_m^f для φ- и g-skyrmions одинакова и совпала в Gus'Mag Loth. '15 as

$$\frac{1}{M_s^2 V} W_{m(\gamma=0)}^f = \frac{4\pi}{\beta} \int dk \left[1 - e^{-\beta k}\right] I^2(k), \quad I(k) = \int_0^1 dg\, g\, J_0(kg)\, m_z(g), \quad m_z(g) = \frac{c^2 - g^2}{c^2 + g^2}$$

Для W_m^{vol} $I_n(k) = \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{in\varphi} \int_0^1 dg\, g\, J_n(kg)\, m_z(g,0) = \int_0^1 dg\, g\, J_n(kg) \frac{2}{c} \frac{dg}{(1+|f|^2)^2}$, $|f|^2 = g^2/c^2$

$$= \frac{4}{c} \int \frac{dg\, g}{(1+g^2/c^2)^2} J_n(kg) \cdot 2\pi \delta_{n0} = 8\pi c^3 \frac{J_0(kg)\, g}{(c^2+g^2)^2} \delta_{n0}, \quad W_m^{vol} = M_s^2 R^2 L \int \frac{dk}{k} f(\beta) \sum_n |I_n(k)|^2$$

$$W_m^{vol} = M_s^2 Q^2 L \int \frac{dk}{k} f(\beta k)\, I_0^2(k) = M_s^2 R^2 L\, (8\pi)^2 c^6 \int \frac{dk}{k} f(\beta k) \left[\int_0^1 dg\, g \frac{J_0(kg)}{(c^2+g^2)^2} \right]^2, \quad c = \frac{w}{M_s R}$$

g-Sk mag. energy:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_m^v = 64\pi c^6 \int \frac{dk}{k} f(\beta k) F_0^2(k), & F_0(k) = \int_0^1 dg\, g \frac{J_0(kg)}{(c^2+g^2)^2}, \text{ различные по расчетам} \\ \mathcal{E}_m^s = 16\pi \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0^2(k), & \text{проверить конечность } \int dk\, J_0^2(k) \\ \mathcal{E}_m^f = \frac{4\pi}{\beta} \int dk \left(1 - e^{-\beta k}\right) I^2(k), & I(k) = \int_0^1 dg\, g \left(\frac{c^2 - g^2}{c^2 + g^2}\right) J_0(kg). \quad \beta = 0 \text{ тоже конечно} \end{cases}$$

$$\int \frac{dk}{k} f(\beta k) F_0^2(k) = \left|\beta \to 0\right| = \frac{1}{2} \beta \int dk \int dg\, g \frac{J_0(kg)}{(c^2+g^2)^2} \int dg'\, g' \frac{J_0(kg')}{(c^2+g'^2)^2} = \frac{\beta}{2} \int dg\, dg'\, gg' \frac{1}{(c^2+g^2)^2 (c^2+g'^2)^2}$$

$$+ \int_0^\infty dk\, J_0(kg) J_0(kg'), \quad \bar{K}(g,g') = \int_0^\infty dk\, J_0(kg) J_0(kg') = \frac{1}{g} \frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(1)\Gamma(1/2)} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1; \frac{g'^2}{g^2}\right), \quad g > g'$$

$$\bar{K}(gg') = \frac{1}{\Gamma(1)} \frac{1}{g} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \frac{g'^2}{g^2}\right), \quad g > g' \quad \text{и} \quad \bar{K}(gg') = \frac{1}{g'} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \frac{g^2}{g'^2}\right), \quad g' > g \quad F\text{-ги}$$

$$F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, z^2\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 - 2z\cos\varphi + z^2)^{1/2}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \sum_{n=0}^\infty z^n P_n(\cos\varphi), \quad F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1\right) \Rightarrow \text{расх}$$

$$1 - 2z\cos\varphi + z^2 = (1+z^2)\left(1 - \frac{2z}{1+z^2}\cos\varphi\right) = 1 + z^2 - 2z\left(1 - 2\sin^2\varphi\right) = (1-z)^2 + 4z\sin^2\varphi$$

$$\gamma(z) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(1 - 2z\cos\varphi + z^2)^{1/2}} = \int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1-z)^2 + 4z\sin^2\varphi}} = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{2z}{1+z^2}\cos\varphi}} \frac{1}{\sqrt{1+z^2}} = \frac{4}{|1+z|} K\left(\frac{2\sqrt{z}}{|1+z|}\right) \underset{z>0}{=} \frac{4}{1+z} K(\ldots)$$

$$\gamma(z) = \frac{4}{\sqrt{1+z^2}} \frac{1}{1 + \frac{2z}{1+z^2}} K\left(\sqrt{\frac{4z/(1+z^2)}{1 + 2z/(1+z^2)}}\right) = \frac{4}{\sqrt{1+z^2}} \frac{1+z^2}{(1+z)^2} K\left(\sqrt{\frac{4z}{(1+z)^2}}\right) = 4 \frac{\sqrt{1+z^2}}{(1+z)^2} K\left(\frac{2\sqrt{z}}{1+z}\right)$$

Проверить поведение $\gamma(z)$ немного разное. См. Гр.-Рыжик.

Гр.-Р. 8.113. $F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, k^2\right) = \frac{2}{\pi} K(k)$, $\bar{K}(g,g') = \frac{2}{\pi} \begin{cases} \frac{1}{g} K(g'/g), & g > g' \\ \frac{1}{g'} K(g/g'), & g' > g \end{cases}$

$$K(k) = \ln \frac{4}{\sqrt{1-k^2}} + O(1-k^2) = \text{const} - \ln(1-k)$$

$$\bar{K}(g,g') \underset{k \to 1-0}{\underset{g' \to g}{\sim}} \frac{2}{\pi g} \begin{cases} \text{Const} - \ln(1 - g'/g), & g > g' \\ \text{Const} - \ln(1 - g/g'), & g < g' \end{cases}, \quad \mathcal{E}_m^s \sim \beta \int dk\, J_0^3(k) \sim \beta \bar{K}(gg') \underset{g=g'=1}{} \text{ - log расх}$$

$$\mathcal{E}_m^v \sim \int \frac{dk}{k} f(\beta k) F_0^2(k) \underset{\beta \to 0}{\sim} \beta \int_0^1 \frac{dg\, g}{(c^2+g^2)^2} \int_0^1 \frac{dg'\, g'}{(c^2+g'^2)^2}$$

$\mathcal{E}_m^s(\beta)$ в реш. по β при $\beta \ll 1$ вычисляется через функцию Исова 'фи'м'ц.

$\bar{K}(gg')$ – похоже конечна.

Stiffness $W_m(s) = w_m(0) + \frac{1}{2} \varkappa_m s^2$, $\varkappa_m^s$, $\varkappa_m^v$ – см. 27-28/VII 15 г. производные для g
$\varkappa_m^f$ и $\mathcal{E}_m^f$ зависят лишь от m_z ($|f|^2$) и одинаковы для φ- и g-Skyrmions
$\varkappa_m^f$ – см. 26/VII 15 г. – довольно громоздко, но $\beta = 0$ считается аналитически.

по структуре $W_m(\beta)$, $\omega_G \sim \left[F_m(\beta) + (1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2} dR_c\right)\right]$, $F_m(0) = 0$

→ Для φ-Skyrmion просто $F_m(\beta) = F_1(\beta)(1+c^2)$ из-за side surf. changes. $F_m(\beta) \sim \beta$

Для g-Skyrmion W_m^g другое и если W_m^{vol}. // $W_m^g(s,\beta) \to \varkappa_m^f(\beta)$ поскольку для φ- и g-Sky

$\omega_G(R) \sim \left[d\frac{L}{R} - \left(\frac{L_e}{R}\right)^2 \frac{1}{\pi} + \text{Const}\right]$, d вкл. $\varkappa_m$ и $\varkappa_D$ (нет).

точнее $\omega_G(R) \sim \left[\text{const} + d\frac{L}{R} - \frac{1}{2\pi} \frac{L_e^2 dc}{R} - \frac{1}{\pi}\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\right]$, d вкл. $\varkappa_m^f, \varkappa_m^s, \varkappa_m^v$

→ Mihal: $\omega_G(L) \sim [\text{const} + \delta \cdot L]$, $\omega_G(R) \sim \left[\text{const} + d'\frac{1}{R} + \frac{1}{\pi}\frac{L_e^2}{R^2}\right]$, d' – оба знака

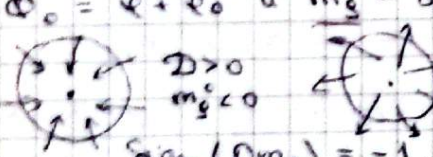
Проверить $\omega_G(L)$, $\omega_G(\pm D)$ численно, найти $\omega_G(R)$ для $R = 250$ nm Mezos
$R = 275$ nm Bitte

5/III Заходил Ahmad Talaat, PhD студента Жуковских по mag. wires.
Беседа с Аромова: $m_z(g) = (c^2 - g^2)/(c^2 + g^2)$ хорошо лишь при малых c. При больших $c \approx 0.5$ simulations дают более резкую $m_z(g)$, чем BP-ansatz
Подготовил Gu letter, Figs и submitted Gyrofrequencies Skyrmion paper to ACS Nano. Начал GM-Sk paper Garcia-Sanchez'16 и g-Sk Simul. Finocchio'16 - New great
6/III П. дома помогал (Л и Л „kid", Erzoski" Wrbil и Sam Sebastian

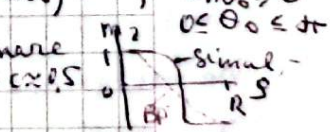
Escaneado con CamScanner

(1/II) Anomaly Skyrmion type Simulations by Michal e-mail exp. Barbie "Skyrmion" 20.E
- seminar 16/I-wrap
(6/II) Kurs (CUD grants?) - Michał. Conference R+NSA-JMMM papers.
Sk-gyromodes via eigenvalue perturbation ACS Nano (E-mail 3 types); NanoResearch Nano Letters
P. Stampfl Engagement to Skyrmag + eigenvalue Research JV Kim + Nanos
(9/II) Meeting - Bilbao. Basque general. deadline to Europ. Conf. was Feb 1, 2016,
type Summer School UPV/EHU on Synchr., Basque grants & Ikerbasque, Ayuda Nat.
Grupos Consolid. grant other types - time, no lectures wrong - Jan 1, 2016.
Preparation any trip to Bilbao (June 2016, Granada) - to Ukraine (no reason for)
Hotel price Semifor & Ormuzgd, July 3-8. Apt. Casa Talento appl to Ibola, Fomento, Sk.
Sample determined. Paper no June 15-18 to V. Kruglyak // CUD-UPV/EHU Summer no
type general Skyrmions to Forbidd. Nature J.-V Kim, Paris no SkyMag'16 Buenos R. Stampfl
Reformulate + submit Europ modes - Sk paper to Nano Research. Cinnamon Hotel Logroño,
booked Hotel Conde-Rioja. Rem. PRB Vortex M(t) E(t).
(10/II) Wspomnienie do Grabowa + Bue. no zasew. Talent House, Travel appl. Porto (tarjeta, passp.)
(13/II) Odbyting. Sk-simul. c Arantxa, Printed Boulle + Moreau-Luchaire Nat. Nanot '16
- Wspomnienie c Michał + Nikitov. Prof uniaxial Vortex-thickness MS c Bleszyński, Papers
Kyrmis Fuentes Nadrid - 2 Porto Air Europa 15-24/II - 127 €, E-mails to Nagaosa + Zyuzin.
wysłanie 2 Abs SCTE'2016 Conf. Zaragoza. Sci. Rep Editor duties // 3 Abs. SkyMag submitted
(14/II) New contr. Comunn S. Seb. - Europ to Madrid, C.N. + V. Erocki - Urbil. Ongoing gener.
Postdoc/PhD positions NOVAMAG + Barandiaran upgrade. // Arantxa: Exch + Dmg Neel Sk.
R_Sk vs strong function R and D (R_1 < R < R_2, D_c1 < D < D_c2 - coex. Neel-Sk. stability)
(15/II) C.N. & "Lidl", "Correfoc" Olaberria, Bilbao. C.N. & Iwura-Wada - wspomnienie

(11/II) Wspomnienie/Gonczarowa Skyrmion-gyromode paper. Skyrmion gyromodes
Dwa Neel (B) skyrmion DMI $W_D^x = \frac{4D}{(1+|f|^2)^2} \mathrm{Re}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)$ - Cw. 15/II 2015 r. χ_{Dm_B}
B-skyrmion $f(z) = \frac{e^{i\varphi_0}}{c}(z-s)$, $\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{c}e^{i\varphi_0}$, $W_D^x = \frac{4D}{(1+|f|^2)^2}\frac{\cos\varphi_0}{c} \sim D\cos\varphi_0$.
Dwa min W_D^x mają $D\cos\varphi_0 < 0$: a) $D>0$, $\varphi_0 = \pi$; b) $D<0$, $\varphi_0 = 0$.
Gyrofrequency $\omega_G(c) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\left(\frac{l_e}{R}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}dR_c\right)\right]$, $d = \frac{D}{A}$.
($\beta \to 0$)
Mają $D \to D\cos\varphi_0 = \begin{cases} |D|\cos\pi \\ -|D|\cos 0 \end{cases} = -|D|$, t.e. $D \to -|D|$, $d = -|d|$ gwe any sign D.
- zwarfalowa Sk-paper $\begin{cases} |D|\cos\pi \\ -|D|\cos 0 \end{cases}$ general case $d \to -|d|$, $d<0$ always, any sign D.
- zwarfalowa $A \to A' = A\left(1 - \frac{1}{2}|d|R_c\right)$, exch. stiffness nagles wg-za DMI $\neq 0$.
Dwa static B-skyrmion $m_B = \sin\Theta_0\cos(\Phi_0 - \varphi)$, $f(z) = \frac{1}{c}e^{i\varphi_0}z = \frac{s}{c}e^{i(\varphi_0+\varphi)} = \mathrm{tg}\frac{\Theta_0}{2}e^{i\Phi_0}$
$\vec{m}(\Theta_0, \Phi_0)$
$\Phi_0 = \varphi + \varphi_0$ i $m_B = \sin\Theta_0\cos\varphi_0 = \begin{cases} -\sin\Theta_0, & D>0 \\ \sin\Theta_0, & D<0 \end{cases} = -D\sin\Theta_0\frac{1}{|D|}$.



- zmieniamy nazwę Arantxa, change sign D → change sign m_B^z gwe static Neel-Skyrmion.
$\mathrm{Sign}(Dm_B) = \mathrm{Sign}\left(-\frac{D^2}{|D|}\sin\Theta_0\right) = -1$, $\sin\Theta_0 \geq 0$, $0 \leq \Theta_0 \leq \pi$.
Arantxa. Skalowanie $f(z) = \frac{e^{i\varphi_0}}{c}z$ - wprowadzamy $c \ll 1$, unarcie oddziaływania $c \approx 0.5$



- Wyliczenie anizotropy energy względem χ_1, t.o. χ_0 (Cw. 7/II, 20/II 2015 r.).
$W_a = -K\int dV\cos^2\Theta = -KR^2L\int d^2\vec{s}\cos^2\Theta$ $m_z = \cos\Theta = \frac{1-|f|^2}{1+|f|^2}$, $|f|^2 = \tau$. $m_z(\tau)$.
$f(z) = e^{i\varphi_0}\frac{1}{c}(z-s)$, τ $|f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{1}{c^2}z\left[s^2 - 2zs\cos(\varphi-\varphi_s) + s^2\right]\frac{1}{1+s^2}$ - gwe rigid Sk-model.
$J_a(s) = \int d^2\vec{s}\cos^2\Theta$ - ważna pogłoska. no $s \ll 1$. $m_z = \frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}$, $\frac{\partial m_z}{\partial\tau} = \frac{-1(1+\tau)-(1-\tau)1}{(1+\tau)^2} = -\frac{2}{(1+\tau)^2}$
$\frac{\partial J_a}{\partial s_0} = \int d\varphi\vec{s}\frac{\partial}{\partial s_0}m_z^2 = 2\int d^2\vec{s}\, m_z\frac{\partial m_z}{\partial s} = 2\int d^2\vec{s}\, m_z\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial s}$, $\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2} = 2\frac{\partial}{\partial s}\int d^2\vec{s}\, m_z\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial s} =$
$= 2\int d^2\vec{s}\left[\frac{\partial m_z}{\partial s}\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial s} + m_z\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\right)\frac{\partial\tau}{\partial s} + m_z\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial s^2}\right] = 2\int d^2\vec{s}\left[\left(\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\right)^2\left(\frac{\partial\tau}{\partial s}\right)^2 +$
$+ m_z\frac{\partial^2 m_z}{\partial\tau^2}\left(\frac{\partial\tau}{\partial s}\right)^2 + m_z\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial s^2}\right]$, $\frac{\partial^2 m_z}{\partial\tau^2} = (-2)\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{1}{(1+\tau)^2} = \frac{4}{(1+\tau)^3}$ // $\frac{\partial\tau}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}$ ·
$\left[s^2 - 2zs\cos(\varphi-\varphi_s) + s^2\right]_{\varphi_s=0,\, s=s_x} = \frac{2}{c^2}(s - s\cos\varphi)$, $\frac{\partial^2\tau}{\partial s^2} = 2/c^2$.
$\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}\Big|_{s=0} = 2\int d^2\vec{s}\left[\left\{\left(\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\right)^2 + m_z\frac{\partial^2 m_z}{\partial\tau^2}\right\}\left(\frac{\partial\tau}{\partial s}\right)^2 + m_z\frac{\partial m_z}{\partial\tau}\frac{\partial^2\tau}{\partial s^2}\right] = 2\int d^2\vec{s}\left[\left\{\frac{4}{(1+\tau)^4} + \frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\frac{4}{(1+\tau)^3}\right\}\frac{4s^2\cos^2\varphi}{c^2} +\right.$
$\left. + \frac{(1-\tau)}{(1+\tau)}\frac{(-2)}{(1+\tau)^2}\frac{2}{c^2}\right] = 2\int d^2\vec{s}\left[\frac{4}{(1+\tau)^4}\left\{1 + (1-\tau)\right\}\frac{4\cos^2\varphi}{c^2}\right] - 4\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)^3}\frac{1}{c^2}\Big] = 16\pi\int ds s\left[\frac{2(2+\tau)\tau}{c^2} - \frac{(1-\tau^2)}{c^2}\right]\frac{1}{(1+\tau)^4}$
(e^{-1})

Escaneado con CamScanner

$\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}\Big|_{s=0} = \frac{16\pi}{c^2}\int ds\, s\left[4\tau - 2\tau^2 - 1 + \tau^2\right]\frac{1}{(1+\tau)^4} = \Big|\tau = s^2/c^2\Big| = 8\pi\int_0^{v_c^2} d\tau\, \frac{(4\tau - 1 - \tau^2)}{(1+\tau)^4} =$

$= 8\pi\int d\tau\, \frac{[6\tau - (1+\tau)^2]}{(1+\tau)^4} = 8\pi\int\frac{d\tau}{(1+\tau)^4}\left[6(1+\tau) - 6 - (1+\tau)^2\right] = 8\pi\int d\tau\left[\frac{6}{(1+\tau)^3} - \frac{6}{(1+\tau)^4} - \frac{1}{(1+\tau)^2}\right]$

$= 8\pi\left[6\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(1+\tau)^2} - 6\left(-\frac{1}{3}\right)\frac{1}{(1+\tau)^3} + \frac{1}{(1+\tau)}\right] = \frac{8\pi}{(1+\tau)^3}\left[-3\cdot(1+\tau) + 2 + (1+\tau)^2\right] = \frac{8\pi}{(1+\tau)^3}\cdot$

$\cdot\left[-3 - 3\tau + 2 + 1 + 2\tau + \tau^2\right] = \frac{8\pi}{(1+\tau)^3}\tau(\tau-1)\Big|_0^{v_c^2} = \frac{8\pi}{(1+v_c^2)^3}\frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{c^2} - 1\right) = \frac{8\pi}{(1+c^2)^3}c^2(1-c^2)$

$\Rightarrow \chi_a = -KR^2L\,\frac{\partial^2 J_a}{\partial s^2}\Big|_{s=0} = -(KR^2L)\,\frac{8\pi c^2}{(1+c^2)^3}(1-c^2)$ совпадает с ранее 20/III 15г. (!).

Gyrotropic frequency of skyrmion dot: $\omega_G(c) = \omega_m\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) + \frac{1}{\pi}\frac{kR^2}{R_c^2}\left(\frac{1}{2}|d|R_c - 1\right)\right]$ ($\beta \to 0$)

$\omega_G(c) > 0$ выполнено при $Q = K/\pi m_s^2 < 1$. (для ферромагнетика)

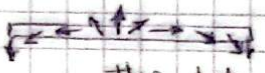
При $Q > 1$, $\omega_G(c) > 0$ только при $|d| > d_c$ — условие DMI - q-Skyrmion stability

$|d| > d_c$ — это критерий для q-Skyrmion

Два q-Skyrmions такого $D = -|D|$ за счет chirality C. $\omega_G(c)$ с $|d|$ для q- и s-Skyrmions

Neel Sk

thick dot $m_s(s,z)$ если dot is thick; $m_s(z)$ is odd function



than dot $m_s(s)$ for thin dot $l_R \to 0$. $m_s \neq f(z)$. $m_s(z)$ is even function

(15-24/II) Trip to Arxio. Работа над thick-vortex dot paper, анализ simul. art. Sk-lattices у Aurelio, poster - анализ uMag simulations. Переписка Sol SkyMag conf., program, рабата Advisory Com., Oviedo (appl. Casa Talento), Arantxa (Sk-MPD), Zakhra: Sci Rep. H=41 scan on Feb. 18, 2016. Нрабатка Adv.-ERC project.

(25/II) Получил положительный отзыв с критиками из EPL по Gauge-field MS. Отказ от NanoSpain Conf. в Logroño. Revision Sk-gyromodes MS for PRB

(26/II) Записал и послал revised Sk-gyromode Tex-paper to Zakhra

(27/II) Внёс вернул modified Sk-paper file. Submitted Sk-gyromodes paper to PRB

(28/II) Работа над thick-vort-dot SW-paper. Послал Tex-file to Verba, Kakazu. Запрос от Julian на correction solicited Grupos Consolidados, переписка с Julian, Jkyrok, Zakhra E-mail to O. Klein по his inv. talk SkyMag и new simulation Nb Vortex dyn. На Вечер Feb. 28 — 75 Abstracts, подал инв. O. Klein. Transfer 1350€ to Bankia credit card.

(29/II) План: 1) RTNSA-Proceed. JMMM (12+1-Res?); 2) SkyMag Program, ~~Abs. acceptance~~ 3) Sk-dynamics - Mikhail; 4) Ivanov trip, conf. fee MagIC; 5) Справочка грант до March 14; ~~6) Pers. PRB paper~~; 7) ~~correction Julian - Consolidados proposal~~; 8) ~~отказ от Conf. Zaragoza~~ 9) Comments to MagIC-Krawczyk; 10) ~~Ответ по MEC-project за 2015 до March 14~~; 11) Trip report Porto 12) Супос „Bankia" fee 20€ (16/I) и 9/I Constantes" (1/02); 13) ~~Refuse EPL Gauge fields~~ 14) AiPing new MS; 15) Проверить „Chase" ; 16) s-Sk Wm; 17) ~~JEMS-MS~~; ~~18) NATO~~; 19) MINECO Напрабим Solicited Grupos Consolidados", отказ от SCTE-Conf. в Zaragoza (2 дожи) Subm. Sk-gyromodes paper to ArXiv и Res. Gate. переписка с Чжэнем о proposal MINECO

(1/III) переписка с Hoffmann, Тюрин (Чуж. грант). подал и послал report PRB-Rissanen. подал. travel report Porto Feb. 15-24. Abstracts Sol SkyMag.

(2/III) printed Porto-report и отдал to Norca. Купил 6 „Delta" cartridges и бумагу. лит. обзор по Skyrmions. Прочел Lin PRB'16, Lin-Saxena PRB'16, Garst Book'16. X. Zhang прислал papers 2015 по Skyrmion applications (RETOS-MINECO new project)

(5/III) С А. „Lidl" - ужин, ром. Встреча с Arantxa Zubillaga (Cursos de Verano Fundación Miramar: 26-30 June 2016 в Miramar Zarauz, подано June 2016, хотят Чужой бадж. conf. dinner, если только аренда Miramar - то обсудим с admin. Miramar (как подешевле) Oral/Posters Sol-SkyMag, info об inv. speakers и отправ. в Оргкомитет

(4/III) Meeting с Arantxa: она нарисовала cycloid W_m - s-Skyrmion analyt. не описан analyt. $m_z(s)$ - profile fitted numerically - публикация на arXiv. RTNSA-papers - JMMM - дедлайн: 10 papers Subm. нет Callori и AiPing. Запросил to revise to Takeo Aurelio - Porto Прислал Simul. s-Skyrmion stability - Mar. Skype-Тест: Verba google. Thick-dot MS, от Akhmed - Exp. art. Skyrmions не news, Proc. и Review Steve Sol SkyMag: 73 talks. Müller withdrawn S. Gorobets - rejected, 11 уже как новый доклад Чужой в Conf. из 240 + 21 P = 51 talks accepted.

(5/III) С А. „Lidl" - „Correcoun" Elaborada. Послал на рев. 6 papers RTNSA. перев JMMM Sol SkyMag; 73 talks. Müller withdrawn S. Gorobets - rejected, 11 уже как новый доклад Чужой в Conf. из 240 + 21 P = 51 talks accepted.

(6/III) SkyMag-site update. E-mail Juan Marco „Bankia". Gauge-field EPL - Ref. response.

Escaneado con CamScanner

(9/VIII) ЕРЦ – Синдер в своей работе переименовал Эдлинга, Айзенхарта в Айзенхарт, Вейля в Вейль, Вейля в Вейль, Вейля в Вейль

Bueno, vago contando fuera G_0, no sé qué significa $\vec{A}_\mu = A^a_\mu$ ...

$\hat{R}(\Phi) = e^{i\Phi J_3}$ ... $\hat{R} = e^{i\Phi J_3}$, $\hat{R}' = J_3 e^{i\Phi J_3} e^{-i\Phi J_3} = i J_3 \Rightarrow \partial_\mu \Phi = A^3_\mu$ $G_3 = i J_3$

$G_3 = \frac{\partial R}{\partial \Phi}\Big|_{\Phi=0}$ luego $= i J_3$ ... $\hat{x}' = \hat{x}\cos\Phi + \hat{y}\sin\Phi$, $\hat{y}' = -\hat{x}\sin\Phi + \hat{y}\cos\Phi$, $\hat{z}' = \hat{z}$

$\vec{m} = m_x \hat{x}' + m_y \hat{y}' = m_x \hat{x} + m_y \hat{y}$, $m_x = m_x(\hat{x}\hat{x}') + m_y(\hat{y}\hat{x}')$

$m_y = m_x(\hat{x}\hat{y}') + m_y(\hat{y}\hat{y}')$ $\begin{pmatrix} m_x' \\ m_y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Phi & \sin\Phi \\ -\sin\Phi & \cos\Phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix}$

$R(\Phi) = \begin{pmatrix} \cos\Phi & \sin\Phi & 0 \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $G_3 = \frac{dR}{d\Phi}\Big|_{\Phi=0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $G_3 = i J_3$ ... como $\vec{m}$ es $\vec{m}'$ ...

T.e. $\partial_\mu \vec{m} = \vec{A}_\mu \times \vec{m} = \partial_\mu \vec{m}' = \vec{A}'_\mu \times \vec{m}'$ cualquiera ... relación ... ¿cómo son $\vec{A}_\mu$ y $\vec{A}'_\mu$ ... ¿Cómo son $\vec{A}_\mu = (A^1_\mu, A^2_\mu, A^3_\mu)$ en $E_3(\alpha)$ ... $\alpha = \Phi, \beta = \theta, \gamma = \pi - \Phi$ ...

(?) Demostrar que ... grupo ... α, β, γ ... $R(\alpha, \beta, \gamma)$? ... parámetros

---

(10/III) E-mails de Ainhoa Sanander, Iñaki (Secr. Pol. Hoja Exp.) ... para preparar ... Diciembre 4, 1 (Calamocha) Cámara ... IMPEA ... emergencia ... negocio ... Dir. Gral. Cab. Mecánica MINECO ... proyecto ... Subgrupos ... Dir. Vigo ALBA ... Sincrotrón. Bonito ... Pont-Oeb ... Subgrupo dynamics. Julio Camarero de Diego.

$D_\mu \vec{m}_s = (\partial_\mu - \vec{A}_\mu \times)\vec{m}_s = \partial_\mu \vec{m}_s - (\vec{m} \times \partial_\mu \vec{m} + A^a_\mu \vec{m}) \times \vec{m}_s = \partial_\mu \vec{m}_s - A^a_\mu \vec{m} \times \vec{m}_s -$

$- \vec{m} \times \partial_\mu \vec{m} \times \vec{m}_s = \ldots - \partial_\mu \vec{m}\,(\vec{m} \cdot \vec{m}_s) + \vec{m}_s (\vec{m} \cdot \partial_\mu \vec{m}) = \partial_\mu \vec{m}_s + A^a_\mu \vec{m} \times \vec{m}_s$

Ya $(\vec{m} \times \partial_\mu \vec{m}) \times \vec{m}_s = -\vec{m}_s \times (\vec{m} \times \partial_\mu \vec{m}) = -\vec{m}\,(\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m}) + \partial_\mu \vec{m}\,(\vec{m}_s \cdot \vec{m})$ ocurre ... $\vec{m} \cdot (\partial_\mu \vec{m} \times \vec{m}) = 0$

$a \times (b \times c) = b(a \cdot c) - c(a \cdot b)$, ya $(a \times b) \times c = -c \times (a \times b) = -(c \cdot b)a + (c \cdot a)b$

T.e. $a \times (b \times c) - (a \times b) \times c = -c(a \cdot b) + (c \cdot b)a = b \times (a \times c)$

Pues ... $(\vec{m} \times \partial_\mu \vec{m}) \times \vec{m}_s = -\vec{m}\,(\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m})$ y $D_\mu \vec{m}_s = \partial_\mu \vec{m}_s - A^a_\mu \vec{m} \times \vec{m}_s + \vec{m}(\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m})$

Y $D_\mu \vec{m}_s$ ... $+ \vec{m}(\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m})$ ... menos ... ya no ... y ...

$\partial_\mu \vec{m} = \partial_\mu \vec{m}' = \partial_\mu \theta\, \hat{\theta} + \sin\theta\, \partial_\mu \Phi\, \hat{\Phi}$ ... $(\hat{m}, \hat{\theta}, \hat{\Phi})$ ... , $\vec{m}_s' = \varepsilon \hat{x}' + \sin\theta\, \psi' \hat{y}' + 0 \cdot \hat{z}'$ ($\vec{\varepsilon} = \varepsilon \hat{x}'$)

$\hat{x}' = \hat{\theta}$, $\hat{y}' = \hat{\Phi}$ y $(\partial_\mu \vec{m} \cdot \vec{m}_s') = \left| \hat{m}\hat{\theta}\hat{\Phi} \text{ ... ort.} \right| = (\partial_\mu \theta\, \hat{\theta} + \sin\theta\, \partial_\mu \Phi\, \hat{\Phi})(\varepsilon \hat{\theta} + \sin\theta\, \psi' \hat{\Phi}) =$

$= \varepsilon\, \partial_\mu \theta + \sin^2\theta\, \psi'\, \partial_\mu \Phi \neq 0$ ... ¿significa ...?

Como $D_\mu \vec{m}_s = \partial_\mu \vec{m}_s - A^a \vec{m} \times \vec{m}_s + \vec{m}(\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m})$, no ... $\mathcal{L}_{kin}$, $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ ...

Cogemos $D_0 \vec{m}_s$ ... $\mathcal{L}_{int} = \vec{C} \cdot D_0 \vec{m}_s = J \vec{m}_s \vec{A}_0$ ...

Direct $\mathcal{L}_{kin} = (1 - \cos\theta)\dot{\Phi} = \left| \begin{matrix} \theta = \theta_0 + \varepsilon\varepsilon \\ \Phi = \Phi_0 + \psi t \end{matrix} \right| = [1 - \cos(\theta_0 + \varepsilon\varepsilon)](\dot{\Phi}_0 + \dot{\psi}) = [-\cos\theta_0 + \sin\theta_0 \varepsilon\varepsilon]\dot{\psi}$

pasando $\dot{\Phi}_0 + \dot{\psi}$ ... $= \ldots + \mathcal{L}^{int}_{kin}$ ... $= + \ldots \mathcal{L}^{int}_{kin}$, $\mathcal{L}^{int}_{kin}(dir) = -\cos\theta_0 \dot{\psi} + \sin\theta_0 \dot{\Phi}_0 \varepsilon\varepsilon$, $\theta/\varepsilon\varepsilon$

Ya $\cos\theta \dot{\psi} = \frac{d}{dt}(\cos\theta\, \psi) + \psi \sin\theta \dot{\theta} \Rightarrow \mathcal{L}^{int}_{kin}(dir) = \sin\theta(\dot{\Phi}\varepsilon\varepsilon - \psi\dot{\theta})$, $J_0 = \frac{1}{2}$ ...

Hacemos ... en ... $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ ... $\mathcal{L}_{kin} = \vec{C}(\vec{m}) D_0 \vec{m}$, $\vec{m} \to \vec{m}_t = \vec{m} + \vec{m}_s$.

A ... $\mathcal{L}^{int}_{kin}(dir)$ ... $\mathcal{L}_{kin} = (1 - \cos\theta)\dot{\Phi}$

$\mathcal{L}^{int}_{kin}(dir) = \sin\theta(\dot{\Phi}\varepsilon\varepsilon - \psi\dot{\theta})$. Como $\hat{m}\hat{\theta}\hat{\Phi}$ ... $\vec{m}_s = \varepsilon\hat{\theta} + \sin\theta\psi\hat{\Phi}$

$\partial_\mu \vec{m} = \partial_\mu \theta\, \hat{\theta} + \sin\theta\, \partial_\mu \Phi\, \hat{\Phi}$; $\partial_0 \vec{m} = \dot{\vec{m}} = \dot{\theta}\hat{\theta} + \sin\theta\dot{\Phi}\hat{\Phi}$

$\mathcal{L}^{int}_{kin} = (\dot{\vec{m}})_\Phi (\vec{m}_s)_\theta - (\vec{m}_s)_\Phi (\dot{\vec{m}})_\theta$, $\dot{\vec{m}} \times \vec{m}_s = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{\Phi} \\ \dot{m}_r & \dot{m}_\theta & \dot{m}_\Phi \\ m_s^r & m_s^\theta & m_s^\Phi \end{vmatrix} = \hat{r}(\dot{m}_\theta m_s^\Phi - \dot{m}_\Phi m_s^\theta) + \ldots$

$\mathcal{L}^{int}_{kin} = -\hat{r} \cdot (\dot{\vec{m}} \times \vec{m}_s) = -\vec{m} \cdot (\partial_0 \vec{m} \times \vec{m}_s) = 2$

$= -\vec{m}_s (\partial_0 \vec{m} \times \vec{m}) = \vec{m}_s \cdot (\vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) = \vec{m}_s \cdot [\vec{m} \times \partial_0 \vec{m} + A^a_0 \vec{m}] = \vec{m}_s \cdot \vec{A}_0$

T.e. ... $\mathcal{L}^{int}_{kin} = \left(\frac{\mu_0}{\gamma}\right) \vec{m}_s \cdot \vec{A}_0$ ... (!) ... ya ... $\mathcal{L}^{int}_{kin}$ ...

... $\mathcal{L}_{kin}$ ... SW $(\varepsilon\varepsilon, \psi)$ ... ya ... $D_0 \vec{m}_s$ ...

$\mathcal{L}_{kin} = \vec{C}(\vec{m}) D_0 \vec{m} = \vec{C}(\vec{m}_t) \cdot D_0 \vec{m}_s$, $C(\vec{m}_t) = J\gamma(\hat{z} \times \vec{m}_t)$, $D_0 \vec{m} = (\dot{\varepsilon}\hat{\varepsilon}) + \vec{m}(\vec{m}_s \cdot \partial_0 \vec{m})$

$\gamma = (1 + \vec{m}_t \cdot \hat{z})^{-1}$, $\hat{z} \times (\vec{m} + \vec{m}_s) \cdot \vec{m} = (\hat{z} \times \vec{m}_s)\vec{m}$, $(\gamma_{\text{con}} \gamma_{\text{sin}}) = J\gamma(\hat{z} \times \vec{m}_s) \cdot \vec{m}\,(\vec{m}_s \cdot \partial_0 \vec{m}) \sim m_s^2$

Escaneado con CamScanner

т.е. L_{kin} (членът из-за производната $\partial_\mu \vec{m}_s$) $\sim m_s^2$ и функц. в L_{skin} L_{kin}^{int} - bilinear, не дава.

L_{kin} (gen.) $\sim$ (...) $\sim (D_\mu \vec{m}_s)^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 + (A^e_\mu)^2 (\vec{m}\times\vec{m}_s)^2 + (\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m})^2 - 2A^e_\mu \partial_\mu \vec{m}_s \cdot (\vec{m}\times\vec{m}_s) +$
$+ 2(\vec{m}\cdot\partial_\mu \vec{m}_s)(\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m})$ - перпендикулярно W^{sw}_{ep}

$\vec{m}\cdot\vec{m}_s = 0$ $\partial_\mu(\vec{m}\cdot\vec{m}_s) = 0 = \partial_\mu \vec{m}\cdot\vec{m}_s + \vec{m}\cdot\partial_\mu\vec{m}_s$, т.е. $\vec{m}_s \cdot \partial_\mu \vec{m} = -\vec{m}\cdot\partial_\mu \vec{m}_s$ - дава същото. W^{sw}_{ep}.

Feedback AD Abv con. solicitations of Invited speakers в Conf. program.

(11/III) Visit to Aveiro, Santander: очаквания, че Португ. Santander-Long Ban. спрат. дълг. в Santander. Банката to reduce premium.

Aveiro: Cl. Simul. и Change field EPL paper.

Публикуване $F_{\mu\nu}$, $\vec{F}_{\mu\nu}$ чрез на Springer EPL - reference.

H. Kleinert: Gauge fields in cond. mat. physics, p. 1, 2006. "world scientific" $g = e^{i\,da\,S_a}$, $[S_a, S_b] = i\varepsilon_{abc} S_c$

$iS_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $iS_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $iS_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $G_a = iS_a$, $(G_a)_{bc} = \varepsilon_{abc}$.

$D_i \varphi = (\partial_i - iqA_i)\varphi$ - ch. 1. sec. 3.5, Eq. (3.31) - gauge-ва $F_{\mu\nu} = 0$ дава

A: дава см. 15/VIII 15г. $D_\mu = \partial_\mu + A_\mu$, $A_\mu = A^M_\mu$ дава. $D_\mu = \partial_\mu - iA^P_\mu$, $A^M_\mu = -iA^P_\mu$ pure gauge ф-

D и M дефиниция $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$ - дава дава A^M_μ.

$A^M_\mu = -iA^P_\mu \Rightarrow F^M_{\mu\nu} = -i(\partial_\mu A^P_\nu - \partial_\nu A^P_\mu) - [A^P_\mu, A^P_\nu]$, $F^M_{\mu\nu} = -iF^P_{\mu\nu}$ дава

$F^P_{\mu\nu} = \partial_\mu A^P_\nu - \partial_\nu A^P_\mu - i[A^P_\mu, A^P_\nu]$. $[A^P_\mu, A^P_\nu] = \left[\sum_a A^{Pa}_\mu T_a, \sum_b A^{Pb}_\nu T_b\right] =$

$= \sum_{ab} A^{Pa}_\mu A^{Pb}_\nu [T_a, T_b] = i\sum_{abc} A^{Pa}_\mu A^{Pb}_\nu \varepsilon_{abc} T_c \Rightarrow F^P_{\mu\nu} = \sum_c F^{Pc}_{\mu\nu} T_c = \partial_c \sum_c A^{Pc}_\mu T_c -$

$- \partial_\nu \sum_a A^{Pc}_\mu T_c - i\cdot i \sum_{abc} \varepsilon_{abc} A^{Pa}_\mu A^{Pb}_\nu T_c$, $F^{Pc}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^{Pc}_\nu - \partial_\nu A^{Pc}_\mu + \sum_{ab} \varepsilon_{abc} A^{Pa}_\mu A^{Pb}_\nu$

$F^{Pc}_{\mu\nu} \to \vec{F}^P_{\mu\nu}$. $\vec{F}^P_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}^P_\nu - \partial_\nu \vec{A}^P_\mu + \vec{A}^P_\mu \times \vec{A}^P_\nu$ - как у дава.

дава дава $D_\mu = \partial_\mu + A^M_\mu$, у нашия $D_\mu = \partial_\mu - A^G_\mu$, т.е. $A^M_\mu = -A^G_\mu$ и дава

$F^M_{\mu\nu} = -\partial_\mu A^G_\nu + \partial_\nu A^G_\mu + [A^G_\mu, A^G_\nu] = -F^G_{\mu\nu}$, $F^G_{\mu\nu} = \partial_\mu A^G_\nu - \partial_\nu A^G_\mu - [A^G_\mu, A^G_\nu]$ -

мой $[\cdot,\cdot]$ отличается знаком от $[\cdot,\cdot]$ в Eq. (15) дава дава A^M_μ. Верно.

$A^G_\mu = -A^M_\mu = iA^P_\mu$ (дава). Мое $F^G_{\mu\nu} = \sum_a F^{Gg}_{\mu\nu} G_a$, $[G_a, G_b] = [iJ_a, iJ_b] = (-1)[J_a, J_b] =$

$= -i\sum_c \varepsilon_{abc} J_c = -\sum_c \varepsilon_{abc} G_c$. $F^G_{\mu\nu} = \sum_c F^{Gc}_{\mu\nu} G_c = \sum_c [\partial_\mu A^c_\nu - \partial_\nu A^{Gc}_\mu] G_c -$

$- \left[\sum_a A^{Ga}_\mu G_a, \sum_b A^{Gb}_\nu G_b\right] = (\dots) - \sum_{ab} A^{Ga}_\mu A^{Gb}_\nu [G_a, G_b] = (\dots) + \sum_{abc} A^{Ga}_\mu A^{Gb}_\nu \varepsilon_{abc} G_c$

$F^{Gc}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^{Gc}_\nu - \partial_\nu A^{Gc}_\mu + \sum_{ab} \varepsilon_{abc} A^{Ga}_\mu A^{Gb}_\nu$, $\vec{F}^G_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}^G_\nu - \partial_\nu \vec{A}^G_\mu + \vec{A}^G_\mu \times \vec{A}^G_\nu$, Верно

т.е. в EPL - paper дава в $F_{\mu\nu}$ и $\vec{F}_{\mu\nu}$ Eq. (4,4') - Верно.

Мое $F^G_{\mu\nu} = \partial_\mu A^G_\nu - \partial_\nu A^G_\mu - [A^G_\mu, A^G_\nu]$ отличается от дава - $F^M_{\mu\nu} = \partial_\mu A^M_\nu - \partial_\nu A^M_\mu + [A^M_\mu, A^M_\nu]$
Eq. (15)
но с условие $A^G_\mu = -A^M_\mu$ (дава). Знаци в EPL Верно, в Eq. (4).

т. Калчовска из Харковска (преподавателка) предложила нов дизайн в дейта NATO project.
с. н. с. в Сантандер - физик с А. дома.

(12/III) Извеждане eq. $(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m})$ из EPL - дадена работа, см. 22/IX 15г.

$\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu = (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + A^e_\mu \vec{m}) \times (\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + A^e_\nu \vec{m}) = (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})\times(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + (\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m})\times\vec{m}A_\nu +$
$+ A_\mu \vec{m}\times(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) = [\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})]\vec{m} + A_\nu(-1)\vec{m}\times(\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m}) + A_\mu\vec{m}\times(\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) =$
$= (\dots) - A_\nu[\vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\mu\vec{m}) - \partial_\mu\vec{m}\cdot(\vec{m}\cdot\vec{m})] + A_\mu[\vec{m}(\vec{m}\cdot\partial_\nu\vec{m}) - \partial_\nu\vec{m}(\vec{m}\cdot\vec{m})]$, $A_\mu \to A^e_\mu$

$\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu = \vec{m}[\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})] + A^e_\nu \partial_\mu\vec{m} - A^e_\mu \partial_\nu\vec{m}$. Triple v. product и Wiki "Cross product"

$\vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu[\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + A^e_\nu\vec{m}] - \partial_\nu[\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} + A^e_\mu\vec{m}] + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu = \partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} +$
$+ \vec{m}\times\partial_\mu\partial_\nu\vec{m} + \partial_\mu A^e_\nu\cdot\vec{m} + A^e_\nu\partial_\mu\vec{m} - \partial_\nu\vec{m}\times\partial_\mu\vec{m} - \vec{m}\times\partial_\nu\partial_\mu\vec{m} - \vec{m}\partial_\nu A^e_\mu - A^e_\mu\partial_\nu\vec{m} + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu =$
$= 2\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + \vec{m}[\partial_\mu A^e_\nu - \partial_\nu A^e_\mu] + A^e_\nu\partial_\mu\vec{m} - A^e_\mu\partial_\nu\vec{m} + \vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu$

$(\vec{F}_{\mu\nu}\cdot\vec{m}) = 2\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + \partial_\mu A^e_\nu - \partial_\nu A^e_\mu + \vec{m}\cdot(\vec{A}_\mu\times\vec{A}_\nu) = 3\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m}) + \partial_\mu A^e_\nu - \partial_\nu A^e_\mu -$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

$\hat{L}^{int}_{kin} = m^2_s \cdot (\vec{m} \times \partial_\mu \vec{m}) = -m^2_s \cdot [-\vec{m} \times \partial_\mu \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}] = -m^2_s \cdot \hat{A}_\mu = \sin\theta [\dot{\varphi} e - \dot{\theta}]$

$\hat{J}^{int}_{kin} = \hat{C}(\vec{m}) \cdot D_\mu \vec{m}_s = J(1+\vec{m}\cdot\vec{e})^{-1} (\vec{e} \times \vec{m}) \cdot \vec{m} \times [\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}_s] = J(1+\vec{m}\cdot\vec{e})^{-1} \times$

$\times \left[(\vec{e}\cdot\vec{m}) \vec{m} \cdot (\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}_s) - \vec{e} \cdot (\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}_s)(\vec{m}\cdot\vec{m}) \right] + J(1+\vec{m}\vec{e})^{-1} \times$

$\times (-1) \vec{e} \cdot (\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}_s)$; $\vec{m}_s = e\theta + \sin\theta\varphi\hat{\varphi}$, $A^e_\mu = (1-\cos\theta)\partial_\mu\varphi$ — ? см. 6/X 152 надо $\vec{n}' = R\vec{n}$

$W_{kin} = (D_\mu \vec{m}_s)^2 = \{\vec{m} \times (\partial_\mu \vec{m}_s + \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}_s)\}^2 = \vec{m}^2 \{\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}_s\}^2 - \{\vec{m} \cdot [\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}_s]\}^2 =$ ($\vec{m}\cdot\vec{m}=0$)

$= [\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m}]^2 + (A^e_\mu)^2 \vec{m}_s^2 + 2A^e_\mu \vec{m}_s \cdot (\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m}) = (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 \vec{m}^2 - (\vec{m}\cdot\partial_\mu \vec{m}_s)^2 + (A^e_\mu)^2 \vec{m}_s^2 +$

$+ 2A^e_\mu (\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m}) \cdot \vec{m}_s = (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 - (\vec{m}\cdot\partial_\mu \vec{m}_s)^2 + 2A^e_\mu \vec{m}_s \cdot (\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m}) + (A^e_\mu)^2 \vec{m}_s^2$

$W^{2\pi}_{kin} = (D_\mu \vec{m}_s)^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s)^2 + 2A^e_\mu \vec{m}_s (\partial_\mu \vec{m}_s \times \vec{m}) + (A^e_\mu)^2 \vec{m}_s^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s + A^e_\mu \vec{m} \times \vec{m}_s)^2$

$D_\mu \vec{x} = (\partial_\mu \vec{x} - \hat{A}_\mu \vec{x}) = (\partial_\mu \vec{x} + \vec{A}^e_\mu \times \vec{x})$, $D_\mu \vec{m}_s = (\partial_\mu \vec{m}_s + \vec{A}^e_\mu \times \vec{m}_s)$, но в

$(D_\mu \vec{m}_s)^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s + A^e_\mu \vec{m} \times \vec{m}_s)^2$ — совпасть по общо A^e_μ - longitudinal part of the

potential $\hat{A}_\mu = A_\mu \vec{m} \times \vec{m} + A^e_\mu \vec{m}$ (!) — нами было в initial EPL-manuscript.

В $(\vec{e}\,\hat{\theta}\,\hat{\varphi})$ система $\vec{m}_s = (0, 0, \sin\theta\varphi) = (0, 0, \sin\theta_\varphi)$. После $R(\phi\beta\gamma)$ в $x'y'z'$ системе

Сов. 27/VIII m^b_s и m^φ_s перпендикулярны при $\gamma \neq 0$, $\begin{cases} m'_{sx} = \cos\gamma - \sin\varphi\sin\theta \\ m'_{sy} = \cos\sin\gamma + \cos\gamma\sin\theta \end{cases}$, $m_{sz}=0$

надо после φ не $\cos\varphi - i\sin\theta\varphi$, а общая форма

$\psi = m'_{sx} + i m'_{sy}$. $\vec{m} \times \vec{m}_s = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & 1 \\ m'_{sx} & m'_{sy} & 0 \end{vmatrix} = \hat{y}' m'_{sx} - \hat{x}' m'_{sy} = (-m'_{sy}, m'_{sx}) =$

$(D_\mu \vec{m}_s)^2 = (\partial_\mu \vec{m}_s + A^e_\mu \vec{m} \times \vec{m}_s)^2 = \begin{vmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & \hat{z}' \\ 0 & 0 & 1 \\ m'_{sx} & m'_{sy} & 0 \end{vmatrix} = -m'_{sy} + i m'_{sx} = i\psi$ (22/IX 152).

$= [(\partial_\mu + i A^e_\mu)\psi]^2$, если $\vec{m}_s \to \psi$, $\vec{m} \times \vec{m}_s \to i\psi$. $\vec{m}'_s = (m'_{sx}, m'_{sy}, 0)$ — в $x'y'z'$.

$\mu = x, y,$ а было W_{ox}. A^e_μ разбирали по $a = x, y, z$ и общем $\vec{A}^e$ — обычный $U(1)$ vector potential.

$\hat{L}^{int}_{kin}$ и $\hat{L}^{int}_{kin}$ надо переписать, учитывая что $\vec{n}' = R\vec{n}$ и $\hat{L}_{kin}(\vec{m}') = \hat{L}_{kin}(\vec{m})$

где $\vec{n}$ - direction of the Dirac string, см. 6/X 152.

(21/VIII) Започнах Replies to Referee-EPL и ревизия EPL-Gauge-S. paper. Изпратих Ренату Кобер доверие с Мустафа Тапарев в Бозе. участие в NATO-SPS project. „Наноминг" movie с А. Ю. Лома. Разбра в сауна.

(14/X) Бързо и Антон в Santander" (в 11^ов ама никого не свърших. с изправяне дела): Антон contacted Santander Seguros и зарег. их сайта. Успях да сменя и cancellation-тел. seguro Hogar - Santander Sachs (action), и междинно sign new Ins. contract с Santander и да внесем ежемесечната contract и „hipoteca 2014". E-mails to Julian и Zuhlza Iberbasque - UPV/EHU meeting. 142 IRP today, изправих 40% 3/пи. Iker postdoc в UPV/EHU в 2016 г. не ще остане. Вероятно с Izaskun: наследен exchange ко или още. Lump sum 2000 € в начале минимум нов. Бързо, Антон на сайт, уведомени by travel-applicant в spec. form, надо tickets и Board. passes, дни подбиране за Бързо. Изпратих Gauge-S. EPL English с А. Фомин и Л. А., Ю.

(15/VIII) Бързо и Антон „Santander": междинно изпратен Hogar Satisf. contract с 16.05.2016 Момчил offerto не Seguros Flexible XL - 640 €/year.

Вероятно с Julian: MINECO call отворен (Оксана и Луциано), NATO-grant (?), от уведомен и обявен за 6. членове на Jury, надо. Invitation letter for visa, Европейски Reference, list of changes и submitted revised MS to EPL. E-mails to Aitor, Zuhlza, Оксана и Ю. Подобно (Skip to Sat/Sky Mag)

Revised Abstracts to JEMS до March 18 — обявено начало MINECO и NATO-grants.

Бързо Aitor - Iberbasque по ama April 6, среда, 11^ов.

(16/VIII) Обадих Бързо и Антон „Santander" уведомих подписани Seguro Hogar by e-mail и на Fr. Aug. (18/VIII)

E-mails до Б. Иванов (La Salle), Julian (Iberb. fellow, N), Zuhlza (ABS, Skyrmag и JEMS), Juan Manuel Arrieta", Y. Borodaev (Skyrmag Kyiv). Данни Source files to EPL Gauge-S. paper. submitted 2 Abstracts to JEMS 2016: V. eff. damping и Skyrmion SW.

Against NATO SPS grant: Беше уведомен уведом. NATO Director (A) и бе justifications Second yr., Equipment само не Бързо, Trainings и нещо и Хаберкорн не 1 yr. team, 400/Sept PhD/postdoc Stipends нещо Съществ., Travels за insp. ex ante и ex post. Вероятно: NATO SPS grant 3 yr. total Feasible. Antalya не 3 года, но Bratislava

(17/VIII) Телефон с Т. Калиновска (UPJ, Хайнов). Кандидатура от Преобразуване 2 grant в NATO.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Seminar: thesis defs - PRB MS, journal March 18, new external Aurelio's Skyrmion MPD
Consulting: Felipe García-Sánchez, nothing new, offer to apply for Ikerb. Fellow no new rules.

(18/III) New refs: Web-of-Sci. E-mails to Felipe (progr. hogar, no Ikerbasque Fellow cairae) u
Nuñez Ikerb.: 2 (nogabepgun ov visit b S.-Seb. no July 4-15, 2016 for joint work - Skyrm)
Vereb Skyrmion reports Aurelio u Michal. Uzyn. Seguro Hogar offer.
Cocraba. Sol-Skymag program. C N. b «Lidel» u «Carrefour» Olaberria.

(19/III) Cocraba Sol-Skymag program u notices Adv.Com. E-mails Ivanov u Gorobets.

Thesis: 1) RTMSA - Proced. IMMM; 2) Sk-dyn. Michal; 3) Sk-statics Aurelio;
4) Ivanov trip to S.Seb; 5) Seguro Hogar - new; 6) pers. IMMM; 7) Ai Ping new MS;
8) Chaos" - upobequus; 9) s-Sk W_m; 10) MINECO proposal, 10) Appl. Felipe; 11) U.K.
11) Consol Chemistry Letters

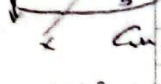
(20/III) Разбор Sk-dynamics/static simulations by Michal. E-mail ему с вопросами/
Comments. Sci.Rep. Editor duties. Бишк. Manics.

(21/III) Analysing Sk-static μMag simulations Aurelio (Arto). Збоина Thesis: решили
написать совм. paper Aurelio-Arantxa-Kakazei-Guslienko по Neel-Skyrmion statics
Done Verba-Thesis def. paper PRB по коррект. (correspond.) editing Exp. (main) part u Acknowledgements. Thes
Mail PRB-MS to Aleksandr на confirmation. Editing Verba-PRB paper. E-mails Kakuyka
Occ., Anuncio (ода сам Sabe charles Sessions Skymag). Occ. MINECO grant; nogan заявку
(22/III) Послан to Verba, Kakazei edited PRB version со своими comments. J. Camarero
E-mail to Maite Goiriena, BC Mat Center, по Vortex state defs MPD, M(H), L=20-50 nm, R=30 nm.

W_m - Sk

Magnetostatic energy of Cylindered Neel-Skyrmion in thin cylindrical dot (s=0)

Static or cylindrically symmetric s-Skyrmion $\vec{m} = (m_s, 0, m_z)$, $m_\varphi = 0$ и
$m_s(s)$, $m_z(s)$. z-зависимости нет - ultrathin dot, φ-зависим. нет, cyl. sym



M. charges: Volume (V), top/bottom face (f), side surface $s=R$ (s)

Сл. 6/XII, 17/XII, 27/III, 28/IV 2015 г; 4/III 2016 - comments о W_m - расчете. Gus'Maglett - W_m^f

$$W_m^s = \frac{1}{2}\int ds \int ds' \frac{\sigma(\vec{s})\sigma(\vec{s}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad \sigma(\vec{s}) = M_s m_s(s); \quad W_m^s = M_s^2 R^2 L \int \frac{dk}{k} f(kL) \sum_\mu J_\mu^2(k) |I_\mu|^2$$

$$I_\mu = \int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} m_s(s) = \Big|_{s=1 \text{ на side surface}}^{\vec{s}=0}\Big| = 2\pi m_s(s)\delta_{\mu 0}, \quad W_m^s = (2\pi)^2 M_s^2 R^2 L m_s^2(1) \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0^2(k)$$

$$W_m^f = (M_s^2 V)\frac{4\pi}{\beta}\int dk \left[1 - e^{-\beta k}\right] I^2(k), \quad I(k) = \int_0^1 ds\, s\, J_0(ks) m_z(s). \quad W_m^f \text{ ограничава } \underline{\text{само}} \text{ } s=1 \text{ и } \varphi\text{-Skyrmions}$$

$$W_m^s = (M_s^2 V)\cdot 4\pi m_s^2(1) \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0^2(k), \text{ зависи от } m_s(1) = m_s|_{s=R}$$

$$W_m^v = \frac{1}{2} M_s^2 \int dV \int dV' \frac{\operatorname{div}\vec{m}\cdot\operatorname{div}\vec{m}(1)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = M_s^2 R^2 L \int \frac{dk}{k} f(\beta k) \sum_\mu |\hat{I}_\mu(k)|^2, \quad \hat{I}_\mu(k) = \int d^2\vec{s}\, J_\mu(ks) e^{i\mu\varphi} \operatorname{div}\vec{m}$$

$$\operatorname{div}\vec{m} = \frac{1}{s}\frac{\partial(m_s s)}{\partial s} + \frac{1}{s}\frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial m_s}{\partial s} + \frac{m_s}{s} = f(s) \text{ for cantered Skyrmion.}$$

$$\hat{I}_\mu(k) = \int ds\, s \operatorname{div}\vec{m}(s) J_\mu(ks) \int d\varphi e^{i\mu\varphi} = 2\pi\delta_{\mu 0} \int ds\, s J_\mu(ks) \operatorname{div}\vec{m}(s)$$

$$W_m^v = M_s^2 R^2 L (2\pi)^2 \int \frac{dk}{k} f(\beta k) I_0^2(k), \quad I_0(k) = \int ds\, s J_0(ks)\left[\frac{\partial m_s}{\partial s} + \frac{1}{s} m_s\right]$$

$$W_m^v = (M_s^2 V) 4\pi \int \frac{dk}{k} f(\beta k) I_0^2(k). \quad // \text{ Ecть ли coupling terms } W_m^{vs}, W_m^{fs}, W_m^{vf} ??$$

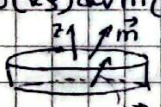
$$W_m^{vs} = M_s^2 \int dV \int ds' \frac{\operatorname{div}\vec{m}(s)\cdot m_s(s')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = M_s^2 \int dz \int ds\, s \int d\varphi \int dz' \int d\varphi' R \int dk\, e^{-k|z-z'|} \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(ks) J_\mu(ks')$$

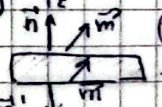
$$\times \operatorname{div}\vec{m}(s)\cdot m_s(s') = M_s^2 R^2 \int ds\, s \int d\varphi \int d\varphi' \int dk \frac{2L}{k} f(kL) \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(ks) J_\mu(ks') \operatorname{div}\vec{m}(s) m_s(s')$$

$$= M_s^2 (2\pi)^2 \cdot 2LR^2 \int ds\, s \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0(ks) J_0(ks') \Big|_{s'=1} \operatorname{div}\vec{m}(s) m_s(1) = (M_s^2 V) 8\pi m_s(1) \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0(k) I_0(k)$$

$$W_m^{vs} = (M_s^2 V) 8\pi m_s(1) \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0(k) I_0(k), \quad I_0(k) = \int ds\, s J_0(ks) \operatorname{div}\vec{m}(s)$$

$$W_m^{fs} = M_s^2 \cdot \int ds_z \int ds' \frac{m_z(s) m_s(s')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \Big|\text{тогава } m_z \to (\vec{m}\cdot\vec{z}) \xrightarrow{\text{тогава}} (\vec{m}\cdot\vec{n}_z)\Big|$$





$(\vec{m}\cdot\vec{n})_{z=L} = -(\vec{m}\cdot\vec{n})_{z=0}$ (z=L/2 и sym. case; z=0 и sym. case)

Div $\vec{m} = (\vec{m}\cdot\vec{n}_z)$ - нечет. функция z относно z = half thickness

$$W_m^{fs} = M_s^2 \int ds\, s\, ds\, d\varphi \int d\varphi' \int dz' \frac{(\vec{m}\cdot\vec{n}_z) m_s(1)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = M_s^2 m_s(1) \int d\varphi' dz' \int ds\, s\, ds\, d\varphi \left[\frac{m_z}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z=\frac{L}{2}} - \frac{m_z}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\Big|_{z=-\frac{L}{2}}\right]$$

Расчет $J_z = \int dz' \left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|_{z=L/2}} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|_{z=-L/2}}\right] \sim \int dz' \left[e^{-k|L/2-z'|} - e^{-k|-L/2-z'|}\right] =$

$= \int dz' f(z')$, $f(z') = \exp(-k|L/2-z'|) - \exp(-k|L/2+z'|)$, $f(-z') = \exp(-k|L/2+z'|) - \exp(-k|L/2-z'|) = -f(z')$

$J_z = \int dz' f(z') = 0$ като инт. от нечет. функция по сим. интервал $\Rightarrow$ нулево $W_m^{fs} = 0$

$W_m^{vs} = M_s^2 \int dV \int ds' \frac{\operatorname{div}\vec{m}(s)(\vec{m}\cdot\vec{n}_z)(s')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \sim \int dz \left[\frac{m_z}{|z-z'|_{z'=L/2}} - \frac{m_z}{|z-z'|_{z'=-\frac{L}{2}}} \right] \sim \int dz \left[e^{-k|z-\frac{L}{2}|} - e^{-k|z+\frac{L}{2}|} \right] =$

$= \int dz f(z) = 0$, $f(z)$ нечет.

$W_m^{vs} = 0$ для centered Sk - skyrmion.

$W_m = W_m^s + W_m^{ss} + W_m^v + W_m^{vs} = 4\pi m_s^2(1) \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0^2(k) + 4\pi \int \frac{dk}{k} f(\beta k) I_0^2(k) +$

$+ 8\pi m_s(1) \int \frac{dk}{k} f(\beta k) J_0(k) I_0(k) + \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) I^2(k)$ в единицах $(M_s^2 V)$.

$W_m = \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) I^2(k) + 4\pi \int \frac{dk}{k} f(\beta k) \left[J_0(k) m_s(1) \pm I_0(k) \right]^2$, $m_s(s)$ удовл. ДМИ

Bound. cond. $s = R$.

$I_0(k) = \int ds\, s\, J_0(ks) \left[\frac{\partial m_s}{\partial s} + \frac{1}{s} m_s \right] = \int ds\, J_0(ks) m_s(s) + \int ds\, s J_0(ks) \frac{\partial m_s}{\partial s} = \left| \begin{array}{l} ds \frac{\partial m_s}{\partial s} = dv \\ s J_0(ks) = u \end{array} \right| =$

$= \int ds\, J_0(ks) m_s + m_s s J_0(ks) \Big|_0^1 - \int ds \frac{d}{ds}(s J_0(ks)) \cdot m_s = \int ds\, J_0(ks) m_s + J_0(k) m_s(1) -$

$- \int ds\, m_s \left[J_0(ks) - ks J_1(ks) \right] = J_0(k) m_s(1) + k \int ds\, s J_1(ks) m_s(s)$. проверено.

Note: volume mag. charge density $g_m = -\operatorname{div}\vec{m}$. $\operatorname{div}\vec{H}_m = 4\pi g_m = -4\pi \operatorname{div}\vec{M}$

Это меняет знак W_m^{vs}, + → −

$\operatorname{div}\vec{B} = \operatorname{div}(\vec{H}_m + 4\pi\vec{M}) = 0$

$\Rightarrow J_0(k) m_s(1) - I_0(k) = J_0(k) m_s(1) - \left[J_0(k) m_s(1) + k \int ds\, s J_1(ks) m_s(s) \right] = -k \int ds\, s J_1(ks) m_s$

$W_m = \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) I^2(k) + 4\pi \int dk\, k f(\beta k) \left[\int ds\, s J_1(ks) m_s(s) \right]^2$

$W_m = \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) I_z^2(k) + 4\pi \int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k)$, $\begin{cases} I_z(k) = \int_0^1 ds\, s\, J_0(ks) m_z(s) \\ I_s(k) = \int_0^1 ds\, s\, J_1(ks) m_s(s) \end{cases}$

magnetostatic energy density of Neel-skyrmion, centered ($z_0 = 0$)

$W_m = -\frac{1}{2} \int dV \vec{H}_m(\vec{r}) \cdot \vec{M}(\vec{r})$, $H_m^\alpha(\vec{r}) = \int dV' G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') M_\beta(\vec{r}')$, $\vec{M}(\vec{r}) = \vec{M}(s)$ и $M_\varphi = 0$.

$W_m = -\frac{1}{2} \int dV \int dV' G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') M_\alpha(\vec{r}) M_\beta(\vec{r}') = -\frac{1}{2} \int ds\, s \int ds'\, s'\, g_{\alpha\beta}(s,s') M_\alpha(s) M_\beta(s')$

$g_{\alpha\beta}(s,s') = \int dz\, dz' \int d\varphi\, d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}')$, $G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, $x_\alpha = (s, \varphi, z)$.

$W_m^{v,s,sv} = 4\pi \int dk\, k f(\beta k) \int ds\, s J_1(ks) m_s(s) \cdot \int ds'\, s' J_1(ks') m_s(s')$, т.е. говорим

$g_{ss}(ss') \sim \int dk\, k f(\beta k) J_1(ks) J_1(ks')$. // Так и есть $g_{ss}(ss') = -4\pi \int dk\, k f(\beta k) J_1(ks) J_1(s')$

– есть φ, усреднение по z, φ, благодаря δ Gus'PRB'05 для описания radial SW

$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} g_{ss} & g_{s\varphi} & g_{sz} \\ g_{\varphi s} & g_{\varphi\varphi} & g_{\varphi z} \\ g_{zs} & g_{z\varphi} & g_{zz} \end{pmatrix}$, $g_{\alpha z}, g_{z\alpha} = 0$ из-за $\int dz \int dz' (\dots)$. $g_{s\varphi}, g_{\varphi\varphi}, g_{\varphi s}$ не

дают вклада в W_m, т.к. $M_\varphi = 0$, остаются g_{ss} и g_{zz}.

– метод DT хорош тем, что не надо думать отдельно surface magn. energy и coupling of volume и surface charges типа W_m^{vs}. Total $W_m = W_m(\beta)$.

$W_m = -\frac{1}{2} \int ds\, s \int ds'\, s' \left[g_{zz}(s,s') m_z(s) m_z(s') + g_{ss}(ss') m_s(s) m_s' \right]$

$g_{zz}(ss') \underset{\beta \to 0}{\to} -\frac{4\pi}{s} \delta(s-s')$, $g_{zz}(ss') = -\frac{4\pi}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) J_0(ks) J_0(ks')$

Для Neel-skyrmion $W_m[\vec{m}(s)] = \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) I_z^2(k) + 4\pi \int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k)$ –

– в общем виде через $m_s(s)$ и $m_z(s)$. Все определ. $m_z(s)$, т.к. $m_s = \sqrt{1-m_z^2}$, $m_\varphi = 0$.

Для Bloch- or φ-skyrmion $W_m^\beta[\vec{m}] = \frac{4\pi}{\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) I_z^2(k) < W_m^N[\vec{m}]$ при том же Sk-профиле $m_z(s)$.

Здесь W_m in $M_s^2 V$ units. $W_m[m_z(s)]$ и для s- и для φ-skyrmions.

(23/III) E-mails to Verba, Felipe. Meeting с Julian: magn. Invit. letters Ustinov, Krimtsina, Ikerb Fellowship для Felipe. Конф. Sok-SkyMag-2016, MEC-grant, в пред. lunch in downtown с N. в «Le Comptoir Carrefour Diderot» по. уборка к Julian - Pirineos

(24/III) Editing SkyMag-program. Чтение. chair sessions to Marrows, Klein, Tokura, Rohart, Chantrell. E-mails to Slavin (recom. lett. Felipe) и Zvezdin. Все согласились быть sessions chairmen. Переписка с Felipe - Ikerb. Fellowship. s-Sk stability Neel-skyrmion из-за $m_s = 0$ и мест. gen. magn. energy $W_m(m_s)$ density.

$\to W_m[m_s] = 4\pi \int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k)$, $I_s(k) = \int_0^1 ds\, s J_1(ks) m_s(s)$.

Для $W_m \geq 0$ компенсируется negative ДМИ $W_D^{sk} = D[m_z(\nabla\cdot\vec{m}) - (\vec{m}\cdot\nabla)m_z]$

$\nabla\cdot\vec{m} = \operatorname{div}\vec{m} = \frac{\partial m_s}{\partial s} + \frac{1}{s} m_s$, $(\vec{m}\cdot\nabla) = m_s \nabla_s + m_\varphi \nabla_\varphi + m_z \nabla_z = m_s \frac{\partial}{\partial s} + m_\varphi \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial \varphi} + m_z \frac{\partial}{\partial z}$.

W_D^{sk} Neel sk $= D\left[m_z \left(\frac{\partial m_s}{\partial s} + \frac{1}{s} m_s \right) - m_s \frac{\partial m_z}{\partial s} \right] = \frac{D}{m_z} \left[\frac{\partial m_s}{\partial s} + m_z^2 \frac{1}{s} m_s \right]$, $m_z^2 + m_s^2 = 1$, $m_z \frac{\partial m_z}{\partial s} + m_\varphi \frac{\partial m_\varphi}{\partial s} = 0$

Escaneado con CamScanner

Идея расчета $\Delta W[m_s] = W_{DMI}[m_s] + W_m[m_s]$, $\Delta W[m_0] = 0$ дает критерий

1) Фурье-образ ядра Блоха-Блоха-Неля. $W_{DMI}[m_s] = \frac{2D}{RM_s^2}\int_0^\infty \frac{dq}{q}\left[\frac{1}{m_z}\frac{2m_q}{\partial q} + \frac{1}{q}m_z m_q\right]$

$W_{DMI} = \frac{1}{M_s^2 V}\int W_D^R$. $\frac{2D}{RM_s^2}\int_0^\infty \frac{dq}{q}\left[\frac{1}{m_z}\frac{2m_q}{\partial q} + \frac{1}{q}m_z m_q\right] = 4\pi\int dk\, k\, \xi(pk)\, I_s^2(k)$.

$|D_c| = M_s^2 R F(p)$, где вид $F(p)$ определяется ст-профилем $m_z(q)$ или $m_s(q)$

Для сильно ромб. ст. обменная константа Дзялошинского JETP 1964/1965 $\xi_{DM} = c$

или $D_c = \frac{4}{\pi^2}\sqrt{AK_{eff}}$. $F(0)=0$ и $F(p)$ растет $\sim p^2$. $D_c = M_s^2 R F(p)$ $D \to D_c$

Если $F(p)\sim p$ или $p\to 0$, то $D_c \sim M_s^2 L$, L – толщина. Neel Sky. Ref.

Функционал Дзялошинского-Нееля - Скирмион Блоха более чувствителен, чем Блоха и Нееля. Сильная зависимость W_{DM} от $m_z(q)$, и зависимость $m_z(q) \to m_s(q)$ не менее сильная, чем зависимость $W_m[m_s]$, которые конкурируют W_D^R. Вид $F(p)$ зависит от Sky. model in cyl. coord. – Large Utility – Bobo

Pen. Castro - Skyrmion R_c – JMMM.

(25/III) Изучался в Sub. Ref. ссылается на Castro - JMMM. Результат совпадает Michal на S-Skyrmions Statics & dynamics. Результат X-Skyrmion file Dr Zakhra

Сущность H_{an}, H_D дает data M. Gaizilena - Goiko exea T.M. Barandiaran, Nanotechnology 27, 145302 (2016) FeNi data с $R = 30$ nm и $L = 20, 35, 50$ nm.

M(H) Vortex $L=50$ nm cent. vortex state. $H_{an} = M_s\left[4\pi F_1(p) - \left(\frac{L_e/R}{R}\right)^2\right]$ из Gauss'ABB

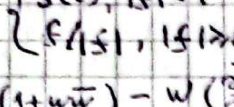
Gaizilena Для $M_S = 800$ G, $A = 1.3\cdot10^{-6}$ erg/cm, $L_e = 20.2$ nm получаем $H_{an}^{Calc} = 2.888$ kOe, тогда как $H_{an}^{exp} \approx 400$ Oe. Видимо $M_S^{exp} < 800$ G и тогда обе величины удовлетворяют vortex core R_c, т.е. $R_c \approx R$ для самых малых dots.

$W_{eff} = W(0) + \frac{\chi}{2}S^2 - h\langle m\rangle$. $f(z) = \frac{z}{c}(z-s)$ – rigid V. model

$0 < c < 1$

$W_{eff}(s)$, $W_m(s)$, $W_H(s)$ считаем, учитывая $m_z(s) \neq 0$, V. core.

$m_+ = m_x + im_y = \frac{2w}{1+w\bar{w}}$, $m_z = \frac{1-w\bar{w}}{1+w\bar{w}}$, $w(z) = \begin{cases} f(z), |f|<1 \\ f/|f|, |f|>1 \end{cases}$



$\langle m_x\rangle(s) = \frac{1}{\pi S^2}\int d^2\vec{s}\, 2\mathrm{Re}\left(\frac{w}{1+w\bar{w}}\right) \sim s$.

$\frac{\partial\langle m_x\rangle}{\partial s} = \frac{2}{\pi S^2}\int d^2\vec{s}\,\frac{\partial}{\partial s}\frac{w}{1+w\bar{w}} = \frac{2}{\pi S^2}\int d^2\vec{s}\,\frac{\frac{\partial w}{\partial s}(1+w\bar{w}) - w\left(\frac{\partial w}{\partial s}\bar{w} + w\frac{\partial\bar{w}}{\partial s}\right)}{(1+w\bar{w})^2} =$

$= \frac{2}{\pi}\int d^2\vec{s}\,\frac{\left[\partial w/\partial s - w^2\partial\bar{w}/\partial s\right]}{(1+w\bar{w})^2}\Big|_{s=0}$. $\frac{\partial}{\partial s} = \left(\frac{\partial}{\partial s_x} - i\frac{\partial}{\partial s_y}\right)\frac{1}{2}$, $s = s_x + is_y$, Ну если $s = s_x$

(26/III) In core: $\partial w/\partial s = \partial f/\partial s = -i/c$, $\frac{\partial\bar{w}}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\frac{(-i)}{c}(\bar{z}-\bar{s}) = 0$. Zeeman, $c<1$

Out core: $\partial w/\partial s = \frac{\partial}{\partial s}\frac{f}{|f|} = \left|f = \sqrt{f\bar{f}}\right| = \frac{\partial}{\partial s}\sqrt{\frac{f}{\bar{f}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{f}{\bar{f}}}}\frac{1}{2\sqrt{\bar{f}}}\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{1}{2|f|^2}\frac{(-i)}{c}$

$\frac{\partial\langle m_x\rangle}{\partial s} = \frac{2}{\pi}\int_{core} d^2\vec{s}\,\frac{(-i)}{c}\frac{1}{(1+f\bar{f})^2} + \frac{2}{\pi}\int_{out\,core}(\dots)$, $\frac{\partial w}{\partial s}\Big|_{out} = \frac{\partial}{\partial s}\sqrt{\frac{f}{\bar{f}}} = \sqrt{\frac{f}{\bar{f}}}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{\bar{f}^{3/2}}\frac{\partial\bar{f}}{\partial s} =$

Out: $\frac{\partial w}{\partial s} - w^2\frac{\partial\bar{w}}{\partial s} = -\frac{i}{2c}\frac{1}{|f|} - \frac{i}{2c}\frac{1}{|f|} = \left(+\frac{i}{c}\right)\frac{1}{|f|}$. $= -\frac{1}{2}\left(-\frac{i}{c}\right)\frac{f^2}{|f|^3}$; $w^2\frac{\partial\bar{w}}{\partial s} = \frac{f^2}{|f|^2}\frac{i}{2c}\frac{f^2}{|f|^3}$

$\frac{\partial\langle m_x\rangle}{\partial s}\Big|_{s=0} = \frac{2}{\pi}\frac{(-i)}{c}\int_{core} d^2\vec{s}\,\frac{1}{(1+f\bar{f})^2} + \frac{2}{\pi}\frac{(-i)}{c}\int_{out} d^2\vec{s}\,\frac{1}{|f|}\frac{1}{(1+1)^2} = \frac{(-i)}{c}\frac{2}{\pi}\left[\int_0^c ds_s\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{1}{\left(1+\frac{s^2}{c^2}\right)^2} + \frac{1}{4}\int_c^{\dots} ds_s\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{1}{s}\right]$

$= \frac{(-i)}{c}4\left[\int_0^c ds_s\,\frac{1}{(1+s^2/c^2)^2} + \frac{c}{4}(1-c)\right] = (-i)\frac{4}{c}\left[\frac{1}{4}c^2 + \frac{c}{4} - \frac{c^2}{4}\right] = (-i)$, $\left\langle\frac{\partial m_x}{\partial s}\Big|_{s=0}\right\rangle = (-i)$ – не зависит от $c<1$

$\langle m_x(s)\rangle = \langle m_x(0)\rangle + \left\langle\frac{\partial m_x}{\partial s}\right\rangle_{s=0}\cdot s = (-i)s$ в лин. по $|s|<c$ приближении

Если $h_x \neq 0$, то $\langle m_y\rangle \neq 0$ $\langle m_+\rangle = \langle m_x + im_y\rangle = \langle m_x\rangle = (-i)(s_x + is_y) = s_y$

$\langle m_y\rangle = s_y$ и $W_H(s) = -h_x\langle m_x\rangle = -h_x s_y = -hs$ такое же как в Gauss'PRB'ом

исследуем на устойчивость V. core $c \neq 0$. $\langle m_+(s)\rangle = e^{-i\Omega t/2}\cdot s$ чтобы сохранялось $\Phi = +1$.

Exch. $W_{ex} = BAL\int\frac{d^2\vec{s}}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial s}\frac{\partial\bar{w}}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial\bar{s}}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{s}}\right]$. In core $[\dots] = |w=s| = \left|\frac{\partial s}{\partial s}\right|^2$. Out core

$c<1$

$[\dots] = \frac{\partial}{\partial s}\frac{f}{|f|}\frac{\partial}{\partial\bar{s}}\frac{\bar{f}}{|f|} + \frac{\partial}{\partial\bar{s}}\frac{f}{|f|}\frac{\partial}{\partial s}\frac{\bar{f}}{|f|} = \frac{\partial}{\partial s}\sqrt{\frac{f}{\bar{f}}}\cdot\frac{\partial}{\partial\bar{s}}\sqrt{\frac{\bar{f}}{f}} + \frac{\partial}{\partial\bar{s}}\sqrt{\frac{f}{\bar{f}}}\cdot\frac{\partial}{\partial s}\sqrt{\frac{\bar{f}}{f}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{f}}}\frac{1}{2\sqrt{f}}\frac{\partial f}{\partial s}\cdot\frac{1}{\sqrt{f}}\frac{1}{2\sqrt{\bar{f}}}\frac{\partial\bar{f}}{\partial\bar{s}}$

$+\sqrt{\bar{f}}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{\bar{f}^{3/2}}\frac{\partial\bar{f}}{\partial s}\sqrt{f}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{f^{3/2}}\frac{\partial f}{\partial\bar{s}} = \frac{1}{4}\frac{1}{|f|^2}\left|\frac{\partial s}{\partial s}\right|^2 + \frac{1}{4}\frac{|f|}{|f|^3}\left|\partial\bar{s}/\partial s\right|^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{|f|^2}\left|\partial s/\partial s\right|^2$

$W_{ex} = 8AL\int_{core}\frac{d^2\vec{s}}{(1+f\bar{f})^2}\left|\frac{\partial s}{\partial s}\right|^2 + 8AL\int_{2\cdot A_{out}}\frac{d^2\vec{s}}{|f|^2}\left|\frac{\partial s}{\partial s}\right|^2$, $f\bar{f} = \frac{1}{c^2}|z-s|^2$ in core

Escaneado con CamScanner

Green's formula $\iint \frac{\partial f}{\partial \bar z}\,dx\,dy = \frac{1}{2i}\oint f\,dz$ $\quad J = \int_{out} d^2\vec s\,\frac{1}{|f|^2}\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|^2 = \int d^2\vec s\,\frac{1}{|f|^2}\frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial \bar f}{\partial \bar z} =$

$= \int d^2\vec s\,\frac{\partial}{\partial \bar z}\left[\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial z}\ln(f\bar f)\right] = \frac{1}{2i}\oint_{\partial G} dz\,\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial z}\ln(f\bar f) = \left|f\bar f = 1 \text{ на гран. v.core}\right| =$

$= \frac{1}{2i}\oint dz\,\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial z}\ln|f|^2 = \frac{1}{2i}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{1}{\frac{1}{c}(z-s)}\frac{i}{c}\ln|f|^2 \quad \left|z-s = re^{i\varphi} = e^{i\varphi}\right| = \frac{1}{2\pi}\oint_{|z|=1}\frac{\ln|f|^2}{(z-s)}$

$\frac{1}{e^{i\varphi}-s} = \frac{e^{-i\varphi}-\bar s}{|e^{i\varphi}-s|^2} = \frac{\cos\varphi - s_x - i(-\sin\varphi + s_y)}{(1+|s|^2-2|s|\cos\varphi)}$, $\ln|f|^2 = \ln\frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \ln\frac{1}{c^2}[1+|s|^2-2|s|\cos\varphi]$

$|z-s| = |1-\frac{s}{z}(-s)| = |z(1-\frac{s}{z})| = |z|\,|1-\frac{s}{z}| = \left||z|=1\right| = |1-se^{-i\varphi}|$ $\quad s_y=0,\ s=s_x$.

$\frac{dz}{(z-s)} = dz\frac{(\bar z-\bar s)}{|z-s|^2} = \left|z=e^{i\varphi},\ dz = idz e^{i\varphi} = iz\,d\varphi\right| = id\varphi\,\frac{z(\bar z-\bar s)}{|z-s|^2} = id\varphi\,\frac{(1-z\bar s)}{|z-s|^2}$

$J = \frac{1}{2\pi}\int id\varphi\,\frac{(1-z\bar s)}{|z-s|^2}\ln|f|^2 = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{(1-z\bar s)}{|z-s|^2}\ln|f|^2 = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi\,\frac{(1-s\cos\varphi)}{(1+s^2-2s\cos\varphi)}\ln|f|^2 =$

$= \pi\ln(1-s^2) - 2\pi\ln c$. $W_{ex}^{out} = AL\cdot J = AL\pi\left[-2\ln c + \ln(1-s^2)\right]$

$\Rightarrow W_{ex}(s) = \frac{W_{ex}}{M_s^2 V} = \frac{Le^2}{R^2}\left[\frac{3}{2} - \ln c + \frac{1}{2}\ln(1-s^2)\right]$, т.е. $W_{ex}(s)$ совпадает с Gus'PRB'02, хотя в PRB'02 v.core не вмещается

↑ core being $W_{ex}(s)$ с учетом v.core выведена в Metlov'Arxiv 25 May 2013.

$W_H(s) = -hs$, $W_{ex}(s) = W_{ex}(0) + \frac{1}{2}\frac{Le^2}{R^2}\ln(1-s^2)$, осталось найти $W_m(s)$.
$|s|<1$

Volume charges $\operatorname{div}\vec m = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}$, $m_x + im_y = \frac{2w}{1+w\bar w}$

Out of core: $m_x + im_y = w$, $\operatorname{div}\vec m = 2\,\mathrm{Re}\frac{\partial w}{\partial \bar z} = 0$ $\quad 2\,\mathrm{Re}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)(m_x + im_y)$

$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right)$, $\frac{\partial}{\partial \bar z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)$, $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar z}$, $\frac{\partial}{\partial y} = i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)$

Out $\operatorname{div}\vec m = 2\mathrm{Re}\frac{\partial w}{\partial z} = \left|\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{f}{|f|} = \frac{1}{2|f|}\frac{\partial f}{\partial z}\right| = 2\mathrm{Re}\frac{1}{2|f|}\frac{i}{c} \equiv 0$ since rigid vortex $f(z) = \frac{i}{c}(z-s)$.

In core $\operatorname{div}\vec m = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}$. $m_x = \frac{2}{(1+w\bar w)}\frac{(w+\bar w)}{2}$, $m_y = \frac{2}{(1+w\bar w)}\frac{(w-\bar w)}{2i}$

$\operatorname{div}\vec m = \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\frac{(w+\bar w)}{(1+w\bar w)} + i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar z}\right)\frac{1}{i}\frac{(w-\bar w)}{(1+w\bar w)} = 2\frac{\partial}{\partial z}\frac{w}{(1+w\bar w)} + 1\,\frac{\partial}{\partial \bar z}\frac{\bar w}{(1+w\bar w)}$

$\operatorname{div}\vec m = \frac{\partial m_z}{\partial z} + \frac{\partial \bar m_z}{\partial \bar z}$. $\operatorname{div}\vec m = 2\,\frac{\partial w/\partial z\,(1+w\bar w) - w(\partial w/\partial z\,\bar w + w\,\partial\bar w/\partial z)}{(1+w\bar w)^2} + \text{h.c.}$, $w = f(z)$ in core. $\frac{\partial \bar f}{\partial z} = 0$

$\operatorname{div}\vec m = 2\mathrm{Re}\frac{\partial m_z}{\partial z} = 2\mathrm{Re}\frac{2}{(1+w\bar w)^2}\left[\frac{\partial w}{\partial z}\right] = \frac{4}{(1+w\bar w)^2}\mathrm{Re}\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{4}{(1+w\bar w)^2}\mathrm{Re}\left(\frac{f}{c}\right) \equiv 0$.

Т.е. rigid v. model $f(z) = \frac{i}{c}(z-s)$ дает $\operatorname{div}\vec m \equiv 0\ \forall \vec s$ in dot.

Остается $\vec s = (\vec m\cdot\vec n_z)$ и side surface $\vec s_s = (\vec m\cdot\vec\rho) = m_s$ charges: W_m^s, W_m^s, W_m^{ss}.

См. NL-ST oscillator, 18/I 2014г. Для TVA было $W_m^s(s)$.

General W_m^s (29/I 14г.) $= M_s^2R^3\int dk\,(1-e^{-\beta k})\sum_\mu |K_\mu(k)|^2$, $K_\mu(k) = \int_{(core)} d^2\vec s\,J_\mu(k\vec s)\,e^{i\varphi}m_z(\vec s)$

$m_z = \frac{1-|w|^2}{1+|w|^2}$ in core, $m_z = 0$ out core. $w = f(z) = \frac{i}{c}(z-s)$, $|w|^2 = |f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = \frac{1}{c^2}|\vec s - \vec S|^2$

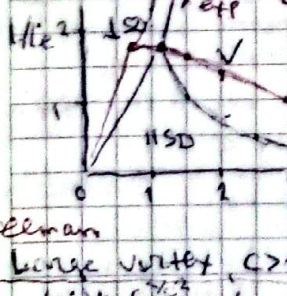
В системе кернер. $\vec s' = \vec s - \vec S$ centered at core center. $W_m^s \neq F(s)$, $c<1$.

$W_m^{ss} \sim J_z = 0$ (22/III) хотя и $(\vec m\cdot\vec n_z) = F(\vec s, \vec S)$ и $m_s = F_1(\varphi', \vec S)$ все равно $\int dz'(\dots)$.

Остается $W_m^s(s)$ с учетом v.core. $W_m^s = M_s^2R^2L\int\frac{dk}{k}f(\beta k)\sum J_\mu^2(k)|I_\mu|^2$,

$I_\mu = \int_0^{2\pi} d\varphi\,e^{i\mu\varphi}m_s(\varphi, \vec S)$. W_m^s определен. m_s при $\rho = R$ и учет v.core с $R_c < R$ линеен на $W_m^s(s)$ повышает на четверть. Учет v.core повышает на W_m^s, W_m^s,

v. core радиуса ($R_c \geq R$) или v.core is outside dot, т.е. dot is in C-state.



У Goriucna критическая точка ($L_c = 36$ нм, $R_c = 16$ нм при $L_e = 20$ нм)
Triple point соответствует одновременно ($R_c/L_e = 0.8$, $R_c/L_e = 1.8$)
Слева, и exp. $R = 30$ нм, $L = 50$ нм близко к 1-SD, реж к II-SD если нет MPD Metlov'02.
Ground state is vortex с $R_c > R$ (large vortex Metlov JAP'13) или C-state. Exp. дает $M(H=0) = 0$, $M_{GS}(0) \neq 0$, т.е. exp. отвечает на large vortex.

Freeman

Large vortex, $c>1$. Теперь $\langle m_+\rangle = (-i)\frac{2}{\pi c}\int_0^1 ds\,s\int dq\,\frac{1}{(1+s^2/c^2)^2}e^{-\frac{1}{R_c^2}\frac{1}{R}\frac{m_z}{R_c^2}\frac{1}{R}\frac{s}{R_c^2}}$

$= (-i)\frac{y}{c}\int_0^{x/c^2}\frac{dx}{(1+x)^2}\frac{c^2}{x} = (-i)2c\,\frac{\epsilon y}{(1+\epsilon)}\Big|_0^{\gamma c^2} = -i\cdot 2c\left[\frac{1}{1+\gamma c^2} + 1\right] = (-i)\frac{2c}{(1+c^2)}$, $\langle m_+(s)\rangle = (-i)\frac{2c}{(1+c^2)}s$

$W_H(s) = -\langle m_x\rangle h_x = -\frac{2c}{(1+c^2)}h_x s_y = -\frac{2c}{(1+c^2)}hs$, $\frac{2c}{(1+c^2)} < 1$ при $c>1$.

Escaneado con CamScanner

$K_{zz}(s) = K_0(s)\delta_{zz}$ $K_{zz}^2(s) = (2\pi)^2\delta_{zz}\left[\int dqq \frac{J_0}{(1+\tau^2)^2}\right]^2 = (2\pi)^2\delta_{zz}\left[\int dqq \frac{J_1(kq)}{(1+\tau^2)}\frac{2\tau\delta}{(1+\tau^2)}\right]^2$

$K_0^2(s) = K_0^2(0) + 2K_0(s)\cdot 2\pi\int dqq \frac{J_0(kq)}{(1+\tau^2)}\left(\delta^2 - \frac{2\delta^2}{1+\tau^2}\right)$, $\delta^2 - \frac{2\delta^2}{1+\tau^2} = \frac{4\tau^2}{(1+\tau^2)^2}\delta^2 - \frac{2}{(1+\tau^2)}\delta^2 =$

$K_0^2(s) = K_0^2(0) - 8\pi K_0(s)\delta^2\int dqq J_0(kq)\frac{(1+\tau^2)}{(1+\tau^2)^3}$ $= -\frac{2\delta^2}{(1+\tau^2)}\frac{(1-\tau^2)}{(1+\tau^2)}$

$|K_0|^2 = K_0^2(0) - 8\pi K_0(0)\delta^2\int dqq J_0(kq)\frac{(1-\tau^2)}{(1+\tau^2)^3} + 32(2\pi)^2\delta^2\left[\int dqq \tau \frac{J_1(kq)}{(1+\tau^2)^2}\right]^2$, $\delta = s/c$, $\tau = sk$

$|K_0(s)|^2 = K_0(0) - \frac{8\pi}{c^2}s^2K_0(0)\int dqq J_0(kq)\frac{(1-\tau^2)}{(1+\tau^2)^3} + \frac{32\pi^2}{c^4}s^2\left[\int dqq^2\frac{J_1(kq)}{(1+\tau^2)^2}\right]^2$, $K_0(0) = 2\pi\int dqq J_0\left(\frac{q^2}{2}\right)$

– это совпадает с расчетом 19 $\frac{1}{2}\pi$ 15 г. χ_m^s имеет принципиальный вид

$\chi_m^s = M_s^2R^3\frac{32\pi^2}{c^2}\int dk\,(1-e^{-\beta k})F(k,c)$, $F(k,c) = \int dqq J_0(kq)\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)^3}\int dqq J_0(kq)\frac{(1-\tau)}{(1+\tau)^3} + \frac{3}{c^2}\left[\int_0^1 dqq^2\frac{J_1(k\delta)}{(1+\tau)^2}\right]^2$, $\tau = \frac{s}{c^2+s^2}$

$\chi'^s_m = \frac{1}{M_s^2V}\chi^s_m = \frac{32\pi}{c^2\beta}\int dk\,(1-e^{-\beta k})F(k,c)$ Large vortex $R_z > R$

$W(s) = W(0) + \frac{\chi}{2}s^2 + W_H(s) = W(0) + \frac{1}{2}\left[\chi_{eq} + \chi_m^s + \chi_m^f\right]s^2 - \frac{2c}{(1+c^2)}hs$

$\frac{\partial W}{\partial s} = 0 \to \chi s_0 = \frac{hc}{(1+c^2)}h$. $s_0 = 1$ при $h = h_{an}$, $h_{an} = \frac{(1+c^2)}{2c}\chi$, $\chi = \chi_{eq} + \chi_m^s + \chi_m^f$.

Arith f $h_{an}(c) = \frac{(1+c^2)}{(2c)}\chi(c)$, $c = c_{eq}$ находится из static расчета $\frac{\partial W}{\partial c} = 0$ при $s=0$.

Large vortex $c>1$

при $s=0$ $W(0c) = W_{eq}(0) + W'^f_m(0) = \frac{Le^2}{R^2}\frac{4}{(1+c^2)} + \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dk\,(1-e^{-\beta k})\left[\int_0^1 dqq J_0(kq)\,m_z(q)\right]^2$

$m_z(s) = \left(\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}\right)$ при $s=0$. $W_m^f(0)$ можно записать через function используя PRM' 1994

$W(0,c) = 4\left(\frac{Le}{R}\right)^2\frac{1}{1+c^2} + \frac{4\pi c^3}{\beta}\int_0^\infty dx\,(1-e^{-\frac{\beta}{c}x})\left[\int_0^{1/c} dzz J_0(xz)\,m_z(z)\right]^2$, $c>1$, $z = sk$.

(> не дает при минимуме $c>0$, т.к. $\int dz$ заканчивается на $1/c$.

$\frac{\partial m_z}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\left(\frac{c^2-s^2}{c^2+s^2}\right) = \frac{2c(c^2+s^2) - (c^2-s^2)\cdot 2c}{(c^2+s^2)^2} = \frac{4cs^2}{(c^2+s^2)^2}$

$\frac{\partial W(0c)}{\partial c} = 4\left(\frac{Le}{R}\right)^2\frac{(-1)}{(1+c^2)^2}\cdot 2c + 2\frac{4\pi}{\beta}\int dk\,(1-e^{-\beta k})\left[\int_0^1 dqq J_0(kq)m_z(q)\right]\left[\int_0^1 dqq J_0(kq)\frac{4cs^2}{(c^2+s^2)^2}\right] = 0$, даст $c = c_{eq}$.

Для large vortex $\chi(c) = 16\pi\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta) - 16\frac{Le^2}{R^2}\frac{c^2}{(1+c^2)^3} + \chi'^f_m(c)$, $\chi^f_m(c) < 0$

MathCad „Vortex-critic.fields.mcd" дал $\chi(c)$ и $h_{an}(c)$, $h_{an}(c)$ быстро падает с ростом c^n.

Large vortex, $R > R$

Exp value of $H_{an} = 400$ Oe достигается при $c = R_c/R \simeq 1.8$, если $M_s = 800$ G (FeNi).

Эффект падения $H_{an}(c)$ с ростом достигается за счет $\chi'^f_m(c) < 0$ и $\chi^f_m(c)$ падает с c.

Вклад χ^s_m и χ_{ex} в H_{an} примерно такой же как и для small-vortex с $c=1$.

Выводы: 1) для small dot radius R, если стабилен large vortex с $R_c > R$, то для магнитостатической (и large L) энергии большая вихрь из dot, значительно понижение H_{an}, $\chi^s_m < 0$

2) dots $R = 30$ nm, $L = 50$ nm, Gerichi' Nanotechn., очень вероятно, находятся в large vortex state, intermediate state energy $\perp$ SD и small-vortex, $c = 1.8 > 1$

3) наши Eqs. для H_{an}, χ из Gus' PRB' 2002 верны и при $c = R_0/R$ большим, $\alpha\alpha < 1$, хотя в core не касается граница dot $s = R$, т.е. они более общие, чем в предыдущих.

$W(0,c)$ при exp parameters, however, не имеет min при $c \simeq 1.8$.

$l_e = \frac{Le}{\sqrt{45}} = 5.69$ nm и $\frac{R}{l_e} = 5.28$, $\frac{L}{l_e} = 8.79$ → это точки находятся в obl. small-vortex stability на MPD Metlov' JAP' 2013, но близки к obl. metastability of large-vortex. Взяв $M_s = 700$ G (Le), найдем $\frac{R}{l_e} = 4.82$; $\frac{L}{l_e} = 7.70$ в obl. metastability of large-vortex. Эксп. M_s вполне может ≤ 700 G.

Сравнение M. Gericha profile $m_z(s)$ и эксп. $\mu = M_s V$ из $\mu(H)$ saturation.

Если R, L зафиксировать ($R = 30$ nm, $L = 50$ nm, $H = 1.3\cdot 10^{-6}$ erg/cm), то min $W(0,c)$ по obl. metast. при $Le \ge 24$ nm, т.е. $M_s \le 670$ G, что реалистично.

Если принять $M_s = 590$ G, $Le = 27.3$ nm, то $H_{an}^{calc}(c_{eq}) = 400$ Oe $= H_{an}^{exp}$, $c_{eq} \simeq 1.4$.

$\frac{L}{l_e} = 6.49$, $\frac{R}{l_e} = 3.29$ — находятся в obl. large-vortex metastability на MPD-Metlov JAP'13.

Видно, если R и L увеличивать точно, то $M_s \simeq 600$ G дает large-vortex $c = 1.4$ с $H_{an} = 400$ Oe.

(28/III) E-mail to Maxim Kolmakov относно model M1E,H) give us the annual Han ... compare $M_1(t)$ - Simul M_S exp. - my RNC data. Запис MS status to EPL - status Sept-Skyrmag (conf. fee payments, credit cards „Barkin". Transfer to Bankia - my „Santa ...

(29/III) (Skyrm. - new St-states MS + Arantxa (no COMPF signal + Aurioba + Max 3 Simul + dual phase Wm) Обратна и нотиран Arantxa Ula - Skyrmion. Подготвен acceptance letter на Felipe. Iberbasque Fellow appl. Нужна /copy/ и Angel Alegria - email до Apr 4. Изтекоха - Chase - Bank USA: на сметка 5,098 $, без нови status, penalties - нет.

(30/31/III) Изпратих Felipe acceptance letter & I Invoice (с писмо А. Алегрия), signed, scanned и beg sent to URL, F. Plazaola. Sent Gauge fields thesis to EPL. Уточнени въпроси към Felipe, Julio Camarero по new MEC-project.

(1/IV) Обсъждане с Окс. changes to Skyrmion MEC project. Написах и изпратих list of changes / questions to Julio и Оксана. Изпратих и A. Clavia и Felipe. revised Ikerb. res. plan for Felipe и accom. letter. Appl Felipe - Ikerb. Fellow submitted → Забелязах accept letter PDF (Go 18th 4/IV)
New skyrmion papers Scopus E-mail I. Makrygiannakis

(2-3/IV) Работа над Skyrmion SKYTRON project Memoria. Изпратих revised Memoria (ole to Julio, Окс. и уведомителни писма ALBA. Updating CV-abreviado.

(4/IV) Secretary UPV изпрати acceptance lett. for Felipe signed by F. Plazaola → upload и изпратих на EPL paper. Изпратих Запис Recom lett. на Iberbasque на Felipe, получих и изпратих the letter // Звънна Ани-ка „Santander" - Sign Seguro H. contract Apr. 6. Поискаха new debit card „CONSTANIO" с нов тайен PIN.

(5/IV) Работа над MEC - Skyrmion project с Окс - Memoria, UPV-part. FRB не изпратиха Sk. gyromagnetic MS → Emil Zubkov - имам забавен Referees и changes to MS text

(6/IV) Беседа с Aitor, Iberbasque manager - обсъдих наши отношения. Aitor обясни изпратих info о web-site програми Grants и подготвих Ikerb Fellow appl Felipe. Изпратих revised Memoria to Оксана, Julio (CIMDEA), Manuel (ALBA). (500 евро) напред. молих CV abreviado. Julian Gonzalez G. (50%), Juan Jo (? rome). Kramer Campaña изпрати ми RISE - project.

(7/IV) Запознаване MINECO - solicited online. Започнах proofs EPL paper. Revision of St-stability paper with Arantxa. Уточнения с Окс. по Memoria.

(8/IV) St-stability MS с Arantxa. Proofs-EPL. Изпратих Seguro Hogar contract 16.05.2016 - 15.05.2017 с Аниса в „Santander". RTNSA closing lunch с 10. в dawn. Изпратих revised SKYTRON Memoria от Manuel. Тел. уточнения с Окс. town.

(9/IV) Работа над уточн. и сигнализиран SKYTRON proposal.

(10/IV) Revised SKYTRON proposal и изпратих го to Julio, Окс, Manuel // MagIC 1st year report to Krawczyk

(11/IV) Seminar N. Spaldin, ZTH, „Multiferroics y Cosmic String", NanoGune: topol. defects на ограничени domains" с субмикр. сферични ограничения domains наместо a top defects - Боливия, $YMnO_3$ - exp. Kibble model. EPL copyright. SKYTRON prop. E-mails to Pinotsis, Ikachenko, corp. Barandiaran. Тел. изпратих CV-A и FAR paper

(12/IV) Gauge-EPL is published, Gas' EPL 113, 67002 (2016). Update Iberbasque-site. CVA. Записах Maxwell eqs для emergent field, бързо j_{top} и gobu. $\frac{\partial \rho_{top}}{\partial t} + \mathrm{div}\, \vec{j}_{top} = 0$ Нощ. Mermin - his papers on vortices, top. fields, spinor BE condensate.

(13/IV) Revision Skyrmion Memoria, sent corr. version to Окс. Julio, Manuel - уточнения с имена. Update CV-A Julian Gonzalez. E-mail to Alfredo, Bilbao M(H) v. dens. Изпратих напомн. относ. справка ANEP за 2015 г.

(14/IV) Започнах. revis. SKYTRON Resumen y Impacto. Изпратих e-mails. CVA. Пратиха. Ирина - отсъствие рем. GW-YIG. Рец. Buchanan APL.

Topol. Current. Ком. топ. заряд density $\rho = \frac{1}{4\pi} \vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_y \vec{m})$

to (Gorbl'2016) бързо top. current $j_\alpha = \frac{1}{8\pi} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \vec{m} (\partial_\beta \vec{m} \times \partial_\gamma \vec{m})$

$\partial_0 \rho + \partial_\alpha j_\alpha = 0$. $\partial_0 \rho = \partial_0 \left[\vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_y \vec{m}) \right] = \partial_0 \vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_y \vec{m}) +$

$+ \vec{m} \cdot (\partial_0 \partial_x \vec{m} \times \partial_y \vec{m}) + \vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_0 \partial_y \vec{m})$

$\partial_\alpha j_\alpha = \partial_\alpha \left[\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \vec{m} \cdot (\partial_\beta \vec{m} \times \partial_\gamma \vec{m}) \right] = \partial_x \left[\vec{m} \cdot (\partial_y \vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) \right] - \partial_y \left[\vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) \right] =$ ($\alpha = x, y$)

$= \partial_x \vec{m} \cdot (\partial_y \vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) - \partial_y \vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) + \vec{m} \cdot \left[\partial_x (\partial_y \vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) - \partial_y (\partial_x \vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) \right] =$

$= \partial_y \vec{m} \cdot (\partial_0 \vec{m} \times \partial_x \vec{m}) - \partial_y \vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_0 \vec{m}) + \vec{m} \cdot \left[\partial_y \vec{m} \times \partial_0 \partial_x \vec{m} - \partial_x \vec{m} \times \partial_0 \partial_y \vec{m} \right]$

$\partial_0 \rho + \partial_\alpha j_\alpha = \partial_0 \vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_y \vec{m}) + 2 \partial_y \vec{m} \cdot (\partial_0 \vec{m} \times \partial_x \vec{m}) = 3\, \partial_0 \vec{m} \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_y \vec{m}) = 0$ из LLG:

$\partial_0 \vec{m} = -\gamma \vec{m} \times \vec{H}$, $(\vec{m} \times \vec{H}) \cdot (\partial_x \vec{m} \times \partial_y \vec{m}) = (\vec{m} \cdot \partial_y \vec{m})(\vec{H} \cdot \partial_y \vec{m}) - (\vec{m} \cdot \partial_y \vec{m})(\vec{H} \cdot \partial_x \vec{m}) = 0$.

Escaneado con CamScanner

Emergent $B^a = \frac{1}{2}\vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_y\vec{m})$, $E^a = \frac{1}{2}\vec{m}\cdot(\partial_a\vec{m}\times\partial_0\vec{m}) = +2\pi\varepsilon_{0ab}j_b$

$\varepsilon_{0ab}j_b = \frac{1}{4\pi}\varepsilon_{0ab}\varepsilon_{bdc}\vec{m}\cdot(\partial_d\vec{m}\times\partial_c\vec{m})$, $\varepsilon_{0ab}=\varepsilon_{ab}$, $\varepsilon_{ab}\varepsilon_{ac}=\delta_{bc}$, $\varepsilon_{ab}\varepsilon_{ab}=2$.

$(\nabla\times\vec{E})_a = \varepsilon_{0ab}\partial_0 E^b = \varepsilon_{0ab}\cdot(2\pi\varepsilon_{0ab})\partial_a\left[2\pi\varepsilon_{bdc}j_d\right] = \varepsilon_{ab}\partial_a\frac{1}{2}\vec{m}(\partial_b\vec{m}\times\partial_0\vec{m})$

$E^a = +2\pi\frac{1}{4\pi}\varepsilon_{ac}\vec{m}(\partial_c\vec{m}\times\partial_0\vec{m}) = +\frac{1}{2}\vec{m}\cdot(\partial_c\vec{m}\times\partial_0\vec{m})$

$\varepsilon_{2ab}\varepsilon_{0bc} = \varepsilon_{ab}\varepsilon_{bc} = \delta_{ac}$, $(\nabla\times\vec{E})_z = 2\pi\varepsilon_{ab}\varepsilon_{abc}\partial_a j_c = 2\pi\delta_{ac}\partial_a j_c = 2\pi\partial_a j_a$

$\partial_0 B^z + (\nabla\times\vec{E})_z = -2\pi\partial_a j_a$, $B^z = 2\pi\rho \Rightarrow \partial_0\rho = -\partial_a j_a = -\mathrm{div}\vec{j}$.

т.к. $a=x,y$, то $\vec{E}\in xy$-plane, а $\vec{B}\parallel\hat{z}\perp xy$-plane для 2D $\vec{m}(x,y,t)$.

Получили (curl для z-проекции) $\partial_0\vec{B} = -\nabla\times\vec{E}$, что это просто $\partial_0\rho = -\mathrm{div}\vec{j}$ с учетом выражения $\vec{j}$ – topol. current.) Maxwell eq.

Если $\mu,\nu = t,x,y$, то $j_\mu = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{\mu\alpha\beta}\varepsilon_{abc}m_a\partial_\alpha m_b\partial_\beta m_c = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{\mu\alpha\beta}\vec{m}\cdot(\partial_\alpha\vec{m}\times\partial_\beta\vec{m})$

$j_0 = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{0\alpha\beta}\vec{m}(\partial_\alpha\vec{m}\times\partial_\beta\vec{m}) = \left|\alpha,\beta=x,y\right| = \frac{1}{4\pi}\vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_y\vec{m})$

$j_a = \left|a=x,y\right| = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{a\alpha\beta}\vec{m}\cdot(\partial_\alpha\vec{m}\times\partial_\beta\vec{m}) = \left|\begin{matrix}a=x\\a=y\end{matrix}\right.$, $\alpha=0,\beta=y$ или $\alpha=y,\beta=0$; $\alpha=0,\beta=x$ или $\alpha=x,\beta=0$

$j_x = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{x\alpha\beta}(\partial_\alpha\vec{m}\times\partial_\beta\vec{m}) = \frac{1}{2\pi}(-1)(\partial_0\vec{m}\times\partial_y\vec{m})\vec{m} + \frac{1}{8\pi}(+1)\vec{m}\cdot(\partial_y\vec{m}\times\partial_0\vec{m}) =$

$= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{4\pi}\vec{m}\cdot(\partial_y\vec{m}\times\partial_0\vec{m})$, $j_y = -\frac{1}{4\pi}\vec{m}\cdot(\partial_x\vec{m}\times\partial_0\vec{m})$

$j_a = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{a\mu\nu}\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$ или $j_a = \frac{1}{4\pi}\varepsilon_{ab}\vec{m}\cdot(\partial_b\vec{m}\times\partial_0\vec{m})$ как у Garst'16

4-х topol. current $j_\gamma = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{\gamma\mu\nu}\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$, $\partial_\gamma j_\gamma = 0$.

Gia'EPL, $F_{\mu\nu} = \vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})$ – emergent field tensor. 4-current $j_\gamma = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{\gamma\mu\nu}F_{\mu\nu}$ (topol.)

$\partial_\nu F_{\mu\nu} = \partial_\mu\left[\vec{m}\cdot(\partial_\mu\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m})\right] = \vec{m}\cdot\left[\partial^2_{\mu\nu}\vec{m}\times\partial_\nu\vec{m} + \partial_\mu\vec{m}\times\partial_\mu\partial_\nu\vec{m}\right] = 0$?

Проверить

15/IV Alfredo (Bilbao) прислал $M_2(\beta)$ – two large vortex, $R_c > R$, как в ферман. $H_{an}(R_c)$. Zaitsev прислал GM-Skyrmion revised manuscript. V. Tkachenko ответил на мои comments. Enter info Sk-project to MINECO web-site: Resumen/Impacto. (Sk – in (1) ⟹ coaxial cyl. wires.

C ∧ "carrefour" Olaberria // 2 посещ. Kueb (имена, n. name).

Ищем $\vec{j} = \frac{1}{8\pi}\varepsilon_{abc}m_a\nabla m_b\times\nabla m_c = \mathrm{rot}\vec{v}$ – vorticity в ферми спинор BEC или spin condensates ($\vec{v}$ – скорость)

16-17/IV Работа над Online Solicited MINECO Skyrmion project. Referees of GM-Skyrmion PRB paper. Начало в Resumen Solicited Exc. MEC-2013 project. 200 hour dedication hores es 1664. e Exec. **18/IV** Запрос A. Martinez de horas. Беседа с Julian. Напоминание remarks сделать cita в Rector. исключение (или нужно предложить так исключение) 2015

Changes to Memoria и CVA, Запомн. on-line MINECO Solicited. Предложили to Barandiaran team Dmc_M(H) small-R vs Hex dots.

19/IV Внимат Solicited, CVAs и subm. it on-line. Запросил недост. URI. Validares Прислал Sky Mag-Abstract. Corr. на Zaubery Aflideroa на Garst inv. speaker. Pers. Buchanan APL. Недост. и послал PRB-2013./Ref. replies to Zaktura

20/IV Встреча с Irene в Casa de Talento (exp. deposit, новое finel calc.). Послал to URI Oksana – conf. letter и grant form. URI подписал MINECO-Retos Solicited. Aut. absop. Налоги Tax Return – 2015, пробелы ее и недост. On-line сделал. Возврат 4,500 €. Papers spin (spinor) superfluids, BE-condensates – vorticity, Mermin-Ho eq., gauge potential, LL eq., скорость зависит $\vec{v}$ анализ, ζ_{xy}-term in LLG.

21/IV Подписал MEC-Skyrmion proposal (Julian, Exc.); printed Exec. Pres. Confirm. Letters и послал Definitivo в Rectorad, Bilbao // Запомнил и Submitted Buch'APL16 zemlin.

Планы: ~~1) RT-MSA-Proc. JMMM; 2) U.K. visit/trip; 3) Ref. reply – Sk-PRB; 4) SW-wire Tkachenko; 5) M(H), H_{an} – Alfredo, Bilbao; 6) Sk-dyn. Michal; 7) Sk-surface Aurelio, Arantxa; 8) A. Ping new MS; 9) Sol-Sky Mag; 10) Euro MagIC project? 11) JMMM-Ref.~~

Face charges

Расчет W_m of shifted φ-Skyrmion (для Sk-TM-PRB и Han-large vortex $c>1$).

$\zeta(z) = \frac{1}{c}(z-s)$ – rigid model – подгоняем и для φ-Skyrmion и large-Vortex с $R_c > R$, $c>1$. (Vc)

т.к. large vortex W_m 26-27/III. W_m^s, W_m^{fs}, W_m^f, т.к. $\mathrm{div}\vec{m}=0$. $W_m^{fs}=0$ из-за $\int dz'(\dots)$.

Нашли $W_m^s(s)$, $W_m^f(s)$ для φ-Skyrmion Vc, если $c>1$ то это для W_m^f, W_m^s для large vortex

$W_m^s(s) = W_m^s(0) + \frac{1}{2}\chi_m^s S^2$, $\chi_m^s = 16\pi M_s^2 V\frac{a^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta)$, $\chi_m^s(c=1) = M_s^2V\cdot 4\pi F_1(\beta) = \chi_m^s(\mathrm{vort})$

W_m^s зависит лишь от $m_z(\vec{q},s)$ – одинаково для φ-Sk и S-Skyrmions. $W_m^f \to \chi_m^f < 0$, $c<1$.

Учитывая константу β в $\omega_G(c)$ 4/II и оставив только $x_m^s \sim F_1(\beta)$. Надо еще x_m^f.

Дважды посчитал $x_m^f = M_s^2 V \cdot \frac{32\pi}{c^2\beta} \int dk (1-e^{-\beta k}) F(k,c)$, см. 19/XII 151 и 27/II.

Для ф-skyrmion и large vortex ($c>1$) $x_m = x_m^s + x_m^f$. $\omega_G(\beta)$ совп. с Büttner вероятность с x_m^f

(*) $\frac{W_{ex}(s)}{M_s^2 V} = \left(\frac{Le}{R}\right)^2 \left[2 - \ln c + \frac{1}{2}\ln(1-s^2)\right]$ для vortex, $c<1$, RVM

Для skyrmion: $\frac{W_{ex}(s)}{M_s^2 V} = \frac{4}{(1+c^2)} \frac{Le^2}{R^2}\left[1 - \frac{2c^2}{(1+c^2)^2} s^2\right]$, $W_{ex}(0) = \frac{4Le^2}{(1+c^2)R^2}$ при $c=1$, $W_{ex} = 2\frac{Le^2}{R^2}$

Для vortex $W_{ex}(s=0, c=1) = 2\frac{Le^2}{R^2}$ совп. с $W_{ex}^{sk}(s=0, c=1)$, когда $\vec{m}(\vec{s})$ однородно.

$x_{ex}^{vort} = -\frac{Le^2}{R^2}$, $x_{ex}^{sk} = -16 \cdot \frac{Le^2}{R^2}\frac{c^2}{(1+c^2)^3}$, $x_{ex}^{sk}(c=1) = -2\frac{Le^2}{R^2}$, но совп. с x_{ex}^V

vortex в (III) - обл. $m_z=0$, $w = \frac{s}{1-s^2}$ Для skyrmion в (I) $w = \delta(s)$, $m_z \neq 0$.

где $V, R=R$; $Sk, R_c=R$ — это приводит к равенству x_{ex}^V и x_{ex}^{sk} при $c=1$.

Если $c>1$ и $s<(c-1)$, то и $W_m^V(s=0) = W_m^{sk}(s=0)$, и $x_m^V = x_m^{sk}$, $c>1$.

В методе ФГ: $W_m = -\frac{1}{2} M_s^2 \int dV \int dV' G_{\alpha\beta}(\vec{r}\vec{r}') m_\alpha(\vec{r}) m_\beta(\vec{r}')$. См. 22/III.

Для shifted vortex или skyrmion $W_m = -\frac{1}{2}\int d^2\vec{s} \int d^2\vec{s}' g_{\alpha\beta}(\vec{s},\vec{s}') m_\alpha(\vec{s}) m_\beta(\vec{s}')$

$g_{\alpha\beta}(\vec{s}\vec{s}') = \frac{1}{L}\int dz \int dz' G_{\alpha\beta}(\vec{s},z;\vec{s}',z')$, $G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

Для face charges $W_m^f(s) = -\frac{L}{2}\int d^2\vec{s} \int d^2\vec{s}' g_{zz}(\vec{s}\vec{s}') m_z(\vec{s},s) m_z(\vec{s}',s) M_s^2$

$g_{zz}(\vec{s}\vec{s}') = -\int\frac{dz}{L}\int dz' \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z'}\frac{1}{|\vec{z}-\vec{z}'|} = \frac{2}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{L^2+(\vec{s}-\vec{s}')^2}} - \frac{1}{|\vec{s}-\vec{s}'|}\right]$, см. GLS 'JMMM'11.

$\frac{1}{\sqrt{L^2+|\vec{s}-\vec{s}'|^2}} = \int dk e^{-kL} J_0(k|\vec{s}-\vec{s}'|) = \int dk e^{-kL}\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(ks) J_\mu(ks')$

$W_m^f(\vec{s}) = M_s^2 \int d^2\vec{s} \int d^2\vec{s}' \int dk (1-e^{-kL}) \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(ks) J_\mu(ks') m_z(\vec{s},s) m_z(\vec{s}',s)$

$W_m^f(\vec{s}) = M_s^2 R^3 \int dk (1-e^{-\beta k}) \sum_\mu |K_\mu(k,\vec{s})|^2$, $K_\mu(k,\vec{s}) = \int d^2\vec{s} J_\mu(ks) e^{i\mu\varphi} m_z(\vec{s},s)$, 27/III.

при $\mu=0$ и результаты 19/I 142 и 27/III. Разложение $\sum_\mu |K_\mu(k,s)|^2$ по $s<<1$ дает x_m^f 27/III.

$m_z(\vec{s},s) = \frac{1-|f|^2}{1+|f|^2}$, $|f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2$ в рамках rigid model.

$W_m^f(s)$, x_m^f 19/XII 151 и 27/III посчитаны верно. W_m^f - sk неустойчив и дает W_m^{fV} с $c>1$.

Note: надо добавить W_m^f от finite β to $\omega_G(c,\beta)$, это поможет ω_G, т.к. $x_m^f < 0$.

$x_m^f(c,\beta) = M_s^2 V \cdot \left(\frac{32\pi}{c^2\beta}\right)\int dk (1-e^{-\beta k}) F(k,c)$ — только численно.

(22/IV) Revised Aronitxa paper on Skyrmion stability in ultrathin dots (носила ей). написал и послал Zukhra file по расчету W_m of ф-skyrmion для PRB - Skyrm-TM с N.-W. в "Verray Merlin" и "Carrefour" Dictation. 2 послал. Kiev (Эдуард и А. Дубов). Paper.

(23/IV) Уборка в доме, скачивал MathCad files с big-Dell и загрузил на small-Toshiba

"Vortex-critic-fields, mcd" не подтверждает - только предел $x_m^f(c,\beta\to 0) = 16\pi\frac{c^2(1+c^2)}{(1+c^2)^3}$

Face charges - Skyrmion.

W_m при $\beta\to 0$ $W_m^f(\vec{s}) = M_s^2 R^3 \beta \int_0^\infty dk\, k \sum_\mu \int ds\, s \int d\varphi J_\mu(ks) e^{i\mu\varphi} m_z(\vec{s}) \int ds' s' \int d\varphi' J_\mu(ks') e^{-i\mu\varphi} m_z(\vec{s}') =$

$= M_s^2 R^2 L \sum_\mu \int ds\, s \int d\varphi \int ds' s' \int d\varphi' e^{i\mu(\varphi-\varphi')} m_z(\vec{s}) m_z(\vec{s}') \frac{1}{s}\delta(s-s') = M_s^2 R^2 L \times$

$\times \sum_\mu \int ds\, s \int d\varphi \int d\varphi' e^{i\mu(\varphi-\varphi')} m_z(s,\varphi,\vec{s}) m_z(s,\varphi,\vec{s}) = M_s^2 R^2 L \int ds\, s \sum_\mu \left|\int d\varphi e^{i\mu\varphi} m_z(s,\varphi,\vec{s})\right|^2$

Если $\vec{s}=0$, radially sym. Skyrmion $m_z(s,\varphi) = m_z(s)$ и $W_m^f(0) = (2\pi)^2 M_s^2 R^2 L \int ds\, s\, m_z^2(s)$

$W_a(\vec{s}) = -KR^2 L \int d^2\vec{s}\, m_z^2(\vec{s},\vec{s})$, но $W_m^f(\vec{s}) \underset{\beta\to 0}{=} M_s^2 R^2 L \int ds\, s \sum_\mu \left|\int d\varphi e^{i\mu\varphi} m_z(s,\vec{s})\right|^2$ - осевая неколлинеарность по φ в W_m^f - W_a - неколлинеарность - сложнее.

Итак $W_m^f(\vec{s}) = -\frac{1}{2} M_s^2 R^2 \int d^2\vec{s} \int d^2\vec{s}' g_{zz}(\vec{s},\vec{s}') m_z(\vec{s},\vec{s}) m_z(\vec{s}',\vec{s})$, $g_{zz}(\vec{s}\vec{s}') = \frac{2}{\beta}\left[\frac{1}{\sqrt{\beta^2+(\vec{s}-\vec{s}')^2}} - \frac{1}{|\vec{s}-\vec{s}'|}\right]$

при $\beta\to 0$ делаем $g_{zz}(\vec{s}\vec{s}') = -4\pi\delta(\vec{s}-\vec{s}')$, $\delta(\vec{s}-\vec{s}') = \frac{1}{s}\delta(s-s')\delta(\varphi-\varphi')$ и g - представление

дает $W_m^f(\vec{s}) = -\frac{1}{2} M_s^2 R^2 L (-4\pi)\int d^2\vec{s} d^2\vec{s}' \delta(\vec{s}-\vec{s}') m_z(\vec{s},\vec{s}) m_z(\vec{s}',\vec{s}) = 2\pi M_s^2 R^2 L \int_{(\text{вечно})} d^2\vec{s}\, m_z^2(\vec{s},\vec{s})$, $Q = \frac{K}{2\pi M_s^2}$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

$= \frac{16\pi}{c^3}\frac{1}{(1+\tau)^3}\left[(1-\tau)(\tau-1)+2\tau\right]$, $x_m^s(\beta=0) = 2\pi M_s^2 R^2 L \int_0^1 d\varphi \frac{16\pi^2}{c^2}\left[\frac{2\tau-(1-\tau)^2}{(1+\tau)^3}\right]$

$x_m^s(\beta=0) = 16\pi^2 M_s^2 R^2 L \int_0^{\gamma_c^2} d\tau \frac{(4c-1-\tau^2)}{(1+\tau)^3} = 16\pi^2 M_s^2 R^3 \beta \int_0^{\gamma_c^2} \frac{(2\tau-(1-\tau)^2)}{(1+\tau)^3}$, $\cos\alpha < 13/15$

Выход: аналитика $x_m^s(c,\beta)$ Бугаенко, MathCad считает небыстро.

Можно брать $\int_0^\infty dk (1-e^{-\beta k}) J_n(kR) J_n(kR')$ быстрее. [6] $Q_{n-1/2}$ ф. Лежандра или численно Знакоп. интеграл

Можно [Семенов 01] $I_{\mu\nu}(R,R',z) = \int_0^\infty ds\, s^{\mu} J_\nu(sR) J_\nu(sR') e^{-s|z|}$ - Бесселя-Лапласа интегралы.

$I_{000}(R,R',z) = \int_0^\infty ds e^{-s|z|} J_0(sR) J_0(sR') = \frac{k}{\pi\sqrt{RR'}} K(k)$, $I_{011}(R,R',z) = \frac{1}{\pi k\sqrt{RR'}}\left[(2-k^2)K(k) - 2E(k)\right]$

$k^2 = \frac{4RR'}{(R+R')^2+z^2}$ у меня $k^2 = x^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2+z^2}$, $z=0$ или $\beta=\beta'$

$I_{000} = \int_0^\infty dk (1-e^{-\beta k}) J_0(k\rho) J_0(k\rho') = \frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}} x K(x)\Big|_{x_0}^{x_\beta}$, $x_0 = \frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{(\rho+\rho')}$, $x_\beta = \frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\sqrt{(\rho+\rho')^2+\beta^2}}$

$I_{000}(\rho,\rho',\beta) = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{(\rho+\rho')} K\left(\frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\rho+\rho'}\right) - \frac{1}{\sqrt{(\rho+\rho')^2+\beta^2}} K\left(\frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\sqrt{(\rho+\rho')^2+\beta^2}}\right)\right]$

$I_{011}(\rho\rho'\beta) = \int dk (1-e^{-\beta k}) J_1(k\rho) J_1(k\rho') = \frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}} \frac{1}{x}\left[(2-x^2)K(x) - 2E(x)\right]_{x_0}^{x_\beta}$

Можно ли $xK(x) = f(x)$ разложить в ряд по $\Delta x = (x_\beta - x_0)$?

$f'(x) = \frac{d}{dx} xK(x) = K(x) + x\frac{dK}{dx} = K(x) + x\left[\frac{E(x)}{x(x'^2)} - \frac{K(x)}{x}\right] = \frac{1}{x'^2}E(x)$, $x'^2 = 1-x^2$

$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$, $f'(x_0) = \frac{1}{(1-x_0^2)}E(x_0)$, $x_\beta - x_0 = 2\sqrt{\rho\rho'}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{\beta^2}{(\rho+\rho')^3}$ - не работает если $\rho+\rho'=0$

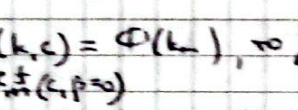
$x_0 = \frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{(\rho+\rho')} = 1$ при $\rho=\rho'$. $E(x) = 1 + \frac{1}{2}\left(\ln\frac{4}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{4}\right)(1-x^2) + \ldots$, $E(1) = 1$.

$f'(x) = \frac{1}{(1-x^2)}E(x)$ сингулярна в т. $x=1$, т.к. $E(x)=1$ финитна; $x=1$ соотв. $\rho=\rho'$.

Разложить в ряд по $\Delta x = x_\beta - x_0$ нельзя. $K(x) = \ln\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$ при $x\to 1$, $\rho\to\rho'$.

$K(x) \sim \ln|\rho-\rho'|$ при $x\to 1$, $\rho\to\rho'$. I_{000} I_{011} использовать можно, но они имеют $\ln|\rho-\rho'|$ сингулярности, хоть и интегрируемые. Производная от $K(x)$ неограничена, т.к. $\frac{dK}{dx}$ имеет $\sim\frac{1}{(\rho-\rho')^2}$ сингулярность, не интегрируемую.

Если исследовать $\Delta x_m^s(c,\beta,k_m) = 4\int_0^{k_m} dk (1-e^{-\beta k}) F(k,c) = \Phi(k_m)$, то



$\Phi(k_m) \approx$ const в малом интервале k_m [70-100] $- x_m^s(c,\beta=0)$, чтобы линия осц. функции ср. MathCad

расчету $x_m^s(c,\beta)$ или $\Delta x_m^s(c,\beta) = x_m^s(c,\beta) - x_m^s(c,0)$ плюс быстрее

Вблизи $\tau = \rho/c$, можно аналитически найти $x_{in}^s(c\to c,\beta)$, т.к. $\int_0^{k_c} dx \to \int_0^\infty dx$ Ряд сх

Попробуем через $\int dk(-)$, может будет надёжнее?

$x_m^s(\beta,c) = M_s^2 R^3 \frac{32\pi^2}{c^2}\int_0^1 d\varphi\varphi\int_0^1 d\rho'\rho'\left[\frac{(1-\tau)(\tau^2-1)}{(1+\tau)(1+\tau')^3}\frac{xK(x)}{\pi\sqrt{\rho\rho'}} + \frac{2}{c^2}\frac{\rho\rho'}{(1+\tau)^2(1+\tau')^2}\frac{\{(1-x^2)K(x) - 2E(x)\}}{\pi x\sqrt{\rho\rho'}}\right]_{x_\beta}^{x_0}$

$x_m^s(\beta,c) = M_s^2 V \frac{32}{c^4\beta}\int_0^1 d\varphi\int_0^1 d\rho'\frac{\rho\rho'}{\sqrt{\rho\rho'}}\left[-\frac{(1-\tau)(1-\tau')}{(1+\tau)(1+\tau')^3}xK(x) + \frac{2}{c^2}\frac{\rho\rho'}{(1+\tau)^2(1+\tau')^2}\frac{1}{x}\{(2-x^2)K(x) - 2E(x)\}\right]_{x_\beta}^{x_0}$

$K(x) = \int_0^{\pi/2}\frac{d\alpha}{\sqrt{1-x^2\sin^2\alpha}}$, $E(x) = \int_0^{\pi/2} d\alpha\sqrt{1-x^2\sin^2\alpha}$ - Complete elliptical integrals

$x_\beta^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2+\beta^2}$, $x_0^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2}$, $\tau = \rho^2/c^2$, $\tau' = \rho'^2/c^2$, $\beta = \lambda/R$, $c = R_0/R$, $z = \rho/c$, $b = \beta/c$.

$x_m^s(\beta,c) = M_s^2 V\, 32\frac{c}{\beta}\int_0^{z_c} dz\int_z^{z_c} dz'\sqrt{zz'}\left[-\frac{(1-z^2)(1-z'^2)}{(1+z^2)(1+z'^2)^3}xK(x) + \frac{2zz'}{(1+z^2)^2(1+z'^2)^2}\frac{1}{x}\{(2-x^2)K(x) - 2E(x)\}\right]_{x_b}^{x_0}$

Note: $x_m^s(\beta,c) = F\left(\frac{\beta}{a},c\right)$, $x_b^2 = \frac{4zz'}{(z+z')^2+b^2}$. $b\to 0$ неограниченно, $b\to\infty$ нельзя.

MathCad Computer Gesellschaft, но ругается если $J_0(k\rho)$ - медленно. Реализовали $W_{\varphi\varphi}(c)$ и сравнили данные с Steen Rathmer'15.

$x_m = x_m^s + x_m^f = x_m^s + \left[x_m^f(\beta) - x_m^f(0)\right] + x_m^f(0)$, $x_m^f(0) = 16\pi M_s^2 V\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$ уже было

$x_m^s = 16\pi M_s^2 V\frac{c^2}{(1+c^2)^3}F_a(\beta)$, $x_c = x_{ep} + x_a + x_m$, $|G| = \frac{M_s L}{\frac{4}{3}\pi}\frac{4\pi}{(1+c^2)}$, $u_c' = x/|G|R^2$.

Ход уже. Зависимость от 1 на $(1-\Omega)$ в $x_m^f(0)$. $x_{ep} = -M_s V\cdot 16((4/R)^2 c^2/(1+c^2))$.

$\chi = M_s^2 V\left[-16\frac{L_e^2}{R^2}\frac{c^2}{(1+c^2)^3} + 16\pi\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^s}{M_s^2 V} + 16\pi\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}\right]$,

$\omega_G = \frac{\chi}{R^2|G|}\cdot \chi = M_s^2 V\cdot 16\pi\frac{c^2}{(1+c^2)^3}\left[(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\frac{L_e^2}{R^2}\right] + M_s^2 V\, 16\pi\left[\frac{c^2}{(c^2+1)^2}F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^s}{16\pi M_s^2 V}\right]$

$\omega_0 = \frac{M_s^2 V[\cdots]}{R^2(4\pi M_s L)}16\pi\gamma(1+c^2) = \omega_M(1+c^2)[\cdots]$, $\frac{\omega_{\chi_2}}{\omega_M} = \frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1+c^2) - \frac{1}{\pi}\frac{L_e^2}{R^2}\right] +$

$+(1+c^2)\left[\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^s}{16\pi M_s^2 V}\right]$, $\omega_G = \omega_G(\beta=0) + \omega_M(1+c^2)\left[\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^s(\beta)}{16\pi}\right]$

$\Delta\chi_m^s$ здесь в eq. $M_s^2 V$. $\omega_G(\beta=0) = \omega_M\frac{c^2}{(1+c^2)^2}\left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi}\frac{L_e^2}{R^2}\left(1+\frac{1}{2}\frac{D_{cR}R_c}{A}\right)\right]$

$\frac{D_{cR}R_c}{A} = \frac{D_{cR}L_e R_L}{L_e A} = d\frac{R_c}{L_e} = d\left(\frac{R}{L_e}\right)\frac{R_c}{R} = d\frac{c(R/L_e)}{(1+c^2)^2}$. $\omega_G(\beta) = \omega_G(0) + \Delta\omega_G(\beta)$ при $\beta \ll 1$.

$\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M(1+c^2)\left[\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^s(\beta)}{16\pi}\right] = \omega_M\frac{(1+c^2)}{16\pi}\left[\chi_m^s(\beta) + \Delta\chi_m^s(\beta)\right]$

Дополн. вклад в ω_G из-за конечности $\beta \ll 1$: $\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M\cdot\frac{(1+c^2)}{16\pi}\left[\chi_m^s(\beta) + \Delta\chi_m^s(\beta)\right]$

$\chi_m^s = 16\pi\frac{c^2}{(1+c^2)^2}F_1(\beta)$, $\Delta\chi_m^s(\beta) = \chi_m^s(\beta) - \chi_m^s(0)$, χ_m в eq. $M_s^2 V$.

$(1-Q) = 1 - \frac{K}{2\pi M_s^2} = 1 + \frac{H_a}{4\pi M_s} = -\frac{h_a^*}{4\pi}$, $h_a^* = \frac{H_a}{M_s} - 4\pi$, в оригинал. Gus' Maglott '15.

$Q = \frac{H_a}{4\pi M_s} = \frac{h_a}{4\pi}$, $h_a^* = h_a - 4\pi$. $h_a^* = 4\pi\left(\frac{h_a}{4\pi} - 1\right) = 4\pi(Q-1) = -1{,}684$ при $Q = 0.266$

$h_a^* = -1{,}684$ использ. в file "skyrm_radius_gyrofreq.mcd" для plots $\omega_G(d)$, $\omega_G(R)$, $\beta \to 0$.

Büttner '15 parameters: $Q = 0{,}266$, $M_s = 1130$ G, $L_e = 14{,}5$ nm, $D = 0$

В PRB-ω_G old version я считал $\omega_G/2\pi = 1.11$ GHz с Büttner-parameters на основе eq. $\Delta\chi_m^s(\beta)$ пренебрег в $\omega_G(\beta)$ (учел χ_m^s) и пренебрег finite β in ω_m^s - static.

// Т.е. надо добавить $\Delta\chi_m^s(\beta)$ в ω_G и пересчитать eq с учетом ω_m^s (finite β).

Сдвиг частоты только из-за $\Delta\chi_m^s(\beta)$ есть $\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M\frac{(1+c^2)}{16\pi}\Delta\chi_m^s(\beta)$

Если eq не пересчитывать, а взять $c_{eq} = 0{,}68$ $\beta = 0$-расчет, то $\frac{\Delta\omega_G}{2\pi} = -0{,}358$ GHz при $c = 0.68$

при $\beta = 12/275 = 0{,}0436$. Т.е. теперь $\frac{\omega_G}{2\pi} = 1.11 - 0{,}36 = 0{,}75$ GHz.

Это все при $M_s = 1190$ G и $L_e = \sqrt{2\cdot 1.5\cdot 10^{-6}\ \text{erg/cm}} = 14{,}5$ nm assuming $A = 1{,}5\cdot 10^{-6}$ erg/cm, M_s

Note: Büttner '15 оценил $c \approx \frac{0.18}{(7/\pi\cdot 15)}$, у меня же $c_{eq} = 0{,}68$ (!) при $\beta \to 0$.

Вычисл. $\omega_G(c)$ и сравнение с эксп. Büttner '15 - см. ЗК-I.

→ Если взять $c = 0{,}18$ exp. value Büttner '15, то $\frac{\Delta\omega_G}{2\pi} = 0{,}08$ GHz и $\frac{\omega_G^{calc}}{2\pi} = 1{,}11 + 0{,}08 = 1{,}19$ GHz

// Можно оставить $c = 0{,}18$ (exp. value) и $\frac{\omega_G}{2\pi} = 1{,}19$ GHz calculated для exp. Büttner $c = 0{,}18$

$\Delta\chi_m^s(c,\beta) > 0$ для малых c, и < 0 для $c = 0{,}6$-$0{,}7$ при $\beta = 0{,}04$-$0{,}05$.

Если $\beta = 50/30 = 1{,}67$ велико, то $\Delta\chi_m^s(c) < 0$ при $c > 1$, что дает уменьш. $H_{an}(c)$ в exp. Barandiaran i Nanotechn. 2016.

Еще точнее при $c = 0{,}18$ (exp. $R_c = 5$ nm), $\frac{\omega_G}{2\pi} = 0{,}21$ GHz без χ_m^s. $\frac{\omega_G^{calc}}{2\pi} = 0{,}21 + 0{,}08 = 0{,}29$ GHz для calc. ω_G с параметрами Büttner

Exp. частота Büttner $\frac{1\ \text{rad/s}}{2\pi}\cdot 10^9 = \frac{1.0}{2\pi}$ GHz $= 0.160$ GHz, или period ≈ 6 ns

Эксп. period Fig. 3 Büttner ≈ 5 ns, всего две осцилляции $\vec{X}(t)$.

Вторая эксп. частота Büttner $1.35/2\pi$ GHz $= 0{,}22$ GHz.

Вообще и M_s и c у Büttner меньше декларированных, что уменьшит ω_G^{calc}.

Вдруг прислали SK-PRB revised version. Так и осталось to Referees.

(25/IV) Работа над skyrmion GM-PRB paper и Responses to Referees.

В системе SI $\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M\frac{(1+c^2)}{4\mu_0}\left[\frac{\chi_m^s}{M_s^2 V} + \frac{\Delta\chi_m^s}{M_s^2 V}\right] = \frac{1}{4}\omega_M(1+c^2)\left[\chi_m^s(\beta) + \Delta\chi_m^s(\beta)\right]$

SI: $\Delta\chi_m^s(\beta) = \chi_m^s(\beta) - \chi_m^s(0)$, $\chi_m^s(0) = 4\frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$. Если χ_m в eq. $\mu_0 M_s^2 V$.

Новая revised MS и Resp. letter Зуйтре.

(26/IV) Переписка с Кравчуком по 50% Partial Secondments MagIC и Arantxa. E-mail to Irene, Casa de Talento - revise factura + reminder SolskyMag Conf. Bre.

Alfredo Garcia (Bilbao) 19/IV прислал gen. M(H) of small FeNi dots. $2R = 130$ nm, $L = 30$ и 55 nm.

Для $L = 30$ nm $H_{an} = 550$-600 Oe, для $L = 55$ nm H_{an} (перпенд M(H)) ≈ 160-170 Oe (если $M_s \approx 0.5 M_s$)

Также H_{an} (adjac. M(H) via Barkhausen M(H)) ≈ 250 Oe.

Также R_c больше чем L_e - видимо $R_c < R$ слишком of classical vortex. L_e может быть 24-27 nm, а не usual 20 nm for FeNi.

Escaneado con CamScanner

$\chi = M_S^2 V \left[-16 \frac{L_e^2}{R^2} \frac{c^2}{(1+c^2)^3} + 16\pi \frac{c^2}{(1+c^2)^2} F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^f}{M_S^2 V} + 16\pi \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3} \right]$,

$\omega_G = \frac{\chi}{R^2|G|}$. $\chi = M_S^2 V \cdot 16\pi \frac{c^2}{(1+c^2)^3} \left[(1-c^2) - \frac{1}{\pi} \frac{L_e^2}{R^2} \right] + M_S^2 V 16\pi \left[\frac{c^2}{(c^2+1)^2} F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^f}{16\pi M_S^2 V} \right]$

$\omega_G = \frac{M_S^2 V [\dots] 16\pi \gamma (1+c^2)}{R^2 (4\pi M_S L)} = \omega_M (1+c^2)[\dots]$, $\frac{\omega_G}{\omega_M} = \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \left[(1+c^2) - \frac{1}{\pi} \frac{L_e^2}{R^2} \right] +$

$+ (1+c^2) \left[\frac{c^2}{(1+c^2)^2} F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^f}{16\pi M_S^2 V} \right]$, $\omega_G = \omega_G(\beta=0) + \omega_M (1+c^2) \left[\frac{c^2}{(1+c^2)^2} F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^f(\beta)}{16\pi} \right]$

$\Delta\chi_m^f$ здесь в eq. $M_S^2 V$. $\omega_G(\beta=0) = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \left[(1-Q)(1-c^2) - \frac{1}{\pi} \frac{L_e^2}{R^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\mathcal{D} \mathcal{C} R_c}{A} \right) \right]$

$\frac{\mathcal{D} \mathcal{C} R_c}{A} = \frac{\mathcal{D} \mathcal{C}}{L_e A} L_e R_c = d \frac{R_c}{L_e} = d \left(\frac{R}{L_e} \right) \frac{R_c}{R} = dc (R/L_e)$. $\omega_G(\beta) = \omega_G(0) + \Delta\omega_G(\beta)$ при $\beta \ll 1$.

$\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M (1+c^2) \left[\frac{c^2}{(1+c^2)^2} F_1(\beta) + \frac{\Delta\chi_m^f(\beta)}{16\pi} \right] = \omega_M \frac{(1+c^2)}{16\pi} \left[\chi_m^s(\beta) + \Delta\chi_m^f(\beta) \right]$

Деномин. ω_M вышел в ω_G из-за конечности $\beta \ll 1$: $\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M \cdot \frac{(1+c^2)}{16\pi} \left[\chi_m^s(\beta) + \Delta\chi_m^f(\beta) \right]$

$\chi_m^s = 16\pi \frac{c^2}{(1+c^2)^2} F_1(\beta)$; $\Delta\chi_m^f(\beta) = \chi_m^f(\beta) - \chi_m^f(0)$, χ_m в eq. $M_S^2 V$.

$(1-Q) = 1 - \frac{K}{2\pi M_S^2} = 1 - \frac{H_a}{4\pi M_S} = -\frac{h_a^*}{4\pi}$, $h_a^* = \frac{H_a}{M_S} - 4\pi$, в обозначен. Gus'Maglott '15.

$Q = \frac{H_a}{4\pi M_S} = \frac{h_a}{4\pi}$, $h_a^* = h_a - 4\pi$. $h_a^* = 4\pi (h_a/4\pi - 1) = 4\pi (Q-1) = -1,684$ при $Q = 0.866$

$h_a^* = -1,684$ использ. в file "skyrm_radius_gyrofreq.mcd" где plots $\omega_G(d)$, $\omega_G(R)$, $\beta = 0$.

Büttner '15 parameters: $Q = 0,866$, $M_S = 1190$ G, $L_e = 14,5$ nm, $D = 0$

В PRB-ω_G old version я оценил $\omega_G/2\pi = 1.11$ GHz с Büttner-parameters на основе eq. $\Delta\chi_m^f(\beta)$ пренебрег в $\omega_G(\beta)$ (учел χ_m^s) и пренебрег finite β in W_m^f-static.

// т.е. надо добавить $\Delta\chi_m^f(\beta)$ в ω_G и пересчитать c_{eq} с учетом W_m^f (finite β).

Сдвиг частоты только из-за $\Delta\chi_m^f(\beta)$ есть $\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M \frac{(1+c^2)}{16\pi} \Delta\chi_m^f(\beta)$

Если c_{eq} не пересчитывать, а взять $c_{eq} = 0,68$ $\beta=0$-расчета, то $\frac{\Delta\omega_G}{2\pi} = -0,358$ GHz при $\beta = 12/275 = 0,043$ G. Т.е. теперь $\frac{\omega_G}{2\pi} = 1,11 - 0,36 = 0,75$ GHz. $c = 0,68$

Это все при $M_S = 1190$ G и $L_e = \sqrt{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ erg/cm}} / M_S = 14,5$ nm assuming $A = 1,5 \cdot 10^{-6}$ erg/cm.

Note: Büttner '15 оценил $c \approx \frac{0,18}{(\pi/\sqrt{\pi}, 15)}$, у меня же $c_{eq} = 0,68$ (!) при $\beta \to 0$.

Вычисл. $\omega_G(c)$ и сравнение с эксп. Büttner'15 - см. 3-й I.

→ Если взять $c = 0,18$ - exp. value Büttner '15, то $\frac{\Delta\omega_G}{2\pi} = 0,08$ GHz и $\frac{\omega_G^{calc}}{2\pi} = 1,11 + 0,08 = 1,19$ GHz

// Можно оставить $c = 0,18$ (exp. value) и $\frac{\omega_G}{2\pi} = 1,19$ GHz calculated для exp. Büttner $c = 0,18$

$\Delta\chi_m^f(c, \beta) > 0$ для малых c, и < 0 для $c = 0,6$-$0,7$ при $\beta = 0,04$-$0,05$.

Если $\beta = 50/30 = 1,67$ велико, то $\Delta\chi_m^f(c) < 0$ при $c > 1$, что для уменьш. $H_{an}(c)$ в exp. Barandiaran i Nanotechn. 2016.

Еще точнее при $c = 0,18$ (exp. $R_c = 50$ nm), $\frac{\omega_G}{2\pi} = 0,71$ GHz без $\Delta\chi_m^f$. $\frac{\omega_G^{calc}}{2\pi} = 0,21 + 0,08 = 0,29$ GHz для calc. ω_G с параметрами Büttner

Exp. частота Büttner $\frac{1 \text{ rad/s}}{2\pi} \cdot 10^9 = \frac{1.0}{2\pi}$ GHz $= 0,160$ GHz, или period ≈ 6 ns

Эксп. period Fig. 3 Büttner ≈ 5 ns, если обе осциллируют $\vec{X}(t)$.

Вторая эксп. частота Büttner $1,35/2\pi$ GHz $= 0,22$ GHz.

Вообще и M_S и c из Büttner меньше декларированных, что уменьшит ω_G^{calc}.

Zgyra прислала SK-PRB revised version Tex и ответы to Referees.

(25/IV) Работа над skyrmion GM-PRB paper и Responses to Referees.

В системе SI $\Delta\omega_G(\beta) = \omega_M \frac{(1+c^2)}{4\mu_0} \left[\frac{\chi_m^s}{M_S^2 V} + \frac{\Delta\chi_m^f}{M_S^2 V} \right] = \frac{1}{4} \omega_M (1+c^2) \left[\chi_m^s(\beta) + \Delta\chi_m^f(\beta) \right]$

SI: $\Delta\chi_m^f(\beta) = \chi_m^f(\beta) - \chi_m^f(0)$, $\chi_m^f(0) = 4 \frac{c^2(1-c^2)}{(1+c^2)^3}$. Если χ_m в eq. $\mu_0 M_S^2 V$.

Новая revised MS и Resp. letter Zgyra

(26/IV) Переписка с Krawczyk по 50% Нарушн. Secondments MagIC и Arantxa.

E-mail to Irene, Casa do Talento - invite factura + reminder Solsky Mag Conf.

Alfredo Garcia (Bilbao) 19/IV прислал ген. $M(H)$ of small FeNi dots. $2R = 130$ nm, $L = 30$ и 55 nm.

Для $L = 30$ nm $H_{an} = 550$-600 Oe, для $L = 55$ nm H_{an} (перем $M(H)$) ≈ 160-170 Oe

(если $M_{2\perp} \approx 0,5 M_S$) H_{an} (абсц. H на Vortex $M(H)$) ≈ 250 Oe.

Точное R большое скорее удалено от LSD-V line → видимо $R_c < R$ слишком of classical vortex. L_e может быть 24-27 nm, а не usual 20 nm for FeNi.

Escaneado con CamScanner

Дно эксп. Garcia $\beta = 50/30 = 1.667$. Нужно выяснить, что $K_m^s(c,\beta)$ монотонные функции β (как $\beta(1-e^{-\beta x})$ и эллиптические функции при таких $\beta > 1$ обнаружат (!).

A. Garcia (89/IV) приводит $\Delta m_z(s)$ для $2R = 130$ mm, $L = 32$ mm, 52 mm $\Rightarrow R_c/R = 0.5 \cdot 0.6$

Посмотреть в эксп. других авторов с меньшими R (R_c/R), чтобы $c > 1$.

27 - 28/IV Получил Gyt. Sc. - PRB paper и получены References. Напечатано с 3 других.

! Re-submitted MS. Собрал мнения от "Better Spin", 9-13 Aug 2016 - согласился

Опред. рекомендовали DTG - graphs без температ. Бук кто Zanjanan у нас тоже Sol. Sky Mag.

Запрос to Leaflet кто от интересов на MagIC project - получил ответ? Нет

Вернул с Julian (Uni candidate на Grenoble post-doc? UK exp. M(H) Garcia, etc.)

Архив (эксп. Sc. - Simulations paper с Horo) и Мексика (на календаре FAUM-Setup).

23/IV Changed firmware electronics и оказался 636, 364 to Talent House as departed Sol. Sky Mag.

Запрос. Зам. Нового уровня credit many CONSTANTO и business help.

Exp: Garcia + Bilbao

Large vortex A. Garcia Есть $L = 50$ mm $R = 30$ mm – large vortex, $c > 1$ и $R = 65$ mm, $L = 32$ mm – classic vortex $c < 1$, exp. M(H). Какие эксп. дают нам – classic vortex с $c < 1$, но $c \geq 0.5$?

Надо сосредоточиться от приближения $c \ll 1$ (см. PRB'02) и сравнить расчеты для $0 < c < 1$.

Для vortex сердцем $c < 1$ и $c > 1$ ($c = R_c/R$) считать надо отдельно, т.к. $W = \delta(z)/|\delta|$ вне core

$\frac{1}{M_s^2 V} W_{ex}(c) = \left(\frac{Le}{R}\right)^2 \left[2 - \ln c + \frac{1}{2}\ln(1-s^2)\right]$, $W_H\left(\frac{1}{M_s^2 V}\right) = -hs$ (см. 26/III) для $c \ll 1$.

Если $c \ll 1$, то W_m вне core не зависит от s, т.е. $K_m^s = 0$. Надо $W_m^s(c,s)$. $W_m^s = 0$ для $\frac{dW_m}{ds} = 0$

V. Core с $c \ll 1$ никак на W_m^s не влияет $\Rightarrow$ h_{an} у нас Gyt PRB'02 Верно $\forall c < 1$ и

$H_{an} = M_s\left[4\pi F_1(\beta) - \left(\frac{Le}{R}\right)^2\right]$, $c \ll 1$ Если $c > 1$, то $H_{an} = M_s \frac{(1+c^3)}{(2c)} \chi(c)$, $\chi(c)$ см. 27/III.

$h_{an}(c) = \frac{(1+c^3)}{2c}\chi(c)$, $h_{an}(c \to 1+0) = \chi(c \to 1+0) = 4\pi F_1(\beta) - 2\frac{Le^2}{R^2} + \chi_m^s(c \to 1+0)$, см. 21/IV.

Более точным будет вычисл. W-функций при $c < 1-\delta$ и $c > 1+\delta$ (large vortex).

$H_{an} = M_s\left[4\pi F_1(\beta) - \left(\frac{Le}{R}\right)^2\right]$ дает ($c \ll 1$) (cl. vortex)

при $R = 65$ mm Exp A. Garcia

L	30 mm	55 mm
H_{an}^{calc}	1,18 kOe	1,69 kOe
H_{an}^{exp}	600 Oe	2500 Oe

Сильно занижены H_{an}^{calc} по сравн. с эксп., даже если $M_s = 595$ G, $Le = 27{,}3$ mm, $A = 1.3 \cdot 10^{-6}$ erg/cm

Проверим ф. для h_{an} ($c \ll 1$). $W_H = -h_x \langle m_x \rangle$, $\frac{\partial W_H}{\partial s_y} = -h \frac{\partial \langle m_x \rangle}{\partial s_y}$. $f(z) = \frac{i}{c}(z - s)$

$\frac{\partial \langle m_x \rangle}{\partial s_y} = \mathrm{Re}\frac{\partial \langle m_+ \rangle}{\partial s_y} = \mathrm{Re}\frac{\partial}{\partial s_y}\left(\frac{2w}{1+w\bar{w}}\frac{d^2\vec{\rho}}{\pi}\right) = \frac{2}{\pi}\mathrm{Re}\int d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{w}{1+w\bar{w}}$. $s_y = s e^{i\pi/2}\frac{1}{i}$.

In core: $w = f(z,s) = \frac{i}{c}(z - s)$, $\frac{\partial w}{\partial s_y} = \frac{i}{c}\frac{\partial}{\partial s_y}\left[z - (s_x + i s_y)\right] = \frac{1}{c}$.

$\frac{\partial}{\partial s_y}\left(\frac{w}{1+w\bar{w}}\right) = \frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{\partial w}{\partial s_y}(1+w\bar{w}) - w\frac{\partial}{\partial s_y}(w\bar{w})\right]$, $w\bar{w} = |f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 =$

$= \frac{1}{c^2}\left[\rho^2 - 2\rho s_y \cos(\varphi - \pi/2) + s_y^2\right]$, $\frac{\partial(w\bar{w})}{\partial s_y} = \frac{2}{c^2}\left[s_y - \rho\sin\varphi\right] = -\frac{1}{c^2}2\rho\sin\varphi$

$\frac{\partial \langle m_x \rangle}{\partial s_y} = \frac{2}{\pi}\mathrm{Re}\int d^2\vec{\rho}\,\frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{1}{c}\left(1 + \frac{\rho^2}{c^2}\right) - \frac{i}{c}\rho e^{i\varphi}\left(\frac{-2\rho}{c^2}\right)\sin i\varphi\right] = \frac{2}{\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} d\rho\,\rho \frac{1}{(1+w\bar{w})^2}$

$\times\left[\frac{1}{c}\left(1 + \frac{\rho^2}{c^2}\right) - \frac{2\rho^2}{c^3}\sin^2\varphi\right] = \frac{2}{\pi c}\int_0^{\infty} d\rho\,\rho\int_0^{2\pi} d\varphi\left[1 + \frac{\rho^2}{c^2}\cos 2\varphi\right] = \frac{4}{c}\int_0^{\infty} d\rho\,\rho\,\frac{1}{(1+\rho^2/c^2)^2} = |\rho^2/c^2 = x| =$

$= 2c\int_0^{1/c^2}\frac{dx}{(1+x)^2} = 2c(-1)\frac{1}{(1+x)}\Big|_0^{1/c^2} = -2c\left[\frac{1}{1+1/c^2} - 1\right]$ – неверно, $\rho \leq c$ в пределах core $\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi$

$\frac{\partial \langle m_x \rangle}{\partial s_y} = \frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{2w}{(1+w\bar{w})} = \frac{4}{c}\int_0^{c} d\rho\,\rho\,\frac{1}{(1+\rho^2/c^2)^2} = |\rho^2/c^2 = x| = 2c\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2} = c$.

Out core: $w = f/|f|$, $w\bar{w} = 1$, $\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{w}{(1+w\bar{w})} = \frac{2}{(1+w\bar{w})^2}\frac{\partial w}{\partial s_y} = \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial s_y} = \frac{1}{2}\frac{1}{c}$.

$\frac{\partial \langle m_x \rangle}{\partial s_y} = \frac{\partial}{\partial s_y}\mathrm{Re}\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{\rho}\,\frac{2w}{(1+w\bar{w})} = \frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_{core} d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{2w}{(1+w\bar{w})} + \frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_{out\,core} d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{2w}{(1+w\bar{w})} =$

$= c + \left(\frac{1}{\pi}\mathrm{Re}\int_{out\,core} d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{w}{(1+w\bar{w})} + \frac{2}{\pi}\mathrm{Re}\int_{out\,core} d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{w}{(1+w\bar{w})}\right) = c + \frac{2}{\pi}\int d\rho\,\rho\cdot 2\pi\,\frac{1}{2}c^{-1} = c + \frac{2}{c}\int_c d\rho\,\rho =$

$= c + \frac{2}{c}\frac{\rho^2}{2}\Big|_c^1 = c + \frac{1}{c}(1 - c^2) = 1/c$ – Вот это да (!) Чудо.

Out core неверно. Надо $\frac{\partial}{\partial s_y}\left(\frac{w}{1+w\bar{w}}\right) = \frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\left[(1+w\bar{w})\frac{\partial w}{\partial s_y} - w\frac{\partial}{\partial s_y}(w\bar{w})\right] = \frac{1}{(1+w\bar{w})^2}\left[\frac{1}{c}\cdot 2 - ie^{i\varphi}\cdot 0\right] =$

$= \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial s_y} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s_y}\frac{f}{|f|} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s_y}\sqrt{\frac{f}{f}} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{f}}\frac{1}{2\sqrt{f}}\frac{\partial f}{\partial s_y} + \frac{1}{2}\sqrt{f}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{(f)^{3/2}}\frac{\partial \bar{f}}{\partial s_y} = \frac{1}{4}\frac{1}{|f|}\frac{\partial f}{\partial s_y} - \frac{1}{4}\frac{f^2}{|f|^3}\frac{\partial \bar{f}}{\partial s_y}$

$f(z) = \frac{i}{c}\left(z - (s_x + i s_y)\right)$, $\frac{\partial f}{\partial s_y} = \frac{1}{c}$, $\bar{f} = -\frac{i}{c}\left[\frac{z}{i} - (s_x - i s_y)\right]$, $\frac{\partial \bar{f}}{\partial s_y} = -\frac{i}{c}i = 1/c$.

Out core: $\frac{\partial}{\partial s_y}\left(\frac{w}{1+w\bar{w}}\right) = \frac{1}{4}\frac{1}{(f/c)}\frac{1}{c} - \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{c^2}f^2 e^{2i\varphi}\right)\frac{1}{(f/c)^3}\frac{1}{c} = \frac{1}{4}\frac{1}{f} + \frac{1}{4}\frac{1}{f}e^{2i\varphi}$

$\frac{\partial \langle m_x \rangle}{\partial s_y} = c + \frac{2}{\pi}\mathrm{Re}\int d^2\vec{\rho}\,\frac{\partial}{\partial s_y}\left(\frac{w}{1+w\bar{w}}\right) = c + \frac{2}{\pi}\int_c^{\infty} d\rho\,\rho\,2\pi\,\frac{1}{4}\frac{1}{\rho} = c + (1 - c) = 1$ (!) – ок, c не зависит как 26/III

Escaneado con CamScanner

Что даст вклад за пределом или приближение по "s" в $W_H(s) = -h_- s$?

(2/IV) Update Self-Study program. Теорема Гаусса. Calos Ham (c) - Gatai. (A. B. Lab^n. Сагуарская Аризона)

(4/V) С А. ОО на нач. следующ в неделю, San Sebastian (начнут в 20 сентября).

Calculations Ham(R,R,c) give real dots с надписями A. Gatai

$$\langle m_+\rangle = \frac{1}{S_{disk}}\int d^2\bar{s}\, m_+ = \frac{2}{\pi}\int d^2\bar{s}\,\frac{w}{1+w\bar{w}}, \quad w = \begin{cases} f(s), & \text{core, } |s|<c \\ f(s)/|f|, & \text{out core} \end{cases}, \quad f(s) = \frac{s}{c}(2-s), \quad \text{RVM}$$

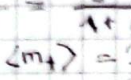
In core: $\frac{w}{1+w\bar{w}} = \frac{f}{1+f\bar{f}} = \frac{\partial}{\partial\bar{s}}\ln(1+f\bar{f})$, $\frac{\partial f}{\partial\bar{s}} = \frac{i}{c}$, $\frac{\partial\bar{f}}{\partial s} = -\frac{i}{c}$, $\frac{\partial F}{\partial\bar{s}} = \frac{\partial F}{\partial\bar{f}}\frac{\partial\bar{f}}{\partial\bar{s}} = -\frac{i}{c}\frac{\partial F}{\partial\bar{f}}$

т.е. $\frac{\partial}{\partial\bar{s}} = ic\frac{\partial}{\partial z}$ и $\langle m_+\rangle = \frac{2}{\pi}\int_{core} d^2\bar{s}\,\frac{\partial}{\partial\bar{s}}\ln(1+f\bar{f}) = \frac{2ic}{\pi}\int_{core} dx\,dy\,\frac{\partial}{\partial z}\ln(1+f\bar{f}) = \frac{c}{\pi}\oint_{\partial G}\ln(1+f\bar{f})\,dz$

Conv. Green's formula. ∂G - окружность $|z-s|^2 = c^2$, $f\bar{f} = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = 1$ на ∂G

$\langle m_+\rangle_{core} = \frac{c}{\pi}\ln 2\oint_{\partial G} dz = \frac{c}{\pi}\ln 2\cdot 2\pi c = c^2\cdot 2\ln 2\,(!)$ - доказано ранее.

Out core: $w\bar{w} = 1$, $\langle m_+\rangle = \frac{1}{\pi}\int_{out} d^2\bar{s}\,\frac{f}{|f|} = \frac{1}{\pi}\int_{out} d^2\bar{s}\,\sqrt{\frac{f}{\bar{f}}} = \frac{2}{\pi}\int_{out} d^2\bar{s}\,\frac{\partial}{\partial\bar{s}}\sqrt{f\bar{f}} = \frac{2}{\pi}ic\int_{out} dx\,dy\,\frac{\partial}{\partial z}\sqrt{f\bar{f}} =$

$= \frac{c}{\pi}\oint_{\partial G}|f|\,dz$  , ∂G - два контура: граница core + граница dot.

$\oint_{core}|f|dz = \oint_{core}\frac{dz}{z} = \pm 2\pi c$. $\oint_{dot}|f|dz = \text{ч-ты}\int d(e^{i\varphi})\frac{1}{c}|e^{i\varphi}-s| = \{z = e^{i\varphi}\} =$

$= \frac{i}{c}\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\varphi}|e^{i\varphi}-s| = \frac{i}{c}\int d\varphi\, e^{i\varphi}\cdot 1 = \frac{i}{c}\int d\varphi\, e^{i\varphi}\sqrt{(\cos\varphi-s_x)^2+(\sin\varphi-s_y)^2} = \frac{i}{c}\int d\varphi\, e^{i\varphi}\sqrt{1+|s|^2-2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)}$

$\oint_{dot,\,s=1}|f|dz = \frac{i}{c}e^{i\varphi_s}\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\varphi}\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi} = \frac{i}{c}e^{i\varphi_s}\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi\, e^{i\varphi}\sqrt{(\cdot)} = 2\frac{i}{c}e^{i\varphi_s}\int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi} =$

$= 2\frac{i}{c}e^{i\varphi_s}J(s)$

$\langle m_+\rangle = 2\ln 2\cdot c^2 + \frac{c}{\pi}\left[-2\pi c + 2\frac{i}{c}e^{i\varphi_s}J(s)\right] = 2(\ln 2-1)c^2 + \frac{2i}{\pi}e^{i\varphi_s}J(s)$, $s = |s|e^{i\varphi_s}$.

ccw - dot (+)
cw - core (-)

$J(s) = \int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\sqrt{1-2s\cos\varphi} = \int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi(1-s\cos\varphi) = -s\int_0^{\pi} d\varphi\cos^2\varphi = -s\frac{\pi}{2}$

$\langle m_+\rangle \approx \text{Const} + \frac{2i}{\pi}e^{i\varphi_s}(-1)|s|\frac{\pi}{2} = \text{Const} - is$, при $|s|\ll 1$, $s = s_x + is_y = |s|e^{i\varphi_s}$

При $\vec{h}\parallel Ox$, $\langle m_x\rangle = -i\,is_y = s_y$ и $W_H = -h_x\langle m_x\rangle = -h_x s_y \Rightarrow$ Расчеты 26/III, 29/IV верные. $W_H(s)$ $s\ll 1$

$c^2(2\ln 2-1) \to 0$ при правильном интегр. по core contour и $\langle m_+\rangle = \frac{2i}{\pi}e^{i\varphi_s}J(s)$, $s = |s|$, $s<1-c$ - (c<1) vortex

Zeiman $J(s) = \int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi}$ - выразить через elliptic integrals, singular at $s=1$, v. core на касании dot edge.

$\frac{\partial J(s)}{\partial s} = \int d\varphi\,\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{(\cdot)}}\cos\varphi\,(2s-2\cos\varphi) = \int_0^{\pi} d\varphi\,\frac{\cos\varphi(s-\cos\varphi)}{\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi}}$ как в Gus'PRB'13 RVM DF(s).

Отсюда $s\le 1-c$.

Две скирмиона: $w = f(z)\ \forall z$. $\langle m_+\rangle = \frac{c}{\pi}\oint_{\partial G}\ln(1+f\bar{f})\,dz$, $\partial G = \left\{\begin{matrix} s=1 \\ c>1 \end{matrix}, \text{ или } c<1\right\}$ и large vortex (c>1)

$f\bar{f} = |f|^2 = \frac{1}{c^2}|z-s|^2 = |s=1\ \text{гр. dot}| = \frac{1}{c^2}|e^{i\varphi}-s|^2 = \frac{1}{c^2}\sqrt{1+s^2-2s\cos(\varphi-\varphi_s)}$

$\langle m_+\rangle = \frac{c}{\pi}i\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\varphi}\ln(1+f\bar{f}) = \frac{2c}{\pi}ie^{i\varphi_s}\int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\ln\left[1+\frac{1}{c^2}\sqrt{1+s^2-2s\cos\varphi}\right]$, $s = |s|$.

При $|s|\ll 1$, $\ln[1+f\bar{f}] = \ln\left[1+\frac{1}{c^2}\sqrt{1-2s\cos\varphi}\right] = \ln\left[1+\frac{1}{c^2}(1-2s\cos\varphi)\right] =$

$= \ln\left(1+\frac{1}{c^2}-\frac{2s}{c^2}\cos\varphi\right) = \ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) + \ln\left(1-\frac{2s\cos\varphi}{c^2(1+1/c^2)}\right) = 0 + \frac{2s\cos\varphi}{(c^2+1)}(-1)$

$\langle m_+\rangle = \frac{2c}{\pi}ie^{i\varphi_s}\int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\left[0 - \frac{2s\cos\varphi}{1+c^2}\right] = \frac{2c}{\pi}ie^{i\varphi_s}\frac{|s|(-1)}{2(1+c^2)}\int_0^{\pi} d\varphi\cos^2\varphi = \frac{2c}{1+c^2}is(-1)$, аналог. (3) от 26/III.

$\frac{\partial\langle m_+\rangle}{\partial s} = |s=|s|\,\text{гр.сил}| = \frac{2c}{\pi}ie^{i\varphi_s}\int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\,\frac{1}{(1+f\bar{f})_{s=0}}\frac{\partial}{\partial s}(f\bar{f})|_{s=0} = \frac{2c}{\pi}ie^{i\varphi_s}\int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\left(-\frac{2}{c^2}\cos\varphi\right)\frac{1}{1+1/c^2} =$

$= -\frac{4c}{1+c^2}ie^{i\varphi_s}\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} d\varphi\cos^2\varphi = -\frac{2c}{1+c^2}ie^{i\varphi_s}$ - совп. с 26/III.

(2/IV) Неочевидно в $\ln(1+\dots)$, надо найти $f\bar{f} = \frac{1}{c^2}(1+s^2-2s\cos\varphi)$ и тогда уже skyrmion: (и vortex c>1)

$\to \langle m_+\rangle(s) = \frac{2c}{\pi}ie^{i\varphi_s}\int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\ln\left[1+\frac{1}{c^2}(1+s^2-2s\cos\varphi)\right]$ и $\langle m_+\rangle = -\frac{2c}{(1+c^2)}is$ при $s\to 0$, верно.

Zeiman $\langle m_+\rangle(s) = \frac{2c}{\pi}ie^{i\varphi_s}J_s(s)$, $J_s(s) = \int_0^{\pi} d\varphi\ln\left(c^2+1+s^2-2s\cos\varphi\right)\cos\varphi$, $|s| = s$ гр.сил.

Skyrmion, large vortex c>1

$J_s(s)$ берется аналитически, но громоздко. $\partial J_s/\partial s = 2\int_0^{\pi} d\varphi\cos\varphi\,\frac{(s-\cos\varphi)}{1+c^2+s^2-2s\cos\varphi}$, $\left(\frac{\partial J_s}{\partial s}\right)_{s=0} = -\frac{\pi}{(1+c^2)}$

$J(s)$, $J_s(s)$ задающие $W_H(s) = -h_-\langle m_+\rangle(s)$ для classic vortex (c<1), skyrmion и large vortex (c>1) легко разлагать в ряд по $s\ll 1$.

Equilibrium c и s находятся из системы eqs. $\frac{\partial W}{\partial c} = 0$, $\frac{\partial W}{\partial s} = 0$ + усл. min $W(c,s)$.

Две clas. vortex (c<1-s) $W(c,s) = W_{ex}(c,s) + W_m^{s,f}(c,s) + W_H(s)$, $W_H(s) = -h_-\langle m_+\rangle(s)$

$W_{ex}^{(cs)} = (M_s^2V)\left(\frac{Le}{R}\right)^2\left[2-\ln c+\frac{1}{2}\ln(1-s^2)\right]$ - выходит из c^2 и s^2 разложения, и $W_m(c,s) =$

$= W_m^s(c) + W_m^s(s)$ выходит c^4 и s^4 разложения. Т.е. eq находится из $\frac{\partial}{\partial c}[W_{ex}(c,0)+W_m^s(c)] = 0$

а eq находится из $\frac{\partial}{\partial s}\left[W_{ex}(c_0,s) + W_m^s(s) + W_H(s)\right] = 0$, $s_{eq} = F(c_0,h,R,\beta)$ - зав. $M(H)$ (при $s_{eq} = s_{eq}^{min}$) - RVM.

Escaneado con CamScanner

Pure classic vortex $W(s) = W_{ex}(s) + W_m^s(s) + W_H^s(s)$ применимо при $s < 1-c$, т.е. при $c > 0.8-1$ нереалистично, т.к. Han сходится при $s \gg 1$. Для $c = 0.2-0.9$ большая часть общей границы в вортексе core $M_x = M_s$ приходится dot border $\Rightarrow W_{ex}, W_m^s, W_H$ ограничивают $W_m^s(c,s)$. (3/V) — Расчеты с V.core crossing dot border — см. Melkov IEEE

Численные расчеты с s^s в RVM есть $c+s < 1$ для classic vortex ($c<1$) 2013

Основное Han определено при $s=1$ — но это не ясно, нужно доп. Han as (1) $s+c=1$.

$W(s) = W(0) + \frac{1}{2}\varkappa s^2 - hs$, $s_0 = \frac{1}{\varkappa}h$, но теперь для classic vortex def. Han будет не $s_0=1$, а $s_0 = 1-c$. $h_{an} = \varkappa(1-c)$, $\left(H_{an} = M_s\left[4\pi F_1(\beta) - \frac{Le^2}{R^2}\right](1-c)\right.$, где $c = c_0$ из $\frac{\partial}{\partial c}\left[W_{ex}(c) + W_m^s(c)\right] = 0$ расчет H_{an} из simulations (Classic vortex)

Для RVM с $c = 0.1-0.9$ считать h_{an} сложнее, это надо предположить v.core crossing dot border.

Simulations Garcia дали $c = 0.5$ ($L=52, R=60$ nm) и $c = \frac{26}{60} = 0.6$ ($L=52, R=60$ nm), т.е. для dot ($L=30, R=65$ nm) получается реально $H_{an}^{cal}(corr) = 1180(1-0.5)$ Oe $= 590$ Oe и для dot ($L=55, R=65$ nm) $H_{an}^{cal}(corr) = 1.69(1-0.6)$ kOe $= 680$ Oe, см. 29/IX

Видно $H_{an}^{cal}(corr) = 590$ Oe отлично совпадает с $H_{an}^{exp} = 600$ Oe (Garcia) для dot ($L=30, R=65$ nm)

$Y(s)$ - classic vortex и $Y_s(s)$ - skyrmion/large vortex ($c>1$) асимптотически при $s \gg 1$ "vortex-critic. fields, med" $M_x(H_x)$ для skyrmion сложнее, т.к. $s \to \infty$ при $H_x \to \infty$ (в отличие skyrmion bubble ($c>1$). L-SD ($m_x=0$) state и не путать с 11-SD ($m_x \neq 1$).

Large vortex Han

Для large vortex ($c>1$) нормально $c \geq (c-1)$ — more dot s в dot ($s \leq 1$) не обязательно

vortex с $m_x=0 \Rightarrow W_{ex}, W_m^s, W_H$ надо пересчитывать. В зависимости $s \gg 1$, Annihilation starts at $s_1 = (c-1)$ (2) и завершается рефлу $s=1$ вплоть $s_2 = c+1$, Han M(Hx) plateau

Что считать "s" вместо Han? когда $s_1 = (c-1)$, можно $s=1$, можно $s = \frac{1}{2}(s_1+s_2) = c$

Для любого $s > (c-1)$ необходимо пересчет Han. Если в определении Han as $s = c-1 = s_0$, то $s_0 = \varkappa h$, $h_{an} = \varkappa(c-1)$, Han надо уменьшить по сравн. со стандартным def. $h_{an}(s=1) = \varkappa$.

(3/V) Verba submit. to PRB thick dot SW paper. Ожидать documents для UK visa appl. Позвонить B.Ivanov, написать Tartakovskaya и Verba насчет visit-MagIC to San Seb. Tartakovskaya com. по visit Nov. 2016, Verba - нет.

(4/V) Slonus Ubaroby: ок сом. на 1 нед secondment in June to Donostia (по грант B Arto Small-R vortex dots

Запрос о visit to Donostia 10.C.D. Переписка (нужна visas). Заполнить и послать file "Small-R vortex dots" to A.Garcia, revised Skyrmion Suscept. file to Zukhra E-mail/de Nerea о пребывании по MaGIC-project (через Irastorza и Irastorza (сначала secondment)

(5/V) Обсудить Skyrmion-stability MS с Arantxa. Предложить Uneti to apply на Gipuzkoa post. Принять Damping-talk oral на JEMS-2016. Contact с Sukhostavets of ouv. thyr.-kiev.Sept. 2015 etc. Фархад прислал new papers по Winter magnons. Visit to Branka" - restaurant - перенести conf. dinner на June 28 (~80 чел.) Tuesday — Gipuzkoa подтвердила new date. С А. и Ю. в "Al Campo" - 2 стола и 50 порций для Conf. С А. 2 серии Game of Thrones"

(6/V) Написание MS по Skyrmion stability с Arantxa. Принимает V.Tkachenko to San Seb (within MagIC project): согласовать на October 2016, E.Tartakovskaya - Nov. 2016. SolSkyMag reminders to B.Ivanov, A.Zvezdin и 9 participants (from Russia to register. R.Chantrell отправил ответ в SolSkyMag (через T.Ostler)

RSM

(7/V) Попробовать Skyrmion non-linear energy $W(s)$. Если не min, когда исчезает? Skyrmion energy st.

$W_H(s) = -h_- \langle m_+(s) \rangle$, $\langle m_+(s) \rangle = \frac{2c}{\pi r} e^{i\varphi_s} J_s(s)$ расчитана 2/V.

26/III $W_{ex} = BAL \int_{dot} d^2s \frac{1}{(1+f\bar{f})^2}\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|^2 = BAL \int_{dot} dx\,dy \frac{1}{(1+f\bar{f})^2}\frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{z}} = -BAL \int_{dot} dx\,dy \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\left[\frac{1}{(1+f\bar{f})}\frac{\partial f}{\partial z}\right]$

$= (-BAL)\frac{1}{2i}\oint_{s=1} dz \frac{1}{(1+f\bar{f})} g \ln f \frac{\partial f}{\partial z} = \left|f(z) = e^{i\varphi_0}\frac{1}{c}(z-s),\ \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{c}e^{i\varphi_0}\right| = (-BAL)\frac{1}{2i}\oint_{s=1} d\varphi\, ie^{i\varphi}\frac{1}{(1+f\bar{f})}$

$\times \frac{1}{s}\frac{1}{c}e^{i\varphi_0} = -4AL\frac{e^{i\varphi_0}}{c}\int_{s=1} d\varphi \frac{e^{i\varphi}c}{e^{i\varphi_0}(z-s)}\frac{1}{(1+f\bar{f})} = -4AL\int_0^{\pi} d\varphi \frac{e^{i\varphi}}{(e^{i\varphi}-s)}\frac{1}{(1+f\bar{f})} = +4AL\int d\varphi \frac{1}{1-se^{i\varphi}}\frac{1}{(1+f\bar{f})}$

Escaneado con CamScanner

$$W_{ex}(s) = -4AL\int_0^{2\pi} d\varphi\ \frac{1-|s|e^{i(\varphi-\varphi_s)}}{1+|s|^2+2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)}\ \frac{1}{1+\frac{1}{c^2}\left(1+|s|^2+2|s|\cos(\varphi-\varphi_s)\right)} = \left|\varphi-\varphi_s=\varphi'\right| =$$

$$= -4AL\int_0^{2\pi} d\varphi\ \frac{1-|s|e^{i\varphi}}{|e^{i\varphi}-s|}\ \frac{1}{1+\frac{1}{c^2}|e^{i\varphi}-s|^2} = -8AL\int_0^{\pi} d\varphi\ \frac{(1-s\cos\varphi)}{(1+s^2-2s\cos\varphi)}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{c^2}(1+s^2-2s\cos\varphi)}$$

$W_{ex}(0) = -8AL\cdot 2\pi\frac{c^2}{1+c^2} < 0$ (?), видимо ф. Грина нельзя применять. $W_{ex}(s)$ аби. с $W_{ex}(s)$ бунде частота $2\pi/\pi$ – обе неверны (нет ф.Грина). Надо $W_{ex}(s) = \frac{8AL}{c^2}\int_{dot} d^2\vec{s}\ \left[1+\frac{1}{c^2}|z-s|^2\right]^{-2}$

$$W_{ex}(s) = 8ALc^2\int d^2\vec{s}\ \frac{1}{\left[c^2+s^2+s^2-2s\cos\varphi\right]^2}$$, инт. по φ нет в ф-ле Грина.

$$W_{an}(s) = KL\int d^2\vec{s}\ \sin^2\theta = 4KL\int d^2\vec{s}\ \frac{|f|^2}{\left[1+|f|^2\right]^2} = 4KLc^2R^2\int d^2\vec{s}\ \frac{(s^2+s^2-2s\cos\varphi)}{(c^2+s^2+s^2-2s\cos\varphi)^2}$$

Трик $\frac{F}{(1+F)^2} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{1+xF}\right)_{x=1}$, $\frac{|f|^2}{(1+|f|^2)^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{1+x|f|^2}\Big|_{x=1}$, $x\to\lambda$.

$$W_{an}(s) = 4KR^2L\int d^2\vec{s}\ (-1)\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{1}{(1+\lambda|f|^2)} = (4KR^2L)\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\int d^2\vec{s}\ \frac{1}{\left[1+\frac{\lambda}{c^2}(s^2+s^2-2s\cos\varphi)\right]}$$

$$J_\varphi(\lambda) = \int_0^{2\pi} d\varphi\ \frac{1}{\left[1+\frac{\lambda}{c^2}(s^2+s^2-2s\cos\varphi)\right]} = \frac{c^2}{\lambda}\int_0^{2\pi} d\varphi\ \frac{1}{\left(\frac{c^2}{\lambda}+s^2+s^2-2s\cos\varphi\right)} = \left|a = \frac{-2s}{c^2/\lambda+s^2+s^2}\right| =$$ (аналогия)

$$= 2\frac{c^2}{\lambda}\frac{1}{c^2/\lambda+s^2+s^2}\int_0^{\pi} d\varphi\ \frac{1}{1+a\cos\varphi} = \frac{2}{\frac{c^2}{\lambda}+s^2+s^2}\cdot\frac{c^2}{\lambda}\frac{\pi}{\sqrt{1-a^2}} = \frac{2c^2\pi}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{c^2}{\lambda}+s^2+s^2\right)^2-4s^2s^2}}$$

$$W_{an}(s) = (\cdot)\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\int_0^1 ds\,s\,2\pi\frac{c^2}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{c^2}{\lambda}+s^2+s^2\right)^2-4s^2s^2}} = (\cdot)\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\frac{\pi c^2}{\lambda}\int_0^1 dx\ \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{c^2}{\lambda}+s^2+x\right)^2-4s^2x}} = \left|t=\frac{x=s^2}{x+\frac{c^2}{\lambda}+s^2}\right| =$$

$$= (\cdot)\left(\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\frac{\pi c^2}{\lambda}\int dt\ \frac{1}{\sqrt{t^2-4s^2}} = \left|\frac{t}{2s}=\xi\right| = (\cdot)\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\frac{\pi c^2}{\lambda}\ln\left[t+\sqrt{t^2-4s^2}\right]_{t_1}^{t_2} = (\cdot)\left(\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\frac{\pi c^2}{\lambda}\times$$

$$\times\left[\ln\left(1+\frac{c^2}{\lambda}+s^2+\sqrt{\left(1+\frac{c^2}{\lambda}+s^2\right)^2-4s^2}\right) - \ln\left(\frac{c^2}{\lambda}+s^2+\sqrt{\left(\frac{c^2}{\lambda}+s^2\right)^2-4s^2}\right)\right] = \pi c^2(\cdot)\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\frac{1}{\lambda}\times$$

$$\times\left[\operatorname{Arch}\left(\frac{1+\frac{c^2}{\lambda}+s^2}{2s}\right) - \operatorname{Arch}\left(\frac{c^2/\lambda+s^2}{2s}\right)\right],\quad \frac{\partial}{\partial\lambda}F(1/\lambda) = \left|\frac{1}{\lambda}=x\right| = -\frac{1}{\lambda^2}\frac{\partial F(x)}{\partial x},\quad \lambda=1\Rightarrow x=1.$$

$$W_{an}(s) = \pi c^2(\cdot)(-1)\left(-\frac{1}{\lambda^2}\right)\frac{\partial F(x)}{\partial x}\Big|_{x=1},\quad F(x) = x\left[\operatorname{Arch}\left(\frac{1+c^2x+s^2}{2s}\right) - \operatorname{Arch}\left(\frac{c^2x+s^2}{2s}\right)\right]$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = \left[\operatorname{Arch}\left(\frac{1+c^2x+s^2}{2s}\right) - \operatorname{Arch}\left(\frac{c^2x+s^2}{2s}\right)\right] + x\left[\frac{1}{\sqrt{(1+c^2x+s^2)^2-4s^2}} - \frac{1}{\sqrt{(c^2x+s^2)^2-4s^2}}\right]\cdot c^2$$

$$W_{an}(s) = \pi c^2(4KR^2L)\left\{\operatorname{Arch}\left(\frac{1+c^2+s^2}{2s}\right) - \operatorname{Arch}\left(\frac{c^2+s^2}{2s}\right) + \frac{c^2}{\sqrt{(1+c^2+s^2)^2-4s^2}} - \frac{c^2}{\sqrt{(c^2+s^2)^2-4s^2}}\right\}$$

$$W_{an}(s) = \pi c^2(4KR^2L)\left[\ln\left(\frac{1+c^2+s^2}{c^2+s^2}\right) + \frac{c^2}{\sqrt{(1+c^2+s^2)^2-4s^2}} - \frac{c^2}{\sqrt{(c^2+s^2)^2-4s^2}}\right]$$ – неверно, хотя $s=0$

$$W_{an}(s=0) = \pi c^2(4KR^2L)\left[-\ln(1+1/c^2) + \frac{c^2}{1+c^2} - 1\right]$$ верный предел

Прямой расчёт $W_{an}(s=0) = (4KR^2L)c^2\int ds\,s\int d\varphi\ \frac{s^2}{(c^2+s^2)^2} = \pi c^2(4KR^2L)\int d(s^2)\frac{s^2}{(s^2+c^2)^2} =$

$$= \pi c^2(\cdot)\int_0^1 dx\ \frac{x}{(x+c^2)^2} = \pi c^2(\cdot)\int_0^1 dx\left[\frac{x+c^2}{(x+c^2)^2} - \frac{c^2}{(x+c^2)^2}\right] = \pi c^2(\cdot)\left[\ln(x+c^2) + \frac{c^2}{x+c^2}\right]_0^1$$ неправильному $W_{an}(s=0)$

$$W_{ex}(s) = 8ALc^2\int d^2\vec{s}\ \frac{1}{\left[c^2+s^2+s^2-2s\cos\varphi\right]^2},\quad J_\varphi(c) = \int d\varphi\ \frac{1}{(c^2+s^2+s^2-2s\cos\varphi)^2} = \left|\lambda=c^2\right| =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial\lambda}\int_0^{2\pi} d\varphi\ \frac{1}{(\lambda+s^2+s^2-2s\cos\varphi)} = -\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{1}{(\lambda+s^2+s^2)}\int_0^{2\pi} d\varphi\ \frac{1}{1-a\cos\varphi} = \left|\begin{matrix}a=-\frac{2s}{\lambda+s^2+s^2}\\ \lambda=c^2\end{matrix}\right| =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{2\pi}{(\lambda+s^2+s^2)}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{4s^2s^2}{(\lambda+s^2+s^2)^2}}} = -2\pi\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{1}{\sqrt{(\lambda+s^2+s^2)^2-4s^2s^2}};\quad W_{ex} = 8ALc^2\int ds\,s\,(-2\pi\frac{\partial}{\partial\lambda})\frac{1}{\sqrt{(\cdot)^2-4s^2s^2}}$$

$$W_{ex}(s) = -8\pi ALc^2\int_0^1 dx\ \frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{1}{\sqrt{(\lambda+x+s^2)^2-4s^2x}},\quad D(x) = (\lambda+x+s^2)^2-4s^2x = \lambda^2+x^2+s^4+2\lambda x+$$
$$+2\lambda s^2+2xs^2-4s^2x = x^2+2x(\lambda-s^2)+\lambda^2+s^4+2\lambda s^2$$

$$D(x) = x^2+2(\lambda-s^2)x+(\lambda+s^2)^2,\quad \det D = 4(\lambda-s^2)^2-4(\lambda+s^2)^2 = 8\lambda(-2s^2) < 0$$ – нет вещ. корней

$$\xi = x+\lambda+s^2,\quad D(\xi) = \xi^2-4s^2(\xi-\lambda-s^2) = \xi^2-4s^2\xi+4s^4+4s^2\lambda = (\xi-2s^2)^2+4s^2\lambda$$

$$W_{ex}(s) = -8\pi ALc^2\frac{\partial}{\partial\lambda}\int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi\ \frac{1}{\sqrt{(\xi-2s^2)^2+4\lambda s^2}} = -(\cdots)\frac{\partial}{\partial\lambda}\operatorname{Arsh}\left(\frac{\xi-2s^2}{2\sqrt{\lambda}s}\right)\Big|_{\lambda+s^2}^{1+\lambda+s^2} = -(\cdots)\frac{\partial}{\partial\lambda}\left[\operatorname{Arsh}\left(\frac{1+\lambda-s^2}{2\sqrt{\lambda}s}\right) - \operatorname{Arsh}\left(\frac{\lambda-s^2}{2\sqrt{\lambda}s}\right)\right.$$

Escaneado con CamScanner

$W_{Bx}(s) = -(\dots)\frac{2}{\partial s}\ln\left\{\frac{1+\lambda-s^2+\sqrt{(1+\lambda-s^2)^2+4\lambda s^2}}{\lambda-s^2+\sqrt{(\lambda-s^2)^2+4\lambda s^2}}\right\} = -(\dots)\frac{2}{\partial s}\ln\left[\frac{1+\lambda-s^2+\sqrt{(1+s^2)^2+\lambda(\lambda+2)-2s^2}}{2\lambda}\right]$

$\lambda+s^2=c^2+s^2$

$W_{Ex}(s) = -(\dots)\frac{2}{\partial s}\ln\left\{\frac{1+\lambda-2s^2+\sqrt{(\lambda+1)^2-4s^2}}{2(\lambda-s^2)}\right\} = (\cdot)\left[\frac{\lambda+\frac{1}{2}\lambda^2+\dots}{\lambda+1+\lambda+\sqrt{(\lambda+1)^2-4s^2}} - \frac{1}{(\lambda-s^2)}\right]$

$= -(8\pi AL c^2)\left[1+\frac{1+c^2+s^2}{\sqrt{(1+c^2+s^2)^2-4s^2}}\cdot\frac{1}{c^2}\right] = -(8\pi AL c^2)\left[\frac{1}{\sqrt{(1+c^2+s^2)^2-4s^2}}-\frac{1}{c^2}\right]$

$W_{Bx}(s\to 0) = -8\pi AL\frac{1+c^2}{c^2}\left[\frac{1}{1+c^2}-\frac{s^2}{c^2}\right] = 8\pi AL\frac{1}{(1+c^2)}$ · 14/1 $W_B(s\to 0) = \frac{\mu_0^2 V}{R^2}\frac{4\pi^2}{(1+c^2)}$

$W_{Ex}(s) = 8\pi AL\left[1-\frac{c^2}{\sqrt{(1+c^2+s^2)^2-4s^2}}\right]$, $L_0^2 = 2A/\mu_0^2$ - coherence

$\Rightarrow W_{Ex}(s) = 8\pi AL\left[1-c^2\frac{1}{(1+c^2)}\left\{1+\frac{(c^2+1)}{(1+c^2)^2}s^2\right\}\right]$ - ? the sm. Hamiltonian

$W_{Ex}(s) = 8\pi AL\left[1-\frac{1}{(1+c^2)}+\frac{c^2}{(1+c^2)^2}s^2\right] = \frac{8\pi AL}{(1+c^2)}\left[1-\frac{2c^2}{(1+c^2)}s^2\right]$, the Bulk case Ω was parabolic

Linearization $W_{Ex}(s) = (\cdot)2\pi c^2\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\frac{1}{2}\int_0^1 d\varphi\frac{1}{\sqrt{(\frac{s^2}{\lambda}+c^2+\lambda)^2-4c^2\lambda}}$ Thus $\int_0^1(\cdot)$ calc. exist W_{Ex}-parabolic + geometrical term $\lambda\to\frac{c^2}{\lambda}$

$D(\lambda) = (\frac{s^2}{\lambda}-2c^2)^2+4s^2c^2$

If $W_{Ex}(s) = W_{Bx}(s)$ Bulk-surface correspondence $\Rightarrow$ $J(x) = \int_0^{2\pi}d\varphi\frac{1}{(x+s^2+s^2-2sc\cos s\varphi)}$

$J(x) = \frac{2\pi}{\sqrt{(x+s^2+s^2)^2-4s^2s^2}}$; $\int_0^1 ds\,s\,J(x) = |s^2=z| = \int_0^1 dz\frac{\pi}{\sqrt{(x+z+sz)^2-4s^2z}}$

$D(z) = (x+z+sz)^2-4s^2z = |z=x+z+s^2| = \xi^2-4c^2(\xi-x-s^2) = \xi^2-4c^2\xi+4s^2+4c^2x =$

$\int_0^1 ds\,s\,J(x) = \pi\int_{\xi_1}^{\xi_2}\frac{1}{\sqrt{(\xi-2s^2)^2+4s^2x}} = \left|\xi-2s^2=t\right| = \pi\int_{t_1}^{t_2}\frac{1}{\sqrt{t^2+4s^2x}} = \pi\,\mathrm{Arsh}\left(\frac{t}{2s\sqrt{x}}\right)\Big|_{t_1}^{t_2}$

$t_2 = \xi_2-2s^2 = z_2+x+s^2-2s^2 = 1+x-s^2$

$t_1 = \xi_1-2s^2 = z_1+x+s^2-2x = x-s^2$

$\int_0^1 ds\,s\,J(x) = \pi\left[\mathrm{Arsh}\frac{t_2}{2s\sqrt{x}}-\mathrm{Arsh}\frac{t_1}{2s\sqrt{x}}\right] = \pi\left[\ln\left(t_2+\sqrt{t_2^2+4s^2x}\right)-\ln\left(t_1+\sqrt{t_1^2+4s^2x}\right)\right]$

$= \pi\left|\ln\left(1+x-s^2+\sqrt{(1+x-s^2)^2+4s^2x}\right)-\ln\left(x-s^2+\sqrt{(x-s^2)^2+4s^2x}\right)\right|$

$\Rightarrow\int_0^1 ds\,s\,J(x) = \pi\left|\ln\left(1+x-s^2+\sqrt{(1+x-s^2)^2+4s^2x}\right)-\ln 2x\right|$

$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^1 ds\,s\,J(x) = \pi\left[\frac{1+\frac{2(\cdots)}{2\sqrt{(\cdots)}}\{2(1+x-s^2)+4s^2\}}{1+x-s^2+\sqrt{(1+x-s^2)^2+4s^2x}}-\frac{1}{x}\right] = |x=c^2| =$

$= \pi\left[\frac{1}{\sqrt{(1+x-s^2)^2+4s^2x}}\cdot\frac{1+x+s^2+\sqrt{(\cdots)}}{1+x-s^2+\sqrt{(\cdots)}}-\frac{1}{x}\right]$ // $W_{Ex} = 8AL\,x\int d^2s\frac{1}{[x+s^2+s^2-2sc\cos s\varphi]^2}$

$= 8AL\,x\int d^2s\left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{1}{[x+s^2+s^2-2sc\cos s\varphi]} = RAL\,x\left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)\int_0^1 ds\,s\int_0^{2\pi}d\varphi\frac{1}{(x+s^2+s^2-2sc\cos s\varphi)} =$

$= 8AL\,x\left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)\int_0^1 ds\,s\,J(x) = 8\pi AL\left[\frac{x}{\sqrt{(1+x-s^2)^2+4s^2x}}\cdot\frac{1+x+s^2+\sqrt{(\cdots)}}{1+x-s^2+\sqrt{(\cdots)}}-1\right](-1)$

Rigid AP

$W_{Ex}(s) = 8\pi AL\left[1-\frac{x}{\sqrt{(1+x+s^2)^2-4s^2}}\cdot\frac{1+x+s^2+\sqrt{(\cdots)}}{1+x-s^2+\sqrt{(\cdots)}}\right]$, $x=c^2$

Skyrmion

Def. $\xi = 1+c^2+s^2$

$x = \xi-1-s^2$

$W_{Ex}(s) = 8\pi AL\left[1-\frac{(\xi-1+s^2)}{\sqrt{\xi^2-4s^2}}\cdot\frac{\xi+\sqrt{\xi^2-4s^2}}{\xi-2s^2+\sqrt{\xi^2-4s^2}}\right]$

V3,C

$W_{Ax}(s) = (4KR^2L)\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\int d^2\vec{s}\frac{1}{\left[1+\frac{\lambda}{c^2}(s^2+s^2-2sc\cos s\varphi)\right]} = (\cdot)\left(-\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\frac{c^2}{\lambda}\int d^2s\frac{1}{\left[\frac{c^2}{\lambda}+s^2+s^2-2sc\cos s\varphi\right]}$

$F(x) = x\int d^2s\frac{1}{(x+s^2+s^2-2sc\cos s\varphi)}$, $\frac{\partial F(x)}{\partial\lambda} = \frac{\partial F(x)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\lambda} = -\frac{c^2}{\lambda^2}\frac{\partial F(x)}{\partial x}$

$x=c^2/\lambda$

$W_{Ax}(s) = (\dots)\left(-\frac{\partial}{\partial x}\right)F(x) = (\dots)\frac{c^2}{\lambda^2}\frac{\partial F(x)}{\partial x}$, $F(x) = x\int_0^1 ds\,s\int_0^{2\pi}d\varphi\frac{1}{(x+s^2+s^2-2sc\cos s\varphi)} =$

$= x\int_0^1 ds\,s\,J(x)$, $\frac{\partial F(x)}{\partial x} = \int_0^1 ds\,s\,J(x) + x\frac{\partial}{\partial x}\int_0^1 ds\,s\,J(x)$ - Continuation of $W_{Bx}(s)$, $x=\frac{c^2}{\lambda}+c^2$, $\lambda=1$

$W_{Ax}(s) = (4KR^2L)c^2\left[\int_0^1 ds\,s\,J(x) + x\frac{\partial}{\partial x}\int_0^1 ds\,s\,J(x)\right] = (4KR^2L)c^2\pi\times$

$\times\left[\ln\left(1+x-s^2+\sqrt{(1+x-s^2)^2+4s^2x}\right)-\ln 2x+\frac{x}{\sqrt{(1+x-s^2)^2+4s^2x}}\cdot\frac{1+x+s^2+\sqrt{(\cdots)}}{1+x-s^2+\sqrt{(\cdots)}}-1\right]$

$W_{Ax}(s) = \pi c^2(4KR^2L)\left[\ln\left(\xi-2s^2+\sqrt{\xi^2-4s^2}\right)-\ln 2(\xi-1-s^2)+\frac{(\xi-1-s^2)}{\sqrt{\xi^2-4s^2}}\cdot\frac{\xi+\sqrt{\xi^2-4s^2}}{\xi-2s^2+\sqrt{\xi^2-4s^2}}-1\right]$

Skyrmion - arbitrary c, s, $f(t) = e^{i\pi t}(t-s)/c$ - RSM

Escaneado con CamScanner

(8/iv) Нужны замена 7/iv $W_{ex}(s)$, $W_{an}(s)$ через и дать large vortex Gaia с $c>1$ (R/M).

$s^2 - 4s^3 = (s+2s)(s+2s) = (1+c^2+s^2-2s)(1+c^2+s^2+2s) = [c^2+(s-1)^2][c^2+(s+1)^2] > 0$

Так как в $W_{ex}(s)$ член DMI дает слагаемое $\sim A \to A' + \frac{1}{2}D\varepsilon R c$, то расчет через и дать chiral Skyrmions ($\varepsilon D \neq 0$), D - DMI parameter. // Кривая единственности Neel Skyrmion in dot $\sim 24/III$ $|D| > I_2$ и β.

$\Delta W_m(m_z=\pm 1, m_s \neq 0) = W_{DMI}(m_s) + W_m(m_s) = 0$ дает $\frac{2|D|}{RM_s^2}\int_0^1 ds\, s\left[\theta_s' + \frac{\sin\theta\cos\theta}{s}\right] = 4\pi\int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k)$,

$W_{ex}(s\to 0) = \frac{8\pi AL}{(1+c^2)} \to \frac{8\pi L}{1+c^2}\left(A + \frac{1}{2}D\varepsilon R c\right)$ - BP solution model ($m_s = \sin\theta$, $I_s(k) = \int_0^1 ds\, s J_1(ks) m_s(s)$)

$\Delta W_{DMI} = \frac{8\pi L}{(1+c^2)}\frac{1}{2}(-|2|)Rc = -\frac{4\pi L|D|Rc}{(1+c^2)}$ ($D\varepsilon = -|D|$) $W_{DMI}(m_s) + W_m(m_s) = -\frac{4\pi L|D_c|Rc}{(1+c^2)M_s^2 V} + 4\pi\int dk\, k(\dots) = 0$

$\frac{4|D_c|}{M_s^2 R}\frac{c}{(1+c^2)} = 4\pi\int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k)$, $I_s(k) = \int_0^1 ds\, s J_1(ks) m_s(s)$, $m_s = \frac{2cs}{c^2+s^2} = \sin\theta(s)$ BP solution

$|D_c| = \pi\left(\frac{1+c^2}{c}\right)M_s^2 R \int_0^\infty dk\, k f(\beta k)\left[\int_0^1 ds\, s J_1(ks) m_s(s)\right]^2$, $I_s(k) = 2c\int_0^1 ds\, s^2 \frac{J_1(ks)}{(c^2+s^2)}$

$|D_c| = 4\pi M_s^2 R c(1+c^2)\int_0^\infty dk\, k f(\beta k)\left[\int_0^1 ds\, s^2 \frac{J_1(ks)}{c^2+s^2}\right]^2$ - к/интеграл сингулярности Neel-Skyrmion в BP-soliton model, см. 24/III

$\int_0^1 ds\, s^2 \frac{J_1(ks)}{c^2+s^2} = \left|\begin{matrix} z = s/c \\ x = kc \end{matrix}\right| = c\int_0^{kc^2} dz\, z^2 \frac{J_1(kcz)}{1+z^2}$, $\int dk\, k f(\beta k)[\dots]^2 = \frac{1}{c^2}\int dx\, x f\left(\frac{\beta}{c}x\right) c^2\left[\int_0^{xc^2} dz\, z^2 \frac{J_1(xz)}{1+z^2}\right]^2$

$|D_c| = 4\pi M_s^2 R c(1+c^2)\int_0^\infty dx\, x f\left(\frac{\beta}{c}x\right)\left[\int_0^{xc^2} dz\, z^2 \frac{J_1(xz)}{1+z^2}\right]^2$, $\int_0^\infty dz \frac{z^2}{1+z^2} J_1(xz) = \int_0^\infty dz J_1(xz) + \int_0^\infty dz \frac{J_1(xz)}{(1+z^2)}$

$\int_0^\infty dz\, J_1(xz) = \frac{1}{x}\int_0^\infty dy\, J_1(y) = \frac{1}{x}J_0(0) = \frac{1}{x}$ ($c\to 0$) $\int_0^\infty dz \frac{J_1(xz)}{1+z^2} = |xz = x| = \int_0^\infty \frac{dx}{x}\frac{J_1(x)}{1+x^2/x^2} = |r_p - P_\cdot| =$

$= x\int_0^\infty dx \frac{J_1(x)}{x^2+x^2} = x\frac{i}{x}\left[S_{0,1}(ix) - e^{-i\frac{\pi}{2}}K_1(x)\right]_{x=1}$, $S_{\mu,\nu}(z)$ - Lommel functions

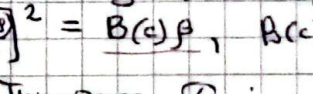
$S_{\mu,\nu}(z) = \frac{\pi}{2}\left[Y_\nu(z)\int^z z^\mu J_\nu(z)dz - J_\nu(z)\int^z z^\mu Y_\nu(z)dz\right]$, $S_{0,1}(z) = \frac{\pi}{2}\left[Y_1(z)\int_0^z dz J_1(z) - J_1(z)\int_0^z dz Y_1(z)\right] =$

$= \frac{\pi}{2}\left[Y_1(z)\{1 - J_0(0)\} - J_1(z)2\sum_{n=0}^\infty [Y_{2n+2}(z) - Y_{2n+2}(0)]\right]$, так $Y_\nu(z) \underset{z\to 0}{\sim} -\frac{1}{\pi}(\nu-1)!\left(\frac{2}{z}\right)^\nu$ сингулярная

$Y_\nu(z) - Y_\nu(0)$ - остаточная non-singular part $Y_\nu(z)$ при $z\to 0$.

т.е. далее интеграл $c\to 0$ аналитически удовлетворяет. Видно $D_c \sim RF(\beta, c)$.

Mathcad "Skyrmion_stability-dot.mcd" показал, что $D_c(\beta, c) \sim B(c)\beta$ при $\beta \ll 1$.

$\frac{D_c}{M_s^2 R} = 4\pi c(1+c^2)\int_0^\infty dk\, k f(\beta k)\left[\int_0^1 ds \frac{s^2 J_1(ks)}{c^2+s^2}\right]^2 = B(c)\beta$, $B(c)$ 

$B(c) \approx 0.6\cdot 10$ при $c = 0.1 - 0.3$.

$D_c / (M_s^2 R) \approx 6\beta$, $D_c \approx M_s^2 R\cdot 6\beta \approx 6M_s^2 L$. Типичное D_c:

$D_c \approx 6\cdot(10^3\,G)^2\, 0.5\,nm\,(L) = 6\cdot 10^6 \frac{erg}{cm^3}\, 0.5\cdot 10^{-7} cm = 3\cdot 10^{-1}\frac{erg}{cm^2} = 0.3\frac{mJ}{m^2}$ - нанообъект.

D_c defined (24/III) описывает границу Neel Skyrmion с $m_z \neq 0$ по отношению к Bloch-Skyrmion с таким же $m_z(s)$-профилем ($m_z(s)$ determines W_{ex}, W_{an}, W_m^s).

Нужно рассматривать stability of Neel-Skyrmion по отношению к 1-SD.

$\Delta W = W_{Sk}(D) - W_{1SD} = 0$ и дает real D_c.

$\Delta W = W_{Sk}(\text{Bloch}, D=0) + W_{DMI}^{(\text{Neel-Sk})} + W_m(m_s) - W_{1SD} = \underbrace{W_{DMI}(\text{Neel-Sk}) + W_m(m_s)}_{\Delta W_{old}\ 24/III} + \underbrace{W_m(\text{Neel-Sk}, D=0)}_{W(\text{Bloch Sk}, D=0)} - W_{1SD}$

В отсутствие $\Delta W_{old} = 0$ и нашли D_c. Надо $\Delta W(D_c) = 0$ - из ΔW.

$W(\varphi\text{-Sk}, D=0) - W_{1SD} = (W_{ex} + W_{an} + W_m^s) - \frac{1}{2}N_{zz}M_s^2 V$. $W_{ex}(\varphi\text{-Sk}) = \frac{8\pi AL}{(1+c^2)}$

$W_{an} = \pi c^2(4KR^2L)\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{1+c^2}\right]$ - check. 21/II.52. $W_{an} = 4KVc^2\left[\ln(1+1/c^2) - \frac{1}{(1+c^2)}\right]$

Bloch и Neel - Skyrmions имеют одинак. энергии при $D=0$, за исключением $W_m(m_s)$, так как W_{ex} у них одинаковы, $W_{an}(m_z)$, $W_m^s(m_z)$ одинаковы при одинак. $m_z(s)$

$W_m^s = M_s^2 V\frac{4\pi}{\beta}\int dk\,(1-e^{-\beta k})I_z^2(k)$, $I_z(k) = \int_0^1 ds\, s J_0(ks) m_z(s)$

$\Delta W(D) = -4\pi LR|D|\frac{c}{(1+c^2)} + M_s^2 V\cdot 4\pi\int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k) + \frac{8\pi AL}{(1+c^2)} + 4KVc^2\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right] + W_m^s - \frac{1}{2}N_{zz}M_s^2 V$

$\frac{1}{M_s^2 V}\Delta W(D) = W(\varphi\text{-Sk}) - W(1SD) = -\frac{4|D|}{M_s^2 R}\frac{c}{(1+c^2)} + 4\pi\int dk\, k f(\beta k) I_s^2 + 2h_a\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right]c^2 + \frac{4\pi}{\beta}\int dk(1-e^{-\beta k})I_z^2(k) -$

$\Delta W(D) = 0$, $\left(\frac{4|D_c|}{M_s^2 R}\frac{c}{(1+c^2)} = 4\pi\int dk\, k f(\beta k) I_s^2(k) + \frac{4\pi}{\beta}\int dk(1-e^{-\beta k})I_z^2(k) + 4\frac{L^2}{R^2}\frac{1}{(1+c^2)} + 2h_a\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right]c^2 - \frac{1}{2}N_{zz}(\beta)\right.$

$\left. - \frac{1}{2}N_{zz}(\beta) + W_{ex}\right)$ дает D_c

при $\beta\to 0$ $W_m^s = 4\pi\int_0^1 ds\, m_z^2(s) = 2\pi + 4\pi\int_0^1 ds\, s\sin^2\theta(s) = 2\pi - 8\pi f_a(c)$, $f_a(c) = c^2\left[\ln(1+\frac{1}{c^2}) - \frac{1}{1+c^2}\right]$.

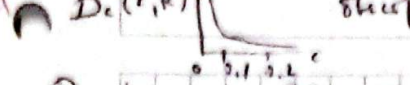
$N_{zz}(\beta\to 0) = 4\pi$

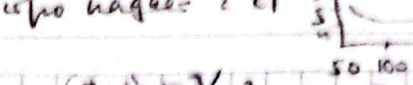
Escaneado con CamScanner

$\beta=0$ $\frac{4D_c}{M_s^2 R}\frac{c}{(1+c^2)} = 4\frac{L_e^2}{R^2}\frac{1}{(1+c^2)} + 2(h_a-4\pi)f_0(c)$, $D_c = \frac{1}{4}M_s^2 R\left[4\frac{L_e^2}{R^2}\frac{1}{c} + (h_a-4\pi)2c\left\{(1+c^2)\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)-1\right\}\right]$, $h_a-4\pi = 4\pi(Q-1)$

$D_c = M_s^2 R\left[\frac{L_e^2}{R^2}\frac{1}{c} + (Q-1)2\pi c\left\{(1+c^2)\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)-1\right\}\right]$; при $\beta\to 0$ $D_c(c,R)$.

$D_c(c,R)$ — быстро падает с ↑ c и R.





Abs $D_c \approx (4\div 6)\frac{\pi^2}{\mu_0}$ при $R=100$ nm и $c=0.1-0.3$, $Q=1.1$

D_c растет с Q, $D_c \approx 7\div 8$ mJ/m² при $Q=1.2$, $R=100-150$ nm.

Note: при $Q<1$, $D_c(c,R)<0$ при росте c ($c>0.1$) и росте R ($R>50-100$ nm), т.е. large-R_c skyrmion в dots of large enough R оказывается при $D=0$ has минимальную energy of $\psi_{1,3}$-skyrmions, т.к. $f_0(c)>0$. Но при $Q<1$, skyrmion надо сжать по энергии не $\perp$-SD, а с 11-SD и vortex states as in Gus' Mag Lett. '295.

Rohart' PRB'13 дает $D_c = \frac{4}{\pi}\sqrt{A(K-2\pi M_s^2)} = \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}(Q-1)(2\pi M_s^2)^2} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}M_s^2 L_e\sqrt{Q-1}$,

тогда как у меня (при $R\gg L_e$) $D_c \sim M_s^2 R(Q-1)$ или $D_c \sim M_s^2\frac{L_e^2}{R_c}$ при $R\sim L_e$.

Skyrmion $W(s)$: Оставим пределы $\beta\to 0$, но учтем in-plane $\vec{H}$ и $s\neq 0$ для skyrmion. DMI учтено в A', даст magnetostatics в $K\to K-2\pi M_s^2$, надо W_{ex}, W_{an} и $W_H(s)$

$W_{ex}(s) = \frac{8\pi AL}{M_s^2 V}[\dots] = 4\frac{L_e^2}{R^2}[\dots]$, $W_{an}(s) = \frac{4KA^2L}{M_s^2\pi R^2 L}\pi c^2[\dots] = 2h_a c^2[\dots] \to 8\pi(Q-1)c^2[\dots]$

$\langle m_+(s)\rangle = -2c\,J_s(s)$, $J_s(s) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi d\varphi\cos\varphi\ln(c^2+1+s^2-2s\cos\varphi)$, $W_H(s) = -h_x\langle m_x\rangle = h_x 2c J_s(s)$.

$\psi_s = \pi/2$, $s=s_0$, $\langle m_+\rangle = \langle m_x\rangle$

$W(s) = 4\frac{L_e^2}{R^2}[\dots] + 8\pi(Q-1)c^2[\dots] + h\cdot 2c J_s(s)$, $[\dots]$ см. 7/X. параметры: R, Q, h, ie $W = W(c,s)$.

в Skyrmion-stability_dot.mcd" показан, что при $D=0$, $h=0$, $Q>1$, skyrmions с $c\ll 1$ unstable и $c=c>1$ - stable (vortex) large

→ можно найти $h_{an}(c,R)$ для large vortex Garcia → из nonlinear $W(s)$

$(D=0, h=0)$, но $Q<1$ $W(s)$ имеет два min $W(s)$ при $s=0$ и при $s>1$, т.е. centered skyrmion is metastable ($c\ll 1$) (R - мало), stable $s\neq 0$ is strange state с $s=1.2-1.5$.

Если $\exists$, то при $c=0.3-0.8$ skyrmion is stable при $s=0$ (!). Не знаем c_{eq}.

$c=0.5$ ($Q=0.9$, $D=0$) - с увеличением h, min s перемещается к $s=1$ и исчезает (при $s=0$) при $h>h_c$.

Найти c_{eq} того при $h=0$.

(9/X) E-mail to R. Chantrell о Sol-SkyMag participation. // Dimensionless $d = 2L_e/A$, $z = R/L_e$. Equil. Skyrmion $c=R_c/R$

BP-Skyrmion energy $s=0$: $\frac{W(c)}{M_s^2 V} = 4\frac{L_e^2}{R^2}\frac{1}{(1+c^2)} - \frac{4|D|}{M_s^2 R}\frac{c}{(1+c^2)} + 2(h_a-4\pi)c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)-\frac{1}{1+c^2}\right]$, $d=-|d|$ sk-phase state.

$(\beta\to 0)$ $\frac{1}{M_s^2 V}W(c) = 4\left(\frac{L_e}{R}\right)^2\left[1-\frac{1}{2}|d|Rc\right]\frac{1}{(1+c^2)} + 8\pi(Q-1)c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)-\frac{1}{(1+c^2)}\right]$

Sk-Energy $W(c) = \frac{4}{\pi z^2}\left[1-\frac{1}{2}|d|zc\right]\frac{1}{(1+c^2)} + 8\pi(Q-1)c^2\left[\ln\left(1+\frac{1}{c^2}\right)-\frac{1}{1+c^2}\right]$ См. аналитику

($s=0$, $\beta\to 0$) Skyrmion stability 29/I, file "Skyrmion_radius_gyrofreq.mcd", где c_{eq} ищется и находится в gyrofrequency $\omega_G(c)$. $h_a^* = (h_a-4\pi) = 4\pi(Q-1)$.

Если $Q>1$, то $W(c)$ имеет min при $c_{eq}\approx 0.1$ имеет при $d_{c1}<|d|<d_{c2}$, $d<0$.

Если $Q<1$ то $W(c)$ имеет min при $c_{eq}\approx 0.7-0.8$ $\forall d<0$ разумных и при $d=0$.

BP-soliton ansatz $f(z) = e^{i\varphi}\frac{z}{c}$ хорошо при $c\ll 1$, т.е. для $Q>1$ case.

$d = \frac{2L_e}{A}$, если брать $L_e = 14.5$ nm, $A = 15$ pJ/m как у Buettner'15, то $D = 1$ mJ/m²

Соответ. to $d = 1\frac{\text{mJ}}{\text{m}^2}\frac{14.5\cdot 10^{-9}\text{m}}{15\text{ pJ/m}} = 0.97$. // Meeting_c Arantxa. Newspapers.

(10/X) $W_{ex} = \frac{8\pi AL}{(1+c^2)}$, Sk-number $S = \frac{1}{4\pi}\int d^2\vec{s}\,\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial y}\right) = \frac{1}{(1+c^2)}$ в BP-soliton model

T.e. $W_{ex} = 8\pi AL|S|$, $|\vec{G}| = \left(\frac{M_s L}{\gamma}\right)\int d^2\vec{s}\,\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial y}\right) = \left(\frac{M_s L}{\gamma}\right)4\int d^2\vec{s}\frac{1}{(1+|f|^2)^2}\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|^2$

$W_{ex} = L\int d^2\vec{s}\frac{8A}{R^2}\frac{1}{(1+|f|^2)^2}\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|^2$, $|S| = \left(\frac{\gamma}{M_s L}\right)|\vec{G}|\frac{1}{4\pi} = \frac{1}{\pi}\int d^2\vec{s}\frac{1}{(1+|f|^2)^2}\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|^2$, т.е.

$W_{ex} = 8\pi AL|S|$ for any analytic $f(z)$, т.е. $f(z) = e^{i\varphi_0}\frac{(z-s)}{c}$ не обязательно.

$\frac{\partial W}{\partial c} = \frac{4}{\pi z^2}\frac{-\frac{1}{2}|d|z(1+c^2)-(1-\frac{1}{2}|d|zc)\cdot 2c}{(1+c^2)^2} + 8\pi(Q-1)\left[2c\left\{\ln(\dots)-\frac{1}{c^2+1}\right\}+c^2\left\{\frac{-2}{c(1+c^2)}+\frac{1}{(1+c^2)^2}2c\right\}\right] = 0$

$\frac{\partial W}{\partial c} = \frac{4}{\pi z^2}\frac{\left[-\frac{1}{2}|d|z(1-c^2)-2c\right]}{(1+c^2)^2} + 16\pi(Q-1)\left[\frac{1}{c}f_0(c)+\frac{c}{(1+c^2)^2}\right] = 0$ дает $c_{eq}(z, d, Q)$, $\beta\to 0$.

Escaneado con CamScanner

Если $DMI \neq 0$, то L-L equation $\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\theta\cos\theta + \frac{\beta}{\Delta}\frac{\sin^2\theta}{\rho}$, $\Delta^2 = A/K$, или при β & eq. Δ, $\lambda = D\Delta/A$, $\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' = \left(1 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\theta\cos\theta + \frac{\lambda}{\rho}\sin^2\theta$

$\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' = \frac{2}{(1+u^2)^2}\left[u''(1+u^2) - 2u(u')^2\right] + \frac{1}{\rho}\frac{u'}{1+u^2} = \left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)\frac{2u(1-u^2)}{(1+u^2)^2} + \frac{\lambda}{\rho}\frac{4u^2}{(1+u^2)^2}$

$u''(1+u^2) - 2u(u')^2 + \frac{1}{\rho}u'(1+u^2) = \left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)u(1-u^2) + 2\lambda u^2$.

$u'' + \frac{1}{\rho}u' - \left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)u = -u^2\left[u'' + \frac{1}{\rho}u + \left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)u - \frac{2\lambda}{\rho}\right] + 2u(u')^2$

$(1+u^2)\left[u'' + \frac{1}{\rho}u - \left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)u\right] = -2u^2\left[\left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)u - \frac{\lambda}{\rho}\right] + 2u(u')^2$, что даёт с $DMI \neq 0$

Skyrmion profile

$u'' + \frac{1}{\rho}u' - \left(1+\frac{1}{\rho^2}\right)u = \frac{2u}{(1+u^2)}\left[(u')^2 + u\left(\frac{\lambda}{\rho} - \left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)u\right)\right]$, это наше ур., $u(\rho) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta(\rho)$ Skyrmion profile

линеаризация $u = \operatorname{tg}\frac{\theta}{2} \ll 1$, $\theta \ll 1$ даёт $u(\rho) = C K_1(\rho/\Delta)$ как у Воронова '23

Non-linear term $\sim \frac{2u}{(1+u^2)} \sim \sin\theta \to 0$ при $\theta = 0, \pi$. Но при $\theta = \pi$ доп. ограничение $E(\pi) = \infty$

$\partial\theta/\partial\rho\,|_{\rho=R} = \frac{D\Delta}{2A} = \frac{1}{2}\lambda$ гр. условие [Rohart 2013]. Если $u(\rho) = e^{\frac{\rho(\rho-R_0)}{\Delta}}$ (с, то

$\frac{P}{\rho\Delta} - \frac{1}{\rho^2} = \frac{2u}{1+u^2}\left[\frac{u}{\Delta^2} + \left(\frac{\lambda}{\rho} - \left(\frac{1}{\rho^2}+1\right)u\right)\right]_{\Delta=1}$, $\frac{P}{\rho} - \frac{1}{\rho^2} = \frac{2u}{1+u^2}\left[\frac{\lambda}{\rho} - \frac{u}{\rho^2}\right]$,

$P\rho - 1 = \frac{2u}{(1+u^2)}(\lambda\rho - u)$, что не выполняется. Т.е. $u(\rho) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}\theta(\rho) = e^{\frac{P(\rho-R_0)}{\Delta}}$ не

есть решение L.-L. equation for $\forall\lambda$. только при $\rho \to 0$ $-1 = -\frac{1u^2}{1+u^2}$ также неудобно, т.к. $u(0) \to 0$.

→ Выводы: реш. Воронов $u(\rho) \sim K_1(\rho/\Delta)$, $\theta(\rho) \ll 1$ сохраняется и при $DMI \neq 0$

решение СМД $u(\rho) = \exp\left[P\frac{(\rho-R_0)}{\Delta}\right]$ не есть решение, а лишь trial function.

Оба решения, Воронов и СМД-ansatz, действительны при $K > 0$, или $K_{eff} > 0$, $Q > 1$.

(16/V) Получил от P. Nieves изображение того Juan de la Cierva appl. отправил из-за п. 44.26 – можно одного applicant на одного tutor (у меня – два, Pablo и A. Volkov). Volkov подтвердил JdC is rejected. Pablo начал работу в Burgos и JdC postdoc не принял. Meeting с Julian: подп. инф. letter для Z. Garraeva, обсужд. JdC applications.

Meeting с Arantxa: обсужд. Simulations of Skyrmion stability in cyl. dot. Ученик с Л.Ю. Julian, фамилия Julian.

(17/V) Booked Hotel in Madrid. послал to Julian Gonzalez files по JdC applications и просил по call to UPV/EHU Rectorat – сопроводительное appeal на A. Volkov. Ikerbasque прислал информацию – Media Relation – запрос до 29/V. Emails to Zakhar (visa), Anjhua) Seguro Santander) Arantxa, Krupczyk / Krawczyk (не помню в Exeter), работа над Skyrmion Stability paper. // Nakatani APL'16 – о Skyrmion stability

Вернулся к MPD H_z-D из Kiselev J. Ph. D. '2011 – о Skyrmion stability in ∞-film with finite thickness — см. 11–14/II 2015 г. 4/II 2014 г. – MPD – Kiselev '11

Linear $\Phi(\rho)$ →

(18/V) покидаю 4/II 2014 г. что magnetostatic energy $W_m^{Kis}[\theta] = W_m^{Gus}[\theta] - W_m^{Gus}[0]$, т.е. отсчит. от $\theta = 0$ 1-SD state. $W_m^{Gus}[\theta] = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^\infty d\rho\rho \int_0^\infty d\rho'\rho' \frac{3}{3}(\rho,\rho') m_z(\rho) m_z(\rho')$, где

$\frac{3}{3}(\rho,\rho') = \int_0^\infty dk \left(1 - e^{-k\ell}\right) J_0(k\rho) J_0(k\rho')$, $\ell = L/x_0$, $\rho = r/x_0$, $x_0 = \sqrt{A/K}$ – в ед. Kiselev '11.

$W_m^{Kis}[\theta] = W_m^{Gus}[\theta] - W_m^{Gus}[0] = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \int_0^\infty d\rho\rho \int_0^\infty d\rho'\rho' \frac{3}{3}(\rho,\rho')\left[m_z(\rho)m_z(\rho') - 1\right]$, $m_z = \cos\theta$

$W_m^{Kis}[\theta] = \frac{2\pi AL}{Q}\int_0^\infty d\rho\rho\, w_d = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \ell \int d\rho\rho\, w_d$, w_d – см. Kiselev '11. $\frac{2\pi AL}{Q} = 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \ell$

$W^{Kis}[\theta] = 2\pi AL \int_0^\infty d\rho\rho \left[\theta_\rho^2 + \frac{\sin^2\theta}{\rho^2} + \frac{4\pi c}{\pi}\left(\theta_\rho + \frac{\sin\theta\cos\theta}{\rho}\right) + \sin^2\theta + \frac{H}{M_s}(1-\cos\theta) + \frac{1}{Q}w_d\right]$, $H = \frac{K}{M_s}$

$Q = K/2\pi M_s^2$, $\kappa = \pi D/(4\sqrt{AK})$, $\ell = L/x_0$, $x_0 = \sqrt{\frac{A}{K}}$ L – film thickness.

Предел $L \to 0$ Kiselev '11 получил $\cos\theta$. Предел $\beta \to 0$ для circular dot.

при $\ell = L/x_0 \to 0$ $\frac{3}{3}(\rho\rho') \to \frac{\ell}{\rho}\delta(\rho - \rho')$ и $W_m^{Gus}[\theta] \xrightarrow[\ell\to 0]{} 4\pi^2 M_s^2 x_0^3 \ell \int d\rho\rho\, m_z^2(\rho)$, или

$W_m^{Gus}[\theta] \xrightarrow{\ell\to 0} 2\pi M_s^2 V m_z^2$ если $m_z = \text{const}$ as in 1-SD state, $V = \pi R^2 L$, $R \to \infty$.

$\pm 1 = \cos\theta(\infty)$, у меня $\theta(\infty) = \pi$, у Kiselev '11 $\theta(\infty) = 0$. $W = (2\pi AL)\ell^2 \Phi(\nu)$, $\left(\nu = \frac{R_s}{L}\right)$

Именно energy $\Phi(\nu)$ и исследует Kiselev '11 to find $\min\Phi(\nu)$ и R_s – equil. Sk. size.

Также упрощ. Boj можно за счёт ansatz $\theta = \pi(1 - r/R_s)$, $r \le R_s$, $\theta(r) = 0$, $r > R_s$ linear

$W(\nu) = (2\pi AL)\ell^2\left[\tilde{A}\nu^2 - \frac{2\kappa\nu}{\ell} + \frac{\nu^3}{Q}G(\nu)\right]$, сравнение Eq. (7) linear-ansatz Kiselev '2011.

Если из начальных eqs. то $\Delta W_m^{Gus} = W_m^{Kis} = \left(\frac{2\pi AL}{\Phi}\right)\left(-\frac{1}{4}\nu^2\ell^2\right)$ при $\nu = \frac{R_s}{L} \to \infty$ и $L \to 0$, $R_s/x_0 = \nu\ell$. Eq. (7). $W_m^{Kis} = (2\pi AL)\frac{\ell^2}{Q}\nu^3 G(\nu) = |\nu \to \infty| = (2\pi AL)\frac{\ell^2}{Q}\frac{\nu^2}{4}\left(1 - \frac{8}{3\pi}\right)$. Kiselev также W_m

Escaneado con CamScanner

Вариация в А $W_m^{KS} = (2\pi AL)\ell^2\left[-\frac{\nu^2}{4}\frac{2}{Q}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)+\frac{\nu^3}{Q}G(\nu)\right] = 2\pi AL\ell^2\left[-\frac{\nu^2}{2}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)+\frac{\nu^2}{4}\left(1-\frac{8}{\pi^2}\right)\right] =$

$= 2\pi AL\frac{\ell^2}{Q}\left(-\frac{1}{4}\right)\nu^2$ - вернули $W_m(\nu_{min})$, если взять W_m с самого начала из $\tilde{A}$

$\tilde{A} = \left[1+2\left(\frac{H}{H_a}-Q\right)\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\left[1+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)-2Q^{-1}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]$ отличается от W_m

$W_{corr} = (2\pi AL)\ell^2\left[\tilde{A}\nu^2+\frac{\nu^3}{Q}G(\nu)\right] = (2\pi AL)\ell^2\left[\frac{\nu^2}{4}\left\{1+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)-\frac{2}{Q}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right\}+\frac{1}{Q}\frac{\nu^2}{4}\left(1-\frac{8}{\pi^2}\right)\right] =$

$= (2\pi AL)\ell^2\frac{\nu^2}{4}\left[1+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)-\frac{1}{Q}\right]$ при $\nu\to\infty$, $W_m = (2\pi AL)\ell^2\left(-\frac{1}{4Q}\right)\nu^2$ здесь. m_z $[H_z]$

Без DMI ($\kappa=0$) и $\nu = R_s/L \to \infty$ (т.е. $L\to 0$) corrected $W_s^{corr}(\nu) = (2\pi AL)\ell^2\frac{\nu^2}{4}\left[1+\frac{2H_a}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)-\frac{1}{Q}\right]$ R_s g

где 1-й член $[\cdot]$ совпал с W_{sk}^{corr} выше, член $\sim H_a$ - то W_H и $W_m = (2\pi AL)\frac{\ell^2}{4}\nu^2\left(-\frac{1}{Q}\right)$.

$W_m = 2\pi AL\cdot\frac{1}{4}\frac{L^2}{x_0^2}\frac{R_s^2}{L^2}(-1)\frac{2\pi M_s^2}{K} = -\pi AL\cdot\frac{K}{A}R_s^2\frac{\pi M_s^2}{K} = -\pi^2 R_s^2 L M_s^2 < 0$, т.к. вычтено W_m^{LSD}.

Если $V_s = \pi R_s^2 L$, то $W_m = -\pi M_s^2 V_s$, V_s - объём скирмиона volume.

$W(\nu\to\infty, L\to 0) = 2\pi A\ell^2 L\left[\frac{\nu^2}{4}\left[1+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)-\frac{1}{Q}\right]-\frac{2\varkappa}{\ell}\nu\right]$, $\Phi(\nu) = \frac{1}{4}[\cdots]\nu^2 - \frac{2\varkappa}{\ell}\nu$.

$\frac{\partial\Phi}{\partial\nu} = \frac{1}{2}\nu[\cdots]-\frac{2\varkappa}{\ell} = 0$, $\nu_0 = \frac{4\varkappa}{\ell}\frac{1}{[\cdots]}$. $\frac{\partial^2\Phi}{\partial\nu^2} = \frac{1}{2}[\cdots] > 0$, т.е $1+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)-\frac{1}{Q} > 0$ -

- условие устойчивости φ-Skyrmion Kiselev'11. $1+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) > \frac{1}{Q}$. $H=0$, $Q>1$

Note: при $(\nu\to\nu_0, L\to 0)$ устойчивость skyrmion не зависит от $\varkappa$-DMI.

$\Phi(\nu_0) = \frac{1}{4}\nu_0^2[\cdots]-\frac{2\varkappa}{\ell}\nu_0 = \frac{1}{4}\left(\frac{4\varkappa}{\ell}\right)^2\frac{1}{[\cdots]^2}[\cdots]-\frac{2\varkappa}{\ell}\frac{4\varkappa}{\ell}[\cdots]^{-1} = -\frac{4\varkappa^2}{\ell^2}\frac{1}{[\cdots]}$, т.к.

$[\cdots]>0$ в обл. устойчивости, то $\Phi(\nu_0)<0$ и им $\Phi_{sk}(\nu_0) < \Phi(SD)$.

→ Вывод: в Corrected - Kiselev'11 model при $L\to 0$ skyrmion is ground state при $[\cdots] = 1+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)-\frac{1}{Q} > 0$!! $H_a = K/M_s$ здесь. Нет, W_{sk} надо учесть. Иначе sk нестабилен

$W_{sk} = 2\pi AL\int_{R_s}^{\infty}\frac{d\varrho}{\varrho}\varrho\left[\theta_\varrho^2+\frac{\sin^2\Theta}{\varrho^2}\right] = \left|\varrho = r/x_0,\ \Theta = \pi(1-r/R_s),\ r<R_s,\ r/R_s=\tau,\ \theta_\varrho = -\frac{\pi}{R_s}\right| =$

$\Theta = 0,\ r>R_s,\ \sin^2\pi(1-\tau) = \sin^2\pi\tau$

$= 2\pi AL\int_0^1 d\tau\, r\left[\frac{\pi^2}{R_s^2}+\frac{\sin^2\Theta}{r^2}\right] = 2\pi AL\left(\frac{\pi^2}{2}+\int_0^1 d\tau\frac{\sin^2\pi\tau}{\tau^2}\right] = 2\pi AL\cdot[\mathrm{const}(R_s)]$ - не зависит от R_s.

Сравн. Kiselev'11 $W_{sk}^{an} = (2\pi AL)\ell^2\Phi_{sk}^{an} = 2\pi AL\ell^2\cdot\frac{\nu^2}{4} = 2\pi AL\frac{1}{4}\frac{R_s^2}{x_0^2} \sim R_s^2$ - это W_{an}.

$W_{an} = 2\pi AL\int_0^1 d\varrho\varrho\sin^2\Theta(\varrho) = 2\pi AL\frac{R_s^2}{x_0^2}\int_0^1 d\tau\,\tau\sin^2\pi\tau = 2\pi AL R_s^2\frac{K}{A}\frac{1}{\pi^2}\int_0^\pi dx\, x\sin^2 x =$

$= 2\pi KLR_s^2\frac{1}{\pi^2}\left[\frac{x^2}{4}-\frac{x}{4}\sin 2x-\frac{1}{8}\cos 2x\right]_0^\pi = 2\pi KL R_s^2\cdot\frac{1}{4}\sim R_s^2$. $\Theta = \pi(1-\tau)$

$W_H = 2\pi AL\frac{H}{H_a}\int_0^1 d\varrho\varrho(1-\cos\Theta) = 2\pi AL\frac{H}{H_a}\frac{R_s^2}{x_0^2}\int_0^1 d\tau\,\tau\left[1-\cos\Theta(\tau)\right] = (\cdot)\cdot 2\int_0^{\pi/2} d\tau\,\tau\sin^2\frac{\Theta}{2} =$

$= (\cdot)\cdot 2\int_0^{\pi/2} d\tau\,\tau\cos^2\frac{\pi}{2}\tau = (\cdot)\cdot 2\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\int_0^{\pi/2} dx\, x\cos^2 x = (\cdot)\cdot 2\cdot\frac{4}{\pi^2}\left[\frac{x^2}{4}+\frac{x}{4}\sin 2x+\frac{1}{8}\cos 2x\right]_0^{\pi/2} =$

$= (\cdot)\frac{8}{\pi^2}\left[\frac{1}{4}\frac{\pi^2}{4}+\frac{1}{8}(-1)-\frac{1}{8}\right] = (\cdot)\frac{8}{\pi^2}\left(\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{4}\right) = 2\pi AL\frac{H}{H_a}\frac{R_s^2}{x_0^2}\cdot\frac{1}{2}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right) = (2\pi AL)\frac{H}{H_a}\frac{1}{2}\nu^2\ell^2\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)$

$W_H = 2\pi AL\cdot\ell^2\Phi_H$, $\Phi_H = \frac{1}{2}\frac{H}{H_a}\nu^2\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)$ - член с corrected $\Phi_H(\nu)$ - Kiselev'11.

$W_m(L\to 0) = 2\pi AL\frac{1}{Q}\int_0^\infty d\varrho\varrho\left[\cos^2\Theta(\varrho)-1\right] = -\frac{2\pi AL}{Q}\int_0^\infty d\varrho\varrho\sin^2\Theta(\varrho) = -\frac{2\pi AL}{Q}\cdot\frac{1}{4}\frac{R_s^2}{x_0^2} = -\frac{1}{Q}W_{an}$

$W_{ex}+W_{an}+W_H+W_m = 2\pi AL\ell^2\Phi(\nu)$, $\Phi(\nu) = \mathrm{const}+\left(1-\frac{1}{Q}\right)\frac{\nu^2}{4}+\frac{1}{2}\frac{H}{H_a}\nu^2\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)$

(*) $\Phi(\nu) = \frac{1}{4}\nu^2\left[1-\frac{1}{Q}+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]-\frac{2\varkappa}{\ell}\nu$ - вернули W_{an} при $\Theta(\tau) = \pi(1-\tau/R_s)$ ansatz.

Здесь только $W_m(L\to 0)$ учтено, W_{ex}, W_{an}, W_H и W_{DMI} - все конечны.

$W_{DMI} = 2\pi AL\cdot\frac{4\varkappa}{\pi}\int_0^1 d\varrho\varrho\left[\theta_\varrho' + \frac{\sin\Theta\cos\Theta}{\varrho}\right] = 2\pi AL\cdot\frac{4\varkappa}{\pi}\frac{R_s}{x_0}\int_0^1 d\tau\,\tau\left[\theta_\tau' + \frac{1}{\tau}\sin\Theta(\tau)\cos\Theta(\tau)\right] =$

$= \left|\begin{matrix}\Theta(\tau) = \pi(1-\tau),\ \tau\le 1\\ \Theta(\tau) = 0,\ \tau>1\end{matrix}\right| = (2\pi AL)\frac{4\varkappa}{\pi}\nu\ell\int_0^1 d\tau\,\tau\left[-\pi+\frac{1}{\tau}\frac{1}{2}(-1)\sin(2\pi\tau)\right] =$

$= -(2\pi AL)\cdot 2\varkappa\nu\ell$, $\Phi_{DMI} = -\frac{2\varkappa}{\ell}\nu$. (*) $\Phi(\nu)$ - вернем, чтобы учесть $L\to 0$ в W_m.

$W_{an}+W_m = 2\pi KL\cdot\frac{1}{4}R_s^2 - \pi^2 R_s^2 L M_s^2 = \frac{\pi}{2}R_s^2 L(K-2\pi M_s^2)$ - вернем при $L\to 0$.

$W_{ex} = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2}+\int_0^1\frac{dr}{r}\sin^2(\pi r)\right] = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2}+\int_0^\pi dx\frac{\sin^2 x}{x}\right] = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2}+1{,}22\right]\approx 12\pi AL$ -

- остаётся от BP soliton с $W_{ex} = 8\pi AL$.

Equil. Sk - radius $\frac{R_s}{L} = \frac{4\varkappa}{\ell}\frac{1}{\left[1-Q^{-1}+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right]}$, при $H_a=0$ $R_s = 4\varkappa\frac{L}{\ell}\frac{Q}{(Q-1)}$

$\varkappa x_0 = \frac{\pi D}{4\sqrt{AK}}\sqrt{\frac{A}{K}} = \frac{\pi D}{4K}$, $4\varkappa\frac{L}{\ell} = 4\varkappa x_0 = \pi\frac{D}{K}$ и $R_s = \pi\frac{D}{K}\frac{Q}{(Q-1)}$, $D>0$ to give min W.

$R_s = \frac{D}{2M_s^2}\frac{1}{(Q-1)}$ φ-Skyrmion radius с уч. стабилизации $Q>1$ (Kiselev'11, $L\to 0$).

Escaneado con CamScanner

Т.е. из Kiselev '11 при $L \to 0$ следует, что для any small $D \neq 0$ ($D_c = 0$) изолированное нейтральное (ground state) stable skyrmion с $R_s = \frac{D}{2M_s^2} \frac{(DMI)}{(Q-1)}$ если $Q > 1$.

$D/2M_s^2 \approx \frac{2 \cdot 10^{-3} J/m^2}{2 \cdot (10^5)^2 erg/cm^3} = 10^{-6} cm \approx 10 nm$, $R_s \approx \frac{10 nm}{(Q-1)}$ и $\nu = \frac{R_s}{L} \gg 1$ будет

Обр. skyrmion stability ($Q > 1$) не зависит от D

а skyrmion radius R_s не зависит от exchange constant A, т.к. $W_{ex} + \zeta(R_s)$.

Это следствие $\Theta(r) = \pi(1 + r/R_s)$, $r \leq R_s$ для R_s (?) или R_s/R пренебрежимо?

Далее без предела $L \to 0$, eq. energy Kiselev '11 $\tilde{\gamma}(\nu) = A\nu^2 - \frac{2\pi}{L}\nu + \frac{1}{L^2}\tilde{\gamma}_c(\nu)$ даст $\frac{\partial^2 \tilde{\gamma}}{\partial \nu^2} = 2A + (\text{неотрицат.})$ не зависящего от DMI. Skyrmion stability region не зависящими от A, D и skyrmion radius R_s не зависящими от D вообще будет отрицательным

(19x) Прогресс с Analytical SK stability paper и не только в Excel, MagIC modeling. Ongoing с Julian HC applications. Offering previous unpublished data to MINECO (1) Publ. 2nd on track. 2nd appeal dispatch; 2) Valley 2nd in appeals принял на Review MINECO project не skyrmions (2nd time). Emails Publ. Offers.

$W_{ex}(R) = M_s^2 V \frac{4\pi^2}{R^2} \frac{1}{1+c^2} = 4\pi M_s^2 L L_c^2 \frac{1}{(1+c^2)} = \pi M_s^2 L L_c^2 \frac{R^2}{R^2+R^2}$ при $R \to \infty$

$W_{ex} = 4\pi M_s^2 L L_c^2 \frac{R^2}{R^2+R^2} = 2\pi AL$ не зависит от R_s и одинаков $W_{ex} = 2\pi AL/SL = BP$ solution

DW ansatz $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = \exp\left(\pm\frac{s - R_s}{\Delta}\right)$, $\Theta(s) = 2\operatorname{arctg}\left(\exp\left(\pm\frac{s-R_s}{\Delta}\right)\right) + \text{const}$ дает W_{ex}

$\Theta_s = 2\frac{1}{1+u^2}\frac{R}{\Delta}$ и $u = \exp\left(\pm\frac{s-R_s}{\Delta}\right)$, $\sin\Theta = \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\pm\frac{s-R_s}{\Delta}\right)}$, $u = \exp\left(\pm\frac{s-R_s}{\Delta}\right)$.

$W_{ex} = 2\pi AL \int_0^R ds_s \left[\Theta_s^2 + \frac{3\sin^2\Theta}{s^2}\right] = 2\pi AL \int_0^R ds_s \left[\frac{4}{\Delta^2}\frac{u^2}{(1+u^2)^2} + \frac{1}{s^2}\frac{1}{\operatorname{ch}^2\left(\pm\frac{s-R_s}{\Delta}\right)}\right] =$

$= 2\pi AL \int_0^{R/\Delta} ds_s \left[\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right] \frac{1}{\operatorname{ch}^2\left(\pm\frac{s-R_s}{\Delta}\right)} = |s/\Delta = \pi| = 2\pi AL \int_0^{R/\Delta} d\pi \left[1 + \frac{1}{\pi^2}\right] \frac{1}{\operatorname{ch}^2(\pi - \pi_s)}$, $\pi_s = R_s/\Delta$.

$J_1 = \int_0^{R/\Delta} \frac{d\pi}{\operatorname{ch}^2(\pi - \pi_s)} = |\pi - \pi_s = x| = \int dx (x + \pi_s)\frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} = \int dx \frac{x}{\operatorname{ch}^2 x} + \pi_s \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = x \cdot \operatorname{th} x - \ln \operatorname{ch} x + \pi_s \operatorname{th} x$

$= \pi \operatorname{th}(\pi - \pi_s)\Big|_0^{R/\Delta} - \ln \operatorname{ch} x \Big|_0^{R/\Delta} = \frac{R}{\Delta}\operatorname{th}\left(\frac{R-R_s}{\Delta}\right) - \left[\ln \operatorname{ch}\left(\frac{R}{\Delta} - \pi_s\right) - \ln \operatorname{ch}(-\pi_s)\right] =$

$= \frac{R}{\Delta}\operatorname{th}\left(\frac{R-R_s}{\Delta}\right) - \ln \frac{\operatorname{ch}\left((R-R_s)/\Delta\right)}{\operatorname{ch} R_s/\Delta}$; $J_2 = \int_0^{R/\Delta} \frac{d\pi}{\pi^2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2(\pi - \pi_s)} = \int_{-\pi_s}^{\cdots} dx \frac{1}{(\pi_s + x)} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} =$

$= \int dx \frac{1}{(\pi_s + x)}\left[1 - \operatorname{th}^2 x\right]$ - не видно как взять J_2. $J_1(R/\Delta \to \infty) = \frac{R}{\Delta} - R + \ln 2 + \ln \operatorname{ch}\frac{R_s}{\Delta} =$ $= \ln 2 \operatorname{ch}\frac{R_s}{\Delta}$ зависит от R_s

Логарифм ansatz линеен $\Theta(s) = \pi(1 - s/R_s)$ или $\Theta(s) = \pi s/R_s$ (?)

то тоже она не разрешает $R \to \infty$ и R-finite (если $R > R_s$) и дает $W_{ex} + \zeta(R_s)$ даже

даже finite для $R > R_s$ - все равно $R(R > R_s)$, в этой обл. $\Theta(s) = 0$ или $\Theta(s) = \pi$,

Ansatz $\cos\Theta = \pm\operatorname{th}\left(\frac{s-R_s}{\Delta}\right)$ дает $W_{ex} = \zeta(R_s)$ даже при $R \to \infty$. Я знаю (см. Aha, Aha) Δ

(2x) Хуберт, ФММ 54, 644 (1982): $\begin{cases} \sin\Theta \nabla^2\Phi + 2\cos\Theta(\nabla\Phi \cdot \nabla\Theta) = 0 & (1) \\ -A\nabla^2\Theta + A\sin\Theta\cos\Theta(\nabla\Phi)^2 + K\sin\Theta\cos\Theta = 0 & (2) \end{cases}$ Static LLG

$\Theta = \Theta(s)$, $\Phi = \Phi(\varphi) = \varphi + \varphi_0$

(1) в цил. координатах $\nabla\Phi = \frac{1}{s}\hat{\varphi}$, (2) $-A\nabla^2\Theta + \left(\frac{A}{s^2} + K\right)\sin\Theta\cos\Theta = 0$, $-\nabla^2\Theta + \left(\frac{1}{\pi^2} + 1\right)\sin\Theta\cos\Theta = 0$

Хуберт-решение (2) $\sin\Theta = \operatorname{ch}^{-1}(\alpha)$, где $x + iy = c\operatorname{ch}(\alpha + i\beta)$, $\pi = s/\Delta$, $\Delta^2 = A/K$.

$0 \leq \alpha < \infty$, $[\beta$ от 0 до $2\pi]$. $(x+iy)\frac{1}{c} = \operatorname{ch}\alpha\cdot\cos\beta + i\operatorname{sh}\alpha\cdot\sin\beta$, $x = c\operatorname{ch}\alpha\cdot\cos\beta$, $y = c\operatorname{Sh}\alpha\cdot\sin\beta$

$y/x = \operatorname{th}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$, $\operatorname{th}\alpha = \frac{y}{x}\cdot\operatorname{ctg}\beta$ $\frac{x^2}{\operatorname{ch}^2\alpha} + \frac{y^2}{\operatorname{sh}^2\alpha} = c^2$, $\operatorname{ch}^2\alpha - \operatorname{Sh}^2\alpha = 1$, можно не нужно

вместо $\sin\Theta = \frac{1}{\operatorname{ch}(\pi)}$, $2\operatorname{ch}^2\alpha = \frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{c^2} + 1 + \sqrt{\left(\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{c^2} + 1\right)^2 - 4\frac{x^2}{c^2}}$, $\sin\Theta(x,y)$,

но $\sin\Theta(x,y) \neq \zeta(x^2+y^2)$ почему? Должно $\Theta(s)$, $s^2 = x^2 + y^2$ дает сфер. symmetrical.

В (1) eq. $\Phi = \beta + \varphi_0$, а не $\Phi = \varphi + \varphi_0$. Решение $\sin\Theta = \frac{1}{\operatorname{ch}\alpha}$, $\Phi = \beta + \varphi_0$, где

$x + iy = c\operatorname{ch}(\alpha + i\beta)$ - связь (x,y) и (α,β) coordinates. $m_z = \cos\Theta$ не имеет cyl. symmetry?

$h_1 = h_2 = a\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta} = a\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}$ $\nabla\Phi = \frac{\hat{e}_\alpha}{h_1}\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} + \frac{\hat{e}_\beta}{h_2}\frac{\partial\Phi}{\partial\beta} = \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}}\left[\hat{e}_\alpha\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} + \hat{e}_\beta\frac{\partial\Phi}{\partial\beta}\right]$

$\frac{\partial\Phi}{\partial\beta} = 1$, $\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} = 0$, $(\nabla\Phi)^2 = \frac{1}{c^2}\frac{1}{(\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta)}(\hat{e}_\beta)^2 = \frac{1}{c^2}\frac{1}{(\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta)}$ (1).

$\nabla^2\Phi = \frac{1}{c^2}\frac{1}{(\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta)}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\beta^2}\right) = 0$ Eq. (2): $-\nabla^2\Theta + \frac{1}{c^2(\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta)}\sin\Theta\cos\Theta + \frac{1}{\Delta^2}\sin\Theta\cos\Theta = 0$

$-\frac{1}{c^2(\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta)}\left[\frac{\partial^2\Theta}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial\beta^2} - \sin\Theta\cos\Theta\right] + \frac{1}{\Delta^2}\sin\Theta\cos\Theta = 0$. Будет ли решение $\sin\Theta(\alpha) = \frac{1}{\operatorname{ch}\alpha}$?

$\Theta''_{\alpha\alpha} - \sin\Theta\cos\Theta = \frac{1}{\Delta^2}c^2(\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta)\sin\Theta\cos\Theta$ - under pen. $\sin\Theta = 1/\operatorname{ch}\alpha$? А β - куда?

Escaneado con CamScanner

Khalatnikov's section

Видим Хоуленков расчет eq. (*) $\frac{1}{c^2(ch^2\alpha - \cos^2\beta)}\left[\frac{\partial^2\Theta}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial\beta^2} - \sin\Theta\cos\Theta\right] = -\left[\frac{\partial^2\Theta}{\partial z^2} - \frac{1}{\Delta^2}\sin\Theta\cos\Theta\right]$

и интегрируем solution $\Theta(\alpha,z)$ as $\sin\Theta = ch^{-1}\left[\alpha - \frac{(z-z_0)}{\Delta}\right]$, $\Theta(\alpha) = \arcsin(ch^{-1}\alpha)$

$\frac{\partial\Theta}{\partial\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{ch^2\alpha}}}(-1)\frac{sh\alpha}{ch^2\alpha} = \frac{ch\alpha}{\sqrt{ch^2\alpha-1}}(-)\frac{sh\alpha}{ch\alpha} = \frac{ch\alpha}{sh\alpha}(-1)\frac{sh\alpha}{ch\alpha} = -1$ (?).

$\Theta'(x) = 2\operatorname{arctg}e^x - \frac{\pi}{2} = \Theta(x) - \pi/2$. $\cos\Theta' = \sin\Theta = \frac{1}{ch x}$ и $\sin\Theta' = \cos\Theta = th x$, $\cos\Theta = -th x$

$\Theta'(x) = gd(x)$, $\frac{d\Theta'}{dx} = \frac{d\Theta}{dx} = \frac{1}{ch x}$, $\frac{d^2\Theta}{dx^2} = -\frac{1}{ch^2 x}sh x = -\frac{th x}{ch x} = \sin\Theta\cos\Theta$.

Если взять $\sin\Theta(\alpha,z) = ch^{-1}\left[\alpha - \frac{z}{\Delta}\right]$, $\Theta''_{\alpha\alpha} = \sin\Theta\cos\Theta$ и $\Theta''_{zz} = \sin\Theta\cos\Theta$, и каждое $[\dots]$ в $(*)$ зануляется отдельно.

$m_z = \cos\Theta(\alpha) = \frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2} dz\cos\Theta(\alpha,z) = \frac{1}{L}\int dz\,(-1)\,th\left(\alpha - \frac{z}{\Delta}\right) = \frac{1}{L}\int dz\, th\left(\frac{z}{\Delta} - \alpha\right) = \frac{\Delta}{L}\ln ch\left(\frac{z}{\Delta} - \alpha\right)\Big|_{-L/2}^{L/2} =$

$= \frac{\Delta}{L}\ln ch\left(\frac{L}{2\Delta} - \alpha\right) - \frac{\Delta}{L}\ln ch\left(\frac{L}{2\Delta} + \alpha\right) = \frac{\Delta}{L}\ln\frac{ch(L/2\Delta - \alpha)}{ch(L/2\Delta + \alpha)}$; $ch\left(\alpha + \frac{L}{2\Delta}\right) = ch\alpha + \frac{L}{2\Delta}sh\alpha$

$m_z(\alpha) = \cos\Theta(\alpha) = \frac{\Delta}{L}\ln\frac{ch\alpha - \frac{L}{2\Delta}sh\alpha}{ch\alpha + \frac{L}{2\Delta}sh\alpha} = \frac{\Delta}{L}\ln\left(\frac{1 - \frac{L}{2\Delta}th\alpha}{1 + \frac{L}{2\Delta}th\alpha}\right) \underset{L\to 0}{=} \frac{\Delta}{L}\left[-\frac{L}{2\Delta}th\alpha - \frac{L}{2\Delta}th\alpha\right] = -th\alpha$.

$m_z(\alpha) = \langle\cos\Theta(\alpha,z)\rangle_z = -th\alpha$, если $\frac{L}{\Delta}\to 0$. Но $\Phi = \beta + \varphi_0$, где β - эллиптич. параметр $x+iy = c\,ch(\alpha+i\beta)$.

$\langle\sin\Theta\rangle_{(\alpha)} = \frac{1}{L}\int_{-\frac{L}{2}}^{L/2} dz\,\sin\Theta(\alpha,z) = \frac{1}{L}\int dz\,\frac{1}{ch\left(\frac{z}{\Delta} - \alpha\right)} = \frac{\Delta}{L}2\operatorname{arctg}e^{\left(\frac{z}{\Delta}-\alpha\right)}\Big|_{-L/2}^{L/2} = 2\frac{\Delta}{L}\left[-\operatorname{arctg}\left(\alpha - \frac{L}{2\Delta}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{L}{2\Delta} + \alpha\right)\right] =$

$= 2\frac{\Delta}{L}\left[\operatorname{arctg}\alpha + \frac{L}{2\Delta}\frac{1}{1+\alpha^2} - \left(\operatorname{arctg}\alpha - \frac{L}{2\Delta}\frac{1}{1+\alpha^2}\right)\right] = \frac{2}{(1+\alpha^2)}$, $\sin\Theta(\alpha) = \langle\sin\Theta(\alpha,z)\rangle_z = \frac{2}{1+\alpha^2}$

$\vec{m} = (\sin\Theta\cos\varphi,\ \sin\Theta\sin\varphi,\ \cos\Theta)$, здесь $\sin\Theta(\alpha) = \langle\sin\Theta(\alpha,z)\rangle_z$, $\cos\Theta(\alpha) = \underset{L\to 0}{\langle\cos\Theta(\alpha,z)\rangle_z}$, $\vec{m} = \langle\vec{m}\rangle_z$

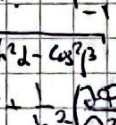
но вообще $\vec{m}^2 = \langle\sin\Theta\rangle^2 + \langle\cos\Theta\rangle^2 = \frac{4}{(1+\alpha^2)^2} + th^2\alpha \neq 1$ (!!)

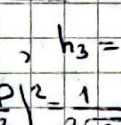
Сразу видно, что α не есть $f(\beta)$, $\beta^2 = x^2+y^2 \Rightarrow m_z(\alpha) \neq f(\beta)$ - Skyrmion не имеет radial symmetry.

$tg\frac{\Theta'}{2} = th\frac{x}{2}$. $tg\frac{\Theta'}{2} = tg\left(\frac{\Theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{tg\frac{\Theta}{2} + tg\frac{\pi}{4}}{1 - tg\frac{\Theta}{2}tg\frac{\pi}{4}} = \frac{1 + tg\frac{\Theta}{2}}{1 - tg\frac{\Theta}{2}} = th\frac{x}{2}$.

$tg\frac{\Theta}{2} = \frac{th\frac{x}{2} - 1}{th\frac{x}{2} + 1} = \frac{sh\frac{x}{2} - ch\frac{x}{2}}{sh\frac{x}{2} + ch\frac{x}{2}} = -e^{-x}$, $tg\frac{\Theta(x)}{2} = \pm e^{\mp(x)}$

Знаем $tg\frac{\Theta}{2}(x) = e^x$, $\cos\Theta = -th x$, $\sin\Theta = \frac{1}{ch x}$. $\to$ Dw ansatz $\Theta(x)$ $\Theta(-\infty) = 0$, $\Theta(+\infty) = \pi$.





Формально Хоуленков ansatz $(\nabla\Phi)^2 = \frac{1}{c^2(ch^2\alpha - \cos^2\beta)}$ (...). $h_1 = h_2 = c\sqrt{ch^2\alpha - \cos^2\beta}$, $h_3 = 1$ - коэф. Ламэ.

$\nabla\Phi = \frac{\hat{e}_1}{h_1}\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} + \frac{\hat{e}_2}{h_2}\frac{\partial\Phi}{\partial\beta} + \frac{\hat{e}_3}{h_3}\frac{\partial\Phi}{\partial z}$, $(\nabla\Phi)^2 = \frac{1}{h_1^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha}\right)^2 + \frac{1}{h_2^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\beta}\right)^2 + \frac{1}{h_3^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{c^2(ch^2\alpha - \cos^2\beta)}\left[(\partial_\alpha\Phi)^2 + (\partial_\beta\Phi)^2\right] + (\partial_z\Phi)^2$

если $\Phi = \beta + \beta_0$ и не зависит от α, z, то $(\nabla\Phi)^2 = \frac{1}{c^2(ch^2\alpha - \cos^2\beta)}$.

$\nabla^2\Theta = \frac{1}{h_1h_2h_3}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{h_2h_3}{h_1}\frac{\partial\Theta}{\partial\alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{h_3h_1}{h_2}\frac{\partial\Theta}{\partial\beta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h_1h_2}{h_3}\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right)\right] = \frac{1}{h_1h_2}\left[\frac{\partial^2\Theta}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\Theta}{\partial\beta^2} + h_1h_2\frac{\partial^2\Theta}{\partial z^2}\right] =$

$= \frac{1}{c^2(ch^2\alpha - \cos^2\beta)}\left[\Theta_{\alpha\alpha} + \Theta_{\beta\beta}\right] + \Theta_{zz}$ и $-\nabla^2\Theta + \sin\Theta\cos\Theta(\nabla\Phi)^2 + \frac{1}{\Delta^2}\sin\Theta\cos\Theta = 0$ упрощ. как

$\frac{1}{c^2(ch^2\alpha - \cos^2\beta)}\left(\Theta_{\alpha\alpha} + \Theta_{\beta\beta} - \sin\Theta\cos\Theta\right) = -\left[\Theta_{zz} - \frac{1}{\Delta^2}\sin\Theta\cos\Theta\right]$, если $\Phi = \beta + \beta_0$ $(\alpha+\alpha_0)$, $\Theta = \Theta(\alpha)$ $(\Theta(\beta))$.

Пусть $\Theta \neq f(\beta)$, $\Phi = \Phi(\beta)$, иначе, но $\sin\Theta_{(\alpha,z)} = \frac{1}{ch\left(\alpha - \frac{z}{\Delta}\right)}$ зануляет обе $[\dots]$-скобки.

$\to$ 3D решение $\vec{m}(x,y,z)$ здесь (exch. + anisotropy) надо искать иначе, чем 2D.

$x+iy = c\,ch(\alpha+i\beta)$, (α,β) - elliptic coordinates // то же самое в cyl. coordinates (ρ,φ):

$-\nabla^2\Theta + \sin\Theta\cos\Theta(\nabla\Phi)^2 + \frac{1}{\Delta^2}\sin\Theta\cos\Theta = 0$ дает $\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Theta(\rho)}{\partial\rho}\right) - \frac{1}{\rho^2}\sin\Theta\cos\Theta = -\left[\Theta_{zz} - \frac{1}{\Delta^2}\sin\Theta\cos\Theta\right]$

и для $\Phi = \varphi + \varphi_0$, $\Theta = \Theta(\rho,z)$ реш. $\sin\Theta(\rho,z) = ch^{-1}\left[\frac{z}{\Delta} - \ln\frac{\rho}{\Delta}\right]$ * не надо (elliptic coordinates).

$\Theta''_{xx} = \sin\Theta\cos\Theta$ если $\Theta(x) = ch^{-1}x$. Итак $x = \ln\rho$, $\frac{\partial\Theta}{\partial\rho} = \frac{\partial\Theta}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\rho} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Theta}{\partial x}$, $\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\Theta_\rho\right) =$

$= \frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\Theta_\rho)\frac{\partial\rho}{\partial x} = \rho\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\Theta_\rho)$, $\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Theta}{\partial\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right)\frac{\partial x}{\partial\rho} = \Theta''_{xx}\frac{1}{\rho}$.

$\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Theta}{\partial\rho}\right) = \Theta''_{xx} = \sin\Theta\cos\Theta$ и $\nabla^2_\rho[\Theta(\rho)] - \frac{1}{\rho^2}\sin\Theta\cos\Theta = 0$, $\nabla^2_\rho\Theta = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Theta}{\partial\rho}\right) = \Theta''_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho}\Theta'_\rho$

Где $\alpha = \ln\rho/\Delta$ и $\int\frac{dz}{L}(\dots)$ сохраняется; $\langle\cos\Theta(\rho,z)\rangle = -th\left(\ln\frac{\rho}{\Delta}\right)$, $\langle\sin\Theta(\rho,z)\rangle = \frac{2}{1+\ln^2\frac{\rho}{\Delta}}$, $L_z\to 0$.

$\to$ F.Zawa' PRL'10 used $m_z(\rho) = th\left[\frac{R_s}{\Delta}\ln\frac{\rho}{R_s}\right]$ наталкиваясь ф-ию и $m_z \approx th(\rho - R_s)/\Delta$, $\rho \approx R_s$.

Escaneado con CamScanner

$\langle m_z(\rho,\theta)\rangle_z = \frac{\rho^2-\Delta^2}{\rho^2+\Delta^2}$ сходится к BP soliton с $R_s=\Delta$, не было Skyrmion solution, чтобы $\Delta = \sqrt{A/K}$

т.е. при $D=0$, $L>0$, $R_s=\Delta$ - Sk только, как у Robert'a

Q какая bubble skyrmions of large $R_s \sim 1\mu m \gg \Delta$ наблюдает Kiselev, PRL? и почему $R_s=\Delta$?

(case $\beta=0$)

$m_z(\rho,z) = \cos\Theta(\rho,z) = -\text{th}\left[\ln\frac{\rho}{\Delta} - \frac{z}{\Delta}\right]$, $m_z(\rho,\theta) = -\frac{\text{th}\ln\frac{\rho}{\Delta} - \text{th}\frac{z}{\Delta}}{1+\text{th}\ln\frac{\rho}{\Delta}\cdot\text{th}\frac{z}{\Delta}}$ не обл. ни тот, ни нижн $f(z)$

DW - неподвижна в границах с образцами $\rho = \Delta e^{z/\Delta}$

For $z=\text{const}$ → Bubble. Ск профиль $m_z(\rho,\ell)$: $\ell \dots \ell_1$ $z=[-\frac{L}{2},\frac{L}{2}]$, $L\to 0$

даст BP soliton $\langle\cos\Theta(\rho,z)\rangle = \frac{\Delta^2-\rho^2}{\Delta^2+\rho^2}$, $\langle\sin\Theta(\rho,z)\rangle = \frac{1}{1+\ln^2\frac{\rho}{\Delta}}$ с $R_s=\Delta$. если $z<0$ и $|z|$ растёт $\rho = \Delta e^{-|z|/\Delta} \to 0$ и DW закручивается by Bloch point ($\rho=0$).

Решение $\Theta(\rho,z)$ - Хопфиона описывает как зарождение ↓ в фазе ↑ и не надо ρ не skyrmion in 2D ultrathin dots. Далее $m_z(\rho) = -\text{th}\left[\ln\frac{\rho}{\Delta}+C\right]$,

$m_z(\rho) = -\text{th}\ln\left(\frac{\rho}{R_s}\right)$, $R_s = \Delta e^{-C}$, с ним R_s был из $W(R_s)\to\min$. тогда

$m_z(\rho) = \frac{R_s^2-\rho^2}{R_s^2+\rho^2}$ (Вернее к BP-soliton model, несмотря на учет anisotropy K.

BP-soliton ansatz с R_s из $\min W(R_s)$ как в Gus'Maylett'is Внешнее решение при $D=0$.

Alternative: Eschenz-ansatz $m_z(\rho) = -\text{th}\left[\frac{R_s}{\Delta}\ln\frac{\rho}{R_s}\right]$, $m_z(R_s)=0$, $m_z(\text{тех}) = +1$, $m_z(0) = -1$

$h_a/L^2 = \frac{2K}{M_s^2}\frac{M_s^2}{2A} = \frac{K}{A} = \frac{1}{\Delta^2}$, $\nabla^2\Theta(\rho) = \left(\frac{1}{\Delta^2}+\frac{1}{\rho^2}\right)\sin\Theta\cos\Theta$, ρ в (eq. 1e) aft. eq.

$\nabla^2\Theta = \left(1+\frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta\cos\Theta(r)$, $r=\rho/\Delta$, $r>1$, $\nabla^2\Theta \approx \sin\Theta\cos\Theta$, $\Theta(r)$, $\sin\Theta = \frac{1}{\text{ch}\frac{\rho}{\Delta}}$

$\cos\Theta = -\text{th}(\rho/\Delta)$ или эффективно $\cos\Theta(\rho) = -\text{th}\left(\frac{\rho-R_s}{\Delta}\right)$, если $R_s \gg \Delta$.

$\Delta^2 = A/[K-2\pi M_s^2]$, $K_{eff}>0$, $Q>1$. Skyrmion profiles

a) $Q>1$ если $R_s \gg \Delta$, large skyrmions, то $m_z \sim \text{th}\left(\frac{\rho-R_s}{\Delta}\right)$ или $\sim \text{th}\left(\frac{R_s}{\Delta}\ln\frac{\rho}{R_s}\right)$ Ezawa's

если $R_s \sim \Delta$, то BP ansatz - small skyrmions

b) $Q<1$, BP ansatz, который хорошо при any $K\neq 0$.

Sk - stability

(21/V) Вернемся к расчету Skyrmion stability within linear ansatz (Θ/π) $\Theta(\rho) = \pi(1-\rho/R_s)$, $\rho\le R_s$, $E(\rho) = \pi\rho/R_s$

$\Phi(V) = \Phi_{ex} + \frac{1}{4}V^2\left[1-\frac{1}{Q}+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right] - \frac{2\pi}{\ell}V$, $V = R_s/L$

$W_{ex} = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2} + \int_0^{\pi} dx\frac{\sin^2 x}{x}\right] = 2\pi AL\ell^2\Phi_{ex}$, $\Phi_{ex} = \frac{1}{\ell^2}\left[\frac{\pi^2}{2}+\int_0^{\pi}dx\frac{\sin^2 x}{x}\right] = \frac{C_1}{\ell^2}$.

Equil - V_0 и Φ'_V не забыть от Φ_{ex}, т.к. $\Phi_{ex}\neq f(V)$, Но $\Phi(V_0) = \Phi_{ex} + \Phi(V_c) = \Phi_{ex} - \frac{4\pi^2}{\ell^2}\frac{1}{[\dots]}$

$\Phi(V)$ оптимизируется по $\Phi(1\le D)$. Skyrmion - finite V_c, R_s возрастает $L\to\infty$ или $\Phi(V_0)<0$.

$\frac{C_1}{\ell^2} - \frac{4\pi^2}{\ell^2}\frac{1}{[\dots]} < 0$, $C_1\left[1-\frac{1}{Q}+\frac{2H}{H_a}\left(1-\frac{4}{\pi^2}\right)\right] < 4\pi^2$, $\pi = \frac{\pi D}{4\sqrt{AK}}$, или $H_z = 0$,

Skyrmion is ground state или $4\pi^2 > C_1\frac{(Q-1)}{Q}$, $4\frac{\pi^2}{16}\frac{D^2}{AK} > C_1\frac{(Q-1)}{Q}$

$D^2 > \frac{4}{\pi^2}C_1\frac{(Q-1)}{Q}AK = \frac{4}{\pi^2}C_1(Q-1)\cdot 2\pi M_s^2\cdot AK = \frac{8}{\pi}AM_s^2C_1(Q-1)$, $|D|>D_c$, $D_c^2 = \frac{8}{\pi}AM_s^2C_1(Q-1)$

$2A/M_s^2 = \ell^2$, $D_c = \sqrt{\frac{4C_1}{\pi}}\ell e M_s^2\cdot\sqrt{Q-1}$, $\pi_c = \sqrt{\frac{C_1}{2}}(1-1/Q)^{1/2}$

т.е. in linear $\Theta(\rho)$-model Skyrmion is metastable state at $|D|>0$, $Q>1$ with $R_s = \frac{|D|}{2M_s^2}\frac{1}{(Q-1)}$

($H_z=0$, $L\to 0$, $R_s<R$) или $D>D_c = \sqrt{\frac{4C_1}{\pi}}M_s^2\ell e\sqrt{Q-1}$, Skyrmion is ground state. $C_1 \approx 6.154$

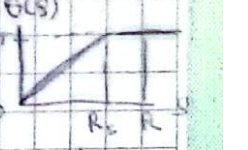
$D_c = 4\sqrt{C_1}M_s^2\ell e\sqrt{Q-1} = 9.92M_s^2\ell e\sqrt{Q-1}$. Вместо из Robert'a: $D_c = 8M_s^2\ell e\sqrt{Q-1}$

$R_s(D=D_c) = \frac{1}{2M_s^2}\frac{1}{(Q-1)}\sqrt{\frac{4C_1}{\pi}}\ell e M_s^2\sqrt{Q-1} = \sqrt{\frac{C_1}{\pi}}\ell e\frac{1}{\sqrt{Q-1}} = 1.4\ell e\frac{1}{\sqrt{Q-1}} \sim 2-3\text{nm}$.

Min R_s - ground state skyrmion

D_c (Kiselev / linear $\Theta(\rho)$) численно на 20% $\downarrow$ D_c (Robert'a из Dw stability).

Это все или $R>R_s$, когда R не имеет физического значения и R_s, D_c сами $\to\infty$ (фиксированы $R\to\infty$)



Если $R<R_s$, то $W_{ex} = 2\pi AL\int_0^R d\rho\rho\left[\Theta_\rho^2 + \frac{\sin^2\Theta}{\rho^2}\right] = |\Theta(\rho) = \pi\rho/R_s,\ \Theta'_\rho = \pi/R_s \mid \rho/R_s = \tau| =$

$= 2\pi AL R_s^2\int_0^{R/R_s} d\tau\tau\left[\frac{\pi^2}{R_s^2}+\frac{1}{R_s^2}\frac{\sin^2\pi\tau}{\tau^2}\right] = 2\pi AL\int_0^{R/R_s}d\tau\tau\left[\pi^2+\frac{\sin^2\pi\tau}{\tau^2}\right] = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2}\frac{R^2}{R_s^2} + \int_0^{R/R_s}d\tau\tau\frac{\sin^2\pi\tau}{\tau^2}\right]$

$J(a) = \int_0^a dx\frac{\sin^2 x}{x} = \int_0^a\frac{dx}{x}\frac{1}{2}(1-\cos 2x) = \frac{1}{2}\int_0^a\frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int_0^a\frac{dx}{x}(\cos 2x) = \frac{1}{2}\int_0^{2a}\frac{dt}{t}(1-\cos t) = \frac{1}{2}|\text{Ti. P.}| =$

$= \frac{1}{2}\left[C+\ln(2a) - ci(2a)\right]$. // $W_{2\pi L} = 2\pi AL\frac{4\pi}{\sqrt{\pi}}\int_0^R d\rho\rho\left[\Theta'_\rho + \frac{1}{\rho}\sin\Theta\cdot\cos\Theta\right] = (\cdot)\int_0^R d\rho\rho\left[\frac{\pi}{R_s} + \frac{1}{2\rho}\sin 2\pi\frac{\rho}{R_s}\right] =$

$= (\cdot)\left[\frac{\pi}{2R_s}R^2 + \frac{1}{2}R_s\int_0^{R/R_s}d\tau\sin 2\pi\tau\right] = (\cdot)\left[\frac{\pi}{2}\frac{R^2}{R_s} + (R_s/4\pi)\int_0^{2\pi R/R_s}\sin x\right]$

$W_{DM1} = 2\pi AL\,\frac{4\pi}{\pi}\left[\frac{\pi R^2}{2R_s} + \frac{R_s}{4\pi}\left(1-\cos 2\pi\frac{R}{R_s}\right)\right] = 2\pi AL\,\frac{4\pi}{\pi}\left[\frac{\pi R^2}{2R_s} + \frac{R_s}{2\pi}\sin^2\pi\frac{R}{R_s}\right]$

$2\pi AL\cdot\frac{4\pi}{\pi} = 2\pi AL\,\frac{4}{\pi}\,\frac{\pi}{4}\,\frac{D}{\sqrt{AK}} = 2\pi DL\,r_0$, $r_0 = \sqrt{A/K}$. Но $\theta(\varphi, W_{DM1}, \varphi = z/r_0$, но W_{DM1}

это не совсем так. $W_{DM1} = 2\pi AL\,\frac{4\pi}{\pi}\int_0^R dz\, r_0^2\left[r_0\frac{\partial\theta}{\partial z} + \frac{r_0}{z}\sin\theta\cos\theta\right] = \frac{1}{r_0}W_{DM1}(\text{sph}, S)$

$W_{DM1} = 2\pi DL\left[\frac{\pi}{2}\frac{R^2}{R_s} + \frac{R_s}{2\pi}\sin^2\pi\frac{R}{R_s}\right]^0$, $W_{an} = 2\pi AL\,\frac{1}{r_0}\int_0^R dz\, r\sin^2\theta(z) = 2\pi KL\int_0^R dz\, z\sin^2\pi\frac{z}{R_s} =$

$= \left|z/R_s = \tau\right| = 2\pi KL R_s^2\int_0^{R/R_s} d\tau\,\tau\sin^2\pi\tau$. Итак W_{an} при $L\to 0$ $K \to K - 2\pi M_s^2 = K\left(1 - 1/Q\right)$

$W(R_s) = W_{ex} + W_{DM1} + W_{an} = 2\pi AL\left[\frac{\pi^2}{2}\frac{R^2}{R_s^2}\int_0^{R/R_s} d\tau\,\frac{\sin^2\pi\tau}{\tau}\right] + 2\pi DL\left[\frac{\pi}{2}\frac{R^2}{R_s} + \frac{R_s}{2\pi}\sin^2\pi\frac{R}{R_s}\right] + 2\pi KL R_s^2\int_0^{R/R_s} d\tau\,\tau\sin^2\pi\tau$

$\frac{1}{2\pi L}W(R_s) = A\left[\frac{\pi^2}{2}\lambda^2 + \int_0^{\lambda} d\tau\,\frac{\sin^2\pi\tau}{\tau}\right] + 2DR\left[\frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{2\pi}\sin^2\pi\lambda\right] + K\frac{R^2}{\lambda^2}\int_0^{\lambda} d\tau\,\tau\sin^2\pi\tau$, $\lambda = R/R_s$.

$W_{DM1} = 2\pi DL\int_0^R dz\, z\left[\frac{\partial\theta}{\partial z} + \frac{1}{z}\sin\theta\cos\theta\right] = \left|\theta(z) = \pi z/R_s,\ z\le R_s\right| = 2\pi DL\left[\int_0^R dz\, z\left[\frac{\pi}{2R_s} + \frac{1}{z}\sin\frac{\pi z}{R_s}\cos\frac{\pi z}{R_s}\right]\right.$

$= \left|z/R_s = \tau\right| = 2\pi DL\left[\frac{\pi}{2}\frac{R^2}{R_s} + \frac{1}{2}R_s\int_0^{R/R_s} d\tau\,\sin(2\pi\tau)\right] = 2\pi DL\,\frac{R}{\lambda}\left[\frac{\pi}{2}\lambda^2 + \frac{1}{2}\int_0^{\lambda} d\tau\,\sin(2\pi\tau)\right]$

$\frac{1}{2\pi L}\frac{\partial W}{\partial\lambda} = \pi^2 A\lambda + A\sin^2\pi\lambda + \frac{\pi}{2}DR + \frac{DR}{2\pi}\left[-\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\pi\lambda + \lambda\sin 2\pi\lambda\right] + R^2K\left(-\frac{2}{\lambda^3}\right)\int_0^{\lambda} d\tau\,\tau\sin^2\pi\tau + \frac{KR^2}{\lambda^2}\lambda\sin^2\pi\lambda = 0$

$\int_0^{\lambda} d\tau\,\tau\sin^2\pi\tau = \frac{1}{\pi^2}\int_0^{\pi\lambda} dx\, x\sin^2 x = \frac{1}{4\pi^2}\left[x^2 - x\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\pi\lambda} = \frac{1}{4\pi^2}\left[\pi^2\lambda^2 - \pi\lambda\sin 2\pi\lambda - \frac{1}{2}(\cos 2\pi\lambda) + \frac{1}{2}\right]$

$W_{an} = (2\pi L)\frac{KR^2}{\lambda^2}\int_0^{\lambda} d\tau\,\tau\sin^2\pi\tau = (2\pi L)\frac{KR^2}{\lambda^2}\frac{1}{4\pi^2}\left[\pi^2\lambda^2 - \pi\lambda\sin 2\pi\lambda + \sin^2\pi\lambda\right] = (2\pi L)\frac{KR^2}{4\pi^2}\times$

$\times\left[\pi^2 - \frac{\pi}{\lambda}\sin 2\pi\lambda + \frac{1}{\lambda^2}\sin^2\pi\lambda\right]$, $W(R_s) = W(\lambda)$ достаточно сложная, при $R_s > R$, $\lambda = \frac{R}{R_s} \ll 1$, и

аналитически случай $R_s > R$ дает ансатц $\theta(\varphi) = \pi\frac{\varphi}{R_s}$, $\varphi \le R_s$; $\theta(\varphi) = \pi$, $\varphi > R_s$ не решить.

$R_s = 2R_c$, $R < R_s$ соответ. $2R_c > R$, $c > \frac{1}{2}$. $R > R_s$ соответ. $c \le \frac{1}{2}$, решается аналитически.

при $R_s < R$ $W = 2\pi AL\ell^2\Phi = 2\pi AL\frac{L^2}{r_0^2}\Phi = 2\pi KL^3\left[\Phi_{ex} + \frac{1}{4}\nu^2\left(1 - \frac{1}{Q}\right) - \frac{2\pi}{\ell}\nu\right]$. $\nu = R_s/L$ — так ли?

$W = 2\pi KL^3\left[\frac{C_1}{\ell^2} + \frac{\nu^2}{4}\left(1 - Q^{-1}\right) - \frac{2\pi}{\ell}\nu\right] = 2\pi KL^3\left[\frac{C_1}{L^2}x_0^2 + \frac{1}{4}\frac{R_s^2}{L^2}\left(1 - Q^{-1}\right) - 2\cdot\frac{\pi D}{4\sqrt{AK}}\frac{x_0}{L}\frac{R_s}{L}\right] =$

$= 2\pi KL\left[C_1\frac{A}{K} + \frac{1}{4}R_s^2\left(1 - Q^{-1}\right) - \frac{\pi}{2}\frac{D}{\sqrt{AK}}\sqrt{\frac{A}{K}}\cdot R_s\right] = 2\pi L\left[AC_1 + \frac{1}{4}KR_s^2\left(1 - Q^{-1}\right) - \frac{\pi}{2}DR_s\right]$

$\frac{1}{2\pi L}W(R_s) = AC_1 + \frac{1}{4}KR_s^2\left(1 - Q^{-1}\right) - \frac{\pi}{2}DR_s$; — с точн. от $W(1SD)$. ← Sk-energy, linear $\theta(\varphi)$ ansatz $L\to 0$.

$\frac{1}{2\pi L}\frac{\partial W}{\partial R_s} = \frac{K}{2}R_s\left(1 - Q^{-1}\right) - \frac{\pi}{2}D = 0$, $R_s^0 = \frac{\pi D}{K\left(1 - Q^{-1}\right)} = \frac{\pi DK}{2\pi M_s^2 K(Q-1)} = \frac{D}{2M_s^2(Q-1)}$ как 18/V.

$\frac{1}{2\pi L}\frac{\partial^2 W}{\partial R_s^2} = \frac{1}{2}K\left(1 - Q^{-1}\right) > 0$ при $Q > 1$. $\frac{1}{2\pi L}W(R_s^0) = AC_1 + \frac{1}{4}K\left(1 - Q^{-1}\right)\frac{D^2}{4M_s^4(Q-1)^2} - \frac{\pi}{2}\frac{D^2}{2M_s^2(Q-1)} =$

$= AC_1 + \frac{1}{4}K\cdot D^2\frac{1}{4M_s^4(Q-1)Q} - \frac{\pi}{2}\frac{D^2}{2M_s^2(Q-1)} = AC_1 - \frac{\pi}{8}\frac{D^2}{M_s^2(Q-1)} < 0$ $\left(< W(1SD)\right)$, если $D > D_c$.

$D_c^2 = \frac{8}{\pi}AC_1M_s^2(Q-1)$, $\ell_{ex}^2 = \frac{A}{2\pi M_s^2}$, $D_c^2 = 16C_1\ell_{ex}^2M_s^4(Q-1)$, $D_c = 4\sqrt{C_1}M_s^2\ell_{ex}\sqrt{Q-1}$.

C_1 из $W_{ex} = 2\pi ALC_1$, $C_1 \cong 6.154 = \frac{\pi^2}{2} + \int_0^{\pi} dx\,\frac{\sin^2 x}{-x}$ в $\theta(\varphi) = \pi\varphi/R_s$ - model. В BP - Soliton model $C_1 = 4$.

$W_m = W_m(Sk) - W_m(1SD) = \frac{2\pi AL}{Q}r_0^2\int_0^R d\varphi\,\varphi\left[\cos^2\theta - 1\right] = (2\pi L)\,2\pi M_s^2\int_0^R d\varphi\,\varphi\left[\cos^2\theta - 1\right] = (2\pi L)\cdot 2\pi M_s^2\times$

$\times(-1)\int d\varphi\,\varphi\sin^2\theta = -\frac{2\pi M_s^2}{K}W_{an} = -\frac{1}{Q}W_{an}$, $W_{an}(Sk) = (2\pi L)K\int_0^R d\varphi\,\varphi\sin^2\theta(\varphi)$

$D_cR_c = 4A$ (BP soliton model) и $D_cR_c = \frac{1}{2}D_cR_s = \frac{1}{2}4\sqrt{C_1}M_s^2\ell_{ex}\sqrt{Q-1}\cdot\frac{D}{RM_s^2(Q-1)} = \sqrt{C_1}\frac{\ell_{ex}}{\sqrt{Q-1}}$ в $\sin\theta(\varphi)$ model.

$e(R_s) = \frac{1}{4\pi M_s^2V}W(R_s) = \frac{2\pi L}{4\pi M_s^2\pi R^2L}\left[AC_1 + \frac{1}{4}K\left(1 - Q^{-1}\right)R_s^2 - \frac{\pi}{2}DR_s\right]$, $e(R_s) = \frac{1}{2\pi M_s^2R^2[\dots]}[\dots]$

$\frac{A}{2\pi M_s^2} = \ell_{ex}^2$, $\frac{K}{2\pi M_s^2} = Q$, $\frac{R_s^2}{R^2} = \left(\frac{2R_c}{R}\right)^2 = 4c^2$, $\frac{DR_s}{2\pi M_s^2R^2} = \frac{D}{\pi M_s^2R}c$.

$e(R_s) = C_1\frac{\ell_{ex}^2}{R^2} + \frac{1}{4}Q\left(1 - Q^{-1}\right)4c^2 - \frac{\pi}{2}\frac{Dc}{\pi M_s^2R}$, Def. $d = \frac{D\ell_{ex}}{A}$, $\frac{D}{\pi M_s^2R} = \frac{Ad}{\ell_{ex}^2\pi M_s^2R} =$

$= \frac{d\cdot 2\ell_{ex}^2}{\ell_{ex}R} = 2d\left(\frac{\ell_{ex}}{R}\right)$, $e(R_s) = C_1\left(\frac{\ell_{ex}}{R}\right)^2 + (Q-1)c^2 - \pi d\left(\frac{\ell_{ex}}{R}\right)c$, $\frac{\partial e}{\partial c} = 2(Q-1)c - \pi d\frac{\ell_{ex}}{R} = 0$

$\partial^2e/\partial c^2 = 2(Q-1)$. $c_0 = \frac{\pi}{2}\frac{d}{(Q-1)}\frac{\ell_{ex}}{R}$, $R_c = \frac{\pi}{2}\frac{d}{(Q-1)}\ell_{ex}$ - equil. Sk - radius in linear $\theta(\varphi)$ ansatz.

M_{BP}: $e_{BP}(c) = \frac{4}{\pi^2}\left(1 + \frac{1}{2}d\pi c\right)\sqrt{1 + c^2} + 2(Q-1)f_d(c)$ при $Q > 1$ дает metastable skyrmion, $c_0 = 0{,}01 - 0{,}1$

экспериментально. с ростом D, $e_{sk}(c)$ дает Sk-ground state $e_{sk} < e_{BP}$. $e_{BP} < e_{sk}$ при $D < D_c$.

Escaneado con CamScanner

(23.26/E) Strip to neutral as a name (equal Force & Rec. a SW Cd/Pb NLs calculating, Sole-Dynamic (Sb - most S. Hamer 2015) & Sb static stability in their data bi-regression e. each coauthor of the stability paper. Arator Arantxa connected Exact. a x-grace Sunday via yoga Exercise E - made to A Tomcat, Arantxa, O Sustainability (Rec Rep)

1 (27/E) Plan (Ca, N) a) RTA/SA - Pre JAMA, 2) Sole-ul se Thackeray, 3) Sb stability A author paper, 4) APng new MS, 5) Sea Stg, 6) MagIC g [illegible] 7) Rep [illegible], 8) [illegible], 9) Arantxa-Brewer, 10) Ikea-[illegible] 11) AMP-reaction

• Sky-Ramen stability : Lin. $\Theta(s) = s_0/R_s$ - ansatz region when $\frac{R}{R_s} > 1$ a good $\frac{R}{R_s} < \epsilon_{RD}$, $\frac{s_0}{R_s} < \epsilon_{SD}$

Exam ansatz (AKL line) $m_z(s) = \text{th}\left[\frac{R_s}{\Delta} \ln \frac{s}{R_s}\right] = \text{th}\left[\ln\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha\right] = \frac{(s/R_s)^{2\alpha}-1}{(s/R_s)^{2\alpha}+1} = \frac{s^{2\alpha}-R_s^{2\alpha}}{s^{2\alpha}+R_s^{2\alpha}}$

c A - Ra/D Ramon • BP-ansatz $m_z(s) = \frac{s^2 - R_c^2}{s^2 + R_c^2}$, rge nonconf $2\lambda = 2R_s/\Delta$ Dimen = 2° coherent

1.-E equation (15/E) : $\Theta'' + \frac{1}{s}\Theta' = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right)\sin\Theta\cos\Theta + \lambda \frac{\sin 2\Theta}{\Delta s}$, $\lambda = \frac{D\Delta}{A}$, $\Delta^2 = A/K$.

$u(s) = \text{tg}\frac{1}{2}\Theta(s) \rightarrow u'' + \frac{1}{s}u' - \left(1+\frac{1}{s^2}\right)u = \frac{2u}{(1+u^2)}\left[(u')^2 + \frac{\lambda}{s}u - \left(1+\frac{1}{s^2}\right)u^2\right]$, s deg. Δ

Usar $\cos\Theta(s) = \text{th} f(s)$, $\sin\Theta = \frac{1}{\text{ch} f(s)}$ $\Theta(s) = \arccos\{\text{th} f(s)\}$

$\Theta' = \frac{(-1)}{\sqrt{1-\text{th}^2 f}} \frac{1}{\text{ch}^2 f} f' = (-1)\frac{1}{\sqrt{1+\text{th}^2 f}} \frac{1}{\text{ch}^2 f} f' = (-1)\frac{1}{\text{ch} f} f'$, $\Theta'' = \frac{1}{\text{ch}^2 f}(f')^2 - \frac{1}{\text{ch} f} f''$

$\frac{1}{\text{ch}^2 f}(f')^2 - \frac{1}{\text{ch} f} f'' = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right)\frac{\text{sh} f}{\text{ch}^2 f} + \frac{\lambda}{\Delta s}\frac{1}{\text{ch}^2 f}$, $(f')^2 - \text{ch} f \cdot f'' = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right)\text{sh} f + \frac{\lambda}{\Delta s}$

Usar $s \ll 1$, $\Theta(s) \approx \pi/2$, $-f'' = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right) f + \frac{\lambda}{\Delta s}$ Usar $\lambda = 0$, $-f'' = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right) f$

$f'' + \left(1 + \frac{1}{s^2}\right) f(s) = 0$, $f'' + \omega^2(s) f = 0$ — no pem. $f(s) = \frac{1}{\Delta}(s - s_0)$ no ecuo pem

$u(s) = \text{tg}\frac{1}{2}\Theta(s)$ negoan usualmente en ramificación sp-me, a $\cos\Theta = \text{th} f(s)$ - Ner

$\cos\Theta = \text{th}\left[\alpha \ln \frac{s}{R_s}\right]$ - Exam, $f(s) = \alpha \ln \frac{s}{R_s}$, $f' = \frac{\alpha}{s}$, $f'' = -\frac{\alpha}{s^2} \rightarrow \frac{d^2}{s^2} \cdot \text{ch} f\left(-\frac{\alpha}{s^2}\right) = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right)\text{sh} f + \frac{\lambda}{\Delta s}$

$\text{ch} f = \frac{1}{2}\left(e^{\ln(s/R_s)^\alpha} + e^{-\ln(R_s/s)^\alpha}\right) = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha + \left(\frac{R_s}{s}\right)^\alpha\right]$, $\frac{\alpha}{s^2}\left[\alpha + \text{ch} f\right] = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right)\frac{1}{2}\left[\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha - \left(\frac{R_s}{s}\right)^\alpha\right] + \frac{\lambda}{\Delta s}$

$\frac{\alpha^2}{s^2} + \frac{\alpha}{s^2}\frac{1}{2}\left[\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha + \left(\frac{R_s}{s}\right)^\alpha\right] = \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{s^2}\right)\frac{1}{2}\left[\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha - \left(\frac{R_s}{s}\right)^\alpha\right] + \frac{\lambda}{\Delta \cdot s}$ - Exam $\cos\Theta = \text{th}\left[\alpha \ln \frac{s}{R_s}\right]$ no

con pendiente finita usar $\lambda = 0$

No Exam-ansatz, usar, con $\cos\Theta = \text{th}\left(\frac{s - R_s}{\Delta}\right)$ Dw ansatz, $\sin\Theta = \frac{1}{\text{ch}\left[\alpha \ln \frac{s}{R_s}\right]} \xrightarrow[s \to 0]{} 0$.

Hallar $W(R_s)$ usando Exam-ansatz.

$W_{ef} = 2\pi AL \int_0^R ds\, s\left[\Theta_s^2 + \frac{\sin^2\Theta}{s^2}\right]$, $\cos\Theta = \text{th}\left[\ln\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha\right] = \frac{(s/R_s)^{2\alpha}-1}{(s/R_s)^{2\alpha}+1} = -\frac{1 - \text{tg}^2\Theta/2}{1 + \text{tg}^2\Theta/2}$, $\text{tg}\frac{\Theta}{2} = \left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha$

T.C. Exam-ansatz confer eff. top-ol charge $q = \alpha$

$\Theta(s) = -2\arctg\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha$, $\Theta_s' = -\frac{1}{\text{ch} f} f_s' = -\frac{1}{\text{ch} f}\frac{\alpha}{s}$. $\Theta_s^2 + \frac{1}{s^2}\sin^2\Theta = \frac{\alpha^2}{s^2}\frac{1}{\text{ch}^2 f} + \frac{1}{s^2}\frac{1}{\text{ch}^2 f} = \frac{(1+\alpha^2)}{s^2 \text{ch}^2 f}$

$W_{ef} = (2\pi AL)\int_0^R ds\, s \frac{(1+\alpha^2)}{s^2}\frac{4}{\left[\left(\frac{s}{R_s}\right)^\alpha + \left(\frac{R_s}{s}\right)^\alpha\right]^2} = \left|s/R_s = x\right| = (2\pi AL)(1+\alpha^2)\int_0^{R/R_s}\frac{dx}{x}\frac{4}{\left[x^\alpha + \frac{1}{x^\alpha}\right]^2}$, $\alpha = \frac{R_s}{\Delta}$

Note, ecuo $R/R_s \to \infty$ kak y Exam'10, to $W_{ef} \sim (1+\alpha^2) \sim \left(1 + R_s^2/\Delta^2\right)$, rabga kak

Cogn. Eq. (18) Exam $W_{ef} \sim R_s/\Delta$. y Exam'10 dimensia ug-ga nonlocal Eq. (17) Gmacro razmer Exam

$\ln(s/R_s) = \left|s \times R_s\right| = \ln s - \ln R_s = \ln(R_s + \delta) - \ln R_s = \ln R_s + \frac{1}{s}\cdot\delta\Big|_{\delta = s - R_s} - \ln R_s = \frac{(s - R_s)}{R_s}$

$m_z(s) = \text{th}\left[\frac{R_s}{\Delta}\ln\frac{s}{R_s}\right] \approx \text{th}\left[\frac{R_s}{\Delta}\cdot\frac{(s-R_s)}{R_s}\right] = \text{th}\left[\frac{s - R_s}{\Delta}\right]$ — Dw ansatz ug Exam-ansatz ufm $s \approx R_s$

$W_{ef}(R_s) = 4(2\pi AL)(1+\alpha^2)\int_0^{R/R_s}\frac{dx}{x}\frac{x^{2\alpha}}{\left[x^{2\alpha}+1\right]^2} = \left|x^{2\alpha} = t,\ 2\alpha x^{2\alpha-1}dx = dt\right| = 4(2\pi AL)\frac{(1+\alpha^2)}{2\alpha}\int dt\frac{1}{(1+t)^2} =$

$= (-)2\frac{(1+\alpha^2)}{\alpha}\cdot(-1)\frac{1}{(1+t)}\Big|_0^{(R/R_s)^{2\alpha}} = (\ldots)2\cdot\frac{(1+\alpha^2)}{\alpha}\left[1 - \frac{1}{1+\left(\frac{R}{R_s}\right)^{2\alpha}}\right] = (2\pi AL)\frac{2}{\alpha}(1+\alpha^2)\frac{(R/R_s)^{2\alpha}}{1+(R/R_s)^{2\alpha}}$

$W_{ef}(R_s) = (4\pi AL)\frac{(1+\alpha^2)}{\alpha}\frac{1}{1+(R_s/R)^{2\alpha}}$, ecuo $\alpha = 1$, to $W_{ef}(R_s) = 8\pi AL_0\frac{1}{1+c^2}$, $c = R_s/R$ chepuna

Exam ansatz — k BP-Solitonansatz

$\cos\Theta(s) = \text{th}\left(\alpha \ln\frac{s}{R_s}\right)$. Exam delaet $\alpha = R_s/\Delta$, 2 rod nonlocal Dw - $\cos\Theta = \text{th}\left[\frac{s - R_s}{\Delta}\right]$, $s \approx R_s$

$W_{ef}(R_s) = (4\pi AL)\cdot\frac{1+\alpha^2}{\alpha}\cdot\frac{1}{1+\left[\frac{R_s}{\Delta}\frac{\Delta}{R}\right]^{2\alpha}} = (4\pi AL)\frac{1+\alpha^2}{\alpha}\cdot\frac{1}{1+\alpha^{2\alpha}\left(\frac{\Delta}{R}\right)^{2\alpha}}$, $\alpha = R_s/\Delta$.

$W_{ef}(R_s) = (4\pi AL)(1 + R_s^2/\Delta^2)\frac{\Delta}{R_s}\frac{1}{1+(R_s/R)^{2R_s/\Delta}}$, ecuo $R/R_s \gg 1$, $R_s/\Delta \gg 1$ kak y Exam'10, to

$W_{ef} = (4\pi AL)\frac{R_s}{\Delta}$, y Exam $E_{ef} = 4\pi\Gamma\frac{R_s}{\Delta}$ u $\mathcal{H} = \frac{1}{2}\Gamma\int d^2\vec{s}\left[(\nabla\vec{m})^2 - \frac{1}{s^2}m_z^2\right]$

$\frac{1}{2}\Gamma = AL$, $\frac{1}{2}\frac{\Gamma}{\xi^2} = KL$, $\xi^2 = \frac{\Gamma}{2KL} = \frac{2AL}{2KL} = A/K$. $\Delta = \xi$, $E_{ef} = \underset{\text{(Exam)}}{8\pi AL}(R_s/\Delta)$, y nashe $4\pi AL\frac{R_s}{\Delta}$

$W_{ef}(R_s) = (4\pi AL)\left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha}\right)\frac{1}{1+(\alpha\frac{\Delta}{R})^{2\alpha}}$. Ecuo okazato $R_s < R$, $2R_s/\Delta \gg 1$, to $\frac{1}{1+(R_s/R)^{2\alpha}} \approx 1$

$W_{an} = 2\pi LK\int_0^R ds\, s\sin^2\Theta = 2\pi LK\int ds\, s\frac{1}{\text{ch}^2 f} = (\cdot)\int_0^R ds\, s\frac{4}{\left[(s/R_s)^\alpha + (R_s/s)^\alpha\right]^2} = 4R_s^2(\cdot)\int dx\, x\frac{1}{\left[x^\alpha + x^{-\alpha}\right]^2} =$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

(31/V) Заминаване за Испания. Travel Reports Madrid – Бинг. – Кацане. Посрещнати от Ал. Бенеда с Аранча. Skyrmion stability: сферични и плоски конфигурации. Плоски Abrikosov vortices в кондензата. Разговор MENRIC за мотивацията проекта.

(1/VI) Започва на дълго пропадане. Започнах оригинал, Русия, Словения, Сърбия (Белград, Нови Сад) и Унгария. Сблъсъци с Ал. Бенеда и Аранча. Skyrmion stability, Abrikosov vortices, Bogomolnyi bound, Derrick's theorem, Belavin-Polyakov solution.

(2/VI) Ден MENRIC – проект. Разговор за импортиране проект Del Valle – Ал. Бенеда с Аранча. Skyrmion stability, Abrikosov vortices, Bogomolnyi bound, Derrick's theorem, Belavin-Polyakov solution.

(3/VI) Среща MENRIC – AMEP проект "Здрав" (2,6 mg SPIONs). Коментар по постера на Аранча и Ал. Бенеда. Нов Letter Калдъбан: Нейтрино – Материя в Земната кора. Нейтрино.

(4/VI) Пристигане в Сан Себастиан. Започнах Sol-Sky Mag и напомнях Ал. Бенеда за Skyrmion Workshop в Испания, който трябва да се проведе през Юни 2016 г. Пристигане в Сан Себастиан, 3–13 Aug. 2016.

(5/VI) Ден в Сан Себастиан. Среща с Ал. Бенеда. Нов Letter Калдъбан: Нейтрино – Материя в Земната кора. Нейтрино.

(6-8/VI) Работа. Finish program „SolSkyMag", подготовка с Аранча. Разговор с Ал. Бенеда относно Skyrmion workshop в Испания. Среща с Ал. Бенеда и Аранча. Нов Letter Калдъбан: Нейтрино – Материя в Земната кора. Нейтрино.

SolSkyMag: 1) Plot Conf. Program, 2) Plot 2 posters – Conf. announcements; 3) Send E-mails Aranxta, Alberto, 4) Conf. dates, expenses Denmark, Switzerland, Spain, Germany, Bulgaria, Conf. program – Sky...

(9/VI) E-mails Aranxta, Alberto, Sky... $d = D/\Lambda$. B Bin, ansatz $\beta(s) = \pi s/R_0$, $R_0 = 2R_c$, Sky... ground state at $D > D_c = 2\sqrt{\frac{\pi}{2}} M_s^2 \ell_{ab} \sqrt{Q-1}$, $R_c = \frac{1}{2} R_s = \frac{1}{4\pi M_s^2} \frac{1}{(Q-1)}$, $R_c = \frac{\pi}{2} \frac{d\ell_{ab}^2}{(Q-1)}$

$$W_G = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \left[(1-Q)(1-c^2) + 4 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} \left(\frac{1}{2} |d| R_c - 1 \right) \right], \quad \frac{1}{2} |d| R_c = \frac{1}{2} |d| \frac{\pi}{2} \frac{|d| \ell_{ab}^2}{(Q-1)} = \frac{\pi}{4} \frac{d^2 \ell_{ab}^2}{(Q-1)}$$

$$(1-Q)(1-c^2) + 4 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} \left[\frac{\pi}{4} \frac{d^2 \ell_{ab}^2}{(Q-1)} - 1 \right] = (1-Q) \left(1 - \frac{\pi^2}{4} \frac{d^2 \ell_{ab}^2}{(Q-1)^2} \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} \right) + \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} \pi d^2 \frac{\ell_{ab}^2}{(Q-1)} - 4 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} =$$

$$= (1-Q) - \frac{\pi^2}{4} \frac{d^2 \ell_{ab}^2}{(Q-1)} (-1) \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} + \pi \frac{d^2 \ell_{ab}^2}{(Q-1)} \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} - 4 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} = (1-Q) - 4 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} + \pi \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) \frac{d^2 \ell_{ab}^2}{(Q-1)} \frac{\ell_{ab}^2}{R^2}$$

$$W_G = \omega_M \frac{c^2}{(1+c^2)^2} \frac{1}{(Q-1)} \left[-(Q-1)^2 + \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} \left\{ \pi \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) d^2 \ell_{ab}^2 - 4(Q-1) \right\} \right], \quad Q > 1 \text{ give const. Sk}$$

Minimal yields $W_G(c_0) > 0$ если $\pi \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) d^2 \ell_{ab}^2 - 4(Q-1) > 0$, т.е.

$$d^2 > \frac{1}{\pi \left(1 + \frac{\pi}{4} \right)} \frac{(Q-1)}{\ell_{ab}^2} = \frac{1}{(1)} \frac{(Q-1)}{A} 2\pi M_s^2, \quad D_c^2 = \frac{8}{\pi} C_1 A M_s^2 (Q-1), \quad d^2 = \frac{8}{\pi} C_1 \frac{M_s^2}{R} (Q-1)$$

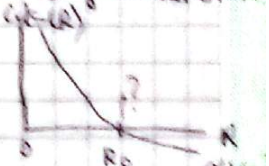
$$d^2 > \frac{4}{\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi}{4} \right)} \frac{(Q-1)}{A} 2\pi M_s^2 = \frac{8}{\left(1 + \frac{\pi}{4} \right)} \frac{(Q-1)}{A} M_s^2 = 4.580 \frac{8}{A} (Q-1) M_s^2, \quad d_c^2 = 4.859 \frac{8}{A} (Q-1) M_s^2$$

$C_1 = 6.154$.

Т.е. $\{\dots\} > 0$ изпълнено при $R > d_c$, в област при Sky-Ansatz е ground state

$$W_G(R) = -B_0 + B_1 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} > 0 \text{ если } B_1 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} > B_0, \quad R^2 < \frac{B_1}{B_0} \ell_{ab}^2$$

Скорее $W_G(R) > 0$ при $R < R_0 = \sqrt{\frac{B_1}{B_0}} \ell_{ab}$.



$W_G(c)$ при $c \ll 1$, $W_G / W_M = c^2 \left[(1-Q) + 4 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2} \left[\frac{\pi}{4} \frac{d^2 \ell_{ab}^2}{(Q-1)} - 1 \right] \right]$ и $= -B_0 + B_1 \frac{\ell_{ab}^2}{R^2}$ вярно.

Това предполага при $R > R_0$ и достатъчно големи R Sky-Ansatz is unstable и вместо него?

(10/VI) Среща с Ал. на бар на Ikerbasque meeting. Обсъждане, мотивация и отказ за Ikerbasque на Secondment BIOMED (22 June – 4 Aug. 2340 €). Slides for Exeter MagIC

(11/VI) Започнах бюджет, предупреден за SolSkyMag и обаждане „Здравей" с Ал. Бенеда meeting

(12/VI) Дискусия Ал. и Аранча с Ал., И., Ал. – 3 часа (Ал. и Аранча: работа и Solomatto as animated Пълно напускане от Ал., А., Ал.

(13/VI) Finished SolSkyMag program and sent it to M. for printing (Ал. Бенеда 2 Jun & Приключих slides for Aranxta's MagIC presentation in Exeter. Ал. Бенеда: offer

(14/VI) meeting с Аранча: обсъждане на talk и my papers on Mn, Ni-films, gauge

(15/VI) С Ал. в IKEA (покупки, чинии, чаши, кофички).

(16/VI) Third Home: Ал. Бенеда, Аранча, Ал. „Mezcaleria", „Al Campo" Irun. Уморена, ранна, ранна с Ал. и Аранча Milk-plantings.

(17/VI) Обзор papers на Sky-Ansätze; Siemens, Castro, Tamil, Muchers, Rebhan, Tchrakian, Mass-Simul. for Aranxta Sky-Ansatz stab. manuscript.

(18/VI) Пристигане Аранча, Ал. (без Ал.), подготовка за talk. Аранча Ал. Бенеда Aranxta Ibarrola notes AMIC – plant meeting in Exeter.

(19/VI) Ранни ранни. Ал., Аранча, Ал. + К., Л., Ал. Л.) заедно с Ал. Бенеда

(20–25/VI) Подготовка к Sol Skyrmions 2016 (презентации, анализ и обработка данных, ...) Барселона
с Julian (Ronchi), Федосеев (Conf. Coordinator), S.K. Kim (Seoul Univ.), Andrea Vella (Imperial College)
(26–30/VI) Публикация Sol Skyrmions 2016. 26.VI/16 Конференция завершена. 1 SK (Julian) + 1 SK (Федосеев)
Получен „Barcelo" – 11 тел. Welcome party 31 [illegible] Org. com. (Catalonia Expo)
4 offer Hotels in Barcelona (один был недавно „Начинает"). 26.33 € hotel ½ fee.
27–28 Конференция Sol Skyrmions 2016 в Barcelona (Julian, Klein, Gungl, Kleinhans, Gerlach, Mühlbauer, Cortes, Maerkoegger, Rybakov, Bouillot, Kent, Kiselev, Osorio, Klein, Vogel, Gungl, Kleinhans, Erickson

$\int dy \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 = 8\sigma/2A$ Ecun $\varphi(x)$ - Bloch DW, $\mathcal{E}_B = \mathcal{E}_0 \frac{v^2}{16\pi\gamma^2 A} = \frac{1}{2} m_D v^2$. $\delta_0 = \sqrt{A/K} = \sqrt{AK} = K\Delta$, $\Delta^2 = A/K$

m_D (mass density per well unit area) $= \frac{\mathcal{E}_0}{8\pi\gamma^2 A} = \frac{4K\Delta}{3\pi\gamma^2 A} = \frac{1}{2\pi\gamma^2}\cdot\frac{1}{\Delta}$, $m_D = \frac{1}{\gamma^2}\frac{1}{2\pi\Delta}$

Для 2D Bubble Sk $\mathcal{M} = \frac{1}{\gamma^2}\frac{1}{2\pi\Delta}\cdot 2\pi R_s L = \frac{1}{\gamma^2}\frac{R_s L}{\Delta}$, где с коэф. $\frac{1}{2}$ себя сбивает

и с Bitter'15 при $K_1 = 2\pi M_s^2$. // Это Döring-mass для rigid 1D DW $\varphi(x-vt)$ motion.

(5) Slonczewski 73: $E_{kin}(DW) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\sigma}{\partial\psi^2}\right)_0 (\psi - \psi_0)^2$, ψ - DW $\vec{M}$-angle, 0 - equilibrium

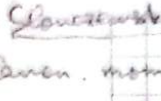
Canon. momentum $p = \frac{2M_s}{\gamma}(\psi - \psi_0)$, $E_{kin} = \frac{1}{2} m_D v^2 = \frac{p^2}{2m_D}$, $m_D = \frac{4M_s^2}{\gamma^2}\left(\frac{\partial^2\sigma}{\partial\psi^2}\right)_0^{-1}$ - mass density 1D DW. σ_0 local demag. energy $\left(\frac{\partial^2\sigma}{\partial\psi^2}\right)_0 = 8\pi\Delta M_s^2$, $\Delta^2 = A/K$, и

$m_D = \frac{1}{\gamma^2}\frac{1}{2\pi\Delta}$ как в Kittel PR'1950. // m_D определяет инерционные DW $\left(\frac{\partial^2\sigma}{\partial\psi^2}\right)_0$ по отнош. к equil. ψ_0.

DW mass density

9/VIII А. Дно гомогенное - 2 пер. Printed Bookings/maps in ИФ/ЕНИ. С П.-Ю. В. Erokhin "orbital

10/VIII hedgehog и analog papers по Sk-stability, V-, Sk. dynamics и DW-, V-, Sk-mass



- двойные спектра Skyrmion in dot с R_0 - радиус, ω_z - azim. SW $m=\pm1$, ω_c - gyrotropic mode

(для всех, m=±1 modes)

(6) Ivanov, PLett A. 1989: $\Theta = \Theta_0(\vec{\rho} - \vec{X}(t)) + \theta(\vec{\rho}, t)$, $\Phi = \Phi_0(\vec{\rho} - \vec{X}(t)) + \psi(\vec{\rho}, t)$ - отклонение

$\theta, \psi \sim \dot{\vec{X}}$ в rigid motion дает soliton (V, Sk, DW) mass перенормировка $\theta, \psi = f(\vec{\rho} - \vec{X}(t))$, что

нетривиально для SW (θ, ψ). Рем. LLG для θ, ψ - non-uniform, где $\dot{\vec{X}}$ в правой части.

Рем. $\theta, \psi \sim \dot{\vec{X}}$: $\psi = 2\frac{\dot{X}}{v_{in}}\sin\Theta_0 A(r')\cos\chi'$, $\theta = 2\frac{\dot{X}}{v_{in}} B(r')\sin\chi'$, $tg\chi' = \left(\frac{y}{x-X}\right)'$, $r'^2 = y^2 + (x-X)^2$

- движение soliton $\parallel Ox$. $v_{in} = 2\omega_0 l_0$, $l_0^2 = A/\beta$, $\hbar\omega_0 = g\mu_B\beta M_s$

$\vec{p} = m_x\dot{\vec{X}} = -a\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\rho\left[(1+\cos\Theta_0)\nabla\psi + \theta\sin\Theta_0\nabla\Phi_0\right]$ или $E(\dot{X}) = E(0) + \frac{1}{2}m_x(\dot{X})^2$

Soliton mass $m_x = \frac{\pi M_s a}{\gamma\omega_0 l_0}\int_0^\infty dr\left[A(r)\frac{d\Theta_0}{dr} + \frac{1}{r}B(r)\right]$, static soliton - $\Theta = \Theta(r)$, $\Phi = \varphi t + \chi$

χ - topol charge

$l_0^2 = \frac{1}{2}AM_s^2 / \frac{1}{2}\beta M_s^2 = A/K = \Delta^2$ - DW width.

а) Large radius Soliton $R \gg l_0$, $\cos\Theta_0 = th\left(\frac{r-R}{l_0}\right)$ ansatz дает $m_x = \frac{2\pi M_s}{\gamma\omega_0}\left(\frac{R}{l_0}\right)^3 a$

(Bubble skyrmion)

$N_2 = \frac{\pi M_s d}{2\mu_B\beta^{-1}} = \frac{\pi M_s}{\hbar\gamma}\frac{d}{\beta^{-1}} = \frac{\pi M_s}{g\mu_B} l_0^2 a$ - charact. magnon number, $N_2 \gg 1$ (a - ферромагнетик)

Magnon mass $m_0 = \frac{1}{2}\frac{\hbar}{\gamma d M_s}$ $(\hbar^2/Ja^2)$. $m_x = m_0\sqrt{2}N(N/N_2)^{1/2}$, $N \gg N_2$,

Если $M_s = \frac{g\mu_B S}{a^3}$, то $N_2 = (\pi l_0^2 a)\frac{S}{a^3} = V_0 \cdot n_1$, n_1 - число магнонов на unit cell.

$\omega_0 = \gamma\beta M_s \to m_x = \frac{2\pi}{\gamma^2}\frac{a}{\beta}\left(R/l_0\right)^3 \sim \frac{R_s^3}{K}$, $(R_s/l_0) \gg 1$, что может быть при $Q \gg 1$.

в) Small radius soliton $R \ll l_0$, $\nu = 1$, $m_x = 24\pi^{3/2}\frac{(\pi+2\nu)}{\sqrt{\nu}}\frac{a}{\gamma^2\beta}$ и $m_x = \frac{24\pi^{3/2}(\pi+2)}{\gamma^2}\frac{a}{\beta}$ ($\nu=1$)

$\beta = 2K/M_s^2 = 4\pi Q \Rightarrow 4\pi(Q-1)$, $K \to K - 2\pi M_s^2$.

$m_x(R_s \gg l_0) = \frac{1}{\gamma^2}\frac{a}{2(Q-1)}\left(R/l_0\right)^3$ и $m_x(R_s \ll l_0) = \frac{6\pi^{1/2}(\pi+2)}{\gamma^2}\frac{a}{(Q-1)^{3/2}}$, $l_0^2 = A/K$

Note: при $K \to 0$ (конец) $m_x \sim \frac{1}{K} \to \infty$ - неверно! дает ∞.

Надо $K \to K - 2\pi M_s^2 = K_{eff} > 0$, $\beta \to \beta^* = \beta - 4\pi$ for real films с углом магнитная

$m_x \sim \frac{1}{(Q-1)}$ и расчет применим при $Q > 1$, $K_{eff} > 0$, „easy axis" anisotropy.

$l_0 = \sqrt{A/\beta} \to \sqrt{A/(\beta - 4\pi)}$, $\frac{1}{2}M_s^2(\beta - 4\pi) = K - 2\pi M_s^2 = K_{eff} = 2\pi M_s^2(Q-1)$, $(\beta - 4\pi) = 4\pi \times (Q-1)$

$l_0 = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2(Q-1)}} = \frac{l_{ex}}{\sqrt{Q-1}}$, $l_{ex}^2 = (A/2\pi M_s^2)$, $l_{ex} \sim 5.5$ nm.

Для soliton с $R_s \gg l_0$ $m_x = \frac{2\pi a}{\gamma^2}\frac{1}{(\beta - 4\pi)}\left(\frac{R_s}{l_0}\right)^3 = \frac{a}{2\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)}\frac{R_s^3}{l_{ex}^3}(Q-1)^{3/2} = \frac{a}{2\gamma^2}\sqrt{Q-1}\left(\frac{R_s}{l_{ex}}\right)^3$

Для soliton с $R_s \ll l_0$ $m_x = 6\pi^{1/2}(\pi+2)\frac{a}{\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)}$, $Q > 1$.

Linear $\Theta_0(\rho)$ ansatz (21/I) при $Q \gtrsim 1$ дает $R_s = \frac{\pi}{2}\frac{d l_{ex}}{(Q-1)} = \frac{\pi}{2}\frac{d}{\sqrt{Q-1}} l_0$, $\left(\frac{R_s}{l_0}\right) = \frac{\pi}{2}\frac{d}{\sqrt{Q-1}}$ может

$\gg 1$ при $d \gtrsim 1$ и/или $Q \to 1+0$ $R_s/l_0 \gg 1$ - large radius skyrmion, дает которого

$m_x = \frac{a}{2\gamma^2}\sqrt{Q-1}\left(\frac{\pi}{2}\frac{d}{Q-1}\right)^3 = \frac{\pi^3}{16}\frac{a}{\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)^{5/2}}$ дает Sk-mass с $Q > 1$, $R_s \gg l_0$.

Если же $d < 1$ ($d \to 0$), $Q \gg 1$, то $R_s/l_0 \ll 1$ (small radius Sk) и $m_x = 6\pi^{1/2}(\pi+2)\frac{a}{\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)}$.

$m_x = 54\frac{a}{\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)}$, $m_x \simeq \frac{14\,nm}{\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)}$, $Q \gg 1$ - такая Sk-mass очень мала и не может

($a = 2.5$ Å) на гироскоп. ω_c.

Только $\omega_c < 0$ при $Q \gg 1$, и $d < 1$ и ω_c не имеет смысла, skyrmion нестабилен.

Для $Q \to 1+0$, $d \gtrsim 1$, $m_x = 1.94\frac{a}{\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)^{5/2}} = \frac{0.5\,nm}{\gamma^2}\frac{1}{(Q-1)^{5/2}}$ будет очень мала при $Q > 1.1$ и

rigid ω_c отрабатывает

При $Q < 1$ расчет Sk-mass не работает, $m_x(Q<1)$ пересчитать.

Escaneado con CamScanner

11/VIII – 17/VIII Lagoa → A. (1 perc) → Santander → Gijón → Santiago Comp. → Porto → Valladolid → Faro (1 hora) → Lagoa (1 hora) → Vallehermoso

13-15/VIII Беседа и обсуждение Skyrmion modes с B. Ивановым [Sp-computation, PL'85 Ivanov, Ivanov PRB'94 - Shaka' PRB'01, Ivanov JETP'04, 2010] и Sk-stability / anisotropic с Aurelio, Ref. report

18/VIII Научат, что Julian (Dpto. "Campos Consolidados") нуждается в новых докторантах в периоде 2010-2015 (Суперсимметрия 2010-14, 2014-18, Arantxa, Virginia, Unai). New papers, E-mails to Slavin, B. Ivanov, Ioskam. C A.10, Julian trip to La Rioja (Rioja) program

19/VIII E-mails to Ioskam (Ivanov info), Search (D+K-B.DF). Emergence of weak-damping Skyrmion dyn. Oral talks at JEMS 2016, Glasgow, U.K. Nogueras gonzal/nanorod CONSTANTO

20/VIII Обсуждение с Раб. Aurelio Sim. Sk-stability. Aurelio sim. $\omega_{t-} \approx 2\omega_m$, $e=0.01$ $R=2k_m$. Напечатана Ref. Report на JAP: Araujo ST-vortex oscillators. Comput. "CONSTANTO".

21/VIII С 10 в новом. сидячий Sim Sek с IVA дано нас номер 10%, P.28 - P.26, IVA уменьш. Она Spain на у'нас. New Skyrmion papers, $\omega_{t-} < 0$, с нарушением Aurelio $Q = 1,25$, $M_s = 350$ G, $A = 10^{-6}$ erg/cm, $D = 4.8$ erg/cm², $R = 20nm$ > Sk is unstable

22/VIII Нагрелся IVA paid by "CONSTANTO" за Jan - June 2016 дает IVA почти сделан.

23/VIII Закрыла чрез. подготовку в Учеб. С А. "Lidl", Carrefour, Alcampo, С А.10 "Alcampo", Carrefour, Decathlon за завтрак, дома. (Also printed Czech-project on Skyrmions)

24-25/VIII Начинаем Sk-stability MS. Нагрелся IVA и Income Tax для "CONSTANTO" для апрел. в "La Perla" ужин с А., 10. J. Утро (3115€ Visa) нужно "CONSTANTO" Bg Conf. fee cash (Y Ivanov, Ayadalov, Carocca, Tokura) 450+4=1800 и 100 долл. Aviation/Railway + 150€ (wife Tokura) около 2000 €. 3 Напечатан 3/мо. Apr.-June 2016 нерезидент, без IVA, нерезидент обязателен, но на утро → не разрешен Пар. 3/мо; фармация. / Утро 3,125€ из 5.125€ cash, на паспорт 10 дней виза

26/VIII А. нагрел IVA-form за Apr.-June 2016 (Gasoline IVA = 440€ conf. fee имеет 10% IVA). И. cash 3/мо. За July - 300€. Лорд с собой в Учеб 1.210€. Trip Inuria - Bratislava → Zumaia → Inuria на авто с Julian A., 10. Полет в Frankfurt - 8/VIII. E-mail Aventura - Sk-stab.

27/VIII Сочинение Steve Pedregosa-Gutierrez Acc. variat. Hamiltonian (2008 за завтрак, Ramos Copernus). Нарезание с Arantxa о Sk-stability MS. С Ю., I, написал Deba, Ужин в Zarautz.

28/VIII Напечатан e-mail UPV/EHU о justification rejected gastos proyecto MINECO - FIS 2010. Poster Conf. о HMM - Conf. в Barcelona, 29-31 May 2017. Обсужд. с Arantxa Sk-stability MS (Figs). С Ю. и J. в Zarautz: ужин, бар. Нагрелся credit card „Bankia" дает.

29/VIII Начинает justification rejected gastos FIS2010 и послал в UPV/EHU. Нарезан 4.950€ в „Bankia" e-mail A. coll / Skype

30/VIII Review Czech-Skyrmion CoV4Sa project. С Ю. и J. в „Lazzy Market", в аудит.

31/VIII Закончил и сдал Czech Sk-grant review (1500 Čk ≈ 92€ получил), Transfer 2880€ CONSTANTO → LOAN

1/IX Нагрелся и распечатал Reports trip - Porto (задний размер и cache-memory) и July-Sept. conf. Skyrmions. Нагрелся 30-min Sk-talk в Jurmala, нарезание с „Barcelo", Slavin и Zakhar. С Ю. и J. в Deba (ужин) и Zarautz (ресторан).

2/IX Slides Jurmala Sk-talk. Разбор paper Shaka-Ivanov-M. PRB'2001, EA-Solitons.

3/IX → Shaka' PRB'2001: (1) 2 modes с $|m|=1$ localized, в отличие от vortex где 3 $|m|=1$ modes (2) Сингулярность исчезает из GM ($\omega_{t1}=0$), Breath ($\omega_0=0$), SW ($\omega_{-1}\neq 0$) и doublets $\omega_{\pm m}$, с $|m|>1$. GM и m=±1 SW (3) $M_v = G/(\omega_{t1}+\omega_{-1}) = \frac{G}{2\omega_0}\left(\frac{R}{\Delta_0}\right)^3 = \frac{1}{2}\frac{1}{J^2}\frac{1}{(Q-1)}\left(\frac{R}{\Delta_0}\right)^3$, Это совпад. Ivanov' PL'1989 с $Q \to 1$. $\Delta^2 = A/K$, R - Sk-radius (4) Исходя $\Omega(N)$ - прецессия (frequency of skyrmion $\Phi = \Phi_0 + \varphi t + \Omega t$, которую надо вычислить, N - Num. of Bounded magnons (5) нового Stable ansatz $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Theta_0(s) = \frac{R}{s}\exp\left[-\frac{(s-R)^2}{r_0}\right]$ очень подошли, ошибка ≤ 2% Used: Наши Mv Skyrmion Bittner 15 из BP-soliton spectra (Q=1), Ivanov JETP'99 Оценка дает $M_v \sim 10^{-19}$ g.

4/IX Сдал Работу на оч. Порто-Лиссабон, Rest. Danube заплатил и 2 „Deba" facturas. Нашел и прочел soliton papers by Ivanov.

Note: Shaka' PRB'01 Lagrangian в moving (rotating) системе с вект. Ω, т.е. $\omega_{t1}=\Omega$ в laboratory coordinate system. Нулевой ω₀ = Ω since Rotating c. system создает bilinear term $\sim S^3$ gauge field. Derrick theorem не раб.

$L_{int} = \gamma \sin\Theta(\dot\Phi\cos\Theta - \dot\Psi\dot\Theta) = |\Theta=\Theta_0(s), \Phi=\Phi_0+\varphi t+\Omega t| = \gamma\sin\Theta_0\,\Omega\cos\Theta$, Коэффициенты перед $\frac{\partial}{\partial\varphi}$ нулевые в SW-HD как Inhom. terms. - спрашивал Sk. theory

→ Yu. Thiele $M\ddot{\vec X} + \vec G\times\dot{\vec X} = -\frac{\partial W}{\partial \vec X}$ $\vec G = |G|\hat z$ здесь, См. 8/IX 2am. $Z = X+iY = Z_0 e^{\omega t}$ $\vec G = G_z\hat z$, $G_z = G$ $G_z = \frac{4\pi P}{\gamma}$ $M_s L$

$M\omega^2 + G\omega - \varkappa = 0$ $M=0$, $\omega_0 = \varkappa/G > 0$ ($p>0$, верно), $G=0$, $\omega^2 = \varkappa/M > 0$ верно.

Корни $\omega_\pm = \frac{G}{2M}\left[-1 \pm \sqrt{1+4\frac{M}{G}\omega_0}\right]$, $\omega_+ + \omega_- = -G/M < 0$ (для $p>0$) $= -2\omega_m$

Обз. $\omega_m = \frac{G}{2M}$, $\omega_\pm = \omega_m\left[-1 \pm \sqrt{1+2\omega_0/\omega_m}\right]$. а) $M\to 0$, $\omega_m \gg \omega_0$, $\omega_+ = \omega_0\left[1-\frac{1}{2}\frac{\omega_0}{\omega_m}\right]$ $\omega_+\omega_- = -\varkappa/M < 0$

б) $M\to\infty$, $\omega_m \ll \omega_0$, $\omega_\pm = \omega_m(\pm 1)\sqrt{2}\left(\frac{\omega_0}{\omega_m}\right)^{1/2} = \pm\sqrt{2\omega_0\omega_m}$ ω_+ ω_- ω_- $= -2\omega_m - \omega_0$ M

Escaneado con CamScanner

(5-7/VIII) Подготовка Sk. talk Baltic Spin 2016, Обзор Sk-papers (incl Ivanov, Bogdanov)
(8/VIII) С.Э. в „Lidl" Olaberria E-mails Michel, Zukhra, Aurelio, Boris. Обед с Л. Ю. в Bilbao airport
Встретили П. в S. Seb. (привезла 210 € из 1210 € с собой в К.).
(8-13/VIII) Поездка на Baltic Spin, Jurmala 9-13, Aug. 2016.
Inv. talk „Magn. Skyrmions", Inv talk „Vortex GM in thick dots" (Ruel)
Slavin, Ivanov, Akerman, Bailey, Tserkovnyak, Beach, Rasing, Ebels. обсужд. с Зухра
(14/VIII) План: 1) JMMM-Ordzia papers; 2) Sk-Stability Arantxa/Aurelio; 3) CONSTANTO docs
4) Опл. Talat House Славичу; 5) Опл. Urip Зухре; 6) Error Jurmala; 7) large vortex paper;
8) Sk-mass Ivanov; 9) Sk-dyn. Mruczkiewich; 10) Sk-ω_G Mag. lett.; 11) transfer MEC-proj. comp → trips?

Сократил Sk-gyromode paper, загнал ее в IE³ Mag. Lett format и послал Зухре.

(15/VIII) Sk-mass calc. Ivanov PLA'1989 (см. 23/VIII 15 г.) Sk-mass

Field (pulse) momentum $\vec{P} = -\frac{M_s}{\gamma}\int d^2\vec{\rho}\,(1-\cos\theta)\nabla\Phi \to \dot{\vec{P}} = -\frac{\partial W}{\partial \vec{X}} + \vec{G}\times\dot{\vec{X}}$

Предположение: $\theta = \theta_0(\vec{\rho}-\vec{X}) + \varphi(\vec{\rho}-\vec{X})$, $\Phi = \omega t + \Phi_0(\vec{\rho}-\vec{X}) + \psi(\vec{\rho}-\vec{X})$, $\vec{X} = \vec{X}(t)$ Precess soliton

$\theta_0(\rho)$ и $\Phi_0 = \nu\,\mathrm{arctg}(y/x) = \nu\varphi$ – static soliton $\varphi, \psi \sim \dot{X}_\alpha$ $J = M_s a/\gamma$

$\cos\theta = \cos(\theta_0+\varphi) = \cos\theta_0 - \sin\theta_0\,\varphi \Rightarrow \vec{P} = -J\int d^2\vec{\rho}\left[(1-\cos\theta_0+\sin\theta_0\,\varphi)\nabla(\Phi_0+\psi)\right] =$

$= -J\int d^2\vec{\rho}\,(1-\cos\theta_0)\nabla\Phi_0 - J\int d^2\vec{\rho}\left[(1-\cos\theta_0)\nabla\psi + \sin\theta_0\nabla\Phi_0\,\varphi\right] = \vec{P}_0 + \delta\vec{P}$

$\delta\vec{P} = -J\int d^2\vec{\rho}\left[(1-\cos\theta_0)\nabla\psi + \sin\theta_0\nabla\Phi_0\,\varphi\right]$. Считаем $\delta\vec{P} = M_v\dot{\vec{X}}$, что определ. soliton mass

Для φ, ψ предлагаются решения LL: $\varphi = 2\frac{|\dot{\vec{X}}|}{V_m}B(\rho')\sin\varphi'$, $\sin\theta_0\,\psi = 2\frac{|\dot{\vec{X}}|}{V_m}A(\rho')\cos\varphi'$

$V_m = 2\omega_0 l_0$, $\mathrm{tg}\,\varphi' = \frac{y}{(x-X(t))}$, $\rho'^2 = (x-X(t))^2 + y^2$, $|\dot{\vec{X}}| = \dot{X}$, предполагаем soliton motion $\parallel Ox$

Т.е. важно $\varphi = \varphi(\vec{\rho}-\vec{X}(t))$, $\psi = \psi(\vec{\rho}-\vec{X}(t))$, $\vec{X} = (X, 0)$. Если найти $A(\rho), B(\rho)$ из LL,

то $M_v = \frac{\pi J}{\omega_0 l_0}\int_0^\infty d\rho\,\rho\left[A(\rho)\frac{d\theta_0}{d\rho} + \frac{\nu}{\rho}B(\rho)\right]$. A и B находятся в прибл. $R \gg \Delta$ (large sol) $R \ll \Delta$ (small sol)

$l_0^2\nabla\cdot(\nabla\Phi\sin^2\theta) = \frac{1}{\omega_0}\sin\theta\,\dot{\theta} = \frac{1}{\omega_0}\sin\theta\left[\nabla\theta_0(-1)\cdot\dot{\vec{X}} + \dot{\varphi}\right]$, $\dot{\varphi} = \frac{d}{dt}\varphi(\vec{\rho}-\vec{X}(t)) = -\nabla\varphi\cdot\dot{\vec{X}}$ – пренебрегаем

$[\theta,\Phi] = -\frac{1}{\omega_0}\sin\theta\,\dot{\Phi} = -\frac{1}{\omega_0}\sin\theta\left[\dot{\Phi}_0 + \omega + \dot{\psi}\right]^{\dot{\theta}_0} = -\frac{\sin\theta}{\omega_0}\left[\omega - \nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec{X}} - \nabla\psi\cdot\dot{\vec{X}}\right] \approx -\frac{\sin\theta}{\omega_0}\left[\omega - \nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec{X}}\right] =$

$= \frac{\sin\theta_0}{\omega_0}\nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec{X}} - \frac{\omega}{\omega_0}\sin(\theta_0+\varphi) = (\ldots) + \frac{\sin\theta_0}{\omega_0}\nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec{X}} - \frac{\omega}{\omega_0}\cos\theta_0\,\varphi$, верно.

? Неясно куда делась ω – soliton precession frequency из eq. для M_v. Взяли $\omega = 0$?
Ведь $A(\rho,\omega)$, $B(\rho,\omega)$ должно быть. Хоть $\omega(N)$ можно искать отдельно.

?? Эквивалентен ли расчет Ivanov PLA'89 расчету $M_v^{\alpha\beta} \sim \int d^2\vec{\rho}\left[\frac{\partial\theta}{\partial\dot{x}_\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial x_\beta} - \frac{\partial\theta}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{x}_\beta}\right]$ из $\vec{M}(\vec{\rho}\vec{X}\dot{\vec{X}})$ ansatz Thiele eq.?
См. расчет vortex mass Gus'2005 методом $M_v^{\alpha\beta}$ и $\delta\vec{M} \sim \dot{\vec{X}}$.

? Эквивалентен ли Ivanov PL'89 расчет M_v и расчет using $\mathcal{L}_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta(\dot{\Phi}\varphi - \dot{\theta}\psi)$ Sk-Sw?

→ Gus' PRB'10: $\Lambda_{int} = \int d^3\vec{r}\,\lambda_{int} = L\int d^2\vec{\rho}\,\frac{M_s}{\gamma}\sin\theta_v\left[\dot{\Phi}_v\varphi - \dot{\theta}_v\psi\right]$, для vortex $\dot{\theta}_v \neq 0$
только внутри core, которым пренебрегли. $m_z = \cos\theta$, $m_x + im_y = \sin\theta\,e^{i\Phi}$.
Или для soliton $w = \mathrm{tg}\frac{\theta}{2}e^{i\Phi}$. Для Skyrmion $\dot{\theta}_v \neq 0$. $\Lambda_{int} = \vec{P}\dot{\vec{X}}$ (vortex-sw) как у Iv. PL'89

Sk: $\theta = \theta_v + \varphi$, $\Phi = \Phi_v + \psi$, $\varphi, \psi = f(\vec{\rho}, t)$ и не обязательно $\varphi(\vec{\rho}-\vec{X})$, $\psi(\vec{\rho}-\vec{X})$

$\vec{P} = -\frac{M_s L}{\gamma}\int d^2\vec{\rho}\,(1-\cos\theta)\nabla\Phi \to \delta\vec{P} = -J\int d^2\vec{\rho}\left[(1-\cos\theta_v)\nabla\psi + \sin\theta_v\nabla\Phi_v\,\varphi\right] = \vec{P}_{sw}$

Для rigid-Sk model $\dot{\Phi}_v = \frac{d}{dt}\Phi_v(\vec{\rho}-\vec{X}) = -\nabla\Phi_v\cdot\dot{\vec{X}}$, $\dot{\theta}_v = \frac{d}{dt}\theta_v(\vec{\rho}-\vec{X}) = -\nabla\theta_v\cdot\dot{\vec{X}}$

$\Lambda_{int} = +J\int d^2\vec{\rho}\,\sin\theta_v\left[\nabla\theta_v\psi - \nabla\Phi_v\varphi\right]\cdot\dot{\vec{X}} = \delta\vec{P}\cdot\dot{\vec{X}}$ при каких условиях?

Надо $\int d^2\vec{\rho}\,(\cos\theta_v - 1)\nabla\psi = \int d^2\vec{\rho}\,\sin\theta_v\nabla\theta_v\psi$, $\nabla(\sin\theta\psi) = \psi\nabla(\sin\theta) + \sin\theta\nabla\psi = \cos\theta\psi\nabla\theta + \sin\theta\nabla\psi$

$\int_V dV\,\nabla\psi = \oint_S dS\,\psi\vec{n}$, $\vec{n}\perp d\vec{S}$, $\nabla(\cos\theta\psi) = -\sin\theta\nabla\theta\psi + \cos\theta\nabla\psi$.

$L\int d^2\vec{\rho}\,\nabla(\cos\theta\psi) = \oint_S dS\,(\cos\theta\psi)\vec{n}$, S – dot surface $\vec{n} = \hat{z}$ или $\vec{n} = \hat{\rho}$

$\oint_S dS\,\vec{n}(\cos\theta\psi) = \int_{z=\pm L/2} d^2\vec{\rho}\,(\pm\hat{z})\cos\theta(\rho)\psi(\vec{\rho},t) + \int dz\int_0^{2\pi}R\,d\varphi\,\hat{\rho}(\cos\theta\psi)$, $\int_0^{2\pi}d\varphi\,\psi(\vec{\rho},t) \sim \int_0^{2\pi}d\varphi\cos(m\varphi-\varphi_0) \sim \delta_{m0}$

$\int d^2\vec{\rho}\,\nabla(\cos\theta\psi) \sim \delta_{m0}$. Но для $m=0$ SW modes $\Lambda_{int} \sim \int_0^{2\pi}d\varphi\left[\dot{\Phi}_v\varphi - \dot{\theta}_v\psi\right] = 0$, проверить

$m_z = \cos\theta = \frac{1-f\bar{f}}{1+f\bar{f}}$, $\dot{m}_z = -\sin\theta\,\dot{\theta} = \frac{d}{dt}F(a) = \frac{\partial F}{\partial a}\dot{a}$, $a = f\bar{f}$, $\dot{a} = \dot{f}\bar{f} + f\dot{\bar{f}}$

$f = f(z,s)$: Rigid model $f(z,s) = \frac{e^{i\Phi_0}}{c}(z-s)$, $\dot{a} = \frac{e^{i\Phi_0}}{c}(-\dot{s})\frac{e^{-i\Phi_0}}{c}(\bar{z}-\bar{s}) +$

$+ \frac{e^{i\Phi_0}}{c}(z-s)\frac{e^{-i\Phi_0}}{c}(-\dot{\bar{s}}) = -\frac{1}{c^2}\dot{s}(\bar{z}-\bar{s}) - \frac{1}{c^2}\dot{\bar{s}}(z-s) \approx -\frac{1}{c^2}\left[\dot{s}\bar{z} + \dot{\bar{s}}z\right]$, $\dot{s}\bar{z} + \dot{\bar{s}}z =$

$= (\dot{s}_x + i\dot{s}_y)(x-iy) + (\dot{s}_x - i\dot{s}_y)(x+iy) = 2\dot{s}_x x + 2\dot{s}_y y = 2(\vec{\rho}\cdot\dot{\vec{X}})\frac{1}{R}$, $\dot{\theta} = -\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F}{\partial a}\dot{a}$

$\dot{\theta}_v = -\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F}{\partial a}\right]_{s=0}\cdot 2(\vec{\rho}\cdot\dot{\vec{X}})\frac{1}{R} \sim \left[\dot{X}\cos\varphi + \dot{Y}\sin\varphi\right]$. Тогда как $\dot{\Phi}_v \sim \left[\dot{X}\sin\varphi - \dot{Y}\cos\varphi\right]$

Escaneado con CamScanner

Ivanov PL'89 $\theta(\vec{s}-\vec{X}(t))$, $\Psi(\vec{s}-\vec{X}(t))$ — произвольные $\theta, \psi \sim a(\theta)\cos(m\varphi - \omega t)$ } M_v и $\mathcal{L}_{int}$ — подходят,
θ_0, Ψ_0 $\sim b(\theta)\sin(m\varphi - \omega t)$ } где ω — задаваемая частота δW. θ_0, Ψ_0 — это не δW, а дин. поправки к rigid Soliton.

Итак подходят
- (1) Ivanov PL'89 : rigid soliton + dyn. correction θ, ψ centered at
- (2) M_v — неправ., δW с $\theta, \psi \sim \dot{\vec{X}}$ на фоне static skyrm. Soliton $\theta_0(\vec{s})$
- (3) Dynamic mass m_{ij} $\mathcal{L}_{int}$ — bilinear, g_{ik} + δW.

16-17/VIII Refs на skyrmions, E-mails to Dec. of MEC-grant evaluation. Начинаем ст-ру готовой paper given IEEE Mag Lett с Бунятой. Теорема Kosevich 'Ph. Rep. 1990,
Note A. Mikhailov, A. Yaremchuk, JETP Lett 36, 78 (1982) нашли точное решение
Фрагментами двухмерным 2D axial soliton $\vec{m}(\vec{s}, t)$ in isotropic FM. Soliton radius $\sim t$,
soliton amplitude $\sim 1/t$ при $t \to \infty$ + $\vec{s} = \text{const}$! Наиболее как расширение BP soliton.
Запросил на раз MMM'16 Conf. : Ki-Suk Lee + сотр., Sukanne, ANL - отказ.

18/VIII Kosevich 'Ph. Rep. 1990: $\delta W = \int d^3\vec{r}\, \delta E = \int dV \left[\frac{\delta E}{\delta\theta}\delta\theta + \frac{\delta E}{\delta\Phi}\delta\Phi\right] = \frac{M_s}{\gamma}\int dV \sin\theta\left[\dot{\Phi}\delta\theta - \dot{\theta}\delta\Phi\right]$
в curvy LLG : $\sin\theta\,\dot{\theta} = -\frac{\gamma}{M_s}\frac{\delta E}{\delta\Phi}$ и $\sin\theta\,\dot{\Phi} = \frac{\gamma}{M_s}\frac{\delta E}{\delta\theta}$. Отсюда, δW сводится
к $\mathcal{L}_{int}$ (Soliton - δW) $= \frac{M_s}{\gamma}\sin\theta\,(\dot{\Phi}\,e\theta - \dot{\theta}\psi)$ если принять $\vec{m} = \vec{m}_v + \delta\vec{m}_{sw}$, $\theta = \theta_v + e\theta$, $\Phi = \Phi_v + \psi$
$\delta W = \frac{M_s}{\gamma}\int dV \sin\theta\left[\dot{\Phi}\delta\theta - \dot{\theta}\delta\Phi\right] \xrightarrow[\delta\Phi = \psi]{\delta\theta = e\theta} \mathcal{L}_{int} = \frac{M_s}{\gamma}\int dV \sin\theta_v\left[\dot{\Phi}_v\, e\theta - \dot{\theta}_v\psi\right]$, $\Phi \to \Phi_v$, $\theta \to \theta_v$ lin.
$\mathcal{L} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\theta)\dot{\Phi} - E(\theta,\Phi)$. LLG это ур. Лагранжа-Эйлера для этого Лагранжиана $\mathcal{L}$
$\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_v + \dot{\psi}$, $\dot{\theta} = \dot{\theta}_v + \dot{e\theta}$ $\delta W = \frac{M_s}{\gamma}\int dV \sin(\theta_v + e\theta)\left[(\dot{\Phi}_v + \dot{\psi})e\theta - (\dot{\theta}_v + \dot{e\theta})\psi\right] = \left[\begin{smallmatrix}\text{зачем, чтобы}\\ \text{не дуг. член}\end{smallmatrix}\right] =$
$= \underbrace{\frac{M_s}{\gamma}\int dV \sin\theta_v\left[\dot{\Phi}_v\, e\theta - \dot{\theta}_v\psi\right]}_{\mathcal{L}_{int}} + \underbrace{\frac{M_s}{\gamma}\int dV \sin\theta_v\left[\dot{\psi}\, e\theta - \dot{e\theta}\psi\right]}_{\text{дин. } \delta W}$, $\theta_v \Rightarrow \theta_v(\vec{s}, \vec{X}(t)) \to \theta_v(\vec{s}, 0) = \theta_v^0$ static sol
Разумные Signs δW? Kosevich '90

Число магнонов (отсчет от ground state $\theta = 0$) $N = \frac{M_s}{g\mu_B}\int dV(1-\cos\theta)$, momentum $\vec{P} = -\frac{M_s}{\gamma}\int dV(1-\cos\theta)\nabla\Phi$ and
angular momentum $\vec{K} = -\frac{M_s}{\gamma}\int dV(1-\cos\theta)\left[\vec{r}\times\nabla\Phi\right]$ of $\vec{M}$-field.
Это $K \to K_z$.
Assumed that mag. Soliton of a general type (7.10) are given:

Precession Soliton def $\theta = \theta(\vec{r} - \vec{V}t)$, $\Phi = \omega t + \Psi(\vec{r} - \vec{V}t)$ (*), $\vec{V}$ - soliton velocity, ω - precession frequency in the frame moving along with Soliton
Это определение (фактически постулат, обобщающее) of „precession Soliton". Precession solitons
are stabilized by integrals of motion E, P and N → hence they are „dynamic solitons".

Ivanov PL'89 $\theta(\vec{s}-\vec{X})$, $\Phi(\vec{s}-\vec{X})$-ansatz, т.е. $\vec{V}t \to \vec{X}(t)$ и $\theta = \theta_v + e\theta$, $\Phi = \omega t + \Phi_v + \psi$; $e\theta, \psi \sim \dot{\vec{X}}$
Все θ_v, Φ_v, $e\theta, \psi$ неравенства are assumed to be $F(\vec{s} - \vec{X})$. $e\theta, \psi$ малые $\sim \dot{\vec{X}}$, отсюда следует
от rigid soliton precession $\theta_v(\vec{s}-\vec{X})$, $\Phi_v(\vec{s}-\vec{X})$. Тип. $\Phi = \omega t + \Phi_v + \psi$ — это „precession Soliton".
$\Phi_v(\vec{s}-\vec{X}) = \Phi_0(\vec{s}-\vec{X}) = \arctg\left[(y-Y)/(x-X)\right]$ - rigid soliton.

$\delta W = \frac{M_s}{\gamma}\int dV \sin\theta\left[\dot{\Phi}\delta\theta - \dot{\theta}\delta\Phi\right]$, учитывая (*) $\dot{\Phi} = \omega + \dot{\psi} = \omega - \vec{V}\cdot\nabla\psi$, $\dot{\theta} = -\vec{V}\cdot\nabla\theta$, $\delta\Phi = \delta\psi$
$\frac{M_s}{\gamma}\delta W = \int dV \sin\theta\left\{(\omega - \vec{V}\nabla\psi)\delta\theta + \vec{V}\nabla\theta\delta\Phi\right\} = \omega\int dV\sin\theta\,\delta\theta + \int dV \sin\theta\left[\nabla\theta\,\delta\psi - \nabla\psi\,\delta\theta\right]\cdot\vec{v}$
$\sin\theta\nabla\theta\,\delta\psi = \nabla\left[(1-\cos\theta)\delta\psi\right] - (1-\cos\theta)\nabla(\delta\psi)$, $\int dV\,\nabla\left[(1-\cos\theta)\delta\psi\right] =$
$= \oint dS\,(1-\cos\theta)\delta\psi\,\vec{n} = 0$, т.к. $\theta(\infty) = 0$, FM state вдали от Soliton, поэтому для ∞-film, $d\vec{S} \parallel \vec{n}$
не не для dot.
$\delta W = \frac{M_s}{\gamma}\omega\int dV \sin\theta\,\delta\theta - \vec{v}\cdot\int dV\left[(1-\cos\theta)\nabla(\delta\psi) + \delta\sin\theta\nabla\psi\,\delta\theta\right]\frac{M_s}{\gamma}$
$\delta\vec{P} = -\frac{M_s}{\gamma}\delta\int dV(1-\cos\theta)\nabla\Phi = -\frac{M_s}{\gamma}\int dV\left[(1-\cos\theta)\nabla(\delta\Phi) + \sin\theta\,\delta\theta\,\nabla\Phi\right] = -\frac{M_s}{\gamma}\int dV\left[(1-\cos\theta)\nabla(\delta\psi) + \sin\theta\delta\theta\nabla\psi\right]$
$\delta N = \frac{M_s}{g\mu_B}\delta\int dV(1-\cos\theta) = \frac{M_s}{g\mu_B}\int dV\sin\theta\,\delta\theta \Rightarrow \boxed{\delta W = \hbar\omega\,\delta N + \vec{v}\cdot\delta\vec{P}}$, $\vec{v} = \left(\frac{\partial W}{\partial\vec{P}}\right)_N$, $\hbar\omega = \left(\frac{\partial W}{\partial N}\right)_P$,
— это основное соотношение в теории „precession Solitons", или rigid precession Solitons (*) $\vec{v} = \dot{\vec{X}}$
Недостатки definition (*): (1) rigid soliton, (2) слишк. форма Φ с ωt - член, $\omega = \omega(N)$ - precession Soliton.
Недостатки $\delta W = \hbar\omega\,\delta N + \vec{v}\cdot\delta\vec{P}$: неявно, $\theta(\infty) = 0$, $\theta|_{ls} = 0$, это может не выполн. для dot.

Dis dot (см 15/III) $\int dV\,\nabla\left[(1-\cos\theta)\delta\psi\right] = \int dS\,\vec{n}(1-\cos\theta)\delta\psi \sim \int_0^{2\pi} d\varphi\,\delta\psi \underset{sw}{\sim} \int_0^{2\pi} d\varphi\,\psi \sim \delta_{m0}$,
Но $\sigma_{int} \neq 0$ только для δW azimuthal indices $m = \pm 1$, то $\int dV\,\nabla\left[(1-\cos\theta)\delta\psi\right] = 0$
у Kosevich $\delta\psi$ нужно было, у меня $\delta\psi \to \psi$ $(\Phi = \Phi_v + \psi)$. ψ описывает δW в Cyl. dot.
Т.е. $\oint dS\,\vec{n}(-) = 0$ выполнялось и у Kosevich и у меня для dot δW, но не разрешено численно.
Также PRB'ой уточнение. Это прец. frequency ω или инвариантный лагранжиан, или
полное условное $\min E$, т.е. другое $\min E$ при $N = \text{const}$, $\delta(E - \hbar\omega N) = 0$ для static Soliton.

Escaneado con CamScanner

Точное решение для 2D-ферромагнетика изотропного (BP):

① ψ-гармоники $m=\pm1$, $\omega=0$: $u_{\pm1}(r) = J_2(kr) - \frac{2}{kr} J_1(kr)$, Иванов JETP'99

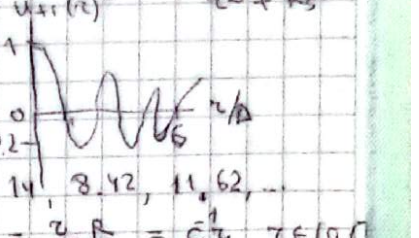
② радиальная мода $m=0$, $c\omega\neq0$: $\psi_0(r) = \frac{R_s^2 J_0(kr) - r^2 J_2(kr)}{r^2 + R_s^2}$, DW Ansatz 2004

③ $\psi_m(r) \propto \frac{r^m}{R_s^2 + r^2}$ для $\omega=0$ мод, m-произвольное, DW Ansatz 14 (значение результата у Иванова и Ansatz)

$J_\nu(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^\nu \sum_{s=0} \frac{(-1)^s}{s!\,\Gamma(\nu+s+1)} \left(\frac{z}{2}\right)^{2s}$, $z\to0$. $J_0(z) + J_2(z) = \frac{2}{z} J_1(z)$

$u_{+1}(r) = J_2(kr) - \frac{1}{1+r^2/R_s^2}\left[J_0(kr) + J_2(kr)\right] = \frac{1}{1+r^2/R_s^2}\left[\frac{r^2}{R_s^2} J_2(kr) - J_0(kr)\right] = \frac{r^2 J_2(kr) - R_s^2 J_0(kr)}{r^2+R_s^2}$

– совпадение с $\psi_0(r)$ – Ansatz (!?). $u_{+1}(r) \sim \frac{R_s^2}{R_s^2 + r^2}$ at $r\to0$.

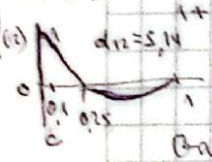


Собственная $u_{+1}(r=R)=0$, $u_{+1}(R) = \frac{R^2 J_2(kR) - R_s^2 J_0(kR)}{R^2 + R_s^2}$, считаем

$c = R_s/R \ll 1$, $u_{+1}(kR)=0$, $k_n R = \alpha_{n2}$: $J_2(\alpha_{n2})=0$. $\alpha_{n2} = 5.14,\ 8.42,\ 11.62, \ldots$

$u_1^{(n)}(r) = \frac{1}{(r^2+R_s^2)}\left[r^2 J_2\left(\alpha_{n2}\frac{r}{R}\right) - R_s^2 J_0\left(\alpha_{n2}\frac{r}{R}\right)\right]$, $(R_s/R)^2 \ll 1$. $\frac{r}{R_s} = \frac{r}{R}\frac{R}{R_s} = c^{-1} r$, $r\in[0,\,]$

$u_1^{(n)}(r) = \frac{1}{1+c^2 r^2}\left[\frac{r^2}{c^2} J_2(\alpha_{n2} r) - J_0(\alpha_{n2} r)\right]$, $c\ll1$, $c=R_s/R$, BP of gyrotropic mode BP soliton



GM-profile $u_1^{(1)}(r)$ имеет "zero" mode при $r\approx0.25 > c=0.1$ – для DW

Линейная GM $u_1^{(n)}(r)$ можно интерпретировать как "точечные" корни сеч. ур.

Гаврилов RRL'16, тогда $\frac{\omega_n}{\gamma} = H_a + \frac{2A}{M_s} k_n^2$ будет мала, $\omega_n < \omega_a = \gamma H_a$? $\omega_a \sim 1$ GHz?

→ Иванов JETP'99: $\Psi = \sum_m f_m(r) e^{i(m\varphi - \omega t)}$, $\omega=0$ modes $f_m^{(0)} = \frac{1}{r^m}\sin\theta_0$, $m=0,1,\ldots$

(BP soliton)

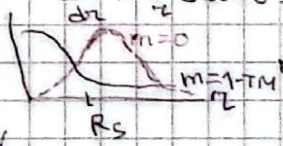
при $m>1$, $f_m^{(1)} = r^m\left[\frac{r^2}{m+1} + \frac{2}{m} + \frac{1}{r^2}\frac{1}{m-1}\right]\sin\theta_0$

Shekа PRB'01 (FA-FM) ($\omega=0$ modes): $\begin{cases} ee = \sum_\alpha \left[u_\alpha + v_\alpha\right]\cos(m\varphi + \omega t) \\ \mu = \sum_\alpha \left[u_\alpha - v_\alpha\right]\sin(m\varphi + \omega t) \end{cases}$ → $ee = 2\frac{d\theta_0}{dr}$, $\mu = -\frac{2}{r}\sin\theta_0$, $m=+1$

$ee=0$, $\mu = 2\sin\theta_0$, $m=0$

Для BP soliton $\frac{d\theta_0}{dr} = \pm\frac{1}{r}\sin\theta_0$ – зависимость от R. Результаты Иванова и Shekа'01 совп. для всех ($\omega=0$) мод для DW. Для BP-soliton $\frac{d\theta_0}{dr} \sim \frac{1}{r}\sin\theta_0 = \frac{2R_s}{r^2+R_s^2}$ для BP soliton $m=1$ mode (TM)

или $\sin\theta_0 = \frac{2R_s r}{r^2+R_s^2}$ для ($m=0$) mode – breath mode.



в BP-модели TM ($m=1$) локализована при $r\neq0$ (Soliton center)

а breath mode ($m=0$) локализована при $r\approx R_s$, на DW

→ CONSTANTO сроно (до Aug. 30): 1) вместо cash на IZEC; 2) вернуть Буду; 3) Пора снимать с Автонома 3,175 € 415 − 50 = 365 €

Skyrmion mass

20/VIII Subm. Skyrmion-GM manuscript to IEEE Magn. Lett. E-mails to Juan Marco, Cristina (AXA carcins.), M. Kläui (Sk-mass).

21/VIII Analyz Soliton dynamics papers by B. Ivanov. E-mail to Ivanov с comments/questions к Iv. PL'89 и Shekа PRB'01. Skyrmions in q-Hall systems Refs (Zirkmann).

Note: Необходимо 2/IX.15 г. – DMI не дает бумага в Sci. Rep. теоретически SW-расчет Thin-DW approximation $m_z^0(s)$ Garcia RRL'16 в тем, что не учитывается вклад DMI в bound. conditions при $s=R_c$ и $s=R$ см. Rohart PRB'13.

$\frac{1}{A} w_{ex} = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\Phi)^2$, Bloch-Sk: $\Phi = C\frac{\pi}{2} + \varphi + \psi$, $\theta = \frac{\pi}{2}\theta_0 + ee$; Neel-Sk: $\Phi = \varphi + \psi$, $\theta = \theta_0 + ee$

$\nabla\Phi = \frac{1}{s}\hat{\varphi} + \nabla\psi$ одинаков для Bloch и Neel skyrmions. $4R\to0$ Wim: $K_{eff} = K - 2\pi M_s^2$

$W_a = -K\cos^2\theta$ не содержит Φ, static и dynamic contributions W_a одинаковы для Bloch/Neel

$W_{DMI}(\text{static}) = D\left[\theta_s' + \frac{1}{s}\sin\theta_0\cos\theta_0\right]$ для Bloch/Neel-Sk. 24/25/IX.15 г. нашли, что W_a(dyn.) одинаково для Bloch и Neel Skyrmions.

YD → $-\frac{1}{\gamma M_s}\dot{ee} = -\nabla^2\mu + \left[-(\theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\theta_0\nabla_s^2\theta_0\right]\mu + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial ee}{\partial\varphi} - d\left[\theta_0'\mu + \frac{\sin\theta_0}{s}\frac{\partial ee}{\partial\varphi}\right]$

Necro → $-\frac{1}{\gamma M_s}\dot{\mu} = -\nabla^2 ee + \left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right)\cos2\theta_0 ee - \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} + d\left[\sin\theta_0\frac{\partial\mu}{\partial\varphi} - \sin2\theta_0\, ee\right]$ } $\mu = -\sin\theta_0\psi'$

→ $\nabla_s^2\theta_0 = \theta_0'' + \frac{1}{s}\theta_0' = (\varkappa + 1/s^2)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{s}\sin^2\theta_0$ – static eq. ($d = D/A$, $\varkappa = K/A$)

Для нулей из YD (ee, μ): ① $ee(\vec{s},t) = a(s)\cos(m\varphi - \omega t)$; $\mu(\vec{s},t) = b(s)\sin(m\varphi - \omega t)$ дает стандарт. 9/IX YD для SW modes profiles $a(s)$, $b(s)$ на фоне static Skyrmion $\theta_0(s)$ и $\Phi_0 = C\pi/2 + \varphi$ или $\Phi_0 = \varphi$ (Neel)

② $ee \sim v$, $\mu \sim v$ позволит найти M_ν из $\vec{P}_{SW}$ (Ivanov PL'89) или Thiele eq. $M_\nu^{\alpha\beta} \sim \frac{\partial ee}{\partial v^\alpha}\frac{\partial \mu}{\partial v^\beta}$

③ Next: считать $\theta_0(t), \Phi_0(t)$, вводить $T_{int} \sim \dot{X}\cdot ee$, $\dot{X}\varphi = \frac{1}{2} M_\nu |\dot{\vec{X}}|^2$, M_ν из SW-Sk interaction.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Если $A=0$ и $\sin\Theta_0 \neq 0$ то $\frac{2}{\delta^2}\cos\Theta_0 B = -\frac{1}{d\gamma M_s}\Theta_0'$, $M_v = \pi J \int d\varphi \sin\Theta_0 B =$

$= \pi J \int d\varphi \sin\Theta_0 \left(-\frac{1}{d\gamma M_s}\right)\frac{1}{2}\delta^2 \frac{\Theta_0'}{\cos\Theta_0} = \frac{\pi}{2} J \left(-\frac{1}{d\gamma M_s}\right)\int d\varphi \delta^2 \sin\Theta_0 \Theta_0' = \frac{\pi}{2} J \left(-\frac{1}{d\gamma M_s}\right)\int_0^{\delta} d\delta \delta^2 \sin\Theta_0 \left(\frac{1}{\delta}\sin\Theta_0\right) =$

$= \frac{\pi}{2} J \left(-\frac{1}{d\gamma M_s}\right)(-1)\int_0^{\delta} d\delta \sin^2\Theta_0 = \left|\sin^2\Theta_0 = \frac{1}{2}(1-\cos 2\Theta_0)\right| = \frac{\pi}{4} J \frac{1}{d\gamma M_s}\delta$, $\delta = R_c$, $M_v = \frac{\pi}{8}\frac{L}{\gamma^2}\frac{1}{d\gamma M_s}R_c^2$

$M_v = \frac{\pi}{8}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{R_c}{l_e}\right)^3$ | Это есть для (large radius) Sk-границы с $\sin\Theta_0 \neq 0$ и ν чтобы

typical $l_e = 15$–20 nm $(R_c/l_e) = 5$–10, но L и γ для тонких пленок

Иванов'89 для $R_c \gg l_e$ (large Sk) использует $A \sim \sin\Theta_0$, $B \equiv 0$ решение (?)

n...10, J на нашем образце + «Вершина", и тонкое, Ивано

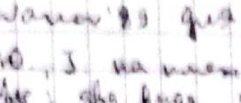
Note, что large soliton mass об) $M_v = G^2/\varkappa$ из ур Thiele, инвариантна к смещ — равновесна, не дает новых чисел; об) dyn. mass, из-за soliton деформация при движении, изменяет SW + new frequencies.

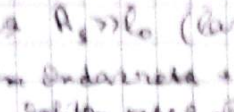
Для подгонки к dynamic Sk mass (15/VIII): $\left[\Theta = \Theta_0 + \pi\Phi, \Phi = \Phi_0 + \varphi, \Theta_0, \varphi_0 \text{ задаёт Sk, } \Phi \text{ мало } \ll 1\right] \to \left[M_{dyn} \text{ с } \varkappa, \varphi' \text{ и } \chi\right]$ - получено численно и описано в Ивано, в нем $\varphi \sim \varphi$ и задает Sk-границу

подгонка с Sk: SW-Sk — более отдельно, Sk-mass через Sk-инвариант с полным SW-mass

(Sk не нужна)

28/VIII $M_v = \pi J \int_0^{R_c} d\varphi \left[-\Theta_0' A(\varphi) + \frac{1}{\delta}\sin\Theta_0 B(\varphi)\right]$, $\Theta_0(\varphi)$ - статическая профиль, $J = M_s L/\gamma$.





Случай $R_c \gg \Delta$ Для large R_c Sk ($R_c \gg \Delta$) можно $\Theta_0' \approx +C\delta(\varphi - R_c)$ $\left(\frac{1}{\varphi}\right)$

$\int d\varphi \Theta_0' = \Theta_0\Big|_0^{R_c} = \Theta_0(R) - \Theta_0(0) = 0 - \pi = +\pi$ $C = \pi$

$\sin\Theta_0(R_c) = \sin\pi/2 = 1$ - условие. $M_v \approx \pi J \int d\varphi \varphi \left[\pi\delta(\varphi - R_c) A(\varphi)\right] = \pi^2 J R_c A(R_c)$.

Если $\Theta_0' = -C_1 \frac{1}{\varphi}\delta(\varphi - R_c)$, то $\int d\varphi \varphi \Theta_0' = \int d\varphi \varphi \left(-\frac{C_1}{\varphi}\right)\Theta_0' = -C_1 \int d\varphi \Theta_0' = -\pi$, $C_1 = \pi$.

$[\Theta_0'] = 1/\text{cm}$ и он равен C. $[A] = [\chi_\beta] = s/\text{cm}$ → сделаем A безразмерным.

$\varkappa = K/A = 1/\Delta^2$. $(\delta/\Delta = r)$ $\omega_0 l_e = \gamma\beta M_s \left\{\frac{d}{\beta} = \frac{1}{2}V_m = \gamma M_s \sqrt{\varkappa\beta} = \omega_0 \Delta = \gamma M_s d \frac{1}{\Delta} = \delta_m\right.$

$\frac{\Delta^2}{d\gamma M_s}\frac{d\Theta_0}{ds} = \frac{\Delta}{d\gamma M_s}\frac{d\Theta_0}{dr}$ $A \to \frac{A}{\omega_0\Delta}$, $B \to \frac{B}{\omega_0\Delta}$, $\omega_0\Delta = \frac{\gamma M_s d}{\Delta}$ $\left\{\begin{array}{l} m = A\left(\frac{v}{\omega_0\Delta}\right)\cos(\varphi - \varphi_v) \\ m_\varphi = B\left(v/\omega_0\Delta\right)\sin(\varphi - \varphi_v)\end{array}\right.$

$\left\{\begin{array}{l} -\nabla_r^2 A + \frac{1}{r^2}A + \left[\left(1 + \frac{1}{\delta^2}\right)\cos^2\Theta_0 - (\Theta_0')^2\right]A + \frac{2}{r\delta}\cos\Theta_0 B = -\frac{d\Theta_0}{dr} \\ -\nabla_r^2 B + \frac{1}{r^2}B + \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\cos 2\Theta_0 B + \frac{2}{r\delta}\cos\Theta_0 A = \frac{1}{r}\sin\Theta_0\end{array}\right\}$ DMI: $\frac{d}{\delta} \to A^2\frac{d}{\delta} = \frac{\Delta d}{r\delta} = \frac{d'}{r\delta}$

dimensionless $d' = d\Delta = D\Delta/A$.

Другая нормировка $\delta/l_{ex} = r$ $l_{ex}^2 = A/2\pi M_s^2 = l_e^2/4\pi$.

$\varkappa + \frac{1}{\delta^2} \Rightarrow \varkappa l_{ex}^2 + \left(\frac{l_{ex}}{\delta}\right)^2 = \varkappa l_{ex}^2 + \frac{1}{r^2}$, $\varkappa l_{ex}^2 = \frac{K}{A}\frac{A}{2\pi M_s^2} = Q$. Или $\varkappa l_{ex}^2 = \frac{K_{eff}}{2\pi M_s^2} = (Q-1)$

$\frac{l_{ex}^2}{d\gamma M_s}\frac{d\Theta_0}{d\delta} = \frac{l_{ex}}{d\gamma M_s}\frac{d\Theta_0}{dr}$, $v_m = \frac{\gamma M_s d}{l_{ex}}$, $m = A(v/v_m)\cos(\varphi - \varphi_v)$, $m_\varphi = B(v/v_m)\sin(\varphi - \varphi_v)$

Уд дает A, B можно не как 27/VII, но $\varkappa \to Q$ (или $\varkappa \to Q-1$, если $K_{eff} = K - 2\pi M_s^2$ учтена)

$v_m = \frac{1}{2}V_m = \gamma M_s d/\Delta$, $\delta/\Delta = r$ - нормировка [Иванов 89], или $v_m = \gamma M_s d/l_{ex}$, $\delta/l_{ex} = r$ - нормировка [Ours].

$M_v = \frac{\pi J}{v_m}\int d\varphi\varphi \frac{\Delta^2}{\Delta^2}\left[-\frac{d\Theta_0'}{d\varphi}A + \frac{1}{\delta}\sin\Theta_0 B\right] = \frac{\pi J}{v_m \Delta}\int dr r\left[-\frac{d\Theta_0}{dr}A(r) + \frac{1}{r}\sin\Theta_0 B(r)\right]$, или $\Delta \to l_{ex}$ дает l_{ex}-норм.

$\frac{J\Delta}{v_m} = \frac{M_s L}{\gamma}\frac{\Delta^2}{\gamma M_s d} = \frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_e}\right)^2$, $L_e^2 = d = 2A/M_s^2 = 4\pi l_{ex}^2$, $\frac{J\Delta}{v_m} = \frac{1}{4\pi}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2$ - или Δ-нормировка.

или l_{ex}-нормировка $\delta/l_{ex} = r$. $M_v = \frac{\pi J}{v_m}\int d\varphi\varphi \frac{l_{ex}^2}{l_{ex}^2}\left[-\frac{d\Theta_0}{d\varphi}A + \frac{1}{\delta}\sin\Theta_0 B\right] = \frac{\pi J l_{ex}}{v_m}\int dr r\left[-\frac{d\Theta_0}{dr}A + \frac{1}{r}\sin\Theta_0 B\right]$

$\frac{J l_{ex}}{v_m} = \frac{M_s L}{\gamma}\frac{l_{ex}^2}{\gamma M_s d} = \frac{L}{\gamma^2}\frac{A}{2\pi M_s^2 \cdot d} = \frac{1}{4\pi}\frac{L}{\gamma^2}$ т.е. $\Delta \to l_{ex}$ или сжатие Δ на l_{ex}-норм.

l_{ex} - нормировка более простая и удобная и дает $M_v = \frac{1}{4}\frac{L}{\gamma^2}\int dr r\left[-\frac{d\Theta_0}{dr}A(r) + \frac{1}{r}\sin\Theta_0 B(r)\right]$

$\frac{d\Theta_0}{dr} = -\pi\delta(r - r_c)$, $r_c = R_c/l_{ex}$. $\int dr r\left[\pi\delta(r - r_c)A(r)\right] = \pi r_c A(r_c) \Rightarrow M_v = \frac{\pi}{4}\frac{L}{\gamma^2}r_c A(r_c)$ для

large radius Sk, $r_c \gg 1$, $R_c/l_{ex} \gg 1$. $\left(M_v = \frac{\pi}{4}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{R_c}{l_{ex}}\right)A(r_c)\right)$ Sk-mass или $R_c/l_{ex} \gg 1$, тогда SW

Δ-нормировка Иванов'89: $M_v = \frac{\pi}{4}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2\left(\frac{R_c}{\Delta}\right)A(r_c)$. Если взять $A(r) = \frac{R_c^2}{\Delta^2}\sin\Theta_0(r)$ - Иванов'89

то $M_v = \frac{\pi}{4}\frac{L}{\gamma^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2\frac{R_c}{\Delta}\frac{R_c^2}{\Delta^2} = \frac{\pi}{4}\frac{L}{\gamma^2}\frac{R_c^3}{l_{ex}^2\Delta}$. $\sin\Theta_0(r_c) = \sin\pi/2 = 1$,

Иванов'89 дает $m_x = \frac{2\pi}{\gamma^2}\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{R_c}{\Delta}\right)^3$, $\alpha \to L$

$m_x = \frac{2\pi L}{\gamma^2}\frac{R_c^3}{\Delta \cdot 4\pi l_{ex}^2} = \frac{1}{2}\frac{L}{\gamma^2}\frac{R_c^3}{\Delta \cdot l_{ex}^2}$, m_x может совпадать $\left(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ с нашим выражением

Также сбой из-за применения β-атом в обоих расчетах [Иванов'89 и Ours], поэтому

у Иванов'89 угол небольшой ($\sin\Theta_0$ не хватает). т.е. если применять $A(r) = \left(\frac{R_c}{\Delta}\right)^3\sin\Theta_0(r)$ - Ив.89 $R_c \gg \Delta$,

то надо решать M_v неоднозначно, так m_x Eq.(19) Ив 89 - вероятно. Как найти $A(r)$?

$A(r)$ - это просто один SW mode ($m = \pm 1$)? // Иванов'89 тоже так делал, дает $\mathcal{H} \sim \sin\Theta_0(r)$ для radial ($m = 0$) SW

$\mathcal{H}(r) \sim A(r) \sim \sin\Theta_0$ всегда сходятся! но radial modes не взаимод с Skyrmion TM с $\omega = 0$.

Escaneado con CamScanner

(29/VIII) Вчера „Bankia" с А.: отгледан 1,400€ с интересна сделка и положителен 3,12% на сч. „CONSTANTO" (conf. foo), second conf. foo 360€ to Sujoy Roy (Sol Skyhag) + дълга сериозна беседа с расчетом Vortex mass, Feb - March 2005. СА.10. „Eroski"

Метод решения Н.Н.ДУ. $y'' + a(x)y' + b(x)y = f(x)$ зав-ть от f, построение на y_1, y_2 решения ЛОДУ, $y(x) = \int dx' G(x,x') f(x')$. Значки θ_0' и $\frac{1}{S}\sin\theta_0$ в правой части УД.

(30/VIII) Вернули Ю. имена их здоров. За May-June 2016 By CONSTANTO "sg SBx2 = 117.16€, Oct. A. Aug.-Sept. Sec Sec, 288.0€

Note. Coefficient при $\mu = -\sin\theta_0\varphi$ в УД даже ед. если $\frac{1}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0)$, см. 25/II 2005

$\frac{1}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0) = -(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla^2\theta_0$, $\nabla^2\theta_0 = \theta_0'' + \frac{1}{S}\theta_0' = (\varkappa + \gamma_S^2)\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{d}{S}\sin^2\theta_0$ - если сделать, чтобы equilibrium eq // Апокрифическая B.P soliton ansatz $\nabla^2\theta_0 = \frac{1}{S^2}\sin\theta_0\cos\theta_0$, $\cos\theta_0 = \frac{R_c^2 - S^2}{R_c^2 + S^2}$, где K ($K_{eff} = K - 2\pi M_s^2$) и D заменяем в equil. $R_c(K, D)$ sk-radius

Coefficient при μ есть $\left[-(\theta_0')^2 + (\varkappa + \frac{1}{S^2})\cos^2\theta_0 - \frac{d}{S}\sin\theta_0\cos\theta_0\right]$, $J^\mu \sim A$, это вклад при $A(S)$

В рамках BP soliton approximation coefficient при μ есть $\left[-(\theta_0')^2 + \frac{1}{S^2}\cos^2\theta_0\right]$. $\theta_0' = \pm\frac{1}{S}\sin\theta_0$. BP-ansatz надо применять с самого начала или вообще не применять.

$$\begin{cases} -\nabla_S^2 A + \frac{1}{S^2}A + \left[-(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\nabla^2\theta_0 - d\theta_0'\right]A + \left[\frac{2}{S^2}\cos\theta_0 - \frac{d}{S}\sin\theta_0\right]B = -\frac{1}{d\gamma M_s}\theta_0' & (1) \\ -\nabla_S^2 B + \frac{1}{S^2}B + \left[(\varkappa + \frac{1}{S^2})\cos 2\theta_0 - \frac{d}{S}\sin 2\theta_0\right]B + \left[\frac{2}{S^2}\cos\theta_0 - \frac{d}{S}\sin\theta_0\right]A = \frac{1}{d\gamma M_s}\frac{\sin\theta_0}{S} & (2) \end{cases}$$

$(2)\cdot A - (1)\cdot B = \frac{1}{d\gamma M_s}\left[\frac{\sin\theta_0}{S}A + \theta_0' B\right] = B\nabla_S^2 A - A\nabla_S^2 B + \left[(\varkappa + \frac{1}{S^2})\cos 2\theta_0 - \frac{d}{S}\sin 2\theta_0 + (\theta_0')^2 - \operatorname{ctg}\theta_0\nabla^2\theta_0 + d\theta_0'\right]$ AB

Из ansatz $\vec{M} = \vec{M}(\vec{X}, \dot{\vec{X}}) \Rightarrow \hat{M}_{d\beta} = -J\int d^2S\left[\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}\frac{\partial m_z}{\partial \dot{X}_\beta} - \frac{\partial\Phi}{\partial \dot{X}_\beta}\frac{\partial m_z}{\partial X_\alpha}\right] + \left[\frac{2}{S^2}\cos\theta_0 - \frac{d}{S}\sin\theta_0\right](A^2 - B^2) = 0$

$\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha} = -\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha}$, $\frac{\partial m_z}{\partial \dot{x}_\beta} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}_\beta}(\cos\theta) = -\sin\theta_0\frac{\partial\theta}{\partial \dot{x}_\beta}$, $M_{\alpha\beta} = -J\int d^2S\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\theta}{\partial \dot{x}_\beta} - \frac{\partial\theta}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial \dot{x}_\beta}\right]\sin\theta_0$

Right Sk: $\frac{\partial m_z}{\partial x_\alpha} = -\frac{\partial m_z}{\partial x_\alpha} = \sin\theta_0\frac{\partial\theta}{\partial x_\alpha}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left[\Phi_0 + \psi\right]$, $\frac{\partial\theta}{\partial v_\beta} = \frac{\partial}{\partial v_\beta}\left[\theta_0 + \varepsilon\right] = \frac{\partial\varepsilon}{\partial v_\beta}$, $\frac{\partial\theta}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left[\theta_0 + \varepsilon\right]_{\dot{X}=0}$

$M_{d\beta} = -J\int d^2S\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\varepsilon}{\partial v_\beta} - \frac{\partial\theta}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\psi}{\partial v_\beta}\right]\sin\theta_0 = -J\int d^2S\left[\frac{\partial\Phi_0}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\varepsilon}{\partial v_\beta} - \frac{\partial\theta_0}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\psi}{\partial v_\beta}\right]\sin\theta_0$, $\mu = -\sin\theta_0\psi$

$M_{d\beta} = -J\int d^2S\left[\sin\theta_0\frac{\partial\Phi_0}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\varepsilon}{\partial v_\beta} + \frac{\partial\theta_0}{\partial x_\alpha}\frac{\partial\mu}{\partial v_\beta}\right]$, $\vec{v} = v_S\hat{S} + v_\varphi\hat{\varphi} = \hat{S}v\cos(\varphi - \varphi_v) - \hat{\varphi}v\sin(\varphi - \varphi_v)$

$\mu = \frac{A}{v_m}v\cos(\varphi - \varphi_v) = \frac{A}{v_m}v_S$, $\varepsilon = -\frac{B}{v_m}v_\varphi$. $\begin{cases} v_S = v\cos(\varphi - \varphi_v) = v_x\cos\varphi + v_y\sin\varphi \\ v_\varphi = -v\sin(\varphi - \varphi_v) = -v_x\sin\varphi + v_y\cos\varphi \end{cases}$ $\vec{v} = \dot{\vec{X}}$

$M_{SS} = -J\int d^2\vec{S}\left[\theta_0'\frac{A}{v_m}\right] = -\frac{J}{v_m}\int d^2\vec{S}\,A\theta_0'$; $M_{S\varphi} = -J\int d^2\vec{S}\left[\theta_0'\frac{\partial\mu}{\partial v_\varphi}\right] = 0$; $M_{\varphi S} = -J\int d^2\vec{S}\left[\sin\theta\frac{\partial\varepsilon_1}{\partial v_S}\right] =$

$M_{\varphi\varphi} = -J\int d^2\vec{S}\left[\frac{\sin\theta_0}{S}\frac{\partial\varepsilon}{\partial v_\varphi} + 0\right] = -J\int d^2\vec{S}\left[\sin\theta_0\left(-\frac{B}{v_m}\right)\right] = \frac{J}{v_m}\int d^2\vec{S}\frac{B}{S}\sin\theta_0$. $A(S)$ и $B(S)$ точно

$M_{SS} = -\frac{2\pi}{v_m}J\int dS\,S\,\theta_0'A(S)$, $M_{\varphi\varphi} = \frac{2\pi}{v_m}J\int dS\,S\left[\frac{1}{S}\sin\theta_0 B(S)\right]$. $x = S\cos\varphi = x_1$, $x_1' = S$

$y = S\sin\varphi = x_2$, $x_2' = \varphi$

$\frac{\partial x_1}{\partial S} = \cos\varphi$, $\frac{\partial x_1}{\partial\varphi} = -S\sin\varphi$, $\frac{\partial x_2}{\partial S} = \sin\varphi$, $\frac{\partial x_2}{\partial\varphi} = S\cos\varphi$

$C'_{ij} = \sum_{kl}\frac{\partial x_k}{\partial x'_i}\frac{\partial x_l}{\partial x'_j}C_{kl}$, $C'_{SS} = \sum_{kl}\frac{\partial x_k}{\partial x_S}\frac{\partial x_l}{\partial x_S}C_{kl} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial S}\right)^2 C_{11} + 2\frac{\partial x_1}{\partial S}\frac{\partial x_2}{\partial S}C_{12} + \left(\frac{\partial x_2}{\partial S}\right)^2 C_{22} =$ Covariant

$= \cos^2\varphi\,C_{11} + 2\sin\varphi\cos\varphi\,C_{12} + \sin^2\varphi\,C_{22}$, $M_{SS} = \cos^2\varphi\,M_{xx} + 2\sin\varphi\cos\varphi\,M_{xy} + \sin^2\varphi M_{yy}$

$M_{xy} = 0$, $M_{xx} = M_{yy} \to M_{SS} = M_{xx} = M_{yy}$, $M_{\varphi\varphi} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial\varphi}\right)^2 M_{xx} + 2\frac{\partial x_1}{\partial\varphi}\frac{\partial x_2}{\partial\varphi}M_{xy} + \left(\frac{\partial x_2}{\partial\varphi}\right)^2 M_{yy}$

$= S^2\sin^2\varphi\,M_{xx} - 2S^2\sin\varphi\cos\varphi\,M_{xy} + S^2\cos^2\varphi\,M_{yy}$, $M_{\varphi\varphi} = S^2M_{xx} = S^2M_{yy}$ (?)

$\to M_{SS} + M_{\varphi\varphi} = \frac{2\pi}{v_m}J\int dS\,S\left[\frac{\sin\theta_0}{S}B(S) - \theta_0'A(S)\right] = 2M_v$ (расчет 27/VIII через ε,ψ напрямую $M_{d\beta}$ - расчет)

Как без eqs. для $A(S), B(S)$ свести к уравнению (ЛНДУ) только для $A(S)$, или $B(S)$? system

Гибридный метод расчета $M_{d\beta}$ Sk-mass предложен 16/I 2005г.

$\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}$ из разложения $\Phi(\vec{X})$, $\frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha} = \frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}\Big|_0$, $\frac{\partial m_z}{\partial X_\alpha} = \frac{\partial m_z(\vec{X})}{\partial X_\alpha}\Big|_0 = m_z'$. Фокус в $\delta\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial X_\alpha}X_\alpha$, $\delta m_z = \frac{\partial m_z}{\partial X_\alpha}X_\alpha$ в предположении $\vec{X} = \frac{1}{\alpha}\vec{G}\times\dot{\vec{X}}$ из уравн. Thiele.

$X_\alpha = \frac{1}{\alpha}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\beta\dot{X}_\gamma$, $\vec{X}\perp\dot{\vec{X}}$ - это соотнес. круговому движению $\delta\Phi = \Phi'_\alpha\frac{1}{\alpha}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}G_\beta\dot{X}_\gamma$

$\partial\Phi/\partial\dot{X}_\nu = \frac{1}{\alpha}\varepsilon_{\nu\beta\gamma}\Phi'_\nu G_\beta$ и $\partial m_z/\partial\dot{X}_\nu = \frac{1}{\alpha}\varepsilon_{\nu\beta\gamma}m'_{z\alpha}G_\beta$.

Escaneado con CamScanner

$\hat{M}_{dp} = -I\int d^2s' \left[\Phi'_d \frac{1}{\partial c}\varepsilon_{\gamma\beta\beta} m'_{2\gamma} G_\xi - \frac{1}{\partial c}\varepsilon_{\gamma\delta\beta}\Phi'_\gamma G_\delta m'_{2d}\right] = -\frac{\gamma}{\partial c}\int d^2s' \left[\varepsilon_{\gamma\delta\beta}\left(\Phi'_d m'_{2\gamma} G_\delta - m'_{2d}\Phi'_\gamma G_\delta\right)\right] =$

$= -\frac{\gamma}{\partial c}\int d^2s' \varepsilon_{\gamma\delta\beta} G_\delta \left[\Phi'_d m'_{2\gamma} - m'_{2d}\Phi'_\gamma\right]$, $G_\delta = G_z\delta_{z\delta}$. $\varepsilon_{\gamma\delta\beta} = \varepsilon_{\gamma z\beta} \neq 0$ при $\gamma,\beta = x,y$

$M_{11} = M_{xx} = -\frac{\gamma}{\partial c}\int d^2s' \varepsilon_{\gamma 31} G_z \left[\Phi'_1 m'_{2\gamma} - m'_{21}\Phi'_\gamma\right] = -\frac{\gamma G_z}{\partial c}\int d^2s' \left[\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial m_z}{\partial x}\right]$

$(d,\beta=1)$

$M_{xx} = -\frac{\gamma G_z}{\partial c}\int d^2s' \left[\nabla_x\Phi \times \nabla_x m_z\right]_z = \frac{\gamma G_z}{\partial c}\int d^2s' \sin\theta \left[\nabla_x\Phi \times \nabla_x\theta\right]\cdot\hat{z}$. Если $\frac{\partial\Phi}{\partial x} = -\frac{\partial\Phi}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial x}$ -

rigid modal, то $\int d^2s' \sin\theta (\nabla\Phi\times\nabla\theta)_z = \int ds_s \int d\varphi \sin\theta \frac{1}{s}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\frac{\partial\theta}{\partial s} = 2\pi\int_0^\pi \sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial s} =$

$M_{xx} = \frac{\gamma G_z}{\partial c} 4\pi = \frac{G_z}{\partial c} 4\pi \frac{M_s L}{\gamma} \approx \frac{G_z^2}{\partial c}$ — не представляет $= 2\pi\cos\theta\Big|_R^0 = \pm 4\pi$

$|G_z| = 4\pi M_s L/\gamma$ // из Thiele eq. Ее иногда использовали, не понимая смысла. интереса, т.к. Sk-mass "притянутая"

[Wysin et al.]

$M_y = G_x^2/\partial c$ можно получить прямо из Thiele eq. исключая X или Y.

Система (1)+(2) для $A(s)$, $B(s)$ от Зо/VIII решить не могу. Планс is to try limiting cases + $\frac{d}{dt}$ ~1/VIII that DW ($R_c/\Delta \gg 1$) и small-R_c BP soliton ($R_c \ll \Delta$).

Нормировка $s/\Delta = z$, $\chi = K/A = Y\Delta^2$. $\left[-\left(\frac{d\theta_0}{ds}\right)^2 + (\chi + \frac{1}{sz^2})\cos^2\theta_0 - \frac{d}{s}\sin\theta_0\cos\theta_0 - d\theta_0'\right] =$

$= \frac{1}{\Delta^2}\left[-(\theta_0')^2 + (1+\frac{1}{rz^2})\cos^2\theta_0 - \frac{\Delta d}{rz}\sin\theta_0\cos\theta_0 - d\Delta\theta_0'\right]$, $\Delta d \to d$, $d = D\Delta/A$ dimensionless.

$$\begin{cases} -\nabla_z^2 A + \frac{1}{rz^2}A^{(m=2)} + \left[-(\theta_0')^2 + (1+\frac{1}{rz^2})\cos^2\theta_0 - \frac{d}{rz}\sin\theta_0\cos\theta_0 - d\theta_0'\right]A + \left[\frac{2}{rz}\cos\theta_0 - \frac{d}{z}^{(m)}\sin\theta_0\right]B = -\frac{d\theta_0}{dz} \\ -\nabla_z^2 B + \frac{1}{rz^2}B^{(m=1)} + \left[(1+\frac{1}{rz^2})\cos 2\theta_0 - \frac{d}{rz}\sin 2\theta_0\right]B + \left[\frac{2}{rz^2}^{(m)}\cos\theta_0 - \frac{d}{z}^{(m)}\sin\theta_0\right]A = \frac{1}{z}\sin\theta_0 \end{cases}$$

→ Пример ($R \gg \Delta$) и $\cos\theta_0 = th(z - z_c)$, $z_c = R_c/\Delta \gg 1$. $\sin\theta_0 = \frac{1}{ch(z-z_c)}$, $\theta_0' = -\sin\theta_0$

(DW ansatz) $-\theta_0' = \sin\theta_0$

1) $z < z_c$, $\theta_0 \approx \pi$, $z \gg z_c$, $\theta_0 = 0$ $\left\{\begin{array}{l} -\nabla^2 A + \frac{1}{rz^2}A + (1+\frac{1}{rz^2})A + \frac{2}{rz^2}\cos\theta_0 B = -\theta_0' \\ -\nabla^2 B + \frac{1}{rz^2}B + (1+\frac{1}{rz^2})B + \frac{2}{rz^2}\cos\theta_0 A = \frac{1}{rz}\sin\theta_0 \end{array}\right\}$

2) $z \approx z_c$ $\theta_0 \approx \pi/2$, $\sin\theta_0 = 1$, $\theta_0' \approx -1$ $\left\{\begin{array}{l} -\nabla^2 A + \frac{1}{rz^2}A + (d-1)A - \frac{d}{rz}B = -\theta_0' \\ -\nabla^2 B + \frac{1}{rz^2}B - (1+\frac{1}{rz^2})B - \frac{d}{rz}A = \frac{1}{rz}\sin\theta_0 \end{array}\right\}$ — $A(z), B(z)$ зависят от d вблизи DW

Large R_c skyrmion

1) $\left\{\begin{array}{l} -\nabla^2 A + (1+\frac{2}{rz^2})A + \frac{2}{rz^2}\cos\theta_0 B = -\theta_0' \\ -\nabla^2 B + (1+\frac{2}{rz^2})B + \frac{2}{rz^2}\cos\theta_0 A = \frac{1}{rz}\sin\theta_0 \end{array}\right\}$, $\cos\theta_0(0) = p = -1$, TM имеет азим. инд. $m=-1$, SW $m=+1$

В статье PRB'01 говорится, что в 0D-dot EA-FM ($\omega=0$) mode $TM^{(m=+1)}$ есть $\theta \sim \theta_0'$, $\mu \sim \frac{1}{rz}\sin\theta_0$.

($\omega=0$)-modes - это решение 1D для $A(z)$, $B(z)$-uniform, без правой части. Это или $d=0$.

Чтобы и $\theta \sim B(z) \sim \theta_0'$, $\mu \sim A(z) \sim \frac{1}{rz}\sin\theta_0(z)$ 1D для $A(z)$, $B(z)$ одинаковы? При $m=\pm 1$?

$$\left\{\begin{array}{l} -A'' - \frac{1}{z}A' + \left[(1+\frac{1}{rz^2})\cos^2\theta_0 - (\theta_0')^2\right]A + \frac{2m}{rz^2}\cos\theta_0 B = 0 \\ -B'' - \frac{1}{z}B' + (1+\frac{1}{rz^2})\cos 2\theta_0 B + \frac{2m}{rz^2}\cos\theta_0 A = 0 \end{array}\right\}$$ $A = \frac{C_1}{rz}\sin\theta_0$, $B = \theta_0' C_2$.

$\frac{\sin\theta}{rz^3} - \frac{1}{rz^3}\sin\theta + \frac{2}{rz^2}\cos\theta\theta' + \frac{1}{rz}\sin\theta(\theta')^2 - \frac{1}{rz}\cos\theta\theta'' + \frac{1}{rz^3}\sin\theta - \frac{1}{rz^2}\cos\theta\theta' + \left[(1+\frac{1}{rz^2})\cos^2\theta - (\theta')^2\right]\frac{1}{rz}\sin\theta +$

$+ \frac{2m}{rz^2}\cos\theta\theta'\frac{C_2}{C_1} = 0$, $\frac{1}{rz^2}\cos\theta\theta' + \frac{1}{z}\cos\theta\theta'' + \frac{1}{z}(1+\frac{1}{rz^2})\cos^2\theta\sin\theta + \frac{2m}{rz^2}\cos\theta\theta'\frac{C_2}{C_1} = \frac{\sin\theta}{rz^3}$

$\frac{1}{rz^2}\theta_0' - \theta_0''' - \frac{1}{z}\theta_0'' + (1+\frac{1}{rz^2})\cos 2\theta_0\,\theta_0' + \frac{2m}{rz^2}\cos\theta_0\frac{1}{z}\sin\theta_0\frac{C_1}{C_2} = 0$. Как вычислить?

Если $\theta_0' = \frac{s}{z}\sin\theta_0$ ($s=\pm1$), $\theta_0'' = -\frac{s}{rz^2}\sin\theta_0 + \frac{s}{rz}\cos\theta\theta' \to \frac{1}{rz^2}\cos\theta\theta' - \frac{1}{rz}\cos\theta\left[-\frac{s}{rz^2}\sin\theta + \frac{s}{z}\cos\theta\theta'\right] + \frac{\sin\theta}{rz^3} +$

$+ \frac{1}{rz}(1+\frac{1}{rz^2})\sin\theta(1-s\cos\theta) + \frac{2m}{rz^2}\cos\theta\theta'\frac{C_2}{C_1} = 0$, $2m\frac{C_2}{C_1} = -1$, $-\frac{s}{rz^2}\sin\theta + \frac{s}{z}\cos\theta\theta' - (1+\frac{1}{rz^2})\cos\theta\sin\theta = 0$

$-\frac{s}{rz^2}\sin\theta + \frac{1}{rz^2}\sin\theta\cos\theta - (1+\frac{1}{rz^2})\cos\theta\sin\theta = 0$, $-\frac{s}{rz^2} - \cos\theta = 0$, $\cos\theta_0 = -\frac{s}{rz^2}$ (?) не выполн.

Чтобы вычислить θ обращаемся к статье PRB'01.

2) $z \approx z_c$, вблизи DW $\left\{\begin{array}{l} -A'' - \frac{1}{z}A' + \frac{1}{rz^2}A + (d-1)A - \frac{d}{rz}B = -\theta_0' \\ -B'' - \frac{1}{z}B' - B - \frac{d}{rz}A = \frac{1}{rz}\sin\theta_0 \end{array}\right\}$. Если $d=0$, то eq. для B, A отщепляются.

Метод ФГ

$B'' + \frac{1}{z}B' + B = -\frac{1}{rz}\sin\theta_0$, ЛОДУ $B'' + \frac{1}{z}B + B = 0$, ур. Бесселя $y'' + \frac{1}{x}y' + (1 - \frac{\partial^2}{x^2})y = 0$

т.е. при $d=0$, решение ЛОДУ $B \sim J_0(z), Y_0(z)$. Решение ЛНДУ $B'' + \frac{1}{z}B' + B = F(z)$

есть $(\sqrt{\pi/2}\cos\theta_0)$ $B(z) = \int_{z_0}^{z} dz' \frac{F(z')}{W(z')}\left[J_0(z')Y_0(z) - J_0(z)Y_0(z')\right]$, $W(z) = \underset{\text{вронскиан}}{J_0(z)Y_0'(z) - Y_0(z)J_0'(z)} = 2/\pi z$.

$B(z) = \frac{\pi}{2}\int_{z_0}^{z} dz' z' F(z')\left[J_0(z')Y_0(z) - J_0(z)Y_0(z')\right] = \int_{z_0}^{z} dz' G(zz')F(z')$, $G(zz') = \frac{\pi}{2}\left[J_0Y_0(z) - J_0(z)Y_0(z')\right]$

$B(z) = \int_{z_0}^{z} dz' G(zz')\sin\theta_0(z')$. $-A'' - \frac{1}{z}A' + (\frac{1}{rz^2} - 1)A = -\theta_0'$, $A'' + \frac{1}{z}A' + (1 - \frac{1}{rz^2})A = \theta_0'(z)$

Escaneado con CamScanner

Решение ЛОДУ для $A(r)$ есть $J_1(r)$, $Y_1(r)$, $W[J_1, Y_1] = \frac{2}{\pi r}$, $G_a(rr') = \frac{\pi}{2}\left[J_1(r')Y_1(r) - J_1 Y_1(r')\right]$

$$A(r) = \int_{r_0}^{r} dr' \frac{\Theta_0'(r')}{W(r')}\left[J_1(r')Y_1(r) - J_1(r)Y_1(r')\right] = \frac{\pi}{2}\int_{r_0}^{r} dr' r' \Theta_0'\left[J_1(r')Y_1 + J_1 Y_1(r')\right] = \int_{r_0}^{r} dr' r' \Theta_0' G_a(rr')$$

Для $\Theta_0' = -\sin\Theta_0$ имеем $A(r) = -\int_{r_0}^{r} dr' r' \sin\Theta_0(r') G_a(rr') \approx$ наиб. $\sin\Theta_0(r)$ (вблизи max $r = r_c$)

$$M_v = \frac{\pi J \Delta}{6\mu_B}\int_0^{r_d} dr r\left[-\Theta_0' A(r) + \frac{1}{r}\sin\Theta_0 B(r)\right] = (\cdot)\int dr r\left[\Theta_0'(r)\int_{r_0}^{r} dr' r' \sin\Theta_0(r') G_a(rr') + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r}\sin\Theta_0(r)(-1)\int_{r_0}^{r} dr' r \sin\Theta_0(r') G(rr')\right] = \frac{1}{4\pi}\frac{L}{\delta^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2 \int dr r (-1)\sin\Theta_0(r)\left[\int_{r_0}^{r} dr' r' \sin\Theta_0(r') G_a(rr') + \frac{1}{r}\int_{r_0}^{r} dr' \sin\Theta_0 G(rr')\right]$$

$$\Rightarrow M_v = -\frac{1}{4\pi}\frac{L}{\delta^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2 \int_0^{r_d} dr r \sin\Theta_0(r)\int_{r_0}^{r} dr' r' \sin\Theta_0(r')\left[G_a(rr') + \frac{1}{rr'}G(rr')\right], \quad r_d = R/\Delta, \ r_0 - \text{нач. усл. из B.C.}$$

Сфк - мазс

$$\frac{2}{\pi r}\left[G_a(rr') + \frac{1}{rr'}G(rr')\right] = \left(\frac{2}{\pi r}\right)\left[J_1(r')Y_1(r) - J_1(r)Y_1(r') + \frac{1}{rr'}J_0(r')Y_0(r) - \frac{1}{rr'}J_0(r)Y_0(r')\right]$$

Если следовать Ivanov AL'89 $A(r_c) = \int_{r_0}^{r_c} dr' r' \Theta_0'(r') G_a(r_c r')$, $A(0) = 0$ дает $r_0 = 0$

$$A(r_0) = \int_0^{r_0} dr r \Theta_0'(r) G_a(r_c, r) = \frac{\pi}{2}\int_0^{r_c} dr r \frac{1}{ch(r-r_c)}\left[J_1(r_c)Y_1(r) - J_1(r)Y_1(r_c)\right], \quad r_c = \frac{R_c}{\Delta} \gg 1.$$

$$J_{(r_c)}^{1} = \int_0^{r_c} dr r \frac{Y_1(r)}{ch(r-r_c)}, \quad J_{(r_c)}^{2} = \int_0^{r_c} dr r \frac{J_1(r)}{ch(r-r_c)} \quad \text{и} \quad M_v \approx \frac{\pi}{4}\frac{L}{\delta^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2\left(\frac{R_c}{\Delta}\right)A(r_c) \text{ если}$$

$\Theta_0'(r) = -\pi\delta(r-r_c)$, но $\Theta_0' = -\sin\Theta_0(r)$ по теорему.

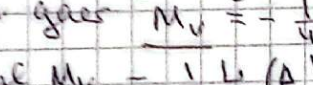
$J_0' = -J_1$, $Y_0' = -Y_1$, $\frac{2}{x}Z_1(x) = Z_0(x) + Z_2(x)$, $2Z_1' = Z_0 - Z_2$, $\frac{1}{x}Z_1 + Z_1' = Z_0$

$$J_0 Y_0(r) - J_0(r) Y_0 = \left(\frac{1}{r}J_1 + J_1'\right)\left(\frac{1}{r_1}Y_1 + Y_1'(r)\right) - \left(\frac{1}{r_1}J_1 + J_1'(r)\right)\left(\frac{1}{r}Y_1 + Y_1'\right) =$$

$$= \frac{1}{rr_1}\left[J_1 Y_1(r) - J_1(r)Y_1\right] + \frac{1}{r}\left[J_1 Y_1'(r) - Y_1 J_1'(r)\right] + \frac{1}{r_1}\left[J_1' Y_1(r) - J_1(r)Y_1'\right] +$$

$$+ J_1' Y_1'(r) - J_1'(r) Y_1' = \frac{1}{rr_1}[\dots] + \frac{1}{r}[\dots] + \frac{1}{r_1}[\dots] + (\dots), \quad J_\alpha(x)\frac{dY_\alpha}{dx} - \frac{dJ_\alpha}{dx}Y_\alpha(x) = \frac{2}{\pi x}$$

MathCad дает $A(r_c) \propto \frac{\pi}{2}(-\frac{1}{2})$ при $r_c > 3$



$\Rightarrow M_v \approx \frac{\pi^2}{16}\frac{L}{\delta^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)\frac{R_c}{\Delta}$ с

Ivanov AL'89

Тогда получ., что $M_v(R_c)$ ~ R_c, а не R_c^3 как у Ivanov AL'89.

Для расчет $M_v(R_c)$ удобно, т.к. $\Theta_0' = -\sin\Theta_0 \neq -\pi\delta(r-r_c)$, $\sin\Theta_0(r) \cong \frac{1}{ch(r-r_c)}$.

$$M_v = -(\dots)\int_0^{r_d} dr r \int_{r_0}^{r} dr' r' \frac{1}{ch(r+r_c)}\frac{1}{ch(r-r_c)}\left[G_a(rr') + \frac{1}{rr'}G(rr')\right]$$

MathCad дает $M_v \cong -\frac{1}{4\pi}\frac{L}{\delta^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2\frac{\pi}{2}\left[1{,}6\frac{R_c}{\Delta}\right] \sim R_c$ при $\frac{R_c}{\Delta} > 4$. Skyrmion mass

typical $M_v = \frac{1}{3}\frac{L}{\delta^2}\left(\frac{\Delta}{l_{ex}}\right)^2 1{,}6\left(\frac{R_c}{\Delta}\right) = \left|R_c = 5\Delta\right| = \frac{4L}{\delta^2}$ довольно велика по сравн. с Vortex - $M_v \cong \frac{3}{2}\frac{L}{\delta^2}$.

но $M_v \sim L$ и нами при $L \to 0$ (ultrathin dots) $M_v \sim L\Delta R_c \sim V_{DW}$ (!) - Sk-mass

~ области DW $\cos\Theta_0(\rho) = th\left(\frac{\rho - R_c}{\Delta}\right)$, это при $d = 0$.

Неточность: решение $A(r)$, $B(r)$ неудоб. при $r \approx r_c$, а расширение $\ln r$ $(0 < r < R/\Delta)$.

Надо $r \in [r_c - \frac{1}{2}, r_c + 1/2]$, т.е. $\rho = R_c \pm \Delta$ около центра DW

(1/IX) С А. "Hidden" Carrefour" обсуждение, с А. на мысли Ondarreta, Sci Rep activity, blots. А.Д. посылает ~ 9 кг.

(2/IX) $A(r) = \int_{r_0}^{r} dr' r' G_a(rr')\Theta_0'(r')$, $B(r) = -\int_{r_0}^{r} dr' G(rr')\sin\Theta_0(r')$ $\begin{cases} \mu = A(v/v_m)\cos(\varphi - \varphi_v) \\ \varepsilon = B(v/v_m)\sin(\varphi - \varphi_v) \end{cases}$

thin DW - limit, $\cos\Theta_0 = th\left(\frac{\rho - R_c}{\Delta}\right)$, $R_c \gg \Delta$. $\mu = -\sin\Theta_0\psi$. $A(0) = 0$ может.

$B(0) = 0$ требует (?!) Анизотропия: $\mu = \mu_s$, $\mu(r_d) = 0$ дер. pinning. $\begin{cases} \delta m_z = -\sin\Theta_0\varepsilon \\ \Phi = \Phi_0 + \psi \\ \delta m_\varphi = \mu = -\sin\Theta_0\psi \end{cases}$

Дин. $\delta\vec{m} = (\mu_s, \mu_\varepsilon, \mu_z) = (-\sin\Theta_0\psi, \cos\Theta_0\varepsilon, -\sin\Theta_0\varepsilon)$ Bloch Sk

Учет δ вокруг $r \approx r_c$ (достаточно будет $[r_c - \delta, r_c + \delta]$ с $\delta = 3 \div 5$) нужно не изменит $M_v(\delta) \approx M_v(r \in [0, R])$ и расчет с убывающ. δ. $M_v(\delta) \approx 1{,}62$ в reduced units

MathCad дает $M_v/R_c \approx$ Const с убывающ. R_c, $R_c = (5 - 20)\Delta$, т.е. $M_v \sim R_c$. Это $d = 0$.

Если DMI $d \neq 0$, $r \approx r_c$ $\left\{\begin{array}{l} A'' + \frac{1}{r}A' + \left(1 - d - \frac{1}{r^2}\right)A + \frac{d}{r}B = \Theta_0' \\ B'' + \frac{1}{r}B' + B + \frac{d}{r}A = -\frac{1}{r}\sin\Theta_0 \end{array}\right\}$, $r = \rho/\Delta$, $r_c = R_c/\Delta \gg 1$.

$\frac{1}{r_c} \ll 1 \Rightarrow B'' + \frac{1}{r}B' + B = 0$, $B(r) = C_1 J_0(r) + C_2 Y_0(r)$, $B(r=0)$ конечно $\to B(r) = J_0(r)$

$A'' + \frac{1}{r}A' + (1-d)A = \Theta_0'$, ЛОДУ $A'' + \frac{1}{r}A' + (1 + |d|)A = 0$, $A(r) \sim J_0(\lambda r)$, $Y_0(\lambda r)$, $\lambda = 1 + |d|$.

И как вычислить $A(r=0) = 0$? $d \neq 0$ $B(r=0) = 0$ такое не вычисляется.

При $d = 0$ skyrmion и Bloch-Sk $\Phi_0(\vec{r}=0) = \text{const} + \pi/2$. $d \neq 0$, ultrathin dot означает Neel-Sk $\Phi_0(\vec{r}=0) = \text{Const}$. Для Neel - Sk $\delta\vec{m}$ - components другие (!).

Escaneado con CamScanner

Дв работа Sk-mass 21/III а използвани YD(Eqm) 14/I, 9/X 2015 с добавки dyn. TMI (24-25/X 15)
Use 21/III used YD с нови значения ее не сравн. с 14/I, 9/X 15г.; б) dyn. TMI terms 25/X 15г. написани для Bloch и Neel skyrmions (работа Φ_0, TMI dyn. coincidence), а сами (Eqm) YD (Bloch, anisotropy) несъкращени 14/I 15г. для Bloch - Skyrmions

13/I 15г. LL-eq. записани в форма Slonczewski '79, $W(\vec{m}) = W(\theta,\varphi)$

$$W = A[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2] + K\sin^2\theta, \quad J = M_s/\gamma$$

$$\begin{cases} -J\sin\theta\dot\theta = \delta W/\delta\Phi = -2A(\nabla^2\Phi)\sin^2\theta - 2A(\nabla\theta\cdot\nabla\Phi)\sin 2\theta \\ J\sin\theta\dot\Phi = \delta W/\delta\theta = [K + (\nabla\Phi)^2 A]\sin 2\theta - 2A\nabla^2\theta \end{cases}$$

линеаризация $\theta = \theta_0 + \varepsilon\varepsilon$, $\Phi = \Phi_0 + \psi$, не конкретизираме θ_0, Φ_0 (ε-, θ - Skyrmion static/dynamic Sk)

$m_x + im_y = \sin\theta e^{i\Phi} = e^{i\varphi}(m_\theta + im_\varphi)$, $m_\theta = \sin\theta\cos(\Phi-\varphi)$, $m_\varphi = \sin\theta\sin(\Phi-\varphi)$, $m_z = \cos\theta$

Лин. $(\nabla^2\Phi)\sin 2\theta = (\nabla^2\Phi_0 + \nabla^2\psi)[\sin(\theta_0+\varepsilon\varepsilon)]^2 = (\cdot)[\sin\theta_0 + \cos\theta_0\varepsilon\varepsilon]^2 = (\nabla^2\Phi_0 + \nabla^2\psi)[\sin^2\theta_0 + \sin 2\theta_0\varepsilon\varepsilon] =$
$= \nabla^2\Phi_0\sin^2\theta_0 + \nabla^2\psi\sin^2\theta_0 + \nabla^2\Phi_0\cdot\sin 2\theta_0\varepsilon\varepsilon$, $\sin 2\theta = \sin 2(\theta_0+\varepsilon\varepsilon) = \sin 2\theta_0 + 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon$

$(\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi)\sin 2\theta = (\nabla\theta_0 + \nabla\varepsilon\varepsilon)(\nabla\Phi_0 + \nabla\psi)[\sin 2\theta_0 + 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon] = (\nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi_0 + \nabla\varepsilon\varepsilon\nabla\Phi_0 + \nabla\psi\nabla\theta_0)[\cdots] =$
$= \nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi_0\sin 2\theta_0 + \nabla\varepsilon\varepsilon\cdot\nabla\Phi_0\sin 2\theta_0 + \nabla\psi\cdot\nabla\theta_0\sin 2\theta_0 + \nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi_0\cdot 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon$

(1) $+J\sin\theta\dot\theta = \nabla^2\psi\cdot\sin^2\theta_0 + \nabla^2\Phi_0\sin 2\theta_0\varepsilon\varepsilon + \nabla\varepsilon\varepsilon\cdot\nabla\Phi_0\sin 2\theta_0 + \nabla\psi\cdot\nabla\theta_0\sin 2\theta_0 + \nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi_0\cdot 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon$

(2) $\frac{J}{2A}\sin\theta\dot\Phi = \frac{K}{2A}\cdot 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2\sin 2\theta - \nabla^2\theta$

$(\nabla\Phi)^2\sin 2\theta = (\nabla\Phi_0 + \nabla\psi)^2[\sin 2\theta_0 + 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon] = [(\nabla\Phi_0)^2 + 2\nabla\Phi_0\cdot\nabla\psi][\sin 2\theta_0 + 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon] =$
$= (\nabla\Phi_0)^2\sin 2\theta_0 + (\nabla\Phi_0)^2\cdot 2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon + 2\nabla\Phi_0\cdot\nabla\psi\sin 2\theta_0$, $\nabla^2\theta = \nabla^2\theta_0 + \nabla^2\varepsilon\varepsilon$

(2) $\frac{J}{2A}\sin\theta\dot\Phi = \frac{K}{A}\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon + (\nabla\Phi_0)^2\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon + \nabla\Phi_0\cdot\nabla\psi\sin 2\theta_0 - \nabla^2\varepsilon\varepsilon$

$$\begin{cases} (1)\ \frac{J}{2A}\sin\theta\dot\theta = \nabla^2\Phi_0\sin 2\theta_0\varepsilon\varepsilon + 2\nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi_0\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon + \nabla\varepsilon\varepsilon\cdot\nabla\Phi_0\sin 2\theta_0 + \sin^2\theta_0\nabla^2\psi + \nabla\psi\cdot\nabla\theta_0\sin 2\theta_0 \\ (2)\ \frac{J}{2A}\sin\theta\dot\Phi = \left[\frac{K}{A} + (\nabla\Phi_0)^2\right]\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon - \nabla^2\varepsilon\varepsilon + \nabla\Phi_0\cdot\nabla\psi\sin 2\theta_0 \end{cases}$$

Дно static Sk $\Phi_0 = C\frac{\pi}{2}(\text{или } 0) + \varphi$, $\theta_0(s)$. Дно rigid dynamic Sk, $\theta_0(s') = \theta_0(|\vec s - \vec X|)$,
$\Phi_0 = \text{const} + \arctg\left(\frac{y-Y}{x-X}\right) = \text{const} + \varphi'$. (s',φ') cylindrical coordinates centered at $\vec X(t)$.
$\dot\theta = \dot\varepsilon\varepsilon$ для SW, или $\dot\theta = \frac{d}{dt}\theta(\vec s - \vec X) = -\nabla\theta_0\cdot\dot{\vec X}$, $\dot\Phi = -\nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec X}$ для RSM, moving Sk.
Система (1)(2) съвпада с системата YD Eq. (14) Ivanov, Pl'80 для RSM.
Дно static Sk или dynamic rigid Sk в (s',φ') координати $\nabla\theta_0 = \hat s\theta_0'$, $\nabla\Phi_0 = \frac{\hat\varphi}{s}$, $\Delta\Phi_0 = 0$

$$\nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi_0 = 0 \quad \begin{cases} \frac{J}{2A}\sin\theta_0\dot\theta = \sin^2\theta_0\nabla^2\psi + \frac{\partial\psi}{\partial s}\theta_0'\sin 2\theta_0 + \frac{1}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi}\sin 2\theta_0 & (1) \\ \frac{J}{2A}\sin\theta_0\dot\Phi = \left[\frac{K}{A} + \frac{1}{s^2}\right]\cos 2\theta_0\varepsilon\varepsilon - \nabla^2\varepsilon\varepsilon + \frac{1}{s^2}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\sin 2\theta_0 & (2)\ (*) \end{cases}$$

(1) $(J/2A)\dot\theta = \sin\theta_0\nabla^2\psi + 2\frac{\partial\psi}{\partial s}\theta_0'\cos\theta_0 + \frac{2}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi}\cos\theta_0$

Bloch-Sk: $\delta\vec m = (\mu_s, \mu_\varphi, \mu_z) = (-\sin\theta_0\psi, \cos\theta_0\varepsilon\varepsilon, -\sin\theta_0\varepsilon\varepsilon)$, $\mu_s = \mu = -\sin\theta_0\psi$, $G = +1$

$\frac{\partial\psi}{\partial s} = -\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\mu}{\sin\theta_0}\right) = -\left(-\frac{1}{\sin^2\theta_0}\right)\cos\theta_0\theta_0'\mu - \frac{1}{\sin\theta_0}\frac{\partial\mu}{\partial s}$ или както 25/III 2005 г.

$-\nabla^2\mu = \nabla^2(\psi\sin\theta_0) = \sin\theta_0\nabla^2\psi + 2\nabla(\sin\theta_0)\cdot\nabla\psi + \psi\nabla^2(\sin\theta_0) = \sin\theta_0\nabla^2\psi + \psi\nabla^2(\sin\theta_0) +$
$+ 2\cos\theta_0\theta_0'\frac{\partial\psi}{\partial s}$, $\sin\theta_0\nabla^2\psi + 2\frac{\partial\psi}{\partial s}\theta_0'\cos\theta_0 = -\nabla^2\mu - \psi\nabla^2(\sin\theta_0) = -\nabla^2\mu + \frac{\mu'}{\sin\theta_0}\nabla^2\sin\theta_0$

$$\begin{cases} (1)\ (J/2A)\dot\theta = -\nabla^2\mu + \frac{1}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0)\mu + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} \\ (2)\ (J/2A)\sin\theta_0\dot\Phi = \left(\varkappa + \frac{1}{s^2}\right)\cos 2\theta_0\cdot\varepsilon\varepsilon - \nabla^2\varepsilon\varepsilon - \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\mu}{\partial\varepsilon} \end{cases} \quad \frac{\nabla^2(\sin\theta_0)}{\sin\theta_0} = -(\theta_0')^2 + \operatorname{ctg}\theta_0\frac{1}{s}\theta_0' \quad \text{Bloch-Sk}$$

Зам. (1)(2) YD совп. с YD для $(\mu,\varepsilon\varepsilon)$ от 14/I 15г. 21/VIII исправно $\text{sign}(\dot\varepsilon\varepsilon)$ неверен, но ранна YD с верния $\text{sign}(\dot\theta)$. $\dot\theta = -\nabla\theta_0\cdot\dot{\vec X} = -\theta_0'\dot X_s$. Note все в (s',φ') координати.

Neel Skyrmion, $m_s = \sin(\theta_0+\varepsilon\varepsilon)\cos(\Phi_0+\psi-\varphi) \underset{(\Phi_0=\varphi)}{=} \sin\theta_0 + \cos\theta_0\varepsilon\varepsilon$, $m_\varphi = \sin\theta\sin(\Phi_0+\psi-\varphi) = \underset{C=+1}{=} \sin\theta_0\psi$

$\vec\mu = (\mu_s, \mu_\varphi, \mu_z) = (\cos\theta_0\varepsilon\varepsilon, \sin\theta_0\psi, -\sin\theta_0\varepsilon\varepsilon)$. Chirality $C = \text{sign}(m_s^0) = \cos(\Phi_0 - \varphi)$

В систем YD (4) въведем $\mu_\varphi = \mu = \sin\theta_0\psi$. YD Neel-Sk отлич. от Bloch Sk YD $\Phi_0 = 0$ или π.

Заменяме $\mu \to -\mu$, $\mu_{(Neel)} = \mu_\varphi$

$$\begin{cases} (1)\ (J/2A)\dot\theta = \nabla^2\mu - \frac{1}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0)\mu + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\varepsilon\varepsilon}{\partial\varphi} \\ (2)\ (J/2A)\sin\theta_0\dot\Phi = \left(\varkappa + 1/s^2\right)\cos 2\theta_0\cdot\varepsilon\varepsilon - \nabla^2\varepsilon\varepsilon + \frac{2\cos\theta_0}{s^2}\frac{\partial\mu}{\partial\varepsilon} \end{cases}$$

Neel Sk

При $\mu = -\sin\theta_0\psi$ YD Bloch-Neel Sk съвпадат (!)

$\mu = \mu_\varphi$ Bloch
$\mu = -\mu_\varphi$ Neel

Escaneado con CamScanner

→ К YD (1),(2) даже (1,11) надо добавить dynamic DMI-terms для Bloch-$\mathbb{R}^3$ (24/X 11) или Neel-Sk (25/X 15?). Для Bloch dynamic DMI-terms совпадают (1). Различие только в $\mu = \mu_B$ для Bloch-Sk и $\mu = -\mu_B$ для Neel-Sk. $\mu = -\sin\Theta_0 \Phi$.

Note: Анзацы $\mu(\vec{s},\vec{s}') = A(s')(\vec{n}/s_m)\cos(\varphi'-\varphi)$, $e_z(\vec{s}\vec{s}') = B(s')(\vec{n}/s_m)\sin(\varphi'-\varphi)$ сделаны в $(\vec{s}',\vec{s}')$ системе координат. ($\vec{s}' = \vec{s} - \vec{X}(t)$, centered at Sk center). $\mu(\vec{s}',t) \sim |\dot{X}(t)|$, $e_z(\vec{s}',t) \sim |\dot{X}(t)|$ дают поправки к right moving skyrmion. Нужно искать $\mu(\vec{s}'t)$, $e_z(\vec{s}'t)$ azimuthal SW $c_m = \pm 1$, SW (n,m) classification для dot center ($\vec{s}'$-coord. system с центром в $\vec{s}=0$ в центре dot).

$\nabla^2(\sin\Theta_0) = -(\Theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\Theta_0 \nabla_s^2\Theta_0$, $\nabla_s^2\Theta_0 = \Theta_0'' + \frac{1}{s}\Theta_0' = (\varkappa + \frac{1}{s^2})\sin\Theta_0\cos\Theta_0 = \frac{1}{s}\sin\Theta_0$

или $\nabla_s^2\Theta_0 = \frac{1}{s}\sin\Theta_0\cos\Theta_0$ в BP приближении, где K, D даются $\mathbb{R}_0$.

$\sin\Theta_0 = \mathrm{ch}^{-1}(r-r_c)$ $r = s/\Delta$, $r_c = R_c/\Delta$ $\cos\Theta_0 = \mathrm{th}(r-r_c)$. DW задана в moving frame, $\vec{s}' = \vec{s} - \vec{X}(t)$?

$\nabla^2\mu = \nabla_s^2\mu - \frac{1}{s^2}\mu$. $J/2A = \frac{M_s}{\gamma\cdot 2A} = \frac{1}{\gamma d M_s}$.

(1) $\left(-\nabla_r^2 + \frac{1}{r^2}\right)A + \left[\frac{1}{\sin\Theta_0}\nabla_r^2(\sin\Theta_0) - d\Theta_0'\right]A + \left[\frac{2}{r^2}\cos\Theta_0 - \frac{d}{2}\sin\Theta_0\right]B = -d\Theta_0/dr$

(2) $\left(-\nabla_r^2 + \frac{1}{r^2}\right)B + \left[\left(1+1/r^2\right)\cos 2\Theta_0 - \frac{d}{2}\sin 2\Theta_0\right]B + \left[\frac{2}{r^2}\cos\Theta_0 - \frac{d}{2}\sin\Theta_0\right]A = \frac{1}{2}\sin\Theta_0$

$\nabla_r^2(\sin\Theta_0) = \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right]\frac{1}{\mathrm{ch}(r-r_c)}$, $\frac{\partial}{\partial r}\sin\Theta_0 = -\frac{\mathrm{sh}x}{\mathrm{ch}^2x}$, $\frac{\partial^2}{\partial r^2}(\sin\Theta_0) =$

$= -\frac{\partial}{\partial r}\frac{\mathrm{sh}x}{\mathrm{ch}^2x} = -\frac{\mathrm{ch}x}{\mathrm{ch}^2x} - \mathrm{sh}x\frac{(-2)}{\mathrm{ch}^3x}\mathrm{sh}x = \frac{1}{\mathrm{ch}^3x}\left[-\mathrm{ch}^2x + 2\mathrm{sh}^2x\right]$, $x = r - r_c$

$\frac{1}{\sin\Theta_0}\nabla^2(\sin\Theta_0) = \mathrm{ch}x\left[-\frac{1}{\mathrm{ch}x} + \frac{2\mathrm{sh}^2x}{\mathrm{ch}^3x} + \frac{1}{r}\frac{(-1)\mathrm{sh}x}{\mathrm{ch}^2x}\right] = \left[-1 + 2\cdot\mathrm{th}^2x - \frac{1}{r}\mathrm{th}x\right]$

при $x \ll 1$, $\frac{1}{\sin\Theta_0}\nabla^2(\sin\Theta_0) \approx \left[-1 + 2x^2 - \frac{1}{r}(r-r_c)\right] = \left[-2 + 2x^2 + \frac{r_c}{r}\right]$

(3/IX) $V(\Theta_0) = \frac{1}{\sin\Theta_0}\nabla^2(\sin\Theta_0) = -(\Theta_0')^2 + \mathrm{ctg}\Theta_0\nabla^2\Theta_0 = -(\Theta_0')^2 + (\varkappa + \frac{1}{s^2})\cos^2\Theta_0 - \frac{d}{s}\sin\Theta_0\cos\Theta_0$

В общем DW $r = r_c$, $s \approx R_c$, $\Theta_0 \approx \pi/2$, $V(\pi/2) = -1$, $\Theta_0' = -\frac{\sin\Theta_0}{\Delta} \approx -1/\Delta$ $\frac{d\Theta_0}{dr} \approx$

Для DW ansatz $\cos\Theta_0 = \mathrm{th}(r-r_c)$, $V(\Theta_0) = \cos 2\Theta_0 + \frac{1}{r^2}\cos^2\Theta_0 - \frac{d}{2r}\sin 2\Theta_0$.

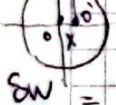
$\Theta_0' = -\sin\Theta_0$ $\sin\Theta_0 = 1/\mathrm{ch}x$

$V'(\Theta_0) = -2\sin 2\Theta_0 - \frac{1}{r^2}\sin 2\Theta_0 - \frac{d}{r}\cos 2\Theta_0$, $V'(\pi/2) = d/r_c \neq 0$ при $d \neq 0$

Итого $\frac{dV}{dr} = \frac{d}{dr}\left[-1 + 2\mathrm{th}^2x - \frac{1}{r}\mathrm{th}x\right] = 2\cdot 2\mathrm{th}x\cdot\frac{1}{\mathrm{ch}^2x} + \frac{1}{r^2}\mathrm{th}x - \frac{1}{r}\frac{1}{\mathrm{ch}^2x} = \frac{1}{r^2}\mathrm{th}x + \frac{1}{\mathrm{ch}^2x}\left[4\mathrm{th}^2x - \frac{1}{r}\right]$

$V_r'(r=r_c,\ x=0) = -\frac{1}{r_c}$ конечна $\forall d$. $r = r_c$ на всех min $V(r) = \frac{1}{\sin\Theta_0}\nabla^2(\sin\Theta_0)$, $\sin\Theta_0 = \frac{1}{\mathrm{ch}x}$

→ В работе M_V из $\mathbb{R}^3$ 22, 27/VII есть $\int d^2\vec{s}\, F(\vec{s})$ в $(\vec{s}'\varphi')$ системе коорд.



$\sin\Theta\dot{\Phi} = -\sin\Theta_0\nabla\Phi_0\cdot\dot{\vec{X}}$, $\sin\Theta\dot{\Theta} = -\sin\Theta_0\nabla\Theta_0\cdot\dot{\vec{X}} \sim \dot{\vec{X}}$, можно

x, x' близко Θ_0, Φ_0 при $\dot{\vec{X}} \overset{\text{centered}}{=} 0$. $e_z, \mu \sim \Theta_0, \Phi_0$, т.е. $e_z(\vec{s}'), \vec{\mu}(\vec{s}')\big|_{\dot{\vec{X}}=0}$ centered at $\vec{s}'=0$ (dot)

$\frac{\delta W}{\delta\Phi} = -2A\left[\nabla\Theta_0\cdot\nabla\Phi_0\sin 2\Theta_0 + \nabla^2\Phi_0\sin^2\Theta_0\right] = 0$, $\frac{\delta W}{\delta\Theta} = \left[K + (\nabla\Phi_0)^2\right]\sin 2\Theta_0 - 2A\nabla^2\Theta_0 = 0$ –

static equations for $\Theta_0(\vec{s}'-\vec{X})$, $\Phi_0(\vec{s}'-\vec{X})$ берем в $(\vec{s}'\varphi')$ коорд. системе, $\vec{s}' = \vec{s} - \vec{X}$

DW ansatz $\cos\Theta_0(s') = \mathrm{th}\left(\frac{s'-R_c}{\Delta}\right)$, при подстановке в YD для (e_z, μ) берем

В общем r_c: $A'' + \frac{1}{r}A + \left(1 - \frac{1}{r^2}\right)A = \Theta_0'$, $B'' + \frac{1}{r}B + B = -\frac{1}{r}\sin\Theta_0$. интегрир.

$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}[rA'] + \left(1 - \frac{1}{r^2}\right)A = \Theta_0'$, $Ly = -(py')' + qy = f$ – неоднор. ДУ с двумя нулями

$-\frac{d}{dr}(rA') + r\left(1 - \frac{1}{r^2}\right)A = -r\Theta_0' = f(r)$. Uniform eq. дает реш. $J_1(r) = y_1$, $Y_1(r) = y_2$. C.E.A. Coddington

Nonhom. решение $y(r) = \int_a^r \frac{y_1(r)y_2(s) - y_1(s)y_2(r)}{P(s)W(s)} f(s)\,ds$ удовлетворяет $y(a) = 0$, $y'(a) = 0$

$p(r) = r$ $p(r)W(r) = C$ $C = 2/\pi$ → $y(r) = \frac{1}{C}\int_{r_0}^{r}\left[y_1(r)y_2(s) - y_1(s)y_2(r)\right][-s\Theta_0']$ в.с. $A(r_0) = 0$, $A'(r_0) = 0$

$A(r) = -\frac{\pi}{2}\int_{r_0}^{r} ds\, s\left[J_1(r)Y_1(s) - J_1(s)Y_1(r)\right]\Theta_0'(s)$ – получено 31/VIII. $A'(r=r_0) = 0$.

$A'(r) = -\frac{\pi}{2}\left[J_1(r)Y_1(r) - J_1(r)Y_1(r)\right]\Theta_0'(r) - \frac{\pi}{2}\int_{r_0}^{r} ds\, s\Theta_0'(s)\left[J_1'(r)Y_1(s) - J_1(s)Y_1'(r)\right]$

$A(r_0) = 0$ и $A'(r_0) = 0$ вроде не зависит $\forall r_0$. Откуда такие граничные в.с.?

$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rB') + B = -\frac{1}{r}\sin\Theta_0$, $-\frac{d}{dr}(rB') - rB = \sin\Theta_0$, $B(r) = \frac{\pi}{2}\int_{r_0}^{r} ds\, s\sin\Theta_0(s)\left[J_0(r)Y_0(s) - J_0(s)Y_0(r)\right]$

$B(r_0) = 0$, $B'(r_0) = 0$ и $\forall r_0$ – как определить?

Escaneado con CamScanner